



Mémoire présenté le :

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : Nicolas BOUTON

Titre: Solutions Individuelles de Protection du revenu Agricole - Modélisation et Tarification

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut signature

Entreprise : METEO PROTECT

Nom : BOUTON Nicolas

Signature : X

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : FINAS Bernard

Signature : F. Bernard

Invité : Gabriel Gross

Nom :

Signature : C

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

F. Bernard

Signature du candidat

Nicolas BOUTON

Secrétariat

Bibliothèque :

SOLUTIONS INDICIELLES DE PROTECTION DU REVENU AGRICOLE

MODÉLISATION ET TARIFICATION

Mémoire d'Actuariat - ISFA 2017

Victor Bouton

METEOPROTECT****



Résumé

Mots-clés : Assurance indicelle, assurance paramétrique, assurance agricole, agriculture, risque agricole, risque de marché, risque prix, assurance chiffre d'affaires, option quanto

A l'image de l'année 2016, le secteur de l'agriculture est sujet à une forte instabilité. Les aléas climatiques et la variabilité des prix sont une préoccupation constante pour le secteur. Le marché de l'assurance et les institutions publiques éprouvent des difficultés à concevoir une solution durable et sécurisante pour les producteurs. Nous envisagerons dans notre étude des solutions innovantes de protection du revenu s'appuyant sur des indices de rendement et de prix. En particulier nous proposerons un cadre formel de modélisation et de tarification pour ces solutions indicielles de transfert de risque. Une modélisation paramétrique des indices associée à l'algorithme d'Iman-Conover sera employée en vue d'évaluer le risque en suivant une approche Monte-Carlo.

Les assurances indicielles semblent promises à un bel avenir. D'une part elles définissent un cadre de couverture accordant à l'agriculteur une plus grande autonomie dans la gestion de son risque. D'autre part, elles représentent pour les assureurs une nouvelle offre sans les problématiques d'anti-sélection, d'aléa moral et d'expertise de sinistre, pour laquelle les frais de gestion pourront être considérablement réduits. Ce n'est que par une plus grande compréhension et intégration du risque de base que ces solutions deviendront véritablement pérennes.

Les travaux récents engagés par les syndicats agricoles, les acteurs publics et les assureurs concernant l'assurance agricole, notamment afin d'intégrer des protections face au risque de marché, ne pourront que s'enrichir de ces nouvelles solutions de transfert de risque. En outre, le futur de l'assurance agricole devra se construire autour d'un véritable dialogue et une implication forte de chacune des parties.

Summary

Keywords : Index-based insurance, parametric insurance, agricultural insurance, agriculture, agricultural risk, market risk, price risk, revenue insurance, quanto option

The agriculture industry is currently under a great deal of pressure. A combination of climatic volatility (including both severe weather events and unseasonal weather) and a volatile stock market are affecting the sector. To this day, insurance providers and governmental institutions find it difficult to design a strong, sustainable and cost-effective mechanism to protect farmers. In our study, we consider a number of innovative risk management solutions using hedges based on yield and price indexes. In particular, we developed a formal framework of modelling and pricing these risk transfer mechanisms. For risk modelling purposes, we implement a Monte-Carlo approach that relies on parametric distribution assumptions of the indices. We use the Iman-Conover algorithm to reflect the dependence structure.

Index-based insurance seems to hold great promise. On the one hand, it defines cover structures which provide farmers a great deal of flexibility and autonomy in risk management. On the other, it allows insurers the ability to provide new products without the traditional insurance problems of adverse selection, moral hazard and claims adjustment, resulting in significantly reduced management costs. However, there is a need for a better understanding and an integration of basis risk in order for these insurance products to have a long-lasting positive impact.

Progress initiated by farmers' unions, the public sector and insurers to improve agricultural insurance, especially in incorporating mechanisms to protect against market risk, can only be facilitated by these types of risk transfer solutions. A meaningful dialogue and enhanced participation of all market participants is also imperative.

Remerciements

Je souhaite adresser mes remerciements à l'ensemble des personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.

Tout d'abord je tiens à remercier tout particulièrement mon maître d'apprentissage et manager, Bernard Finas (Senior Weather Risks Analyst), qui a su m'écouter, me conseiller et m'orienter tout au long de cette année ainsi que pendant la rédaction de mon mémoire.

Je remercie également Gabriel Gross, président de Meteo Protect, tout comme l'ensemble de la direction pour m'avoir donné l'opportunité de travailler avec eux.

Je remercie l'équipe technique de Meteo Protect, pour leurs conseils et expertise.

Enfin je souhaite remercier l'ensemble de mes collègues pour leur bonne humeur et leur soutien ainsi que Clémence, pour sa relecture assidue.

Table des matières

I INTRODUCTION	6
II LA GESTION DU RISQUE EN AGRICULTURE	10
1 LES RISQUES EN AGRICULTURE	11
1.1 Les risques de l'agriculteur	11
1.2 Classification des risques	14
1.3 Les risques liés à l'assurance	15
2 PAYSAGE ACTUEL	18
2.1 Stratégies de couverture	18
2.2 Limitations	24
III MODÉLISATION DES INDICES - ÉTAT DE L'ART	27
3 INDICE RENDEMENT	28
3.1 Detrending	29
3.2 Modélisation	31
3.3 Limitations et pistes de réflexion	34
4 INDICE PRIX	36
4.1 Black-Scholes	37
4.2 Alternatives	38
5 INDICE CHIFFRE D'AFFAIRES	39
5.1 Copules	39
5.2 Alternatives	40
IV APPLICATION POUR LE MARCHÉ FRANCAIS	42
6 MODÉLISATION DES INDICES - PROPOSITION	46
6.1 Indice rendement	46
6.2 Indice prix	60
6.3 Dépendance	66
6.4 Modèle global	68
7 COUVERTURES INDICIELLES ENVISAGÉES	69
7.1 Assurance chiffre d'affaires	70
7.2 Option quanto	71
7.3 Spread de chiffre d'affaires	72
7.4 Couverture marge	73
8 ASSURANCE CHIFFRE D'AFFAIRES	74
8.1 Tarification	74
8.2 Intégration au marché actuel	76
V CONCLUSION GÉNÉRALE	80
VI ANNEXE	87

"Agriculture is not crop production as popular belief holds - it's the production of food and fiber from the world's land and waters. Without agriculture it is not possible to have a city, stock market, banks, university, church or army. Agriculture is the foundation of civilization and any stable economy."

— Allan Savory

Première partie

INTRODUCTION

L'agriculture, qu'elle soit d'élevage ou végétale, est l'un des piliers fondamentaux de toute société pérenne. Il est évident que l'agriculture ne peut évoluer sans le développement de la société qui la porte mais, à l'image de la citation d'Allan Savory, il est aujourd'hui clair que l'inverse est tout aussi vrai.

Dès le 19ème siècle la révolution agricole s'amorce. Poussées par le désir d'accroître exponentiellement la production et les rendements, de nombreuses innovations voient le jour. Le machinisme ainsi que les progrès dans le domaine de la chimie et de l'hybridation permettent le développement de nouvelles pratiques culturales avec notamment les premiers pas dans l'utilisation d'intrants et de pesticides ou dans la mécanisation de la récolte. Dès les années 50 les rendements explosent et se voient multipliés par dix en un demi-siècle (figure 1), développant par la même occasion une véritable logique économique et financière dans la gestion agricole.

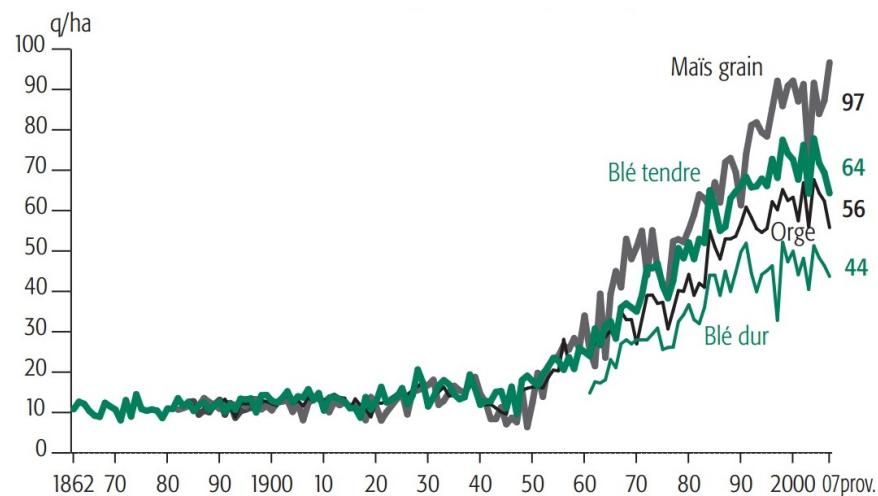


FIGURE 1: Rendements moyens historiques en quintaux par hectare pour différentes cultures sur l'ensemble du territoire français (Source : Agreste - Statistique agricole annuelle)

La révolution agricole bien qu'entraînant une brutale augmentation des rendements, amène aussi avec elle un fort accroissement de leur volatilité. Parallèlement la naissance des bourses de commerce et le développement des transports de matières premières accentuent grandement le volume de commodités échangé. Outre la tendance positive observable dans les différentes séries historiques de prix des céréales, l'augmentation de la volatilité est de la même manière visible sur l'indice prix.

La variabilité climatique permet d'expliquer en grande partie la volatilité des indices prix et rendement. En effet il apparaît assez clairement que l'occurrence des anomalies climatiques et des catastrophes naturelles est en augmentation depuis plusieurs années (figure 2). Ces variations entraînant des rendements agricoles très volatiles, à la hausse comme à la baisse, se répercutent sur les marchés financiers créant ainsi d'importants chocs. Ce phénomène est renforcé par la facilitation des échanges qui pousse les pays voire les régions à se spécialiser dans la production de culture spécifique, ce que l'on qualifie couramment de bassin de production. L'amoindrissement de la diversification géographique ainsi engendré

amplifie alors le risque systémique et accentue ces chocs. Enfin, d'autres facteurs semblent aussi se mêler à ce phénomène comme la spéculation sur le marché des commodités, en particulier les problématiques liées aux prix en contango qui pousse les acteurs physiques à stocker en masse provoquant de fortes hausses suivies de fortes baisses à terme. Les importantes augmentations de consommation céréalière localisées (Chine, Afrique) liées à une croissance démographique élevée et le développement des villes peut constituer un autre facteur d'éclaircissement, du fait qu'elles évoluent beaucoup plus rapidement que la production.

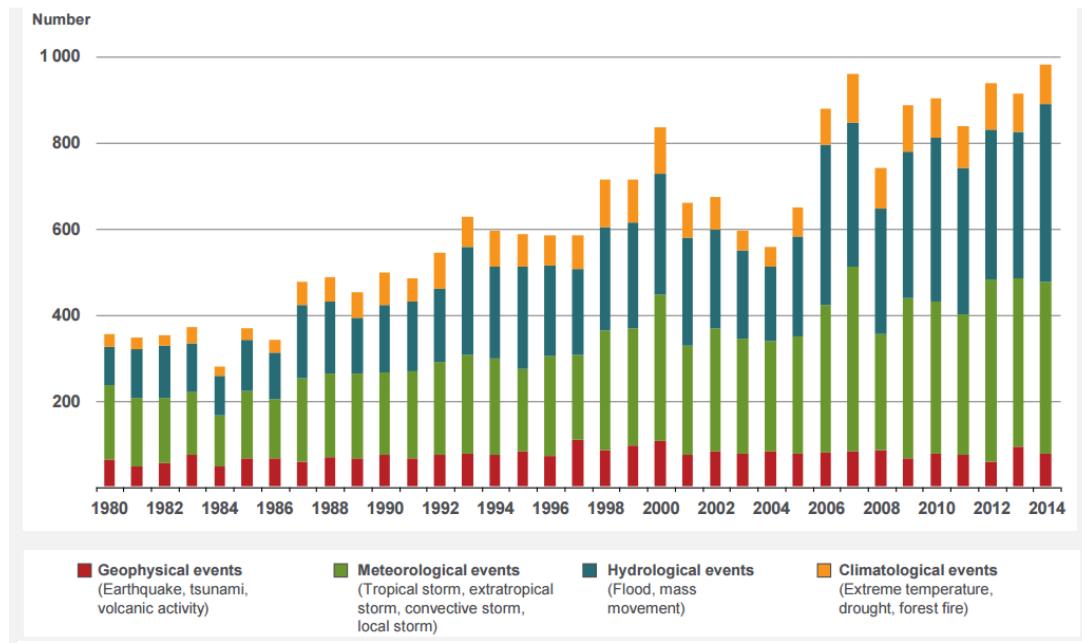


FIGURE 2: Nombre de sinistres liés à des phénomènes météorologiques et des catastrophes naturelles entre 1980 et 2014 à travers le monde (Source : Munich Re - NatCat Service)

Au regard de l'ensemble de ces éléments il devient nécessaire pour l'agriculteur de couvrir sa production et son revenu par des mécanismes financiers ou assurantiels. Pour faire face à ces nouvelles problématiques, en 1848 est créé le Chicago Board Of Trade (CBOT), le plus ancien marché de contrats à termes et options sur les matières premières. En parallèle naissent les premières assurances agricoles avec notamment le premier Farm Bill en 1933 connu sous le nom de “Agriculture Adjustment Act” (AAA), acte fondateur de l’assurance agricole américaine.

Depuis, de très nombreux systèmes de protection divers et variés ont vu le jour sans jamais réellement parvenir à répondre entièrement à la problématique posée. Les différents risques inhérents au marché agricole en font désormais le secteur présentant la plus grande variabilité de profit annuel dans la plupart des pays du monde (figure 3). En 1998, Olivier Mahul abordait déjà le sujet de “*la redéfinition du rôle de l’assurance agricole dans la gestion des risques sur récoltes*” [26] et encore aujourd’hui, face à l’augmentation de la variabilité climatique et une incertitude croissante sur les prix, la question subsiste.

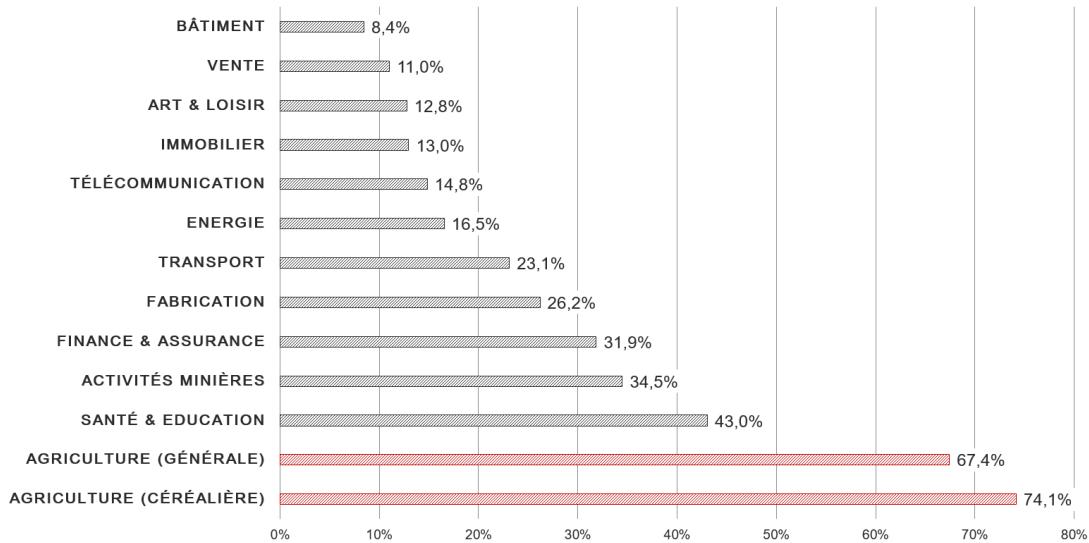


FIGURE 3: Coefficient de variation historique de la valeur ajoutée par secteur en proportion du produit intérieur brut aux Etats-Unis (Source données : Bureau of Economic Analysis - US Departement of Commerce)

Le questionnement de l'agriculteur se résume désormais en une conjonction de risque auxquels il est exposé, indépendants ou non. Les deux incertitudes majeures résidant dans la problématique du prix et du rendement, la question de développer une protection du revenu agricole est aujourd'hui au centre du débat. L'USDA (United States Departement of Agriculture) a créé outre-Atlantique il y a peu la première assurance revenu après l'échec des assurances indicielles rendement et MPCI (Multi-Peril Crop Insurance) présentant une trop forte antisélection. Cependant il n'existe à ce jour aucune solution comparable en Europe et les politiques agricoles communes ne parviennent pas à résoudre les nombreuses difficultés rencontrées par les agriculteurs ces dernières années.

L'objectif de ce mémoire est de présenter des solutions de couverture des risques prix et rendements croisés, en particulier les méthodes de tarification sous-jacentes et les facteurs déterminants pour la pérennité et l'attractivité de ces solutions.

La première partie permettra d'introduire en détail les risques agricoles et les solutions disponibles aujourd'hui. Nous exposerons les dysfonctionnements et limites qui les rendent inefficaces ou insuffisantes. La seconde partie s'attachera à étudier les indices qui composent les mécanismes de protection du revenu, à savoir les indices de prix et de rendement. Nous étudierons les approches envisagées dans la littérature à ce propos. Dans une troisième partie, nous chercherons à proposer un cadre de modélisation et de tarification propre à la France pour ces couvertures. Enfin, nous nous concentrerons sur l'assurance chiffre d'affaires et nous aurons une réflexion sur l'intégration de ces solutions dans le marché de l'assurance actuel.

Le mémoire proposé ici constitue, en grande partie, un travail de recherche pour développer de nouvelles solutions répondant à des besoins réels. Il peut être vu comme un travail préliminaire à la mise en place de couvertures agricoles innovantes ; la validation des postulats sous-jacents devra être accompagnée, par la suite, d'un appui quantitatif.

Deuxième partie

LA GESTION DU RISQUE EN AGRICULTURE

Chapitre 1

LES RISQUES EN AGRICULTURE

Definition (Risque). *Danger, inconvenient plus ou moins probable auquel on est exposé (Source : Larousse)*

Il existe bon nombre de définitions du mot risque, cependant chacune d'entre elle fait intervenir la notion d'incertitude future. L'agriculteur est extrêmement conscient de cette incertitude puisque c'est elle qui définira son revenu et, mal anticipée celle-ci pourra avoir de graves conséquences. Le producteur, à la manière d'un chef d'entreprise, a appris à gérer ces risques grâce à divers mécanismes de couvertures. Ainsi une meilleure compréhension de ces risques lui permet de pérenniser son exploitation et de réduire la volatilité de ses revenus. Avant d'étudier les différents mécanismes de protection il est important de comprendre et analyser les risques auxquels il doit faire face.

A travers cette première partie nous nous attacherons à décrire l'ensemble des risques relatifs à l'exploitation agricole, puis observerons les classifications de ces risques envisageables au vu de leurs spécificités. Enfin nous nous placerons du côté de l'assureur pour comprendre quels sont les risques liés à l'assurance agricole.

Le thème étant ici la protection du revenu pour un exploitant céréalier, les risques liés aux problématiques d'élevages seront bien entendu mis de côté.

1.1 Les risques de l'agriculteur

1.1.1 Le risque production ou rendement

Souvent considéré comme le risque le plus important pour l'agriculteur, il représente l'aléa sur la quantité produite. Chaque culture est soumise à sa manière à un très grand nombre d'événements qui influent sur la production. Les aléas météorologiques sont en grande partie responsables des écarts à la moyenne constatés. Les inondations, sécheresses et autres phénomènes climatiques moindres sont de plus en plus fréquents et impactent fortement les rendements. Ces phénomènes présentent un fort risque systémique (voir chapitre 1.2.1) car ils se produisent généralement sur des zones relativement étendues. Il existe aussi des phénomènes plus localisés comme la grêle, les maladies ou même les insectes qui peuvent aussi réduire drastiquement la production.

1.1.2 Le risque qualité

Lors de la vente de leur production ou simplement de la contractualisation de celle-ci, les agriculteurs se voient généralement imposer des critères quant à la qualité de leur récolte. En effet les récoltes sont chacune différentes d'un point de vue quantitatif mais aussi qualitatif.

Si l'on considère l'exemple d'un contrat d'achat de blé tendre classique, celui-ci fera apparaître des conditions sur le taux de protéines, le temps de chute de Hagberg (mesure de l'activité enzymatique), le taux d'humidité et le poids spécifique (poids de 1000 grains). Ainsi un blé ne respectant pas tous les seuils imposés se verra affublé d'un prix de réfraction correspondant à la quantité de blé de meilleure qualité qu'il faudra lui ajouter pour le vendre. Dans le cas où il serait de qualité très médiocre il pourra même être déclassé en blé fourrager, lui faisant ainsi perdre une importante partie de sa valeur.

Il existe un nombre important d'événements qui viennent modifier des aspects très précis de la plante et de sa céréale altérant ainsi son prix. Ici aussi les conditions climatiques et les maladies en sont les causes principales.

1.1.3 Le risque prix

Par le passé le prix était presque entièrement régulé par les rendements locaux en raison des coûts de transports élevés et l'absence de plateforme d'échange. Comme nous l'avons vu dans l'introduction, de nombreux facteurs interviennent désormais dans les mécanismes intrinsèques au prix. Ce risque résume donc l'incertitude que rencontre l'agriculteur lorsqu'il entame une nouvelle saison sur le prix au moment de la récolte. Il est très difficile pour lui d'estimer en amont le prix de vente de sa production en raison de la complexité des paramètres intervenants dans le calcul. Il est possible de distinguer trois origines majeures à l'instabilité du prix selon Chetaille et al. [2011] :

- **Instabilité importée** : C'est l'instabilité liée aux marchés financiers mondiaux et la variabilité du cours des commodités considérées. Les Etats peuvent dans une certaine mesure contrôler cette composante en régulant l'import et l'export.
- **Instabilité naturelle** : Lorsque les phénomènes naturels et climatiques impactent la production et la qualité.
- **Instabilité endogène** : Le laps de temps entre les décisions prises en début de saison et le moment de la récolte pousse les agriculteurs à anticiper le prix et produit des fluctuations décorrélées du marché. L'exemple le plus classique est le modèle Cobweb : une explosion de prix sur une céréale spécifique poussera un nombre conséquent d'agriculteurs à cultiver cette céréale la saison suivante, la surproduction engendrée créera alors une chute brutale des prix à la récolte.

1.1.4 Le risque coût de production

Une autre source d'incertitude réside dans les coûts de production, c'est-à-dire l'ensemble des charges opérationnelles et de structures nécessaires pour une saison complète. La variabilité de ce risque est majoritairement intégrée dans le coût des intrants nécessaires à la production (engrais, pesticides, insecticides) et le prix des semis. La volatilité du cours du pétrole est elle aussi à prendre en compte en raison de l'importante utilisation d'essence pour les tracteurs et autres machines.

Entrent aussi dans le coût de production les différentes charges de personnel, charges immobilières et charges locatives, cependant ces dernières ne représentent pas directement un risque car leur faible volatilité les rend facile à anticiper.

1.1.5 Les autres risques

Il existe d'autres risques intervenant dans le revenu du producteur qui ne sont cependant pas propres au secteur de l'agriculture. Il est possible de retrouver ces risques dans grands nombres de petites entreprises. Nous présenterons ici brièvement une liste non exhaustive de ces risques.

- **Risques opérationnels :** On peut citer dans cette section les risques directement liés à l'exploitant, sa famille ou son personnel, comme par exemple le décès, les maladies et les invalidités. Tous les risques liés à l'exploitation comme les incendies, vols ou dégradations font aussi partie de cette catégorie.
- **Risques financiers :** L'agriculteur est soumis à des risques liés aux changements de taux, dévaluations d'immobilisations financières et à des problématiques de liquidité liées au décalage entre dépenses et recettes notamment.
- **Risques institutionnels :** Ces risques sont pour la plupart associés à un changement de politique ou de régulation. Par exemple une interdiction d'utilisation de certains pesticides qui contraindrait l'agriculteur à utiliser un autre produit plus cher. Une nouvelle régulation sur l'exportation ou l'importation peut aussi entraîner des coûts supplémentaires.

1.2 Classification des risques

1.2.1 Risque idiosyncratique et risque systématique

A la manière d'un portefeuille d'actifs financiers, les risques agricoles étudiés dans leur ensemble présentent deux composantes.

La première est une composante propre à chaque agriculteur, que l'on qualifiera de risque idiosyncratique ou spécifique. Elle est influencée par les décisions et actions de l'agriculteur, notamment la consommation d'intrants et les techniques culturales choisies. On considérera aussi que les événements très localisés (grêle, maladies...) font partie des risques spécifiques. Le risque idiosyncratique est indépendant entre chaque assuré et est donc un risque mutualisable.

La seconde composante est le risque systématique ou systémique qui ne touche pas un individu en particulier mais un ensemble d'agriculteur ayant une caractéristique commune comme par exemple la zone géographique ou le type de culture. Les inondations, période de sécheresses et maladies (lorsqu'elles sont étendues) sont des exemples de risques systémiques. L'inconvénient de ce risque est qu'il est non diversifiable et ne peut donc être couvert par des mécanismes assurantiels classiques. La méthode de couverture couramment utilisé est l'ajout à la prime d'une marge de risque plus ou moins élevée selon la probabilité d'occurrence du risque. Cependant si la probabilité de survenance de risque systémique est trop élevée il devient alors difficile voire impossible de trouver un équilibre mutuellement avantageux pour l'assureur et l'assuré. Cette difficulté est essentielle pour bien comprendre les problématiques sous-jacentes à l'assurance agricole, nous reviendrons par la suite sur ce point afin de voir quelles sont les solutions envisageables face à cet inconvénient majeur.

1.2.2 Risque sage et risque sauvage

Une classification des risques très souvent retenue, en particulier dans le secteur de l'agriculture, est la notion de risque sage et de risque sauvage. Mandelbrot est le premier à introduire cette distinction (*mild and wild risk*) afin de décrire la nuance qui existe entre les risques sages qui présentent un aléa faible, c'est-à-dire ne dérivant que très peu de leur moyenne et les risques sauvages qui ont un fort caractère aléatoire et peuvent générer des évènements extrêmes. A partir de ces définitions il est possible de décrire une cartographie des risques sous forme de tableau (figure 1.1).

	Probabilité d'occurrence faible	Probabilité d'occurrence forte
Perte potentielle faible	Risque ne nécessitant pas de couverture	Risque sage - Stratégie d'assumption
Perte potentielle forte	Risque sauvage - Stratégie de transfert	Risque impossible à couvrir

FIGURE 1.1: Cartographie des risques de l'agriculteur (Source : Cordier et Debar, 2005)

Cette représentation nous permet de comprendre de quelle manière le producteur optimisera sa couverture de risque, les risques sages seront les risques pour lesquels l'agriculteur ne cherchera pas à se couvrir car il peut y faire face seul, ce que l'on peut qualifier de stratégies d'assumption. Chetaille et al. [2011] définit la stratégie d'assumption comme “la constitution de fonds propres (épargne), appelée auto-assurance, ou la diversification du risque”. Pour les risques sauvages l'agriculteur préférera généralement transférer son risque à une contrepartie, par un mécanisme assurantiel ou financier.

Enfin nous noterons qu'il existe deux catégories de risques pour lesquels il n'y a pas de stratégie possible, la première ne présentant pas réellement d'incertitude et la seconde étant impossible à couvrir. En effet l'existence d'un risque avec une perte potentielle et une probabilité d'occurrence élevées rend toute forme de business trop aléatoire et donc stérile.

1.3 Les risques liés à l'assurance

1.3.1 Antisélection ou sélection adverse

Dans son livre *The Market for “Lemons” : Quality Uncertainty and the Market Mechanism* (1970), George Akerlof décrivait un marché automobile qui tend à disparaître en raison de la présence d'asymétries d'informations.

Pour reprendre son exemple, supposons qu'il existe sur le marché plusieurs personnes cherchant à vendre le même modèle de voiture qui en apparence semble avoir les mêmes caractéristiques. Cependant la qualité réelle des voitures est différente et seul le vendeur connaît la qualité de son véhicule. Ainsi les vendeurs de véhicule de bonne qualité chercheront à vendre leur voiture à un prix équivalent à la qualité de celle-ci, tandis que les vendeurs ayant des voitures de mauvaise qualité seront prêts à vendre à un prix plus faible. L'acheteur lui, ne pouvant connaître la qualité du véhicule, préférera acheter un véhicule au prix du moins cher plutôt que de payer un prix élevé pour un véhicule qui peut se révéler être de piètre qualité. Les vendeurs de bons véhicules ne souhaitant pas vendre un véhicule à un prix bien plus faible que sa valeur se retirent donc du marché. Après plusieurs étapes il ne reste alors sur le marché que le véhicule de plus mauvaise qualité.

En remplaçant les voitures par des individus et la qualité de celle-ci par un risque propre à l'individu, le parallèle entre cet exemple et l'assurance est alors évident. L'assureur à la signature d'un contrat ne connaît pas précisément le risque de l'assuré, ainsi l'assureur sera tenté d'augmenter les prix de tous les assurés pour se couvrir face aux individus présentant le plus de risque. Ce qui nous amène dans une situation où seuls les “mauvais risques” s'assurent car il n'y a que pour eux que le prix de la prime est justifiée.

Ainsi l'antisélection ou sélection adverse désigne une situation où assureur et assuré ne détiennent pas les mêmes informations, généralement c'est l'assureur qui ne connaît pas l'ensemble des informations relatives à l'assuré. On parle donc d'asymétrie d'informations.

Pour revenir au cas de l'assurance agricole et l'exemple des Etats-Unis abordés dans l'introduction, dans les années 80 le FCIC (Federal Crop Insurance Corporation) avait supposé à tort que la variance des rendements était proportionnelle à leur moyenne et ainsi la connaissance de l'espérance du rendement semblait suffire au calcul de la prime (Mahul [1998]). Rapidement seuls les agriculteurs ayant une volatilité de production importante souscrivaient à une assurance et les assureurs se retrouvèrent donc avec des ratios sinistres sur primes pharamineux.

Pour conclure ce chapitre sur la sélection adverse il est important de souligner qu'il existe des solutions pour contrer ce phénomène, comme les méthodes qui relèvent de la théorie de la crédibilité ou les contrats du type assurances individuelles d'ordre "mésos". (voir chapitre 2.1.2.2)

1.3.2 Aléa moral

Dans le cas de l'assurance, l'aléa moral défini le fait de modifier, intentionnellement ou non, son comportement du fait que l'on se sait assuré et donc non totalement exposé au risque. Nous sommes ici aussi dans le cas d'une asymétrie d'informations. Cela pose un réel problème pour l'assureur qui peut difficilement contrôler ce changement de comportement car il lui est impossible de connaître tous les agissements de son assuré avant et durant le contrat. On dit généralement que l'assureur ne connaît pas le niveau d'effort de l'agent.

Il est possible de distinguer deux types d'aléa moral, l'aléa *ex ante* ("au préalable") et *ex post* ("après les faits"). Pour l'assurance agricole on parlera de risque ex ante lorsque l'agriculteur modifie la distribution de ses rendements, par exemple en diminuant sa consommation d'intrants. Smith et Goodwin [1996] montrent que la souscription à un contrat d'assurance réduisait l'utilisation de l'ensemble des facteurs de production. L'aléa moral ex post concerne le risque de fraude, un assuré peut être amené à négliger une parcelle ayant subi des dommages afin d'augmenter l'indemnisation correspondante entre autres.

Il existe plusieurs solutions permettant de réduire le risque d'aléa moral. Les franchises représentent un premier élément de réponse, en effet l'assuré conscient qu'il devra payer une partie du sinistre de sa poche sera en général plus précautionneux. Une seconde solution est la mise en place d'expertises plus poussées ainsi qu'un niveau d'effort minimal, niveau d'effort qui peut se traduire en agriculture par la contractualisation de méthode culturale et de consommation d'intrants.

1.3.3 Risque de base

Le risque de base est un terme initialement utilisé pour décrire les marchés financiers et en particulier les options ou contrats à terme. La base représente la différence mathématique entre le prix au comptant d'un actif (spot) et son prix à échéance future. On parlera de prix en backwardation lorsque la base est positive (prix spot supérieur au prix à terme) et de contango lorsqu'elle est négative. Le risque de base définit donc le risque relatif à l'écart que peut prendre le prix réel d'un actif par rapport à la valeur de la couverture, la base donc. Il est engendré par une corrélation imparfaite entre ces deux investissements.

De la même façon en assurance on utilisera le terme risque de base lorsque le risque réel de l'assuré et le risque pour lequel il est couvert ne sont pas parfaitement corrélés. Les indemnités perçues lors d'un sinistre pourront donc être non proportionnelles aux dommages. Deux cas sont donc possibles, si l'assuré reçoit une indemnisation supérieure à sa perte réelle on parlera de faux-positif, si l'indemnisation est inférieure alors on parlera de faux-négatif. L'assurance indemnitaire classique ne présente pas réellement de risque de base car l'indemnisation est évaluée généralement par un expert en cas de sinistre. Cependant en assurance indicelle, le risque de base peut se révéler important en fonction de l'indice retenu. Cette problématique sera abordée plus en détail dans la section suivante où nous rappellerons le concept d'assurance indicelle et détaillerons les solutions envisageables. La figure 2.2 nous permettra de comprendre les notions de faux-négatif et faux-positif liées à l'assurance indicelle.

Chapitre 2

PAYSAGE ACTUEL

Face aux risques, l'agriculteur va réaliser des choix de couverture qu'il considéra optimal vis-à-vis de son exploitation et de son budget. Ces choix sont fonction de l'aversion au risque propre à chaque producteur ainsi qu'aux solutions disponibles sur le marché. Il est donc important dans un premier temps de faire un rapide exposé des solutions existantes à travers le monde pour pouvoir entrevoir les mécanismes qui régissent les choix de l'agriculteur.

Le coût technique du risque représente une valeur chiffré du risque auquel l'agent est soumis. Il est égal à la valeur de la perte probable multipliée par la probabilité d'occurrence de l'événement néfaste. Il existe dès lors deux mécanismes principaux de gestion du risque, la prévention ou le traitement de celui-ci. Lorsque l'agriculteur cherchera à diminuer son coût technique de risque on parlera de prévention, tandis que les stratégies de transfert ou d'assumation abordées précédemment, relèveront du traitement du risque et cherche à couvrir le coût technique sans le modifier.

Dans cette seconde partie, nous décrirons les différentes stratégies de couverture, à savoir les stratégies d'assumation, les stratégies assurantielles et les stratégies financières. Puis nous exposerons les limites des couvertures rencontrées ces dernières années.

2.1 Stratégies de couverture

2.1.1 Stratégies d'assumation

L'assumation désigne l'ensemble des mécanismes de protection qui consiste à s'assurer sans l'aide d'une contrepartie, c'est pourquoi on parle d'auto-assurance. L'agriculteur peu averse au risque préférera généralement ce type de stratégie car bien qu'elles soient sujettes à une forte volatilité, elles ne coûtent quasiment rien. De plus pour l'ensemble des risques sages l'agriculteur recourra aussi à ces stratégies car le coût de l'assurance au regard de la protection proposée est peu intéressant. Il existe deux formes classiques d'auto-assurance en agriculture, la constitution de fonds propres et la diversification.

● Constitution de fonds propres

La constitution de fonds propres, communément appelée épargne, est le mécanisme qui consiste à provisionner lors des années où le revenu est bon et de prélever dans la réserve ainsi créée lors des mauvaises années. C'est la méthode utilisée historiquement par tous les agriculteurs qui bien conscient de la variabilité de leur production ont appris à mettre de côté pour faire face aux périodes présentant de faible revenu.

Cette stratégie relève de l'auto-assurance mais il est aussi possible de mettre en place des contrats épargnes par le biais d'une contrepartie, banques notamment. Ces contrats sont en général financés ou régulés par l'Etat et l'utilisation par l'agriculteur de la réserve est soumise à conditions (indice météo par exemple). On retrouve des exemples de "*stabilization account*" au Canada et en Australie notamment.

● Diversification

La diversification est un terme issu du monde de la finance et plus particulièrement de la théorie moderne du portefeuille (H. Markowitz). Elle désigne le fait de constituer son portefeuille avec des actifs peu ou pas corrélés positivement. La diversification réduit la variance sans changer l'espérance du portefeuille. Dans l'agriculture on distingue deux types de diversification : géographique et culturelle.

La diversification géographique consiste à étendre ses cultures sur une zone la plus large possible afin de réduire le risque idiosyncratique lié à des phénomènes locaux (voir chapitre 1.2.1) et ainsi ne pas s'exposer à un sinistre généralisé. La diversification culturelle est le fait de répartir sa production en différentes cultures qui ne sont pas sensibles aux mêmes événements climatiques ou maladies.

2.1.2 Stratégies assurantielles

Les couvertures en assurance concernent l'ensemble des couvertures pour lesquelles l'agriculteur cède son risque à un organisme d'assurance en échange d'une prime. Au sens actuariel, on dira qu'un risque est assurable s'il respecte plusieurs conditions, dont la présence d'un aléa, la possibilité de mutualisation et la possibilité d'estimer la perte moyenne et la perte maximum.

L'assurance peut être dès lors construite de deux manières différentes, avec chacune leurs avantages et inconvénients, l'assurance indemnitaire et l'assurance indicielle. Nous présenterons donc les types d'assurances disponibles dans chacune de ces catégories.

2.1.2.1 Assurance indemnitaire

L’assurance indemnitaire est le type de contrat le plus courant dans le secteur de l’assurance. Dans ces contrats, l’assuré et l’assureur définissent l’étendu des biens couverts et les garanties associées au préalable. Lors d’un sinistre, une expertise est en général nécessaire pour constater le montant de la perte. A noter aussi que les assurances de type indemnitaires couvrent uniquement des risques mutualisables. Nous distinguerons trois catégories d’assurance indemnitaire.

- **Assurance péril nommé**

L’assurance péril nommé protège l’agriculteur face à un ou plusieurs risques explicitement mentionnés dans le contrat. Il faut définir au préalable le pourcentage des dommages encourus et le montant de la franchise si celle-ci existe. Il est l’un des contrats les plus répandus dans le monde et permet de se couvrir face à des risques tels que la grêle, les incendies ou encore les inondations.

- **Assurance multirisques**

L’assurance multirisques couvre l’agriculteur contre un certain nombre d’événements pouvant diminuer sa production. Au préalable est défini la valeur garantie de rendement (en général entre 50 et 70% du rendement attendu) ainsi que les différentes exclusions de garantie.

Il est nécessaire de connaître une partie de l’historique de rendement de l’agriculteur ou du moins celui du département afin d’estimer le montant de la prime. Ces contrats offrent à l’agriculteur une couverture importante mais à un prix plus élevé.

- **Assurance revenu ou chiffre d’affaires**

Ce type d’assurance s’est développé ces dernières années afin de protéger les producteurs face au caractère volatile des prix en plus des couvertures classiques. L’assurance chiffre d’affaires assure à l’agriculteur comme son nom l’indique un chiffre d’affaires plancher tandis que l’assurance revenu offrira la même garantie mais sur l’indice revenu, c’est-à-dire le chiffre d’affaires auquel on soustrait l’ensemble des coûts de production. Il faut dans ce cas aussi connaître un minimum d’historique de l’agriculteur.

2.1.2.2 Assurance indicelle

Les assurances indicielles ou paramétriques sont une forme de couverture relativement nouvelle développée depuis les années 1990. L’objectif principal était en premier lieu de se protéger face aux aléas météorologiques par le biais de contrats inspirés des dérivées climatiques mais entièrement paramétrables (indice, période, station météo...).

L'assurance indicielle est donc une assurance où l'indemnisation est proportionnelle à un indice et non au sinistre réel. Elle présente l'avantage de ne pas nécessiter d'expertise réduisant ainsi le coût de la prime et la durée avant indemnisation. L'indice doit être fourni par un tiers dit "de confiance" accepté en amont par l'assureur et l'assuré. Nous décrirons ici quatre types d'assurance indicielle chacune basée sur des indices différents.

● Assurance basée sur un indice météo

C'est le cas le plus courant d'assurance indicielle, il permet à l'agriculteur de se protéger face à un risque météorologique spécifique tel que la sécheresse ou un excès de précipitations. Les indices les plus communément utilisés dans le secteur de l'agriculture sont les indices de températures, de précipitations et plus rarement de vent et d'ensoleillement. Il est possible entre autres de travailler sur du cumul ou en nombre de jours critiques. L'indice est dans ce cas généralement fourni par un institut météorologique national reconnu.

Ci-dessous un exemple de contrat d'un agriculteur souhaitant se prémunir de températures trop élevées durant le mois de juillet :

Indice	Nombre de jours où la température maximale est supérieure à 32°C
Période	Du 01/07 au 31/07
Station	Paris Orly
Type de couverture	CALL (couverture contre une hausse)
Seuil de déclenchement	3
Limite haute	8
Indemnisation par unité d'indice au-delà du seuil	100 €/ha
Surface couverte (en ha)	20
Indemnisation maximale par hectare	500 €
Prime par hectare	40 €

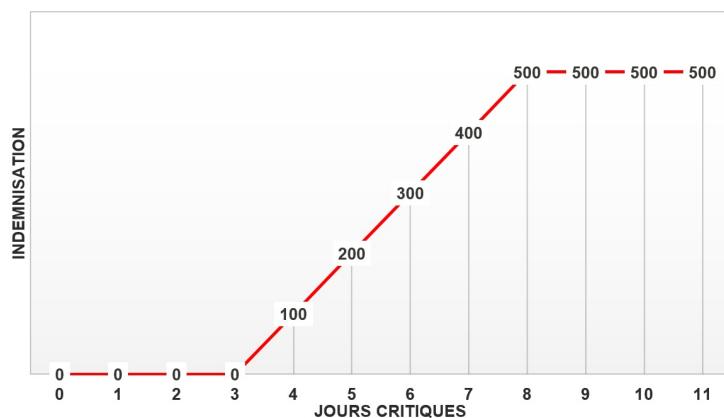


FIGURE 2.1: Exemple d'assurance indicielle météorologique avec le profil d'indemnisation correspondant

- **Assurance basée sur un indice végétal**

Beaucoup moins répandues, les assurances basées sur un indice végétal protègent l'agriculteur sur des indices mesurables à un niveau local ou global. Elles sont pour l'instant difficiles à mettre en place en raison du manque d'historique disponible et du fait que les mesures sont pour la plupart réalisées par satellite. Les indices sur lesquels des essais de couverture ont déjà été réalisés sont les indices d'évapotranspiration, NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) et indice d'azote et de nitrogène présent dans les sols. L'utilisation de ces couvertures reste pour l'instant des cas très isolés.

- **Assurance basée sur un indice rendement**

Cette couverture est très ressemblante à une assurance multirisques à la différence que l'indice de rendement retenu pour le calcul de l'indemnisation n'est plus celui de l'agriculteur mais un indice "méso". Le terme "méso" signifie ici que l'indice est un indice agrégé sur une zone de culture plus étendue que celle du producteur assuré, qui elle est qualifiée de "micro". Cette distinction permet de supprimer l'expertise nécessaire à l'indemnisation en se référant à l'indice fourni par le tiers de confiance, en général un fournisseur de données national (ministère de l'agriculture, institut de statistiques).

- **Assurance basée sur un indice chiffre d'affaires**

Comme pour l'assurance basée sur le rendement agrégé, il est possible de faire un parallèle entre l'assurance indicielle revenu et l'assurance indemnitaire revenu. La nuance est encore une fois dans le calcul de l'indemnisation. On considérera ici un indice de revenu ou de chiffre d'affaires "meso", par exemple le chiffre d'affaires régional par hectare.

2.1.3 Stratégies financières

Les stratégies financières sont des mécanismes permettant de couvrir un risque par le biais des marchés financiers. Leur apport majeur est qu'il est possible, en ayant recours à ces mécanismes, de se protéger d'un risque non mutualisable. On parlera de produits dérivés car leur valeur "dérive" d'un indice sous-jacent. Le produit dérivé est un contrat entre deux parties, l'une acheteuse et l'autre vendeuse.

Il existe plusieurs catégories, cependant dans le cadre de l'agriculture nous nous intéresserons uniquement aux options et aux contrats à terme.

- **Contrats à terme (futures et forwards)**

Un contrat à terme est un contrat dans lequel la partie vendeuse s'engage à vendre, à une date et un prix donnés, une quantité définie de matière première (commodité) à la partie acheteuse. La commodité est donc qualifiée ici de sous-jacent. Ce type de contrat permet à un agriculteur de se protéger du risque prix ou risque de marché en ayant la certitude de pouvoir vendre sa récolte à un prix

connu à l'avance. Le prix du contrat inclue une prime de risque.

On distinguera les contrats forwards des contrats futures. Les forwards sont des contrats dits de gré à gré car souscrits par deux parties indépendamment du marché tandis que les futures sont des contrats standardisés sur des marchés tels qu'Euronext en Europe ou le Chicago Mercantile Exchange (CME) aux Etats-Unis.

• Options sur les commodités

Les options sont des contrats qui permettent à l'acheteur d'avoir la possibilité d'acheter (Call) ou de vendre (Put) une commodité à un prix connu à l'avance. On parlera d'option européenne lorsque le contrat peut être exercé uniquement à la date d'échéance et d'options américaines si l'exercice peut être fait à tout moment avant l'échéance. À partir des options élémentaires (Call et Put) il est possible de construire de nombreuses options composées ce que l'on qualifiera de stratégies optionnelles.

Les stratégies pour l'agriculteur se limiteront à l'achat de Put et de Put spread (Achat d'un Put et vente d'un Put de strike inférieur). Celles-ci lui permettront à la manière des contrats à terme de protéger le prix de vente de sa production à la différence que pour les options il conserve la possibilité de la vendre à un prix supérieur dans le cas où le marché est favorable.

• Options sur la météo (dérivés climatiques)

Les dérivés climatiques sont sensiblement identiques à des couvertures indicielles météo, la seule nuance étant qu'elles sont standardisées et vendues sur des places boursières comme le CME. Elles sont donc généralement moins chères que la couverture indicielle correspondante.

2.2 Limitations

En reprenant la définition actuarielle du risque assurable, les contours de la problématique se dessinent de plus en plus clairement. Les risques agricoles et leurs caractéristiques très spécifiques (interdépendance forte, asymétries d'informations, forte variabilité) conduisent souvent les assureurs à éléver la valeur des primes et ajouter des exclusions supplémentaires. À cela s'ajoute le risque de marché, non couvert par les mécanismes assurantiels classiques, engendrant une forme de risque de base (l'agriculteur pouvant avoir une excellente récolte ternie par une chute du cours de la céréale).

L'assurance indemnitaire, longtemps plébiscitée par les agriculteurs commence à révéler ses faiblesses. D'abord l'existence d'aléa moral crée une situation perdant-perdant pour l'assureur et l'assuré. D'une part l'assuré se voit imposer généralement une franchise ainsi que des conditions strictes sur sa production, d'autre part l'assureur prend le risque de devoir payer des sinistres qui n'avaient pas lieu d'être. L'antisélection est aussi une des interrogations majeures dans le secteur de l'assurance agricole, la question étant de savoir s'il est possible de réellement connaître le risque idiosyncratique de chacun. En effet il est possible d'entrevoir le risque propre à l'assuré après plusieurs années de souscription mais impossible en amont. La difficulté de connaître la corrélation entre chaque assuré va elle aussi tendre à augmenter le prix de ces assurances et les primes de réassurance. Tous ces inconvénients interrogent assureurs comme assurés quant à l'avenir de ce type de solution.

L'assurance indemnitaire ne permettant pas de répondre à la question du risque prix, l'agriculteur peut être amené à se tourner vers des solutions financières, les produits dérivés en particulier. Cependant, outre les très grandes exploitations, l'achat de ce type de produit reste très limité dans le secteur en raison des frais de gestion et du caractère trop technique de ces couvertures du point de vue de l'agriculteur. On constate dans les faits que les agriculteurs préfèrent généralement se couvrir par le biais d'assurances du fait que des intermédiaires sont à leur disposition afin de les conseiller et les accompagner pendant la durée du contrat.

L'assurance indicielle semble apparaître ces dernières années comme une réponse aux interrogations des agriculteurs. Ce type d'assurance présente l'avantage de n'engendrer aucune asymétrie d'informations, l'indice étant non individuel, l'antisélection comme l'aléa moral sont dès lors supprimés. De plus, l'absence d'expertise nécessaire, réduisant le coût de ces couvertures, en fait un candidat désormais sérieux pour la gestion agricole. Dans ce type d'assurance le choix de l'indice est capital, il devra être :

- Etroitement corrélé avec le risque assuré
- Objectif et facilement quantifiable
- Publiquement vérifiable
- Non manipulable par l'assureur ou l'assuré

Le choix de cet indice délimitera le risque de base associé à la couverture. Si l'indice retenu et le risque réel de l'agriculteur ne sont pas parfaitement corrélés, l'assurance entraînera à terme des faux-positifs ou des faux-négatifs (figure 2.2). Il est évident que la suppression des asymétries d'informations est vaine si le risque couvert n'est pas corrélé avec celui de l'assuré.

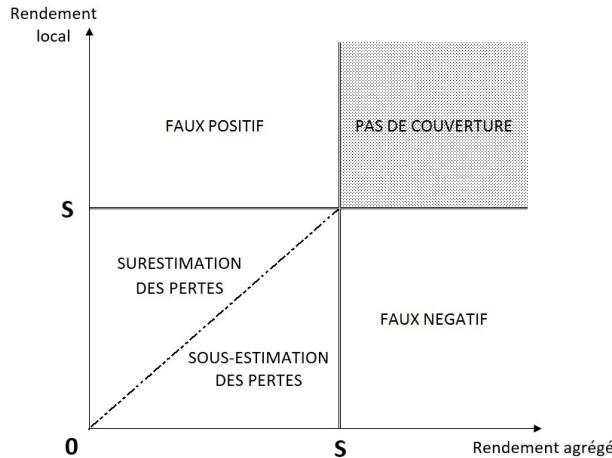


FIGURE 2.2: Illustration des différents cas envisageables dans le cas d'une assurance rendement indiciel. La valeur de S représente le seuil à partir duquel l'agriculteur souhaite être indemnisé.

La réduction du risque de base est un facteur déterminant dans la souscription d'un contrat indiciel. Dans son article *Is There Too Much Hype about Index-based Agricultural Insurance?* H. P. Binswanger explique qu'en présence de risque de base l'assuré préférera généralement souscrire à un contrat indemnitaire même si celui-ci est plus coûteux. La figure 2.3 révèle bien ce phénomène, un individu infinitement averse au risque souscrira à la solution lui offrant 100% de couverture. Cependant si le contrat présente un risque de base, alors ce même individu choisira de ne souscrire à aucune assurance. Le pourcentage de souscription représente la probabilité que l'agent souscrive au produit proposé, l'expression anglophone *Willingness To Pay* (WTP) est couramment utilisée dans la littérature pour décrire cette valeur.

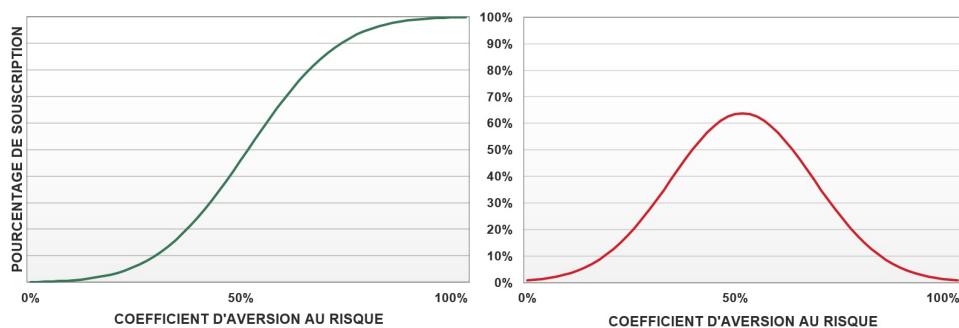


FIGURE 2.3: Pourcentage de souscription à une assurance par les agriculteurs en fonction de leur coefficient d'aversion au risque (exemple). En vert dans le cas de l'assurance indemnitaire classique, en rouge dans le cas où l'assurance présente un risque de base.

CONCLUSION

La FAO (Food and Agriculture Organization of the United Nations) dans un rapport de 2009 estimait qu'il est nécessaire d'augmenter de 70% la production de nourriture d'ici 2050. Malgré ce bilan il est très clair que l'assurance agricole ne parvient pas à répondre aux attentes émises par les producteurs ainsi que les organismes stockeurs. L'évolution de l'assurance sera donc capitale dans les années à venir et devra répondre aux exigences imposées, notamment réduire l'impact négatif des aléas et encourager le développement financier et technologique du secteur.

L'assurance agricole doit répondre dans un premier temps aux inquiétudes concernant le risque prix, encore trop peu considéré et ce particulièrement en Europe. La mise en place de stratégies dites hybrides peut résoudre cette problématique tout en conservant un fort potentiel de marché, car vendues sous forme de produits d'assurance (figure 2.4).

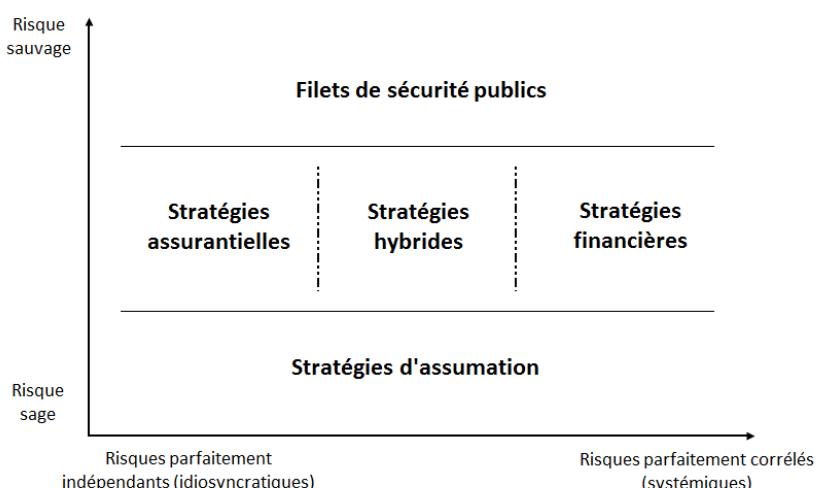


FIGURE 2.4: Cartographie des stratégies de couverture (Adaptée de Cordier, Debar 2004)

Les coûts élevés et les asymétries d'informations peuvent être en grande partie atténués par la mise en place d'assurances indicielles. Cependant ce type d'assurance apporte avec lui un risque de base absent dans les couvertures classiques. Afin de répondre à ces questions la suite de ce mémoire s'attachera à décrire des mécanismes de couverture indicelle hybride proposant une protection sur le prix et sur le rendement tout en s'interrogeant sur les solutions envisageables pour faire face au risque de base.

Troisième partie

MODÉLISATION DES INDICES - ÉTAT DE L'ART

Chapitre 3

INDICE RENDEMENT

Introduction

Dans l'optique de développer une couverture indicielle de revenu agricole il est nécessaire de comprendre et estimer le comportement des indices qui la composent. Tout comme dans le cas d'une assurance indicielle rendement pur le choix d'une méthode de modélisation du rendement est capital. Dans un premier temps le choix nous indiquera si la mise en place de ce type de couverture est possible, puis permettra à l'assureur de tarifer ce contrat.

Une assurance indicielle "carence d'apport", ou "*yield shortfall*" en anglais, est définie par sa limite haute que l'on notera u , sa limite basse notée d et l'indemnisation par unité d'indice au-delà du seuil correspondante (appelée *tick*). Ainsi la fonction *payoff* de ce type de contrat, pour un rendement y , est :

$$Payoff = \text{Max}(\text{Min}(u - y ; u - d) ; 0) * Tick \quad (3.1)$$

La prime pure (*actuarially fair premium* en anglais) représente le montant de prime pour lequel le contrat d'assurance a un *payoff* net égal à zéro en espérance. En termes mathématiques, la prime pure notée Π est solution de l'équation suivante :

$$\Pi - E[Payoff] = 0 \quad (3.2)$$

La prime pure est essentielle pour tarifer un contrat d'assurance, en effet la prime finale du contrat sera toujours fonction de celle-ci. Il est donc nécessaire pour déterminer ce montant de connaître la valeur de l'espérance du *payoff*, c'est-à-dire pour un *tick* égal à 1 :

$$\begin{aligned} & E[Payoff] \\ &= Pr[0 < y < d] * E[Payoff|0 < y < d] + Pr[d < y < u] * E[Payoff|d < y < u] \\ &= \int_0^d f(y).dy * (u - d) + \int_d^u f(y).dy * \left(u - \frac{\int_d^u y.f(y).dy}{\int_d^u f(y).dy} \right) \\ &= F_Y(d) * (u - d) + u * (F_Y(u) - F_Y(d)) - \int_d^u y.f(y).dy \end{aligned}$$

$$E[Payoff] = u * F_Y(u) - d * F_Y(d) - E[y | d < y < u] \quad (3.3)$$

Dans l'équation ci-dessus F_Y représente la fonction de répartition de Y , où Y est le rendement. Cette équation permet donc de comprendre l'importance d'une modélisation précise de la distribution des rendements dans la tarification de ce type d'assurance. Bien que cet exemple soit basé sur une assurance rendement pur, la problématique est la même dans le cas d'une assurance revenu. Une hypothèse de distribution trop éloignée de la réalité entraînera des problèmes d'antisélection ou inversement des problèmes de solvabilité du produit d'assurance.

De nombreuses recherches ont été réalisées sur le sujet de la modélisation des rendements agricoles et ce depuis plus de 40 ans. Il n'existe pas encore à ce jour une théorie dominante mais un ensemble de méthodes présentant chacune avantages comme inconvénients. À travers cette section nous explorerons la littérature existante sur le sujet afin de déterminer quelles seront les méthodes les plus adaptées dans le cas de notre étude.

Dans un premier chapitre, nous étudierons les méthodes permettant de supprimer la tendance des séries de rendements, ce que l'on appellera par la suite "detrending", première étape avant toute modélisation. Dans un second chapitre, nous nous attacherons à décrire les modèles existants et qui ont déjà fait l'objet d'étude. Enfin avant de conclure nous discuterons des limitations des modèles actuels et aborderont les améliorations envisageables.

3.1 Detrending

Definition. (X_t) est stationnaire au sens strict (fort) si : (X_1, X_2, \dots, X_k) a même loi que $(X_{1+h}, X_{2+h}, \dots, X_{k+h})$ pour tout h et k tels que $(h, k) \in I \times I$

Lorsque l'on souhaite étudier des séries temporelles il est important d'éliminer tous les éléments qui ne sont pas purement aléatoires afin de se ramener à une série stationnaire. Si la série présente une tendance elle ne peut pas être stationnaire. En effet, prenons le cas d'une série X_t avec une tendance constante :

$$X_t = a + b * t + \epsilon_t, \quad \text{avec } \epsilon_t \text{ un bruit blanc}$$

$$\text{Alors, } E[X_t] = a + b * t$$

Il est donc évident que cette série n'est pas stationnaire du fait qu'elle ne conserve pas ces caractéristiques au cours du temps. La simple observation des séries historiques de rendements laisse envisager une tendance forte (figure 1). Cette tendance s'explique entre autre par le développement de nouvelles technologies dans le domaine de l'agriculture, ainsi que l'utilisation accrue d'intrants (engrais et pesticides).

Il existe de nombreux tests statistiques permettant de déceler l'existence d'une tendance, test que l'on qualifiera en anglais de "*unit root test*". Une fois l'existence prouvée, afin de supprimer la tendance, il est nécessaire de faire une ou plusieurs hypothèses sur le comportement de celle-ci. On parle alors de méthodes de detrending, ces méthodes nous permettent d'obtenir une série normalisée Y_t^* du type :

$$Y_t^* = Y_{pivot} + \epsilon_t, \quad \text{avec } \epsilon_t \text{ un bruit blanc} \quad (3.4)$$

De nombreux modèles de detrending ont été étudiés dans la littérature scientifique et en particulier les modèles suivants :

- **Linéaire simple** : $\hat{Y}_t = a + b * t$
- **Linéaire "double"** (*one-knot linear spline*) : $\hat{Y}_t = a + b * t + c * t * \mathbb{1}_{t > u}$
- **Moyenne mobile** : $\hat{Y}_t = \frac{1}{\sum w_i} * \left(\sum_{i=t-k}^{t-1} w_i * Y_i + \sum_{i=t+1}^{t+k} w_i * Y_i \right)$
- **LOESS (Cleveland [1979])** : Méthode de régression locale non paramétrique.
- **Linéaire avec variables météorologiques (Conradt [2012]).**

La série détrendée s'obtient alors en calculant ϵ_t pour chaque t :

$$\epsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad (3.5)$$

Enfin en injectant le résultat de l'équation 3.5 dans 3.4 on obtient la série des valeurs détrendées pour un niveau souhaité défini par Y_{pivot} .

Des études concernant des modèles plus complexes ont été réalisées, notamment des méthodes basées sur des modèles ARIMA ou GARCH. Cependant ces modèles nécessitent une paramétrisation précise difficilement réalisable avec des historiques de données courts.

Il est évident que le choix d'une méthode influencera la tarification et sera donc un élément clé dans l'étude des contrats d'assurance présentant un indice de rendement. Dans la suite de cette partie nous décrirons uniquement des séries détrendées. En effet, une étude de distribution ne peut se faire que sur une série stationnaire afin de travailler avec des variables indépendantes et identiquement distribuées.

3.2 Modélisation

Une étude de modélisation est sujette à la quantité de données disponibles, il est donc crucial de travailler sur des périodes les plus longues possibles. De ce fait, les données de rendement de par leur caractère annuel vont clairement limiter l'étendue des modèles envisageables.

Le second critère à prendre en compte est la complexité du modèle, en effet la sophistication d'un modèle ne révèle pas toujours son pouvoir prédictif. Au contraire certains modèles pourront apporter des problèmes de sur-apprentissage (*overfitting* en anglais) et donc des biais de modélisation.

On peut distinguer dans les méthodes de modélisation de rendement un premier ensemble de modèles, ceux que l'on qualifiera de paramétriques. Ces méthodes consistent à choisir une distribution de probabilité par des critères statistiques et/ou agronomiques et estimer ces paramètres. Ce premier ensemble sera décrit dans la partie 3.2.1, tandis que la partie 3.2.2 exposera les méthodes dites non-paramétriques et semi-paramétriques.

Pour simplifier l'étude on travaillera généralement non pas sur la série détrendée brute mais sur une variation relative, en prenant la série ci-dessous par exemple on s'assure d'avoir des variations relatives strictement supérieurs à 0.

$$V_t = \frac{Y_t^*}{\bar{Y}^*}, \quad \text{avec } \bar{Y}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^*$$

De plus il est aisément possible de retrouver la distribution de la série détrendée grâce au théorème 3.2.1.

Théorème 3.2.1 Soit X de densité f_X et $Y = a * x + b$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$, alors Y a pour densité :

$$f_Y(x) = \frac{1}{|a|} * f_X\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

Nous travaillerons dès lors sur les séries de variations à la moyenne des données détrendées, notées V_t qui représentent mieux le comportement des rendements.

3.2.1 Modèles paramétriques

Sans faire une description exhaustive de l'ensemble des modèles qui ont fait l'objet d'une étude nous décrirons dans cette section les distributions paramétriques majeures pouvant être utilisées pour modéliser un rendement agricole.

Les critères permettant de juger de la qualité d'un modèle paramétrique seront généralement d'ordre statistique à savoir des tests (Anderson-Darling), critères statistiques (AIC, BIC...), comparaison des moments empiriques et théoriques, etc.

Cependant la compréhension des modèles agronomiques sous-jacents peut-être un excellent indicateur de la justesse de notre modèle. Par exemple l'observation de séries de rendement révèle souvent un *skewness* négatif (moment d'ordre 3 inférieur à 0). Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que les rendements soient limités à la hausse par l'impossibilité d'accroître exponentiellement la production à l'hectare, tandis que les phénomènes météorologiques impactent généralement à la baisse les cultures.

Les premières études sur le sujet tentaient de démontrer le caractère normal des rendements. La première idée fut de considérer le rendement meso (départemental, régional...), comme étant une moyenne de lois identiques et donc par application du Théorème central limite faire l'hypothèse que ces rendements agrégés suivaient une loi normale. Cependant cette hypothèse fut invalidée rapidement par le fait que les indices de rendement présentaient une très forte interdépendance spatiale.

Par la suite de nombreux auteurs ont consacré leurs articles à analyser différentes distributions et leur influence respective sur la tarification des contrats d'assurance. Les modèles les plus courants à travers la littérature sont les distributions Normale, Beta, Gamma, Lognormale, Logistique, Weibull ou des mélanges de deux lois normales. Le fait que certaines de ces distributions aient des moments d'ordre supérieur à 2 constants ne coïncide pas avec la large variété de densités empiriques observées.

La plupart des méthodes de tarification utilisées de nos jours font le choix de la loi Beta à 4 paramètres qui s'accommode très bien à une large gamme de forme en comparaison aux autres lois citées précédemment, qui affichent un fort manque d'adaptabilité. Néanmoins comme chaque méthode elle a ses propres inconvénients, en particulier le fait qu'elle soit très sensible aux choix de ces paramètres. À noter que c'est la méthode utilisée actuellement par la FCIC.

Plus récemment des études ont été réalisées sur des distributions moins communes comme la distribution d'Erlang (Wenjun [2015]) ou encore la famille des lois de Johnson (Lawas [2005]). Cependant l'apparente complexité et le manque de résultats concernant ces lois nous pousse à les éviter dans cette étude afin d'éviter les problématiques d'*overfitting* notamment.

3.2.2 Modèles non-paramétriques

Utiliser une méthode paramétrique revient à faire une hypothèse forte sur le comportement des rendements. Imposer une distribution équivaut donc à définir une règle, si celle-ci est juste on augmente grandement la qualité du modèle, si elle est erronée alors on la diminue. Un choix inexact peut entraîner d'importantes erreurs, en effet deux distributions semblant identiques peuvent amener à des primes ainsi que des *loss-ratios* très différents. Ce phénomène s'explique notamment par la modélisation des queues de distribution, en particulier la queue gauche qui est la partie affectant le plus le pricing d'une assurance carence d'apport.

Les méthodes non-paramétriques et semi-paramétriques apportent une idée de solution face à ces questions, cependant elles présentent aussi un désavantage majeur. Bien que ces méthodes possèdent une grande flexibilité, elles nécessitent de larges échantillons afin d'avoir une estimation précise. La quantité de données disponible influence grandement le fitting dans ce type de méthode, un nombre trop faible de données disponibles entraînera d'importants problèmes de sur-apprentissage liés aux valeurs extrêmes (*outliers*).

La méthode non-paramétrique la plus classique est l'analyse dite "*burn*", aussi appelée analyse historique ou empirique. Cette méthode consiste à observer les *payoffs* qui auraient été engendrés par la mise en place de ce produit dans le passé. Le mot "*burn*" est ici synonyme de *cashflows* négatifs.

Cette méthode bien que très simple nécessite un historique important. Supposons qu'un événement extrême se produise en moyenne une fois tous les 100 ans, la probabilité d'observer cet événement avec 100 ans d'historique disponible est seulement de 63.4% et 39.4% si l'on considère 50 ans d'historique. Les données à notre disposition dans ce secteur sont généralement inférieures à 50 ans, il est alors évident que cette méthode peut fortement sous-estimer le risque sous-jacent. Un procédé pour pallier à ce genre de problèmes lors de la tarification d'un contrat d'assurance consiste à combiner cette méthode avec des méthodes de prévisions des valeurs extrêmes (*Generalized extreme value theory* par exemple) ou plus simplement mettre en place un chargement supplémentaire proportionnel au nombre d'années d'historique disponibles.

Les méthodes d'estimation par noyau (*Kernel density estimation*) permettent de faire une approximation continue de la distribution des rendements historiques. La densité est alors donnée par la formule suivante :

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

Dans cette équation, la fonction K est appelé noyau et est égal à la densité d'une loi de probabilité, généralement une loi normale. Le paramètre h est appelé fenêtre ou bande-passante et permet d'ajuster le lissage de l'estimation. L'estimation est faiblement sensible au choix du noyau, cependant elle l'est beaucoup plus à celui de la bande-passante. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de déterminer la bande-passante optimale ("*rule of thumb*", *plug-in approach...*).

La figure 3.1 permet de mieux comprendre pourquoi les méthodes non-paramétriques requièrent un nombre conséquent d'informations. Si l'on travaille sur une série trop courte, l'approximation sera très sensible aux *outliers* et bien que continue, la distribution obtenue sera très irrégulière.

Il existe de nombreuses autres méthodes non-paramétriques qui permettent d'aller encore plus loin. Cependant en l'absence de séries de données historiques importantes, il est difficile de juger de l'apport de ces méthodes. Des exemples de ces méthodes sont développés dans l'article de Ker et Goodwin [2000].

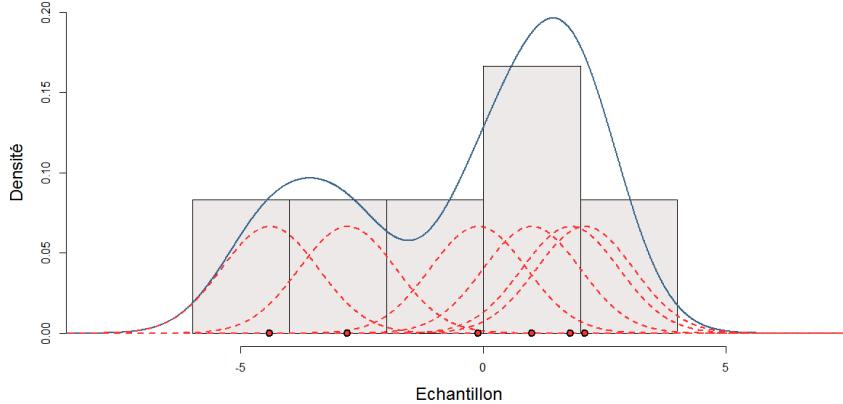


FIGURE 3.1: Histogramme et estimation par noyau de la série $(-4.4; -2.8; -0.1; 1.0; 2.1; 1.8)$ avec un noyau gaussien et une fenêtre $h = 1$.

Enfin il existe une dernière catégorie de modèles : les modèles semi-paramétriques. Pour l'heure, ce type d'estimation est peu utilisé mais les premiers résultats semblent prometteurs (Goodwin et Ker [2002]; Goodwin et Mahul [2004]). Ces modèles présentent les avantages à la fois des méthodes non-paramétriques et paramétriques tout en atténuant les défauts intrinsèques à chacune d'elles. L'idée générale est de choisir une distribution paramétrique qui semble à première vue judicieuse et de modifier cette dernière en ayant recours à une méthode non-paramétrique du type estimation par noyau.

3.3 Limitations et pistes de réflexion

Comme nous avons pu le constater tout au long de ce chapitre il existe un certain nombre de limitations à prendre en compte dans la modélisation des rendements. La limite majeure étant souvent le nombre de données utilisables, il est évident que le choix du modèle sera très fortement lié à l'historique disponible.

Goodwin et Mahul [2004] recommande :

- Dans le cas où on travaille avec un historique court (inférieur à 30-40 données) on choisira de travailler plutôt avec une méthode paramétrique. Les alternatives étant plus sensibles, elles entraîneront généralement un lissage imparfait.
- Sinon, sauf dans le cas où l'on peut faire une hypothèse sur la distribution, on préférera une méthode non-paramétrique ou semi-paramétrique car plus flexible.

Un second point important dans la modélisation est la proximité entre les moments empiriques et théoriques, ce que l'on qualifiera de "cross-matching" des moments. En effet, dans l'étude des rendements un des pièges à éviter est de ne modéliser que les moments d'ordres 1 et 2, à savoir la moyenne et la variance. Les moments d'ordres 3 (Asymétrie - *Skewness*) et d'ordre 4 (Aplatissement - *Kurtosis*) sont également essentiels pour représenter le comportement de l'indice.

Pour aller dans cette direction les travaux sur des distributions moins courantes qui ont été abordés précédemment semblent apporter un premier élément de réponse. Nous avons déjà cité les distributions de Johnson et Erlang. Cette dernière présente la propriété intéressante d'être dense dans l'espace des distributions de probabilité positives. Enfin Ramirez et al. [1994] ont étudié une transformation envisageable de lois normales afin d'obtenir des moments d'ordre 3 et 4 non constants.

La question de l'hétéroscédasticité n'a pas encore été abordée ici, cependant la question existe. La vision la plus simple est de considérer que la variance des rendements est proportionnelle à leur moyenne, l'équation 3.4 deviendrait alors :

$$Y_t^* = Y_{pivot} + \left(1 + \frac{\epsilon_t}{Y_t}\right), \quad \text{avec } \epsilon_t \text{ un bruit blanc} \quad (3.6)$$

Une seconde option permettant de prendre en compte l'évolution de la variance au cours du temps est de considérer un modèle paramétrique qui varie au cours des années. Par exemple Goodwin et Ker [2002] décrivent un modèle "*Time-varying Beta*" où les paramètres de la distribution sont calculés sur des fenêtres mobiles.

La majorité de ces innovations nécessitent d'importants historiques et encore trop peu de résultats ont été présentés à ce jour. De ce fait nous ferons le choix de ne pas utiliser celles-ci dans la suite de cette étude afin de nous concentrer sur le développement d'une méthodologie générale et sans ambiguïté.

Chapitre 4

INDICE PRIX

Introduction

Tout comme pour l'indice rendement, il est essentiel de bien définir le prix et le modéliser adéquatement. Cependant il existe une grande différence entre la modélisation de ces deux indices. En effet précédemment nous avons utilisé l'historique disponible pour estimer la distribution des rendements, Buschena et Ziegler [1999] montrent que l'historique est beaucoup moins efficace dans le cas du prix. Ils préconisent l'utilisation des cotations d'options sur le marché (*market-based options*) afin d'obtenir une modélisation plus fidèle au comportement de l'indice.

Si l'on définit la densité de probabilité risque neutre f_Q comme la densité de probabilité du prix actualisé de l'actif à maturité, on a :

$$C(S) = e^{-rT} \int_0^{\infty} \max(S - K, 0) \cdot f_Q(S) \cdot dS \quad (4.1)$$

Ce résultat est issu de l'hypothèse de non-arbitrage qui énonce que dans un marché sans opportunité d'arbitrage, avec des investisseurs neutres au risque, le prix d'un produit doit être égal à l'espérance de son payoff.

L'objectif est alors de déterminer la densité f_Q , pour ce faire il existe généralement deux méthodes :

- En optimisant le paramètre de f_Q afin de minimiser l'écart entre les prix réels des options et les prix donnés par l'équation 4.1
- En résolvant directement l'équation 4.1, en remarquant par exemple que :

$$\frac{\partial C(S)}{\partial S^2} = e^{-rT} \cdot f_Q(S) \quad (4.2)$$

Le modèle presque universel est le modèle de Black-Scholes, il est aujourd'hui utilisé par le FCIC ainsi que la plupart des instituts cherchant à modéliser un indice de prix coté sur un marché financier. Cependant certaines études tendent à démontrer qu'il n'est pas forcément le meilleur, c'est pour cette raison que la première section de ce chapitre décrira ce modèle ainsi que ses limites tandis que la seconde section discutera des alternatives envisageables.

4.1 Black-Scholes

Pour rappel le modèle de Black-Scholes énonce que le prix d'un actif sous-jacent S dans un marché sans opportunité d'arbitrage, suit un mouvement brownien géométrique de volatilité σ constante et de drift μ constant : $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$ où W_t est un processus de Wiener.

Le modèle de Black-Scholes amène à faire l'hypothèse que f_Q suit une loi log-normale de paramètre μ (le drift du modèle) et σ (la volatilité du modèle). La méthode classique pour déterminer ces deux paramètres utilise le prix des options sur le marché de référence. Dans un premier temps on relève le prix du future qui a pour date de maturité, la date estimée de récolte de la céréale. Dans un second temps on détermine la volatilité implicite des options par un algorithme type Newton-Raphson.

Des articles et études tentent de démontrer que ce modèle n'est pas adapté au marché actuel car il ne reflète pas le comportement réel des prix. L'élément le plus courant pour justifier de ce choix de modèle erroné est le comportement de la volatilité. Le modèle de Black Scholes implique que la volatilité soit constante par rapport au strike (ou au "moneyness") pour une maturité fixée. Dans les faits cela n'est quasiment jamais observable, en général la volatilité implicite par rapport à la maturité et au strike prend la forme d'une "nappe" (figure 4.1).

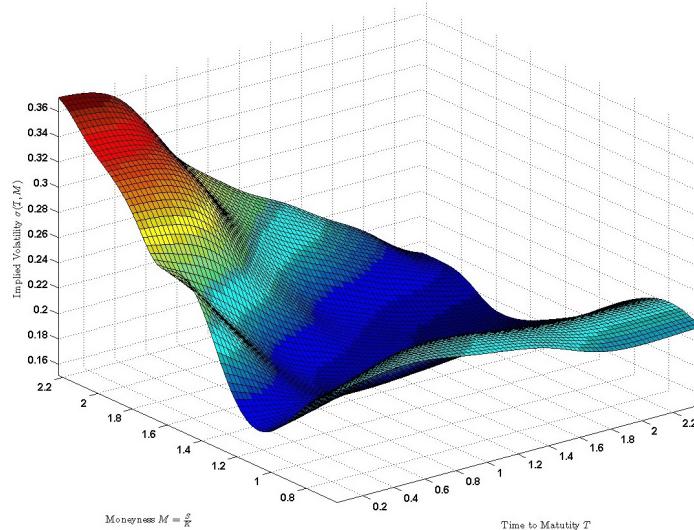


FIGURE 4.1: Exemple de nappe de volatilité implicite (Source : www.sctcm.blogspot.fr)

On parlera de *smile* de volatilité lorsque pour une maturité T , la volatilité n'est pas constante. Ces *smiles* nous renseignent sur les suppositions faites par les acteurs du marché, plus il y aura de courbure plus les acteurs anticipent une forte incertitude pour les options très *dans la monnaie* ou très *en dehors de la monnaie*.

On pourra parler de "*smirks*" lorsque la courbe de volatilité implicite à T fixée est asymétrique et distinguer les courbes "*forward skewed*" lorsque la volatilité est plus importante pour les strikes plus élevés et les courbes "*reverse skewed*" lorsque la volatilité est inférieure pour les strikes plus élevées.

4.2 Alternatives

Afin de répondre aux problématiques liées à la volatilité des prix des modèles de type ARCH (*AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*) ont été mis à l'épreuve. Le modèle le plus courant étant le modèle GARCH qui permet de faire des *forecasts* de séries temporelles hétéroscédastiques. Cependant l'utilisation de ces méthodes se heurtent dans un premier temps au nombre de données historiques disponibles et surtout dans un second temps à leur faible pouvoir prédictif à long-terme. Ce type de modèle présente de très bons résultats lorsqu'il s'agit de prévoir à court-terme, cependant ici la prévision doit être faite sur des périodes de plusieurs mois. En effet on cherche à estimer le prix de la céréale au moment de la récolte calculé au moment du semis (6 à 9 mois).

L'observation de la densité empirique f_Q laisse envisager que celle-ci puisse prendre des formes bien plus diverses qu'il n'est possible avec une loi log-normale. En effet, les prix font apparaître une large variété de *skeuwness* et *kurtosis*. Partant de ces observations plusieurs articles étudient des distributions alternatives à la loi log-normale.

Sherrick et al. [1996] font le choix d'utiliser une distribution paramétrique flexible capable d'approximer une large gamme de moments d'ordre 1 à 4. La loi Burr de type III est, d'après leur étude, capable de couvrir l'ensemble des formes envisageables avec les lois de Pearson (I, IV et VI), normale, gamma, Weibull, log-normal, exponentielle et logistique. Ainsi la distribution de Burr de type III présente une meilleure approximation pour les contrats proches de leur maturité tandis que la loi log-normale sera préférée pour les longues maturités. Dans les faits la plupart des modélisations seront faites pour des contrats éloignés de leur expiration.

Enfin beaucoup d'articles vantent les mérites des mélanges de distributions, autrement dit des distributions du type :

$$f(P) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \Phi_i(P), \quad \text{avec } \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \text{ et } \forall i \quad \lambda_i > 0$$

La fonction f est un mélange fini représenté par une somme pondérée de densités de probabilité Φ_i , en général les densités Φ sont des lois normales ou log-normales. Ce type de densité est très utile pour représenter une grande variété d'asymétrie et d'aplatissement, mais aussi dans le cas de distribution bimodale. En particulier si le cours des prix présente des chocs ("jumps"), le caractère multimodal de ces densités pourra permettre d'approximer ce comportement.

Chapitre 5

INDICE CHIFFRE D'AFFAIRES

Introduction

Le développement de produit de couverture de chiffre d'affaires agricole doit se faire en parallèle de l'étude du comportement de cet indice. La difficulté étant ici de prendre en compte l'interaction qui existe entre le rendement d'une céréale et son prix.

On constate empiriquement dans la plupart des cas une corrélation négative entre ces deux indices, corrélation jouant le rôle "d'assurance naturelle" souvent appelé "*natural hedge*" en anglais. Cette couverture permet en cas de mauvaises récoltes d'avoir une compensation financière due à la hausse du prix de la céréale en question. Ce phénomène s'explique en grande partie par la dépendance spatiale présente dans l'agriculture céréalière, si un agriculteur connaît un mauvais rendement généralement les agriculteurs de sa région, voire de son pays, seront touchés de la même façon. Cependant il arrive que cette protection naturelle ne suffise pas, c'est pourquoi il est nécessaire de mettre en place une assurance protégeant ces deux indices.

En plus de protéger en partie l'agriculteur, la corrélation négative fait généralement diminuer la prime d'assurance liée au produit de protection du chiffre d'affaires par rapport au produit prix pur additionné au produit rendement pur. Il est néanmoins nécessaire de modéliser cet indice avant de pouvoir estimer la prime correspondante. Nous considérerons à partir de ce point que les marginales de rendement et de prix sont déjà estimées.

Dans ce chapitre nous décrirons uniquement des méthodes paramétriques, dans un premier temps les méthodes issues des copules mathématiques puis dans un second temps nous étudierons les autres modèles envisageables.

5.1 Copules

Basiquement une copule peut être vue comme la fonction de répartition d'une distribution multivariée. C'est à dire si l'on considère n variables aléatoires (X_1, X_2, \dots, X_n) (pas forcément indépendantes ni identiquement distribuées) alors la copule C représente :

$$C(x_1, x_2, \dots, x_n) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n]$$

Ainsi réciproquement on peut énoncer le théorème de Sklar :

Théorème 5.1.1 *Si C est une copule et si F_1, F_2, \dots, F_n sont des fonctions de répartition, alors $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))$ est une fonction de répartition de dimension n ayant pour marginales F_1, F_2, \dots, F_n .*

Nous nous placerons dans cette étude dans le cas de copule bivariée. Les copules bivariées sont en général décrites par un unique paramètre qui va définir la corrélation de ses deux indices. Le choix de la copule et du paramètre influenceront fortement la distribution bivariée. En effet lorsque l'on utilise une copule on fait une hypothèse sur la structure de corrélation de nos indices, c'est à dire que la corrélation ne sera généralement pas linéaire. Les copules permettront de jouer notamment sur la corrélation de rang, la corrélation des extrêmes (*tail-dependence*) avec ou sans asymétrie.

Attention cependant si l'hypothèse retenue est erronée ou imprécise, tout comme pour une distribution classique on risque de biaiser notre modèle.

5.2 Alternatives

Il existe des méthodes alternatives aux copules qui permettent entre autre de ne pas faire d'hypothèse concernant la structure de corrélation. Le seul paramètre est ici la mesure de corrélation, qui peut être le ρ de Pearson, le ρ de Spearman ou le τ de Kendall par exemple.

Ces méthodes sont pour la plupart issues de la théorie développée par Johnson et Tenenbein [1981] que l'on appelle communément "*Weighted Linear Combination*". Ces méthodes sont comparables à simuler une loi bivariée quelconque avec la corrélation souhaitée puis de transformer cette dernière en loi uniforme, pour enfin obtenir la simulation voulue avec les fonctions inverses des marginales.

L'algorithme de Iman-Conover permet de faire ce type de simulation en conservant la corrélation de rang par le biais de mesures de corrélation adaptées. Une méthode plus simple consiste à simuler deux lois normales indépendantes et de les transformer en échantillon corrélé à l'aide de la décomposition de Cholesky. Cette dernière méthode conserve uniquement la corrélation linéaire.

Ces méthodes sont elles aussi fondamentalement paramétriques, il est nécessaire de connaître les marginales ainsi que la valeur de la mesure de corrélation. De plus si l'on considère les moments "bivariés" (par exemple la covariance serait le moment bivarié d'ordre 2), ces alternatives ne font coïncider que les deux premiers moments. Certaines copules peuvent elles travailler sur les moments bivariés d'ordre supérieurs à deux.

CONCLUSION

La modélisation des indices agricoles est un sujet qui inspire, le large éventail d'articles et d'études à ce propos en est la preuve. Néanmoins il est clair qu'il n'existe pas à ce jour de solutions plébiscitées par tous. Qu'il s'agisse de modéliser un rendement ou un prix, l'étendu des modèles envisageables et envisagés dans la littérature nous oblige à approfondir nos études.

L'objectif premier de ce mémoire étant d'étudier la mise en place d'une couverture chiffre d'affaires des agriculteurs, la modélisation qui sera retenue devra harmoniser l'ensemble des cas de figures, notamment cultures et zones géographiques.

Comme nous l'avons vu précédemment, la modélisation est extrêmement sensible au nombre de données historiques disponibles. Dans la suite de notre étude, les historiques étant pour la plupart courts, nous ferons le choix de travailler avec des méthodes paramétriques pour chaque indice.

Concernant le rendement, le large choix de distributions possibles nous encouragera à porter attention aux nombreux tests et critères statistiques à notre disposition afin de faire le choix le plus judicieux possible. Nous prendrons soin d'éviter les distributions trop "complexes" qui peuvent entraîner des problèmes de sur-apprentissage, en faisant tout de même le choix d'une distribution offrant un large choix de forme. Enfin, afin de juger de la qualité du modèle il sera nécessaire de considérer les moments d'ordre supérieur à deux, en particulier le *kurtosis* et le *skewness*.

Concernant l'indice de prix, à l'image de l'article de Goodwin et al. [2016] le modèle majeur reste depuis plusieurs années le modèle de Black-Scholes. Bien qu'il ait connu de nombreuses critiques, il apparaît encore comme le meilleur modèle, alliant simplicité et justesse. Les mélanges de lois log-normales semblent eux aussi apporter de très bons résultats. Pour conclure concernant le prix et ce quelque soit le modèle retenu, il est important d'estimer les paramètres avec les informations de marché qui reflètent bien mieux le comportement de l'indice que les valeurs historiques.

Il est important de bien étudier la modélisation de l'indice chiffre d'affaires et l'interaction qui existe entre ses deux composantes. En effet, la prime associée sera très influencée par les simulations, une corrélation négative surestimée et la prime pure tendra rapidement vers 0. Dans le cas inverse le prix de cette couverture tendra vers le prix des couvertures rendement et prix additionnées. Chaque méthode présentée dans ce chapitre porte avantages comme inconvénients et le choix de l'une d'entre elles devra être adapté à la problématique. Si l'on connaît la strucure de corrélation et que l'on dispose d'un nombre suffisant de données on utilisera plutôt une copule, sinon on optera pour une méthode WLC (*Weighted Linear Combination*).

Quatrième partie

**APPLICATION POUR LE
MARCHÉ FRANÇAIS**

INTRODUCTION

Comme nous l'évoquions précédemment l'agriculture mondiale connaît aujourd'hui un véritable tournant. L'accroissement des phénomènes climatiques extrêmes allié à une forte instabilité des marchés de matières premières instaurent ces dernières années un climat de crise dans un domaine pourtant essentiel à l'économie. Effet renforcé tout particulièrement en France par une année 2016 catastrophique pour les producteurs céréaliers, avec par exemple la plus mauvaise récolte de blé depuis la fin des années 80 et ce en dépit d'une tendance positive marquée dans les séries de rendements.

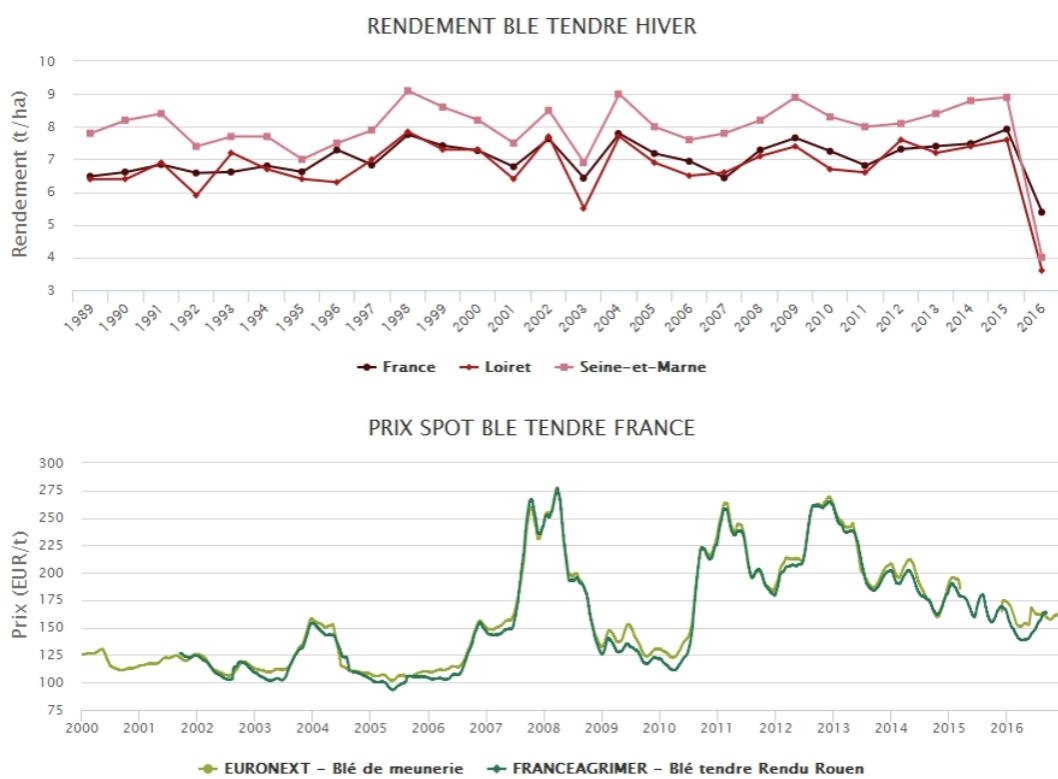


FIGURE 5.1: Évolution du rendement du blé tendre d'hiver sur la France, le département du Loiret et le département de la Seine-et-Marne depuis 1989 (haut). Évolution du cours du blé tendre en France pour deux références depuis 2000 (bas)

L'année 2016 est d'autant plus désastreuse pour les agriculteurs français qu'ils ne bénéficieront pas de ce que l'on a qualifié précédemment "d'assurance naturelle". En effet, la corrélation négative entre rendement et prix est très faible sur le marché France en raison de la production normale voire même record des autres bassins de production. Ainsi, le cours du blé a connu pour la récolte 2016 son plus bas niveau depuis 2010 (figure 5.1).

L'Argus de l'Assurance recueillait récemment les propos de la Fédération Nationale des Syndicats d'Exploitants Agricoles (FNSEA)¹, laquelle jugeait que "le système [d'assurances agricoles] en vigueur reste à améliorer". Propos qui prennent tout leur sens en vue des réflexions autour de la PAC post-2020. L'actuel ministre de l'agriculture Stéphane Le Foll venait renforcer cette constatation fin août lorsqu'il se disait "conscient d'une nécessaire réforme du système actuel", ajoutant qu'un futur mécanisme "pourrait prendre la forme d'une assurance chiffre d'affaires ou d'un outil de stabilisation des revenus"².

En effet, l'année 2016 pose plusieurs questions capitales, à savoir :

- L'assurance multirisque agricole est aujourd'hui la couverture la plus demandée par les producteurs français avec les assurances grêle. Cependant, l'assurance multirisque peut-elle permettre de protéger correctement le producteur sachant qu'il peut être exposé à une multiplicité d'événements climatiques de faible ampleur conduisant à une perte de rendement et non à un seul événement majeur ?
- De la même façon, il existe plusieurs maladies engendrées par des phénomènes climatiques (maladies fongiques telles que le mildiou par exemple). Néanmoins les dégâts occasionnés par ces maladies, n'étant pas issus directement de l'aléa météorologique lui-même, n'engendreront généralement pas d'indemnisation dans le cadre des assurances multirisques climatiques.
- Les assureurs proposant des assurances multirisques s'exposent à un volume d'expertise colossale dans le cas d'une année similaire à 2016. En effet, les déclarations de sinistre survenant généralement peu de temps avant la récolte, il est nécessaire de déployer sur le terrain un nombre important d'experts afin de pouvoir constater pour chaque assuré le niveau d'indemnisation. Ce coût supplémentaire impactera le bilan de l'assureur car produisant un surcoût de frais de gestion.

Dans ce contexte, plusieurs assureurs se décident à présenter des solutions de couvertures multirisques indexées sur le prix de récolte qui présentent l'avantage de protéger les agriculteurs face aux aléas climatologiques et financiers en garantissant un chiffre d'affaires plancher. Toutefois, ces assurances conservent sur la partie rendement des conditions relatives à la météo qui nécessitent donc une expertise et un risque d'exclusion. Pour remédier à cette problématique, il est possible de mettre en place des assurances au niveau méso, en particulier grâce à un indice de rendement départementale voire régional. Ce type d'assurance indicielle permettra donc à l'agriculteur d'être couvert contre l'ensemble des événements pouvant nuire à ses cultures, exceptés les risques idiosyncratiques (incendie, grêle localisée, etc), tout en permettant à l'assureur de se prémunir de l'aléa moral et des problématiques liées à l'antisélection mais aussi des frais d'expertise.

1. Estelle Durand, "Comment développer l'assurance récolte", *L'Argus de l'assurance*, N° 7483-7484, 24 novembre 2016.

2. "Avis d'orage sur le système d'assurance récolte", *L'Argus de l'assurance*, N° 7472, 08 septembre 2016.

À travers ce chapitre nous analyserons étape par étape la faisabilité de produits assurantiels prix/rendement en nous attardant tout particulièrement sur l'assurance chiffre d'affaires pour un producteur céréalier. Pour mener à bien cette analyse nous étudierons la caractérisation des indices de rendement et prix en nous appuyant sur la littérature étudiée préalablement. Nous nous focaliserons sur le marché français afin de proposer une modélisation claire et robuste. Enfin, à l'aide des deux premières étapes, nous proposerons une tarification pour ce type de couvertures ainsi qu'un schéma d'intégration au marché actuel.

Chapitre 6

MODÉLISATION DES INDICES - PROPOSITION

La méthode que nous proposerons ici devra permettre de tarifer l'ensemble des couvertures mêlant prix et rendement envisageables. À cet égard, nous modéliserons dans un premier temps l'indice de rendement par une méthode paramétrique, indépendamment de l'indice prix. La même technique sera utilisée afin de présenter ce dernier, dans un second temps. Ceci nous permettra d'aboutir à l'étude de l'interaction et la modélisation de la dépendance entre ces deux indices. L'étape suivante consistera alors à effectuer une vague de simulations par méthode de Monte-Carlo afin d'évaluer la perte attendue selon la couverture choisie.

Nous chercherons une modélisation, la plus précise et juste possible, d'un point de vue statistique, économétrique et agronomique. Toutefois, il sera primordial de choisir une méthode aisément reproductible au regard de la complexité (temps de calcul) et de la taille des échantillons. Enfin, il est important de tenir compte des limitations concernant la qualité et la quantité des données.

6.1 Indice rendement

Dans le but d'étudier la distribution des rendements, nous aurons à notre disposition les données historiques fournies par le site du ministère de l'agriculture français, Agreste, via l'outil Disar. Ces séries sont publiques et donnent pour chaque année depuis 1989 le rendement (tonnes par hectare), la production (tonnes) et la surface cultivée (hectares) pour une culture et pour un département ou région donnés.

6.1.1 Detrending

Le detrending est une étape fondamentale dans la modélisation de nos données de rendements. Celle-ci va nous permettre d'identifier la variabilité due, d'une part aux progrès technologiques et agronomiques : elle prendra généralement la forme d'une tendance à la hausse. D'autre part nous discernerons la variabilité due aux aléas naturels (intempéries, maladies...), ceux pour lesquels l'agriculteur cherchera à se couvrir. Nous avons présenté dans la section 3.1 les différentes méthodes de détrending envisageables, dans la continuité de cette partie, nous jugerons les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes au regard des données françaises de rendement.

En premier lieu, nous éliminerons les modèles de type ARMA, ARIMA, ARCH ou GARCH en raison de leur faible pouvoir prédictif en présence d'historiques courts. En effet, afin de calibrer ce type de méthode il sera important de travailler avec des séries longues pour ne pas craindre des problématiques de robustesse de modèle. D'autre part concernant les modèles linéaires avec variables météorologiques, en se basant sur le travail de l'article Conradt et al. [2012], ils permettent d'atténuer l'effet des aléas naturels dans les séries résiduelles pour ne conserver que les effets technologiques. Néanmoins, l'estimation des paramètres pour ce type de modèles requiert un travail considérable pour un résultat mitigé. De plus ce type d'analyse demande un nombre conséquent de données météorologiques qui peuvent se relever coûteuses ou tout simplement inexistantes. Il sera donc plus aisément de retenir un detrending peu sensible aux variations interannuelles, généralement celles liées aux aléas naturels, pour ne retenir que la tendance générale. Enfin, nous pourrons mettre de côté les moyennes mobiles qui présentent un surapprentissage très important au regard de notre historique très court.

Trois méthodes se démarquent donc de l'ensemble des possibilités, le modèle linéaire (simple ou double), les splines et les méthodes LOESS. Concernant les splines, le modèle le plus courant est l'interpolation par spline cubique, nous nous placerons donc dans ce cas. Pour ce qui est du modèle LOESS, nous choisirons ici de travailler avec un degré de spline égal à 1, une pondération cubique et une fenêtre variant de 10 à 20 selon le calibrage souhaité, ce qui nous donne un paramètre de lissage (span) compris entre 0.5 (15/28) et 1 (28/28). Ci-dessous, un exemple d'analyse de tendance sur une série de rendements donnée pour les trois modèles retenus.

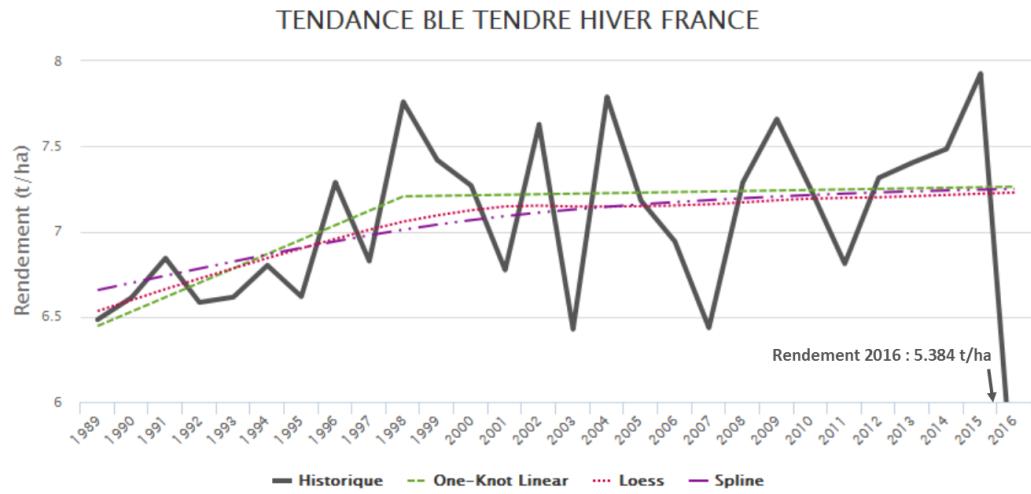


FIGURE 6.1: Tendance de l'indice de rendement du blé tendre d'hiver sur l'ensemble de la France selon un modèle linéaire double (*one-knot linear*) avec noeud en 1998, modèle LOESS avec un paramètre de lissage de 0.714 (20 ans) et un spline cubique estimé par validation croisée (*generalized cross-validation*).

Les trois modèles retenus s'avèrent être de relativement bonne estimation de la tendance : à première vue, il n'y a pas de problématique de sur-apprentissage et les courbes représentant les différentes tendances ont globalement la même allure. Pour capturer précisément la tendance et afin d'éviter d'importants effets de bord, il est intéressant de réfléchir à une méthode de détection et de traitement des valeurs extrêmes (*outliers*). Prenons l'exemple de l'année 2016 ; se situant sur une des bornes de notre série, cette réalisation influencera fortement les modèles d'interpolation et de régression locales et donc dans notre cas les splines et LOESS. Le pivot de notre detrending étant déterminé par le biais du prolongement à droite de la tendance, une mauvaise appréhension de cette problématique viendrait ici surestimer le risque de carence d'apport car diminuant le niveau de rendement attendu. Nous avons choisi ici d'encadrer la série historique par ses quantiles à 10 et 90%, c'est-à-dire que l'on estimera la tendance sur la série Y' suivante :

$$Y'_i = \begin{cases} Q_{90\%} & \text{si } Y_i > Q_{90\%} \\ Q_{10\%} & \text{si } Y_i < Q_{10\%} \\ Y_i & \text{sinon} \end{cases}$$

Il existe évidemment des méthodes de détection des outliers plus précises et tenant compte de la tendance par exemple. Cependant, avec peu de données et aucune hypothèse sur la normalité de ces dernières, nous risquerions de nous heurter à des problématiques complexes qui pourraient représenter à elles seules une étude complète. A ce titre nous nous satisferons, dans le cadre de notre analyse, à la méthode énoncée précédemment concernant les splines et les LOESS. Pour le cas linéaire simple ou double, une méthode relativement simple est d'utiliser un M-estimateur à la place de la méthode des moindres carrés ainsi l'estimation sera plus robuste aux valeurs extrêmes. Dans notre cas nous choisirons d'utiliser le M-estimateur de Huber¹.

Les méthodes de splines et LOESS semblent être ici un bon compromis entre ajustement et robustesse du modèle. Cependant dans le cas du modèle LOESS le modèle est sensible au choix du paramètre de lissage. En effet nous pouvons apercevoir sur le graphique 6.1, qu'entre 2002 et 2008, par exemple, le modèle LOESS créer un point d'inflexion supplémentaire sur la tendance, caractère agronomiquement difficile à justifier. Cela peut être corrigé par le choix d'un paramètre de lissage plus important, au risque de perdre de l'information. Le modèle spline apparaît alors plus judicieux au regard de ce graphique. Toutefois, de la même façon sur certaines séries il fera apparaître de nouveaux points d'inflexion peu significatifs (voire exemple en annexe A). Dès lors la question se résume dans le choix d'un modèle linéaire par morceaux ou d'une approximation plus continue de cette même tendance, il est alors important de regarder certains critères agronomiques pour justifier du choix d'un modèle.

Un élément de réponse fondamental se trouve dans l'explication de ce changement de tendance. Pour l'essentiel des cultures nous pouvons observer clairement deux phases : une première phase de croissance durant les années 90, puis, par la suite une seconde phase beaucoup plus stable. Si nous observons un historique plus long, ce phénomène est d'autant plus perceptible. Un exemple parlant est celui des rendements de blé tendre depuis 1960 :

1. Voir P. J. Huber, "Robust Statistics", Wiley, 1981

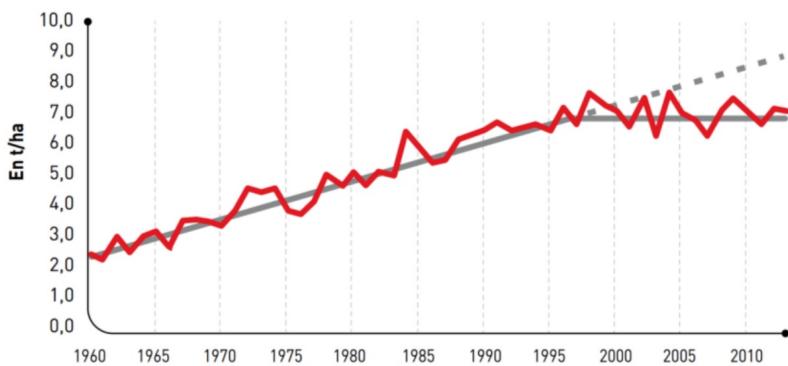


FIGURE 6.2: Historique des rendements du blé en France depuis 1960 (Source : Agreste)

Cette cassure s'interprète à l'aide de plusieurs aspects agronomiques essentiels² :

- Les conditions climatiques sont un premier élément de justification, depuis plusieurs années la variabilité climatique et les événements du type excès de précipitations ou sécheresse se sont multipliés.
- La réduction de la diversité culturale affecte le rendement au niveau de la richesse des terres. En effet, la part de légumineuses notamment dans les rotations a fortement diminué depuis 1999. De plus, le pourcentage de culture sans labour est en augmentation, ceci étant susceptible de ralentir la progression des rendements.
- La recherche en génétique a elle aussi ralenti, exceptée pour le Maïs et le Soja (cultures moins présentes en France contrairement aux Etats-Unis par exemple).
- L'utilisation des engrains et pesticides a été freinée par la réforme de la PAC de 1992, ceci impactant la production. Cette réforme organise la baisse des prix garantis pour certaines cultures. Les agriculteurs ont alors revu leur consommation d'intrants afin de non plus chercher un rendement maximum mais un optimum économique.

Dans ce contexte il est logique de chercher à concevoir un modèle linéaire double permettant de modéliser cette fracture justifiée agronomiquement. En outre ce modèle allié à un M-estimateur présente l'avantage d'être très robuste. La seule difficulté résidera dans la sélection du noeud c'est-à-dire de l'année de rupture. Nous chercherons alors le noeud pour laquelle l'estimation présente le meilleur ajustement en se plaçant dans un intervalle d'année réduit, par exemple 1995 à 2005 et en considérant que le noeud est unique pour une culture donnée.

2. Source : www.chambres-agriculture.fr

6.1.2 Distribution

Nous nous concentrerons désormais sur les données détrendées afin de définir la modélisation de celles-ci. Comme nous avons pu le constater dans le chapitre précédent, l'utilisation de distributions non paramétriques est associée à des séries longues. L'historique disponible dans notre cas, à savoir 28 années, nous poussera donc à chercher une distribution paramétrique.

Il est important de bien avoir certains objectifs à l'esprit lors de l'étude de la distribution des rendements, en particulier :

- Éviter le sur-apprentissage (*overfitting*) au regard de la faible taille de notre série temporelle.
- Établir une méthode standard utilisable pour chaque culture et chaque département.
- Tenir compte des événements extrêmes lors du choix de la distribution et du nombre de mode de cette dernière.

Le premier point laisse entendre que les distributions non-paramétriques sont à éviter - comme évoqué précédemment - mais également qu'il est important dans le cas d'une distribution paramétrique de sanctionner les lois avec un nombre de paramètres élevé.

Concernant le second point, il est extrêmement difficile de définir une méthode standard qui modélisera parfaitement chacune des séries et ce pour la simple raison qu'il n'en existe pas, chaque département et culture ayant ses spécificités relatives à la météo, la végétation, le type de sol, les nuisibles, etc. Notre but, à travers cette section, est donc de rechercher une distribution qui modélisera le plus fidèlement l'ensemble des séries (en tout cas pour les cultures dites "classiques"³) ce qui implique que les moments de la distribution retenue doivent prendre valeur dans un ensemble suffisamment large et en particulier les moments d'ordre 3 et 4 (*skewness* et *kurtosis*).

Enfin, il sera nécessaire d'attacher une attention particulière aux queues de distribution et spécialement à la queue gauche qui correspond au risque de baisse. C'est en effet pour ce risque que l'assurance agricole offrira une protection. De plus, certaines années (2016 notamment) laissent apparaître des événements baissiers extrêmes et il est essentiel d'intégrer à notre modèle cette information.

6.1.2.1 Modalité

Il est logique de s'interroger sur le caractère unimodale de la distribution des rendements. D'une part, la littérature à ce sujet présente des résultats permettant de réfuter cette hypothèse et propose des modèles bimodaux intéressants (Section 3.2.1). D'autre part, l'aspect visuel des séries historiques semble aller dans le sens d'une distribution bimodale, sentiment renforcé par les rendements de l'année 2016 notamment (figure 5.1 et 6.3).

3. Les cultures classiques désigneront dans notre étude les cultures les plus cultivées en France en excluant les fruits et noix diverses. On peut citer principalement les blés, maïs, orges, colzas, tournesols et betteraves.

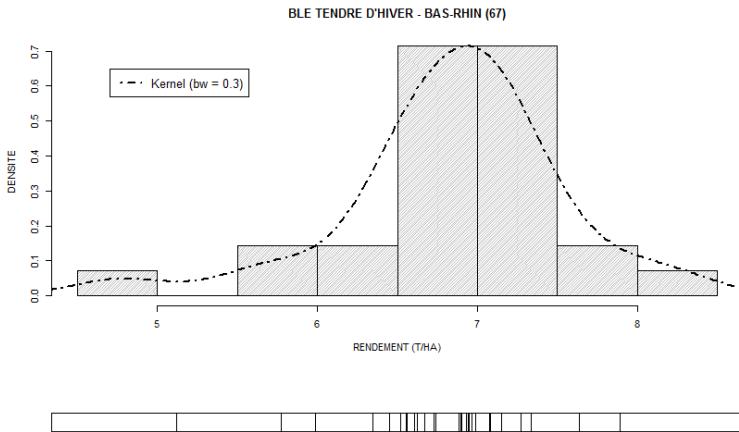


FIGURE 6.3: Histogramme des rendements de blé tendre d'hiver dans le Bas-Rhin de 1989 à 2016. Le cadre inférieur indique la répartition de l'échantillon, chaque barre verticale représentant une année.

Pour plus de clarté dans la suite de cette analyse, nous parlerons de mode attritionnel - correspondant au "risque sage" - et de mode extrême - correspondant au "risque sauvage". Dans notre cas, le risque sauvage s'applique au risque de carence extrême, donc à la partie gauche de la distribution.

À l'image du département du Bas-Rhin (figure 6.3), de nombreuses séries de rendements laisse apparaître un point isolé sur la partie gauche de leur distribution. Pour la plupart de ces séries, ce point représente le rendement de l'année 2016 qui semble alors dessiner un mode extrême. Afin de juger de la modalité de notre distribution, il semble important de garder à l'esprit le regard que nous pourrons porter sur ces mêmes séries dans une centaine d'années, et donc se poser la question suivante : l'année 2016 est-elle un évènement extrême d'une distribution à queue large ou est-elle issue du deuxième mode d'une distribution bimodale ?

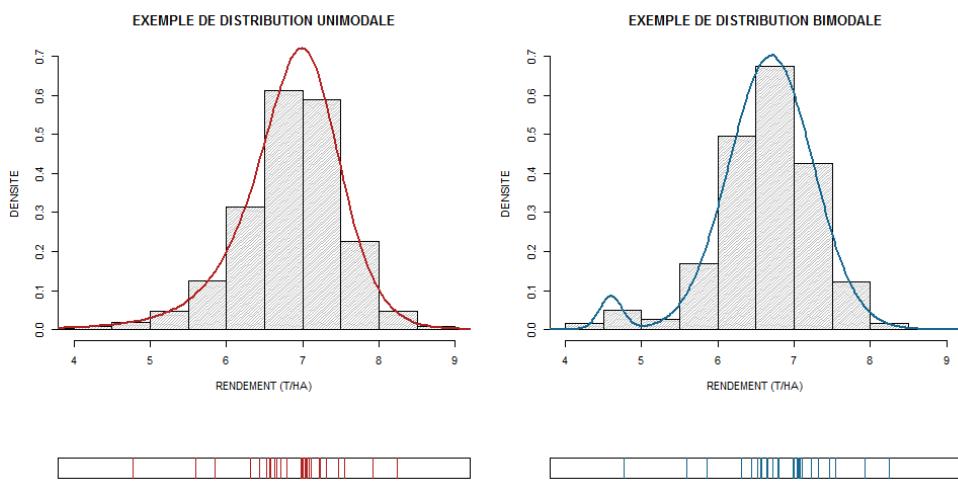


FIGURE 6.4: Exemples de distribution envisageable pour le blé tendre d'hiver dans le département du Bas-Rhin.

La figure 6.4 représente deux distributions hypothétiques pour le rendement du Bas-Rhin. Il est tout à fait imaginable de se retrouver dans l'une ou l'autre de ces configurations lorsque nous aurons à notre disposition un nombre plus conséquent de données historiques. Cette figure illustre parfaitement la problématique de la modalité en présence de séries courtes. Il s'avère alors difficile de répondre à la question énoncée préalablement. Cependant faire le choix d'une distribution bimodale implique de faire une hypothèse forte sur la moyenne du mode extrême, hypothèse fondée principalement sur un point d'une série de 28. On peut envisager de définir ce mode par le biais des quantiles ou d'un écart à la moyenne calculé en fonction de la culture ou du département. Néanmoins en l'absence de séries plus longues, la sensibilité de la modélisation reste trop élevée. Si nous considérons que la distribution est bimodale, nous devons alors déterminer les paramètres du mode attritionnel, les paramètres du mode extrême qui devront intégrer précisément la position de ce mode, et enfin, le retour attribué au risque extrême. Nous aurons dans ce cas une fonction de répartition de la forme suivante :

$$F_Y(x) = \alpha * F_{extreme}(x; u_1, \dots, u_n) + (1 - \alpha) * F_{attritionnelle}(x; v_1, \dots, v_n)$$

Dans l'équation ci-dessous, α représente le paramètre de retour, $F_{extreme}$ la fonction de répartition du mode extrême avec u_1, \dots, u_n ses paramètres et $F_{attritionnelle}$ avec ses paramètres v_1, \dots, v_n . L'erreur que peut apporter l'hypothèse de bimodalité et l'estimation de la moyenne du mode extrême est bien plus importante que l'erreur induite par le choix d'une distribution à queue large dans une situation de bimodalité (en tout cas pour ce cas de figure, à savoir l'assurance indicielle). La situation la plus défavorable que peut connaître la cédante - dans le cas du choix d'une distribution unimodale en présence d'une distribution bimodale - est lorsqu'un assuré décide de souscrire à une couverture de risque extrême. Si l'on considère un produit couvrant la part de risque alentour au mode extrême, notre modélisation sous-estimerait ici le risque. Pour se protéger face à cette éventualité, il est possible d'ajouter à la prime un chargement de risque extrême, procédé que nous détaillerons plus en détail par la suite. Nous ferons donc le choix d'une distribution unimodale afin de limiter au maximum le risque de modèle.

6.1.2.2 Estimation globale

Pour un certain nombre de département l'observation de l'historique met en évidence un comportement qui peut sembler erratique. D'une part il existe des zones, pour une céréale donnée, où la surface cultivée est trop faible pour capturer un comportement structuré. Ces départements ne nous intéresseront pas dans la mesure où, généralement personne ne cherchera une couverture sur cette zone. D'autre part, il subsiste, au vue de la durée de notre historique, des séries de rendement pour lesquelles estimer une distribution se relève très difficile en raison de la trop importante dispersion des rendements historiques. Ceci est, d'une manière générale, due à une accumulation d'aléas peu représentative de la distribution réelle.

Une solution envisageable pour résoudre cette difficulté est de faire l'hypothèse suivante : Soit $y_{i,n}^* = \mu_i + \alpha_{i,n} * \sigma_i$, avec $y_{i,n}^*$ le rendement détrendé, centré et réduit de la zone i et de l'année n , μ_i la moyenne des $y_{i,n}^*$ et σ_i leur écart-type. Alors les $(\alpha_{i,n})_{i,n \in \mathbb{N}^*}$ sont identiquement distribués.

Cette hypothèse établit que les séries de rendements détrendées, centrées et réduites, pour une culture donnée, sont issues d'une même distribution. Attention cependant, bien que l'hypothèse d'indépendance par rapport à n , c'est-à-dire interannuelle, puisse se justifier pour les séries détrendées, il est impossible de faire cette même hypothèse sur la variable i , à savoir entre départements. En effet, ici la probabilité de risque systématique sur les rendements est trop importante. Autrement dit, nous sommes dans un cas de forte corrélion spatiale due principalement à la météo (voire 1.2.1).

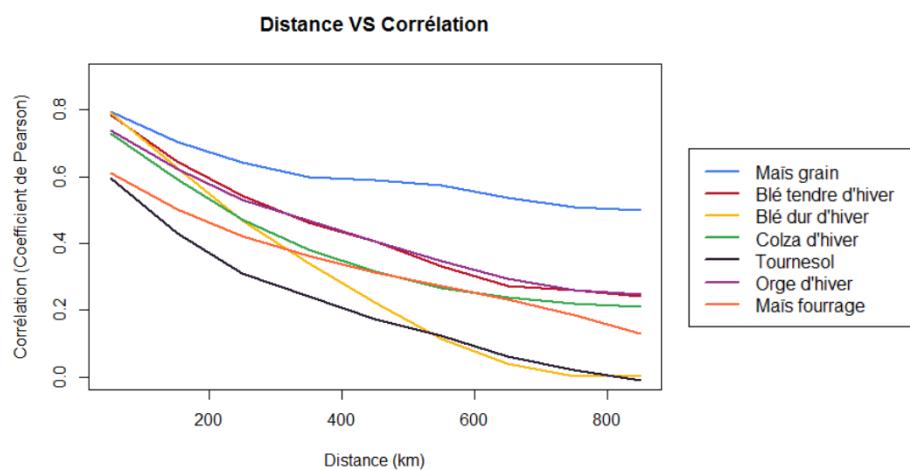


FIGURE 6.5: Corrélation (coefficient de Pearson) des indices de rendement départementaux en fonction de la distance pour différentes cultures en France. Les distances sont calculées par rapport aux préfectures de chaque département.

Le graphique précédent nous en apprend un peu plus sur la forte corrélion qui existe entre les séries de rendements. En effet bien que pour certaines cultures la décroissance de la corrélation soit relativement rapide lorsque l'on s'éloigne, pour d'autres, comme le maïs, celle-ci est très faible. Il existe une large gamme d'estimateurs de l'autocorrélation spatiale utilisés principalement pour des modèles agronomiques, zoologiques, géologiques, etc. Les semi-variogrammes, l'indice de Moran et indice de Geary font partie des mesures et outils d'autocorrélation spatiale classiques.

Ces différentes mesures sont extrêmement utiles dans la modélisation car elle nous permettrons de bien appréhender la corrélation spatiale et d'éviter les risques de modèles. Nous risquons dans notre cas d'introduire un biais dans l'estimation lorsque nous chercherons à apprécier la distribution des rendements centrés réduits sur l'ensemble des observations à notre disposition. Une estimation par maximum de vraisemblance par exemple, nécessite de faire une hypothèse d'indépendance, afin de prendre en compte cette information dans notre modélisation, il est possible d'utiliser différentes approches.

La méthode la plus évidente consiste à supprimer un certain nombre d'observations qui créent des doublons en raison de leur forte corrélation à d'autres éléments de l'échantillon ; il s'agira par la suite d'observer à nouveau l'auto-corrélation et reproduire la premier étape si besoin. Bien que très simple à mettre en place cette méthodologie implique de perdre un certain nombre d'informations, l'inverse de l'effet cherché ici. Un procédé plus avancé repose sur l'utilisation du maximum de vraisemblance pondéré (*weighted likelihood*) et du logarithme associé :

$$WL(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta)^{\lambda_i}, \text{ avec } \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n) \text{ un vecteur de poids} \quad (6.1)$$

$$\log WL(\theta) = \sum_{i=1}^n \lambda_i * \log f(x_i|\theta) \quad (6.2)$$

Un choix adéquat du vecteur de poids permet de sanctionner les redondances des observations dues à leur corrélation, tout en conservant l'ensemble des informations de l'échantillon. Ainsi nous pouvons envisager la définition du vecteur de poids suivante :

M étant une matrice de corrélation ayant pour terme $r_{i,j} = Cor(X_i, X_j)$, avec X_i représentant la série de rendements centrée, réduite et détrendée du département i et X_j celle du département j , alors le vecteur de poids $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ peut s'écrire $\lambda = f(M)$ avec f une fonction positive.

Enfin il est aussi envisageable d'utiliser des modèles plus évolués nécessitant cependant un travail préliminaire plus considérable. Il semble ici pertinent de mentionner à titre d'exemple l'approche développée par P. Bogaert [1999]. Néanmoins, ces méthodes sont encore peu répandues dans le cadre d'estimation de densité de probabilité comparé aux recherches existantes concernant les modèles de régressions linéaires, champ d'étude développé notamment pour l'analyse de la distribution géographique des espèces animales.

Nous préférerons dans le cadre de notre étude mettre de côté cette problématique qui nécessiterait une analyse plus poussée pour nous concentrer sur les autres aspects importants de la modélisation de la distribution du chiffre d'affaires agricole. Toutefois, il sera primordial de garder à l'esprit les biais que pourrait entraîner l'approche retenue ici, en particulier le risque d'avoir une masse trop importante pour certaines années catastrophiques comme 2016 ou le risque de sous-estimer la variance de notre échantillon.

Nous allons désormais examiner la distribution de l'ensemble des observations centrées, réduites et détrendées par culture mais dans un premier temps nous chercherons à valider l'hypothèse que nous avons faite précédemment, à savoir que les rendements centrés, réduits et détrendés sont identiquement distribués. En premier lieu, observons les histogrammes pour quatre cultures classiques afin de se faire une première idée concernant notre hypothèse :

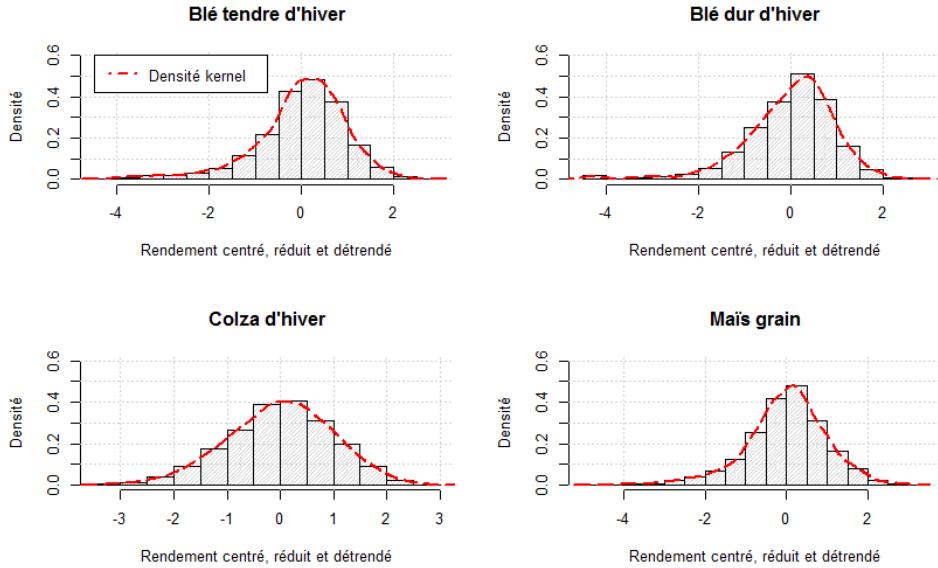


FIGURE 6.6: Histogrammes des rendements centrées, réduits et détrendés pour différentes cultures avec densité par noyau.

Le graphique précédent fait apparaître un motif de distribution continu qu'il faut désormais estimer. Afin de vérifier statiquement le sentiment que nous pouvons avoir à la lecture de ce graphique nous pouvons utiliser un test de Kolmogorov Smirnov qui nous permettra de tester si deux échantillons sont issus d'une même distribution. Dans notre cas nous testerons deux à deux chaque série, centrée et réduite, issue des départements pour laquelle la donnée est disponible et utilisable. Pour les cultures précédemment citées nous obtenons les résultats suivants :

Blé tendre	Blé dur	Colza	Maïs
85%	79%	72%	75%

FIGURE 6.7: Pourcentage de tests de Kolmogorov-Smirnov admettant l'hypothèse que des indices de rendement pris deux par deux soit issus d'une même loi pour une culture donnée.

Ces résultats semblent conforter l'hypothèse initiale, dès lors nous pouvons chercher une distribution permettant de modéliser la variable aléatoire α . Ainsi grâce au théorème 3.2.1 associé aux moyennes et aux écarts-types empiriques de chaque département il est possible de déduire la distribution de chaque département. Il est désormais nécessaire de choisir la distribution la plus appropriée. On pourra parler d'estimation locale lorsque celle-ci est réalisée uniquement sur les données d'un département et d'estimation globale dans le cas où l'ensemble des points pour une culture donnée est utilisé.

L'estimation d'une distribution sur l'ensemble des séries centrées réduites présente plusieurs avantages. Premièrement, ne disposant que de 28 années d'historique, le risque de sur-apprentissage est très élevé si l'on souhaite réaliser une estimation locale. Cette méthode nous permet donc d'extrapoler le comportement des rendements de l'ensemble des séries pour déduire celui d'un département à partir de ses deux premiers moments empiriques.

De plus dans le cas d'un département présentant un comportement erratique ou ayant une série historique très faible (pas de production d'un type de céréale avant une année donnée par exemple) il sera tout de même possible de construire une distribution reflétant le comportement de la céréale en question. Néanmoins il est important de nuancer cette méthodologie du fait que nous sommes en présence de dépendance spatiale. Il sera alors envisageable d'utiliser une méthode de prise en compte de la dépendance spatiale abordée précédemment.

6.1.2.3 Distribution attritionnelle

Afin de choisir une distribution il est évidemment possible d'utiliser la large gamme d'outils mathématiques à notre disposition, en particulier des critères statistiques de goodness-of-fit tels que le critère d'information d'Akaike (AIC), le critère d'information bayésien (BIC) ou encore le log-likelihood. À noter que dans le cas de distributions ayant le même nombre de paramètre ces différents critères seront équivalents. Nous préférerons le critère d'Akaike corrigé (AICc) qui sanctionne plus nettement les distributions ayant un grand nombre de paramètres et nous permettra d'éviter le sur-apprentissage.

Il est nécessaire d'ajouter à ces critères une vision agronomique des rendements comme nous avons pu le faire dans le cadre du détrending. La majorité des séries de rendements présentent un *skewness* inférieur ou égal à zéro, cela s'observe de la même manière lorsque l'on décide de travailler avec une estimation de la distribution globale (figure 6.6). Cette asymétrie implique que la masse de la distribution se situe dans sa partie droite et que la queue de distribution à gauche est longue ou épaisse (*fat-tailed* ou *long-tailed*). En d'autres termes la probabilité d'avoir un rendement extrêmement faible est plus importante que celle d'avoir un rendement extrêmement élevé. Ce phénomène peut s'expliquer, d'un point de vue agronomique, d'une part par le fait que les rendements sont limités à la hausse par des limitations génétiques et par l'impossibilité d'accroître exponentiellement le rendement pour une surface finie. D'autre part il est tout à fait imaginable d'avoir un rendement qui tende vers zéro, par exemple dans le cas d'une inondation.

Ces éléments permettent d'orienter nos recherches vers la catégorie des distributions *heavy-tailed* et en particulier la sous-catégorie des distributions à une queue large (*one-tailed*). En effet, ces distributions ont la particularité de présenter une unique queue large ou longue, attribut idéal dans la modélisation des rendements agricoles. Cette catégorie inclut en particulier les distributions de Pareto, Weibull, Levy, la distribution Log-normal mais aussi la loi de Burr. La loi Weibull est plusieurs fois citée dans la littérature cependant dans le cadre d'une estimation globale elle ne semble pas adaptée, elle semble légèrement platykurtic (*kurtosis* faible) avec une queue longue tandis que la densité empirique des rendements laisse apparaître un caractère plutôt leptokurtic avec une queue épaisse. La loi de Burr permet une approximation de la distribution empirique plus harmonieuse (figure 6.8). Cette distribution présente l'avantage d'avoir trois paramètres (voire Annexe D pour plus de détails) qui lui confère la possibilité de prendre un large éventail de *skewness* et de *kurtosis* notamment. Il sera préférable d'utiliser cette loi uniquement dans le cas d'une estimation globale : du fait de ces trois paramètres, le risque de sur-apprentissage serait trop important pour une estimation locale.

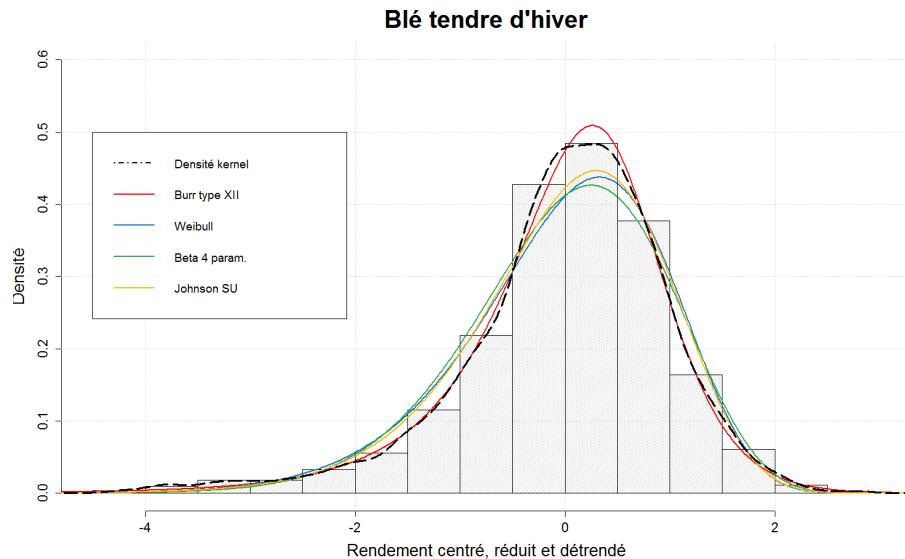


FIGURE 6.8: Histogramme des rendements centrés, réduits et détrendés du blé tendre en France, accompagné de diverses distributions estimées par maximum de vraisemblance.

Afin d'avoir une vision plus précise de la qualité de notre modèle et dans le but de choisir la distribution adéquate, nous pouvons observer les valeurs prises par les différentes mesures de qualité de modèle citées précédemment (annexe B). Ce tableau présente des résultats pour quatre cultures et huit distributions. Les estimations ont été réalisées par maximum de vraisemblance pour l'ensemble des séries de rendement départementales détrendées, centrées et réduites, puis translatées afin de se placer dans \mathbb{R}_*^+ et dans un deuxième temps symétrisées par rapport à zéro et translatées. Plusieurs lois de cet ensemble ne sont pas définies pour des valeurs négatives, la translation nous permet alors de comparer l'ensemble de ces lois. La symétrisation permet quant à elle d'utiliser des lois ayant un *skewness* théorique positif sur des échantillons présentant un *skewness* négatif par exemple. Les distributions présentent dans ce tableau sont :

- **Distributions à deux paramètres :** Normale, Gamma, Weibull, Gumbel et Logistique
- **Distributions à plus de deux paramètres :** Beta à 4 paramètres (Beta avec 2 paramètres de forme), Burr de type XII (3 paramètres) et Johnson S_U (4 paramètres)

A première vue il semble que deux distributions se démarquent des autres si ce n'est pour le colza d'hiver. Ces deux distributions sont la loi de Burr et la loi de Johnson S_U , la distribution de Johnson a été citée dans la section sur la modélisation des indices de rendement, il n'est donc pas surprenant de la retrouver ici. La loi de Burr a pour sa part déjà été utilisée pour modéliser les indices de prix des céréales (Heman et al. [2008]), pour le revenu des ménages et pour certains risques dans le secteur de l'assurance en raison de sa grande variété de forme et sa capacité à se doter d'une queue épaisse (*fat-tailed distribution*), attribut évidemment très avantageux au vu de nos échantillons empiriques.

Il semble aussi flagrant que la loi de Burr est généralement une meilleure approximation si l'on se place dans le cas de l'échantillon symétrisé. Cette observation est tout à fait logique du fait que les rendements ont généralement une asymétrie négative et que la distribution de Burr présente une gamme de *skewness* positif bien plus étendue que celle de *skewness* négatif. Ainsi nous obtiendrons donc un meilleur fit pour cette distribution avec un échantillon représentant une asymétrie positive.

Enfin, le cas du colza d'hiver semble moins évident mais la loi Beta à 4 paramètres semble ici la meilleure. Pourquoi cette distribution est meilleure uniquement pour le cas du colza ? L'observation du graphique 6.6 nous apporte un premier élément de réponse : la distribution empirique du colza semble symétrique et plus platykurtic que les autres cultures présentées. Outre des tests statistiques, il est possible d'avoir une retranscription plus visuelle de ce genre de problématique en traçant l'ensemble des couples *skewness/kurtosis* que peut représenter une distribution ou une famille de distribution. Ainsi le graphique ci-dessous (figure 6.9) associé au tableau 6.10 nous permet de mieux comprendre le cas spécifique du colza d'hiver, nous pouvons en effet constater que le point correspondant au colza (C) se situe à la frontière de la région de la loi Beta, tandis que toutes les autres cultures utilisées dans cette étude se situent dans la région des distributions de Burr. Bien que la loi de Burr reste tout de même une approximation convenable pour le colza, cet élément soulève une question fondamentale, à savoir si l'ensemble des cultures peuvent être modélisées par une seule et même loi.

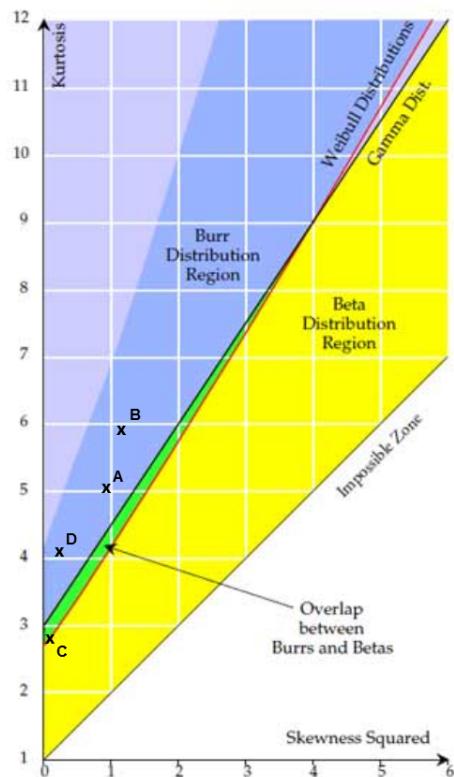


FIGURE 6.9: Régions de Kurtosis et Skewness au carré pour différentes familles de lois
(Source figure originale : www.qualitydigest.com).

Dans le cas d'une estimation globale nous travaillerons généralement avec des

	Blé tendre d'hiver	Blé dur d'hiver	Colza d'hiver	Maïs grain
Moyenne	0,000	0,000	0,000	0,000
Ecart type	0,982	0,982	0,982	0,982
Skewness	-0,969	-1,090	-0,194	-0,492
Skewness²	0,939	1,189	0,038	0,242
Kurtosis	5,017	5,933	2,859	4,106

FIGURE 6.10: Tableau présentant les moments des rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.

échantillons de taille supérieure à mille. De ce fait, nous pourrons utiliser des lois paramétriques avec un nombre de paramètres supérieur à deux. La distribution symétrique de Burr semble globalement proposer une modélisation intéressante. Elle présente l'avantage d'avoir 3 paramètres, soit un de plus que les lois classiques (Normal, Weibull, Gamme, Beta, etc) et cependant un de moins que les distributions de Johnson ou Beta à 4 paramètres. Pour les cultures étudiées à travers cette section, nous pourrons considérer que Burr constitue donc une bonne distribution, cependant il sera important d'avoir un regard critique dès lors que nous chercherons à modéliser une nouvelle culture. Le lecteur trouvera en annexe les histogrammes des séries détrendées centrées réduites pour d'autres cultures classiques et exotiques lui permettant de se faire une idée de la variété de formes et de distributions envisageables.

6.1.2.4 Chargement de risque extrême

Afin de se prémunir d'une sous-estimation du risque extrême, notamment concernant la question de la modalité mentionnée dans la section du même nom, nous pouvons considérer l'ajout à la prime d'assurance un chargement de risque extrême (*extreme risk load* ou *tail risk load*). A la manière du chargement de risque classique ajouté à la perte moyenne attendue, ce chargement serait proportionnel au risque induit par la couverture si ce n'est que dans le cas présent, nous nous concentrerons sur le risque extrême ou risque de queue. Il est alors capital de choisir une mesure de risque extrême adaptée pour capturer judicieusement l'incertitude liée à la part d'événements rares, absents de l'historique.

Ce chargement peut être proportionnel à une mesure de risque classique telle que la variance, l'écart-type ou la *value-at-risk*. Cependant, généralement ces mesures sont intégrées dans le chargement de risque conventionnel. Nous pouvons aussi concevoir un chargement inversement proportionnel au nombre d'années ou de départements utilisé dans la modélisation. Ainsi, on considérera que la probabilité d'observer un événement encore jamais réalisé est d'autant plus faible que le nombre d'observations disponibles est grand.

Enfin, la théorie des valeurs extrêmes apporte une approche avancée de la modélisation du risque de queue. Cependant, l'utilisation de cette méthode suppose d'avoir un historique important ou de bien estimer la distribution théorique de nos rendements. Ici, nous risquons donc d'introduire un biais pour en corriger un. Dans ce cas , le choix de cette méthodologie apparaît donc dangereux.

6.2 Indice prix

6.2.1 Approche

Les marchés à terme (futures et options) sont aujourd’hui un outil fondamental de la gestion des risques en agriculture. D’une part, ils donnent la possibilité aux agriculteurs de se protéger du risque prix par le biais de produits dérivés : d’autre part ils vont permettre d’avoir une estimation du prix de récolte, on parle ici de *price discovery tool*. Le marché à terme peut aussi se révéler très utile dans le but de modéliser la variable prix dans le cadre de contrat d’assurance agricole par exemple. Dans cette section, nous présenterons une méthode d’estimation de distribution paramétrique pour différents prix de céréales, méthode basée sur les cotations de marché à terme. Nous reviendrons plus tard sur les limitations que peuvent entraîner ce choix de modélisation.

Une des raisons fondamentales pour ce choix est le fait que concernant les prix l’historique sera toujours moins significatif que l’information issue du marché actuel. Contrairement aux rendements où l’historique nous permet de faire une approche précise - le comportement intrinsèque de la plante n’est pas modifié au cours du temps - le caractère sous-jacent des indices de prix est par nature extrêmement fluctuant. Comme nous avons pu le constater dans le chapitre précédent, la littérature à ce sujet déconseille fortement d’utiliser l’historique lorsqu’il s’agit du prix qui n’intègre pas, ou du moins pas autant, d’informations que les marchés à terme.

Afin de confirmer cette conjecture nous pouvons notamment aborder le cas de la volatilité : en effet, les prix des commodités sont généralement très hétéroscléastiques. Le graphique 6.11 laisse apparaître une forte tendance de la volatilité implicite ces dernières années sur les marchés. Ainsi, si l’on considère que la volatilité continue à fluctuer de la sorte, faire de le choix d’une estimation historique impliquera généralement de sous-estimer le risque induit par le prix.

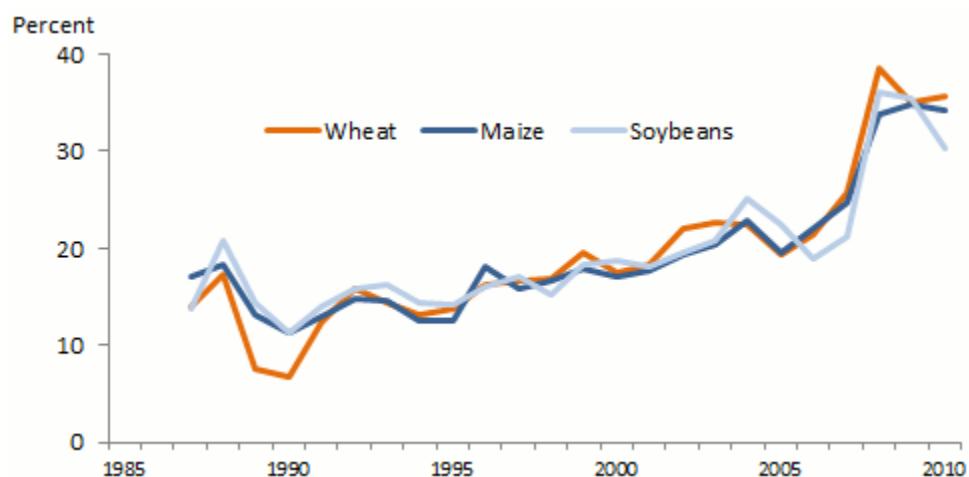


FIGURE 6.11: Historique de volatilité implicite pour quelques cultures (Source : FAO & Ghanem [2011])

Actuellement les indicateurs ne semblent pas aller dans la direction d'une stabilisation des prix. Premièrement, les cours du pétrole présentent une très forte volatilité qui se répercute dans les cours céréaliers en raison de l'utilisation accrue d'engrais et de machines agricoles, des coûts de transports et désormais de l'utilisation de carburants écologiques à base des céréales influant donc le prix du baril. Deuxièmement, aujourd'hui seulement 3% des produits dérivés sur les marchés céréaliers sont achetés ou vendus à des fins de *hedging*, la majorité étant à des fins spéculatives nous assistons à des importants mouvements de prix n'ayant aucun lien avec la véritable offre et demande sur la commodité. Enfin, nous pouvons aussi citer comme facteurs accentuant les fluctuations de prix la variabilité climatique, l'instabilité des taux de change ou encore la dépendance de l'offre vis-à-vis des bassins de productions tandis que la demande augmente chaque année.

L'utilisation d'un marché à terme suffisamment liquide va garantir que le prix incorpore l'ensemble des informations de marché. L'offre et la demande assurera quant à elle un juste niveau de prix. Nous chercherons donc à valider cette condition lors du choix de nos indices prix en amont de l'analyse de la distribution. Il existe sur le marché Européen trois marchés à terme principaux de commodités agricoles, le marché à terme international de France (MATIF) désormais géré par Euronext Paris, l'Intercontinental Exchange (ICE) Futures Europe à Londres et le Budapest Commodity Exchange (BCE). Euronext fournit actuellement des produits dérivés sur le maïs, le blé meunier et le colza, le marché de Londres permet de couvrir le cacao, le sucre, le café et le blé fourrager. Nous exclurons dans notre étude le marché de Budapest qui présente une trop faible liquidité.

L'objectif est d'interpoler la volatilité implicite du marché pour une culture donnée afin de définir la distribution des prix. Pour cela il existe d'une manière générale deux approches : l'approche *backward-looking* et l'approche *forward-looking*. La première, comme son nom l'indique, consiste à utiliser le passé afin de modéliser la volatilité implicite à venir, elle consiste à analyser la série temporelle de volatilité par des modèles hétéroscléastique du type ARCH ou GARCH notamment. Nous préférerons la seconde approche car d'une part ces modèles présentent un faible pouvoir prédictif à long-terme (voire 4.2) et d'autre part ils nécessitent d'avoir à disposition un historique de volatilité implicite long pour pouvoir paramétriser correctement le modèle. Or, ce point est complexe dans la mesure où la création de certains marchés est encore très récente. L'approche *forward-looking* consiste donc à estimer, par le biais des produits dérivés, cotés sur le marché, la volatilité implicite. La démarche classique repose sur le choix d'un modèle mathématique financier, le modèle de Black-Scholes étant le plus courant. Par le biais de ce modèle et du marché des options, nous pourrons alors déduire la volatilité implicite.

L'utilisation de l'approche *forward-looking* est généralement considérée comme meilleure du fait qu'elle tienne compte des événements passés et des événements futurs probables en intégrant par la même occasion des informations externes telles que l'état des autres marchés et les informations publiques disponibles. L'interconnexion des marchés financiers est évidemment un renseignement vital, connaître les fluctuations des marchés concurrents (orge et blé par exemple), les taux de change ou encore l'évolution du cours du pétrole permettra d'anticiper des changements de prix futurs. De la même façon, les informations publiques telles que des nouvelles législations sur les importations/exportations ou des modifications concernant les taxes applicables nous informent sur les possibles chocs à venir.

6.2.2 Volatilité implicite et distribution

Nous nous plaçons désormais dans le cadre d'une approche *forward-looking* en choisissant d'utiliser le modèle de Black-Scholes pour les raisons décrites dans la section 4.1. En amont de la modélisation il est important de définir le cadre du contrat, pour l'ensemble des contrats comprenant un indice de prix nous devrons définir une période de souscription ainsi qu'une période de découverte (*discovery period*).

La période de souscription correspondra à l'intervalle de temps pendant laquelle l'agriculteur souhaitant se couvrir devra en faire la demande à son assureur. La définition de cette période est décisive car c'est durant cette période que l'on évaluera la distribution du prix et donc le prix de la couverture. Choisir une période de souscription trop en amont sur la période de récolte c'est prendre le risque de ne pas tenir compte de certaines informations de marché à venir. Choisir une période trop proche de la récolte implique au contraire d'intégrer trop d'informations et risquer de perdre l'aléa sur le prix ; un prix attendu trop bas rend l'assurance obsolète tandis qu'un prix trop élevé rend l'assurance trop onéreuse.

La période de découverte correspond à la période sur laquelle on évaluera l'indice de prix afin de déterminer si l'assurance doit donner lieu à une indemnisation. Cette période doit concorder avec la période pendant laquelle l'agriculteur va vendre sa récolte ou, la période la plus représentative des prix de vente si l'on considère les prix des futures.

Dès lors que le cadre du contrat est clairement défini, l'étape suivante primordiale consiste à déterminer la volatilité implicite du prix concerné. Avant de se lancer dans l'estimation de la volatilité implicite, il est important de choisir les options adéquates qui nous permettrons de faire les calculs nécessaires à la détermination de la volatilité.

Concernant le choix du type d'option à utiliser, à savoir put ou call, la parité put-call nous enseigne que le prix d'un call et celui d'un put de même échéance et de même prix d'exercice (strike) sont liés par la relation :

$$C(t) - P(t) = S(t) - K \cdot B(t, T) \quad (6.3)$$

Dans l'équation 6.3 $C(t)$ représente la valeur du call à l'instant t , $P(t)$ celle du put, $S(t)$ la valeur du sous-jacent, K le prix d'exercice. Enfin $B(t, T)$ est la valeur de l'obligation zéro-coupon qui vaut 1 unité à échéance T , le coupon permet d'actualiser la valeur de K , on parle donc de coefficient d'actualisation (*discount factor*). En injectant dans cette relation la formule de Black-Scholes, on démontre que la volatilité implicite du call est égale à celle du put. Ce résultat n'est pas toujours parfaitement respecté dans la réalité. L'écart entre offre et demande et le volume de trading de chacune de ces deux options peut induire une différence. Dans notre cas, nous pouvons envisager plusieurs possibilités. Certains recommanderont en particulier de moyenner les volatilités du call et du put tandis que d'autres préféreront retenir la volatilité de l'option présentant le plus de volume de trading, qui serait donc plus représentative du marché.

Pour ce qui est de l'échéance, nous choisirons celle qui reflète au mieux le prix de récolte auquel l'agriculteur vendra sa production. Prenons l'exemple du blé : ayant une période de récolte aux alentours des mois de juillet et août, l'agriculteur pourra commencer à vendre sa récolte courant septembre, conséutivement aux étapes préliminaires d'évaluation de la qualité et de séchage si nécessaire. La période de vente pourra alors s'étaler sur plusieurs mois afin d'optimiser la moyenne des prix de vente, l'échéance décembre sera alors un bon indicateur de cette moyenne. Enfin, il faut s'interroger sur le prix d'exercice à utiliser. En effet certaines commodités vont présenter des *smiles* de volatilité important lorsque l'on fait varier le prix d'exercice. On considérera en priorité les options les plus "proche de la monnaie" (*near-the-money*) ou "dans la monnaie" (*at-the-money*) car ce sont généralement les plus échangées sur les marchés et ce sont celles qui produisent le vega⁴ le plus important. Il est aussi possible de concevoir une moyenne pondérée des volatilités implicites en accordant un poids plus important pour les options le plus "proche de la monnaie".

Enfin il subsiste une ultime problématique, il s'agit de la période de calcul de la volatilité implicite. La solution évidente est de choisir les cotations du jour précédent la souscription pour déterminer la volatilité. En effet, il semble que cette date soit la plus significative. Cependant, nous sommes confrontés à deux difficultés sous-jacentes : d'une part calculer la volatilité sur une période d'une journée nous expose à intégrer un choc éphémère au prix de la couverture. Ce choc peut-être dû par exemple à un volume d'échanges plus important que la moyenne pour ce jour. Pour parer cela nous pourrons utiliser une plage de calcul plus grande et utiliser la moyenne des volatilités sur cette période. D'autre part, définir la période de calcul en fonction de la date de souscription suppose que des assurés ayant souscrit à une couverture sur le même indice se voient payer des primes différentes. Il est alors intéressant de déterminer la volatilité sur une période fixe pour l'ensemble des contrats, en amont de la période de souscription par exemple. Le cas échéant, le choix de la période de souscription devient d'autant plus important.

4. Le vega fait partie des mesures communément appelées *grecs* en finance, permettant de modéliser l'élasticité du prix d'une option par rapport à ses paramètres. Le vega représente l'élasticité du prix par rapport à la volatilité implicite et s'exprime sous la forme : $\mathcal{V}_{call} = \mathcal{V}_{put} = \frac{\partial P}{\partial \sigma}$

Dans le cadre de notre étude, nous préconiserons l'approche suivante en considérant que l'indemnisation sera évaluée en utilisant la moyenne des prix futures sur la période de découverte pour l'échéance retenue :

- Calculer la volatilité implicite des call et put pour l'échéance choisie "proche de la monnaie" présentant un volume d'échange suffisamment important pour les cinq jours précédents la période de souscription ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_5$) en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson. Pour chaque jour, calculer la moyenne du call et du put.
- Déterminer le nombre de jours séparant chacune des options à la date centrale de la période de découverte (N_1, N_2, \dots, N_5).
- Afin d'actualiser la volatilité au jour charnière, multiplier les volatilités précédemment obtenues par le coefficient suivant : $(\frac{N_i}{365})^{1/2}$.
On obtient alors $\sigma_i^* = \sigma_i \cdot (\frac{N_i}{365})^{1/2}$
- Prendre la moyenne des volatilités implicites calculées dans l'étape précédente.
On a désormais $\sigma_p = \frac{\sum_i \sigma_i^*}{5}$

La volatilité σ_p sera alors la volatilité utilisée pour modéliser la variable prix. Dès lors nous pourrons utiliser la propriété suivante issue du modèle de Black-Scholes :

Pour tout $t \geq 0$, S_t suit une loi log normale :

$$\ln(S_t) \sim N(\ln(S_0) + (\frac{\mu - \sigma^2}{2}); \sigma) \quad (6.4)$$

Ci-dessus, S_t représente la valeur de l'actif à l'instant t , μ le drift et σ la volatilité implicite. L'intervalle de temps séparant la période de découverte et l'échéance des contrats futures que nous cherchons à modéliser étant relativement courte, et en considérant l'observation du comportement des cours, nous ferons ici à l'hypothèse que le drift est nul. En prenant $\sigma = \sigma_p$ nous pouvons réécrire l'équation 6.4 sous la forme suivante :

$$\ln(P_p) \sim N(\ln(P_0) - \frac{\sigma_p^2}{2}; \sigma_p) \quad (6.5)$$

En prenant P_0 le niveau du future de même échéance que celle retenue pour la volatilité, nous avons désormais à notre disposition une distribution paramétrique qui nous permettra d'évaluer le risque de prix durant la période de découverte. L'approche proposée ici modélise uniquement le niveau de prix pour la date centrale de l'intervalle de découverte. Afin de proposer une modélisation plus précise du risque réel, nous pourrons chercher à modéliser la loi de la somme des prix. L'approche la plus classique ici est celle communément appelée Fenton-Wilkinson, nous ne la détaillerons pas ici cependant, le lecteur curieux pourra se référer au document proposé par N.-E. El Faouzi et Michel Maurin [2007] qui met en application cette méthode. Ce type de modèle permettrait dans notre cas de modéliser la loi de la somme des prix en tenant compte de leur corrélation, ainsi il sera possible d'estimer la moyenne des prix sur la période.

6.2.3 Limitations

Les premières limites à ce modèle sont celles que nous avons exposées dans la section 4.1 et qui concernent le modèle de Black-Scholes. Bien que le modèle soit régulièrement remis en question il reste plus performant que l'approche *backward-looking* notamment. Désormais, la majeure partie des recherches se concentrent à étudier des améliorations du modèle plutôt que des alternatives.

Nous l'abordions un peu plus tôt, une problématique fondamentale de cette approche est le fait qu'elle repose sur l'utilisation des cotations d'un marché à terme. Le marché à terme en question doit remplir plusieurs conditions et tout particulièrement celle d'être relativement proche de l'assuré, ceci afin de refléter adéquatement l'exposition au risque. De plus, le marché doit être suffisamment liquide pour traduire les fluctuations de marché de manière transparente. Ainsi bien qu'il existe des cotations sur l'orge en Europe, il sera difficile de modéliser le prix par le biais de celles-ci en raison du volume trop faible de ce marché. Enfin, le développement d'un marché à terme exige des conditions sur la commodité elle-même. En effet il faut des produits faciles à stocker et transporter, chose relativement aisée concernant les grains et huiles (blé, maïs, colza, soja, cultures fourragères en général) mais plus complexe pour une large gamme de commodités. Lorsqu'aucune cotation n'est disponible pour une culture, nous pourrons envisager les points suivants :

- L'utilisation de marchés plus éloignés notamment le marché américain qui est bien développé et présente des volumes importants. Il faudra tout de même tenir compte de certains paramètres tels que les coûts de transport ou la dépendance d'un marché vis-à-vis de ses bassins de productions.
- L'utilisation de marché d'autres cultures : on peut considérer des céréales ayant une corrélation importante entre elles afin d'intégrer l'aléa sur la météorologie et les maladies. Nous pouvons d'autre part regarder les céréales qui sont utilisées à des mêmes fins et ainsi intégrer le risque sur l'offre et la demande.
- Dans le cas de cultures exotiques, si l'on souhaite estimer une distribution de prix nous devrons nous tourner vers des modèles paramétriques estimés sur l'historique des prix de marchés physiques ou des modèles (G)ARCH sur la volatilité historique.

Bien que les marchés européens soient encore moins bien équipés en termes de volume traité et de diversités de commodités que le marché Nord-américain, on observe ces dernières années une véritable progression et une volonté de développer des marchés pour de nouvelles cultures ainsi que d'accroître les volumes.

6.3 Dépendance

Désormais, nous pouvons approcher par une distribution paramétrique chacun de nos deux indices. L'étape suivante est donc la modélisation de leur interaction dans le but de simuler des indices corrélés. L'étape primordiale étant ici de mesurer la corrélation qui existe entre les différents indices que nous chercherons à modéliser. Pour cela, il faut dans un premier temps définir d'une part une mesure de corrélation et d'autre part, les variables réelles qui nous permettront de calculer la corrélation retenue.

Concernant la mesure de corrélation, deux catégories s'offrent à nous, c'est généralement la première qui est utilisée, à savoir la corrélation linéaire. Pour évaluer la corrélation linéaire, c'est habituellement le coefficient de Pearson que l'on choisira. La seconde catégorie désigne les corrélations de rang, en particulier le rho de Spearman et le tau de Kendall. Ces mesures de corrélation apportent une information supplémentaire, en effet la corrélation linéaire est très sensible aux valeurs extrêmes ou aberrantes et risque de ne pas percevoir une structure de dépendance concave ou convexe.

Afin d'évaluer la corrélation et ce quelque soit la mesure retenue, nous travaillerons sur des écarts relatifs à des valeurs judicieusement choisies. Ces écarts sont définis afin de modéliser précisément la dépendance et d'intégrer la corrélation sous-jacente réelle. Pour les indices de rendement, nous choisirons l'écart relatif du rendement réalisé par rapport à la tendance obtenue lors de la phase de detrending (voire section 6.1.1). Par ce biais, nous modéliserons la variation entre le rendement attendu et le rendement réalisé. Pour les indices de prix, nous retiendrons l'écart entre l'indice de prix retenu dans le contrat (généralement moyenne des prix futures sur la période de découverte) par rapport au prix attendu en début de saison, c'est-à-dire le prix du future P_0 introduit dans la section 6.2.2. Ainsi pour un contrat d'assurance chiffre d'affaires classique, la corrélation retenue sera, en respectant les notations des chapitres 6.1.1 et 6.2.2 :

$$Cor(Y; P) = Cor\left(\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{\hat{Y}_t}; \frac{P_p - P_0}{P_0}\right)$$

En s'appuyant sur les remarques déjà énoncées dans la section 5, nous allons maintenant statuer concernant une méthode de modélisation de la dépendance. La première approche consiste à utiliser les copules : comme nous chercherons à modéliser des échantillons composés de, au minimum, deux indices. Les copules bivariées ne seront pas suffisantes dans notre cas. La première solution est de travailler avec des copules de dimension supérieure ou égale à deux, nous imposerons alors dans ce cas une même structure de dépendance à chaque couple d'indices. Certaines copules imposent une forme de corrélation très particulière et dans notre cas, les historiques courts nous poussent à nous méfier des problèmes de sur-apprentissage vis-à-vis de certaines copules. Une seconde solution plus avancée est d'utiliser des *vine copulas* : l'utilisation de *vine copulas* revient en quelque sorte à estimer des copules de copules.

Dans notre cas, ce modèle sera inadapté car dès lors que le nombre d'indices augmente l'estimation de *vine copulas* devient rapidement trop élaboré en vue de la donnée que nous avons à notre disposition. En effet, estimer une *vine copula* nécessite de hiérarchiser les indices et de définir pour chacun des nœuds une distribution bivariée voire multivariée. L'approche par les copules pourra être justifiée dans le cas de couvertures nécessitant peu d'indices ou lorsque nous aurons un nombre de données conséquent et des informations sur leur dépendance.

Nous opterons donc plutôt d'utiliser une procédure permettant de modéliser la dépendance à partir d'un unique paramètre pour chaque couple d'indices, paramètre correspondant à une des mesures de corrélation énoncées précédemment. Ainsi, nous abandonnerons les structures de corrélation complexes afin de limiter les risques de sur-apprentissage. L'approche la plus simple repose sur l'utilisation de la décomposition de Cholesky. La décomposition de Cholesky nous permet de simuler un échantillon multivarié avec la corrélation désirée, en effet :

Si A est une matrice symétrique et définie positive, alors il existe une matrice triangulaire inférieure L telle que : $A = LL^T$. Si $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ est un échantillon aléatoire multivarié et $\Sigma = CC^T$, alors si $X^* = X * C$ on a $Cor(X^*) = \Sigma$.

Cette méthode permet d'obtenir des distributions uniformes corrélées linéairement par inversion de loi simulée. Nous pouvons alors obtenir les simulations d'indices souhaitées par le biais des marginales estimées en amont. Cette méthode approxime relativement bien la corrélation linéaire désirée. Cependant la corrélation de rang n'est pas conservée en raison de la transformation nécessaire pour déduire des indices initiaux les marginales souhaitées.

Afin de pallier à ce manque, nous utiliserons l'algorithme développé par Iman et Conover [1982] qui permettra de conserver la corrélation de rang au sens de Spearman. Cette procédure adopte la première étape de la méthode énoncée précédemment, à savoir la simulation d'un échantillon avec la structure de corrélation adéquate. En parallèle, nous simulerons des indices avec les distributions marginales estimées sans tenir compte de leur corrélation. La dernière étape repose alors sur la réorganisation des termes de chaque indice dans le même ordre, au sens du rang, que l'échantillon initial. Pour simuler l'échantillon de base, il faut s'assurer que chaque indice, représenté chacun par une colonne, ait une moyenne égale à 0 et un écart-type égale à 1. Pour cela on pourra opter pour des fonctions de score⁵ qui nous permettront de respecter ces conditions. La fonction de score choisie influencera notre structure de dépendance (voire figure 6.12). Dans notre étude nous préconiserons l'utilisation de la fonction de score gaussienne ainsi nous serons proche d'une copule gaussienne à la différence que nous n'utiliserons pas de transformation inverse pour obtenir les marginales voulues.

Il nous est maintenant possible de simuler une multitude d'indices de rendement et de prix en respectant une structure de corrélation linéaire et corrélation de rang définie au préalable. L'algorithme d'Iman-Conover étant peu gourmand en temps de calcul, il sera donc possible de simuler un nombre conséquent d'in-

5. Soit $\log L(X|\theta)$ la log-vraisemblance pour le paramètre θ et la variable aléatoire X , alors la fonction de score est définie par $S(\theta, X) = \frac{\partial}{\partial \theta} \log L(X|\theta)$

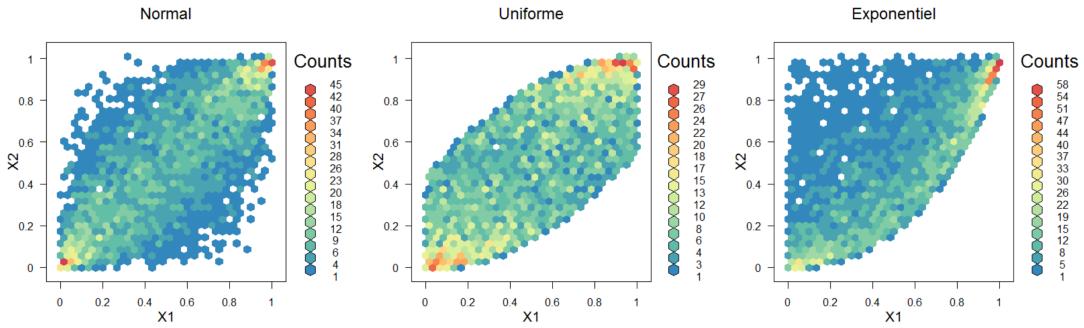


FIGURE 6.12: Exemples de structure de dépendance avec différentes fonctions de score

dices chose plus ardue avec une méthode basée sur les copules.

6.4 Modèle global

Il nous est désormais possible de représenter la procédure que nous adopterons pour obtenir les indices simulés avec les marginales et la structure de dépendance adéquates. La figure 6.13 expose sous forme d'organigramme cette procédure. A noter qu'il est tout à fait possible de simuler plus d'un indice rendement ou prix par la méthode décrite ici. Le résultat de la procédure nous permettra par la suite, via une approche Monte-Carlo de calculer une multitude de fonctions *payoffs* et ainsi de déterminer le montant de perte attendue (*expected loss*), la volatilité ou encore la *value-at-risk* des pertes pour une couverture donnée.

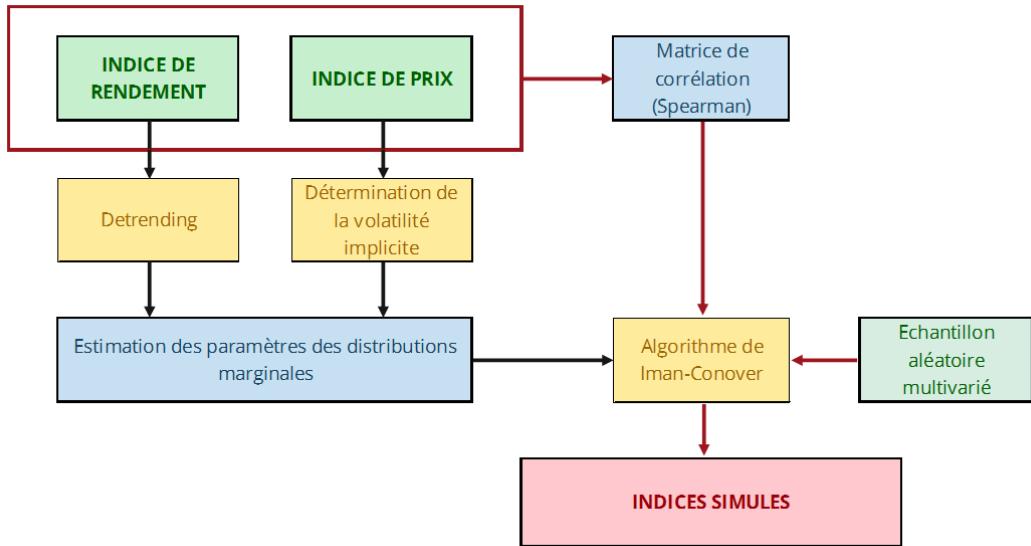


FIGURE 6.13: Représentation globale de l'approche proposée dans notre étude

Chapitre 7

COUVERTURES INDICIELLES ENVISAGÉES

A l'aide de notre modèle nous pouvons maintenant simuler un panel d'indices de prix et de rendement. Nous présenterons dans ce chapitre une variété de produits, inexistant sur le marché pour certains, et répondant à un besoin réel de la part des agriculteurs, des organismes stockeurs (coopératives, négociants en particulier) ou des industriels de l'agriculture. Par ailleurs, la modélisation proposée dans ce mémoire nous permettra de tarifer des produits pour lesquels les méthodes usuelles ne permettront pas de tarification efficiente.

Dans une optique de simplification, nous nous placerons dans la situation où l'assuré souscrira à une couverture pour un hectare. Le *payoff*, ainsi que la prime de la couverture sur une surface plus importante, seront proportionnels aux montants pour un hectare.

Par la suite nous adopterons les notations suivantes :

- R représentera un chiffre d'affaires agricole, plus précisément le produit d'un indice de prix et d'un indice de rendement.
- P représentera un indice de prix tandis que V représentera un indice de volume de production et donc de rendement si l'on considère la couverture pour un hectare.
- Enfin une lettre surmontée du symbole " $\hat{}$ " définira une constante, par exemple \hat{R} représentera le niveau de chiffre d'affaires assuré.

Afin de présenter précisément chacune des couvertures, nous décrirons le contexte propre à chacune d'entre elles pour caractériser le besoin auquel elles répondront. Nous exposerons ensuite les utilisations et clients potentiels de ce type d'assurance avant de formuler la fonction de *payoff* portée par cette garantie. Naturellement la gamme de couvertures énoncée ici reste exhaustive, il sera envisageable et recommandé de construire des produits nouveaux au gré des besoins du monde de l'agriculture.

7.1 Assurance chiffre d'affaires

L'assurance chiffre d'affaires constitue le fil directeur de notre étude et l'application la plus évidente pour le modèle proposé. Nous avons décrit dans les premières parties de ce mémoire les problématiques auxquelles sont confrontées désormais les agriculteurs chaque année. Les importantes fluctuations des marchés financiers et l'augmentation de la volatilité des rendements agricoles sont les principaux vecteurs des incertitudes concernant le chiffre d'affaires des agriculteurs. Dans ce contexte, la couverture évidente est l'assurance que l'on qualifiera d'assurance chiffre d'affaires. Cette couverture est assimilable à une option sur le chiffre d'affaires à la baisse (*put*) dans la mesure où elle garantit un revenu minimum tout en laissant à l'assuré l'opportunité de profiter d'un contexte favorable, en particulier des rendements exceptionnellement importants ou d'un niveau de prix haut. L'assurance chiffre d'affaires protégera le souscripteur de prix de récolte faible et/ou de rendements médiocres en donnant lieu à un paiement si le produit des indices de prix et de rendement réalisés est inférieur au niveau garanti \widehat{R} . La structure présentée ici peut se résumer par la fonction de *payoff* suivante :

$$f_{\text{payoff}}(P; V) = (\widehat{R} - P * V)^+ \quad (7.1)$$

De la même façon, le chiffre d'affaires du producteur avec l'assurance sera décrit par la formule suivante :

$$R(P; V) = \max(\widehat{R}; P * V) \quad (7.2)$$

Ce produit s'adressera généralement directement à l'agriculteur bien qu'il soit possible d'étendre la garantie à des coopératives. En effet, les coopératives cherchent à proposer les meilleures garanties à leurs adhérents pour des raisons concurrentielles évidentes. Néanmoins, l'incertitude abordée précédemment vaut aussi pour les organismes stockeurs et le risque de proposer des garanties supérieures au chiffre d'affaires réalisé est grand. Pour se prémunir face à ce type d'enjeux, la coopérative peut décider d'elle-même se protéger. Dans le cas où la coopérative souhaite garantir à l'ensemble de ses adhérents un revenu minimum par hectare, elle peut souscrire à une assurance chiffre d'affaires sur le panel d'indices composant son portefeuille. Il est possible de faire une analogie entre ce procédé et le mécanisme par lequel les assureurs vont se couvrir par le biais de la réassurance. Pour simuler cette configuration nous modéliserons les volumes totaux attendus pour les différentes cultures ($i \in \{1, \dots, n\}$) et départements ($j \in \{1, \dots, m\}$) afin d'obtenir la fonction suivante :

$$f_{\text{payoff}}(P_1; \dots; P_n; V_{1,1}; \dots; V_{n,m}) = \left[\widehat{R} - \sum_{i=1}^n P_i * \left(\sum_{j=1}^m V_{i,j} \right) \right]^+ \quad (7.3)$$

7.2 Option quanto

Avant de décrire l'utilité de ce type de couverture, il est important dans un premier temps de comprendre les enjeux sous-jacents. En début de période agricole, un grand nombre de producteurs céréaliers vont faire le choix de contractualiser avec des organismes stockeurs ou des transformateurs la vente de leur production. Il existe globalement deux types de contrat :

- **Le contrat "Surface"** : il engage le vendeur à livrer à l'acheteur la totalité de sa production contre un prix fixe ou un prix de campagne¹. C'est le contrat le plus courant en France.
- **Le contrat "Volume"** : il engage le vendeur à livrer à l'acheteur un volume défini au préalable contre un prix fixe ou un prix de campagne. Ce contrat est moins courant en France, on le trouve plus davantage en Belgique notamment.

A noter que le vendeur peut être une coopérative avec, comme acheteur, un industriel.

Après récolte, en cas de rendement particulièrement faible, les acheteurs avec un contrat "surface" se retrouvent généralement avec une carence de volume et doivent alors se tourner vers les marchés physiques pour acheter la production manquante. De la même façon, les vendeurs ayant opté pour un contrat en volume se verront incapables de fournir le tonnage contractualisé et devront, pour assumer leurs engagements, acheter un certain volume au prix physique. Dans les deux cas énoncés ici, le prix du marché physique risque d'être relativement élevé en grande partie du fait de la corrélation négative qui peut exister entre les indices de prix et de rendement. Ces circonstances peuvent être alors une véritable charge inattendue risquant d'impacter la prochaine saison, que ce soit pour un agriculteur, un organisme stockeur ou un industriel.

Une situation moins courante mais tout aussi problématique est le cas inverse. Des rendements exceptionnellement élevés combinés à des prix de marché très bas pourront nuire aux acheteurs en contrat "surface" et aux vendeurs en contrat "volume". En effet, en cas de surproduction il sera difficile d'écouler l'excédent de production à des prix intéressants.

Afin de se prémunir de ces problématiques il est envisageable de se couvrir en ayant recours au marché des options. Le souci majeur de cette solution est que bien souvent on se retrouve dans une situation de "sur-couverture" (*over-hedging*). Il est très difficile d'estimer en amont le nombre total d'options nécessaires car il nous manque l'information sur le rendement réalisé. L'option quanto permet une couverture plus souple en prenant la forme d'une option sur le prix couvrant uniquement le volume manquant ou excédentaire. L'indemnisation de ce type de contrat est déclenchée par un événement sur le rendement et un événement sur le prix. Ainsi, si le rendement se situe en dessous d'un niveau fixé au préalable, nous regarderons le niveau de l'indice de prix pour compenser le volume manquant à hauteur du prix d'exercice souhaité.

1. Un prix de campagne est une fonction des prix du marché physique généralement étendue sur une période plus ou moins longue afin de faire profiter aux adhérents de possibles opportunités de marché.

Ci-dessous, les *payoffs* d'une option quanto, (équation 7.4) dans la situation d'un rendement bas et d'un prix haut et dans la situation contraire (équation 7.5) :

$$f_{payoff}(P; V) = (P - \hat{P})^+ * (\hat{V} - V)^+ \quad (7.4)$$

$$f_{payoff}(P; V) = (\hat{P} - P)^+ * (V - \hat{V})^+ \quad (7.5)$$

Enfin, si le contrat concerne un prix dit prix de campagne, l'option quanto sera de la même manière un outil intéressant. Une coopérative garantissant un prix de campagne offrira généralement un acompte aux adhérents et doit alors faire une estimation sur le prix réel à venir. Afin de gérer le montant du prix d'acompte sans prendre un risque trop grand tout en satisfaisant les adhérents, l'option quanto apparaît comme un bon compromis.

7.3 Spread de chiffre d'affaires

Aujourd'hui, la prise de décision de l'agriculteur concernant la ou les céréales qu'il décidera de produire est fortement influencée par le chiffre d'affaires potentiel induit par ce choix. Cela pose plusieurs problèmes : d'une part agronomique car le producteur peut être poussé à réduire les rotations culturelles et donc risquer de dégrader ces terres. D'autre part, nous sommes face à des problèmes économiques. Nous avions en particulier abordé l'effet Cobweb (voire section 1.1.3), processus par lequel les prix subissent des fluctuations périodiques importantes en raison des choix relatifs à la production en amont de la découverte des prix. Enfin, une problématique moins évidente est celle à laquelle se retrouvent confronté un certain nombre d'entreprises de transformations de céréales nécessitant un volume important d'une céréale spécifique.

En début de saison agricole, un industriel peut souhaiter contractualiser avec des producteurs un volume défini d'une céréale en particulier. Si un nombre trop important d'agriculteurs préfèrent faire le choix d'une culture alternative pour des raisons économiques, le transformateur est alors dans une situation inconfortable. La solution évidente serait d'augmenter le prix d'achat contractualisé. Néanmoins cette solution impactera les marges de l'entreprise qui se répercuteront sur son chiffre d'affaires ou sur le prix de vente de ses produits. D'un point de vue concurrentiel et économique, l'augmentation du prix d'achat se révèle donc être une solution imparfaite. Alors pour pousser ses agriculteurs à produire une céréale particulière, l'industriel peut chercher à garantir un chiffre d'affaires supérieur ou égal à la céréale favorisée par l'agriculteur.

Pour aider l'entreprise à proposer ce type de garantie à ses clients, il est possible de penser un mécanisme d'assurance dédié. En effet, par le biais d'une solution indicelle il est possible de couvrir la différence (*spread*) de chiffre d'affaires entre deux céréales. Ainsi, l'industriel conservera sa marge en contractualisant le volume désiré de la culture souhaitée. L'agriculteur pour sa part sera assuré d'avoir le chiffre d'affaires le plus intéressant induits par les deux cultures.

Afin de contextualiser cette solution, nous pouvons évoquer le cas des industriels fabriquant des pâtes. La production de pâtes et semoules requiert de grande quantité de blé dur. Cependant les agriculteurs sont de plus en plus réticents à choisir cette culture pour se tourner vers le blé tendre. Ce produit peut, dans certaines situations, se révéler très intéressant car il permettra de réguler l'offre céréalière en fonction de la demande et non plus du chiffre d'affaires anticipé.

Pour un industriel souhaitant une céréale 1 et un agriculteur souhaitant se garantir un chiffre d'affaires supérieur ou égal à une céréale 2, nous pourrons écrire la fonction de *payoff* de cette couverture (équation 7.6) ainsi que le chiffre d'affaires de l'agriculteur avec la couverture (équation 7.7) de la sorte :

$$f_{\text{payoff}}(P_1; V_1; P_2; V_2) = (P_2 * V_2 - P_1 * V_1)^+ \quad (7.6)$$

$$R(P_1; V_1; P_2; V_2) = \max(P_1 * V_1; P_2 * V_2) \quad (7.7)$$

7.4 Couverture marge

Nous décrirons ici une dernière solution qui présente la particularité de comporter uniquement des indices de rendement. Ce type de contrat s'adresse en particulier aux coopératives agricoles qui sont généralement soumises à un montant de charges fixes important. Les coûts fixes pour la coopérative comprendront principalement les charges salariales, les charges locatives et les immobilisations. Dans le cas d'une mauvaise saison, les charges fixes risquent alors d'absorber une partie des marges attendues. Un assureur peut dans cette configuration proposer de garantir un niveau de marge minimum basé sur les indices de rendement qui composent le portefeuille de la coopérative. La couverture marge est assez similaire à une assurance chiffre d'affaires à la différence que les prix sont fixés et égaux à la marge attendue par le souscripteur. Dans ce cas donc, il n'est pas nécessaire de modéliser d'indices de prix et on peut alors écrire l'équation suivante :

$$f_{\text{payoff}}(V_{1,1}; \dots; V_{n,m}) = \left(\widehat{M} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \widehat{m}_{i,j} * V_{i,j} \right)^+ \quad (7.8)$$

\widehat{M} représente la marge totale assurée, $\widehat{m}_{i,j}$ représente la marge attendue par la coopérative pour la culture j dans le département i. Cet exemple est intéressant dans la mesure où il démontre que la modélisation proposée tout au long de notre étude peut être étendue à une grande variété de couvertures mêlant des indices de rendement et/ou des indices de prix.

Chapitre 8

ASSURANCE CHIFFRE D'AFFAIRES

Nous avons discuté dans le chapitre précédent de diverses solutions de couvertures de risque agricoles. Dans ce dernier chapitre, nous chercherons à décrire plus en détail l'assurance chiffre d'affaires. Cette couverture est d'une certaine manière le produit le plus facile à mettre en place car touchant potentiellement le plus grand nombre d'assurés, tous les agriculteurs étant concernés. Enfin, les bases contextuelles que nous avons définies tout au long de notre étude sont véritablement au cœur de la problématique de cette solution. A partir de la modélisation proposée précédemment, nous présenterons ici une première esquisse de tarification, indicielle puis indemnitaire. Par la suite, nous réfléchirons à la mise en place de ces couvertures dans l'économie actuelle en abordant les questions liées aux subventions propres à ces contrats.

8.1 Tarification

La modélisation proposée permet de déterminer la perte attendue théorique de la couverture à partir des paramètres de couverture souhaités. La perte attendue ainsi obtenue nous donnera la valeur de la prime pure et donc un minorant de la prime. Outre les divers bénéfices de diversification propre à chaque assureur, chaque contrat de ce type apportera une nouvelle diversification à l'assureur. En effet, les différents indices seront diversifiants les uns envers les autres en raison de la corrélation imparfaite entre les nombreux départements et cultures. A la manière d'un portefeuille d'actifs financiers, l'assureur cherchera à diminuer le risque idiosyncratique pour ne conserver que le risque systémique. Dans le but d'attirer les risques les plus diversifiants dans son portefeuille l'assureur pourra décider de faire bénéficier le souscripteur d'un facteur de diversification. Nous pourrons alors écrire dans un premier temps :

$$\Pi_{agriculteur} = EL_{modele} + VaR_{99.5\%_{modele}} * RoC * [1 - \alpha_{div}] + \lambda_{tail} \quad (8.1)$$

L'équation 8.1 permet d'évaluer la prime d'assurance d'un agriculteur à partir de la perte attendue (EL_{modele}) et la *value-at-risk* ($VaR_{99.5\%_{modele}}$) modélisées, le retour sur capital (RoC) souhaité par l'assureur, un facteur de diversification (α_{div}) et enfin un chargement de sécurité (s'il a lieu d'être) que nous avons abordé dans la section 6.1.2.4 (λ_{tail}).

Afin de déterminer la valeur du facteur de diversification, le système le plus simple est de calculer à chaque nouvelle souscription le bénéfice apporté par ce nouveau contrat. Cependant de cette manière, les premiers souscripteurs ne bénéficieront d'aucune remise, tandis que les derniers auront les meilleurs taux de prime. Il peut donc être intéressant pour l'assureur d'estimer, avant la période de souscription, la composition de son portefeuille d'assurances agricoles pour répartir les bénéfices de diversification sur l'ensemble de ses contrats.

Bien que l'assurance indicelle présente des avantages considérables au regard de l'assurance indemnitaire, il subsiste une source d'interrogation majeure : le risque de base. Il est évidemment possible de réduire ce risque, par exemple l'utilisation d'indices de résolution plus fine ou le développement d'indices agro-climatiques font partis des pistes à étudier. Néanmoins par définition l'assurance indicelle ne peut supprimer entièrement le risque de base.

Afin de proposer une assurance indemnitaire chiffre d'affaires, il est possible de se baser sur le modèle proposé ici. Lors de la modélisation de la distribution des rendements nous pouvons choisir d'utiliser la moyenne et l'écart-type propres aux rendements de l'agriculteur au moment de passer de la distribution locale à la distribution globale. En supprimant le risque de base nous ajoutons cependant un aléa moral et un risque d'antisélection à cette couverture. Pour se protéger, l'assureur pourra notamment se tourner vers la théorie de la crédibilité qui lui permettra d'adapter la prime d'assurance en fonction du risque réel de l'agriculteur. En ajoutant les frais propres à l'assurance indemnitaire l'équation 8.1 devient alors :

$$\Pi_{agriculteur} = EL_{modele} + VaR_{99.5\%_{modele}} * RoC * [1 - \alpha_{div}] + \lambda_{tail} + Frais_{gestion} + Facteur_{credibilite} \quad (8.2)$$

Ce modèle de tarification permet de faciliter la mise en place et le pricing d'assurance chiffre d'affaires indemnitaire par l'utilisation de solution indicelle. Par ailleurs, il est ainsi possible de transférer le risque agrégé par le biais d'assurance paramétrique, situation que nous allons détailler dans la section suivante.

8.2 Intégration au marché actuel

La formule 8.2 nous permet donc, par une approche relativement simple, de tarifer un contrat d'assurance indemnitaire. L'assureur doit alors porter les risques d'asymétrie d'informations, il lui est cependant possible de transférer une part importante du risque de prix et du risque agronomique à un réassureur. De cette manière, l'assureur classique conservera le risque propre à l'assuré, c'est à dire le risque idiosyncratique, tandis que le risque systémique sera porté par le marché de la réassurance. Le mécanisme de réassurance peut ici prendre la forme de réassurance indicelle. Le réassureur porte donc le risque agrégé et pourra diversifier ce dernier à travers le monde ainsi que dans d'autres branches de risque. Nous nous trouvons ici dans une situation idéale dans la mesure où l'assureur se préoccupera du risque à l'échelle micro et le réassureur de l'échelle macro. En outre le risque de base sera non plus répercuté sur l'assuré mais dilué au sein du portefeuille de l'assureur. Cette configuration est décrite dans le schéma 8.1 où elle est représentée par le scénario (1).

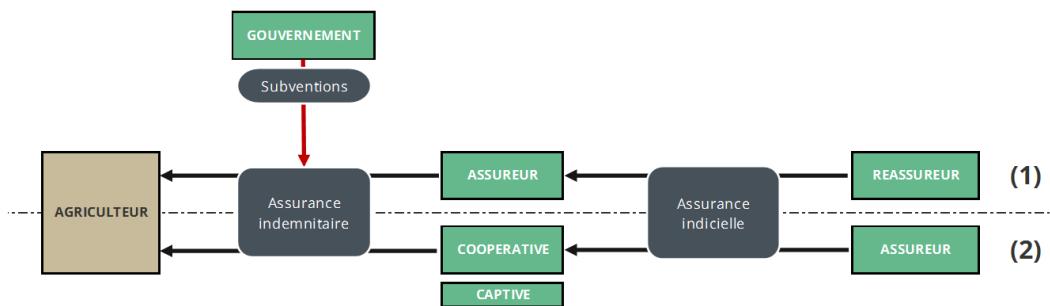


FIGURE 8.1: Structures de transfert de risques agricoles

La figure ci-dessus décrit un second scénario dans lequel une coopérative se chargerait de diluer le risque de base. Pour ce faire, la coopérative se couvrirait en souscrivant une assurance indicelle sur les différents indices composants son portefeuille auprès d'un assureur. La coopérative ayant accès aux comptes d'exploitation de ses adhérents peut alors se charger des indemnisations en fonction de la sinistralité annuelle de chacun des agriculteurs. Cette seconde approche présente l'avantage de réduire les asymétries d'informations du fait que généralement, les coopératives sont proches des agriculteurs en ayant accès à de nombreuses informations sur leur exploitation au fil des années. Dans ce cas de figure, il sera envisageable pour la coopérative de créer une captive d'assurance permettant la gestion des indemnisations et expertises si nécessaire.

Nous avons représenté ici deux configurations possibles, il est bien entendu acceptable d'en imaginer d'autres. Nous pouvons notamment décrire le cas des captives de réassurance qui existent au sein de certaines coopératives et qui viendraient remplacer le réassureur dans le cas numéro 1. Une autre situation possible est le modèle existant aux Etats-Unis où le gouvernement fait office de réassureur en imposant des conditions strictes aux assureurs concernant la tarification, à noter que dans ce dernier cas la réassurance n'est pas indicelle.

Cette dernière remarque nous permet d'aborder la participation du gouvernement au sein des assurances agricoles. Il apparaît que dans la plupart des pays, l'assurance agricole est conditionnée aux aides et subventions publiques. La première solution est donc l'implication totale du gouvernement dans les politiques de tarification et de réassurance comme c'est le cas aux Etats-Unis. En France l'approche est très différente, l'ensemble des subventions sont aujourd'hui distribuées par l'intermédiaire de la Politique Agricole Commune (PAC) à l'échelle de l'Union européenne. Ces subventions sont versées directement à l'agriculteur proportionnellement au nombre d'hectares de son exploitation. Il existe en parallèle des aides de financement pour des assurances récoltes répondant à des critères précis. Cependant la souscription à ce type de contrat reste très marginale. En fin de saison, il est possible en cas de catastrophe naturelle de voir l'État intervenir de nouveau pour permettre au secteur agricole national de se relancer.

Les discussions autour de la prochaine PAC (2020) sont actuellement un véritable sujet d'actualité et il semble que le sujet des assurances agricoles a aujourd'hui toute sa place dans ce débat. Le conditionnement des subventions agricoles à la souscription d'une assurance chiffre d'affaires peut aujourd'hui apporter plusieurs éléments de réponse. En proposant à chaque agriculteur un chiffre d'affaires minimal garanti, l'Etat assure la pérennité de l'ensemble du marché agricole national. Pérennité d'autant plus importante que la totalité du risque est transféré vers des organismes d'assurance qui à leur tour se protègeront d'un risque systémique par des mécanismes de coassurance ou de réassurance. A l'image du schéma 8.1, en injectant les subventions directement dans le dispositif d'assurance chiffre d'affaires de l'agriculteur, l'Etat se préserve ainsi de toute intervention future en cas de catastrophe naturelle. Cette approche apparaît donc intéressante pour l'ensemble des acteurs du débat : agriculteurs, gouvernements, assureurs et réassureurs.

CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre est d'appliquer les concepts et modèles abordés dans les premières parties de ce mémoire. Suite à la revue de littérature du chapitre III, nous avons étudié l'apport des diverses approches et dans quelle mesure celles-ci peuvent s'appliquer au portefeuille agricole français. Notre intention est ici de proposer un modèle permettant de mettre en place des solutions indicielles de couverture des risques agricoles, de la modélisation à l'intégration, vis-à-vis des acteurs du marché en passant par la tarification.

Concernant la modélisation des indices de rendement, nous avons pu constater que l'étape préliminaire de detrending était capitale. Une analyse de tendance trop hâtive risquerait de biaiser totalement la suite de notre étude. Avoir une vision du risque agronomique permettra de juger de la qualité de notre estimation et d'éviter tout risque de sur-apprentissage. Les modèles linéaires semblent constituer une bonne approche associés à des méthodes présentant une robustesse aux valeurs extrêmes. D'autre part, nous avons proposé une modélisation de la distribution utilisant l'ensemble des valeurs pour une culture donnée. Cette méthode présente l'avantage de nous donner un échantillon de taille importante permettant une estimation de distribution paramétrique précise. Résultat à nuancer par la forte dépendance spatiale existant sur ces indices. Un prolongement évident de notre étude pourrait prendre la forme d'une modélisation de l'autocorrélation géographique afin de capturer l'intégralité des fluctuations en sanctionnant leur dépendance.

Nous avons proposé une approche de modélisation des indices prix basée sur les marchés à terme. En déterminant la volatilité implicite contenue dans le prix des options sur le marché et en observant le niveau des prix futures, nous pouvons proposer un modèle paramétrique basé sur les hypothèses de Black-Scholes. La limite fondamentale de notre schéma, outre les hypothèses du modèle de Black-Scholes, est la nécessité d'avoir recours à un marché à terme. Bien que nous ayons proposé des pistes de réflexion pour tarifer des cultures non cotées, il sera difficile par l'utilisation de notre modèle de travailler avec ces commodités.

Comme nous l'avions deviné dans les chapitres précédents, l'utilisation de copules sera relativement difficile dans notre approche. Nous préférerons l'algorithme d'Iman Conover pour ces avantages évidents, en particulier le peu d'hypothèses initiales nécessaires. Une réflexion autour de la fonction de score à utiliser pourrait se révéler être un atout supplémentaire.

Enfin nous avons mis en avant quatre types de couvertures pouvant être mises en place par l'utilisation d'un modèle comme celui que nous présentons. Ces produits d'assurance répondent à des besoins existants et constituent donc pour certains une nouvelle approche du risque agricole. Toutefois la méthode utilisée, de par sa construction, permettra de modéliser l'ensemble des couvertures indicielles associant des prix et des rendements. Par conséquent, il sera possible d'aller plus loin en proposant des produits qui répondront à des besoins spécifiques sans apporter de charge de travail supplémentaire.

Les solutions indicielles décrites ici présentent donc l'avantage d'être très souples et seront intéressantes dans la mesure où le risque de base reste négligeable. C'est pour cette dernière raison que nous avons imaginé une solution de transfert de risque efficiente où un agrégateur (assureur ou coopérative) pourra diluer le risque de base au sein d'un portefeuille de couvertures. Ainsi, cet agrégateur peut distribuer à ses souscripteurs ou adhérents, des solutions indemnitàires en transférant parallèlement une part importante du risque agronomique et du risque de marché vers une tierce partie.

Cinquième partie

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail réalisé dans ce mémoire peut être vu comme une analyse structurée en trois parties. La première partie constitue une étape de contextualisation permettant au lecteur d'intégrer les problématiques intrinsèques aux risques agricoles. Cette étape est primordiale dans la mesure où c'est la maîtrise de ces éléments qui permettra une parfaite compréhension des attentes des différents acteurs de l'assurance agricole. La seconde partie propose une première approche ayant vocation d'ouverture à de futures recherches. En effet, le modèle exposé dans notre étude présente un certain nombre de limites pour lesquelles nous avons cherché à imaginer des pistes d'améliorations. Nous pourrons, par l'utilisation de notre étude, tarifer une grande variété de produit répondant à des besoins réels. Cette modélisation prouve également que les outils et données nécessaires au développement de ce type de couvertures, bien que parfois limités, existent. Enfin, la troisième partie donne lieu à une réflexion plus théorique sur l'intégration des solutions énoncées dans la configuration actuelle du marché de l'assurance.

Nous pouvons à partir de notre étude énoncer un certain nombre de conclusions. Le premier enseignement évident concerne la couverture du risque de marché. En 2016, moins de 10% des agriculteurs européens avaient déjà eu recours au marché des dérivées pour se protéger du risque prix, contre 33% aux Etats-Unis. Il semble donc évident que l'intégration de ces protections à des mécanismes d'assurance permettrait de faciliter l'accès à des couvertures prix aux agriculteurs. L'assureur, plus éduqué aux marchés de dérivées, pourra alors faire le choix de se couvrir pour transférer le risque sur un marché financier. Il est donc important d'encourager le développement des marchés à terme, afin de pouvoir d'une part, encourager les assureurs à proposer des solutions de transfert du risque prix et d'autre part pouvoir coter un nombre toujours plus important de cultures.

Nous avons par ailleurs démontré tout au long de notre analyse l'intérêt des assurances indicielles. En effet, celles-ci constituent une alternative très intéressante aux assurances indemnитaires. La suppression d'asymétries d'informations alliée à une réduction considérable des coûts de gestion sont un véritable atout pour ce type de couvertures. En outre, comme nous l'avons abordé dans l'ultime section de ce mémoire, le modèle indiciel pourra également simplifier la mise en place d'assurances indemnitaires et le transfert de risque associé. Le secteur de l'assurance indiciel est en pleine essor et les études sur le sujet de plus en plus nombreuses, il est donc important de prolonger les efforts dans ce sens.

Il existe encore aujourd'hui des risques pour lesquels il n'existe aucune solution de couverture. A l'image des produits que nous avons décrits, le travail nécessaire pour proposer des couvertures nouvelles est parfois tout à fait accessible. Ces couvertures seront d'autant plus intéressantes qu'elles se révéleront quelquefois diversifiantes pour le portefeuille de l'assureur. Etre à l'écoute du marché et de ses acteurs nous permettra d'enrichir la gamme de solutions offertes et augmenter le nombre de souscriptions.

Enfin, engager un vrai dialogue entre institutions publiques et organismes d'assurances sera un des nombreux objectifs des années à venir pour construire un système durable d'assurance agricole. Une implication plus grande du gouvernement et une refonte du système de subventions pourraient encourager les assureurs à se tourner vers ce secteur légèrement délaissé ces dernières années. Pour l'exemple, à lui seul le marché du blé en France représente un chiffre d'affaires annuel d'environ 3 milliards d'euros. Réussir à impliquer plus largement le marché de l'assurance à ce débat c'est créer un environnement concurrentiel favorable aux clients comme c'est le cas dans d'autres secteurs prisés par les assureurs. Environnement favorable permettant de sécuriser le chiffre d'affaires des agriculteurs et donc, de stabiliser le secteur de l'agriculture céréalière.

Finalement, il est évident que l'agriculture ne se limite pas aux problématiques des producteurs céréaliers. Les enjeux concernant les éleveurs de bétail ou les producteurs laitiers font partie intégrante de notre quotidien. Réfléchir à des solutions permettant de garantir un chiffre d'affaires pour ces producteurs est une suite logique à notre réflexion. Globalement, la question est de trouver un système sécurisant la pérennité du secteur primaire et ce quel que soit le secteur d'activité étudié.

Allan Savory énonçait que l'agriculture est le fondement de toute économie stable ; dès lors, il est fondamental de protéger les producteurs qui sont les piliers de toute économie rurale.

Bibliographie

- [1] Ker Alan P. and Goodwin Barry K. Nonparametric estimation of crop insurance rates revisited. 2000.
- [2] Chetaille Anne, Duffau Aurore, Horréard Guillaume, Lagandré Damien, Ogeri Bastien, Rozenkopf Ilan, and GRET. Gestion des risques agricoles par les petits producteurs - Focus sur l'assurance récolte indicelle et le warrantage. 2011.
- [3] Bahra B. Probability distributions of future asset prices implied by option prices. 1996.
- [4] Goodwin Barry K. Flexible modeling of univariate and multivariate weather risks : Examples from agricultural insurance. 2015.
- [5] Goodwin Barry K. Modeling price risk in the rating of revenue insurance contracts. 2015.
- [6] Goodwin Barry K. and Ker Alan P. Modeling price and yield risk. *A Comprehensive Assessment of the Role of Risk in U.S. Agriculture - Chapter 14*, 2002.
- [7] Goodwin Barry K., Harri Ardian, Rejesus Rodrick M., Coble Keith H., and Knight Thomas O. Actuarial review for price volatility factor methodology. 2014.
- [8] Goodwin Barry K., Harri Ardian, Rejesus Rodrick M., Coble Keith H., and Knight Thomas O. Measuring price risk in rating revenue coverage : Bs or no bs ? 2016.
- [9] Goodwin Barry K., Roberts Matthew C., and Coble Keith H. Measurement of price risk in revenue insurance : Implications of distributional assumptions. 1998.
- [10] Goodwin Barry K. and Mahul Olivier. Risk modeling concepts relating to the design and rating of agricultural insurance contracts. 2004.
- [11] Sherrick B.J., Garcia P., and Tirupattur V. Recovering probabilistic information from option markets : Tests of distributional assumptions. 1996.
- [12] Lawas Catherine P. Crop insurance premium rate impacts of flexible parametric yield distributions : An evaluation of the johnson family of distributions. 2005.
- [13] Buschena D. and Ziegler L. Reliability of options markets for crop revenue insurance rating. 1999.
- [14] Zanini Fabio C., Sherrick Bruce J., Schnitkey Gary D., and Irwin Scott H. Crop insurance valuation under alternative yield distributions. 2001.
- [15] Ghanem Hafez. How to stop the rise in food price volatility. 2011.
- [16] Bulut Harun, Schnapp Frank, and Collins Keith. Volatility factor in concept and practice. 2010.

- [17] Tejeda Heman A. and Goodwin Barry K. Modeling crop prices through a burr distribution and analysis of correlation between crop prices and yields using a copula method. 2008.
- [18] Skees Jerry R., Black J. Roy, and Barnett Barry J. Designing and rating an area yield crop insurance contract. 1977.
- [19] Harwood Joy, Heifner Richard, Coble Keith, Perry Janet, and Somwaru Agapi. Managing Risk in Farming : Concepts, Research, and Analysis. 1999.
- [20] Porth Lysa and Seng Tan Ken. Agricultural insurance - more room to grow ? 2015.
- [21] Bielza Maria, Conte Costanza, Dittman Christoph, Gallego Javier, and Stroblmair Josef. Agricultural insurance schemes. 2006.
- [22] Johnson Mark E. and Tenenbein Aaron. A bivariate distribution family with specified marginals. 1981.
- [23] Phéllipé Guinvarc'h Martial. Modélisation des risques de l'entreprise agricole pour une conception d'assurance revenu - Application à l'éleveur de porc. 2003.
- [24] El Faouzi N.-E. and Maurin Michel. Sur la loi de la somme de variables log-normales : application à la fiabilité des temps de parcours routiers. 2007.
- [25] Ramirez O.A., Moss C.B., and Boggess W.G. Estimation and use of the inverse hyperbolic sine transformation to model non-normal correlated random variables. *Journal of Applied Statistics* 21(1994) :289–305, 1994.
- [26] Mahul Olivier. Vers une redéfinition du rôle de l'assurance agricole dans la gestion des risques sur récoltes. 1998.
- [27] Bogaert P. On the optimal estimation of the cumulative distribution function in presence of spatial dependence. 1999.
- [28] Iman Ronald L. and Conover W. J. A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. 1982.
- [29] Conradt S., Bokusheva R., Finger R., and Kussaiynov T. Yield trend estimation in the presence of non-constant technological change and weather effects. 2012.
- [30] Smith Vincent L. and Goodwin Barry K. Crop insurance, moral hazard, and agricultural chemical use. 1996.
- [31] Xiang Wang, Yunxianb Li, Zhenweib Qian, and Zeliang Shen. Estimation of crop yield distribution : Implication for crop engineering risk. 2011.
- [32] Cleveland William S. Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots. *Journal of the American Statistical Association* 74.368 (1979) : 829-36, 1979.
- [33] Madre Yves and Devuyst Pieter. Are futures the future for farmers ? 2016.
- [34] Wenjun Zhu. Actuarial ratemaking in agricultural insurance. 2015.

Table des figures

1	Rendements moyens historiques en quintaux par hectare pour différentes cultures sur l'ensemble du territoire français (Source : Agreste - Statistique agricole annuelle)	7
2	Nombre de sinistres liés à des phénomènes météorologiques et des catastrophes naturelles entre 1980 et 2014 à travers le monde (Source : Munich Re - NatCat Service)	8
3	Coefficient de variation historique de la valeur ajoutée par secteur en proportion du produit intérieur brut aux Etats-Unis (Source données : Bureau of Economic Analysis - US Departement of Commerce)	9
1.1	Cartographie des risques de l'agriculteur (Source : Cordier et Debar, 2005)	14
2.1	Exemple d'assurance indicielle météorologique avec le profil d'indemnisation correspondant	21
2.2	Illustration des différents cas envisageables dans le cas d'une assurance rendement indicielle. La valeur de S représente le seuil à partir duquel l'agriculteur souhaite être indemnisé.	25
2.3	Pourcentage de souscription à une assurance par les agriculteurs en fonction de leur coefficient d'aversion au risque (exemple). En vert dans le cas de l'assurance indemnitaire classique, en rouge dans le cas où l'assurance présente un risque de base.	25
2.4	Cartographie des stratégies de couverture (Adaptée de Cordier, Debar 2004)	26
3.1	Histogramme et estimation par noyau de la série (-4.4; -2.8; -0.1; 1.0; 2.1; 1.8) avec un noyau gaussien et une fenêtre $h = 1$	34
4.1	Exemple de nappe de volatilité implicite (Source : www.sctcm.blogspot.fr)	37
5.1	Évolution du rendement du blé tendre d'hiver sur la France, le département du Loiret et le département de la Seine-et-Marne depuis 1989 (haut). Évolution du cours du blé tendre en France pour deux références depuis 2000 (bas)	43
6.1	Tendance de l'indice de rendement du blé tendre d'hiver sur l'ensemble de la France selon un modèle linéaire double (<i>one-knot linear</i>) avec noeud en 1998, modèle LOESS avec un paramètre de lissage de 0.714 (20 ans) et un spline cubique estimé par validation croisée (<i>generalized cross-validation</i>).	47
6.2	Historique des rendements du blé en France depuis 1960 (Source : Agreste)	49

6.3 Histogramme des rendements de blé tendre d'hiver dans le Bas-Rhin de 1989 à 2016. Le cadre inférieur indique la répartition de l'échantillon, chaque barre verticale représentant une année.	51
6.4 Exemples de distribution envisageable pour le blé tendre d'hiver dans le département du Bas-Rhin.	51
6.5 Corrélation (coefficient de Pearson) des indices de rendement départementaux en fonction de la distance pour différentes cultures en France. Les distances sont calculées par rapport aux préfectures de chaque département.	53
6.6 Histogrammes des rendements centrées, réduits et détrendés pour différentes cultures avec densité par noyau.	55
6.7 Pourcentage de tests de Kolmogorov-Smirnov admettant l'hypothèse que des indices de rendement pris deux par deux soit issus d'une même loi pour une culture donnée.	55
6.8 Histogramme des rendements centrés, réduits et détrendés du blé tendre en France, accompagné de diverses distributions estimées par maximum de vraisemblance.	57
6.9 Régions de Kurtosis et Skewness au carré pour différentes familles de lois (Source figure originale : www.qualitydigest.com).	58
6.10 Tableau présentant les moments des rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.	59
6.11 Historique de volatilité implicite pour quelques cultures (Source : FAO & Ghanem [2011])	60
6.12 Exemples de structure de dépendance avec différentes fonctions de score	68
6.13 Représentation globale de l'approche proposée dans notre étude	68
 8.1 Structures de transfert de risques agricoles	76
8.2 Tendance de l'indice de rendement du tournesol sur l'ensemble de la France selon un modèle linéaire double (<i>one-knot linear</i>) avec noeud en 1998, modèle LOESS avec un paramètre de lissage de 0.714 (20 ans) et un spline cubique estimé par validation croisée (<i>generalized cross-validation</i>).	88
8.3 Mesure de la qualité du modèle pour différentes distributions et différentes cultures en fonction de différents critères. La meilleure distribution pour une ligne donnée est indiquée en rouge, la seconde en noir.	89
8.4 Histogrammes de rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.	90
8.5 Histogrammes de rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.	91

Sixième partie

ANNEXE

ANNEXE A

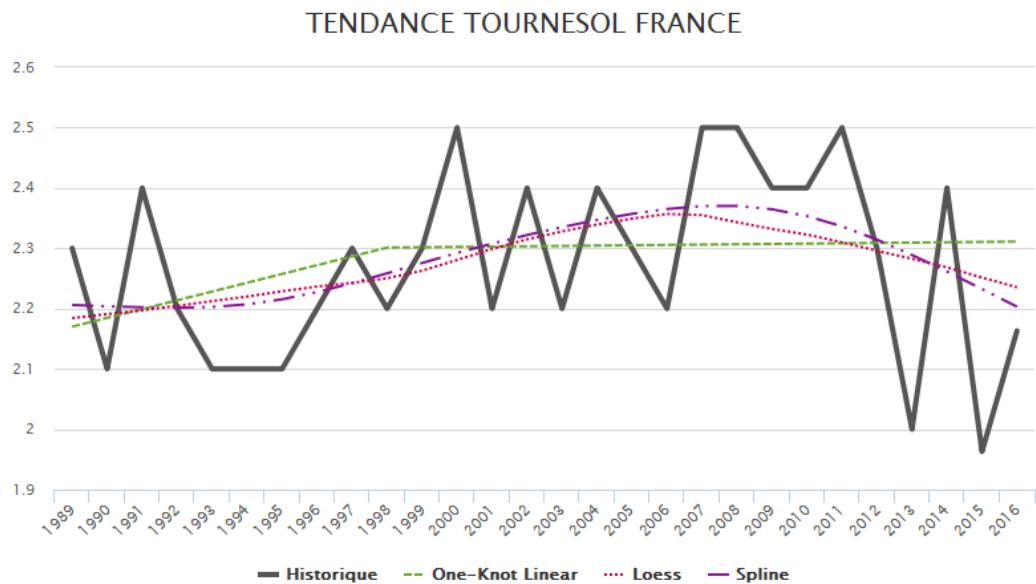


FIGURE 8.2: Tendance de l'indice de rendement du tournesol sur l'ensemble de la France selon un modèle linéaire double (*one-knot linear*) avec noeud en 1998, modèle LOESS avec un paramètre de lissage de 0.714 (20 ans) et un spline cubique estimé par validation croisée (*generalized cross-validation*).

ANNEXE B

		Normal	Beta_ab	Gamma	Weibull	Gumbel	Logistic	Burr	JohnsonSU
Blé tendre d'hiver	logLik	-3608,34	-3489,30	-3535,78	-3534,21	-3529,39	-3516,24	-3435,91	-3438,40
	Translation + Symétrie	BIC	7232,40	7010,01	7087,27	7084,13	7074,49	7048,18	6895,38
	AIC	7220,69	6986,59	7075,56	7072,42	7062,78	7036,47	6877,82	6884,81
	AICc	7220,69	6986,61	7075,57	7072,42	7062,79	7036,48	6877,83	6884,82
	logLik	-3608,34	-3489,30	-3743,75	-3735,88	-6313,93	-3516,24	-3468,32	-3438,40
	Translation	BIC	7232,40	7010,01	7503,21	7487,47	12643,51	7048,18	6960,21
	AIC	7220,69	6986,59	7491,50	7475,76	12631,81	7036,47	6942,65	6884,81
	AICc	7220,69	6986,61	7491,50	7475,77	12631,81	7036,48	6942,66	6884,82
Blé dur d'hiver	logLik	-1333,52	-1287,09	-1305,02	-1304,32	-1303,47	-1292,28	-1262,39	-1262,44
	Translation + Symétrie	BIC	2680,76	2601,61	2623,76	2622,35	2620,66	2598,29	2545,36
	AIC	2671,04	2582,18	2614,04	2612,63	2610,94	2588,57	2530,78	2532,88
	AICc	2671,05	2582,22	2614,05	2612,64	2610,95	2588,58	2530,81	2532,92
	logLik	-1333,52	-1287,09	-1390,15	-1386,60	-2826,54	-1292,28	-1283,39	-1262,44
	Translation	BIC	2680,76	2601,61	2794,02	2786,91	5666,80	2598,29	2587,35
	AIC	2671,04	2582,18	2784,30	2777,19	5657,09	2588,57	2572,78	2532,88
	AICc	2671,05	2582,22	2784,31	2777,21	5657,10	2588,58	2572,80	2532,92
Colza d'hiver	logLik	-3333,80	-3322,55	-3326,33	-3326,28	-3550,53	-3362,63	-3346,33	-3337,56
	Translation + Symétrie	BIC	6683,14	6676,19	6668,21	6668,11	7116,62	6740,80	6715,99
	AIC	6671,59	6653,09	6656,66	6656,56	7105,07	6729,25	6698,67	6675,88
	AICc	6671,60	6653,11	6656,67	6656,56	7105,07	6729,26	6698,68	6675,91
	logLik	-3333,80	-3322,55	-3378,99	-3377,29	-3908,61	-3362,63	-3330,40	-3337,56
	Translation	BIC	6683,14	6676,19	6773,53	6770,12	7832,76	6740,80	6684,12
	AIC	6671,59	6653,09	6761,98	6758,58	7821,21	6729,25	6666,79	6675,88
	AICc	6671,60	6653,11	6761,99	6758,58	7821,22	6729,26	6666,80	6675,91
Mais grain	logLik	-3373,02	-3341,99	-3345,97	-3345,82	-3564,37	-3332,00	-3314,12	-3316,87
	Translation + Symétrie	BIC	6761,61	6715,13	6707,52	6707,21	7144,31	6679,57	6651,60
	AIC	6750,04	6691,99	6695,95	6695,64	7132,73	6667,99	6634,24	6641,75
	AICc	6750,04	6692,00	6695,95	6695,65	7132,74	6668,00	6634,25	6641,76
	logLik	-3373,02	-3341,99	-3434,31	-3432,35	-4923,40	-3332,00	-3322,79	-3316,87
	Translation	BIC	6761,61	6715,13	6884,20	6880,28	9862,38	6679,57	6668,93
	AIC	6750,04	6691,99	6872,63	6868,70	9850,80	6667,99	6651,57	6641,75
	AICc	6750,04	6692,00	6872,63	6868,71	9850,81	6668,00	6651,58	6641,76

FIGURE 8.3: Mesure de la qualité du modèle pour différentes distributions et différentes cultures en fonction de différents critères. La meilleure distribution pour une ligne donnée est indiquée en rouge, la seconde en noir.

ANNEXE C

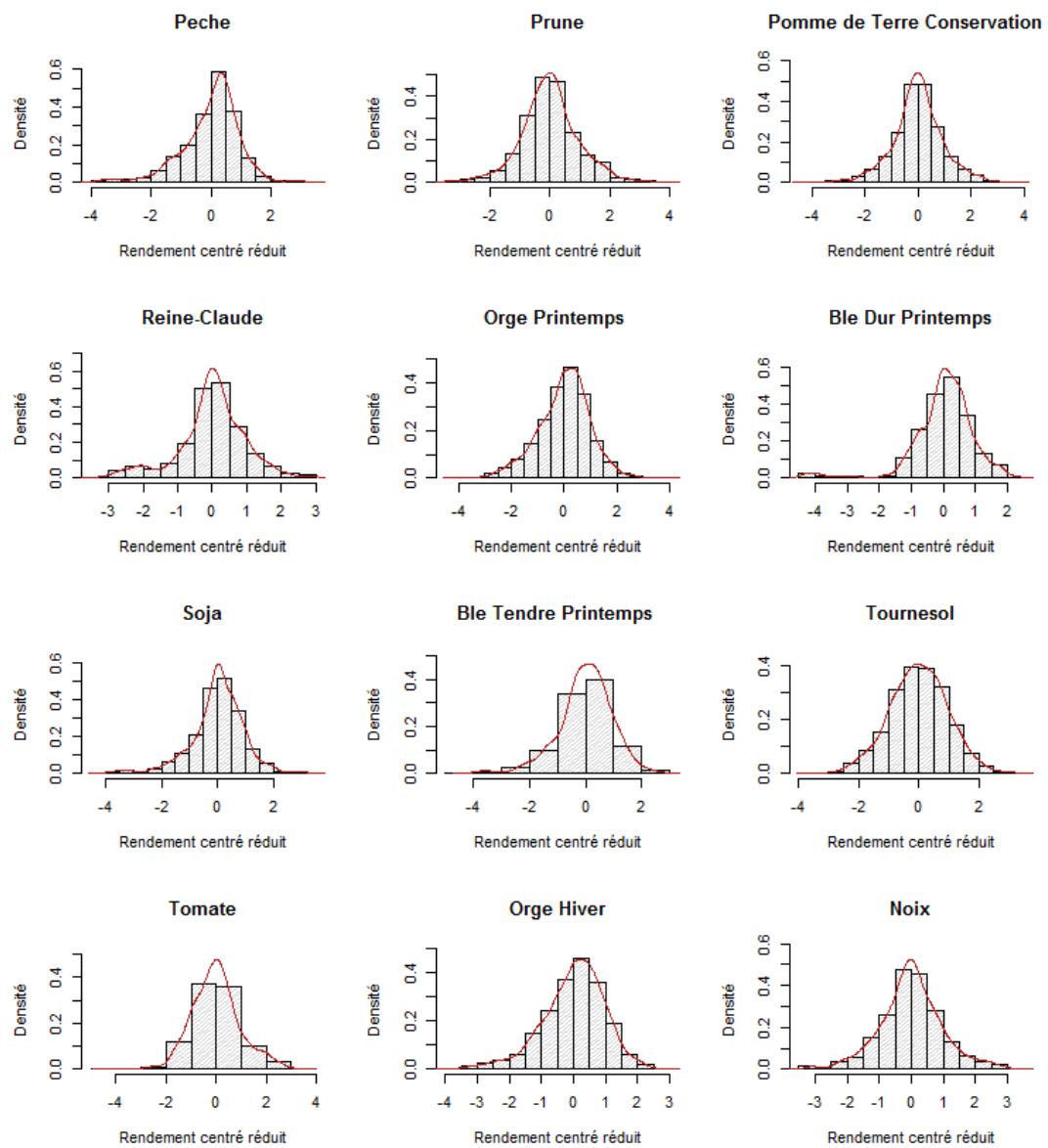


FIGURE 8.4: Histogrammes de rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.

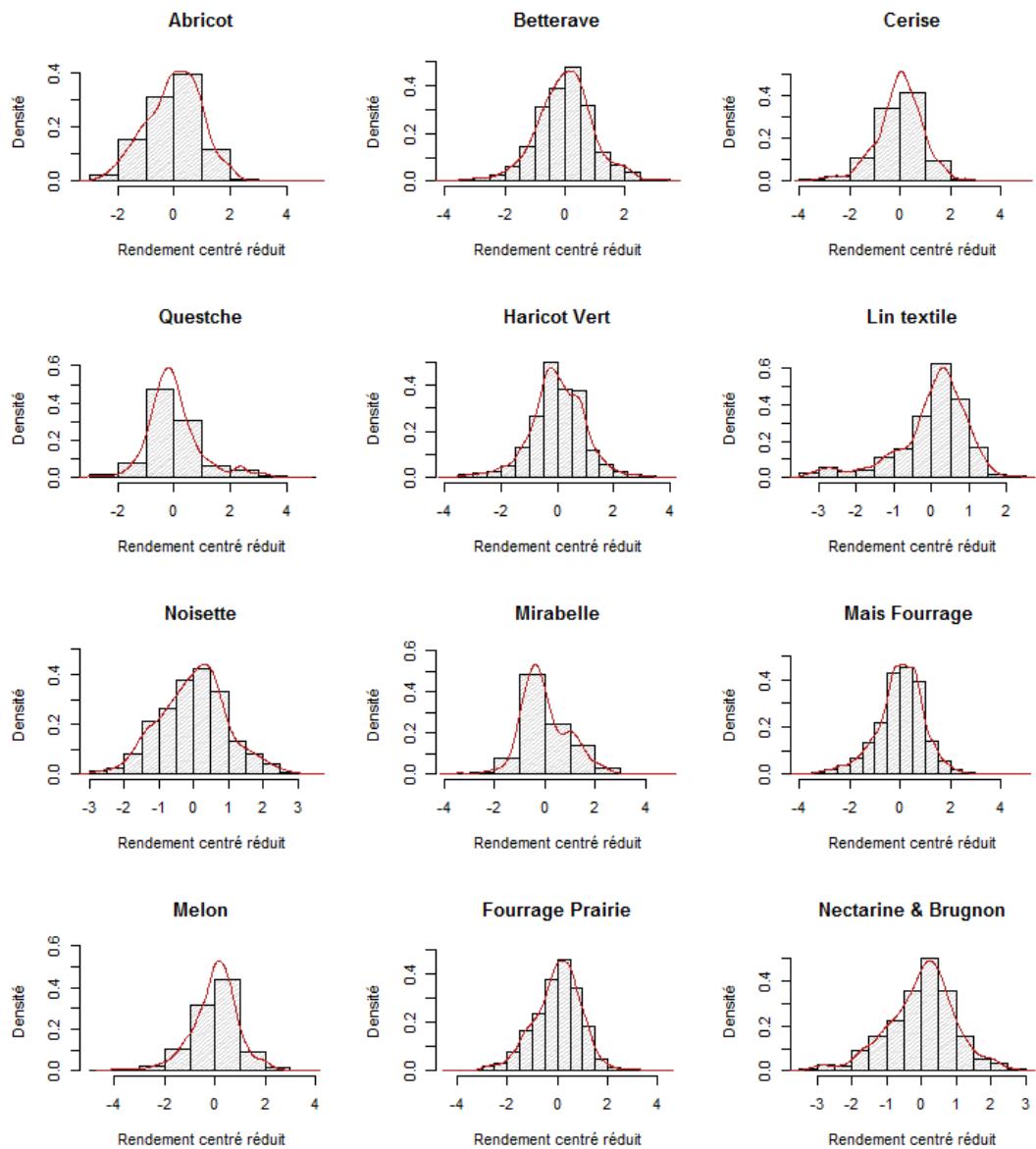


FIGURE 8.5: Histogrammes de rendements centrés, réduits et détrendés pour différentes cultures.

ANNEXE D - À PROPOS DE LA DISTRIBUTION DE BURR DE TYPE XII

La distribution de Burr de type XII fait partie de la famille de distributions continues du même nom introduit par Irving W. Burr en 1942. On la retrouve souvent sous le nom de distribution de Singh–Maddala distribution.

Cette distribution fait partie des lois à queues lourdes (heavy-tailed distributions) et plus précisément à la sous-catégorie des distributions à queues larges à opposer aux distributions à queues longues. Elle a une asymétrie (skewness) strictement positive et un coefficient d'aplatissement (kurtosis) supérieur à 3, elle est donc leptokurtic. Ci-dessous sa densité et sa fonction de répartition :

$$f(x|\alpha, c, k) = \frac{\frac{kc}{\alpha} * (\frac{x}{\alpha})^{c-1}}{(1 + (\frac{x}{\alpha})^c)^{k+1}}, \quad x > 0, \alpha > 0, c > 0, k > 0 \quad (8.3)$$

$$F(x|\alpha, c, k) = \frac{1}{(1 + (\frac{x}{\alpha})^c)^k}, \quad x > 0, \alpha > 0, c > 0, k > 0 \quad (8.4)$$

NB : Le paramètre α a été introduit en 1980 par Tadikamalla.

Source : fr.mathworks.com et wikipedia.org