Grafos Hamiltonianos e Grafos Eulerianos

Professor Mayron Moreira
Universidade Federal de Lavras
Departamento de Ciência da Computação
GCC218 - Algoritmos em Grafos

30 de setembro de 2019

1. O grafo da Figura 1 é Semi-Hamiltoniano? É Hamiltoniano? É Semi-Euleriano? É Euleriano? Em todos os casos, se sim, apresente um exemplo de ciclo (ou circuito, se for o caso). Se não, apresente uma justificativa.

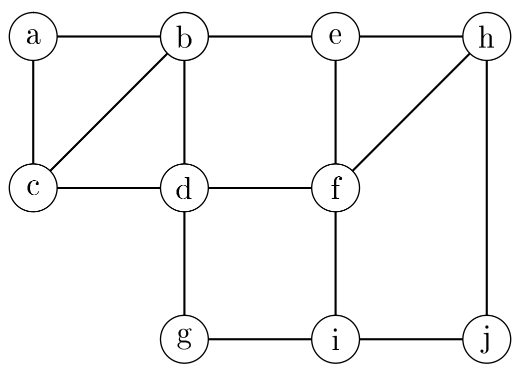

Figura 1: Grafo G – Questão 1.

2. Alguém poderia atravessar todas pontes da Figura 2 exatamente uma vez e retornar para o ponto de origem? Justifique sua resposta.

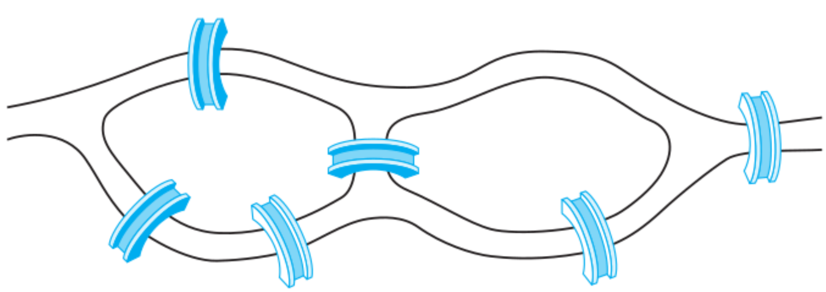

Figura 2: Fonte - Rosen (2009).

3. Mostre que o grafo célula de abelha de Kirkman (Figura 3) não é hamiltoniano. [Dica: utilize o resultado teórico que diz que dado $G = (V, E)$, para qualquer $S \subseteq V$, não vazio, se G é hamiltoniano, então o grafo induzido pelo conjunto de vértices $V \backslash S$ não contém mais do que $|S|$ componentes.]

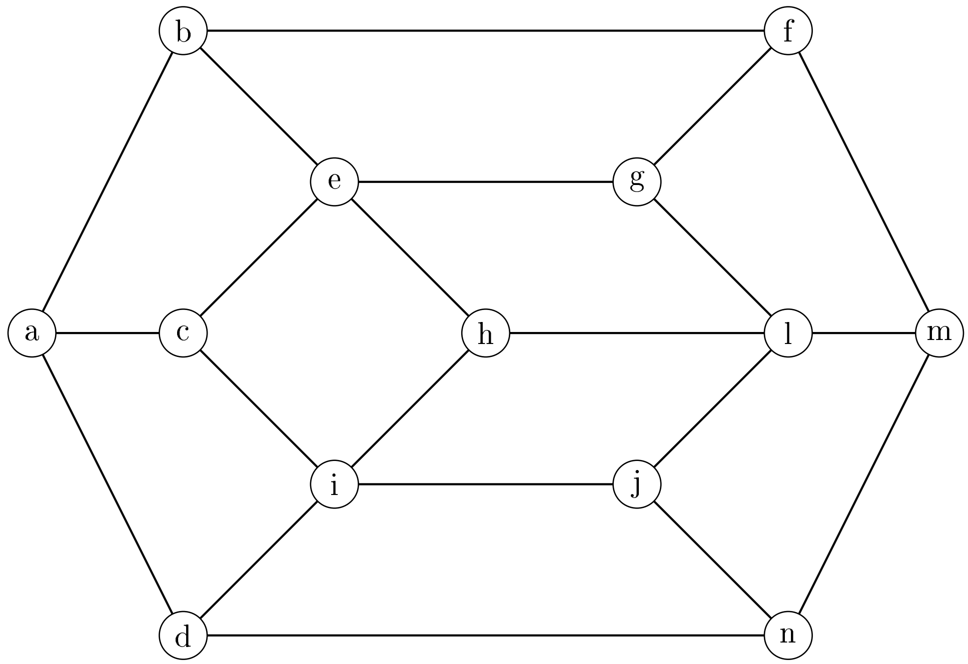

Figura 3: Grafo abelha de Kirkman.

4. Prove que de G não é 2-conexo, então G não é Hamiltoniano.

5. Por que o algoritmo de Fleury precisa calcular, a toda iteração, quais são as pontes do grafo, ao invés de calculá-las apenas no início?

6. Apresente comparações entre as três heurísticas construtivas para o problema do caixeiro viajante, visto em sala de aula. Quais são as vantagens e desvantagens de cada um dos três métodos?

7. Prove que o Algoritmo RSL, aplicado ao TSP métrico, é uma 2-aproximação.

8. Mostre que o Algoritmo de Christophides é uma 1.5-aproximação para o TSP-Métrico.

9. Mostre que um grafo planar G é bipartido se e somente se G^D (grafo dual de G) for Euleriano.

10. Considere um grafo ponderado $G = (V, E)$. Cada par de vértices $(i, j) \in E$ possui um custo c_{ij} e cada vértice $i \in V$ possui um lucro l_i associado. O problema proposto aqui consiste em encontrar um ciclo tal que a soma dos lucros associados a cada vértice visitado seja maximizado, levando em conta que o custo total do percurso não ultrapasse M. Apresente um algoritmo que obtenha uma solução factível para este problema.

Referências

Rosen, K. H. (2009). *Matemática Discreta e suas Aplicações*. McGraw-Hill, São Paulo, 6 edition.