BÀI 4
MỘT SỐ ĐỊNH LÝ QUAN TRỌNG TRONG LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

TS. Nguyễn Mạnh Thế

NỘI DUNG

- Định lý Poisson
- Luật số lớn
- Các định lý về giới hạn trung tâm:
  - Định lý Moivre – Laplace;
  - Định lý giới hạn trung tâm.

1. ĐỊNH LÝ POISSON

Xác suất của một biến cố xuất hiện k lần trong n phép thử (xác suất xuất hiện biến cố trong 1 phép thử là p) với n tương đối lớn, p << 1 và np $\approx \lambda$, với λ cố định được tính xấp xỉ theo công thức:

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k} \approx e^{-np}\frac{(np)^k}{k!}$$

Xác suất biến cố đó xuất hiện từ k_1 đến k_2 lần trong n phép thử là:

$$P_n(k_1,k_2) = \sum_{k=k_1}^{k_2} P_n(k) \approx \sum_{k=k_1}^{k_2} e^{-\lambda}\frac{(\lambda)^k}{k!}$$

1. ĐỊNH LÝ POISSON (tiếp theo)

Ví dụ:

Tổng sản phẩm của xí nghiệp A trong 1 quí là 800.

Xác xuất để sản xuất ra một phế phẩm là 0,005.

Tìm xác suất để cho:

1. Có 3 sản phẩm là phế phẩm.
2. Có không quá 10 sản phẩm bị hỏng.

n = 800, p = 0,005 => λ = np = 4

$$P_{800}(3) = e^{-4}\frac{4^3}{3!} = 0,1954$$

$$P_{800}(0,10) = \sum_{k=0}^{10} e^{-4}\frac{4^k}{k!} = 0,997$$

2. LUẬT SỐ LỚN

Định lý Bernoulli

Nếu f là tần suất xuất hiện biến cố A trong n phép thử độc lập, p là xác suất xuất hiện biến cố đó trong mỗi phép thử thì với mọi ε dương nhỏ tùy ý ta luôn có:

$$\lim_{n\to\infty} P(|f - p| < \varepsilon) = 1$$

Luật số lớn

Giả sử $X_1, X_2, \ldots, X_n$ là dãy các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân bố với kỳ vọng chung μ và phương sai σ^2 hữu hạn. Khi đó với mọi ε dương nhỏ tùy ý ta luôn có:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left| \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} - \mu \right| < \varepsilon \right) = 1$$

3. ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM

Định lý Moivre – Laplace

Giả sử X_n là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với tham số (n,p). Đặt:

$$S_n = \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Khi đó với mọi $x \in (-\infty, +\infty)$ ta có: $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(S_n < x\right) = P\left(Z < x\right)$

trong đó Z là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn tắc.

Ta có công thức xấp xỉ sau:

$$P_n(k) = \left(2\pi\right)^{-1/2} e^{-(k-np)^2/2np(1-p)} = \varphi(x_k)$$

3. ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM (tiếp theo)

Ví dụ:

Xác suất để sản xuất ra một chi tiết loại tốt là 0,4. Tìm xác suất để trong 26 chi tiết sản xuất ra thì có 13 chi tiết loại tốt.

Cần tìm P26(13) với

n = 26

p = 0.4

q = 1 – p = 0,6

$$x_k = \frac{(k - np)}{\sqrt{npq}} = 1,04$$

$$\varphi(x_k) = \varphi(1,04) = 0,2323$$

$$\rightarrow P_{26}(13) \approx \frac{0,2323}{2,5} = 0,093$$

3. ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM (tiếp theo)

Áp dụng để tính xấp xỉ cho giá trị $P_n(k_1,k_2)$**:**

$$P_n(k_1,k_2)=\phi(\beta)-\phi(\alpha)$$

Trong đó

$$\alpha=\frac{(k_1-np)}{\sqrt{npq}}$$

$$\beta=\frac{(k_2-np)}{\sqrt{npq}}$$

và

$$\phi(x)\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{\frac{-x^2}{2}}dx$$

TỪ ĐIỂN THUẬT NGỮ

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Select a term:

- Định lý Bernoulli
- Định lý Giới hạn trung tâm
- Định lý Moivre-Laplace
- Định lý Poisson
- Luật Số lớn

Định lý Bernoulli

Định lý Bernoulli. Nếu f là tần suất xuất hiện biến cố A trong n phép thử độc lập và p là xác suất xuất hiện biến cố đó trong mỗi phép thử thì với mọi ε dương nhỏ tùy ý ta luôn có :

$$\lim_{n\to\infty} P(|f-p|<\varepsilon)=1$$

PROPERTIES

Allow user to leave interaction: **Anytime**

Show 'Next Slide' Button: **Don't show**

Completion Button Label: **Next Slide**

Properties...

Edit in Engage