

KỸ THUẬT ĐIỆN TỬ SỐ

Giảng viên: ThS. Phan Thanh Toàn

BÀI 2

ĐẠI SỐ LOGIC

Giảng viên: ThS. Phan Thanh Toàn

MỤC TIÊU BÀI HỌC

- Phân biệt được biến logic và hàm logic.
- Liệt kê được các phương pháp biểu diễn hàm logic.
- Mô tả được các hệ thức cơ bản và các hệ quả của đại số logic.
- Mô tả và phân biệt các phương pháp tối thiểu hàm logic.



CẤU TRÚC NỘI DUNG



1. Đại số logic

2. Tối thiểu hóa hàm logic

1. ĐẠI SỐ LOGIC

1.1. Biến logic
và hàm logic

1.2. Các hàm logic
cơ bản

1.3. Các phương
pháp biểu diễn
hàm logic

1.4. Các hệ thức
cơ bản và hệ quả
trong đại số logic

1.5. Hệ hàm
đầy đủ

1.1. BIẾN LOGIC VÀ HÀM LOGIC

- Biến logic: Xét một tập hợp $B = \{0,1\}$. X_i được gọi là một biến logic nếu $X_i \in B$, tức là X_i chỉ nhận một trong 2 giá trị 0 hoặc 1.

Biến logic thường sử dụng để mã hóa cho các trạng thái đúng và sai, trong kỹ thuật biến logic được sử dụng để mã hóa các trạng thái như sau:

Điện thế:

$X_i = 0$ tương ứng với $U = 0V$

$X_i = 1$ tương ứng với $U = 1V$

Trong cách mã hóa này mức logic "1" có điện thế cao hơn mức logic "0" \rightarrow Mức logic dương.

$X_i = 0$ tương ứng với $U = 1V$

$X_i = 1$ tương ứng với $U = 0V$

\rightarrow Mức logic âm

- Hàm logic: Hàm f được gọi là hàm logic nếu như f là hàm của một tập các biến logic và bản thân f cũng chỉ nhận 2 giá trị 0 hoặc 1.

$$f = f(X_n, X_{n-1}, \dots, X_1) \in B$$

Với $X_n, X_{n-1}, \dots, X_1 \in B, i=1,2,\dots,n$

1.1. BIẾN LOGIC VÀ HÀM LOGIC (tiếp theo)

Một tập hợp n biến logic có thể biểu diễn 2^n tổ hợp giá trị khác nhau.

Thứ tự	X_n	X_{n-1}	X_{n-2}	X_2	X_1
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	1	1
.....						
n	1	1	1	1	1	1

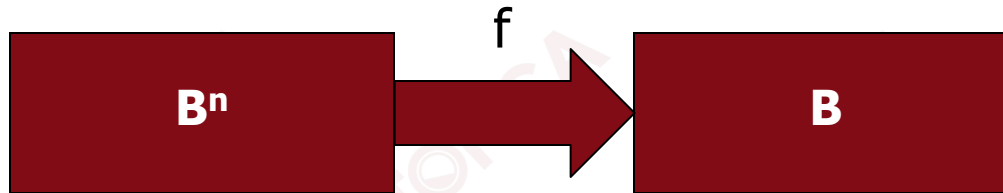
Ví dụ: Xét hàm logic 2 biến X_1 , X_2 sẽ có 4 giá trị của hàm logic như sau:

Thứ tự	X_2	X_1
1	0	0
2	0	1
3	1	0
4	1	1

Quay trở lại tình huống của bài nếu ta biểu diễn 2 trạng thái của khóa K1 và K2: trên bảng này thì ta sẽ có 4 trạng thái của khóa K1, K2.

1.1. BIẾN LOGIC VÀ HÀM LOGIC (tiếp theo)

Hàm logic là một ánh xạ từ không gian B^n vào không gian B .



$f = f(X_n, X_{n-1}, \dots, X_2, X_1)$ với:

$f \in B = \{0, 1\}$

$X_n, X_{n-1}, \dots, X_2, X_1 \in B^n$

1.2. CÁC HÀM LOGIC CƠ BẢN

Với n biến logic có 2^n tổ hợp biến khác nhau \rightarrow với n biến có 2^{2^n} hàm khác nhau.

Sau đây ta chỉ xét một số hàm logic cơ bản:

- Hàm một biến;
- Hàm hai biến.

1.2.1. HÀM MỘT BIẾN

Hàm một biến có dạng:

$$f = f(X_1)$$

Bảng giá trị của các hàm 1 biến:

X_1	f_0	f_1	f_2	f_3
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

- Hàm f_0 gọi là hàm hằng, vì $f_0 = 0$ với mọi giá trị của biến đầu vào.
- Hàm f_3 gọi là hàm hằng vì $f_3 = 1$ với mọi giá trị của biến đầu vào.
- Hàm f_1 hàm lặp lại giá trị của X_1 .
- Hàm f_2 hàm đảo của X_1 .

1.2.2. HÀM HAI BIẾN

Hàm hai biến dạng:

$$f = f(X_1, X_2)$$

Bảng giá trị của các hàm 2 biến như sau:

X_1	X_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1

X_1	X_2	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1

1.2.2. HÀM HAI BIẾN (tiếp theo)

- Các hàm đối xứng với nhau qua trục giữa f_7 và f_8 .

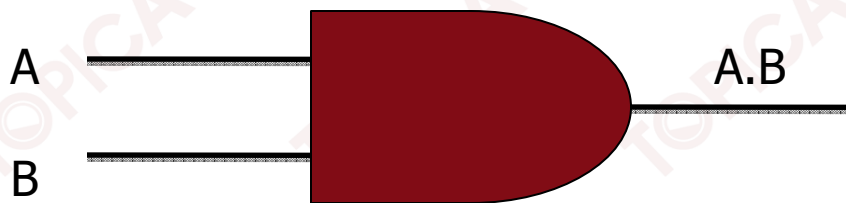
Ví dụ: $f_0 = f_{15}$, $f_6 = f_9$

- Một số hàm đặc biệt:

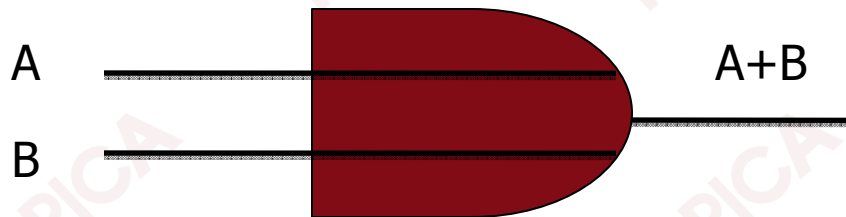
➤ Hàm f_0 : là hàm hằng 0.

➤ Hàm f_{15} : là hàm hằng 1.

➤ Hàm $f_1 = X_1 X_2$ bằng 1 khi và chỉ khi $X_1 = X_2 = 1$ được gọi là hàm “và” (AND).
Mạch thực hiện hàm này được kí hiệu như sau:



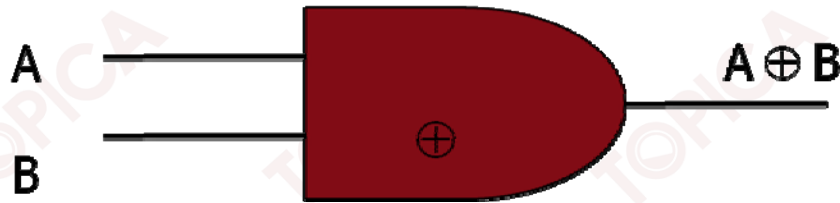
➤ Hàm $f_7 = X_1 X_2$ bằng 0 khi và chỉ khi $X_1 = X_2 = 0$, hàm bằng 1 khi ít nhất 1 trong các biến của hàm bằng 1 được gọi là hàm “hoặc” (OR). Mạch thực hiện hàm này được kí hiệu như sau:



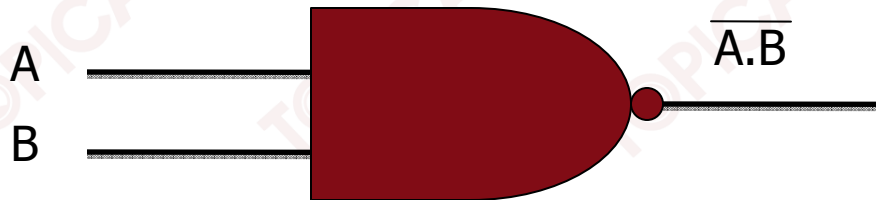
1.2.2. HÀM HAI BIẾN (tiếp theo)

- Hàm $f_6 = X_1 \oplus X_2$; $f_6 = 1$ khi và chỉ khi $X_1 \neq X_2$

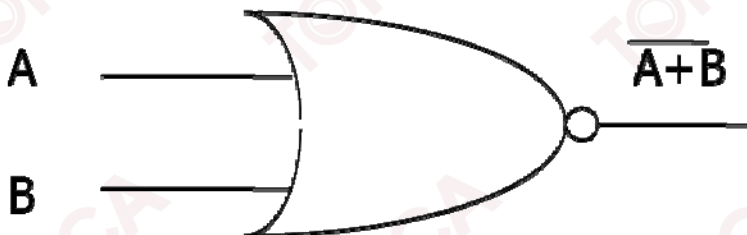
Đây gọi là hàm cộng module 2 hoặc hàm cộng với sự loại trừ (XOR).



- Hàm $f_{14} = \overline{f_1}$ gọi là hàm “Và-phủ định” (NAND)



- Hàm $f_8 = \overline{f_7}$ gọi là hàm “Hoặc – phủ định” (NOR), sơ đồ mạch như sau:



- Hàm $f_9 = \overline{f_6}$ gọi là hàm tương đương, kí hiệu $f_9 = X_1 \sim X_2$

1.2.2. HÀM HAI BIẾN (tiếp theo)

Mở rộng cho trường hợp n biến ta có:

- Hàm AND: $f = X_n X_{n-1} \dots X_2 X_1 = 1$ khi và chỉ khi $X_n = X_{n-1} = \dots = X_2 = X_1 = 1$.
- Hàm OR: $f = X_n X_{n-1} \dots X_2 X_1 = 0$ khi và chỉ khi $X_n = X_{n-1} = \dots = X_2 = X_1 = 0$.
- Ví dụ hàm AND, 3 biến:

$f = X_3 X_2 X_1$ có bảng giá trị như sau:

X_3	X_2	X_1	$f = X_3.X_2.X_1$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC

Bảng giá trị của hàm

Hàm logic có thể được biểu diễn bởi một bảng giá trị của hàm đó. Bảng này gồm $n+1$ cột (trong đó n cột là giá trị của các biến và 1 cột là giá trị của hàm f). Bảng có 2^n hàng tương ứng với 2^n tổ hợp khác nhau của các biến (bảng này được gọi là bảng chân lý).

Ví dụ hàm 3 biến như bảng sau:

Giá trị thập phân của tổ hợp biến	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	X
3	0	1	1	X
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	X
7	1	1	1	1

Nhược điểm: Cồng kềnh khi số biến nhiều.

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Biểu diễn bằng biểu thức đại số

- Định lý: Mọi hàm logic n biến bất kỳ luôn có thể biểu diễn dưới dạng chuẩn tắc tuyến (CTT) đầy đủ hoặc chuẩn tắc hội đầy đủ (CTH):
 - Dạng CTT đầy đủ: là tuyến của nhiều thành phần, mỗi thành phần là hội (tích) gồm đầy đủ n biến.
 - Dạng CTH đầy đủ: là hội của nhiều thành phần, mỗi thành phần là tuyến (tổng) gồm đầy đủ n biến.
- Cách viết hàm số dưới dạng CTT đầy đủ:
 - Chỉ quan tâm đến các tổ hợp biến mà hàm có giá trị bằng 1. Số lần hàm bằng 1 chính là số tích của biểu thức.
 - Trong mỗi tích các biến có giá trị bằng 1 được giữ nguyên, còn các biến có giá trị bằng 0 lấy phủ định, nghĩa là nếu $X_i = 1$ thì trong tích sẽ được viết là X_i nếu $X_i = 0$ thì trong tích được viết là $\overline{X_i}$
 - Hàm f bằng tổng các tích đó.

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Cách viết hàm số dưới dạng CTH đầy đủ:

- Chỉ quan tâm đến các tổ hợp biến mà hàm có giá trị bằng 0. Số lần hàm bằng 0 chính là số tổng của biểu thức.
- Trong mỗi tổng các biến có giá trị bằng 0 được giữ nguyên, còn các biến có giá trị bằng 1 lấy phủ định, nghĩa là nếu $X_i = 0$ thì trong tổng sẽ được viết là X_i nếu $X_i = 1$ thì trong tổng được viết là \bar{X}_i
- Hàm f bằng tích các tích đó.

Ví dụ: Xét hàm logic f cho bởi bảng chân lý sau:

Giá trị thập phân của tổ hợp biến	X_3	X_2	X_1	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	X
3	0	1	1	X
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	X
7	1	1	1	1

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Dạng CTT: Hàm $f = 1$ tại các tổ hợp biến tương ứng với giá trị thập phân là: 0, 5, 7 và ta có bảng chân lý rút gọn như sau:

Giá trị thập phân của tổ hợp biến	$X_3 X_2 X_1$	f	Tích thành phần
0	000	1	$\overline{X_3} \overline{X_2} \overline{X_1}$
5	101	1	$X_3 \overline{X_2} X_1$
7	111	1	$X_3 X_2 X_1$

Như vậy: $f = \overline{X_3} \overline{X_2} \overline{X_1} + X_3 \overline{X_2} X_1 + X_3 X_2 X_1$

Dạng CTH: Hàm $f = 0$ tại các tổ hợp biến tương ứng với giá trị thập phân là: 1, 4 và ta có bảng chân lý rút gọn như sau:

Giá trị thập phân của tổ hợp biến	$X_3 X_2 X_1$	f	Tích thành phần
1	001	0	$X_3 + X_2 + \overline{X_1}$
4	100	0	$\overline{X_3} + X_2 + X_1$

Như vậy:

$$f = (X_3 + X_2 + \overline{X_1})(\overline{X_3} + X_2 + X_1)$$

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Để cho giá trị của một hàm logic ta thường sử dụng kí hiệu sau:

- Dạng CTT:

$$f = \sum 0, 5, 7 \text{ Với } N = 2, 3, 6$$

Trong đó: 0, 5, 7 là giá trị thập phân của các tổ hợp biến mà tại đó hàm $f=1$. Còn 2, 3, 6 là các giá trị thập phân của các tổ hợp biến mà giá trị hàm f không xác định.

- Dạng CTH:

$$f = \prod 1, 4 \text{ Với } N = 2, 3, 6$$

Trong đó: 1, 4 là giá trị thập phân của các tổ hợp biến mà tại đó hàm $f=0$. Còn 2, 3, 6 là các giá trị thập phân của các tổ hợp biến mà giá trị hàm f không xác định.

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Biểu diễn bằng bảng Karnaugh

Nguyên tắc xây dựng bảng:

- Để biểu diễn hàm logic n biến cần xây dựng một bảng gồm 2^n ô, mỗi ô tương ứng với một tổ hợp biến.
- Các ô cạnh nhau hoặc đối xứng nhau chỉ khác nhau 1 biến. Các cột và hàng của bảng được ghi các tổ hợp giá trị biến sao cho những cột và hàng cạnh nhau hoặc đối xứng nhau chỉ khác nhau 1 biến.
- Trong các ô ghi giá trị của hàm ứng với giá trị của tổ hợp biến tại ô đó.
- Với dạng CTT các ô tương ứng với $f=0$ được để trống, với dạng CTH các ô tương ứng với $f=1$ được để trống. Các ô mà hàm không xác định được đánh dấu X.

Bảng Karnaugh cho hàm 2 biến

		x_2	
		0	1
x_1	0	0 $\overline{x_1} \overline{x_2}$	1 $\overline{x_1} x_2$
	1	2 $x_1 \overline{x_2}$	3 $x_1 x_2$

		x_2	
		0	1
x_1	0		1
	1	2 1	3

Các tổ hợp biến được biểu diễn trong bảng

$f = \sum 1,2$

1.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM LOGIC (tiếp theo)

Ví dụ: Xét bảng Karnaugh cho hàm 3 biến $X_3 X_2 X_1$

		$X_2 X_3$			
		00	01	11	10
X_1	0	0 $\bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3$	1 $\bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3$	3 $\bar{X}_1 X_2 X_3$	2 $\bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3$
	1	4 $X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3$	5 $X_1 \bar{X}_2 X_3$	7 $X_1 X_2 X_3$	6 $X_1 X_2 \bar{X}_3$

Các tổ hợp biến được biểu diễn trong bảng

		$X_2 X_3$			
		00	01	11	10
X_1	0	0	1	3	2 X
	1	4 X	5	7	6

Hàm: $f = \sum 1, 3, 7$ với $N=2,4$

Từ bảng Karnaugh trên ta có thể triển khai dạng CTT của hàm f như sau:

$$f = X_3 \bar{X}_2 \bar{X}_1 + X_3 X_2 \bar{X}_1 + X_3 X_2 X_1$$

1.4. CÁC HỆ THỨC CƠ BẢN VÀ HỆ QUẢ TRONG ĐẠI SỐ LOGIC

$A + 0 = A$	$A.1 = A$
$A + 1 = 1$	$A.0 = 0$
$A + A = A$	$A.A = A$
$A + \overline{A} = 1$	$A. \overline{A} = 0$
$A + B = B + A$	$A.B = B.A$
$A + A.B = A$	$A.(A + B) = A$
$AB + \overline{A}\overline{B} = A$	$(A + B)(A + \overline{B}) = A$
$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$	$A.B.C = A.(B.C) = (A.B).C$
$A + B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$	$\overline{A}. \overline{B} = \overline{A + B}$

1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ

Định nghĩa: xét tập hợp $F = \{f_i(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)\}$.

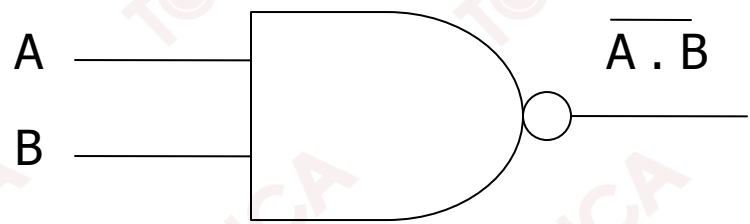
Trong đó: $f_i(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ là một hàm logic n biến số.

Tập F được gọi là hệ hàm đầy đủ nếu một hàm logic bất kỳ đều biểu diễn được bằng một số hữu hạn các hàm logic $f_i(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ của F.

Hàm NAND và Hàm NOR

Hàm NAND:

Hàm NAND 2 biến được biểu diễn bởi hàm $f = \overline{A \cdot B}$



Kí hiệu hàm NAND

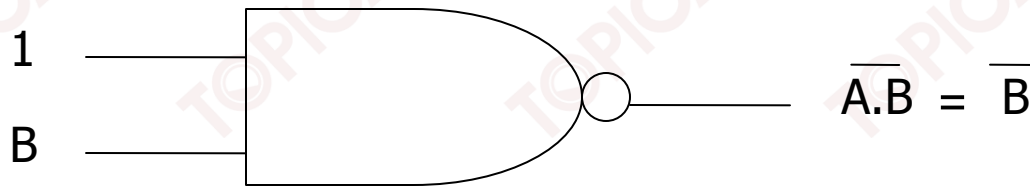
A	B	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Bảng chân lý hàm NAND

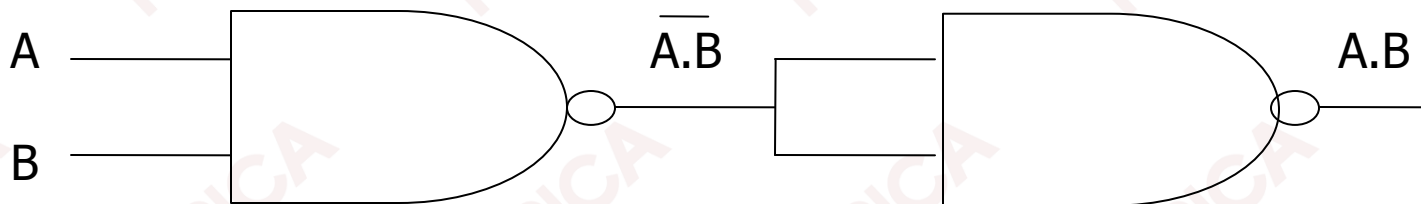
1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ (tiếp theo)

Tạo hàm NOT từ mạch NAND

Mạch NAND có thể được sử dụng như một cổng NOT nếu nối n-1 chân vào của cổng NAND với mức logic 1, đầu vào còn lại chọn làm đầu vào của cổng NOT.



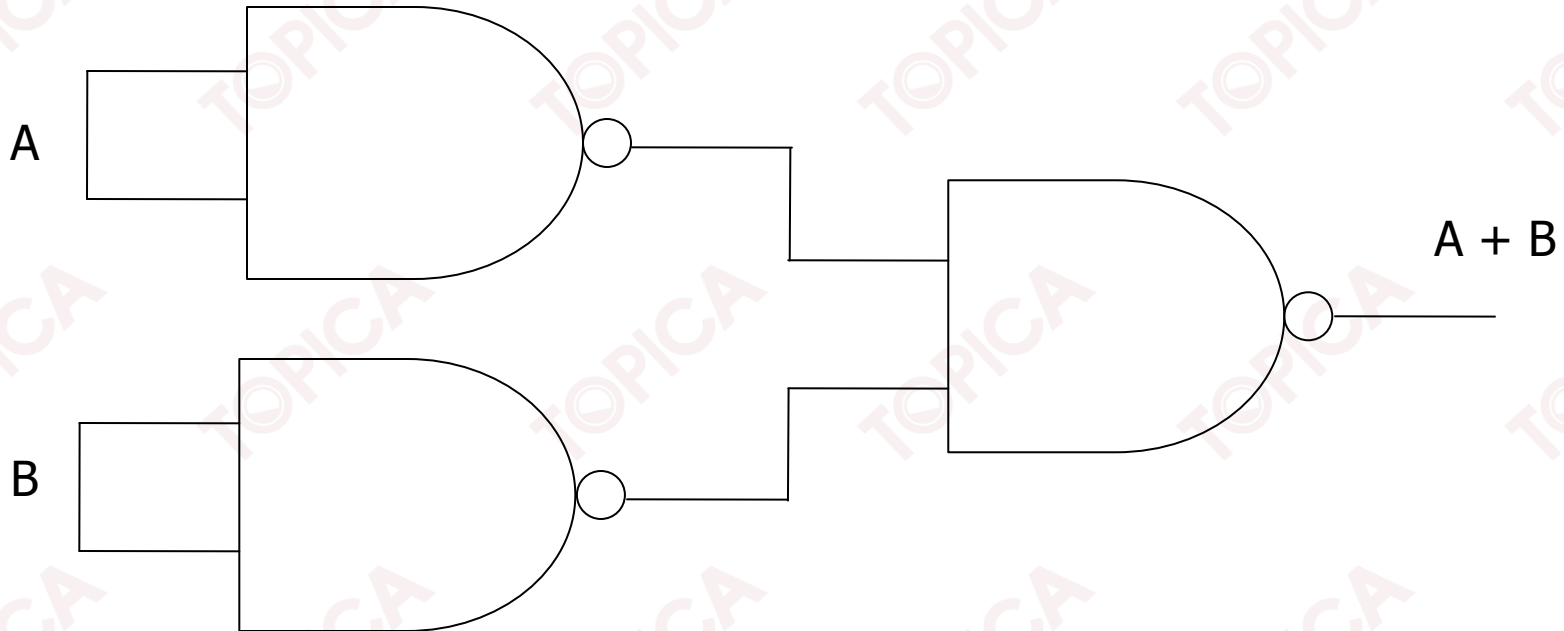
Tạo mạch AND: Hàm NAND là dạng đảo của hàm AND do vậy có thể xây dựng hàm AND từ hàm NAND qua sơ đồ sau:



1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ (tiếp theo)

Tạo hàm OR từ mạch NAND

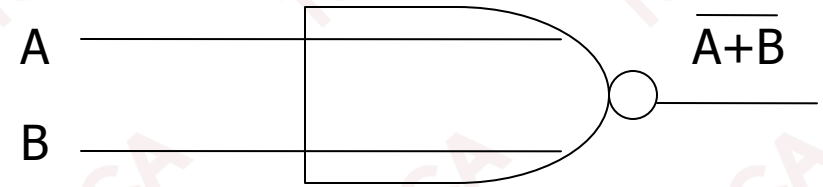
Hàm OR có thể được xây dựng là mạch NAND theo sơ đồ sau:



1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ (tiếp theo)

Hàm NOR

- Hàm NOR có dạng $f = \overline{A+B}$



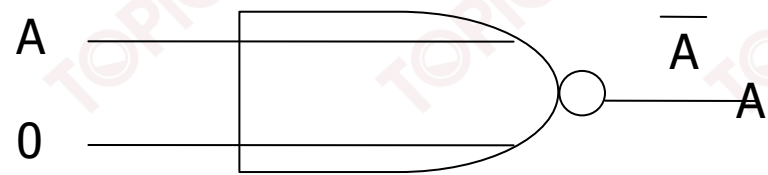
Kí hiệu hàm NOR

- Bảng chân lý của hàm NOR như sau:

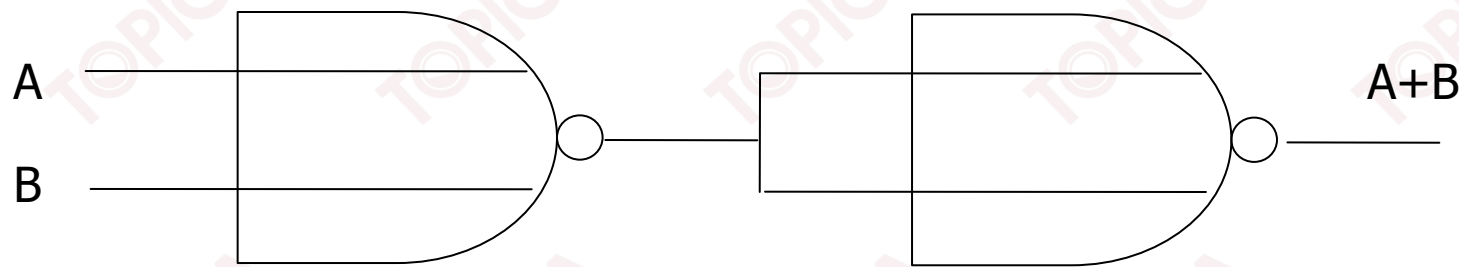
A	B	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Hàm NOR cũng có thể được sử dụng để tạo các hàm AND, OR, NOT

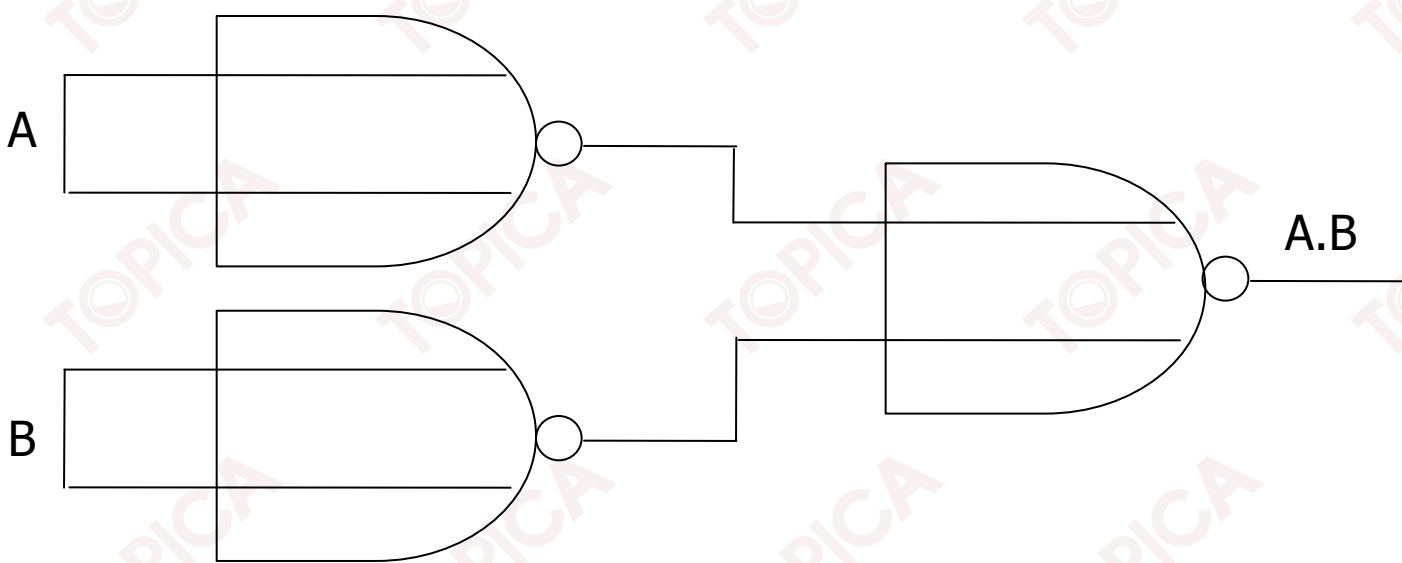
1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ (tiếp theo)



Sơ đồ dùng hàm NOR để tạo mạch NOT



Sơ đồ dùng hàm NOR để tạo mạch OR

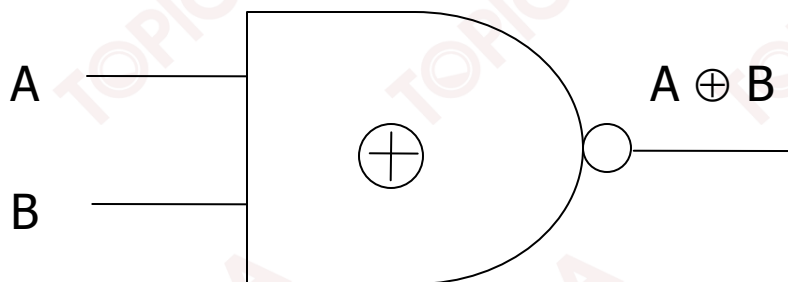


Sơ đồ dùng hàm NOR để tạo mạch AND

1.5. HỆ HÀM ĐẦY ĐỦ (tiếp theo)

Hàm XOR

Định nghĩa: Hàm XOR là hàm logic có dạng: $f = \overline{A}B + A\overline{B}$



Kí hiệu mạch XOR

A	B	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Bảng chân lý mạch XOR

2. TỐI THIỂU HÓA HÀM LOGIC

2.1. Khái niệm
về tối thiểu hóa

2.2. Các phương
pháp tối thiểu hóa
hàm logic

2.3. Tối thiểu
hóa bằng
phương pháp
Quine-
Mc.Cluskey

2.4. Tối thiểu hóa
dùng bảng
Karnaugh

2.5. Tối thiểu
hóa hàm ở dạng
chuẩn tắc hội

2.1. KHÁI NIỆM VỀ TỐI THIỂU HÓA

Tối thiểu hóa hàm logic là một trong những công việc cơ bản của quá trình thiết kế các mạch logic.

Ví dụ: Xét hàm logic 3 biến cho bởi bảng chân lý sau:

Dạng CTT của hàm:

$$f = \overline{x}_3x_2\overline{x}_1 + x_3x_2\overline{x}_1 + x_3x_2x_1$$

Dạng CTH của hàm:

$$f = (x_3 + x_2 + x_1)(x_3 + x_2 + \overline{x}_1)(\overline{x}_3 + x_2 + x_1)(\overline{x}_3 + x_2 + \overline{x}_1)$$

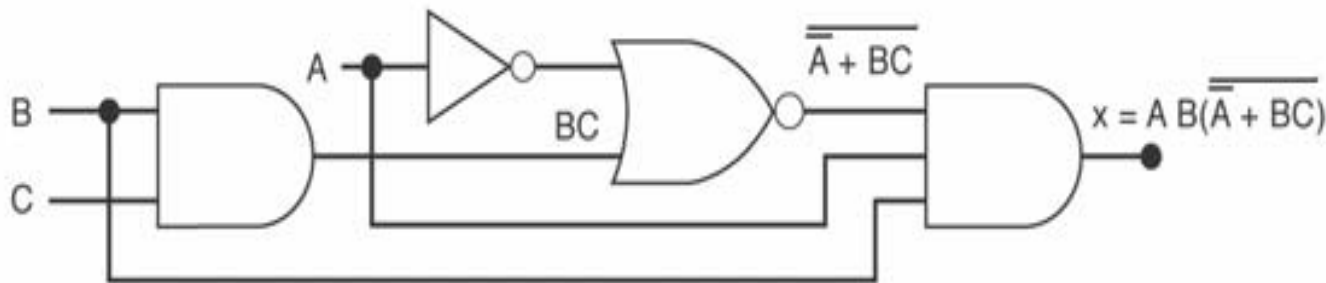
Tuy nhiên nếu nhìn vào bảng chân lý và các tổ hợp biến không xác định có thể thấy dạng của hàm f là:

$f = x_2 \rightarrow$ Dạng hàm này \Rightarrow On giản hOn rất nhiều dạng CTT và CTH ở trên.

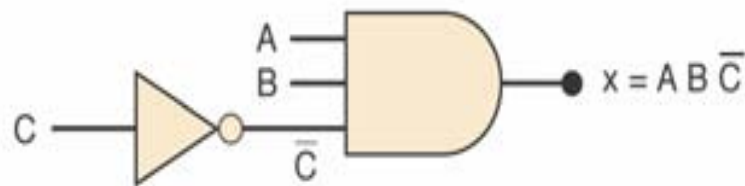
x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

2.2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TỐI THIỂU HÓA HÀM LOGIC

- Làm cho biểu thức logic đơn giản nhất và do vậy mạch logic sử dụng ít cổng logic nhất.
- Hai mạch sau là tương đương.



(a)



(b)

2.2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TỐI THIỂU HÓA HÀM LOGIC (tiếp theo)

Phương pháp tối thiểu hóa bằng biến đổi đại số

- Sử dụng các định lý, hệ quả cơ bản của đại số logic làm tối thiểu hóa hàm logic.
- Một số biểu thức logic cơ bản:

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A + A = A$$

$$A.A = 0$$

$$A.A = A$$

Ví dụ:

$$\begin{aligned} f &= \bar{A}X + AX + A\bar{X} = (\bar{A}X + AX) + (AX + A\bar{X}) \\ &= X(\bar{A} + A) + A(X + \bar{X}) \\ &= X + A \end{aligned}$$

2.3. TỐI THIỂU HÓA BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUINE-MC.CCLUSKEY

Một số khái niệm

- Đỉnh là một tích gồm đầy đủ các biến của hàm ban đầu.
- Đỉnh 1 là đỉnh tại đó hàm có giá trị bằng 1.
- Đỉnh 0 là đỉnh tại đó hàm có giá trị bằng 0.
- Đỉnh không xác định là đỉnh tại đó hàm không xác định.

Thông thường khi cho hàm dưới dạng CTT ta thường cho tập đỉnh tại đó hàm bằng 1 (L) và tập các đỉnh không xác định (N).

Ví dụ: Tối thiểu hóa hàm $f=(X_3 X_2 X_1)$

Với: $L = 2,3,7$

$N = 1,6$

Các đỉnh này được gọi tên theo tích tương ứng, theo mã nhị phân hoặc theo số thập phân tương ứng với chúng.

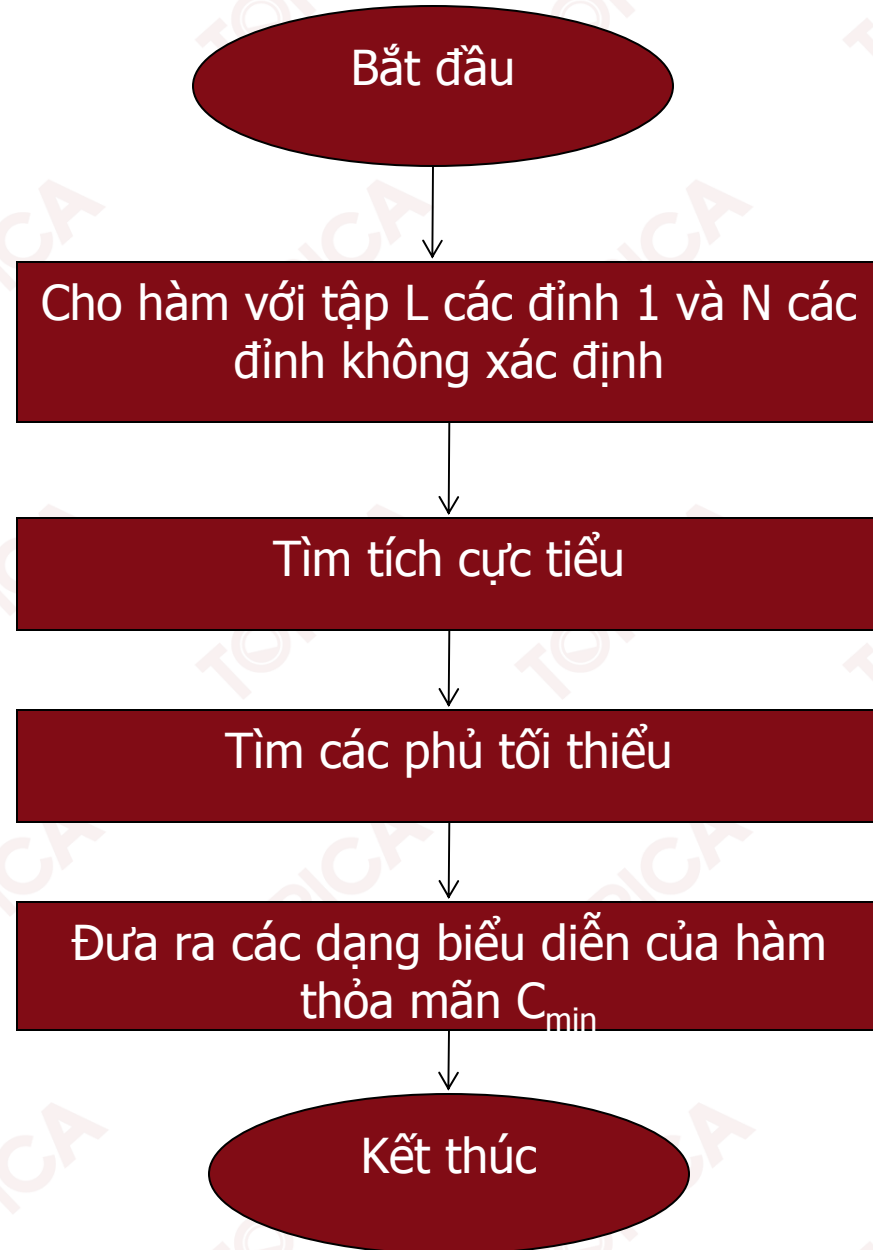
2.3. TỐI THIỂU HÓA BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUINE-MC.CCLUSKEY (tiếp theo)

Số thập phân	1(X)	2	3	6(X)	7
Mã nhị phân	001	010	011	110	111
Tích	$\overline{X}_3 \overline{X}_2 X_1$	$\overline{X}_3 X_2 \overline{X}_1$	$\overline{X}_3 X_2 X_1$	$X_3 X_2 \overline{X}_1$	$X_3 X_2 X_1$

- Tích cực tiểu: Là một tích mà tại đó hàm bằng 1 hoặc không xác định với thành phần các biến không bỏ bớt đi được nữa.
Tích cực tiểu là biểu diễn của 1 nhóm 2^k đỉnh (gồm các đỉnh 1 và đỉnh không xác định).
Ý nghĩa: Tích cực tiểu là tích có số biến ít nhất phủ 2^k đỉnh 1 hoặc X của hàm số.
- Tích quan trọng: Tích quan trọng là một tích cực tiểu và phủ ít nhất 1 đỉnh đánh dấu.
Ý nghĩa: Tối thiểu hóa hàm f nghĩa là tìm phủ tối thiểu của hàm f – phủ hết các đỉnh 1 của hàm số.

2.3. TỐI THIỂU HÓA BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUINE-MC.CLUSKEY (tiếp theo)

Phương pháp Quine-Mc. Cluskey



2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH

Tối thiểu hóa bảng Karnaugh cho hàm dạng CTT

Phương pháp này được tiến hành theo các bước sau:

- Bước 1. Biểu diễn hàm dưới dạng bảng Karnaugh;
- Bước 2. Xác định các tích cực tiểu của hàm;

Tích cực tiểu được tìm bằng cách dán 2^k ô đánh dấu 1 hoặc X với k tối đa. Các ô này kề nhau hoặc đối xứng nhau trên bảng Karnaugh.

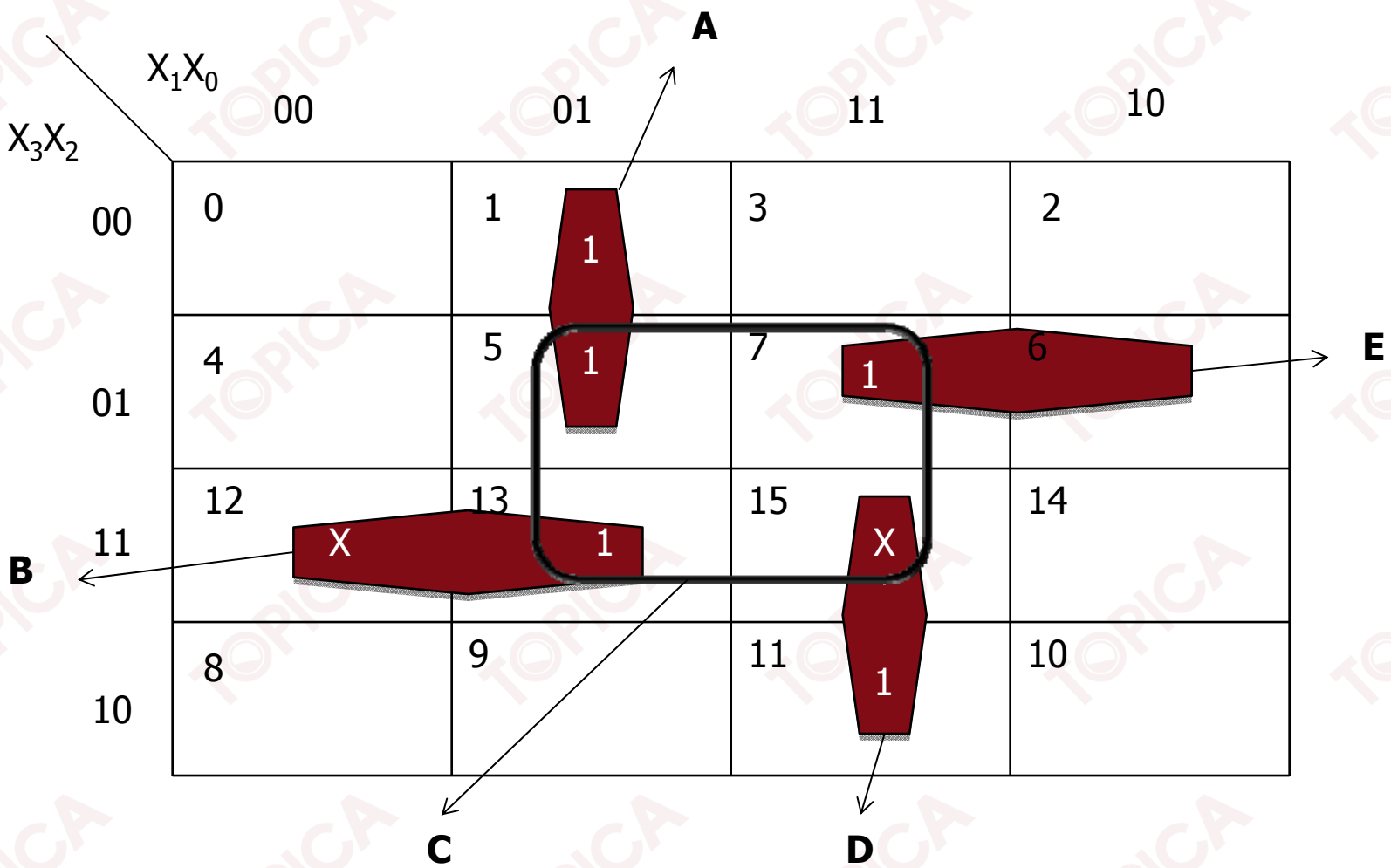
- Bước 3. Tìm phủ tối thiểu.

Chọn 1 số ít nhất các nhóm tích cực tiểu sao cho phủ được hết các đỉnh 1 của hàm.

2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH (tiếp theo)

Ví dụ: Hãy tối thiểu hóa hàm $f(X_3 X_2 X_1 X_0) = \sum 1,5,6,7,11,13$; $N=12,15$

Bảng Karnaugh như sau:



2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH (tiếp theo)

Dựa vào bảng Karnaugh trên ta có hàm f gồm các thành phần sau:

$$A = \overline{X_3} \overline{X_1} X_0$$

$$B = X_3 \overline{X_2} X_1$$

$$C = X_2 X_0$$

$$D = X_3 X_1 X_0$$

$$E = \overline{X_3} X_2 X_1$$

Nhóm tối thiểu các tích cực tiểu phủ hết đỉnh 1 của hàm là: A, C, D, E do vậy hàm tối thiểu là:

$$f = \overline{X_3} \overline{X_1} X_0 + X_3 \overline{X_2} X_1 + X_2 X_0 + X_3 X_1 X_0 + \overline{X_3} X_2 X_1$$

2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH (tiếp theo)

Tối thiểu hóa bảng Karnaugh cho hàm dạng CTH

Tối thiểu hóa hàm dạng CTH tương tự như tối thiểu hóa hàm CTT, chỉ khác:

- Thay các đỉnh 1 bởi đỉnh 0;
- Thay tổng các tích bằng tích các tổng.

Ví dụ: Tối thiểu hóa hàm dạng CTH sau:

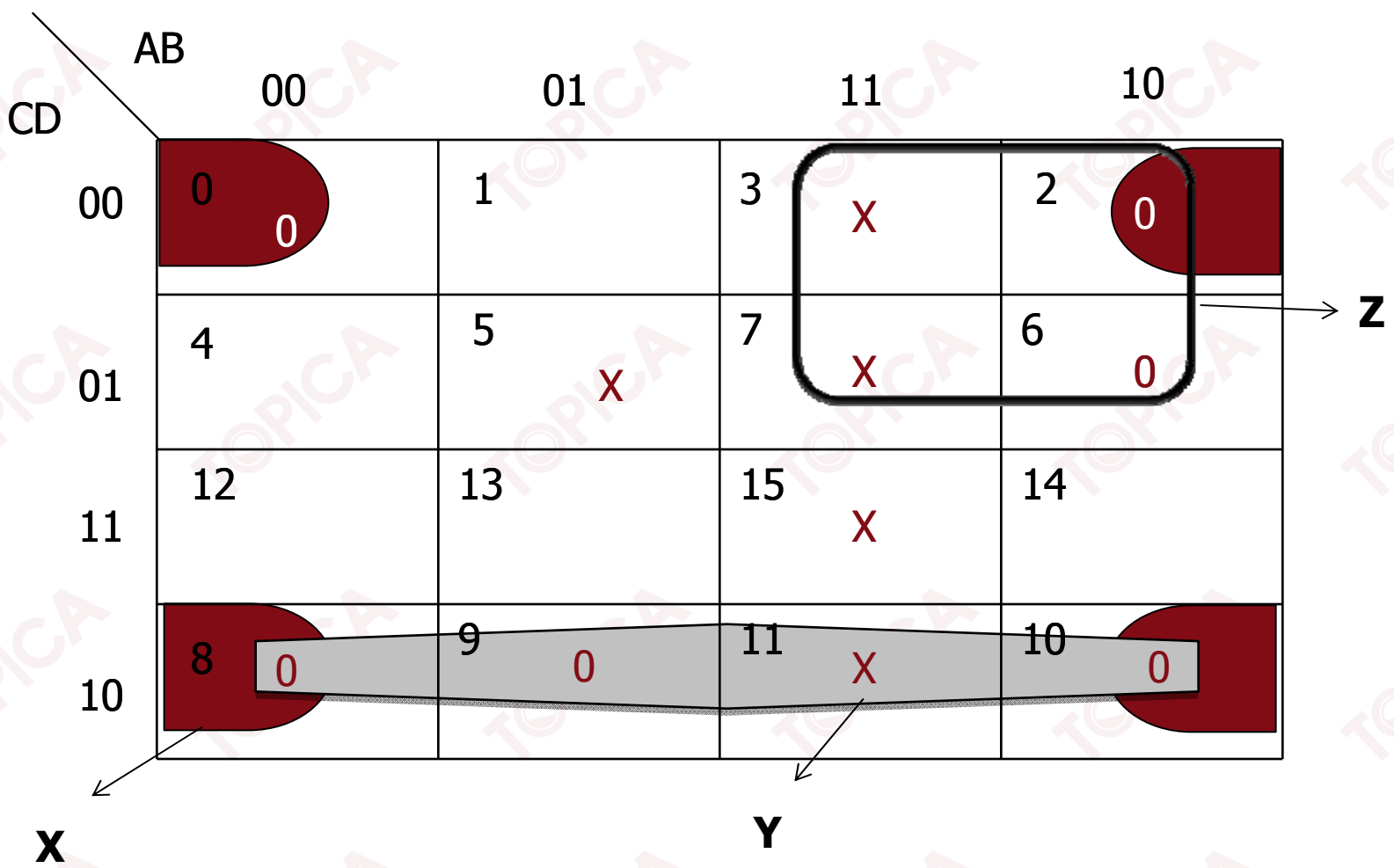
$$f(A,B,C,D) = \prod 0,2,6,8,9,10$$

$$N = 5,12,13,14,15$$

$$f = (B + D)(\bar{C} + D)(C + \bar{A})$$

2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH (tiếp theo)

Bảng Karnaugh của hàm như sau:



2.4. TỐI THIỂU HÓA BẢNG KARNAUGH (tiếp theo)

Dựa vào bảng Karnaugh trên ta có hàm f gồm các thành phần sau:

$$X = B + D$$

$$Y = \bar{C} + D$$

$$Z = C + \bar{A}$$

Nhóm tối thiểu các tích cực tiểu phủ hết đỉnh 0 của hàm là: X, Y, Z , do vậy hàm tối thiểu là:

$$f = (B + D)(\bar{C} + D)(C + \bar{A})$$

TÓM LƯỢC CUỐI BÀI

- Nắm được các khái niệm cơ bản về biến logic, hàm logic.
- Phân biệt được dạng hàm ở dạng CTT và CTH.
- Trình bày được các hệ quả, các hệ thức logic cơ bản.
- Mô tả được khái niệm về tối thiểu hàm logic, và các phương pháp tối thiểu hàm logic.