

TOÁN RỜI RẠC

Discrete Mathematics



1

NGUYỄN ĐỨC NGHĨA

Bộ môn Khoa học Máy tính

Đại học Bách khoa Hà nội

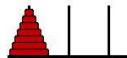
Tel: 0438696121 (Off), 0903210111 (Mob)

 nghiand@soict.hust.edu.vn

2



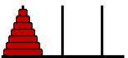
NỘI DUNG



- Mục đích yêu cầu
- Đánh giá
- Nội dung chi tiết
- Tài liệu tham khảo



Mục đích, yêu cầu



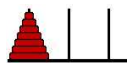
• Course Description

The purpose of this class is to learn the basics of mathematics that are necessary for studying computer science, particularly set theory and discrete mathematics, and to cultivate the ability to employ the basic terms of set and logic, and the ability to think in a mathematical way. It will concentrate on graph theory and the enumeration of finite sets (combinational analysis, binomial theorem, generating functions, etc.)

- **Focus and Goal:** To comprehend the fundamentals of set theory and symbolic logic, and be able to use it in specialized courses. Acquire basic knowledge of combination theory and graph theory.
- **Courses which students are recommended to enroll in, but not required to**



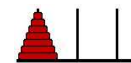
Đánh giá



Grading Criteria and Method of Evaluation

Kind	Percentage	Evaluation Criteria
Kiểm tra cuối kỳ (Điểm thi)	70%	Evaluate level of understanding of basic content.
Kiểm tra giữa kỳ (Điểm quá trình)	30%	Give out pretty high level homework, evaluate thinking power and enthusiasm.
Chú ý: Điểm quá trình hoặc điểm thi đạt dưới 3 là điểm liệt, điểm học phần sẽ là điểm F.		

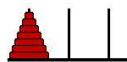
Nội dung chi tiết



Chương 1. Tập hợp, Quan hệ (Set, Relations)

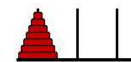
- 1.1. Tập hợp (Set)
Set and Elements, Specification of Set: Extension and Intension, Russel's paradox
- 1.2. Phép toán tập hợp (Set operations)
Equality, Union, Intersection, difference, complement
- 1.3. Đại số tập hợp (Set algebra)
Power set, Properties of set operations
- 1.4. Biểu diễn tập hợp trên máy tính (Computer representation of sets)
Characteristic vector, Linked List, Generation of all subsets
- 1.5. Quan hệ (Relation)
Ordered pair, product sets, relation, composition of relations, properties of relations, computer representation of relations

Nội dung chi tiết



- 1.6. Ánh xạ (Function or mapping)
Definition of function, injection, surjection, bijection, computer representation of function
- 1.7. Quan hệ tương đương và Quan hệ thứ tự (ordered and equivalence relations)
Equivalence classes, partitions, quotient set, well-ordering principle
- 1.8. Lực lượng của tập hợp.
Cardinality and Countability, Cantor's Theorem
- 1.9. Định nghĩa tập hợp theo qui nạp. Phương pháp qui nạp toán học

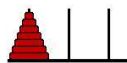
Nội dung chi tiết



Chương 2. Tổ hợp (Combinatorics)

- 2.1. Hoán vị (Permutation) và Hoán vị lặp (Repeated permutation)
Number of mappings, number of injective mappings, repeated permutations: number of surjections
- 2.2. Số Stirling (Stirling numbers)
- 2.3. Nguyên lý các lồng chim bồ câu (Pigeonhole principle)
- 2.4. Tổ hợp (Combination)
Binomial theorem, repeated combination
- 2.5. Công thức đệ qui và hàm sinh (Recurrence relation and Generating function)
- 2.6. Nguyên lý bù trừ (Principle of inclusion and exclusion)
Principle, application: dearangement

Nội dung chi tiết



Chương 3. Lý thuyết đồ thị (Graph Theory)

3.1. Định nghĩa đồ thị (Definition of graphs)

Graph and digraph, path, cycle, connectedness, special graphs: complete, planar graphs

3.2. Chu trình Euler và Đường đi Hamilton (Euler Cycle và Hamilton path)

Chương 4. Cây

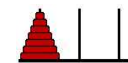
4.1. Cây (Tree)

4.2. Cây khung (Spanning Tree)

4.3. Cây khung nhỏ nhất (Minimum Spanning Tree)

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

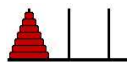
Tài liệu tham khảo



1. **Rosen K.H.** *Discrete Mathematics and its Applications*. McGraw - Hill Book Company, 2003.
2. **Johnsonbaugh R.** *Discrete Mathematics*. Prentice Hall Inc., N. J., 1997.
3. **Grimaldi R.P.** *Discrete and Combinatorial Mathematics (an Applied Introduction)*, Addison-Wesley, 5th edition, 2004.
4. **R. Graham, O. Patashnik, and D.E. Knuth.** *Concrete Mathematics*, Second Edition. Addison-Wesley, 1994.

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Tài liệu tham khảo



5. **Phan Đình Diệu.** *Lý thuyết ô tômat hữu hạn và thuật toán*. NXB ĐHTHCN, Hà nội, 1977.
6. **Nguyễn Hữu Anh.** *Toán rời rạc*, NXB Giáo dục, 1999.
7. **Nguyễn Xuân Quỳnh.** *Cơ sở Toán rời rạc và ứng dụng*. NXB KHKT, Hà nội, 1996.
8. **Đỗ Đức Giáo.** *Toán rời rạc*. NXB KHKT, Hà nội, 2001.
9. **Hoàng Chúng.** *Đại cương về toán hữu hạn*. NXB Giáo dục, 1997.

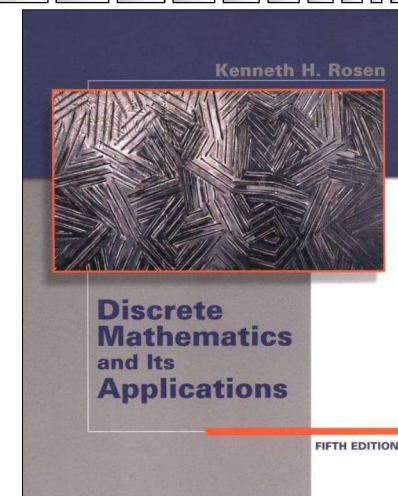
Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Rosen's Book

<http://www.mhhe.com/math/advmath/rosen/index.mhtml>

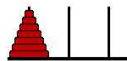
Rosen K.H.

Discrete Mathematics and its Applications. 5th Edition,
McGraw - Hill Book
Company, 2003.



Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Table of Contents



Preface

To the Student

The Companion Web Site

1 The Foundations: Logic, Sets, and Functions

Logic, Propositional Equivalences, Predicates and Quantifiers, Sets, Set Operations, Functions, Sequences and Summations, The Growth Functions

2 The Fundamentals: Algorithms, the Integers, and Matrices

Algorithms, Complexity of Algorithms, The Integers and Division, Integers and Algorithms, Applications of Number Theory, Matrices

3 Mathematical Reasoning

Methods of Proof, Mathematical Induction, Recursive Definitions, Recursive Algorithms, Program Correctness

4 Counting

The Basics of Counting, The Pigeonhole Principle, Permutations and Combinations, Discrete Probability, Probability Theory, Generalized Permutations and Combinations, Generating Permutations and Combinations

5 Advanced Counting Techniques

Recurrence Relations, Solving Recurrence Relations, Divide-and-Conquer Relations, Generating Functions, Inclusion-Exclusion, Applications of Inclusion-Exclusion

6 Relations

Relations and Their Properties, n -ary Relations and Their Applications, Representing Relations, Closures of Relations, Equivalence Relations, Partial Orderings

7 Graphs

Introduction to Graphs, Graph Terminology, Representing Graphs and Graph Isomorphism, Connectivity, Euler and Hamilton Paths, Shortest Path Problems, Planar Graphs, Graph Coloring

8 Trees

Introduction to Trees, Applications of Trees, Tree Traversal, Trees and Sorting, Spanning Trees, Minimum Spanning Trees

9 Boolean Algebra

Boolean Functions, Representing Boolean Functions, Logic Gates, Minimization of Circuits

10 Modeling Computation

Languages and Grammars, Finite-State Machines with Output, Finite-State Machines with No Output, Language Recognition, Turing Machines

Appendixes

Suggested Readings

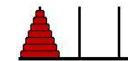
Solutions to Odd-Numbered Exercises

Index of Biographies

Index

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Johnsonbaugh Book

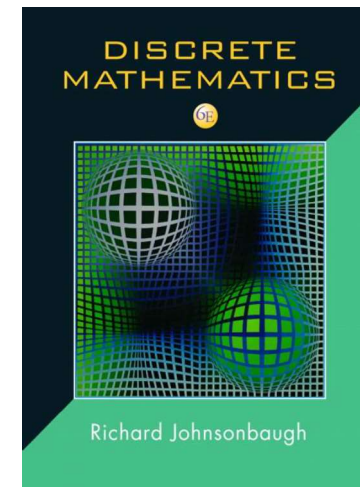


Johnsonbaugh R.

Discrete Mathematics.

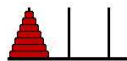
Prentice Hall Inc.,

N. J., 1997.



Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Table of Contents



1 Logic and Proofs

- 1.1 Propositions
- 1.2 Conditional Propositions and Logical Equivalence
- 1.3 Quantifiers
- 1.4 Nested Quantifiers
- 1.5 Proofs
- 1.6 Resolution Proofs
- 1.7 Mathematical Induction
- 1.8 Strong Form of Induction and the Well-Ordering Property

2 The Language of Mathematics

- 2.1 Sets
- 2.2 Functions
- 2.3 Sequences and Strings

3 Relations

- 3.1 Relations
- 3.2 Equivalence Relations
- 3.3 Matrices of Relations
- 3.4 Relational Databases

4 Algorithms

- 4.1 Introduction
- 4.2 Examples of Algorithms
- 4.3 Analysis of Algorithms
- 4.4 Recursive Algorithms

5 Introduction to Number Theory

- 5.1 Divisors
- 5.2 Representations of Integers and Integer Algorithms
- 5.3 The Euclidean Algorithm
- 5.4 The RSA Public-Key Cryptosystem

6 Counting Methods and the Pigeonhole Principle

- 6.1 Basic Principles
- 6.2 Permutations and Combinations
- 6.3 Algorithms for Generating Permutations and Combinations
- 6.6 Generalized Permutations and Combinations
- 6.7 Binomial Coefficients and Combinatorial Identities
- 6.8 The Pigeonhole Principle

7 Recurrence Relations

- 7.1 Introduction
- 7.2 Solving Recurrence Relations
- 7.3 Applications to the Analysis of Algorithms

8 Graph Theory

- 8.1 Introduction
- 8.2 Paths and Cycles
- 8.3 Hamiltonian Cycles and the TSP
- 8.4 Shortest-Path Algorithm
- 8.5 Representations of Graphs

9 Trees

- 9.1 Introduction
- 9.2 Terminology and Characterizations of Trees
- 9.3 Spanning Trees
- 9.4 Minimal Spanning Trees
- 9.5 Binary Trees
- 9.6 Tree Traversals
- 9.7 Decision Trees and the Minimum Time for Sorting
- 9.8 Isomorphisms of Trees
- 9.9 Game Trees

10 Network Models

- 10.1 Introduction
- 10.2 A Maximal Flow Algorithm
- 10.3 The Max Flow, Min Cut Theorem
- 10.4 Matching

11 Boolean Algebras and Combinatorial Circuits

12 Automata, Grammars, and Languages

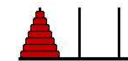
13 Computational Geometry

Appendix

Index

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

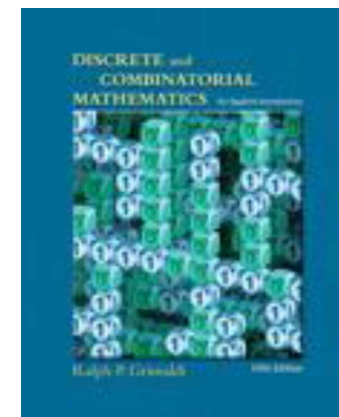
Grimadi's Book



Grimaldi R.P.

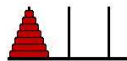
Discrete and Combinatorial Mathematics (an Applied Introduction),

Addison-Wesley, 5th edition, 2001.



Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Table of Contents



PART 1. FUNDAMENTALS OF DISCRETE MATHEMATICS.

1. Fundamental Principles of Counting.

The Rules of Sum and Product.
Permutations. Combinations: The Binomial Theorem.
Combinations with Repetition.

2. Fundamentals of Logic.

3. Set Theory.

Sets and Subsets.
Set Operations and the Laws of Set Theory.
Counting and Venn Diagrams.
A First Word on Probability.

4. Properties of the Integers: Mathematical Induction.

The Well-Ordering Principle: Mathematical Induction.
Recursive Definitions.
The Division Algorithm: Prime Numbers.
The Greatest Common Divisor: The Euclidean Algorithm.
The Fundamental Theorem of Arithmetic.

5. Relations and Functions.

Cartesian Products and Relations.
Functions: Plain and One-to-One.
Onto Functions: Stirling Numbers of the Second Kind.
Special Functions.
The Pigeonhole Principle.
Function Composition and Inverse Functions.
Computational Complexity.
Analysis of Algorithms.

6. Languages: Finite State Machines.

7. Relations: The Second Time Around.

PART 2. FURTHER TOPICS IN ENUMERATION.

8. The Principle of Inclusion and Exclusion.

The Principle of Inclusion and Exclusion.
Generalizations of the Principle.

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Derangements: Nothing Is in Its Right Place.

Rook Polynomials.

Arrangements with Forbidden Positions.

9. Generating Functions.

Introductory Examples.
Definition and Examples: Computational Techniques.
Partitions of Integers.

10. Recurrence Relations.

PART 3. GRAPH THEORY AND APPLICATIONS.

11. An Introduction to Graph Theory.

Definitions and Examples.
Subgraphs, Complements, and Graph Isomorphism.
Vertex Degree: Euler Trails and Circuits.
Planar Graphs. Hamilton Paths and Cycles.

12. Trees.

Definitions, Properties, and Examples.
Rooted Trees. Trees and Sorting.
Weighted Trees and Prefix Codes.
Biconnected Components and Articulation Points.

13. Optimization and Matching.

Dijkstra's Shortest Path Algorithm.
Minimal Spanning Trees: The Algorithms of Kruskal and Prim.
Transport Networks: The Max-Flow Min-Cut Theorem.
Matching Theory.

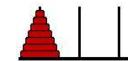
PART 4. MODERN APPLIED ALGEBRA.

14. Rings and Modular Arithmetic.

15. Boolean Algebra and Switching Functions.

16. Groups, Coding Theory, and Polya's Theory of Enumeration.
17. Finite Fields and Combinatorial Designs.

Graham, Knuth, Patashnik's Book



Ronald L. Graham

Donald E. Knuth

Oren Patashnik

Concrete Mathematics:

*A Foundation for Computer
Science,*

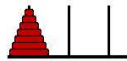
Addison-Wesley Professional

1994, 672 pp



Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Table of Contents



1. Recurrent Problems.

The Tower of Hanoi.
Lines in the Plane.
The Josephus Problem.

2. Sums.

Notation.
Sums and Recurrences.
Manipulation of Sums.
Multiple Sums.
General Methods.
Finite and Infinite Calculus.
Infinite Sums.

3. Integer Functions.

Floors and Ceilings.
Floor/Ceiling Applications.
Floor/Ceiling Recurrences.
'mod': The Binary Operation.
Floor/Ceiling Sums.

4. Number Theory.

Divisibility.
Factorial Factors.
Relative Primality.
'mod': The Congruence Relation.
Independent Residues.
Additional Applications.
Phi and Mu.

5. Binomial Coefficients.

Basic Identities.
Basic Practice.
Tricks of the Trade.
Generating Functions.
Hypergeometric Functions.
Hypergeometric Transformations.

6. Special Numbers.

Stirling Numbers.
Eulerian Numbers.
Harmonic Numbers.
Harmonic Summation.
Bernoulli Numbers.
Fibonacci Numbers.
Continuants.

7. Generating Functions.

Domino Theory and Change.
Basic Maneuvers.
Solving Recurrences.
Special Generating Functions.
Convolutions.
Exponential Generating Functions.
Dirichlet Generating Functions.

8. Discrete Probability.

Definitions.
Mean and Variance.
Probability Generating Functions.
Flipping Coins.
Hashing.

9. Asymptotics.

A Hierarchy.
O Notation.
O Manipulation.
Two Asymptotic Tricks.
Euler's Summation Formula.
Final Summations.

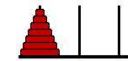
A. Answers to Exercises.

B. Bibliography.

C. Credits for Exercises.

Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Tài liệu tham khảo chính



Nguyễn Đức Nghĩa,

Nguyễn Tô Thành

TOÁN RỜI RẠC (in lần thứ ba)

Nhà xuất bản Đại học Quốc gia
Hà nội, 2003, 290 trang



Toán rời rạc - N.Đ. Nghĩa. Bộ môn KHMT

Mục lục



PHẦN I. LÝ THUYẾT TỔ HỢP

- Chơng 1. Mở đầu
 - 1.1 Sơ lược về tổ hợp
 - 1.2 Nhắc lại lý thuyết tập hợp
 - 1.3 Một số nguyên lý cơ bản
 - 1.4 Các cấu hình tổ hợp đơn giản
- Chơng 2. Bài toán đếm
 - 2.1 Giới thiệu bài toán
 - 2.2 Nguyên lý bù trừ
 - 2.3 Quy về các bài toán đơn giản
 - 2.4 Công thức truy hồi
 - 2.5 Liệt kê
- Chơng 3. Bài toán tồn tại
 - 3.1 Giới thiệu bài toán
 - 3.2 Phong pháp phản chứng
 - 3.3 Nguyên lý Dirichlet
 - 3.4 Hệ đại diện phân biệt
- Chơng 4. Bài toán liệt kê
 - 4.1 Giới thiệu bài toán
 - 4.2 Thuật toán và độ phức tạp tính toán
 - 4.3 Phong pháp sinh
 - 4.4 Thuật toán quay lui
- Chơng 5. Bài toán tối u
 - 5.1 Phát biểu bài toán
 - 5.2 Các thuật toán duyệt
 - 5.3 Thuật toán nhánh cận giải bài toán ngồi du lịch
 - 5.4 Bài toán lập lịch gia công trên hai máy

PHẦN 2. LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

- Chơng 1. Các khái niệm cơ bản của lý thuyết đồ thị
 - 1.1 Định nghĩa đồ thị
 - 1.2 Các thuật ngữ cơ bản
 - 1.3 Đồng đi, Chu trình, Đồ thị liên thông
 - 1.4 Một số dạng đồ thị đặc biệt
- Chơng 2. Biểu diễn đồ thị trên máy tính
 - 2.1 Ma trận kề, Ma trận trọng số, 2.2 Danh sách cạnh 2.3 Danh sách k
- Chơng 3. Các thuật toán tìm kiếm trên đồ thị và ứng dụng
 - 3.1 Tìm kiếm theo chiều sâu trên đồ thị
 - 3.2 Tìm kiếm theo chiều rộng trên đồ thị
 - 3.3 Tìm đồng đi và kiểm tra tính liên thông
- Chơng 4. Đồ thị Euler và đồ thị Hamilton
 - 4.1 Đồ thị Euler 4.2 Đồ thị Hamilton
- Chơng 5. Cây và cây khung của đồ thị
 - 5.1 Cây và các tính chất của cây
 - 5.2 Cây khung của đồ thị
 - 5.3 Xây dựng tập các chu trình cơ bản của đồ thị
 - 5.4 Bài toán cây khung nhỏ nhất
- Chơng 6. Bài toán đồng đi ngắn nhất
- Chơng 7. Bài toán luồng cực đại trong mạng

PHẦN 3. HÀM ĐẠI SỐ LÓGIC

- Chơng 1. Mở đầu
- Chơng 2. Dạng tuyến chuẩn tắc của hàm đại số logic
- Chơng 3. Thuật toán tìm dạng tuyến chuẩn tắc tối thiểu
- Tài liệu tham khảo

Questions?

