

BÀI TẬP KIỂM ĐỊNH PHI THAM SỐ

I. Kiểm định wilcoxon

Bài toán 1: Kiểm định so sánh trung vị với 1 số khi cỡ mẫu nhỏ, tổng thể không có phân phối chuẩn, sử dụng hàm `wilcox.test`

Usage

```
wilcox.test(x, ...)
```

```
## Default S3 method:
```

```
wilcox.test(x, y = NULL,  
            alt = c("two.sided", "less", "greater"),  
            mu = 0, paired = FALSE, exact = NULL, correct = TRUE,  
            conf.int = FALSE, conf.level = 0.95, ...)
```

trong đó:

`alt="t"` (two-side): kiểm định 2 phía

`alt="g"` (greater): kiểm định lớn hơn

`alt="l"` (less): kiểm định nhỏ hơn

Ví dụ: Kiểm định giả thiết rằng thể tích của các hộp đựng loại dầu nhớt nào đó là 10 lít, nếu từ mẫu ngẫu nhiên gồm 10 hộp ta có các thể tích là: 10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8. Sử dụng mức ý nghĩa 0,01 và giả sử phân phối của thể tích không là chuẩn.

#Gọi M là thể tích của các hộp đựng loại dầu nhớt

#Bài toán kiểm định giả thiết về 1 tổng thể không có phân phối chuẩn, cỡ mẫu nhỏ

#H0: M=10; H1:M khác 10

```
> x=c(10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8)  
> wilcox.test(x, alt="t", mu=10, conf.level = 0.99)
```

Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data: x

V = 35, p-value = 0.4721

alternative hypothesis: true location is not equal to 10

Warning message:

In wilcox.test.default(x, alt = "t", mu = 10, conf.level = 0.99) :
cannot compute exact p-value with ties

Do $p\text{-value} = 0.4721 > 0.01$ nên chấp nhận H_0

Vậy có thể xem thể tích của các hộp đựng loại dầu nhớt nào đó là 10 lít.

Chú ý: Nếu muốn tính chính xác p-value, ta dùng thêm hàm jitter, R sẽ không xuất hiện cảnh báo tính toán không chính xác p-value:

Warning message:

In wilcox.test.default(x, alt = "t", mu = 10, conf.level = 0.99) :
cannot compute exact p-value with ties.

Tuy nhiên mỗi lần tính sẽ cho 1 kết quả xấp xỉ nhau nên nếu ta muốn chỉ tính ra 1 giá trị p-value thì bỏ hàm jitter.

```
> x=c(10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8)
> wilcox.test(jitter(x), alt="t", mu=10, conf.level = 0.99)
```

Wilcoxon signed rank test

data: jitter(x)

V = 37, p-value = 0.375

alternative hypothesis: true location is not equal to 10

Do $p\text{-value} = 0.375 > 0.01$ nên chấp nhận H_0

Vậy có thể xem thể tích của các hộp đựng loại dầu nhớt nào đó là 10 lít.

Bài toán 2: Kiểm định giả thiết cho mẫu theo đôi (quan sát cặp đôi, 2 mẫu không độc lập) khi cỡ mẫu nhỏ, tổng thể không có phân phối chuẩn, sử dụng hàm `wilcox.test`

Usage

```
wilcox.test(x, ...)
```

Default S3 method:

```
wilcox.test(x, y = NULL,  
            alt = c("two.sided", "less", "greater"),  
            mu = 0, paired = TRUE, exact = NULL, correct = TRUE,  
            conf.int = FALSE, conf.level = 0.95, ...)
```

trong đó:

alt="t" (two-side): kiểm định 2 phía

alt="g" (greater): kiểm định lớn hơn

alt="l" (less): kiểm định nhỏ hơn

Ví dụ: Một nhóm các sinh viên muốn du học ở Anh đã đăng ký thi IELTS chuẩn bị cho khóa học. Lấy một mẫu kiểm tra vào ngày đầu tiên đi học và sau kiểm tra lại vào cuối khóa học. Kết quả thu được như sau:

Trước	5.5	5	4.5	6.5	6	5
Sau	6.5	6	4	7	6.5	6.5

Sử dụng mức ý nghĩa 0,05 và giả sử phân phối không là chuẩn, kiểm định xem liệu khoá học có giúp sinh viên học IELTS tốt hơn không?

#Bài toán kiểm định giả thiết cho mẫu theo đôi khi tổng thể không có phân phối chuẩn, cỡ mẫu nhỏ

#H0: $M1 - M2 = 0$;

H1: $M1 - M2 < 0$

```
> T=scan()
```

```
1: 5.5 5      4.5      6.5      6      5
```

```
7:
```

```
Read 6 i tems
```

```
> S=scan()
```

```
1: 6.5 6      4      7      6.5      6.5
```

```
7:
```

```
Read 6 i tems
```

```
> wilcox.test(x, y, alt="less", mu=0, paired = TRUE, conf.level = 0.95)
```

Wilcoxon signed rank test

V = 2, p-value = 0.04688

alternative hypothesis: true location shift is less than 0

Do p-value = 0.04688 < 0.05 nên bác bỏ gt H0

Vậy có thể xem khoá học giúp sinh viên học IELTS tốt hơn.

Bài toán 3: Kiểm định giả thiết cho 2 mẫu độc lập khi cỡ mẫu nhỏ, tổng thể không có phân phối chuẩn, sử dụng hàm `wilcox.test`

Usage

```
wilcox.test(x, ...)
```

```
## Default S3 method:

wilcox.test(x, y = NULL,

            alt = c("two.sided", "less", "greater"),

            mu = 0, paired = FALSE, exact = NULL, correct = TRUE,

            conf.int = FALSE, conf.level = 0.95, ...)
```

trong đó:

alt="t" (two-side): kiểm định 2 phía

alt="g" (greater): kiểm định lớn hơn

alt="l" (less): kiểm định nhỏ hơn

Ví dụ: Một nghiên cứu được thực hiện bởi Trung tâm Thủy lợi và được phân tích bởi một Trung tâm Thống kê, nhằm so sánh hai thiết bị xử lý nước thải. Thiết bị A được đặt ở vùng dân cư có thu nhập trung bình thấp. Thiết bị B được đặt ở vùng dân cư có thu nhập trung bình cao. Lượng nước thải được xử lý bởi mỗi thiết bị (tính theo nghìn ga-lông/ ngày) được đo trong 10 ngày như sau:

Thiết bị A: 21 19 20 23 22 28 32 19 13 18

Thiết bị B: 20 39 24 33 30 28 30 22 33 24

Với mức ý nghĩa 5% và giả sử phân phối không là chuẩn, có thể kết luận rằng có sự khác nhau giữa lượng nước thải được xử lý ở vùng có thu nhập thấp và vùng có thu nhập cao không.

#Bài toán kiểm định giả thiết cho 2 mẫu độc lập khi tổng thể không có phân phối chuẩn, cỡ mẫu nhỏ

#H0: $M1 - M2 = 0$; H1: $M1 - M2$ khác 0

```
> x=scan()
1: 21 19 20 23 22 28 32 19 13 18
11:
Read 10 items
> y=scan()
1: 20 39 24 33 30 28 30 22 33 24
11:
Read 10 items
> wilcox.test(x, y, alt="t", mu=0, paired = FALSE, conf.level = 0.95)
```

Wilcoxon rank sum test

W = 17, p-value = 0.0115

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

Do p-value = 0.0115 < 0.05 nên bác bỏ gt H0

Vậy có sự khác nhau giữa lượng nước thải trung bình được xử lý ở vùng có thu nhập thấp và vùng có thu nhập cao.

Bài tập luyện tập

1. Một máy sản xuất các mảnh kim loại có hình trụ. Một mẫu các mảnh được lấy ra với các đường kính là 1.01, 0.97, 1.03, 1.04, 0.99, 0.98, 0.99, 1.01, 1.03cm. Sử dụng mức ý nghĩa 0,01 và giả sử phân phối của thể tích không là chuẩn, kiểm định giả thiết đường kính các mảnh kim loại là 1cm.

2. Năm mẫu quặng sắt, mỗi mẫu được chia thành hai phần, rồi lần lượt được xác định hàm lượng sắt bằng hai cách là dùng tia X và dùng phân tích hóa học, kết quả thu được là

	Số thứ tự mẫu				
Cách phân tích	1	2	3	4	5
Tia X	2,0	2,0	2,3	2,1	2,4
Phân tích hóa học	2,2	1,9	2,5	2,3	2,4

Giả sử các số liệu ở mỗi cách phân tích không theo phân phối chuẩn. Hãy kiểm định rằng hai phương pháp cho kết quả giống nhau, với mức ý nghĩa 0,05

3. Một nghiên cứu của Khoa Giáo dục thể chất, nhằm xác định xem sau 8 tuần luyện tập, lượng cholesterol của mỗi người tham gia luyện tập có thực sự giảm không. Một nhóm 15 người tham gia luyện tập 2 lần một tuần, lượng cholesterol trước và sau luyện tập được ghi lại như sau:

Trước luyện tập: 129 131 154 172 115 126 175 191 122 238 159 156
176 175 126

Sau luyện tập: 151 132 196 195 188 198 187 168 115 165 137 208
133 217 191

Ta có thể kết luận, với mức ý nghĩa 4% rằng, lượng cholesterol thực sự sẽ giảm sau khi thực hiện chương trình luyện tập không? giả sử phân phối không là chuẩn.