Percursos em Grafos

Professor: Mayron Moreira
Monitor: Álvaro Martins Espíndola
Universidade Federal de Lavras
Departamento de Ciência da Computação
GCC218 - Algoritmos em Grafos

6 de setembro de 2019

1. Para o grafo G da Figura 1, marque a célula da Tabela 1 que corresponde ao tipo da sequência de vértices.

Tabela 1: Tipos de caminhamentos em grafos.

Sequência	Tipo					
	percurso	caminho	trilha	ciclo	circuito	n.d.a.
b–c–g–e–f–d–c–e						
b–d–e–g–c–b						
f–e–g–c–d–f						
b–c–e–b–d–c–b						
a–c–g–d–b						

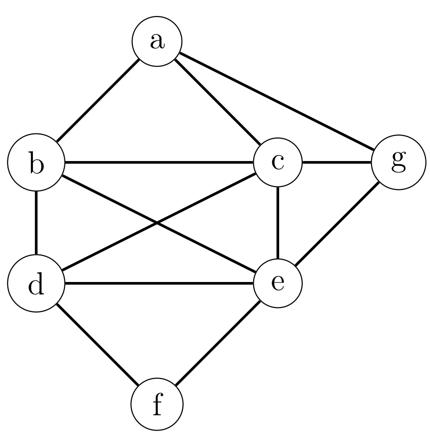

Figura 1: Figura baseada na obra de **?**.

2. Dizemos que o fecho reflexivo de uma relação binária R num conjunto A é a menor relação reflexiva em A que contém R. Dado um grafo $G = (V, E)$, adapte o Algoritmo

de Warshall para encontrar o fecho reflexivo do fecho transitivo de G, da relação de um conjunto com $|V|$ elementos.

3. Aplique o algoritmo de busca em largura no grafo da Figura 2, tendo como origem o vértice 3. Indique qual é o valor das distâncias calculadas.

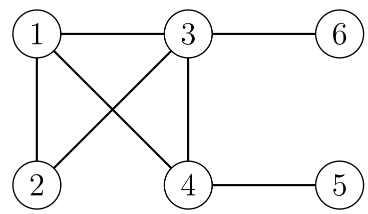

Figura 2: Grafo G.

4. Prove que em uma busca em largura, aplicada a um grafo não-orientado, não existem arestas de retorno ou arestas diretas.

5. Aplique o algoritmo de busca em profundidade no grafo da Figura 3, tendo como origem o vértice a. Indique os instantes de descoberta, finalização e os tipos de arestas.

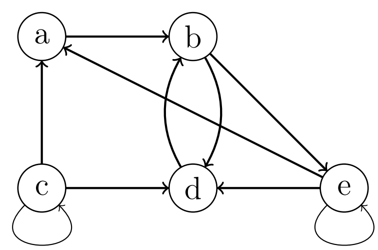

Figura 3: Grafos G.

6. Seja G um grafo com $\delta(G) \geq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$[1]. Mostre que G é conexo.

7. Explique por que o algoritmo para o cálculo de componentes conexas utiliza, em uma etapa, o grafo transposto de G, denotado por G^t.

8. Dê um contra-exemplo da seguinte conjectura: se um grafo direcionado G contém um caminho de u para v, e se $u.d < v.d$ em uma busca em profundidade em G, então v é descendente de u na floresta produzida pela busca em profundidade.

9. Prove que uma aresta é de árvore ou direta se e somente se $u.d < v.d < v.f < u.f$.

10. Qual é a complexidade de uma busca em largura, no pior caso, se representarmos o grafo como uma matriz de adjacência? Justifique sua resposta.

11. O diâmetro de uma árvore $T = (V, E)$ é definido como $\max_{u,v \in V} \delta(u, v)$, em que $\delta(u, v)$ é o menor caminho (em número de arestas) de u a v. Apresente um algoritmo eficiente para o cálculo do diâmetro de uma árvore, e analise sua complexidade no pior caso.

[1] $\delta(G)$: grau mínimo de G.

12. Modifique o pseudocódigo do algoritmo de busca em profundidade para imprimir o tipo de cada aresta em um grafo direcionado G. Apresente, também, as modificações (se necessário) caso o grafo G for não-direcionado.

13. Apresente um algoritmo que defina se um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ contém ou não um ciclo. Seu algoritmo deve ter complexidade de $O(|V|)$, independente do número de arestas.

14. Outro modo de executar ordenação topológica em um grafo acíclico orientado $G = (V, E)$ é encontrar repetidamente um vértice de grau de entrada 0, imprimí-lo e removê-lo do grafo, bem como todas as suas arestas de saída. Apresente o algoritmo que implemente essa ideia, de modo que seja executado em $O(|V| + |E|)$. O que acontecerá se G tiver ciclos?

15. Dado um grafo não-orientado G, com n vértices e m arestas, crie um algoritmo em $O(m + n)$ que determine se o grafo G é conexo.

Referências

Goldbarg, M. and Goldbarg, E. (2012). *Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações*. Elsevier, São Paulo, 1 edition.