

Feuille d'exercices 8

16 novembre 2019

Exercice 1. On donne les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 4 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 3 & 9 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le déterminant de chacune de ces matrices.
2. Si la matrice est inversible, calculer son inverse en utilisant sa matrice adjointe.

Exercice 2. Soit le système d'équations linéaires $AX = B$, où

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le déterminant de la matrice A .
2. En utilisant la règle de Cramer, déterminer l'unique solution de ce système d'équations linéaires.

Exercice 3. Déterminer si les sous-ensembles suivants sont des sous-espaces vectoriels.

1. Sym_n , le sous-ensemble des matrices symétriques de taille $n \times n$.
2. $H_1 = \{(a - 3b, b - a, a, b), a, b \in \mathbb{R}\}$.
3. $H_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } xy = 0\}$.
4. $H_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tels que } 3x - 7y = z\}$
5. $H_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x + y = 1\}$.