

TÓM TẮT ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI CUỐI KÌ

Môn Xác suất thống kê - Học kì 20183. Mã học phần: MI2020

1(a) (*) A_i : sinh viên thứ i lấy đúng mũ của mình, $i = 1, 2, 3, 4$; $P(A_1 A_3) = P(A_1)P(A_3|A_1)$
 (*) $= 1/12 \simeq 0,0833$.

1(b) (*) $P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \sum_{i=1}^4 P(A_i) - P(A_1 A_2) - P(A_1 A_3) - P(A_1 A_4) - P(A_2 A_3) - P(A_2 A_4) - P(A_3 A_4) + P(A_1 A_2 A_3) + P(A_1 A_2 A_4) + P(A_1 A_3 A_4) + P(A_2 A_3 A_4) - P(A_1 A_2 A_3 A_4)$ (*) $= 0,625$.

2(a) (*) X : "số tiền lãi thu được", X nhận các giá trị 60, 90, 120, 150.

$$(*) E(X) = 60 \times \frac{1}{120} + 90 \times \frac{21}{120} + 120 \times \frac{63}{120} + 150 \times \frac{35}{120} = 123.$$

2(b) (*) A : "ngày thứ hai thu được 100 nghìn đồng tiền lãi khi bán 2 sản phẩm"; A_i : "ngày thứ nhất lấy được i sản phẩm loại I", $i = 0, 1, 2, 3$; A_0, A_1, A_2, A_3 lập thành hệ đầy đủ và $P(A) = P(A_0)P(A|A_0) + P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3)$.

$$(*) P(A) = \frac{1}{120} \times \frac{21}{21} + \frac{21}{120} \times \frac{15}{21} + \frac{63}{120} \times \frac{10}{21} + \frac{35}{120} \times \frac{6}{21} = \frac{7}{15} \simeq 0,4667.$$

3(a) (*) $k = 5$.

$$3(b) (*) P(Y \leq \frac{1}{4}) = 2 \left[\int_0^{1/2} dx \int_0^{x^2} \frac{5}{2} x^2 dy + \int_{1/2}^1 dx \int_0^{1/4} \frac{5}{2} x^2 dy \right] = \frac{19}{48} \simeq 0,3958.$$

4(a) (*) Gọi X (triệu đồng/tháng) là biến ngẫu nhiên chỉ thu nhập của các gia đình khu A. $E(X) = \mu_X$. Kiểm định cặp giả thuyết $H_0 : \mu_X = \mu_0$, $H_1 : \mu_X > \mu_0$, $\mu_0 = 35,5$.

$$(*) \text{ Chọn thống kê } U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_X} \sqrt{n} \sim \mathcal{N}(0, 1) \text{ khi } H_0 \text{ đúng.}$$

Với $\alpha = 5\%$, miền bác bỏ H_0 là $W_\alpha = (u_{1-\alpha}; +\infty) = (1,645; +\infty)$.

$$(*) \text{ Từ bảng số liệu tính được } n = 100, \bar{x} = 35,685, s_X = 0,8547, \text{ suy ra giá trị quan sát } u_{qs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_X} \sqrt{n} = \frac{35,685 - 35,5}{0,8547} \times 10 \simeq 2,1645.$$

(*) Kết luận: vì $u_{qs} = 2,1645 \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 , nghĩa là nên mở siêu thị tại khu dân cư A với mức ý nghĩa 5%.

4(b) (*) Khoảng tin cậy đối xứng: $\left(f - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right)$; với $n = 100$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0,975} = 1,96$.

(*) Từ bảng số liệu tính được $f = 0,7$. Thay số ta có khoảng tin cậy là $(0,6102; 0,7898)$.

5 (*) Gọi Y (triệu đồng/tháng) là biến ngẫu nhiên chỉ thu nhập của các gia đình khu B. $E(Y) = \mu_Y$. Kiểm định cặp giả thuyết $H_0 : \mu_X = \mu_Y$, $H_1 : \mu_X < \mu_Y$.

$$(*) \text{ Chọn thống kê } U = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n} + \frac{S_Y^2}{m}}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \text{ khi } H_0 \text{ đúng. Với } \alpha = 5\%, \text{ miền bác bỏ } H_0 \text{ là } W_\alpha = (-\infty; -u_{1-\alpha}) = (-\infty; -1,645).$$

$$(*) \text{ Từ bảng số liệu tính được } n = 100, \bar{x} = 35,685, s_X = 0,8547, m = 100, \bar{y} = 35,8, s_Y = 1,1055 \text{ suy ra giá trị quan sát } u_{qs} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}} \simeq -0,8229.$$

(*) Vì $u_{qs} = -0,8229 \notin W_\alpha$ nên chưa có cơ sở để bác bỏ H_0 , nghĩa là chưa thể kết luận thu nhập bình quân ở khu B cao hơn khu A với mức ý nghĩa 5%.

Chú thích: Mỗi dấu (*) là 0,5 điểm. Lời giải đúng, khác đáp án được điểm tối đa.

TÓM TẮT ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI CUỐI KÌ

Môn Xác suất thống kê - Học kì 20183. Mã học phần: MI2020

1(a) (*) A_i : sinh viên thứ i lấy đúng mũ của mình, $i = 1, 2, 3, 4$; $P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1)$
 (*) $= 1/12 \simeq 0,0833$.

1(b) (*) $P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \sum_{i=1}^4 P(A_i) - P(A_1A_2) - P(A_1A_3) - P(A_1A_4) - P(A_2A_3) - P(A_2A_4) - P(A_3A_4) + P(A_1A_2A_3) + P(A_1A_2A_4) + P(A_1A_3A_4) + P(A_2A_3A_4) - P(A_1A_2A_3A_4)$ (*) $= 0,625$.

2(a) (*) X : "số tiền lãi thu được", X nhận các giá trị 90, 120, 150, 180.

$$(*) E(X) = 90 \times \frac{1}{120} + 120 \times \frac{21}{120} + 150 \times \frac{63}{120} + 180 \times \frac{35}{120} = 153.$$

2(b) (*) A : "ngày thứ hai thu được 90 nghìn đồng tiền lãi khi bán 2 sản phẩm"; A_i : "ngày thứ nhất lấy được i sản phẩm loại I", $i = 0, 1, 2, 3$; A_0, A_1, A_2, A_3 lập thành hệ đầy đủ và $P(A) = P(A_0)P(A|A_0) + P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3)$.

$$(*) P(A) = \frac{1}{120} \times 0 + \frac{21}{120} \times \frac{6}{21} + \frac{63}{120} \times \frac{10}{21} + \frac{35}{120} \times \frac{12}{21} = \frac{7}{15} \simeq 0,4667.$$

3(a) (*) $a = 5/2$.

3(b) (*) $P\left(Y \leq \frac{4}{9}\right) = 2 \left[\int_0^{2/3} dx \int_0^{x^2} \frac{5}{2} x^2 dy + \int_{2/3}^1 dx \int_0^{4/9} \frac{5}{2} x^2 dy \right] = \frac{476}{729} \simeq 0,6529$.

4(a) (*) Gọi X (triệu đồng/tháng) là biến ngẫu nhiên chỉ thu nhập của các gia đình khu A. $E(X) = \mu_X$. Kiểm định cặp giả thuyết $H_0 : \mu_X = \mu_0$, $H_1 : \mu_X > \mu_0$, $\mu_0 = 25,5$.

(*) Chọn thống kê $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_X} \sqrt{n} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ khi H_0 đúng. Với $\alpha = 5\%$, miền bác bỏ H_0 là $W_\alpha = (u_{1-\alpha}; +\infty) = (1,645; +\infty)$.

(*) Từ bảng số liệu tính được $n = 100$, $\bar{x} = 25,685$, $s_X = 0,8547$, suy ra giá trị quan sát $u_{qs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_X} \sqrt{n} = \frac{25,685 - 25,5}{0,8547} \times 10 \simeq 2,1645$.

(*) Vì $u_{qs} = 2,1645 \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 , nghĩa là nên mở siêu thị tại khu dân cư A với mức ý nghĩa 5%.

4(b) (*) Khoảng tin cậy đối xứng: $\left(f - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right)$; với $n = 100$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0,975} = 1,96$.

(*) Từ bảng số liệu tính được $f = 0,7$. Thay số ta có khoảng tin cậy là $(0,6102; 0,7898)$.

5 (*) Gọi Y (triệu đồng/tháng) là biến ngẫu nhiên chỉ thu nhập của các gia đình khu B. $E(Y) = \mu_Y$. Kiểm định cặp giả thuyết $H_0 : \mu_X = \mu_Y$, $H_1 : \mu_X < \mu_Y$.

(*) Chọn thống kê $U = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n} + \frac{S_Y^2}{m}}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ khi H_0 đúng. Với $\alpha = 5\%$, miền bác bỏ H_0 là $W_\alpha = (-\infty; -u_{1-\alpha}) = (-\infty; -1,645)$.

(*) Từ bảng số liệu tính được $n = 100$, $\bar{x} = 25,685$, $s_X = 0,8547$, $m = 100$, $\bar{y} = 25,8$, $s_Y = 1,1055$ suy ra giá trị quan sát $u_{qs} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}} \simeq -0,8229$.

(*) Vì $u_{qs} = -0,8229 \notin W_\alpha$ nên chưa có cơ sở để bác bỏ H_0 , nghĩa là chưa thể kết luận thu nhập bình quân ở khu A thấp hơn khu B với mức ý nghĩa 5%.

Chú thích: Mỗi dấu (*) là 0,5 điểm. Lời giải đúng, khác đáp án được điểm tối đa.