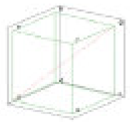


Table of Contents

ch02 sec2.4 线性组合

Outcomes

- A 计算向量的线性组合
- B 判断一个向量是否是给定向量的线性组合
- C 求一个向量线性组合的系数

Definition

线性组合:

如果有一组向量 $[u_1, u_2, \cdots, u_n]$ 和一组标量$[a_1, a_2, \cdots, a_n]$,如果一个向量v 可以表示为:

$$v = a_1u_1 + a_2u_2 + \cdots + a_nu_n$$

就说: 向量v 是由$[u_1, u_2, \cdots, u_n]$ 线性组合而成, 其中a_nv_n 表示向量标乘法

Example

example 1 线性组合示例:

我们有:

$$3\begin{bmatrix}-4\\1\\0\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}-3\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-18\\3\\2\end{bmatrix}$$

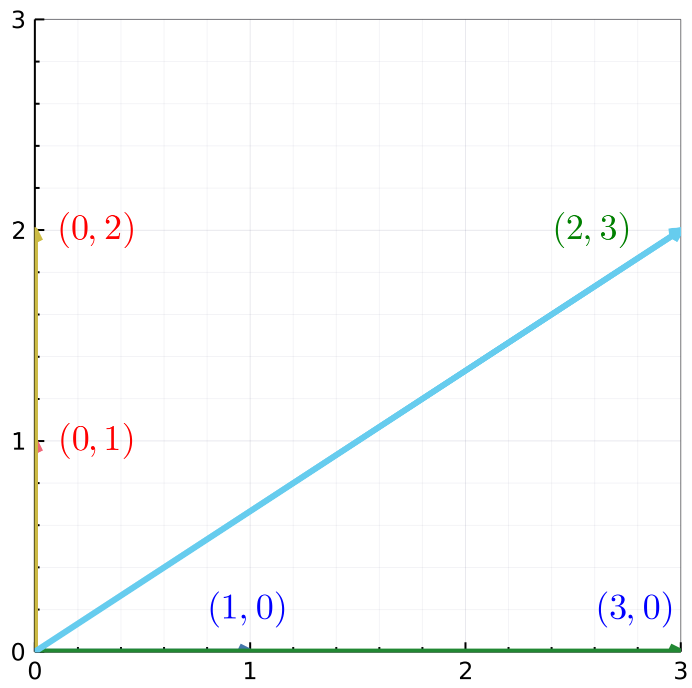
因此可以说向量$v=\begin{bmatrix}-18\\3\\2\end{bmatrix}$,是向量$u_1=\begin{bmatrix}-4\\1\\0\end{bmatrix}$ 和$u_2=\begin{bmatrix}-3\\0\\1\end{bmatrix}$ 的线性组合

```
md"""
!!! example
    example 1 线性组合示例:

    我们有:


$3\begin{bmatrix}-4\\1\\0\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}-3\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-18\\3\\2\end{bmatrix}$

    因此可以说向量$v=\begin{bmatrix}-18\\3\\2\end{bmatrix}$,是向量
$u_1=\begin{bmatrix}-4\\1\\0\end{bmatrix}$ 和
$u_2=\begin{bmatrix}-3\\0\\1\end{bmatrix}$ 的线性组合

"""
```

坐标向量可以用坐标轴向量的线性组合来表示

在二维坐标系中, x 坐标轴上的的向量都可以表示为向量$i=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ 的线性组合, 即 $x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $x \in R$, 同理y 坐标轴上的的向量都可以表示为向量$j=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 的线性组合, 即 $y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$,$y \in R$.

在二维坐标系里的一个坐标向量就可以表示为x,y 轴向量的线性组合 如下图



向量 $\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$ 可以表示为$x=\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ 和 $y=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$ 的组合,

而 $\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ 可以表示为 $3\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$ 可以表示为:$2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 的形式

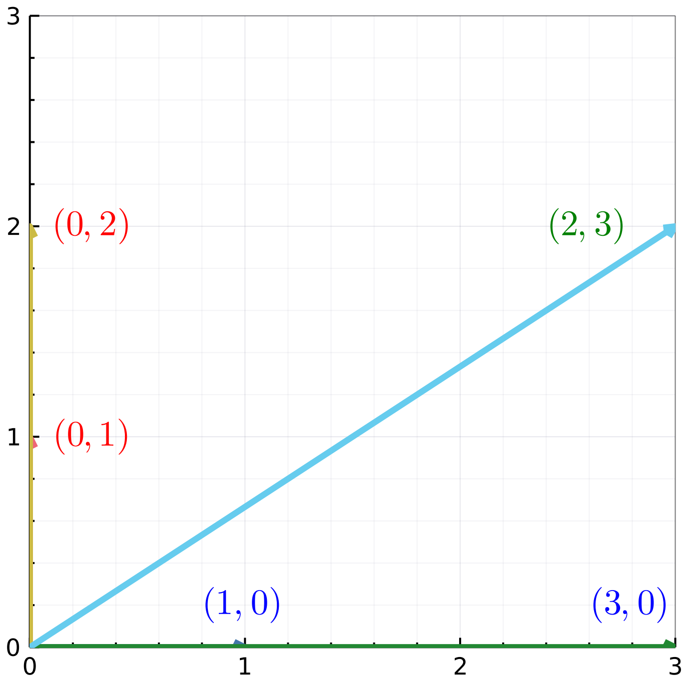
所以在二维坐标系中的向量都可以表示为 $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 的线性组合形式.

坐标向量的值表明的就是参与线性组合的坐标轴向量i,j 的系数

在直角坐标系中我们很容易通过观察法看到结果. 当两个坐标轴并不是垂直的情形下, 结果不是那么明确, 但是线性组合的概念是一样的. 如果在二维空间下理解了线性组合的概念, 线性代数的认知会提高很多.

```
md"""
## 坐标向量可以用坐标轴向量的线性组合来表示

在二维坐标系中, $x$ 坐标轴上的的向量都可以表示为向量$i=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ 的线性组合, 即 $x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$,$x \in R$, 同理$y$ 坐标轴上的的向量都可以表示为向量$j=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 的线性组合, 即 $y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$,$y \in R$.


```

```
在二维坐标系里的一个坐标向量就可以表示为$x,y$ 轴向量的线性组合 如下图


 $(store["lincomb"])

  向量$\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$ 可以表示为
$x=\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ 和
  $y=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$ 的组合,

而 $\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ 可以表示为 $3\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$,
$\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$  可以表示为:$2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 的形式

所以在二维坐标系中的向量都可以表示为 $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$,
$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$  的线性组合形式.


坐标向量的值表明的就是参与线性组合的坐标轴向量$i,j$ 的系数


在直角坐标系中我们很容易通过观察法看到结果.  当两个坐标轴并不是垂直的情形下, 结果不是那么明确, 但是
线性组合的概念是一样的. 如果在二维空间下理解了线性组合的概念, 线性代数的认知会提高很多.


"""
```




```
let
    zero, xaxis,yaxis=[0,0],[1,0],[0,1]
    vec=[3,2]
    ann=[
        (2.6,2,text(L"(2,3)",pointsize=12,color=:green)),
        (1,0.2,text(L"(1,0)",pointsize=12,color=:blue)),
        (2.8,0.2,text(L"(3,0)",pointsize=12,color=:blue)),
        (0.3,1,text(L"(0,1)",pointsize=12,color=:red)),
        (0.3,2,text(L"(0,2)",pointsize=12,color=:red)),



    ]
    x,y=vec[1]*xaxis,vec[2]*yaxis
    plot(lims=(0,3),frame=:semi,size=(360,360),ann=ann)
    p1=vec_plot!(zero,xaxis)
    p2=vec_plot!(zero,yaxis)
    p3=vec_plot!(zero,x)
    p4=vec_plot!(zero,y)
    p5=vec_plot!(zero,vec)
    save("lincomb",p5)
end
```

```
vec_plot! (generic function with 2 methods)
```

```julia
begin
        store=Dict()

        function save(key::String, dict)
            store[key]=dict
        end

        function read(key::String)
            return  store[key]
        end


        function vec_plot(v1,v2,ls=:solid)
            v11,v12=v1[1],v1[2]
            v21,v22=v2[1],v2[2]
            return plot([v11,v21],[v12,v22],label=false, arrow=true, lw=3,ls=ls)
        end

        function vec_plot!(v1,v2,ls=:solid)
            v11,v12=v1[1],v1[2]
            v21,v22=v2[1],v2[2]
            return plot!([v11,v21],[v12,v22],label=false, arrow=true, lw=3,ls=ls)
        end


end
```