Bài 1.

Sử dụng truy hồi:

$T(n) = T(n-1)+n$

$T(n) = [T(n-2)+n-1] +n = T(n-2) *2n - 1$

$T(n) = [T(n-3) + n-2] + 2n - 1 = T(n-3) * 3n -(1+2)$

$T(n) = [T(n-4) + n-3] + 3n - (1+2) = T(n-4) +4n - (1+2+3)$

….

$T(n) = T(n-(n-1))^{*} + (n-1)*n - (1+2+3+\ldots+n-2)$

$= 0 + (n-1)* n - (n-2+1)*(n-2)/2 = n^2-n - \frac{1}{2}(n^2-3n+2)$

$= \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - 1$

$\Rightarrow T(n) \in O(n^2)$

*: T(1) = 0 nên chỉ cần lấy tới T(n-(n-1))

Bài 2:

Sử dụng định lý Master:

a=3; b=2; c = 2

Ta có: $c > \log_b a = \log_2 3 = 1.58$. Rơi vào trường hợp thứ 3 của định lý Master

$\Rightarrow T(n) \in O(n^2)$

Bài 3:

$T(0) = 1; T(1) =2$

$7T(n-1) + 12T(n-2)$

Đặt $X^n = T(n)$

Ta có:

$$X^n = 7*X^{n-1} + 12*X^{n-2}$$

Chia cả 2 vế phương trình cho X^{n-2}

$$X^2 = 7*X^1 + 12$$

Giải phương trình bậc 2:

$X = \frac{1}{2}(7 \pm \sqrt{97})$

$T(n) = k_1X_1^n + k_2X_2^n$

Lập hệ phương trình giải tìm k_1, k_2 :

$T(0) = 1 = k_1 + k_2$

$T(1) = 2 = k_1 * \frac{1}{2}(7 + \sqrt{97}) + k_2 * \frac{1}{2}(7 - \sqrt{97})$

$K_1 = \frac{1}{2} * (\frac{-3}{\sqrt{97}} + 1)$; $k_2 = = \frac{1}{2} * (\frac{3}{\sqrt{97}} + 1)$

$T(n) = \frac{1}{2} * (\frac{-3}{\sqrt{97}} + 1) * [\frac{1}{2}(7 + \sqrt{97})]^n + \frac{1}{2} * (\frac{3}{\sqrt{97}} + 1) * [\frac{1}{2}(7 - \sqrt{97})]^n$

=> $T(n) \in O([\frac{1}{2}(7 + \sqrt{97})]^n) \sim O(8.4^n)$