

## P2 - Econometria III

Pedro Mendes

### 15, C2)

Os dados em `fertil2` incluem informações sobre o número de filhos, anos de escolaridade, idade, e variáveis de religião e status econômico de mulheres de Botsuana durante 1988.

```
fertil2 <- tibble::as_tibble(wooldridge::fertil2)

fertil2 |> head()
```

```
## # A tibble: 6 x 27
##   mnthborn yearborn   age electric radio   tv bicycle  educ   ceb agefbrth
##   <int>    <int> <int>    <int> <int> <int>   <int> <int> <int>    <int>
## 1         5      64   24         1     1     1       1    12     0      NA
## 2         1      56   32         1     1     1       1    13     3     25
## 3         7      58   30         1     0     0       0     5     1     27
## 4        11      45   42         1     0     1       0     4     3     17
## 5         5      45   43         1     1     1       1    11     2     24
## 6         8      52   36         1     0     0       0     7     1     26
## # ... with 17 more variables: children <int>, knowmeth <int>, usemeth <int>,
## #   monthfm <int>, yearfm <int>, agefm <int>, idlnchld <int>, heduc <int>,
## #   agesq <int>, urban <int>, urb_educ <int>, spirit <int>, protest <int>,
## #   catholic <int>, frsthalf <int>, educ0 <int>, evermarr <int>
```

(i)

Estime o modelo

$$children = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 age + \beta_3 age^2 + u$$

por OLS e interprete as estimativas. Em particular, mantendo `age` fixo, qual é o efeito estimado de mais um ano de escolaridade em fertilidade? Se 100 mulheres completassem mais um ano de escolaridade, haveria uma diminuição na quantidade de filhos (representados pela variável `children`)?

```
ols_model <- fertil2 |>
  fixest::feols(children ~ educ + age + I(age^2))

summary(ols_model)
```

```
## OLS estimation, Dep. Var.: children
```

```
## Observations: 4,361
## Standard-errors: IID
##
##           Estimate Std. Error   t value   Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.138307    0.240594 -17.20036 < 2.2e-16 ***
## educ        -0.090575    0.005921 -15.29813 < 2.2e-16 ***
## age         0.332449    0.016549  20.08815 < 2.2e-16 ***
## I(age^2)    -0.002631    0.000273  -9.65113 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## RMSE: 1.45908   Adj. R2: 0.568427
```

- Caso haja um aumento de um ano na educação de 100 mulheres, em média, ocorreria uma diminuição em 9 na quantidade de filhos.
- O aumento de um ano na idade de 100 mulheres leva a um aumento de 33 na quantidade de filhos.
- Aparentemente existe um efeito não linear significativo na idade, o que pode expressar a questão da tendência decrescente da fertilidade das mulheres com o passar dos anos, o que mostra que o efeito do aumento da idade na quantidade de filhos não é o mesmo para todas as idades.

(ii)

A variável **frsthalf** é uma variável *dummy* igual a um, caso a mulher tenha nascido durante os primeiros seis meses do ano. Presumindo que **frsthalf** não seja correlacionada com o termo de erro do item (i), mostre que **frsthalf** é um candidato VI razoável a **educ** (Dica: é preciso fazer uma regressão).

```
forma_reduzida <- fertil2 |>
  fixest::feols(educ ~ age + I(age^2) + frsthalf)

summary(forma_reduzida)
```

```
## OLS estimation, Dep. Var.: educ
## Observations: 4,361
## Standard-errors: IID
##
##           Estimate Std. Error   t value   Pr(>|t|)
## (Intercept)  9.692864    0.598069 16.206945 < 2.2e-16 ***
## age        -0.107950    0.042040  -2.567789 1.0268e-02 *
## I(age^2)    -0.000506    0.000693  -0.729597 4.6568e-01
## frsthalf    -0.852285    0.112830  -7.553742 5.1227e-14 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## RMSE: 3.70926   Adj. R2: 0.107037
```

```
theta <- forma_reduzida$coefficients['frsthalf']
r <- residuals(forma_reduzida)
z <- fertil2$frsthalf
age <- fertil2$age

cov_r_z <- cov(r, z)
```

1.  $cov(u, z) = 0$  por suposição do item (ii)
2.  $\theta \neq 0 \rightarrow -0.8522854$

$$3. \text{cov}(r, z) \approx 0 \rightarrow -3.5624827 \times 10^{-15}$$

4.  $\text{cov}(r, x_j), j = 1, 2 \approx 0 \rightarrow$  rodando a regressão  $r = \delta_0 + \delta_1 \text{age} + \delta_2 \text{age}^2 + e$ , percebe-se que todos os coeficientes são aproximadamente iguais a 0, além de nenhuma ser significativa.

```
model_r <- fertil2 |>
  dplyr::bind_cols(r = r) |>
  fixest::feols(r ~ age + I(age^2))

summary(model_r)

## OLS estimation, Dep. Var.: r
## Observations: 4,361
## Standard-errors: IID
##               Estimate Std. Error    t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.4020e-15   0.595427  4.0300e-15      1
## age         -3.8754e-14   0.042035 -9.2195e-13      1
## I(age^2)     2.1200e-16   0.000693  3.0657e-13      1
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## RMSE: 3.70926   Adj. R2: -4.589e-4
```

Logo, `frsthalf` é um candidato IV razoável para `age`.

(iii)

**Estime o modelo do item (i) usando `frsthalf` como IV para `educ`. Compare o efeito estimado de educação com a estimativa OLS do item (i).**

```
iv_model <- AER::ivreg(
  children ~ age + I(age^2) + educ | age + I(age^2) + frsthalf,
  data = fertil2
)

summary(iv_model)

##
## Call:
## AER::ivreg(formula = children ~ age + I(age^2) + educ | age +
##           I(age^2) + frsthalf, data = fertil2)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -6.05272 -0.71481  0.06224  0.76236  7.23693
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -3.3878054   0.5481502  -6.180 6.98e-10 ***
## age          0.3236052   0.0178596  18.119 < 2e-16 ***
## I(age^2)    -0.0026723   0.0002797  -9.555 < 2e-16 ***
## educ        -0.1714989   0.0531796  -3.225 0.00127 **
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.491 on 4357 degrees of freedom
## Multiple R-Squared:  0.5502,   Adjusted R-squared:  0.5499
## Wald test:   1765 on 3 and 4357 DF,   p-value: < 2.2e-16
```

O efeito da educação sobre o número de filhos é maior quando estimado pelo modelo de variável instrumental usando a variável `frsthalf`, já que em tal modelo, o efeito de um ano adicional de educação sobre o número de filhos é 1.89 vezes maior.

## (iv)

Adicione as variáveis binárias **electric**, **tv** e **bicycle** ao modelo e presuma que elas sejam exógenas. Estime a equação por OLS e 2SLS e compare os coeficientes estimados em **educ**. Interprete o coeficiente em **tv** e explique por que a posse de televisão tem efeito negativo sobre a fertilidade.

```
ols_model_2 <- fertil2 |>
  fixest::feols(children ~ age + I(age^2) + electric + tv + bicycle + educ)
```

```
## NOTE: 5 observations removed because of NA values (RHS: 5).
```

```
summary(ols_model_2)
```

```
## OLS estimation, Dep. Var.: children
## Observations: 4,356
## Standard-errors: IID
##
##           Estimate Std. Error   t value    Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.389784   0.240317 -18.26662 < 2.2e-16 ***
## age          0.340204   0.016442  20.69153 < 2.2e-16 ***
## I(age^2)     -0.002708   0.000271 -10.00951 < 2.2e-16 ***
## electric     -0.302729   0.076187  -3.97351 7.1969e-05 ***
## tv           -0.253144   0.091437  -2.76850 5.6554e-03 **
## bicycle       0.317895   0.049366   6.43954 1.3283e-10 ***
## educ         -0.076709   0.006353 -12.07528 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## RMSE: 1.44664   Adj. R2: 0.575475
```

```
iv_model_2 <- AER::ivreg(
  children ~ age + I(age^2) + electric + tv + bicycle + educ |
  age + I(age^2) + electric + tv + bicycle + frsthalf,
  data = fertil2
)

summary(iv_model_2)
```

```
##
## Call:
## AER::ivreg(formula = children ~ age + I(age^2) + electric + tv +
##           bicycle + educ | age + I(age^2) + electric + tv + bicycle +
```

```
##      frsthalf, data = fertil2)
##
## Residuals:
##      Min        1Q    Median        3Q        Max
## -5.9519 -0.7184  0.0290  0.7384  7.3372
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -3.5913324  0.6450889  -5.567 2.74e-08 ***
## age          0.3281451  0.0190587  17.218 < 2e-16 ***
## I(age^2)     -0.0027222  0.0002766  -9.843 < 2e-16 ***
## electric    -0.1065314  0.1659650  -0.642  0.5210
## tv          -0.0025550  0.2092301  -0.012  0.9903
## bicycle      0.3320724  0.0515264   6.445 1.28e-10 ***
## educ        -0.1639814  0.0655269  -2.503  0.0124 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.479 on 4349 degrees of freedom
## Multiple R-Squared:  0.5577, Adjusted R-squared:  0.5571
## Wald test: 921.7 on 6 and 4349 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Possuir uma televisão pode diminuir a taxa de fertilidade talvez pelo fato de aumentar o sedentarismo ou desestimular atividades sexuais.

## Cap. 17, C8)

**O arquivo `jtrain2` contém dados sobre um experimento de treinamento profissional para um grupo de homens. O programa começaria em janeiro de 1976 e se estenderia até meados de 1977. O programa acabou em dezembro de 1977. A ideia é testar se a participação no programa de treinamento profissional teve um efeito nas probabilidades de desemprego e rendimentos de 1978.**

```
jtrain2 <- tibble::as_tibble(wooldridge::jtrain2)
```

```
jtrain2 |> head()
```

```
## # A tibble: 6 x 19
##   train  age  educ black  hisp married nodegree mosinex  re74  re75  re78
##   <int> <int> <int> <int> <int>   <int>   <int>   <int> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1     1    37    11     1     0     1       1     13     0     0  9.93
## 2     1    22     9     0     1     0       1     13     0     0  3.60
## 3     1    30    12     1     0     0       0     13     0     0 24.9
## 4     1    27    11     1     0     0       1     13     0     0  7.51
## 5     1    33     8     1     0     0       1     13     0     0  0.290
## 6     1    22     9     1     0     0       1     13     0     0  4.06
## # ... with 8 more variables: unem74 <int>, unem75 <int>, unem78 <int>,
## #   lre74 <dbl>, lre75 <dbl>, lre78 <dbl>, agesq <int>, mostrn <int>
```

(ii)

**Estabeleça uma regressão linear de treino em muitas variáveis demográficas e pré-treino: unem74, unem75, age, educ, black, hisp e married. Essas variáveis são significativas conjuntamente ao nível de 5%?**

```
ols_model_train <- lm(
  train ~ unem74 + unem75 + age + educ + black + hisp + married,
  data = jtrain2
)

summary(ols_model_train)

##
## Call:
## lm(formula = train ~ unem74 + unem75 + age + educ + black + hisp +
##     married, data = jtrain2)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.6024 -0.4196 -0.3437  0.5537  0.7669
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.338022   0.189445   1.784   0.0751 .
## unem74       0.020880   0.077294   0.270   0.7872
## unem75      -0.095571   0.071902  -1.329   0.1845
## age          0.003206   0.003403   0.942   0.3467
## educ         0.012013   0.013342   0.900   0.3684
## black       -0.081666   0.087732  -0.931   0.3524
## hisp        -0.200017   0.116971  -1.710   0.0880 .
## married      0.037289   0.064404   0.579   0.5629
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.4917 on 437 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02238,    Adjusted R-squared:  0.006722
## F-statistic: 1.429 on 7 and 437 DF,  p-value: 0.1915
```

As variáveis não são conjuntamente significantes ao nível de 5% (p-valor = 0,1915).

(iii)

**Estime uma versão probit do modelo linear do item (ii). Calcule o teste de razão de verossimilhança para a significância conjunta de todas as variáveis. O que você conclui?**

```
probit_model_train <- glm(
  train ~ unem74 + unem75 + age + educ + black + hisp + married,
  family = binomial(link = "probit"),
  data = jtrain2
)

summary(probit_model_train)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = train ~ unem74 + unem75 + age + educ + black +
##      hisp + married, family = binomial(link = "probit"), data = jtrain2)
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.3620  -1.0421  -0.9159   1.2702   1.6962
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept) -0.424107   0.489506  -0.866   0.3863
## unem74       0.053026   0.198834   0.267   0.7897
## unem75      -0.247725   0.184806  -1.340   0.1801
## age          0.008344   0.008780   0.950   0.3419
## educ         0.031443   0.034657   0.907   0.3643
## black       -0.206930   0.224614  -0.921   0.3569
## hisp        -0.539777   0.307947  -1.753   0.0796 .
## married      0.096625   0.165503   0.584   0.5593
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 604.20  on 444  degrees of freedom
## Residual deviance: 594.02  on 437  degrees of freedom
## AIC: 610.02
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

```
lmtest::lrtest(probit_model_train)
```

```
## Likelihood ratio test
##
## Model 1: train ~ unem74 + unem75 + age + educ + black + hisp + married
## Model 2: train ~ 1
##      #Df  LogLik Df  Chisq Pr(>Chisq)
## 1      8 -297.01
## 2      1 -302.10 -7  10.182      0.1785
```

As variáveis não são conjuntamente significantes ao nível de 5%.

#### (iv)

**Com base em suas respostas aos itens (ii) e (iii), parece-lhe que a participação em treinamento profissional possa ser tratada como exógena como forma de explicar o status de desemprego de 1978? Explique.**

Sim, pois a variável não apresenta correlação relevante em relação às demais variáveis do modelo, ou seja, a variável não apresenta endogeneidade.

(v)

**Estabeleça uma regressão simples de `unem78` em `train` e reporte os resultados em forma de equação. Qual é o efeito estimado de participar do programa de treinamento na probabilidade de estar desempregado em 1978? Isso é estatisticamente significativo?**

```
ols_model_unem78 <- lm(unem78 ~ train, data = jtrain2)

summary(ols_model_unem78)

##
## Call:
## lm(formula = unem78 ~ train, data = jtrain2)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.3538 -0.3538 -0.2432  0.6462  0.7568
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.35385     0.02849   12.419  <2e-16 ***
## train       -0.11060     0.04419   -2.503   0.0127 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.4594 on 443 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.01394,    Adjusted R-squared:  0.01172
## F-statistic: 6.265 on 1 and 443 DF,  p-value: 0.01267
```

$$unem78 = -0.11 \cdot train$$

(vi)

**Estabeleça um probit de `unem78` em `train`. Faz sentido comparar o coeficiente probit em `train` com o coeficiente obtido do modelo linear do item (v)?**

```
probit_model_unem78 <- glm(
  unem78 ~ train,
  data = jtrain2,
  family = binomial(link = "probit")
)

summary(probit_model_unem78)

##
## Call:
## glm(formula = unem78 ~ train, family = binomial(link = "probit"),
##      data = jtrain2)
##
## Deviance Residuals:
```



```
##      Min      1Q   Median      3Q      Max
## -0.9346 -0.9346 -0.7466   1.4414   1.6815
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept) -0.37496     0.07975  -4.702 2.58e-06 ***
## train      -0.32095     0.12848  -2.498  0.0125  *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 549.47  on 444  degrees of freedom
## Residual deviance: 543.17  on 443  degrees of freedom
## AIC: 547.17
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

Não, pois a interpretação do efeito marginal dado pelo coeficiente do modelo probit depende dos valores de nível da variável independente em questão, nesse caso, `train`.

**(vii)**

**Encontre as probabilidades apropriadas dos itens (v) e (vi). Explique por que elas são idênticas. Qual abordagem você usaria para medir o efeito e a significância estatística do programa de treinamento profissional?**

```
## === COEFICIENTES PROBIT ===

## (Intercept)      train
##   0.3538462    0.3741239

##
## === VALORES AJUSTADOS PROBIT (train) ===

## [1] 0.2432432 0.3538462

##
## === COEFICIENTES OLS ===

## (Intercept)      train
##   0.3538462   -0.1106029

##
## === VALORES AJUSTADOS OLS (train) ===

## [1] 0.2432432 0.3538462
```

Os dois modelos retornam os mesmos valores por reportarem as frequências como as probabilidades estimadas pelos modelos:

- $0,354 \rightarrow \text{train} = 0$
- $0,243 \rightarrow \text{train} = 1$

Eu usaria uma regressão logística para medir o efeito e a significância estatística do programa de treinamento por ser de mais fácil interpretação (retornando uma razão de probabilidades) e por mostrar efeitos não lineares nas probabilidades estimadas.