

Feuille d'exercices 7

9 novembre 2019

Les exercices avec une \star sont des exercices plus difficiles.

Exercices 3 et 4 de la feuille 6.

Exercice 1. Calculer le déterminant de chacune de ces matrices. Penser à simplifier les matrices par des opérations élémentaires de lignes ou de colonnes si nécessaire puis utiliser de développement de Laplace ou les propriétés des déterminant.

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 6 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -3 & -2 & -5 \\ -1 & 3 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 3 & 9 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

Exercice 2. Calculer le déterminant de chacune de ces matrices :

$$1. \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ \frac{1}{a} & 1 & \frac{b}{a} \\ \frac{1}{b} & \frac{a}{b} & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a^2} \\ a & 1 & \frac{1}{a} \\ a^2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 0 & b & c \\ -b & 0 & -b+c \\ -c & b-c & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 (\star). Soit une matrice carrée A d'ordre n , montrer que :

$$\det(\alpha A) = \alpha^n \det(A)$$