

# Fluxo Máximo

Professor: Mayron Moreira

Monitor: Álvaro Martins Espíndola

Universidade Federal de Lavras

Departamento de Ciência da Computação

GCC218 - Algoritmos em Grafos

19 de novembro de 2019

1. Execute o algoritmo de Ford-Fulkerson e de Dinitz para o grafo mostrado na Figura 1.

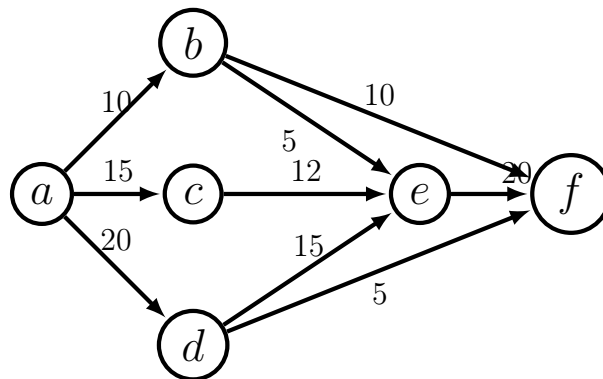


Figura 1

- No fim, apresente o corte mínimo.
2. Defina o conceito de corte mínimo presente em fluxo em redes.
  3. Mostre que para qualquer par de vértices  $u$  e  $v$  e quaisquer funções de capacidade e fluxo  $c$  e  $f$ , temos  $c_f(u, v) + c_f(v, u) = c(u, v) + c(v, u)$ .
  4. Uma pequena oficina possui quatro diferentes tornos mecânicos e deve processar cinco peças com esses tornos. Cada torno deverá realizar somente duas operações de usinagem de modo a otimizar o tempo de conclusão dos trabalhos. Todavia as peças demandam 1, 2 ou 3 operações. A Figura 2 mostra quais tornos podem operar sobre as peças. Abaixo de cada peça é anotada a demanda de operações associada à peça. Como realizar o planejamento da distribuição dos tornos e das tarefas de forma a atender a produção da oficina?

	Peça 1 3 operações	Peça 2 1 operação	Peça 3 1 operação	Peça 4 1 operação	Peça 5 2 operações
Torno 1	X	X		X	X
Torno 2	X	X	X		X
Torno 3	X	X	X	X	
Torno 4	X		X	X	X

Figura 2: Goldberg & Goldberg (2012).

5. Seja  $G$  um grafo com vértice inicial e vértice final e com capacidades nos vértices (mas sem capacidades nos arcos). Como calcular um fluxo máximo dentre os que respeitam as capacidades?
6. Certo ou errado?
  - (a) Se somarmos uma constante à capacidade de cada arco, todo corte mínimo continua mínimo?
  - (b) Se multiplicarmos a capacidade de cada arco por uma constante estritamente positiva, todo corte mínimo continua mínimo?
7. Escreva uma função que calcule a capacidade de um corte num grafo capacitado. A função deve receber um grafo capacitado  $G = (V, E)$  e um conjunto  $S$  de vértices, representado por meio de um vetor  $s[v]$  que é igual a 1 se  $v \in S$ , e deve devolver a capacidade do corte  $(S, V - S)$ .
8. Discuta o seguinte algoritmo que promete calcular um corte mínimo num grafo capacitado com vértice inicial e vértice final. Passo 1: para cada vértice  $v$ , seja  $I(v)$  a soma das capacidades dos arcos que entram em  $v$  e seja  $O(v)$  a soma das capacidades dos arcos que saem de  $v$ . Passo 2: seja  $S$  o conjunto dos vértices  $v$  para os quais  $O(v) \geq I(v)$ . Passo 3: devolva o corte cuja margem superior é  $S$ .