



## Peer-to-Peer-Systeme WS 2015/16

### Übungsblatt 3a

Besprechung am 3. Dezember 2015

#### Aufgabe 9

Watts und Strogatz haben einen Algorithmus vorgeschlagen, um Small-World-Graphen mit vorgegebener Knoten- und Kantenanzahl zu erzeugen.

Dabei werden  $n$  Knoten zunächst in einem (gedachten) Kreis angeordnet. Jeder Knoten wird dann mit seinen  $k$  nächsten Nachbarn im Uhrzeigersinn verbunden. Nachdem dieser (vollständig deterministische) Ausgangsgraph erzeugt wurde, wird ein Teil der Kanten in einem zufallsbasierten Schritt ausgetauscht. Dabei wird für jede Kante im Ausgangsgraphen einmal gewürfelt: Mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit  $p$  wird die Kante verändert. Wird eine Kante auf diese Weise zum Verändern ausgewählt, dann bleibt ihr Startknoten gleich, ihr Zielknoten wird aber aus der Menge aller Knoten zufällig neu gewählt (jeder Knoten außer dem Startknoten der Kante wird dabei mit gleicher Wahrscheinlichkeit gewählt).

Obwohl während der Konstruktion für die Kanten von „Startknoten“ und „Zielknoten“ ausgegangen wird, wird der resultierende Graph als ungerichteter Graph betrachtet.

Der so letztendlich entstehende Graph ist also für  $p = 0$  vollständig systematisch aufgebaut. Er wird einem Zufallsgraphen immer ähnlicher, je näher  $p$  an den Wert 1 kommt – weil dann ein immer größerer Teil der Kanten zufällig gewählt wird.

- (a) Wie viele Kanten enthält der Graph, in Abhängigkeit von  $k$  und  $n$ ? (Nimm an, dass  $k \ll n$ .)
- (b) Was ist der Durchmesser des Ausgangsgraphen? (Nimm an, dass  $n = t \cdot k$  für eine gerade natürliche Zahl  $t \geq 2$ .)

#### Aufgabe 10

Schreibe ein Programm (in einer Programmiersprache deiner Wahl), das für vorgegebene Parameter  $n$ ,  $k$ ,  $p$  Watts-Strogatz-Graphen wie in der vorherigen Aufgabe beschrieben erzeugt. Das Programm muss den Graphen selbst nicht ausgeben. Es soll aber den Clustering-Koeffizienten und die durchschnittliche Pfadlänge des erzeugten Graphen bestimmen und ausgeben. Damit für die Bestimmung der durchschnittlichen Pfadlänge nicht alle Knotenpaare untersucht werden müssen, genügt es, wenn das Programm 100 Knotenpaare zufällig auswählt und diese Paare als Stichprobe für die Berechnung der Durchschnittspfadlänge verwendet.

Das „Vorrechnen“ in der Übung besteht darin, die prinzipielle Vorgehensweise des Programms zu erläutern und an ausgewählten wichtigen Stellen im Quelltext zu veranschaulichen. Bringe deshalb unbedingt dein Programm auf einem USB-Stick mit. Alternativ kannst du es auch bis spätestens am Tag vor der Übung per E-Mail an [scheuermann@informatik.hu-berlin.de](mailto:scheuermann@informatik.hu-berlin.de) schicken.

### Aufgabe 11

Verwende das in der vorangegangenen Aufgabe erstellte Programm für folgendes Experiment: Setze fest  $n = 5000$ ,  $k = 2$ . Variiere  $p$ , indem du nacheinander die Werte  $p = 0.00001$ ,  $p = 0.0001$ ,  $p = 0.001$ ,  $p = 0.01$ ,  $p = 0.1$  und  $p = 1$  wählst. Erzeuge (z. B. mit Gnuplot, LibreOffice oder Excel) zwei Diagramme, eines für den Clustering-Koeffizienten und eines für die durchschnittliche Pfadlänge, jeweils in Abhängigkeit von  $p$  (auf der  $x$ -Achse). Wähle für die  $x$ -Achse eine logarithmische Skalierung, damit man alle Werte klar auseinanderhalten kann.

Wenn du die beiden erzeugten Graphen vergleichst und interpretierst, was sind deine Schlussfolgerungen?