

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY (HUST)



School of Engineering Physics (SEP)

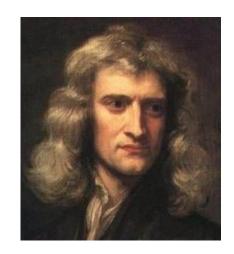
CHƯƠNG 2 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

- 1. Các định luật Newton
- 2. Nguyên lý tương đối Galiléo
- 3. Một số lực cơ học điển hình
- 4. Động lượng chất điểm
- 5. Moment động lượng chất điểm



Định luật thứ nhất

Nội dung: Chất điểm sẽ giữ nguyên trạng thái đứng yên hoặc chuyển động với vận tốc không đổi nếu như không có ngoại lực tác dụng (hay chất điểm cô lập sẽ bảo toàn trạng thái CĐ của nó).



Issac Newton (1643-1727)

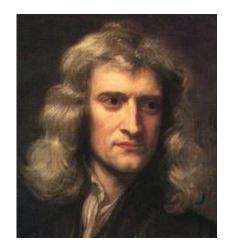
- Pặc điểm:
 - $ightharpoonup \vec{v} = const \text{ khi } \vec{F}_{ngoài} = 0$
 - ♦ Tính chất bảo toàn trạng thái chuyển động gọi là quán tính.

Định luật thứ hai

- Nôi dung:
- $igoplus Chuyển động của chất điểm chịu tác dụng của ngoại lực <math>\vec{F} \neq 0$, là CD có gia tốc.
- ♦ Gia tốc chuyển động của chất điểm cùng chiều lực tác dụng,
- ♦ Gia tốc chuyển động của chất điểm tỉ lệ với ngoại lực tác dụng và tỉ lệ nghịch với khối lượng của nó.

 →

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\sum_{i} \vec{F}_{i}}{m}$$
 vói: $\vec{F} = \vec{F}_{1} + \vec{F}_{2} + ... + \vec{F}_{n} = \sum_{i} \vec{F}_{i}$



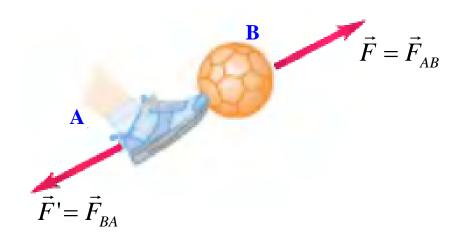
Issac Newton (1643-1727)

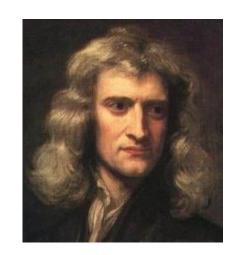
$$m \xrightarrow{\vec{a} \quad \vec{F}}$$

- Phương trình động lực học của chất điểm: $m.\vec{a} = \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$
- ightharpoonup Khi $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = const$: Định luật thứ nhất,
- Khi $\sum \vec{F} \neq 0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \neq 0$: Định luật thứ hai.

Định luật thứ ba

Phôi dung: Luôn có một phản lực bằng và ngược hướng ngoại lực tác dụng lên chất điểm.





Issac Newton (1643-1727)

$$\vec{F}' = -\vec{F}$$
 hay $\vec{F} + \vec{F}' = 0$

♦ Khi chất điểm đứng yên, tổng ngoại lực tác dụng lên vật thể bằng không:

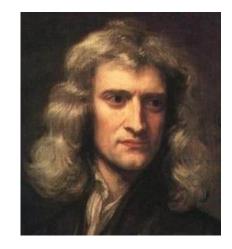
$$\sum_{i} \vec{F}_{i} = 0$$

Hệ quy chiếu quán tính (theo quan điểm cơ học Newwton)

Định nghĩa

Figure Hệ qui chiếu trong đó ĐL Newton thứ nhất nghiệm đúng.

$$\begin{cases} \sum_{i} \vec{F}_{i} = 0 \\ \vec{a} = 0 \quad \text{và } \vec{v} = \overrightarrow{const} \end{cases}$$



Issac Newton (1643-1727)

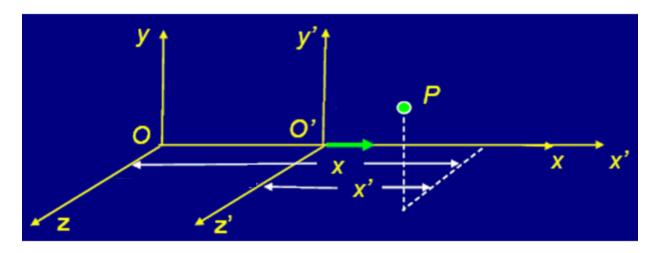
Hoặc

Figure Hệ qui chiếu CĐ với vận tốc không đổi với hệ quán tính thì cũng là hệ qui chiếu quán tính.



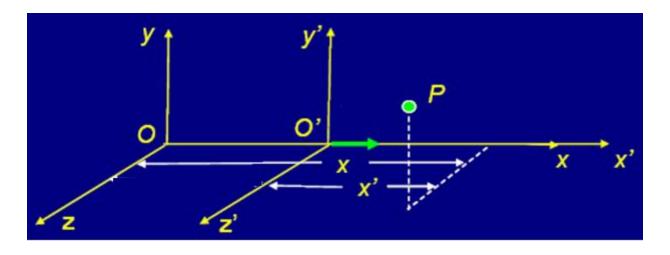
Không gian và thời gian trong cơ học cổ điển

- F Hệ Oxyz đứng yên + đồng hồ chỉ thời gian
- \checkmark Hệ O'x'y'z' CĐ trượt dọc theo trục x của hệ Oxyz ⇒ O'y' ↑ ↑ Oy; O'z' ↑ ↑ Oz + đồng hồ chỉ thời gian



- TXét P:
- ♦ Trong hệ Oxyz có: P(x, y, z)
- ♦ Trong hệ O'x'y'z'có: P(x', y', z')

Không gian và thời gian trong cơ học cổ điển



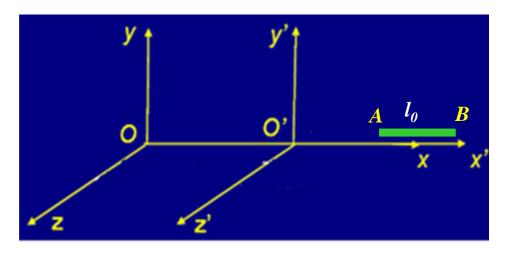
- P Quan điểm của cơ học cổ điển:
- ♦ Thời gian có tính tuyệt đối, và ∉ hệ quy chiếu, tức là : t = t'
- \blacklozenge Vị trí không gian có tính tương đối và \in hệ qui chiếu:

$$x = x' + OO'$$
, $y = y'$, $z = z'$

⇒ CĐ có tính tương đối và cũng ∈ hệ qui chiếu

Không gian và thời gian trong cơ học cổ điển

Tét khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ trong hệ O'x'y'z', đặc trưng bởi thước AB đặt dọc theo O'x', có chiều dài: $l_0 = x'_B - x'_A$



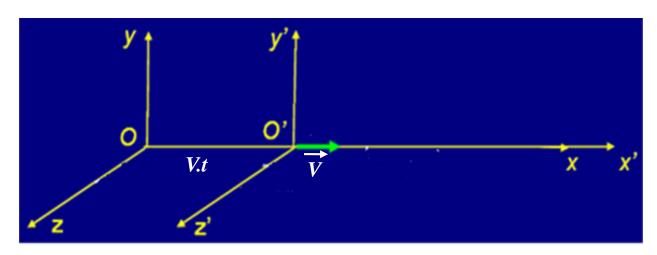
♦ Từ quan điểm của cơ học cổ điển:

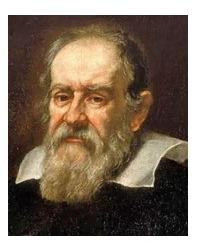
$$x_{B} = x'_{B} + OO' x_{A} = x'_{A} + OO' x_{B} - x_{A} = x'_{B} - x'_{A} = l_{0}$$

♦ Khoảng không gian có tính tuyệt đối, và ∉ hệ qui chiếu

Phép biến đổi Galiléo

F Hệ O'CĐ thẳng đều với vận tốc V so với hệ O đứng yên.





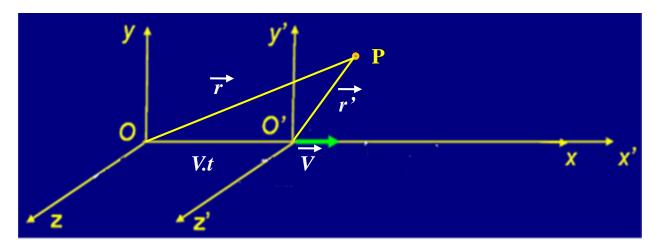
Galileo Galilei (1564-1642)

- \blacklozenge ĐK ban đầu: t = 0, O' \equiv O
 - \Rightarrow Quãng đường O' đi được sau thời gian t: OO' = V.t
- ♦ Từ quan điểm của cơ học cổ điển ⇒ phép chuyển đổi tọa độ không gian và thời gian giữa các hệ quy chiếu *phép biến đổi Galiléo*:

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + 00' = x' + V.t' \\ y = y', z = z' \end{cases}$$
 Hay
$$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - V.t \\ y' = y, z' = z \end{cases}$$

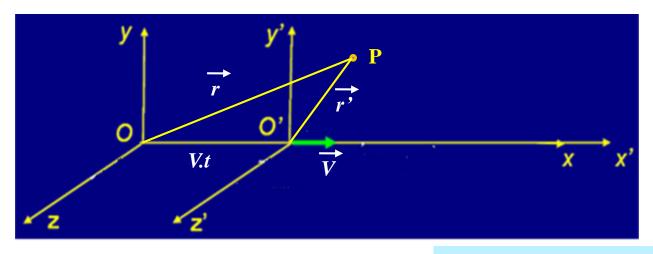
Tổng hợp vận tốc và gia tốc

Tét hệ O'CĐ thẳng đều (tịnh tiến) với vận tốc V so với hệ O đứng yên.



- \bullet ĐK ban đầu: t = 0, O' \equiv O
 - \Rightarrow Quãng đường O' đi được sau thời gian t: OO' = V.t
- Xét ch/điểm P:
- ♦ Vị trí ch/điểm trong hệ O: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{r}$ ♦ Vị trí ch/điểm trong hệ O': $\overrightarrow{O'P} = \overrightarrow{r}$ ' $\overrightarrow{O'P} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'P} \Leftrightarrow \overrightarrow{r} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{r'}$ (*)

Tổng hợp vận tốc và gia tốc

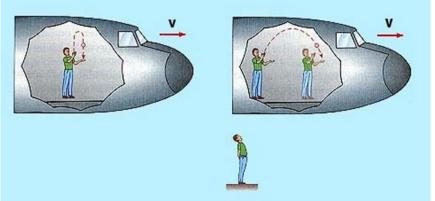




Có:
$$\vec{r} = \overrightarrow{OO}' + \vec{r}'$$
 (*)

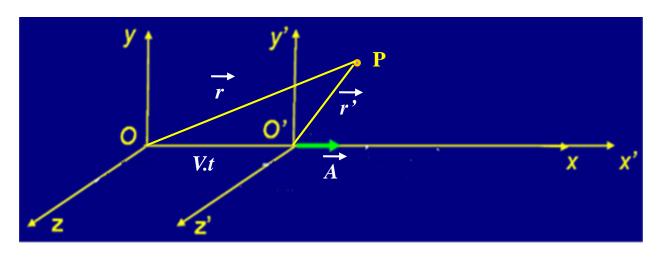
♦ Đạo hàm (*) theo thời gian:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{OO})}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} \iff \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}' \quad (**)$$



♦ Vector vận tốc của 1 chất điểm đ/v hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vector vận tốc của ch/điểm đ/v hệ quy chiếu O' và vector vận tốc của hệ quy chiếu O', CĐ tịnh tiến đ/v hệ quy chiếu O.

Tổng hợp vận tốc và gia tốc



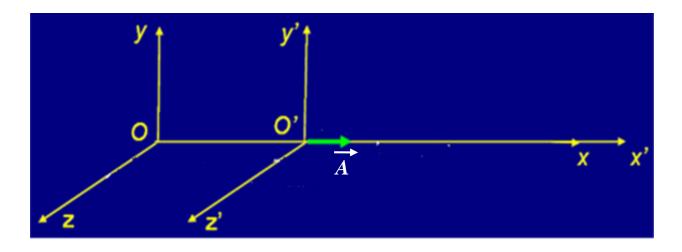
$$ightharpoonup C\acute{o}: \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}' \ (**)$$

Đạo hàm (**) theo thời gian:
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{V}}{dt}' + \frac{d\vec{v}'}{dt} \iff \vec{a} = \vec{A} + \vec{a}' \text{ (***)}$$

♦ Vector gia tốc của 1 chất điểm đ/v hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vector gia tốc của ch/điểm đ/v hệ quy chiếu O' và vector gia tốc của hệ quy chiếu O', CĐ tịnh tiến đ/v hệ quy chiếu O.

Nguyên lý Galiléo

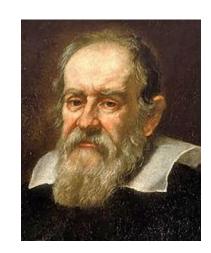
F Hệ O'CĐ tịnh tiến với gia tốc A so với hệ O đứng yên (hệ quán tính).



- Trong hệ O:
 - \blacklozenge Gia tốc của chất điểm là \vec{a}
 - \blacklozenge Ph/trình ĐLH của ch/điểm: $m\vec{a} = \vec{F}$
- Trong hệ O':
 - Gia tốc của chất điểm là \vec{a} '

Nguyên lý Galiléo

- Trong hệ O':
- \blacklozenge Áp dụng phép tổng hợp gia tốc: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$
- \blacklozenge Nếu O' CĐ thẳng đều $\Rightarrow \vec{A} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$
- Phương trình ĐLH: $m\vec{a}' = \vec{F}$



Galileo Galilei (1564-1642)

- ♦ ĐL Newton cũng thỏa mãn trong hệ O'⇒ O' là hệ quán tính.
- Nội dung
- ♦ Các định luật cơ học (phương trình động lực học) có dạng như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.
- ♦ **Phát biểu khác:** Không thể bằng các thực nghiệm cơ học thực hiện trong hệ qui chiếu quán tính mà ta có thể phát hiện được hệ đó đang đứng yên hay đang chuyển động thẳng đều.

Trọng lực

Lực tác dụng lên chất điểm bởi sức hút của trái đất (gia tốc trọng trường), theo ĐL 2 Newton có:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Trọng lực luôn hướng thẳng góc xuống phía dưới

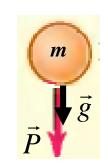
Phản lực và lực ma sát trượt

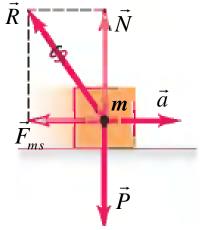
Figure 1 Khi vật thể CĐ (trượt) trên một bề mặt \Rightarrow tác dụng lên bề mặt 1 lực nén \Rightarrow theo ĐL 3 Newton có phản lực của bề mặt tác dụng trở lại \Rightarrow xác định bởi:

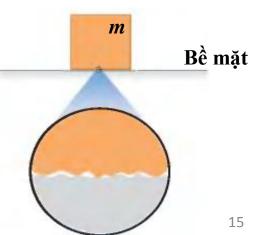
$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{ms}$$

- $ightharpoonup \vec{N}$: Phản lực pháp tuyến
- $ightharpoonup \vec{F}_{ms}$: Lực ma sát

$$\vec{F}_{ms} = k\vec{N}$$
 (k: hệ số ma sát trượt)







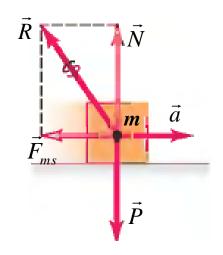
Phản lực và lực ma sát trượt

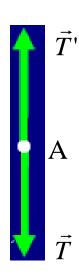
- $rac{1}{2}$ Nếu $m\vec{a}=\vec{F}>\vec{F}_{ms}$: vật sẽ trượt hoặc CĐ
- $igoplus \vec{F}_{ms}$ là lực ma sát động
- Thểu $\vec{F} < \vec{F}_{ms}$: vật sẽ đứng yên
- $ightharpoonup \vec{F}_{ms}$ là lực ma sát tĩnh

Lực căng dây

Lực căng tại điểm A trên dây là lực tương tác giữa 2 nhánh dây 2 bên điểm A, tuân theo định luật 3 Newton:

$$\vec{T} = -\vec{T}'$$





Lực hướng tâm, ly tâm

Khi chất điểm CĐ trên quĩ đạo cong (C):

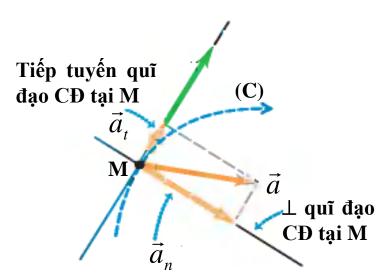
$$\Rightarrow$$
 gia tốc CĐ: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

Phương trình động lực của chất điểm CĐ trên quĩ đạo:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_n = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

Thành phần \vec{F}_t sinh ra gia tốc tiếp tuyến \Rightarrow thay đổi độ lớn của vector vận tốc, gọi là lực tiếp tuyến, có trị số được xác định bởi:

$$F_{t} = ma_{t} = m\frac{dv}{dt}$$



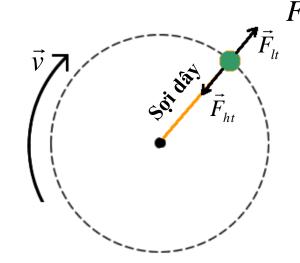
Lực hướng tâm, ly tâm

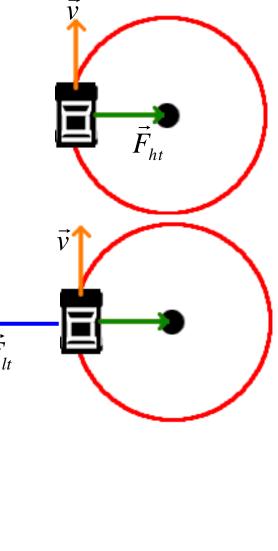
♦ Thành phần \vec{F}_n sinh ra gia tốc pháp tuyến ⇒ thay đổi phương của vector vận tốc, gọi là lực pháp tuyến ⇔ lực hướng tâm (F_{ht}) , có độ lớn:

$$F_{ht} = F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R}$$

♦ Theo ĐL 3 Newton, tồn tại phản lực bằng và ngược chiều giữ cho vật duy trì phương CĐ ⇒ lực ly tâm (F_{lt}) , tức là: $\vec{F}_{lt} = -\vec{F}_{ht}$

Cặp lực liên kết này luôn tồn tại khi vật CĐ trên quĩ đạo tròn có liên kết với vật khác (sợi dây, thanh nối, mặt cong...).





✓ Lực hướng tâm, lực li tâm xuất hiện khi chất điểm chuyển động cong:

 Lực hướng tâm: kéo chất điểm về phía lõm của quĩ đao: $\vec{V} = \vec{F}_{LT} = -\vec{F}_{n}$ $\vec{F}_{HT} = \vec{F}_{n}$

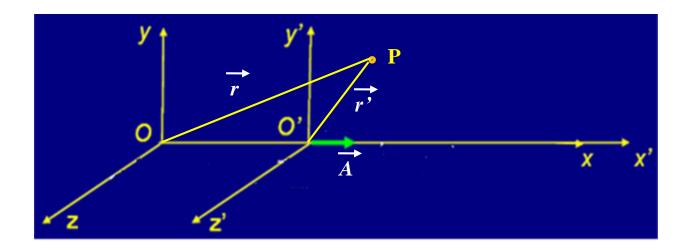
F_{HT}=T lực căng của sợi dây

 Lực li tâm: làm chất điểm văng về phía lồi của quĩ đạo cân bằng với lực hướng tâm

$$F_{HT} = F_{LT} = m \frac{v^2}{R}$$

Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

Tét hệ O'CĐ tịnh tiến với gia tốc \vec{A} so với O (hệ quán tính).



- © Gọi a là gia tốc của ch/điểm (tại vị trí P) trong hệ O, a_1 là gia tốc của ch/điểm trong hệ O':
 - \blacklozenge Áp dụng phép tổng hợp gia tốc: $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{A}$
 - Nhân 2 vế với m có: $m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{A}$
 - Trong hệ O có: $m\vec{a} = \vec{F} \implies \text{viết được: } m\vec{a}_1 = \vec{F} + \left(-m\vec{A}\right)$

Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

- Set: $m\vec{a}_1 = \vec{F} + (-m\vec{A})$
- ♦ VP thể hiện tổng hợp lực tác dụng lên ch/điểm trong hệ O'
- $\oint \vec{F}_{QT} = -m\vec{A}$: Lực quán tính (cùng phương, ngược chiều vetor gia tốc của hệ qui chiếu CĐ O'----> Lực ảo và chỉ quan sát được trong hệ quy chiếu phi quán tính).
- ♦ Hệ quy chiếu CĐ có gia tốc đ/v hệ quy chiếu quán tính sẽ không phải là hệ quy chiếu quán tính (gọi là hệ phi quán tính).
- Thểu hệ O' quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$ so với O, $\Rightarrow \vec{A}$ chính là gia tốc pháp tuyến, có độ lớn: $A = \frac{v^2}{R} = \omega^2 . R$
- ♦ Thay vào biểu thức tính lực quán tính:

$$\vec{F}_{QT} = -m\frac{\vec{v}^2}{R} = -m.\vec{\omega}^2.R$$
: Lực quán tính ly tâm

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A} \implies m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A}$$

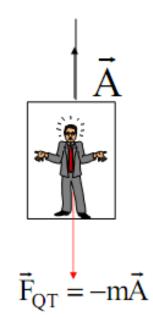
$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{QT}$$

$$\vec{F}_{OT} = -m\vec{A}$$

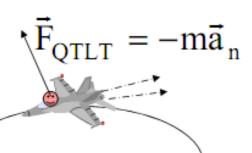
Hệ O'gọi là hệ qui chiếu không quán tính

✓ Lực quán tính li tâm xuất hiện khi O' chuyển động cong so với

$$F_{QTLT} = m \frac{v^2}{R}$$



Lực quán tính



Một số ví dụ

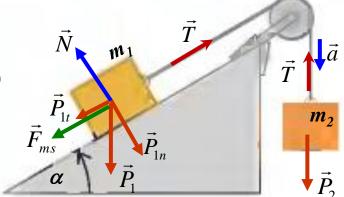
CĐ trên mặt phẳng nghiêng

Bài toán

- m_1 và m_2 liên kết với nhau qua sợi dây (T)
- m_1 CĐ trượt trên bề mặt nghiêng góc α
- m_2 CĐ rơi thẳng đứng
- m_1 và m_2 CĐ cùng một gia tốc



- $\ ^{\circ}m_1$ chịu tác dụng của các lực: $\vec{N}, \vec{P}_1, \vec{T}$ và \vec{F}_{ms}
- igoplus Phương trình động lực học với m_1 : $m_1 \vec{a} = \vec{N} + \vec{P}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{ms}$ (*)
- $\mathcal{P}_{2} m_{2}$ chịu tác dụng của các lực: \vec{P}_{2} và \vec{T}
- igoplus Phương trình động lực học với m_2 : $m_2 \vec{a} = \vec{P}_2 + \vec{T}$ (**)

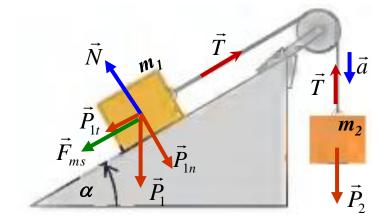


Một số ví dụ

CĐ trên mặt phẳng nghiêng

Đặc điểm riêng

- Trọng lực \vec{P}_1 hợp với phương của phản lực \vec{N} góc $\alpha \Rightarrow$ có 2 thành phần:
- ♦ Thành phần \bot bề mặt nghiêng trọng lực pháp tuyến: $P_{In} = P_I cos α$



 \blacklozenge Thành phần // bề mặt nghiêng – trọng lực tiếp tuyến: $P_{1t} = P_1 \sin \alpha$

Phương pháp giải

- Chiếu các phương trình (*) và (**) theo phương CĐ, có:
- $\blacklozenge m_1 a = T k \cdot P_{1n} P_1 \sin \alpha = T k \cdot m_1 g \cos \alpha m_1 g \sin \alpha$

Một số ví dụ

Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

- Lực ma sát để giữ m?
- \bullet Ph/tr ĐLH cho m:

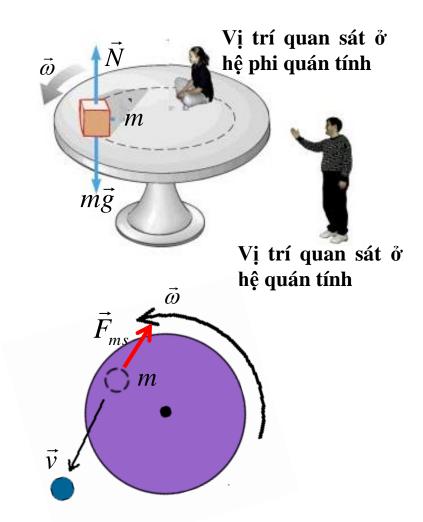
$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{ms} + (-m\vec{A})$$

 $(-m\vec{A}: \text{lyc q/tinh})$

♦ Chiếu ph/tr vector theo chiều CĐ của *m*:

$$\Rightarrow F_{ms} = mA = mA_n = m\omega^2 R$$

 \blacktriangleright **Luu** $\acute{\mathbf{y}}$: coi m ko CĐ nên a = 0,.





Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

- Lực nén (N') phi công tác dụng lên ghế? (/N'/ = /N/).
- ♦ Ph/tr ĐLH cho phi công:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + (-m\vec{A})$$

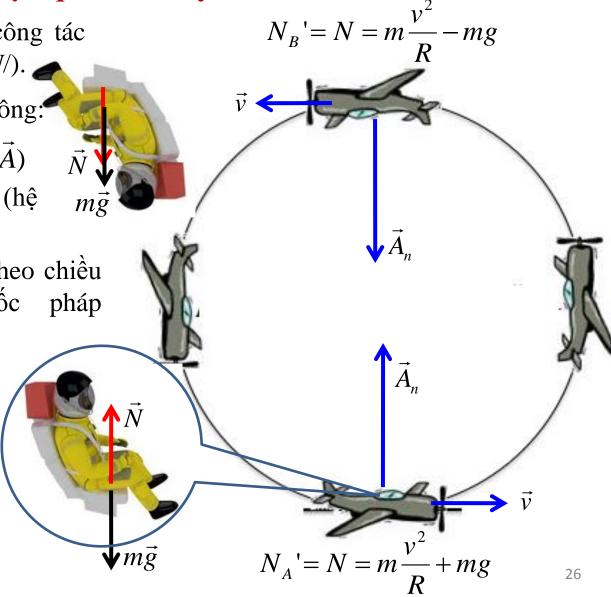
- ♦ A: gia tốc máy bay (hệ phi q.tính)
- Chiếu ph/tr vector theo chiều A_n (thành phần gia tốc pháp tuyến của A):

$$N '= N = mA_n + mg$$

Hoặc:

$$N' = N = mA_n - mg$$

• Luu \dot{y} : phi công ngồi nên ko CĐ, do đó, a = 0.



4. Động lượng của chất điểm

Định nghĩa

- Phương trình cơ bản động lực học: $m\vec{a} = \vec{F}$
 - ♦ Sử dụng đ/n vector gia tốc, viết được:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

- $ightharpoonup \vec{K} = m\vec{v}$: Gọi là vector động lượng của chất điểm.
- - Cùng hướng với V
 Độ lớn phụ thuộc cả vận tốc và khối lượng

🟲 Đặc trưng cho trạng thái chuyển động của vật thể về mặt động lực học.

Các định lý động lượng

Định lý 1

- Biểu thức: $\frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_{i} \vec{F}_{i} = \vec{F}$
- Đạo hàm theo thời gian của vector động lượng chất điểm chuyển động có giá trị bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên chất điểm đó.

Định lý 2

- Từ định lý 1 có: $d\vec{K} = \vec{F}dt$
- $ightharpoonup \vec{F}dt$ là vector xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian vô cùng nhỏ dt
- $igoplus N \text{\'eu} \, \vec{F}$ thay đổi trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 , có:

$$\Leftrightarrow \int_{\vec{K}_1}^{\vec{K}_2} d\vec{K} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad \Rightarrow \Delta \vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

- Nếu $\vec{F} = const \implies \Delta \vec{K} = \vec{F}(t_2 t_1) = \vec{F}\Delta t$
- ♦ Độ biến thiên vector động lượng chất điểm chuyển động trong một khoảng thời gian xác định, có giá trị bằng vector xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.
- Ý nghĩa xung lượng:
- ♦ Xung lượng của lực trong khoảng thời gian đặc trưng cho lực tác dụng trong khoảng thời gian đó;
- ♦ Với cùng 1 lực, thời gian tác động lâu ⇒ động lượng biến thiên nhiều và ngược lại, nếu thời gian tác dụng ngắn ⇒ động lượng biến thiên ít dù lực lớn.

Định luật bảo toàn động lượng

Nội dung

- Xét:
- igoplus Hệ n chất điểm có khối lượng $m_1, m_2,...,m_n$
- ♦ Các ngoại lực (lực tác dụng lên hệ chất điểm từ bên ngoài):

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$$

♦ Các nội lực (lực tương tác lẫn nhau trong hệ chất điểm):

$$\vec{F}_{1}$$
, \vec{F}_{2} ,..., \vec{F}_{n}

Ap dụng đ/lý 1 về đông lượng cho mỗi chất điểm, có:

$$\frac{d\vec{K}_{1}}{dt} = \vec{F}_{1} + \vec{F}_{1}; \frac{d\vec{K}_{2}}{dt} = \vec{F}_{2} + \vec{F}_{2}; ...; \frac{d\vec{K}_{n}}{dt} = \vec{F}_{n} + \vec{F}_{n}$$

Cộng vế với vế của các ph/trình này với nhau, được:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{K}_{i}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{K}_{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i} + \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i}^{'}$$

Sốu hệ cô lập:
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$
 và theo đ/l 3 Newton: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i' = 0$

♦ Tổng động lượng của hệ chất điểm cô lập bảo toàn.

Hệ quả

Thếu tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ vật triệt tiêu, tức là:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F} = 0$$

- Tổng động lượng của hệ chất điểm không cô lập cũng bảo toàn
- Nếu hình chiếu lên 1 phương nào đó của tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ vật triệt tiêu: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = \vec{F}_{x} = 0$
- ♦ Hình chiếu trên phương đó của tổng động lượng hệ chất điểm không cô lập cũng bảo toàn:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{K}_{ix} = \vec{K}_{1x} + \vec{K}_{2x} + \dots + \vec{K}_{nx} = \overrightarrow{const}$$

5. Moment động lượng của chất điểm

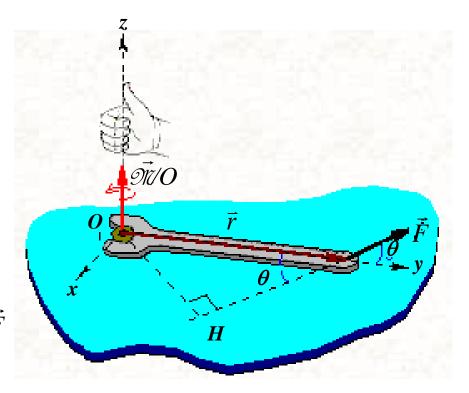
Khái niệm

Moment của vector lực quanh gốc O

Moment của vector lực \vec{F} quanh gốc O được xác định bằng tích hữu hướng của vector vị trí \vec{r} (từ điểm O đến bất kỳ điểm nào nằm trên đường thẳng nối dài của vector lực) với chính vector lực \vec{F}

$$\vec{\mathcal{OM}}O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Đặc điểm
- ♦ Gốc tại O,
- igoplus Phương ot mặt phẳng chứa \vec{r} và \vec{F}
- ♦ Chiều thuận theo tam diện thuận.
- Độ lớn: $\mathfrak{M} = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}) = r.F. \sin \theta$

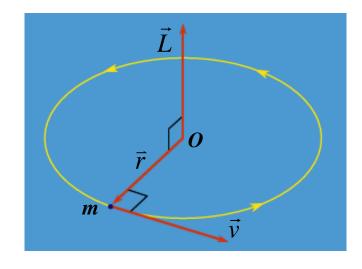


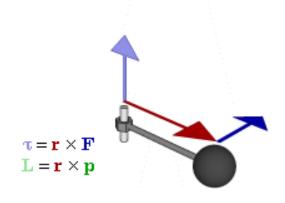
Moment của vector động lượng quanh gốc O

- - igoplus Động lượng của m: $\vec{K} = m\vec{v}$
 - ♦ Moment động lượng quanh (đối với) gốc O (động lượng góc): đại lượng vector được xác định bằng tích hữu hướng của vector vị trí với vector động lượng trong CĐ thẳng.

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

- Đặc điểm
- ♦ Gốc tại O,
- \blacklozenge Phương \bot mặt phẳng chứa \vec{r} và \vec{v} ,
- ♦ Chiều thuận theo tam diện thuận.
- Độ lớn: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v} = rv \sin(\vec{r}, \vec{v})$





Các thành phần của moment động lượng

$$\vec{L} = m \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ v_x & v_y & v_z \end{pmatrix} \implies \begin{cases} L_x = m(r_y v_z - r_z v_y) \\ L_y = m(r_x v_z - r_z v_x) \\ L_z = m(r_x v_y - r_y v_x) \end{cases}$$

Định lý moment động lượng

Dạo hàm theo thời gian 2 vế của biểu thức moment động lượng, có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times m\vec{v})$$

$$VP = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}\right) + \left(\vec{r} \times m\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = 0 + \vec{r} \times m\vec{a} \implies \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \mathcal{R}$$

Phát biểu: Đạo hàm theo thời gian của moment động lượng đ/v O của 1 ch/điểm CĐ bằng tổng moment đ/v O của ngoại lực tác dụng lên ch/điểm. Thểu chất điểm cô lập \Leftrightarrow không chịu tác dụng của ngoại lực, tức là $\vec{\mathcal{M}} = 0$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$
 hay $\vec{L} = \overrightarrow{const}$

Phát biểu: Moment động lượng của chất điểm cô lập bảo toàn.

- Trong thực tế, chất điểm luôn chịu tác dụng của ngoại lực!
 - Nếu tổng moment ngoại lực tác dụng lên chất điểm để chất điểm quay quanh 1 trục bằng không ⇒ moment động lượng của chất điểm đối với trục quay cũng bảo toàn.

Những nội dung cần lưu ý

- 1. Quan điểm của cơ học cổ điển về không gian và thời gian.
- 2. Phép biến đổi và nguyên lý tương đối của Galileo.
- 3. Khái niệm hệ quy chiếu không (phi) quán tính, lực quán tính và lực quán tính ly tâm (kèm biểu thức).
- 4. Động lượng chất điểm và hệ chất diểm: Định nghĩa, xây dựng biểu thức và nội dung các định lý.
- 5. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất diễm và các hệ quả.
- 6. Moment động lượng của chất điểm và hệ chất diểm đối với gốc tọa độ: Định nghĩa, xây dựng biểu thức và nội dung các định lý.
- 7. Định luật bảo toàn moment động lượng của chất điểm và hệ chất diễm cùng các hệ quả.