

# $p$ -norm of matrices

phunc20

Ngày 12 tháng 10 năm 2020

## 1 Động cơ

Tại sao người ta lại nghĩ đến định nghĩa norm của một ma trận  $A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$

$$\|A\| := \sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{C} \setminus \{0\}} \frac{\|A\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}$$

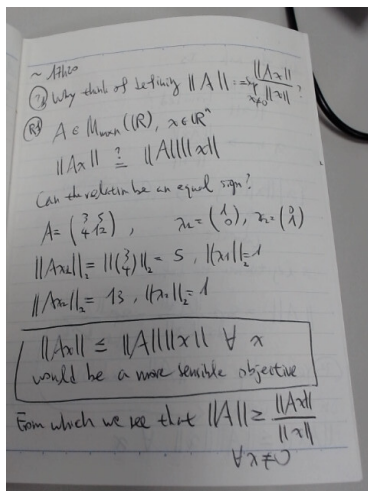
như thế này?

Bây giờ giả bộ như chúng ta không biết về sự tồn tại của định nghĩa này, và chúng ta cùng đi tìm một định nghĩa hợp lý cho norm của một ma trận. Các norm  $\|A\mathbf{x}\|$  và  $\|\mathbf{x}\|$  đã được định nghĩa rõ ràng, lúc này mình sẽ tự hỏi

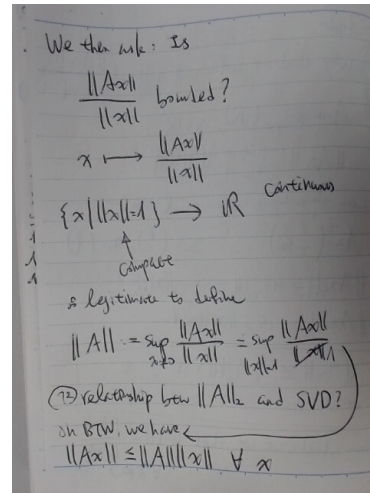
chúng ta có thể định nghĩa ra  $\|A\|$  sao cho  $\|A\mathbf{x}\| \stackrel{?}{=} \|A\| \cdot \|\mathbf{x}\|$  không?

Tiếp theo chúng ta sẽ đi kiểm ví dụ ngược/trốn lại cái đẳng thức ở trên. Nếu kiểm không được mình sẽ đi chứng minh nó. Một counter-example có thể dễ dàng tìm thấy:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$



Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit



mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.