

## Econometria I

### Lista de exercícios # 1

**Data de entrega: conforme plano de ensino [correção no item Q.2.c feita em 17/09]**

**(Q.1)** O que diz a Lei das Expectativas Iteradas?

**(Q.2)** Demonstre os resultados a seguir, partindo, para isso, das definições dos valores populacionais das estatísticas variância ( $V[X]$ ) e covariância ( $\text{cov}(X,Y)$ ). E

considerando que  $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  e  $\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$ .

(a)  $V[X] = E[X^2] - E[X]^2$

(b)  $\text{cov}(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$

(c)  $V[X+Y] = V[X] + V[Y] + 2\text{cov}(X,Y)$

(d)  $E[(X - \bar{X}) + (Y - \bar{Y}) | X, Y] = 0$

(e)  $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) y_i$

**(Q.3)** A variável aleatória  $X$  tem a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} c(x-1) & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ c(x+1) & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ cx & \text{se } 2 < x \leq 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Qual o valor de  $c$ ?

(b) Qual a função distribuição cumulativa de  $X$ ?

(c) Calcule  $E[X]$  e  $\text{Var}[X]$ .

**(Q.4)** É possível dividir uma amostra estatística em subamostras de igual tamanho, selecionadas aleatoriamente. Isso foi feito com os dados da POF 2008 do IBGE, gerando-se nove subamostras, cada uma com 1.217 observações. Dentro de cada subamostra, foi calculada a média para a variável “renda per capita”. Posteriormente, calculou-se a variância das médias subamostrais, obtendo-se um valor de 22,17. Explique porque este valor se mostra consideravelmente inferior ao valor da variância da amostra, i.e., trata-se da variância calculada na amostra como um todo, sem divisão em subamostras, o qual corresponde a 35.621,24. Considere, para isso, a tabela abaixo.

**Tabela Q.4 Médias e variâncias para a renda per capita dentro das subamostras**

Subamostra	Média	Variância
a		
1	267.79	36,338.93
2	270.28	34,318.42
3	273.24	36,996.46
4	281.04	36,909.41
5	273.78	36,756.27
6	270.82	34,368.63
7	263.76	35,114.03
8	269.96	35,175.32
9	270.68	34,670.53

**(Q.5)** Seja  $X_1, X_2, \dots, X_N$  uma sequência de variáveis aleatórias (VAs) independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) com média e variância populacionais dadas, respectivamente, por  $\mu$  e  $\sigma^2$ , i.e.,  $E[X_i] = \mu$  e  $V[X_i] = \sigma^2$ ,  $i=1, \dots, N$ . Responda as perguntas abaixo.

(a) Verifique se a propriedade de ausência de viés na estimação da média populacional é

atendida pelo estimador  $\tilde{X} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N X_i$ ;

(b) Obtenha a variância populacional do estimador do item anterior e verifique se tal estimador é eficiente (i.e., apresenta menor variância populacional) relativamente a um

segundo estimador para a média populacional correspondente à  $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ .

**(Q.6)** O governo do Estado de São Paulo implementou um programa de qualificação para trabalhadores vítimas de desemprego tecnológico no setor rural. Um exemplo é o da introdução de máquinas colheitadeiras em substituição à colheita manual em plantios de cana-de-açúcar. Você foi contratado para determinar se os trabalhadores que passaram por este programa de qualificação tiveram sua remuneração aumentada significativamente. O indicador de impacto do programa, calculado para cada trabalhador, é a diferença de remuneração antes e depois do treinamento, sendo representado por  $W_i$ ,  $i=1, \dots, N$ . Este se distribui normalmente com  $W_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $i=1, \dots, N$ . É tomada uma amostra de  $N = 100$  trabalhadores e obtida a estimativa pontual para o valor populacional do impacto médio,  $\mu$ . O valor da estimativa pontual é de

$\bar{W} = N^{-1} \sum_{i=1}^N W_i = 100$ , o desvio padrão estimado,  $s = \sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^N (W_i - \bar{W})^2} = 640$ .

Neste caso, o valor populacional do desvio padrão é desconhecido e, portanto, a

estatística do teste é  $T = \frac{\bar{W} - \mu_0}{s/\sqrt{N}} t_{N-1}$ , uma VA com distribuição t de Student com N-1

graus de liberdade. O símbolo  $\mu_0$  representa o valor da média populacional de  $W_i$  definido pela hipótese nula, zero, no caso, i.e.,  $\mu_0 = 0$ .

**Os comandos do R para funções de distribuição de probabilidades (FDs) estão explicados no apêndice ao final dessa lista.**

**(Q.6.a)** Obtenha os valores críticos para o teste de hipóteses bicaudal. Para isso você pode utilizar a tabela da distribuição t ao final dos livros-texto ou empregar a função qt() do R (ver nota em negrito acima);

**(Q.6.b)** Obtenha o p-valor do teste (o que pode ser feito com base nas tabelas ao final dos livros-texto ou utilizando a função pt() do R);

**(Q.6.c)** Qual é o resultado do teste? Explique com detalhe como, com base nos resultados dos itens anteriores e na estimativa pontual, é possível concluir acerca da existência de um impacto relevante ou não do programa de qualificação.

Apêndice	Funções de distribuição de probabilidades no R
<p>[Copie o texto abaixo e cole em um script do R (R→file→open script/abrir script)]</p> <p>###Funções de distribuição de probabilidades (FD) no R</p> <p>#Há uma família de funções do R para FDs, são elas</p> <p>#dw: retorna a probabilidade de ocorrência de um valor informado, de acordo com a FD W;</p> <p>#pw: retorna a probabilidade acumulada (FDA) até um valor informado, segundo a FD W;</p> <p>#qw: retorna o valor tal que a área a esquerda dele e abaixo da FD W é equivalente</p> <p>#à probabilidade informada</p> <p>#W é uma FD genérica, podendo ser normal (W=norm), t de Student (W=t),</p> <p>#Qui-quadrado(W=chisq), F de Snedecor (W=f), etc.</p> <p>#É preciso informar não apenas o valor ou probabilidade desejados, mas também os parâmetros</p> <p>#da FD.Vejamos alguns exemplos</p> <p>#Probabilidade de ocorrência do valor 1,645 segundo a FD N(0,1)</p> <p>dnorm(1.645,mean=0,sd=1)</p>	

```
#Valor até o qual é acumulada uma probabilidade de 5%  
segundo a t de Student com  
  
#10 graus de liberdade  
  
qt(0.05,df=10)
```