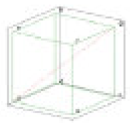


Table of Contents

ch05 sec5.3 R^n 空间的子空间

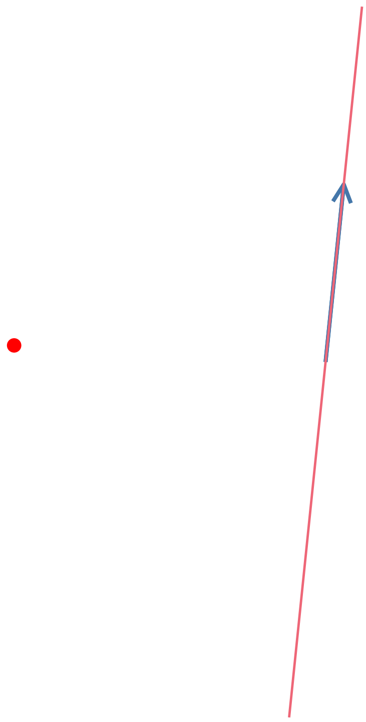
Outcomes

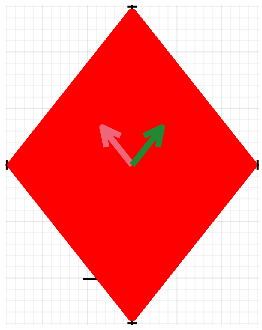
- A. 判断一个集合是否是R^n 空间的子空间
- B. 认出生成的R^n 子空间
- C.

```
md"""
# ch05 sec5.3   Rⁿ 空间的子空间

!!! outcomes

    - A. 判断一个集合是否是$R^n$ 空间的子空间
    - B. 认出生成的$R^n$ 子空间
    - C.
"""
```





在数学中一条重要原则就是遵守规则

任何标量乘以0 向量都可以表示表示为0 向量, 所以可以根据规则0 向量扩张称为0 空间

$$0$$

向量是比较特殊的向量, 任何向量的组合至少都可以得到0 向量.

一维向量乘以一个实数标量,可以扩张称为一条直线.

两个向量可以扩张成为一个平面.

向量线性组合只能改变向量中组分的量值, 不会改变向量的维度, 这个称为封闭性

下面看看子空间的定义

Definition

子空间(subspace)

一个R^n 空间的向量 V 子集称为子空间,如果满足一下条件:

1. V 包含R^n 空间的 0 向量
2. V 是加法封闭的, 对于所有属于V 的向量, 例如$u,v \in V$,则他们的和 $u+v \in V$
3. V 标量乘法也是封闭的, 对于属于V 的向量,例如$w\in V$,和标量k, 则kw 仍然是V 的子集

```
md"""
在数学中一条重要原则就是遵守规则

任何标量乘以$0$ 向量都可以表示表示为$0$ 向量, 所以可以根据规则$0$ 向量扩张称为$0$ 空间

$0$ 向量是比较特殊的向量, 任何向量的组合至少都可以得到$0$ 向量.


一维向量乘以一个实数标量,可以扩张称为一条直线.

两个向量可以扩张成为一个平面.

向量线性组合只能改变向量中组分的量值, 不会改变向量的维度, 这个称为封闭性

下面看看子空间的定义

!!! definition

    子空间(subspace)

     一个$R^n$ 空间的向量 $V$ 子集称为子空间,如果满足一下条件:

    1.  $V$ 包含$R^n$ 空间的 $0$ 向量
    2.  $V$ 是加法封闭的, 对于所有属于$V$ 的向量, 例如$u,v \in V$,则他们的和 $u+v \in V$
    3.  $V$ 标量乘法也是封闭的, 对于属于$V$ 的向量,例如$w\in V$,和标量$k$, 则$kw$ 仍然是$V$ 的子集
```

```
"""
```

Props

齐次线性方程组的解空间

假定齐次线性方程组$Ax=0$, 其中A 是$m\times n$ 的矩阵, 那么方程组解的集合:

$$V=\left \{ x \in R^n \ | \ Ax=0 \right \}$$

是R^n 的子空间. 称为方程组的解空间

```
md"""
!!! props
    齐次线性方程组的解空间

    假定齐次线性方程组$Ax=0$ , 其中$A$ 是$m\times n$ 的矩阵, 那么方程组解的集合:

    $V=\left \{ x \in R^n \ | \  Ax=0 \right \}$

    是$R^n$ 的子空间. 称为方程组的解空间
"""
```

Example

example 6

说明 平面$2x+3y-z=0$ 是R^3 的子空间

因为 $2x+3y-z=0$ 是齐次方程,它的解空间为:

$$\begin{Bmatrix} \begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix} & | & 2x+3y-z=0& \end{Bmatrix}$$

所以根据性质可知$\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix}$ 是R^3 的子空间

```
md"""

!!! example
    example 6

    说明 平面$2x+3y-z=0$ 是$R^3$ 的子空间



因为 $2x+3y-z=0$  是齐次方程,它的解空间为:

$\begin{Bmatrix}
\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix} &   | & 2x+3y-z=0&
\end{Bmatrix}$

所以根据性质可知$\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix}$ 是$R^3$ 的子空间

"""
```

Example

example 7 非子空间的例子

- a. 直线

$$\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1\\2\\2 \end{bmatrix}+t\begin{bmatrix} 1\\0 \\1 \end{bmatrix}$$

- b. 平面

$$2x+3y-z=5$$

- c. 向量集合

$$\begin{Bmatrix}\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix} &| & x,y,z \ge 0&\end{Bmatrix}$$

上面三个例子都不是子空间, a, b 不包含0 向量, c 包含 o 向量, 加法也是封闭的, 但是标量乘法,标量值如果取负数, 向量就没有包含在空间中, 所以也不是子空间

```
md"""

!!! example
    example 7 非子空间的例子

    - a. 直线
    $\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1\\2\\2 \end{bmatrix}+t\begin{bmatrix} 1\\0 \\1 \end{bmatrix}$

    - b.  平面

    $2x+3y-z=5$

    -  c. 向量集合
    $\begin{Bmatrix}\begin{bmatrix} x\\y \\z \end{bmatrix} &| & x,y,z \ge 0&\end{Bmatrix}$


上面三个例子都不是子空间, a, b 不包含$0$ 向量, c 包含 0 向量, 加法也是封闭的, 但是标量乘法,标量值如果取负数, 向量就没有包含在空间中, 所以也不是子空间
"""
```

```
Enter cell code...
```

```
vec_plot (generic function with 2 methods)
```

```
begin
    function vec_plot(v1,v2,ls=:solid)
            v11,v12=v1[1],v1[2]
            v21,v22=v2[1],v2[2]
            return plot([v11,v21],[v12,v22],label=false, arrow=true, lw=2,ls=ls)
    end
end
```

```
Enter cell code...
```

```
Enter cell code...
```

```
Enter cell code...
```

```
Enter cell code...
```

```
Enter cell code...
```