Lista 1

Econometria 1

Pedro Henrique Rocha Mendes *

1) O que diz a Lei das Expectativas Iteradas?

2) Demonstre os resultados a seguir, partindo, para isso, das definições dos valores populacionais das estatísticas variância ($V[X]$) e covariância ($cov(X,Y)$). E considerando que $\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ e $\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i$:

   a. $V[X] = E[X^2] - E[X]^2$

   b. $cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$

   c. $V[X+Y] = V[X] + V[Y] + cov(X,Y)$

   d. $E[(X-\bar{X}) + (Y-\bar{Y})|X,Y] = 0$

   e. $\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})\, y_i$

3) A variável aleatória X tem a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} c(x-1) \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \\ c(x+1) \text{ se } 1 < x \leq 2 \\ cx \text{ se } 2 < x \leq 3 \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$$

   a. Qual o valor de c?

   b. Qual a função distribuição cumulativa de X?

   c. Calcule $E[X]$ e $Var[X]$.

4) É possível dividir uma amostra estatística em subamostras de igual tamanho, selecionadas aleatoriamente. Isso foi feito com os dados da POF 2008 do IBGE, gerando-se nove subamostras, cada uma com 1.217 observações. Dentro de cada subamostra, foi calculada a média para a variável "renda per capita". Posteriormente, calculou-se a variância das médias subamostrais, obtendo-se um valor de 22,17. Explique porque este valor se mostra consideravelmente inferior ao valor da variância da amostra, i.e., trata-se da variância calculada na amostra como um todo, sem divisão em subamostras, o qual corresponde a 35.621,24. Considere, para isso, a tabela abaixo.

*RA: 11201811516

Tabela 1: Médias e variâncias para a renda per capita dentro das subamostras

Subamostra	Média	Variância
1	267.79	36,338.93
2	270.28	34,318.42
3	273.24	36,996.46
4	281.04	36,909.41
5	273.78	36,756.27
6	270.82	34,368.63
7	263.76	35,114.03
8	269.96	35,175.32
9	270.68	34,670.53

5. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_N$ uma sequência de variáveis aleatórias (VAs) independentes e identicamente distribuídas (i. i. d.) com média e variância populacionais dadas, respectivamente, por μ e σ^2, i. e., $E[X_i] = \mu$ e $V[X_i] = \sigma^2$, $i = 1, \ldots, N$. Responda as perguntas abaixo:

   a. Verifique se a propriedade de ausência de viés na estimação da média populacional é atendida pelo estimador $\bar{X} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{1} X_i$.

   b. Obtenha a variância populacional do estimador do item anterior e verifique se tal estimador é eficiente (i.e., apresenta menor variância populacional) relativamente a um segundo estimador para a média populacional correspondente à $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{1} X_i$

6. O governo do Estado de São Paulo implementou um programa de qualificação para trabalhadores vítimas de desemprego tecnológico no setor rural. Um exemplo é o da introdução de máquinas colheitadeiras em substituição à colheita manual em plantios de cana-de-açúcar. Você foi contratado para determinar se os trabalhadores que passaram por este programa de qualificação tiveram sua remuneração aumentada significativamente. O indicador de impacto do programa, calculado para cada trabalhador, é a diferença de remuneração antes e depois do treinamento, sendo representado por $W_i, i = 1, \ldots, N$. Este se distribui normalmente com $W_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots, N$. É tomada uma amostra de $N = 100$ trabalhadores e obtida a estimativa pontual para o valor populacional do impacto médio, μ. O valor da estimativa pontual é de $\bar{W} = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} W_i = 100$, o desvio padrão estimado, $s = \sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^{N} (W_i - \bar{W})^2} = 640$. Neste caso, o valor populacional do desvio padrão é desconhecido e, portanto, a estatística do teste é $T = \frac{\bar{W} - \mu_0}{s/\sqrt{N}} \sim t_{N-1}$, uma VA com distribuição t de Student com $N - 1$ graus de liberdade. O símbolo μ_0 representa o valor da média populacional de W_i definido pela hipótese nula, zero, no caso, i. e., $\mu_0 = 0$.

   a. Obtenha os valores críticos para o teste de hipóteses bicaudal. Para isso você pode utilizar a tabela da distribuição t ao final dos livros-texto ou empregar a função `qt()`

do R .

b. Obtenha o p-valor do teste (o que pode ser feito com base nas tabelas ao final dos livros-texto ou utilizando a função `pt()` do R).

c. Qual é o resultado do teste? Explique com detalhe como, com base nos resultados dos itens anteriores e na estimativa pontual, é possível concluir acerca da existência de um impacto relevante ou não do programa de qualificação.