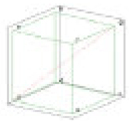

Table of Contents

ch11 sec11.1 什么是微分方程？

在微积分中我们一直在研究变化问题, 借助微分方法研究函数的变化行为.我们在日常生活中, 可以感受到变化,比如环境光线的明暗交替变换, 季节的变化. 有些科学家很好奇, 这些变化背后是不是有什么规律. 是不是有迹可循. 这就是微分方程方法诞生的初衷.

经过不断的发展, 微分方程决绝的问题越来越复杂, 揭示变化问题也越多.

可以这么说是微分方程推动了数学的发展. 尽管数学有纯数学和应用数学, 但是因为有实践的需求数学才开始迅速发展. 微分方程是一门实践的学科.

随着数据科学的发展, 微分方程的发展也更为快速, 结合了深度神经网络的微分方程应用规模更大, 速度更快, 解算精度也更高,由此微分方程能够解决的问题也就更多了.

所以在学习数据科学数学基础内容时, 同时了解数据科学在微分方程方面的应用也是必要的.

那么就首先看看最简单的微分方程的面貌.

```
md"""
在微积分中我们一直在研究变化问题， 借助微分方法研究函数的变化行为.我们在日常生活中， 可以感受到变化,比如环境光线的明暗交替变换， 季节的变化. 有些科学家很好奇， 这些变化背后是不是有什么规律. 是不是有迹可循.  这就是微分方程方法诞生的初衷.

经过不断的发展， 微分方程决绝的问题越来越复杂， 揭示变化问题也越多.


可以这么说是微分方程推动了数学的发展. 尽管数学有纯数学和应用数学， 但是因为有实践的需求数学才开始迅速发展. 微分方程是一门实践的学科.

随着数据科学的发展， 微分方程的发展也更为快速， 结合了深度神经网络的微分方程应用规模更大， 速度更快， 解算精度也更高,由此微分方程能够解决的问题也就更多了.


所以在学习数据科学数学基础内容时， 同时了解数据科学在微分方程方面的应用也是必要的.

那么就首先看看最简单的微分方程的面貌.

"""
```

微分方程从变化开始

一个人的学习速度能有多块?

我们先这里开始研究*变化问题*

有一个理论认为, 一个人知道的东西越多, 它的学习速度就会变得更慢. 似乎很有道理, 和我们吃饭一样, 当我们快吃饱的时候, 吃饭速度就会比饿着的时候减慢. 如何用数学形式来表现这个问题?

我们先从假设开始:

假设总的学习任务为100%,已经学会的内容表示为 $y\%$, 学习内容是时间t的函数,比如重头开始学习一项性的技术, 那么有:

$$y(t_0) = 0, t_0 = 0, \text{表示还没有学习到任何内容}$$

$$y(t_1) = y\%, t = t_1 \text{ 表示在 } t1 \text{ 时刻已经学到了 } y(t_1) \text{ 的内容}$$

从 $t_0 \to t_1$ 时间, 学习的变化率为:

$$\frac{y(t_1) - y(t_0)}{t_1 - t_0}$$

变化率为学习到的内容除以时间间隔. 着就是前面讲的在某时间点附近的变化问题. 可以表示为:

$$\frac{dy}{dt}$$

由此我们获得了一个度量学习新技术的工具, 结合上面的理论, 学习内容越多,学习速度会减慢, 也就是 $\frac{dy}{dt}$,会随时间轴的延长而减小.

构造微分方程

在前面我们提到过, 在解决具体问题之前, 最好能画一个草图, 对于函数变化问题也一样, 我们最好能粗略的获得一个表达式,然后慢慢完善.

假设明天就要考试, 你还有很多内容没有学, 那么从现在起到明天早晨这段时间,你希望的变化率是在这段时间把所有没有学的内容学完.

用一个简单的表达式表示为:

$$\frac{dy}{dt} = 100 - y$$

虽然现在我们还没办法借解这个微分方程, 但是的确我们已经定义了了一个微分方程.

```
md"""
## 微分方程从变化开始
```

- ### 一个人的学习速度能有多块?
- 我们先这里开始研究*变化问题*
- 有一个理论认为，一个人知道的东西越多，它的学习速度就会变得更慢. 似乎很有道理，和我们吃饭一样，当我们快吃饱的时候，吃饭速度就会比饿着的时候减慢. 如何用数学形式来表现这个问题?
- 我们先从假设开始:
- 假设总的学习任务为100%,已经学会的内容表示为 $y \%$，学习内容是时间t的函数,比如重头开始学习一项性的技术，那么有:
- $y(t_0)=0 ,t_0=0,表示还没有学习到任何内容$
- $y(t_1)=y \% , t=t_1 表示在t1时刻已经学到了y(t_1)的内容$
- 从 $t_0 \to t_1$ 时间，学习的变化率为:
- $\frac{y(t_1)-y(t_0)}{t_1-t_0}$
- 变化率为学习到的内容除以时间间隔. 着就是前面讲的在某时间点附近的变化问题. 可以表示为:
- $\frac{dy}{dt}$
- 由此我们获得了一个度量学习新技术的工具，结合上面的理论，学习内容越多,学习速度会减慢，也就是$\frac{dy}{dt}$,会随时间轴的延长而减小.
- ### 构造微分方程
- 在前面我们提到过，在解决具体问题之前，最好能画一个草图，对于函数变化问题也一样，我们最好能粗略的获得一个表达式,然后慢慢完善.
- 假设明天就要考试，你还有很多内容没有学，那么从现在起到明天早晨这段时间,你希望的变化率是在这段时间把所有没有学的内容学完.
- 用一个简单的表达式表示为:
- $\frac{dy}{dt}=100-y$
- 虽然现在我们还没办法借解这个微分方程，但是的确我们已经定义了了一个微分方程.
"""

一阶和二阶微分方程

微分方程的定义和函数的导数密切相关, 所以先来看看导数

如果方程张含有一阶导数时,例如:

$$y' = 100 - y$$

就称为为一阶微分方程

如果方程含有二阶导数,例如:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -9.8$$

就成为二阶微分方程

```
md"""

## 一阶和二阶微分方程

微分方程的定义和函数的导数密切相关, 所以先来看看导数

如果方程张含有一阶导数时,例如:

$y'=100-y$

就称为为一阶微分方程

如果方程含有二阶导数,例如:

$\frac{d^2s}{dt^2}=-9.8$

就成为二阶微分方程



"""
```