

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY (HUST)



School of Engineering Physics (SEP)

PHẦN I CƠ HỌC

CHƯƠNG 1. Động học chất điểm

CHƯƠNG 2. Động lực học chất điểm

CHƯƠNG 3. Cơ năng và trường lực thế

CHƯƠNG 4. Động lực học vật rắn

CHƯƠNG 5. Dao động và sóng cơ

CHƯƠNG 1 ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

- 1. Những khái niệm mở đầu
- 2. Các đặc trung cơ bản của chuyển động
- 3. Các dạng chuyển động cơ điển hình

Chuyển động cơ: Chuyển dời vị trí của một vật thể đối với các vật khác trong không gian và theo thời gian.

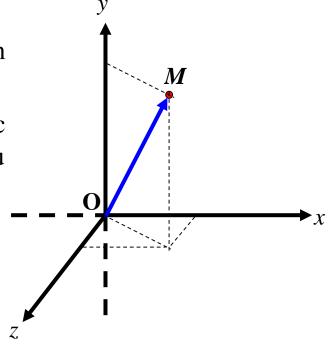
Hệ qui chiếu

- ➡ Hệ qui chiếu: Hệ vật ta qui ước là đứng yên dùng làm mốc để xác đinh vị trí của các vật thể khác trong không gian ⇒ dùng để mô tả chuyển động của một vật thể:
- ♦ Gắn vào hệ qui chiếu một hệ tọa độ (Decarter): Gốc tọa độ ký hiệu là O, các trục được ký hiệu lần lượt là x, y, y với chiều dương và âm tính từ gốc O.
- ♦ Thời gian của vật thể chuyển động được xác dịnh bằng cách gắn một đồng hồ trong hệ qui chiếu

Vector bán kính vị trí

- Xét M: Vị trí của vật trong hệ tọa độ
- ♦ Biểu diễn thông qua vector bán kính vị trí

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{r} \implies M(x, y, z) = r_x, r_y, r_z$$



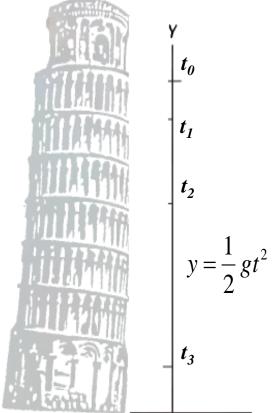
Mô hình vật thể trong chuyển động cơ

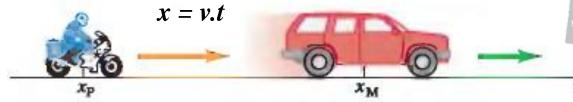
- Chất điểm:
- ♦ Vật có khối lượng, nhưng kích thước là vô cùng nhỏ, đến mức có thể coi như không có kích thước.
- ♦ Khái niệm thường được sử dụng để chỉ các vật thể thực trong các bài toán động học và động lực học ⇒ khi kích thước của vật thể không liên quan đến bài toán chuyển động (bỏ qua các tác động liên quan đến kích thước).
- F Hệ chất điểm: Tập hợp các chất điểm.



Phương trình chuyển động

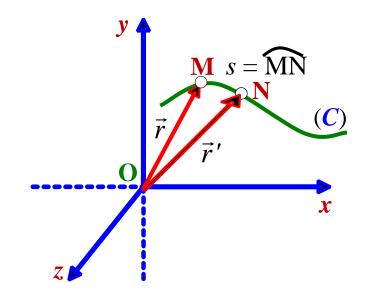
- Vật thể chuyển động \Rightarrow các tọa độ x. y. z thay đổi theo thời gian $t \Rightarrow x$, y, z là hàm của thời gian, tức là: x = f(t); y = f(t); z = f(t)
- $ightharpoonup \vec{r} = \vec{r}(t)$: Phương trình chuyển động
- Ở mỗi thời điểm t, vật thể có 1 vị trí xác đinh \Rightarrow f(t) hay $\vec{r}(t)$ là hàm xác định, đơn trị và liên tục của t khi t biến thiên

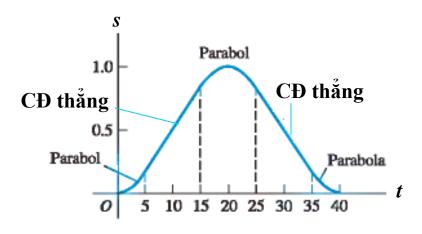




Phương trình quĩ đạo

- Quĩ đạo: Đường liên tục tạo bởi tập hợp các vị trí của vật thể trong quá trình chuyển động trong không gian.
- ♦ Các loại quĩ đạo: thẳng, tròn và cong bất kỳ.
- ♦ Hoành độ cong (s): Đại lượng xác định giá trị đại số của 1 cung trên đường cong (C) biểu diễn quĩ đạo của vật thể chuyển động





Phương trình quĩ đạo

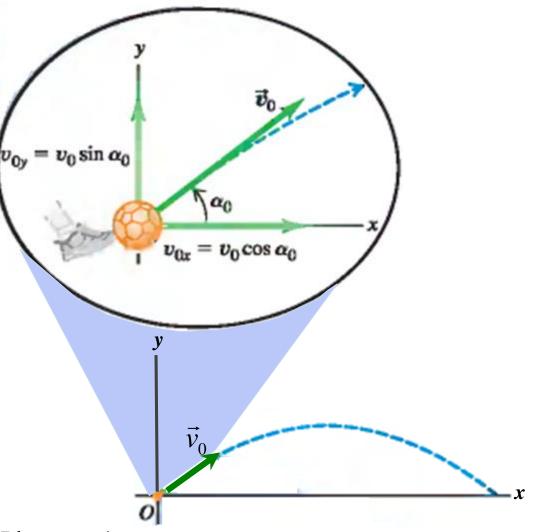
- Phương trình xác định mối quan hệ giữa các tọa độ không gian x, y, z với nhau, mô tả dạng quĩ đạo chuyển động của vật thể
- ⇒ phương trình quĩ đạo

$$f(x,y,z) = const$$

- Ví du: Xác định phương trình quĩ đạo chuyển động của quả bóng khi bị sút.
- ♦ Ph/trình CĐ nằm ngang:

$$x = v_0 \cos \alpha_0 .t$$

$$y = v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$



Ph/trình CĐ thẳng đứng:
$$y = v_0 \sin \alpha_0 . t - \frac{1}{2} g t^2$$
Phương trình qui đạo (ko có t):
$$y = (tg \alpha_0) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$$



Vận tốc

Dại lượng vật lý đặc trưng trạng thái chuyển động nhanh, chậm của vật thể.

 $M(t)_{\Delta s}$

 $M'(t+\Delta t)$

 \boldsymbol{x}

Vận tốc chuyển động TB

- Tét một vật thể chuyển động trên quĩ đạo cong (C):
- \blacklozenge Ở thời điểm t: vật ở vị trí M, xác định bởi: $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$
- \bullet Ở thời điểm $t' = \underline{t} + \Delta t$: vật ở vị trí M', xác định bởi: $\vec{r}' = OM'$



- \blacklozenge Đường đi TB của vật trong khoảng Δt : $\widehat{MM'} = s' s = \Delta s$
- $\begin{cases} \begin{cases} \hline \begin{cases} \beaton & begin{cases} \begin{cases} \begin{cases} \begin{cases} \be$

$$v_{TB} = \overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

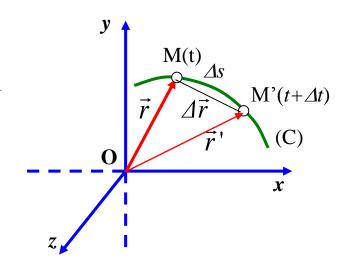
Vận tốc

Vận tốc tức thời

- Xét giới hạn của tỉ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$

khi $t' \rightarrow t$ tức là $M' \rightarrow M$ hay $\Delta t \rightarrow 0$

Có:
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$



- ♦ Vận tốc tức thời xác định bởi đạo hàm của quãng đường theo thời gian
- ♦ Đơn vị của vận tốc: m/s

Vận tốc

Vector vận tốc

- Tét vector dịch chuyển ds vô cùng nhỏ nằm trên tiếp tuyến với (C) theo phương chuyển động.
- có: $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$
- Khi dt vô cùng nhỏ: $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} \overrightarrow{OM} = d\overrightarrow{r}$
- Vì $d\vec{s}$ và $d\vec{r}$ cùng chiều $\Rightarrow d\vec{s} \approx d\vec{r} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
- Tector vận tốc: đạo hàm của véc tơ vị trí đối với thời gian
- ♦ Phương: trùng phương tiếp tuyến của quĩ đạo cong tại vị trí xem xét
- ♦ Chiều: hướng theo chiều chuyển động
- **Trị số:** $v = \frac{dr}{dt}$
- 3 thành phần vector vận tốc (hình chiếu trên 3 trục tọa độ x, y, z)

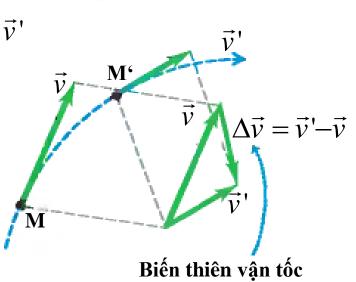
$$v_x = \frac{dx}{dt}$$
; $v_y = \frac{dy}{dt}$; $v_z = \frac{dz}{dt}$ \Rightarrow độ lớn: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

Gia tốc

➡ Đại lượng vật lý đặc trưng cho sự biến thiên của vận tốc ⇔ đặc trưng biến đổi trạng thái chuyển động.

Gia tốc TB

- ♦ Xét một vật thể chuyển động trên quĩ đạo cong (C):
- \blacklozenge Thời điểm t: vật ở vị trí M, có vận tốc \vec{v}
- \blacklozenge Thời điểm $t + \Delta t$: vật ở vị trí M', có vận tốc \vec{v} '
- Sau khoảng th/gian $\Delta t \Rightarrow$ biến đổi vector vận tốc: $\Delta \vec{v} = \vec{v}' \vec{v}$
- Gia tốc TB của vật thể CĐ trong khoảng thời gian Δt là đại lượng đo bằng độ biến thiên TB của vector vận tốc trong khoảng thời gian đó $a_{TB} = \overline{a} = \frac{\Delta v}{\lambda}$



Gia tốc

Vector gia tốc

Gia tốc tức thời: đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của vận tốc trong khoảng thời gian rất ngắn gần thời điểm t ban đầu,

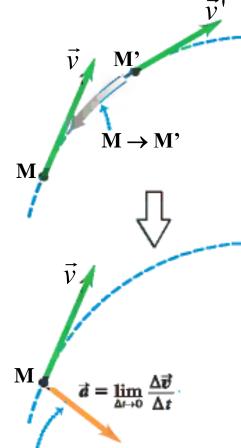
$$\Rightarrow$$
 xét giới hạn của tỉ số $\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$
khi $t' \rightarrow$ t hay $M' \rightarrow M \Rightarrow \mathbf{c}$ ó: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

- ♦ Xác định bởi đạo hàm của vector vận tốc theo thời gian
- ♦ Đơn vị của gia tốc: m/s²

Phương, chiều của gia tốc tức thời

♦ 3 thành phần vector gia tốc (hình chiếu trên 3 trục tọa độ x, y, z)

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$
; $a_y = \frac{dv_y}{dt}$; $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ \Rightarrow độ lớn: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$



Gia tốc

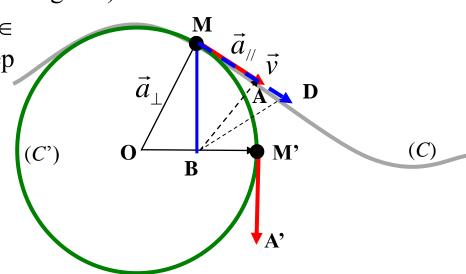
Các thành phần của vector gia tốc

Trong quá trình CĐ của chất điểm trên quĩ đạo bất kỳ $(C) \Rightarrow$ tại mỗi vị trí, vector gia tốc luôn có: *1 thành phần song song* $\vec{a}_{//} (\equiv \text{phương vector vận tốc})$ và *1 thành phần vuông góc* \vec{a}_{\perp} (với phương CĐ).

Tương ứng 1 đoạn quỹ đạo cong \in (C), xét 1 đường tròn (C') tâm O tiếp xúc (C) tại $M \Rightarrow$ khi đó trên (C'):

- igoplus Tại M, chất điểm có: $\vec{v} = MA$
- lacktriangle Tại M', chất điểm có: \vec{v} ' = \overrightarrow{M} ' \overrightarrow{A} '
- ightharpoonup Kẻ $\overrightarrow{MB} // v \grave{a} = \overrightarrow{M'A'} = \overrightarrow{v'}$
- \blacklozenge Sau khoảng th/gian $\Delta t \Rightarrow$ biến đổi vận tốc:

Theo đ/n gia tốc tức thời, có: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AD}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{BD}}{\Delta t}$



Gia tốc

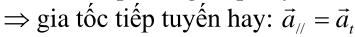
Các thành phần của vector gia tốc

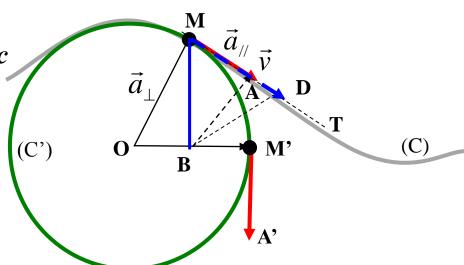
Vector gia tốc song song:

$$\vec{a}_{//} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AD}}{\Delta t}$$

do AD ≡ phương tiếp tuyến

⇒ gia tấa tiếp tuyến bay: 👼 – i





- ♦ Phương: trùng phương tiếp tuyến của quĩ đạo tại vị trí xem xét
- ♦ Chiều: cùng chiều chuyển động khi v' > v và ngược chiều khi v' < v
- ♦ Độ lớn:

$$a_{t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{AD}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{MD - MA}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v' - v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

(độ lớn bằng đạo hàm độ lớn vận tốc theo thời gian)

⇒ Ý nghĩa: Đặc trưng cho sự thay đổi độ lớn của vector vận tốc.

Gia tốc

Các thành phần của vector gia tốc

Vector gia tốc vuông góc:

$$\vec{a}_{\perp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{DB}{\Delta t}$$

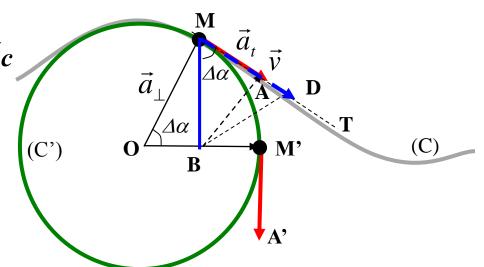
- \bullet Đặt: $\widehat{MOM'} = \widehat{DMB} = \Delta \alpha$
- ♦ Với tam giác cân DMB có:

$$\widehat{\text{MDB}} = \frac{\pi - \widehat{\text{DMB}}}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta \alpha}{2}$$

- ♦ Khi $\Delta t \to 0 \Rightarrow$ M' \to M và $\Delta \alpha \to 0 \Rightarrow \widehat{\text{MDB}} \to \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Tức là $\vec{a}_{\perp} \perp \overrightarrow{AD}$ \Rightarrow phương \vec{a}_{\perp} là phương pháp tuyến \Rightarrow gia tốc pháp tuyến, hay $\vec{a}_{\perp} = \vec{a}_n$
- ♦ Coi dịch chuyển M M' là nhỏ ứng với hoành độ cong △s, có:

$$\Delta s = MM' \approx OM. \Delta \alpha = R. \ \Delta \alpha \implies \Delta \alpha = \frac{\Delta s}{R}$$

♦ Lại có: $DB = MB.\Delta\alpha = v'\Delta\alpha \implies DB = v'.\frac{\Delta s}{R}$



Gia tốc

Các thành phần của vector gia tốc

Vector gia tốc pháp tuyến:

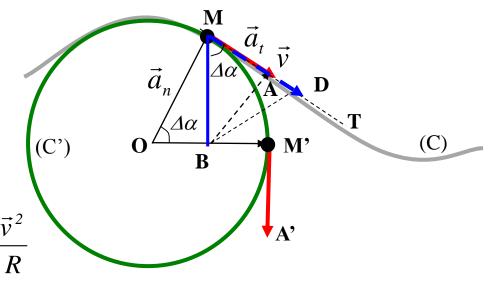
$$a_{n} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{DB}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v'}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

khi
$$\Delta t \to 0 \Rightarrow v' \to v$$

và $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{v}}{R} \vec{v} = \frac{\vec{v}^2}{R}$$

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{v}}{R}\vec{v} = \frac{\vec{v}^2}{R}$$



\Rightarrow <u>Y</u> nghĩa:

- \uparrow ♦ Nếu $v = \text{consst} \Rightarrow a_n$ lớn khi R nhỏ \Rightarrow quĩ đạo cong nhiều hơn \Rightarrow phương của v thay đổi nhiều hơn $\Rightarrow 1/R$ đặc trưng cho độ cong của quĩ đạo.
- \blacklozenge Nếu $R = \text{consst} \Rightarrow a_n$ lớn khi v lớn \Rightarrow sau khoảng thời gian Δt , chất điểm sẽ đi được 1 quãng đường dài hơn trên quĩ đạo \Rightarrow phương của v cũng thay đối nhiều hơn.

Đặc trưng cho sự biến thiên về phương của vector vận tốc.

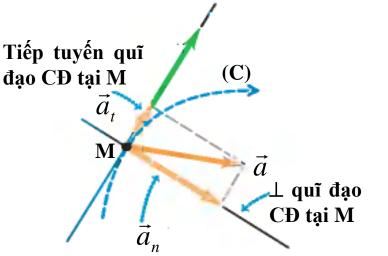
Gia tốc

Các thành phần của vector gia tốc

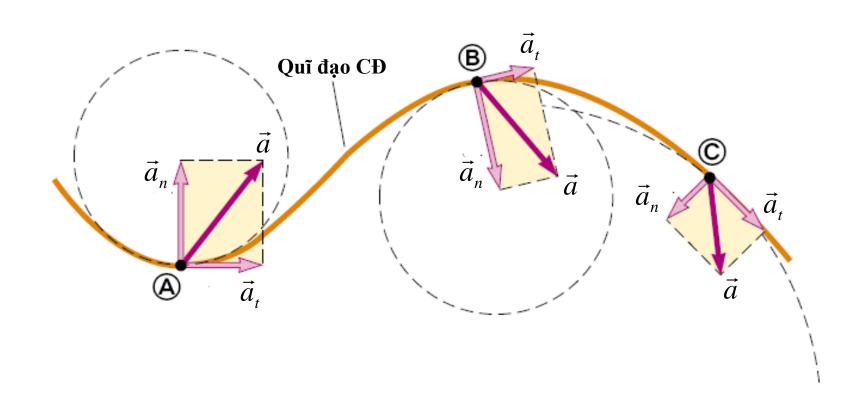
- Dặc điểm vector gia tốc pháp tuyến:
- ♦ Phương: trùng phương pháp tuyến quĩ đạo
- ♦ Chiều: hướng về phía lõm của quĩ đạo

$$\Rightarrow$$
 Độ lớn vector gia tốc: $a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$

- Tuu ý:
- Chuyển động thẳng: \vec{v} không đổi phương $\Rightarrow \vec{a}_n = 0$ và $\vec{a} = \vec{a}_t$;
- \blacklozenge Chuyển động thẳng đều: $\vec{v} = const$ (phương, chiều, độ lớn) $\Rightarrow \vec{a} = 0$;
- \blacklozenge Chuyển động tròn đều: \vec{v} không đổi độ lớn $\Rightarrow \vec{a}_t = 0$ và $\vec{a} = \vec{a}_n$.



Phương, chiều vector gia tốc dọc theo quỹ đạo CĐ bất kỳ



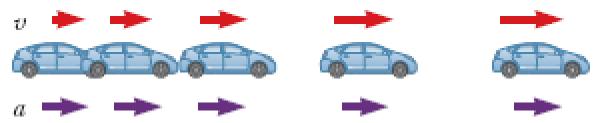
Phương, chiều vector vận tốc và gia tốc trong CĐ thẳng

Vector vận tốc: luôn cùng phương chiều chuyển động (với mọi dạng quỹ đạo thẳng hay cong).



Phương, chiều CĐ

- Vector gia tốc $(\vec{a}_n = 0 \text{ và } \vec{a} = \vec{a}_t)$:
- ♦ Cùng chiều vector vận tốc khi tốc độ tăng theo thời gian.



Ngược chiều vector vận tốc khi tốc độ giảm theo thời gian.



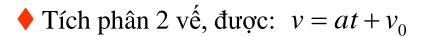
Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động thẳng thay đổi đều

$$coi: \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = const$$

• CĐ thẳng:
$$a_n = 0$$

$$\Rightarrow a = a_t = \frac{dv}{dt}$$



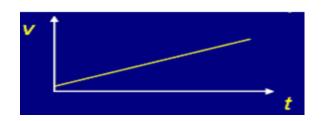
Lại có:
$$v = \frac{dx}{dt} \implies at + v_0 = \frac{dx}{dt}$$

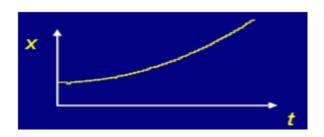
♦ Tích phân 2 vế, được phương trình CĐ 1 2

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

varphi varphi



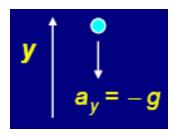


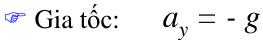


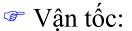
Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động rơi tự do

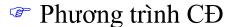








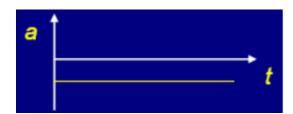
$$v_{y} = v_{0y} - gt$$

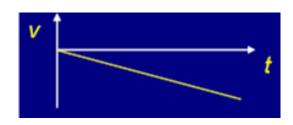


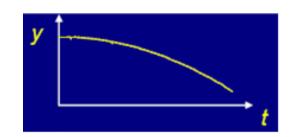
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

♣ Độ cao:

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$



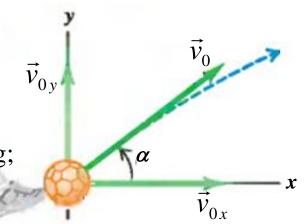




Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động ném xiên

- Đặc điểm:
- \blacklozenge Có vận tốc ban đầu, \vec{v}_0 ;
- ϕ \vec{v}_0 nghiêng 1 góc α so với phương nằm ngang;
- ♦ Quĩ đạo CĐ chịu tác động của gia tốc trọng trường, g.
- ♦ CĐ trong hệ tọa độ 2 chiều;
- 1 thành phần CĐ theo phương nằm ngang với v = const;
- 1 thành phần CĐ theo phương thẳng đứng với a = const.



Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động ném xiên

- Tại thời điểm ban đầu $(t = 0, x_0 = 0) \Rightarrow$ có phương trình CĐ:
 - $\bigstar x = x_0 + v_{ox}t = v_{ox}t = (v_0 cos \alpha)t$
 - $\mathbf{y} = y_o + v_{0y}t (1/2)gt^2 = v_{0y}t (1/2)gt^2 = (v_0 \sin \alpha)t (1/2)gt^2$
- Phương trình quĩ đạo của CĐ: $y = (tg\alpha)x \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\alpha}x^2$
 - Quỹ đạo có dạng Parabol.
- Vận tốc của vật tại thời điểm t:

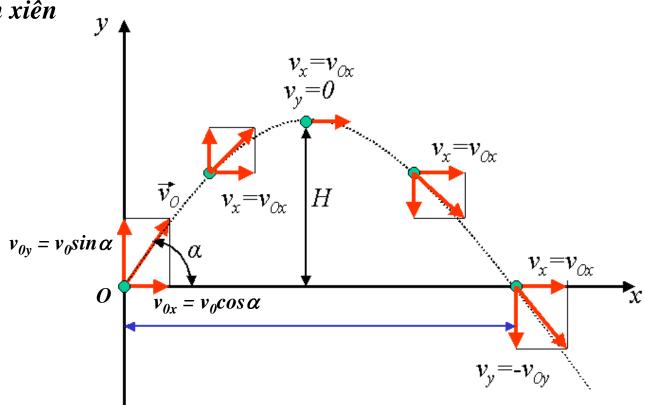
$$v^{2} = v_{x}^{2} + v_{y}^{2} = \left[\left(v_{0} \cos \alpha \right) t \right]^{2} + \left[v_{0} \sin \alpha - g t \right]^{2} = v_{0}^{2} - 2g \left[\left(v_{0} \sin \alpha \right) t - \frac{1}{2} g t^{2} \right] =$$

$$= v_{0}^{2} - 2g y$$

Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động ném xiên

Quĩ đạo CĐ



- Thành phần theo phương x: $a_x = 0$; $v_x = v_{0x}$; $x = x_0 + v_{0x}t$
- Thành phần theo phương y: $a_y = -g$; $v_y = v_{0y} gt$; $y = y_0 + v_{0y}t (1/2)gt^2$

Chuyển động với gia tốc không đổi

Chuyển động ném xiên

Tại H (vị trí cao nhất), vector vận tốc nằm ngang:

$$v_y = 0$$
 và $v = v_x = v_0 \cos \alpha$

$$\Rightarrow v_0^2 \cos^2 \alpha = v_0^2 - 2gy_t$$

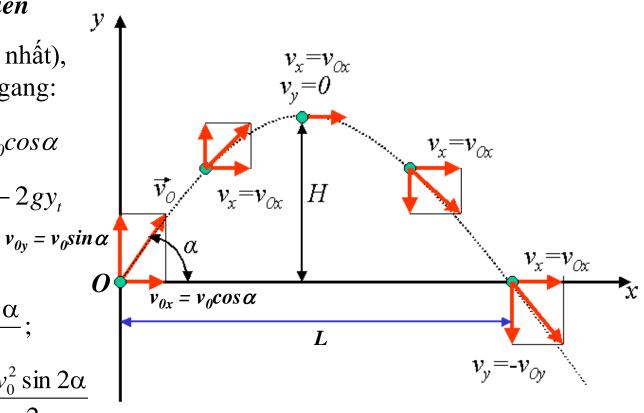
♦ Tọa độ tại đỉnh:

$$y_{\text{max}} = y_H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g};$$

$$x_H = (v_0 \cos \alpha) \cdot t_H = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

• Thời gian đạt độ cao đỉnh: $t_H = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

Tầm xa của CĐ:
$$L = 2x_H = 2\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{\sigma}$$



Chuyển động với gia tốc không đổi $y \uparrow \uparrow$ Từ (*) \Rightarrow thời gian tạ bay

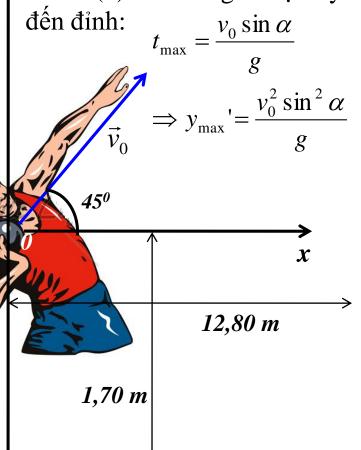
Chuyển động ném xiên

- Xác định:
- \bullet $v_0 = ?$
- $\downarrow t_D = ? y_{\text{max}} \text{ (so với đất)} = ?$
- Ph.tr CĐ của tạ theo phương:
- Nằm ngang: $x = x_0 + (v_0 \cos \alpha)t = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t$
- ♦ Thẳng đứng:

$$y = y_0 + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t - 4,90.t$$

ightharpoonup Tạ rơi xuống đát tại y = -1,70m và x_{max} = $12,80 \text{ m} \Rightarrow \text{Từ ph/tr quỹ đạo, có}$:

Từ (*) có:
$$12,80 = \frac{v_0}{\sqrt{2}} t_D \Rightarrow t_D \approx 1,7 \text{ s}$$

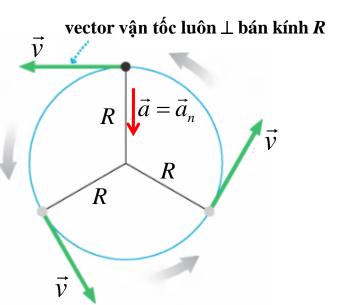


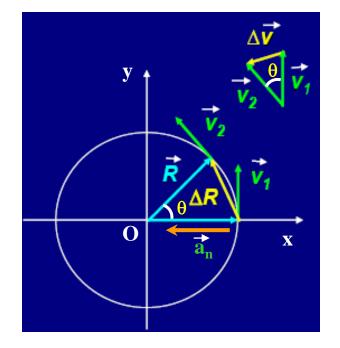
♦ Độ cao max so với mặt đất: $y_{\text{max}} = y_{\text{max}}' + 1,70$

Chuyển động tròn đều

- Pặc điểm:
- ♦ Mọi điểm trên quỹ đạo CĐ nằm trên đường tròn bán kính *R*;
- igoplus Tại \forall điểm trên quỹ đạo, luôn có: $\vec{v} \perp \vec{R}$;
- \bullet Độ lớn của vector vận tốc, v = const;
- Gia tốc tiếp tuyến, $a_t = 0$;
- \blacklozenge Phương của vector gia tốc pháp tuyến a_n luôn hướng vào tâm của quĩ đạo tròn;
- Khi khảo sát CĐ có thể xét hệ tọa độ:
- igoplus Decartes, $Oxy \Rightarrow v$ ân tốc, gia tốc thẳng;
- \blacklozenge Cực, R và $\theta \Rightarrow$ vận tốc, gia tốc góc.
- ♦ Độ lớn gia tốc thẳng:

$$c\acute{o}: \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{v\Delta t}{R} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \text{ hay } a = a_n = \frac{v^2}{R}$$



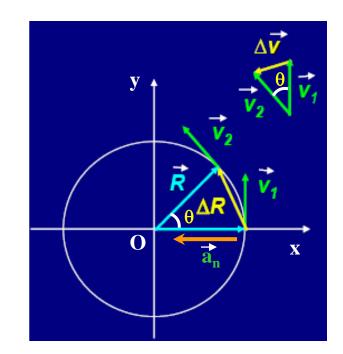


Chuyển động tròn đều

- Theo hệ tọa độ cực $\Rightarrow \theta$ là vị trí góc:
- Vận tốc góc: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \implies \theta = \omega . t$
- Gia tốc góc: $\beta = \frac{d\omega}{dt}$
- Chu kỳ (thời gian 1 vòng quay): $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- ♦ Tần số (số chu kỳ trong 1 đơn vị thời gian):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

- Mối quan hệ giữa vận tốc, gia tốc thẳng và góc:
- Vì $\Delta s \approx \Delta R \approx R$. $\Delta \theta \Rightarrow \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow v = R \omega \text{ hay } \vec{v} = \vec{R} \times \vec{\omega}$





Những nội dung cần lưu ý

- 1. Khai niệm hệ quy chiếu và vector bán kính vị trí.
- 2. Gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến: Biểu thức, đặc điểm và ý nghĩa.
- 3. Chuyển động ném xiên: Đặc điểm, phương trình chuyển động theo các phương, phương trình quỹ đạo và các thông số đặc trưng.