

# Nguyên lý Dirichlet

# Nguyên lý chuồng chim bồ câu

- Nguyên lý: Nếu có  $(k+1)$  đồ vật hoặc nhiều hơn được đặt vào trong  $k$  hộp, thì ít nhất có 1 hộp có chứa hai hoặc nhiều hơn hai đồ vật
- Chứng chứng !
- Ví dụ:
  - Trong bất kỳ một nhóm có 367 người nào, bao giờ cũng tìm được ít nhất 2 người có trung ngày sinh
  - Trong bất kỳ một nhóm 27 chữ cái tiếng anh nào, bao giờ cũng tìm được ít nhất 2 từ có cùng bắt đầu bằng 1 chữ cái tiếng anh
  - Bài thi môn học chấm theo thang điểm là các số từ 0 đến 100. Một lớp cần bao nhiêu sinh viên để ít nhất có 2 sinh viên cùng điểm số ?

# Nguyên lý Dirichlet tổng quát

- Nguyên lý: Nếu có  $N$  vật được đặt vào trong  $k$  hộp thì sẽ tồn tại một hộp chứa ít nhất  $\lceil \frac{N}{k} \rceil$  vật.
- Chứng minh!
- Ví dụ:
  - Trong 100 người, thì có ít nhất  $\lceil \frac{100}{12} \rceil = 19$  người sinh cùng tháng.
  - Cần phải có tối thiểu bao nhiêu người đi thi để chắc chắn có ít nhất 6 người cùng đạt một điểm thi nếu thang điểm thi là A, B, C, D và E ?
  - Cần chọn tối thiểu bao nhiêu quân bài trong một bộ bài tiêu chuẩn 52 lá để đảm bảo có ít nhất 3 quân bài cùng một chất (cơ, rô, bích, tép) ?

# Bài tập

- **Câu hỏi 1:** Một ngăn tủ có chứa 12 chiếc tất màu nâu và 12 chiếc tất màu đen. Một người lấy tất một cách ngẫu nhiên,
  - Anh ta cần lấy ra bao nhiêu chiếc tất để chắc chắn có một đôi tất cùng màu
  - Anh ta cần lấy ra bao nhiêu chiếc tất để chắc chắn có một đôi tất màu đen
- **Câu hỏi 2:** Cho  $d$  là số nguyên dương. Chứng tỏ rằng trong một nhóm tùy ý gồm  $(d + 1)$  số nguyên, có ít nhất 2 số khi chia cho  $d$  có cùng số dư.
- **Câu hỏi 3:** Hỏi phải chọn bao nhiêu số từ tập  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  để đảm bảo nhận được ít nhất một cặp số có tổng bằng 7

# Bài tập

- **Câu hỏi 4:** Cho  $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$  là một tập hợp gồm 5 điểm khác nhau có các tọa độ nguyên trên mặt phẳng Oxy. Chứng tỏ rằng điểm giữa của đường nối ít nhất một trong số các cặp điểm này có tọa độ nguyên.
- **Câu hỏi 5:** Cho  $(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, 3, \dots, 9$  là một tập hợp gồm 9 điểm khác nhau có các tọa độ nguyên trên mặt phẳng Oxyz. Chứng tỏ rằng điểm giữa của đường nối ít nhất một trong số các cặp điểm này có tọa độ nguyên.

- Chứng minh rằng trong 4080401 số tự nhiên khác nhau, luôn tìm được 2021 số có tổng chia hết cho 2021