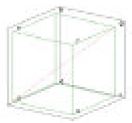

Table of Contents

ch01 sec1.5 Gauss-Jordan 消元法

```
begin
        using PlutoUI   , Plots   ,DataFrames   ,HypertextLiteral   ,LaTeXStrings
,Symbolics   ,LinearAlgebra   ,RowEchelon
        gr()
        theme(:bright)
        @htl("""<script src="https://cdn.bootcdn.net/ajax/libs/mathjax/3.2.0/es5/tex-
svg-full.min.js"></script>
        """)
        PlutoUI.TableOfContents()
 end
```

ch01 sec1.5 Gauss-Jordan 消元法

Outcomes

- A. 求矩阵的简化阶梯型
- B. 用Gauss-Jordan 消元法解线性方程组

Gauss-Jordan 消元与 Gauss消元方法相同, 不同之处在于, Gauss-Jordan 消元得到的阶梯型矩阵的主元系数都为 1, 这样做在回带时操作更加便捷

型如下式的:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

阶梯型矩阵称为简化阶梯型, Gauss-Jordan 消元法最终想获取的矩阵形式就是简化阶梯型

Algorithm

Gauss-Jordan 消元法 步骤

1. 首先是会用高斯消元法简化矩阵为阶梯型矩阵
2. 从右至左, 用行变换把所有主元列上除了主元位置的元素都变换为0
3. 矩阵每行元素除以所在行主元的系数,使得主元的系数为1

Example

example 1

Gauss-Jordan 消元:

$$x+4y+3z=11$$

$$2x+10y+7z=27$$

$$x+y+2z=5$$

在上一小节, 我们以及获得了方程组的阶梯型矩阵

```
3×4 Matrix{Int64}:
 1  4  3  11
 0  2  1   5
 0  0  1   3
```

1. 接着执行Gauss-Jordan 消元, 第二行减去第三行, 第一行减去 3 倍的第三行:

```
3×4 Matrix{Int64}:
 1  4  0  2
 0  2  0  2
 0  0  1  3
```

2. 第一行减去 2 倍的第二行

```
3×4 Matrix{Int64}:
 1  0  0  -2
 0  2  0   2
 0  0  1   3
```

3. 第二行元素都除以主元的系数2

```
3×4 Matrix{Float64}:
 1.0  0.0  0.0  -2.0
 0.0  1.0  0.0   1.0
 0.0  0.0  1.0   3.0
```

现在常数矩阵的一列就是方程组的解, 这是因为系数矩阵的简化阶梯型已经更为特殊, 是一个对角为1, 其他位置都为0 的矩阵.

```
3×4 Matrix{Float64}:
 1.0  0.0  0.0  -2.0
 0.0  1.0  0.0   1.0
 0.0  0.0  1.0   3.0
```

```julia
let
    @variables x,y,z
    r1=[1 4 3 11]
    r2=[2 10 7 27]
    r3=[1 1 2 5]
    augmentmatrix=[r1;r2;r3]
    row,col = size(augmentmatrix)
    save("augmentmatrix",augmentmatrix)

    r2=r2-2*r1
    m1=[r1;r2;r3]
    save("rowchange1",m1)
    r3=r3-r1
    m2=[r1;r2;r3]
    save("rowchange2",m2)
    r3=2*r3
    m3=[r1;r2;r3]
    save("rowchange3",m3)
    r3=r3+3*r2
    m4=[r1;r2;r3]
    save("rowchange4",m4)

    r2=r2-r3
    r1=r1-3*r3
    m5=[r1;r2;r3]
    save("rowchange5",m5)


    r1=r1-2*r2
    m6=[r1;r2;r3]
    save("rowchange6",m6)

    r2=0.5*r2
    m7=[r1;r2;r3]
    save("rowchange7",m7)

end
```

增广矩阵的系数矩阵可以是多列, 这样可以同时解多个线性方程组

Example

example 2 解下面两个方程组

$$x + z = 1$$

$$2x + 3y + 3z = 2$$

$$3x + 2y + 5z = 4$$

和

$$x + z = 2$$

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$3x + 2y + 5z = 8$$

增广矩阵为:

```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  0  1  1  2
 2  1  3  2  5
 3  2  5  4  8
```

第二行减去 2 倍第一行, 第三行减去 3 倍第一行

```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  0  1  1  2
 0  1  1  0  1
 0  2  2  1  2
```

第三行减去2 倍第二行:

```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  0  1  1  2
 0  1  1  0  1
 0  0  0  1  0
```

第一个方程组出现了$[000|1]$ 的行, 所以无解. 第二方程组有两个主元x, y,z 是自由变量 方程组的解为:

$$z = t, x = 2 - t, y = 1 - t$$

```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  0  1  1  2
 0  1  1  0  1
 0  0  0  1  0
```

```julia
let
    r1=[1 0 1 1 2]
    r2=[2 1 3 2 5 ]
    r3=[3 2 5 4 8]
    augmentmatrix=[r1;r2;r3]
    save("augmentmatrix2",augmentmatrix)

    r2=r2-2*r1
    r3=r3-3*r1
    m1=[r1;r2;r3]
    save("rowchange21",m1)

    r3=r3-2*r2
    m2=[r1;r2;r3]
    save("rowchange22",m2)

end
```

```
read (generic function with 1 method)
```