

Chương 3

Tích phân phụ thuộc tham số

Bài 40. Xét tính liên tục của hàm số $I(y) = \int_0^1 \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dx$.

Bài 41. Tìm $\lim_{y \rightarrow 1} \int_0^y \frac{\arctan x}{x^2 + y^2} dx$.

Bài 42. Khảo sát sự liên tục của tích phân $I(y) = \int_0^1 \frac{y f(x)}{x^2 + y^2} dx$ với $f(x)$ là hàm số dương, liên tục trên đoạn $[0, 1]$.

Bài 43. Cho hàm số $f(y) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin^2 x + y^2 \cos^2 x) dx$. Tính $f'(1)$.

Bài 44. Chứng minh rằng tích phân phụ thuộc tham số $I(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctan(x+y)}{1+x^2} dx$ là một hàm số liên tục, khả vi đối với biến y . Tính $I'(y)$ rồi suy ra biểu thức của $I(y)$.

Bài 45. Tính các tích phân sau, (với a, b, α, β là các số dương, n là số nguyên dương):

a) $\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx$

d) $\int_0^1 x^\alpha (\ln x)^n dx$

b) $\int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} dx$

e) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + y)^{n+1}}$

c) $\int_0^{+\infty} e^{-ax} \frac{\sin(bx) - \sin(cx)}{x} dx$

f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1 + y \sin^2 x) dx$, với $y > -1$

Bài 46. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^4 x dx$

d) $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x^2)^2} dx$

b) $\int_1^{+\infty} \frac{(\ln x)^4}{x^2} dx$

e) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^3} dx$

c) $\int_0^{+\infty} x^{10} e^{-x^2} dx$

f) $\int_0^{+\infty} \frac{x^{n+1}}{(1+x^n)^2} dx, (2 < n \in \mathbb{N})$

$$\text{g)} \int_{-\infty}^0 e^{2x} \sqrt[3]{1 - e^{3x}} dx$$

$$\text{i)} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[n]{1 - x^n}} dx, (2 \leq n \in \mathbb{N})$$

$$\text{h)} \int_0^a x^{2n} \sqrt{a^2 - x^2} dx, (a > 0, n \in \mathbb{N})$$