

- a)  $\int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2)dy, \quad (R > 0)$
- b)  $\iint_{\mathcal{D}} xy dx dy$ , với  $\mathcal{D}$  là nửa mặt tròn:  $(x-2)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$
- c)  $\iint_{\mathcal{D}} (\sin y + 3x) dx dy$ , với  $\mathcal{D}$  là mặt tròn:  $(x-2)^2 + y^2 \leq 1$
- d)  $\iint_{\mathcal{D}} |x+y| dx dy$ , với  $\mathcal{D}$  là mặt tròn:  $x^2 + y^2 \leq 1$

**Bài 15.** Chuyển tích phân sau theo hai biến  $u$  và  $v$ :

- a)  $\int_0^1 dx \int_{-x}^x f(x,y) dy$ , nếu đặt  $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$
- b) áp dụng tính với  $f(x,y) = (2-x-y)^2$

**Bài 16.** Tính các tích phân sau

- a)  $\iint_{\mathcal{D}} \frac{2xy+1}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dx dy$ , trong đó  $\mathcal{D} : x^2 + y^2 \leq 1$
- b)  $\iint_{\mathcal{D}} \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^2}$ , trong đó  $\mathcal{D} : \begin{cases} y \leq x^2 + y^2 \leq 2y \\ x \leq y \leq \sqrt{3}x \end{cases}$
- c)  $\iint_{\mathcal{D}} \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy$ , trong đó  $\mathcal{D} : \begin{cases} 2x \leq x^2 + y^2 \leq 12 \\ x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{3}y \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$
- d)  $\iint_{\mathcal{D}} |9x^2 - 4y^2| dx dy$ , trong đó  $\mathcal{D} : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$
- e)  $\iint_{\mathcal{D}} (3x + 2xy) dx dy$ , trong đó  $\mathcal{D} : \begin{cases} 1 \leq xy \leq 9 \\ y \leq x \leq 4y \end{cases}$

## 2.2 Tích phân bội 3

Tính các tích phân bội ba sau

- Bài 17.**  $\iiint_V z dx dy dz$ , trong đó miền  $V$  xác định bởi:  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ x \leq y \leq 2x \\ 0 \leq z \leq \sqrt{5-x^2-y^2} \end{cases}$
- Bài 18.**  $\iiint_V (3xy^2 - 4xyz) dx dy dz$ , trong đó miền  $V$  xác định bởi:  $\begin{cases} 1 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq xy \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$
- Bài 19.**  $\iiint_V xye^{yz^2} dx dy dz$ , trong đó miền  $V$  xác định bởi:  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ x^2 \leq z \leq 1 \end{cases}$

**Bài 20.**  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , trong đó miền  $V$  xác định bởi:  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 - z^2 \leq 0 \end{cases}$

**Bài 21.**  $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ , trong đó

- a)  $V$  là miền giới hạn bởi mặt trụ:  $x^2 + y^2 = 2x$  và các mặt phẳng:  $y = 0, z = 0, z = a$ , ( $y \geq 0, a > 0$ )
- b)  $V$  là nửa của hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, z \geq 0, (a > 0)$
- c)  $V$  là nửa của khối elipsoid  $\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} \leq 1, z \geq 0, (a, b > 0)$

**Bài 22.**  $\iiint_V y dx dy dz$ , trong đó  $V$  là miền giới hạn bởi mặt nón:  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$  và mặt phẳng  $y = h, (h > 0)$

**Bài 23.**  $\iiint_V \frac{x^2}{a^2} dx dy dz$ , trong đó  $V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \ (a, b, c > 0)$

**Bài 24.**  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , trong đó  $V : \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \leq z^2 \end{cases}$

**Bài 25.**  $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ , trong đó  $V$  là miền giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = z^2, z = -1$

**Bài 26.**  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{[x^2 + y^2 + (z - 2)^2]^2}$ , trong đó  $V : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ |z| \leq 1 \end{cases}$

**Bài 27.**  $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , trong đó  $V$  là miền xác định bởi  $x^2 + y^2 + z^2 \leq z$

## 2.3 Ứng dụng của tích phân bội

**Bài 28.** Tính diện tích của miền  $\mathcal{D}$  giới hạn bởi các đường  $\begin{cases} y^2 = x, y^2 = 2x \\ x^2 = y, x^2 = 2y \end{cases}$

**Bài 29.** Tính diện tích của miền  $\mathcal{D}$  giới hạn bởi  $\begin{cases} y = 0, y^2 = 4ax \\ x + y = 3a, y \leq 0, (a > 0). \end{cases}$

**Bài 30.** Tính diện tích của miền  $\mathcal{D}$  xác định bởi  $\begin{cases} 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x \\ 0 \leq y \leq x \end{cases}$

**Bài 31.** Tính diện tích của miền  $\mathcal{D}$  xác định bởi  $r \geq 1, r \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \varphi$

**Bài 32.** Tính diện tích của miền  $\mathcal{D}$  giới hạn bởi các đường ( $a > 0$ )

- a)  $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2 xy$
- b)  $r = a(1 + \cos \varphi)$

**Bài 33.** Chứng minh rằng diện tích của miền  $\mathcal{D}$  xác định bởi  $x^2 + (\alpha x - y)^2 \leq 4$  không đổi  $\forall \alpha \in \mathbb{R}$

**Bài 34.** Tính thể tích của miền xác định bởi 
$$\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x + 2y \leq 2 \\ y \geq 0, 0 \leq z \leq 2 - x - y \end{cases}$$

**Bài 35.** Tính thể tích của miền giới hạn bởi các mặt 
$$\begin{cases} z = 4 - x^2 - y^2 \\ 2z = 2 + x^2 + y^2 \end{cases}$$

**Bài 36.** Tính thể tích của miền xác định bởi  $|x - y| + |x + 3y| + |x + y + z| \leq 1$ .

**Bài 37.** Tính thể tích của miền giới hạn bởi các mặt  $z = 1 + x^2 + y^2$ , mặt trụ  $x^2 + 4y^2 = 4$  và mặt phẳng Oxy.

**Bài 38.** Tính thể tích của miền giới hạn bởi các mặt:  $az = x^2 + y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}, (a > 0)$ .

**Bài 39.** Tính diện tích phần mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$  nằm bên trong mặt trụ  $x^2 + y^2 - 2ay = 0, (a > 0)$ .