



Table of Contents

ch01 sec1.2 线性方程组的代数视点

ch01 sec1.2 线性方程组的代数视点

Outcomes

- A 识别线性方程和非线性方程的区别
- B 判断一组实数是否是一个线性方程组的解
- C 理解方程组有解和无解的意义

Definitions

线性方程有如下形式:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

a_1, a_2, \dots, a_n 称为方程的系数

b 是实数, 定义为方程的常数项

x_1, x_2, \dots, x_n 为方程的变量

在线性方程中只能出现 系数和未知数的乘积形式, 不能出现变量与变量的乘积形式, 变量也不能有高次项和根号出现.

Example

example 1 下面的方程哪些是线性的, 哪些不是线性的?

$$2x + 3y = 5$$

$$2x^2 + 3y = 5$$

$$2\sqrt{x} + 3y = 5$$

$$\sqrt{2}x + 3y = 5^2$$

依据上面的标准

1. 为线性方程
2. 为非线性方程, 变量有二次项
3. 为非线性方程, 变量有根号
4. 为线性方程, 尽管常数项是二次项, x 系数为根号项. 但是满足判断条件

Example

example 2 线性方程组的解

对于方程 $2x + 3y - 4z = 5$, 下列条件哪些是方程的解? (a) $(x, y, z) = (1, 1, 0)$, (b) $(x, y, z) = (0, 3, 1)$, (c) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ 讲假设的解带入方程, 等式两边相等就是方程的解 从下面代码中可以看到, a, b 为方程的解, c 不是方程的解

```
• md"""
•
• !!! definitions
• 线性方程有如下形式:
•
• $a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n=b$
```

$a_1, a_2 \dots a_n$ 称为方程的系数

b 是实数，定义为方程的常数项

$x_1, x_2 \dots x_n$ 为方程的变量

在线性方程中只能出现 系数和未知数的乘积形式，不能出现变量与变量的乘积形式，变量也不能有高次项和根号出现。

!!! example

example 1

下面的方程哪些是线性的，哪些不是线性的？

$2x+3y=5$

$2x^2+3y=5$

$2\sqrt{x}+3y=5$

$\sqrt{2}x+3y=5^2$

依据上面的标准

1. 为线性方程

2. 为非线性方程，变量有二次项

3. 为非线性方程，变量有根号

4. 为线性方程，尽管常数项是二次项， $\sqrt{2}x$ 系数为根号项。但是满足判断条件

!!! example

example 2

线性方程组的解

对于方程 $2x+3y-4z=5$ ，下列条件哪些是方程的解？ (a) $(x,y,z)=(1,1,0)$, (b) $(x,y,z)=(0,3,1)$, (c) $(x,y,z)=(1,1,1)$

讲假设的解带入方程，等式两边相等就是方程的解

从下面代码中可以看到,a,b为方程的解，c不是方程的解

"""

["T", "T", "F"]

```
let
solcollections=[[1,1,0],[0,3,1],[1,1,1]]
function sol(x)
    x,y,z=x[1],x[2],x[3]
    return 2x+3y-4z== 5 ? "T" : "F"
end
@show res=[sol(x) for x in solcollections]
end
```

Definitions

线性方程组有如下形式:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{2=m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

其中 a_{ij} 和 b_i 是系数和常量, x_1, x_2, x_n 是未知变量.

方程组的解要满足所有的方程.

Example

example 2 判断下面的解是否满足线性方程:

$$2x + 3y - 4z = 5$$

$$-2x + y + 2z = -1$$

$$a(x, y, z) = (1, 1, 0), b(x, y, z) = (6, 3, 4), c(x, y, z) = (0, 3, 1)$$

从下面代码可以看到: a,b 为方程组的解, c不是方程组的解

```
• md"""
• !!! definitions
•     线性方程组有如下形式:
•
•      $a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n=b_1$ 
•      $a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n=b_2$ 
•      $\dots$ 
•      $a_{m1}x_1+a_{2=m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n=b_m$ 
•
•     其中  $a_{ij}$  和  $b_i$  是 系数和常量,  $x_1, x_2, x_n$  是未知变量.
•
•     方程组的解要满足所有的方程.
•
•
• !!! example
•     example 2
•     判断下面的解是否满足线性方程:
•
•      $2x+3y-4z=5$ 
•      $-2x+y+2z=-1$ 
•     a  $(x,y,z)=(1,1,0)$ , b  $(x,y,z)=(6,3,4)$ , c  $(x,y,z)=(0,3,1)$ 
•
•
•
•     从下面代码可以看到: a,b 为方程组的解, c不是方程组的解
•
```

```
• """
```

```
["T", "T", "F"]
```

```
• let
•   solcollections=[[1,1,0],[6,3,4],[0,3,1]]
•   function sol(x)
•       x,y,z=x[1],x[2],x[3]
•       res1 = 2x + 3y- 4z
•       res2 = -2x + y+ 2z
•       return res1==5&&res2==--1 ? "T" : "F"
•   end
•
•   @show res=[sol(x) for x in solcollections]
• end
•
```

Exercise

练习1.1.2

$$2x + 2y + 3z + 4w = 4$$

$$x + y + z + w = 2$$

$$x + 2y + 2z + w = 2$$

下面解是否满足线性方程组

a $(x, y, z, w) = (2, 0, -2, 2)$, b $(x, y, z, w) = (2, 2, -2, 0)$, c $(x, y, z, w) = (1, 1, -1, 1)$ d
 $(x, y, z, w) = (3, 0, -1, 1)$, e $(x, y, z, w) = (2, -2, 2, 0)$

代码如下

几个候选解中只有 c 和 e 满足同时满足三个方程

```
• md"""
•   !!! exercise
•       练习1.1.2
•
•       $2x+2y+3z+4w=4$
•       $x+y+z+w=2$
•       $x+2y+2z+w=2$
•       下面解是否满足线性方程组
•
•       a $(x,y,z,w)=(2,0,-2,2)$, b $(x,y,z,w)=(2,2,-2,0)$, c $(x,y,z,w)=(1,1,-1,1)$
•       d $(x,y,z,w)=(3,0,-1,1)$, e $(x,y,z,w)=(2,-2,2,0)$
•
•   代码如下
•
•   几个候选解中只有 $c$ 和 $e$ 满足同时满足三个方程
•   """
```

```
Dict{String, Any}[
  1: Dict("1eq" => true, "2eq" => true, "3eq" => false, "system" => "F")
  2: Dict("1eq" => false, "2eq" => true, "3eq" => true, "system" => "F")
  3: Dict("1eq" => true, "2eq" => true, "3eq" => true, "system" => "T")
  4: Dict("1eq" => true, "2eq" => false, "3eq" => true, "system" => "F")
  5: Dict("1eq" => true, "2eq" => true, "3eq" => true, "system" => "T")
]
```

```
• let
•   solcollections=[(2,0,-2,2),(2,2,-2,0),(1,1,-1,1),(3,0,-1,1),(2,-2,2,0)]
•   function sol(x)
•       x,y,z,w=x[1],x[2],x[3],x[4]
•       res1 = x + 2y + 3z + 4w
•       res2 = x + y + z + w
•       res3 = x + 2y + 2z + w
•       return Dict(
•           "1eq"=> res1==4,
•           "2eq"=> res2==2,
•           "3eq"=> res3==2,
•           "system"=>res1==4&&res2==2&&res3==2 ? "T" : "F"
•       )
•   end
•
•   @show res=[sol(x) for x in solcollections]
• end
```