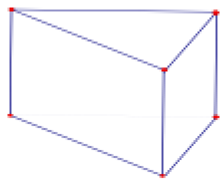
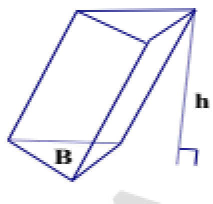
THỂ TÍCH LĂNG TRỤ

Công thức tính:

$V = S.h$ với S diện tích đáy, h là chiều cao lăng trụ.

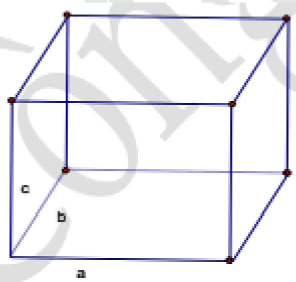




Ta biết rằng khối hộp chữ nhật và khối lập phương cũng là lăng trụ, thể tích của chúng vẫn tính được bằng công thức trên tuy nhiên vì sự đặc biệt của hai khối này nên ta còn có công thức riêng như sau:

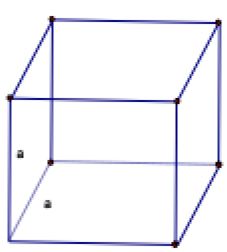
Thể tích khối hộp chữ nhật:

$V = a.b.c$ với a, b, c là ba kích thước.



Thể tích khối lập phương:

$V = a^3$ với a là độ dài cạnh.



Loại 1 . Thể tích lăng trụ đứng

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có thể tích V. Chọn khẳng định sai

A. ABCD là hình chữ nhật

B. AC' = BD'

C. Các khối chóp A'.ABC và C'.BCD có cùng thể tích

D. Nếu V' là thể tích của khối chóp A'.ABCD thì ta có V = 4.V'

Hướng dẫn giải

$V' = \frac{1}{3}.V$ do đó D sai.

Câu 2. Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Hướng dẫn giải.

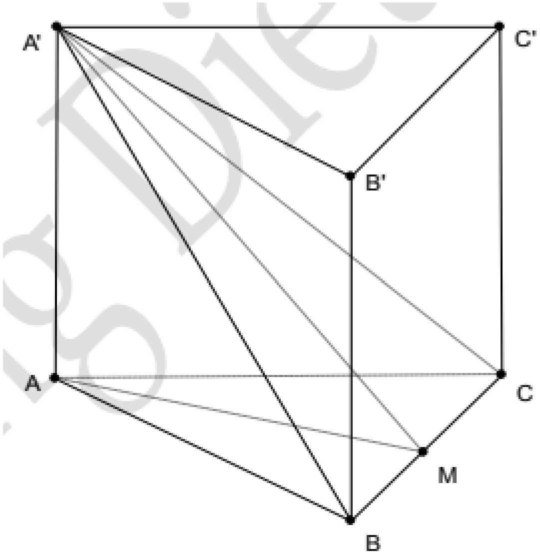
Ta có: $S_{day} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{LT} = h.S_{day} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ với $h = a$ là chiều cao của lăng trụ

Chọn C.

Câu 3. Đáy của lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' là một tam giác đều. Mặt phẳng (A'BC) tạo với đáy một góc bằng 30^0 và diện tích tam giác A'BC bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$ **B.** Đáp số khác **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $16\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải



Kiến thức cần nhớ: Gọi S là diện tích của đa giác H trong mặt phẳng P và S’ là diện tích hình chiếu H’ của H trên mặt phẳng P’ thì $S' = S.cos\varphi,$, trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng P và P’ .

Gọi M là trung điểm BC => $\text{AMA'}=30^0$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'BC}.cos30^0 = 4\sqrt{3} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$$
$$=> AB = 4; AM = 2\sqrt{3}\text{A}$$
$$\text{AA'=AM.tan30}^0 = 2$$

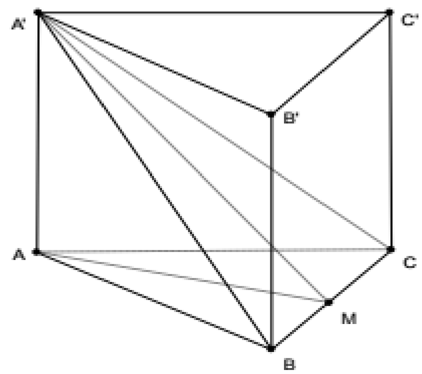
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 2.4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$

Chọn A.

Bài 4. Đáy của lăng trụ đứng tam giác ABC.A’B’C’ là tam giác đều cạnh a và diện tích tam giác A’BC bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** Đáp số khác **D.** $2\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.



Gọi M là trung điểm BC => AMA'=A'BC,ABC

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'BC}.\cos A'MA => cosA'MA = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$=> 3A'MA = 30^0; AA' = \frac{4\sqrt{3}}{2}.\tan 30^0 = 2$$

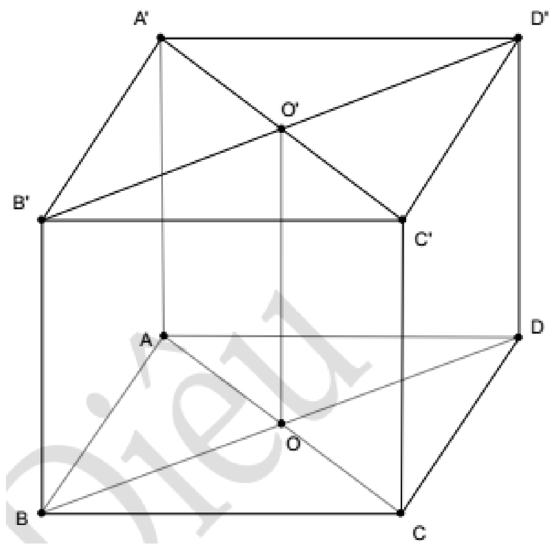
$$=> V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 2.\frac{4^2\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

Chọn A.

Câu 5. Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ có đáy là một hình thoi và hai mặt chéo (ACC’A’), (BDD’B’) đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt này có diện tích lần lượt bằng $100cm^2$ và $105cm^2$ và cắt nhau theo một đoạn thẳng có độ dài 10cm. Khi đó thể tích của hình hộp đã cho là.

A. $225\sqrt{5}cm^3$ **B.** $425cm^3$ **C.** $235\sqrt{5}cm^3$ **D.** $525cm^3$

Hướng dẫn giải.



Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình thoi ABCD và A'B'C'D'.

Suy ra $OO' \perp (ABCD), OO' = 10CM$

Ta có $S_{ACCA'} = OO'.AC = 10AC = 100 \Leftrightarrow AC = 10CM$

$S_{BDD'B'} = OO'.BD = 10BD = 105 \Leftrightarrow BD = 10,5cm$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = 52,5cm^2$

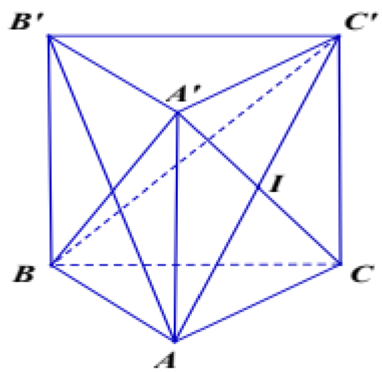
Vậy $V_{ABCD} = OO'.S_{ABCD} = 10.52,5 = 525cm^3$.

Chọn D.

Câu 6. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có thể tích là V. Trong các khối chóp dưới đây, khối chóp có thể tích $\frac{2V}{3}$ là

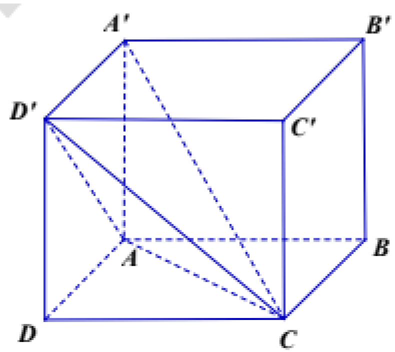
A. *A.A'B'C'* **B.** *C'.ABC.* **C.** *A'BCC'B'* **D.** *I.ABB'A'*

Hướng dẫn giải.



Chọn C.

Câu 7. Cho hình hộp có các cạnh AB = 3a; AD = 2a; AA' = 2a như hình vẽ:



Thể tích của khối A'.ACD' là :

A. a^3 **B.** $2a^3$ **C.** $3a^3$ **D.** $6a^3$

Hướng dẫn giải.

Thể tích $V_{A'.ACD'} = V_{C.AD'A'} = \frac{1}{3}CD.S_{AA'D'} = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a.2a = \frac{4}{3}a^3.$

Chọn A.

Câu 8. Cho ABC.A'B'C' là lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích tứ diện A'B'BC bằng :

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ **C.** $V = \frac{a^3}{3}.$ **D.** $V = \frac{a^3}{2}$

Hướng dẫn giải

Các mặt bên của ABC .A’B’C’ là hình chữ nhật nên

$BB' \perp B'A', BB' \perp BA$

$\Rightarrow$ BB’ là đoạn vuông góc chung của BC và B’A’.

Mặt khác,(BC, B’A’) = (BC, BA) = 60^0.

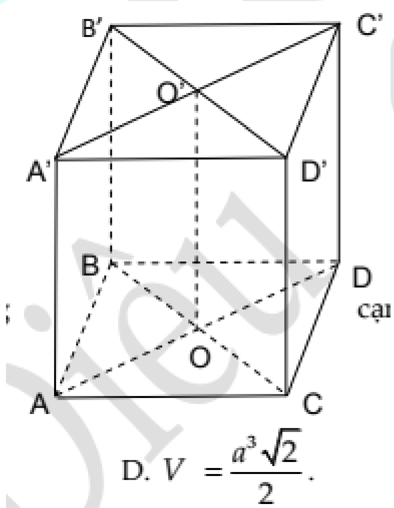
Vậy $V_{A'B'BC} = \dfrac{1}{6}.BC.B'A'.BB'.\sin(BC.B'A') = \dfrac{1}{6}.a^3.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Chọn B.

Câu 9. Cho ABCD.A’B’C’D’ là lăng trụ đứng, đáy ABCD là hình vuông cạnh a .Mặt phẳng (C’ BD) hợp với đáy góc 45^0. Thể tích của lăng trụ bằng :

A. $V = a^3$ **B.** $V = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải.



Ta có: $C'C \perp (ABCD), BD \perp OC => BD \perp OC' => COC' = 45^0$

$\Delta OCC'$ là tam giác cân tại C.

$CC' = OC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$V = a^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Chọn D.

Câu 10. Cho khối lập phương ABCD.A’B’C’D’. Gọi O’ là tâm của A’B’C’D’ và thể tích của khối O’.ABCD bằng $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. Thể tích của khối lập phương bằng :

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $2a^3\sqrt{2}$ **C.** $\frac{3a^3}{2}$ **D.** $\frac{2a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

$V_{O'.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.O'O=\frac{1}{3}S_{ABCD}.\text{AA}'(vi\text{OO}'=\text{AA}')=\frac{1}{3}V_{khoilapphuong}$

Vậy $V_{khoilapphuong}=3.V_{O'.ABCD}$

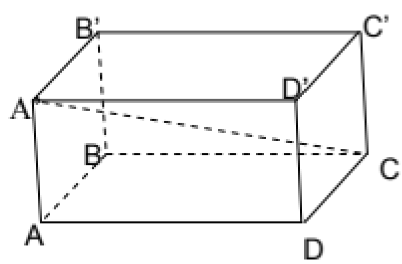
$=3.\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}=2a^3\sqrt{2}$

Chọn B.

Câu 11. Khối hộp chữ nhật ABCD.A’B’C’D’ có $AA'=a\sqrt{2}$ và A’C = 3a .Thể tích của khối hộp bằng :

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{5a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $4a^3\sqrt{3}$ **D.** $2a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.



$V=AA'.S_{ABCD}=V=AA'.S_{ABCD}=AA'.AB.AD$

Vậy $A'C^2=AB^2+AD^2+A'A^2$

$<=> 9a^2 = a^2 + AD^2 + 2a^2$

$\Leftrightarrow AD = A\sqrt{6}$

Vậy $V = a\sqrt{2}.a.a\sqrt{6} = 2a^3\sqrt{3}.$

Chọn D.

Câu 12. Khối lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D', đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^0$, A'B hợp với đáy (ABCD) một góc 60^0 . Thể tích của khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{3a^2}{2}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải.

AB là hình chiếu (vuông góc) của A'B lên đấy (ABCD)

=> Góc hợp bởi A'B và đáy (ABCD) là

$=> AA' = AB\tan A'\widehat{B}A = a\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

ABCD là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^0$

=>Hai tam giác ABD và CBD là hai tam giác đều cạnh bằng a

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2.S_{\Delta ABD} = 2.\frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

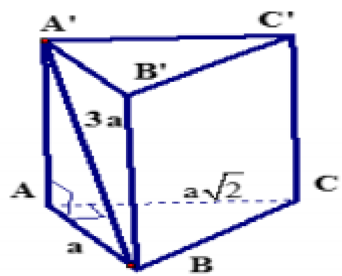
Vậy $V_{khoilangtru} = S_{ABCD}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$

Chọn B.

Câu 13. Đáy của lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' là tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ và biết A'B = 3a. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{2}$ **B.** $\frac{3a^2}{2}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



Ta có ΔABC vuông cân tại A nên AB = AC = a

ABC A'B'C' là lăng trụ đúng => $AA' \perp AB$

$\Delta AA'B \Rightarrow AA'^2 = A'B^2 - AB^2 = 8a^2$
$\Rightarrow AA' = 2a\sqrt{2}$

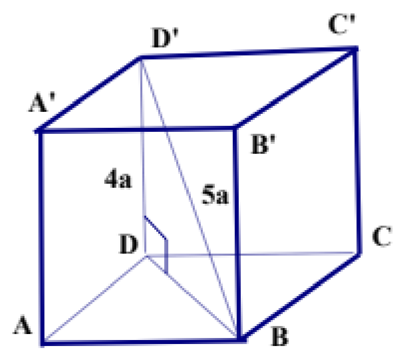
Vậy $V = B.h = S_{ABC}.AA' = a^3\sqrt{2}$.

Chọn A.

Câu 14. Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có cạnh bên bằng 4a và đường chéo 5a. Tính thể tích khối lăng trụ này.

A. $9a^3$ **B.** $\frac{3a^2}{2}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải



ABCD A'B'C'D' là lăng trụ đứng nên $BD^2 = BD'^2 - DD'^2 = 9a^2 \Rightarrow BD = 3a$

ABCD là hình vuông $\Rightarrow AB = \frac{3a}{\sqrt{2}}$

Suy ra $B=S_{ABCD}=\frac{9a^2}{4}$

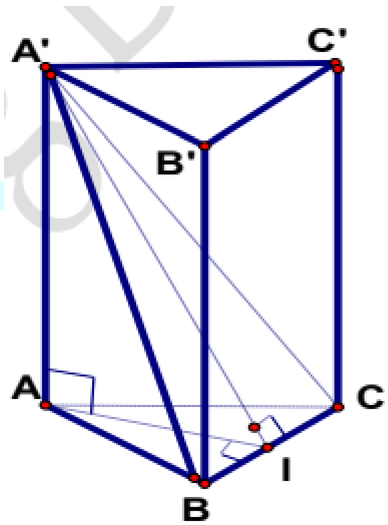
Vậy $V=B.h=S_{ABCD}.AA'=9a^3$.

Chọn A.

Câu 15. Đáy của lăng trụ đứng tam giác ABC.A’B’C’ là tam giác đều cạnh a = 4 và biết diện tích tam giác A’BC bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $\frac{3a^2}{2}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



Gọi I là trung điểm BC. Ta có

ΔABC đều nên

$AI=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ ć $AI\perp BC$

$=> A'I\perp BC(dl3\perp)$

$S_{A'BC}=\frac{1}{2}BC.A'I => A'I=\frac{2S_{A'BC}}{BC}=4$

$AA'\perp(ABC) => AA'\perp AI$

$\Delta A'AI => AA'=\sqrt{A'I^2-AI^2}=2$

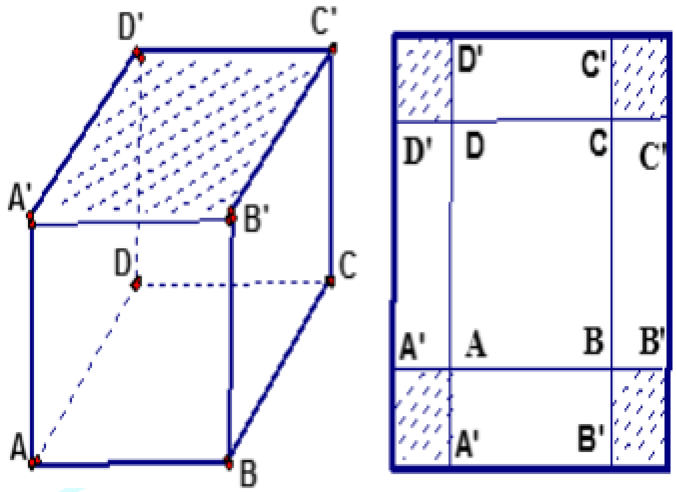
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = 8\sqrt{3}$.

Chọn A.

Câu 16. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm, người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.

A. $4800cm^3$ **B.** $4000cm^3$ **C.** $5000cm^3$ **D.** $4900cm^3$

Hướng dẫn giải.



Theo đề bài, ta có

AA' = BB' = CC' = DD' = 12 cm nên ABCD là hình vuông có

AB = 44 cm - 24 cm = 20 cm và chiều cao hộp h = 12cm

Vậy thể tích hộp là

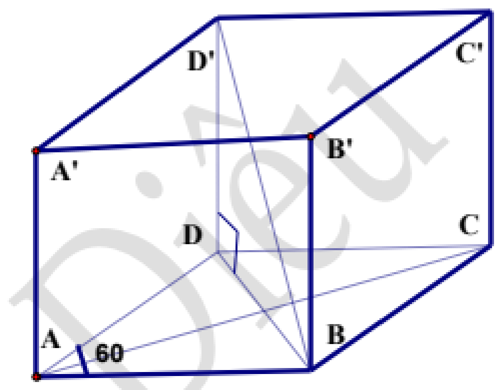
$V = S_{ABCD}.h = 4800cm^3$.

Chọn A.

Câu 17. Cho hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a và có góc nhọn bằng 60^0 .Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của lăng trụ. Tính thể tích hình hộp .

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\dfrac{3a^2}{2}$ **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



Ta có tam giác ABD đều nên : BD = a

và $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Theo đề bài $BD' = AC = 2\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

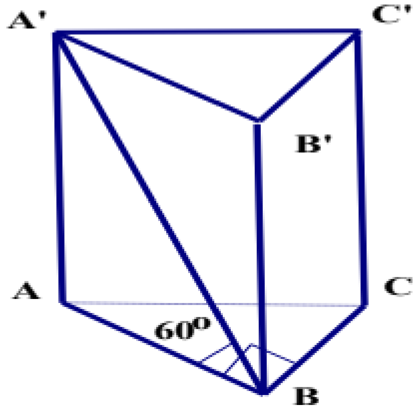
$\Delta DD'B \Rightarrow DD' = \sqrt{BD'^2 - BD^2} = a\sqrt{2}$

Vậy $V = S_{ABCD}.DD' = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 18. Cho lăng trụ đứng tam giác ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với BA = BC = a, biết A'B hợp với đáy ABC một góc 60^0 . Tính thể tích lăng trụ**.**

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{3a^2}{2}$ **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



Ta có $A'A \perp (ABC) \Rightarrow A'A \perp AB$ c AB là hình chiếu của A'B trên đáy ABC.

Vậy góc $\left[A'B,(ABC)\right] = A\widehat{B}A' = 60^0$

$\Delta ABA' \Rightarrow AA' = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}BA.BC = \dfrac{a^2}{2}.$

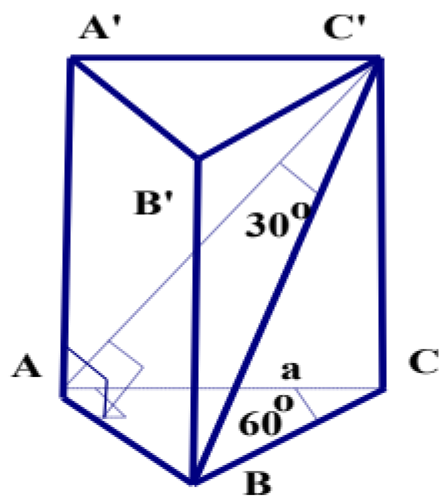
Vậy $V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Chọn A.

Câu 19. Cho lăng trụ đứng tam giác ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại A với AC = a , $A\widehat{C}B = 60^0$ biết BC' hợp với (AA'C'C) một góc 30^0 . Tính AC' và thể tích lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{6}$ **B.** $\dfrac{3a^2}{2}$ **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



$\Delta ABC \Rightarrow AB = AC.tan60^0 = a\sqrt{3}$

Ta có:

$AB \perp AC; AB \perp AA' \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$

Nên AC' là hình chiếu của BC' trên (AA'C'C).

Vậy góc $\left[BC;(AA"C"C)\right] = B\widehat{C}'A = 30^0$

$\Delta AC'B \Rightarrow AC' = \dfrac{AB}{\tan 30^0} = 3a$

Ta có $\begin{array}{l} V = B.h = S_{ABC}.AA' \\ \Delta AA'C' \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = 2a\sqrt{2} \end{array}$

ΔABC là nửa tam giác đều nên $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

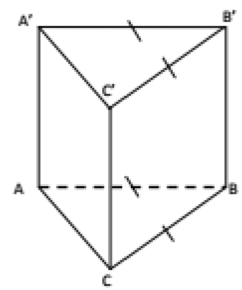
Vậy $V = a^3\sqrt{6}$

Chọn A.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông với AB = AC = a , góc giữa BC' và (ABC) bằng 45^0. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải.



$45^0 = \angle(BC';(ABC)) = \angle C'BC \Rightarrow BC' = BC = a\sqrt{2}$

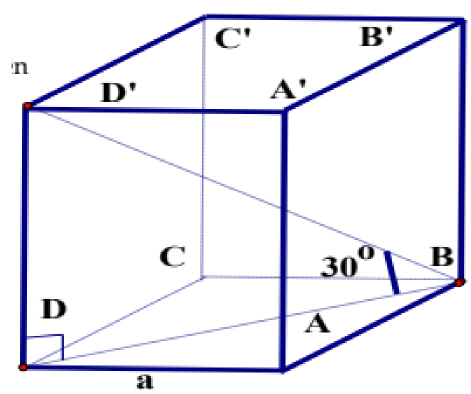
Vậy $V = \frac{1}{2}a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3}{\sqrt{2}}$

Chọn B.

Câu 21. Cho lăng trụ đứng ABCD A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' của lăng trụ hợp với đáy ABCD một góc 30^0 . Tính thể tích và tổng diên tích của các mặt bên của lăng trụ .

A. $\frac{4a^2\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải.



Ta có ABCD A'B'C'D' là lăng trụ đứng nên ta có:

$DD' \perp (ABCD) \Rightarrow DD' \perp BD$ và BD là hình chiếu của BD' trên ABCD .

Vậy góc $\left[BD';(ABCD)\right] = D\widehat{B}D' = 30^0$

$\Delta BDD' \Rightarrow DD' = BD.\tan 30^0 = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

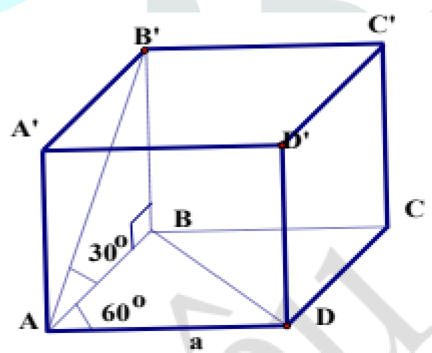
Vậy $V = S_{ABCD}.DD' = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3} S = 4S_{ADD'A'} = \dfrac{4a^2\sqrt{6}}{3}$

Chọn A.

Câu 22. Cho hình hộp đứng ABCD A'B'C'D' có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và $B\widehat{A}D = 60^0$ biết AB' hợp với đáy (ABCD) một góc 30^0. Tính thể tích của hình hộp.

A. $\dfrac{3a^3}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải.



ΔABD đều cạnh a $\Rightarrow S_{ABD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$\Delta ABB'$ vuông tại B $\Rightarrow BB' = AB.\tan 30^0 = a\sqrt{3}$

Vậy $V = B.h = S_{ABCD}.BB' = \dfrac{3a^3}{2}$.

Chọn A.

Câu 23. Lăng trụ tam giác đều ABC.A’B’C’ có góc giữa hai mặt phẳng (A’ BC)Và (ABC) bằng 60^0 cạnh AB = a . Thể tích khối đa diện ABCC’B' bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$ **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\frac{3}{4}a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải.

Gọi M là trung điểm của BC. Vì đều cạnh a $=> \begin{cases} AM \perp BC \\ AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Theo bài ra nhận thấy A’B =A’C => $\Delta A'BC$ cân tại A’,

Khi đó $A'M \perp BC$ (vì M là trung điểm của BC).

Ta có: $\begin{cases} A'M \perp BC, AM \perp BC \\ AM \subset (ABC), A'M \subset (A'BC) \\ BC = (A'BC) \cap (ABC) \end{cases}$

$=> \left[(A'B\widehat{C}), (ABC)\right] = \left[A'\widehat{M}, AM\right] = A'\widehat{M}A = 60^0$

Xét $\Delta A'AM$ vuông tại A ta có : $AA' = AM.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

Diện tích ΔABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AM.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Ta có : $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.BCC'B'} + V_{A.A'B'C'}$

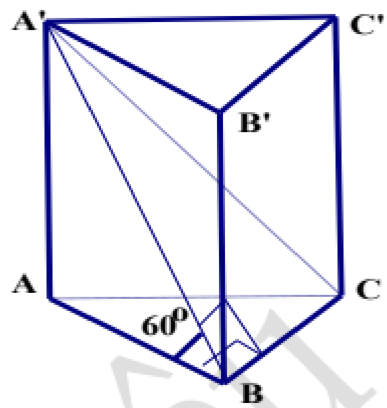
$\Leftrightarrow V_{A.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}AA'.S_{ABC} = \frac{2}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Chọn A.

Câu 24. Cho lăng trụ đứng tam giác ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với BA = BC = a ,biết (A'BC) hợp với đáy (ABC) một góc 60^0. Tính thể tích lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\frac{3}{4}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải.



Ta có $A'A \perp (ABC)$ c̉ $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp A'B$

Vậy góc $\left[(A'BC),(ABC)\right] = A\widehat{B}A' = 60^0$

$\Delta ABA' \Rightarrow AA' = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2}{2}$

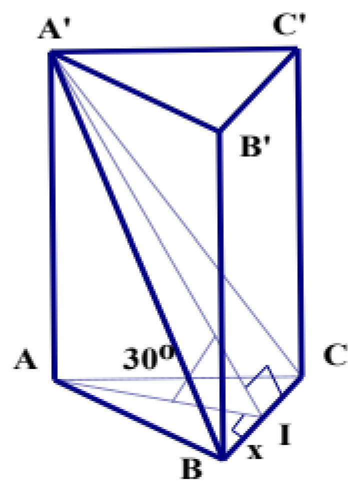
Vậy $V = S_{ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Chọn A.

Câu 25. Đáy của lăng trụ đứng tam giác ABC.A’B’C’ là tam giác đều . Mặt (A’BC) tạo với đáy một góc 30^0 và diện tích tam giác A’BC bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.



ΔABC đều mà nên => $AI \perp BC$ mà $AA' \perp (ABC)$ nên $A'I \perp BC$ (đl 3 $\perp$)

Vậy góc $\left[(A'BC);(ABC)\right] = A'\widehat{I}A = 30^0$

Giả sử $BI = x \Rightarrow AI = \dfrac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$ .Ta có

$\Delta A'AI : A'I = AI : cos30^0 = \dfrac{2AI}{\sqrt{3}} = \dfrac{2x\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2x$

$A'A = AI.\tan 30^0 = x\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = x$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = CI.AI.A'A = x^3\sqrt{3}$

Mà $S_{A'BC} = BI.A'I = x.2x = 8 \Rightarrow x = 2$

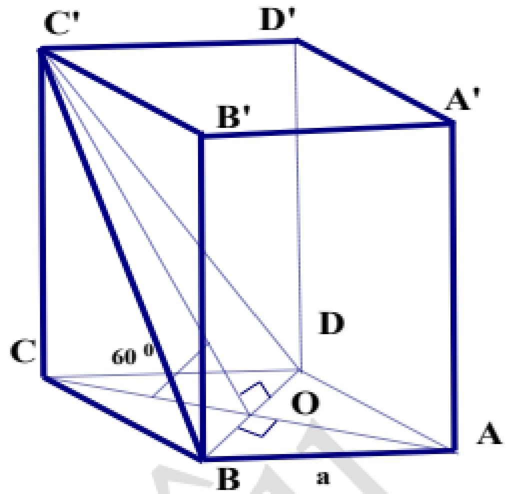
Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = 8\sqrt{3}.$

Chọn A.

Câu 26. Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD A'B'C'D' có cạnh đáy a và mặt phẳng (BDC') hợp với đáy (ABCD) một góc 60^0. Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\dfrac{3}{4}a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải.



Gọi O là tâm của ABCD . Ta có

ABCD là hình vuông nên $OC \perp BD$

$CC' \perp (ABCD)$ nên $OC' \perp BD (dl3\perp)$. Vậy góc $\left[(BDC');(ABCD)\right] = C\hat{O}C' = 60^0$

Ta có $V = B.h = S_{ABCD}.CC'$

ABCD là hình vuông nên $S_{ABCD} = a^2$

$\Delta OCC'$ vuông nên $CC' = OC.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

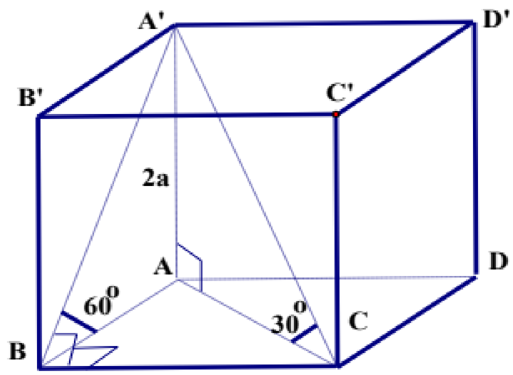
Vậy $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Chọn A.

Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật ABCD A'B'C'D' có AA' = 2a ; mặt phẳng (A'BC) hợp với đáy (ABCD) một góc 60^0 và A'C hợp với đáy (ABCD) một góc 30^0.Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

A. $\dfrac{16a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\dfrac{3}{4}a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải.



Ta có $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của A'C trên (ABCD).

Vậy góc $\left[A'C,(ABCD)\right] = A'\widehat{C}A = 30^0$

$BC \perp AB \Rightarrow BC \perp A'B$ (đl3 $\perp$).

Vậy $\left[(A'BC),(ABCD)\right] = A'\widehat{B}A = 60^0$

$\Delta A'AC \Rightarrow AC = AA'.\cot 30^0 = 2a\sqrt{3}$

$\Delta A'AB \Rightarrow AB = AA'.\cot 60^0 = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

$\Delta ABC \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \dfrac{4a\sqrt{6}}{3}$

Vậy $V = AB.BC.AA' = \dfrac{16a^3\sqrt{2}}{3}$

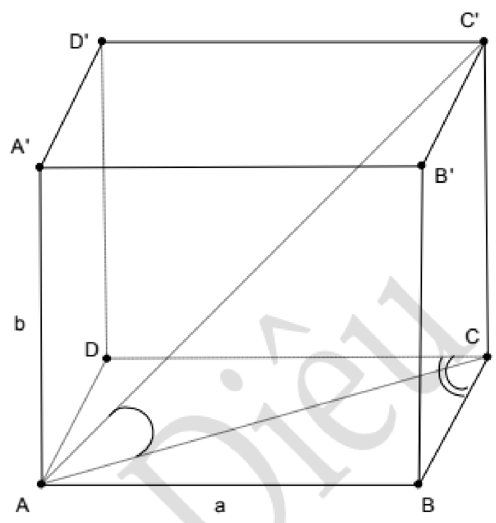
Chọn A.

Câu 28. Cho khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = a, AD = b, B\widehat{A}D = \alpha$; đường chéo AC' hợp với đáy góc β. Tính thể tích của khối hộp đã cho là.

A. $V = 4ab\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}.\cos\alpha\cos\beta$ **B.** $V = 2ab\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}.\cos\alpha\cos\beta$

C. $V = 3ab\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}.\sin\alpha\tan\beta$ **D.** $V = ab\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}.\sin\alpha\tan\beta$

Hướng dẫn giải.



$V = ab\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab.cos\alpha}.\sin\alpha\tan\beta$

Ta có $CC' \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{CAC'} = \beta$

Xét ΔABC

Ta có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos\widehat{ABC}$
$= a^2 + b^2 - 2ab.cos(180^0 - \alpha)$
$= a^2 + b^2 + 2abcos\alpha$
$=> AC = \sqrt{a^2 + b^2 + 2abcos\alpha}$

Do đó ta có: $CC' = AC.\tan\beta = \sqrt{a^2 + b^2 + 2abcos\alpha}.\tan\beta$

Thể tích của hình hộp:

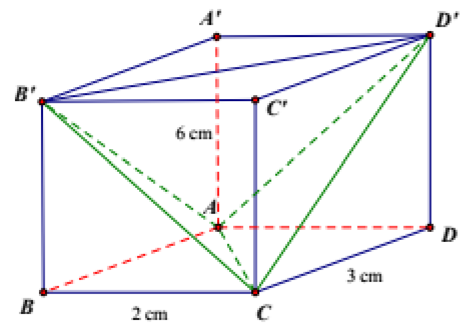
$V = S_{ABCD}.CC' = ab.\sin\alpha.\sqrt{a^2 + b^2 + 2a\sin\alpha}.\tan\beta$
$=> V = ab\sqrt{a^2 + b^2 + 2abcos\alpha}.\sin\alpha\tan\beta$

Chọn D.

Câu 29. Một hình hộp chữ nhật ABCD.A’B’C’D’ có ba kích thước là 2cm, 3cm, và 6cm. Thể tích của khối tứ diện ACB’D’ . bằng:

A. $8cm^3$ **B.** $12cm^3$ **C.** $6cm^3$ **D.** $4cm^3$

Hướng dẫn giải.



Ta có:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{B.AB'C} + V_{D.ACD'} + V_{C.B'B'D'} + V_{A.CB'D'}$$

$$=> V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4V_{B.AB'C} + V_{A.CB'D'}$$

$$=> V_{A.CB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V_{B.AB'C}$$

$$=> V_{A.CB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$=> V_{A.CB'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}.2.3.6 = 12cm^3$$

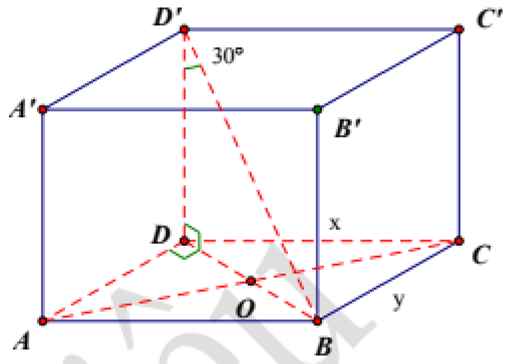
Chọn B.

Câu 30. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có BCD = 60^0, đường chéo BD' hợp với mặt phẳng (ADD'A') góc 30^0. Tính thể tích V của khối hộp ABCD.A'B'C'D.

A. $\sqrt{39}a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{39}}{3}a^3$ **C.** $2\sqrt{3}a^3$ **D.** $3\sqrt{3}a^3$

THPT Lý Tự Trọng Nha Trang 2017

Hướng dẫn giải.



Đặt x = CD; y = BC (x> y)

Áp dụng định lý hàm cos và phân giác trong tam giác BCD

$3a^2 = x^2 + y^2 - xy$ và $x^2 + y^2 = 5a^2$

$=> x = 2a; y = a$

Với $x = 2a; y = a$ và C = 60 →

$BC \perp AD \to BD';(ADD'A') = 30 \to DD' = 3a$

$S_{ABCD} = xy.\sin 60 = a^2\sqrt{3}$

Vậy V hình hộp $= a^3 3\sqrt{3}$

Chọn D.

Câu 31. Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $V = \sqrt{\dfrac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{8}}$

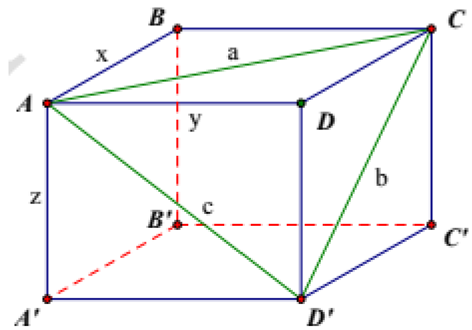
B. $V = \dfrac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{8}$

C. $V = abc$

D. $V = a+b+c$

THTT-477 năm 2016-201

Hướng dẫn giải.



Giả sử hình hộp chữ nhật có ba kích thước: x, y, z.

Theo yêu cầu bài toán ta có: $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ y^2+z^2=c^2 \\ x^2+z^2=b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=a^2-x^2 \\ y^2+z^2=c^2 \\ z^2=b^2-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=a^2-x^2 \\ a^2-x^2+b^2-x^2=c^2 \\ z^2=b^2-x^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2=\dfrac{a^2-b^2+c^2}{2} \\ \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2} \\ z^2=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow V=\sqrt{\frac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{8}}$$

Chọn A.

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có tổng diện tích của các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu ?

A. 8 **B.** $8\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $24\sqrt{2}$

Chuyên Phan Bội Châu 2017

Hướng dẫn giải

Gọi chiều dài 3 cạnh của hình hộp chữ nhật lần lượt là : a, b, c > 0

$$AC'^2=a^2+b^2+c^2=36; S=2ab+2bc+2ca=36 \Rightarrow (a+b+c)^2=72 \Rightarrow a+b+c=6\sqrt{2}$$

Có: $\dfrac{a+b+c}{3} \le \sqrt[3]{abc} \Rightarrow abc \le \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3=\left(\dfrac{6\sqrt{2}}{3}\right)^3=16\sqrt{2}.Vay V_{max}=16\sqrt{2}.$

Chọn C.

Câu 33. Tìm V_{max} là giá trị lớn nhất của thể tích các khối hộp chữ nhật có đường chéo bằng $3\sqrt{2}$ cm và diện tích toàn phần bằng 18cm^2 .

A. $V_{max} = 6cm^3$ **B.** $V_{max} = 5cm^3$ **C.** $V_{max} = 4cm^3$ **D.** $V_{max} = 3cm^3$

THPT Lý Tự Trọng TP HCM 2017

Hướng dẫn giải.

Đặt a, b, c là kích thước của hình hộp thì ta có hệ $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 18 \\ ab + bc + ac = 9 \end{cases}$

Suy ra a+b+c=6. Cần tìm GTLN của V=abc.

Ta có : b + c = 6 –a => bc = 9 – a(b+c) = 9 – a (6-a).

Do $(b+c)^2 \geq 4ab \Rightarrow (6-a)^2 \geq 4\left[9-(6-a)\right] \Leftrightarrow 0 < a \leq 4.$

Tương tự $0 < b, c \leq 4$

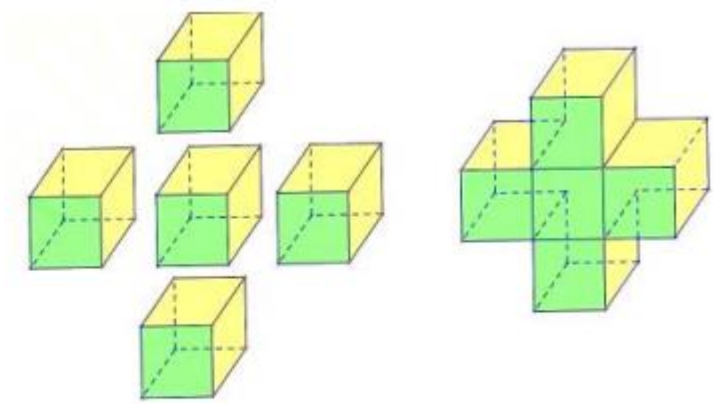
Ta lại có V = a [9-a(6-a)]. Khảo sát hàm số này tìm được GTLN của V là 4.

Chọn C.

Câu 34. Ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình vẽ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập.

A. $S_{tp} = 20a^2$ **B.** $S_{tp} = 30a^2$ **C.** $S_{tp} = 12a^2$ **D.** $S_{tp} = 22a^2$

Hướng dẫn giải.



Diện tích mỗi mặt khối lập phương: $S_1 = a^2$

Diện tích toàn phần các khối lập phương : $S_2 = 6a^2$

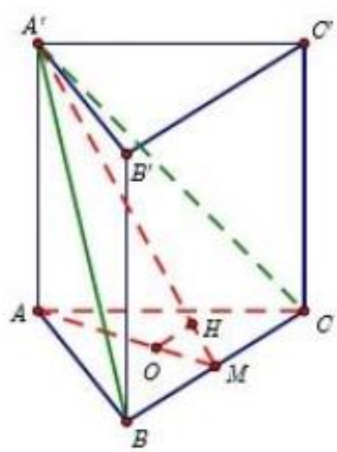
Diện tích toàn phần khối chữ thập: $S = 5S_2 - 8S_1 = 22a^2$

Chọn D.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A’B’C’, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng (A’BC) bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích của khối lăng trụ ABC.A’B’C’.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$

Hướng dẫn giải.



Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\left(A'AM\right)\perp\left(A'BC\right)$ theo giao tuyến A'M.

Trong (A'AM) kẻ $OH\perp A'M\,(H\in A'M)$

$=> OH\perp(A'BC)$

Suy ra $d(O\left(A'BC\right))=OH=\dfrac{a}{6}$

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Xét hai tam giác vuông A'AM và OHM có góc chung nên chúng đồng dạng.

Suy ra $\dfrac{OH}{A'A}=\dfrac{OM}{A'M} => \dfrac{\frac{a}{6}}{A'A}=\dfrac{\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{A'A^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} => A'A=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$

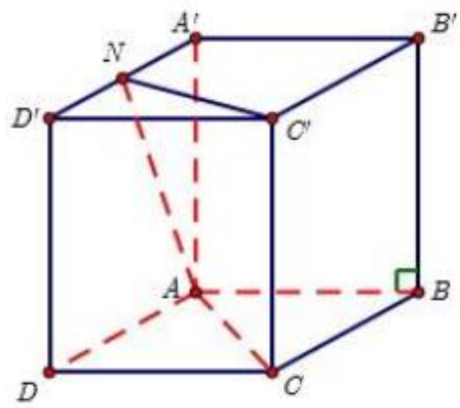
$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Chọn D.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D có đáy là hình thoi cạnh bằng 1 , $B\widehat{A}D=120^0$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ADD'A') bằng 30^0 . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V=\sqrt{6}$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **D.** $V=\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.



Hình thoi ABCD có $B\widehat{A}D = 120^0$, suy ra $A\widehat{D}C = 60^0$

Do đó tam giác ABC và ADC là các tam giác đều.

Vì N là trung điểm A’D’ nên $C'N \perp A'D', C'N = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $30^0 = \left(AC', \left(ADD'A'\right)\right) = \left(AC', AN\right) = C'\widehat{A}N$

Tam giác C’AN có, $AN = \dfrac{C'N}{\tan C'AN} = \dfrac{3}{2}$

Tam giác AA’N có, $AA' = \sqrt{AN^2 - A'N^2} = \sqrt{2}$

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = AB^2 \sin BAD = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD}.A'B'C'D' = S_{ABCD}.AA' = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn C.

Câu 37. Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD’. Tính thể tích của K.CBAD bằng bao nhiêu lần thể tích khối lập phương.

A. $\dfrac{1}{6}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{9}$ **D.** $\dfrac{1}{12}$

Hướng dẫn giải.

Ta có : $V_{K.CBAD} = \frac{1}{3}.KD.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.a^2 = \frac{a^3}{6}$, trong khi đó thể tích lập phương $V = a^3$. Suy ra đáp án A là đúng.

Chọn A.

Loại 2. Thể tích lăng trụ xiên

Câu 1. Cho khối lăng trụ ABCD.A’B’C’D’ có thể tích là $36cm^3$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (ABCD). Thể tích khối chóp M.A’B’C’D’ bằng:

A. $18cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $24cm^3$. **D.** $16cm^3$.

Hướng dẫn giải.

Gọi h là chiều cao của lăng trụ ABCD.A’B’C’D’; khi đó h cũng là chiều cao của khối chóp M.A’B’C’D’.

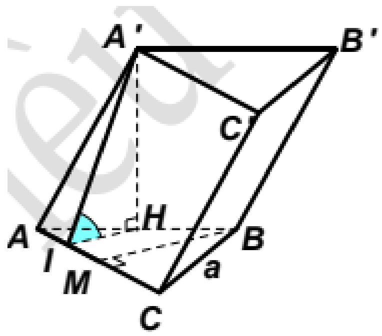
Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = h.S_{ABCD}; V_{M.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}.36 = 12cm^3$.

Chọn B.

Câu 2. Cho hình lăng trụ ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A’ xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB. Mặt bên (AA’C’C) tạo với đáy một góc bằng 45^0. Thể tích của khối lăng trụ ABC.A’B’C’ bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$ **B.** $\frac{3a^3}{4}$ **C.** $\frac{3a^3}{8}$ **D.** $\frac{3a^3}{2}$

Hướng dẫn giải.



Gọi H,M,I lần lượt là trung điểm các đoạn AB,AC,AM

Theo giả thiết $A'H \perp (ABC), BM \perp AC$

Do IH là đường trung bình tam giác ABM nên $IH \parallel BM \Rightarrow IH \perp AC$

Ta có, $AC \perp IH, AC' \perp A'H \Rightarrow AC \perp IA'$

Suy ra góc giữa (ABC) và (ACC'A') là $A'\widehat{I}H = 45^0$

$$A'H = IH.\tan 45^0 = IH = \frac{1}{2}MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

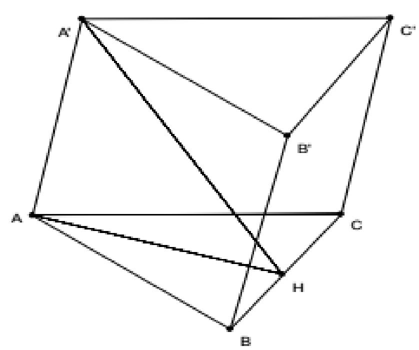
Thể tích lăng trụ là : $V = B.h = \frac{1}{2}BM.AC.A'H = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$

Chọn C.

Câu 3. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là một tam giác đều cạnh a. Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Hướng dẫn giải.



Gọi H là trung điểm $BC = A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'AH = 30^0$

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; A'H = AH.\tan 30^0 = \frac{a}{2}; S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

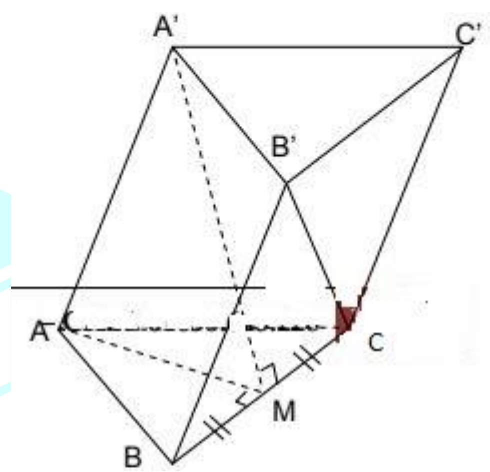
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Chọn D.

Câu 4. Khối lăng trụ tam giác ABC.A’B’C’ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a,cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của A’ lên (ABC) trùng với trung điểm của BC. Thể tích của khối lăng trụ bằng :

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{3a^2}{2}$ **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3a^2}{4}$

Hướng dẫn giải.



Tam giác A’AM vuông tại M nên:

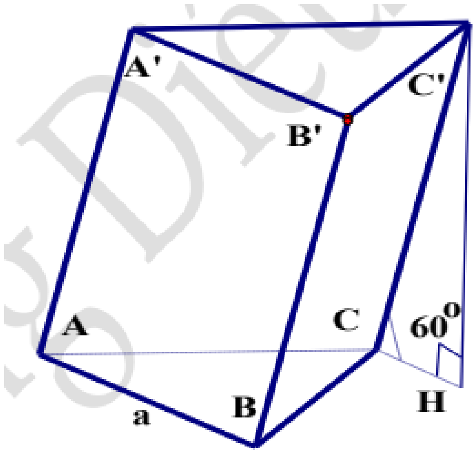
$$A'M = \sqrt{A'A^2 - AM^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{khoilangtru} = S_{\Delta ABC}.A'M = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

Chọn A.

Câu 5. Cho lăng trụ xiên tam giác ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , biết cạnh bên là $a\sqrt{3}$ và hợp với đáy ABC một góc 60^0. Tính thể tích lăng trụ.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\dfrac{3}{4}a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải.



Ta có $C'H \perp (ABC) => CH$ là hình chiếu của CC' trên (ABC)

Vậy góc $\left[CC',(ABC)\right] = C'\hat{C}H = 60^0$

$\Delta CHC' => C'H = CC'.\sin 60^0 = \dfrac{3a}{2}$

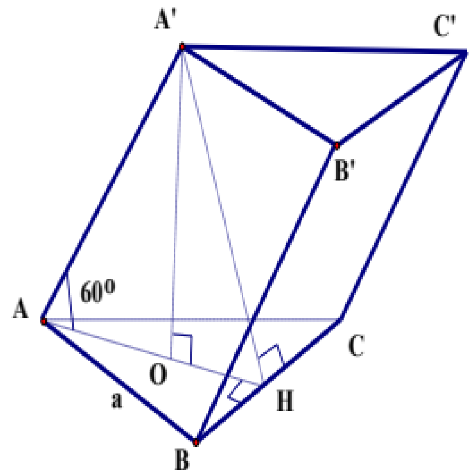
$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .Vậy $V = S_{ABC}.C'H = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Chọn A.

Câu 6. Cho lăng trụ xiên tam giác ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết AA' hợp với đáy ABC một góc 60 . Tính thể tích lăng trụ .

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $\dfrac{3}{4}a^3$ **D.** $\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải.



Ta có $A'O \perp (ABC) \Rightarrow OA$ là hình chiếu của AA' trên (ABC)

Vậy góc $\left[AA',(ABC)\right] = O\widehat{A}A' = 60^0$

ΔABC đều $AO = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Delta AOA' \Rightarrow A'O = AO\tan 60^0 = a$

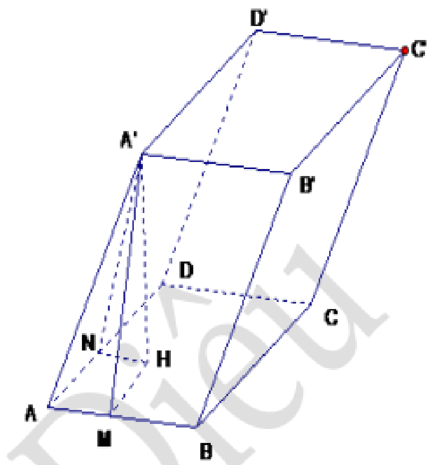
Vậy $V = S_{ABC}.A'O = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Chọn A.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên (ABB'A') và (ADD'A') lần lượt tạo với đáy những góc 45^0 và 60^0. .Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

A. 3 **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\dfrac{3}{4}$ **D.** $\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải.



Kẻ $A'H \perp (ABCD), HM \perp AB, HN \perp AD \Rightarrow A'M \perp AB, A'N \perp AD (dl3\perp)$

$\Rightarrow \widehat{A'MH} = 45^0, \widehat{A'NH} = 60^0$

Đặt A’H = x . Khi đó

$A'N = x : \sin 60^0 = \dfrac{2x}{\sqrt{3}}$

$AN = \sqrt{AA'-A'N^2} = \sqrt{\dfrac{3-4x^2}{3}} = HM$

Mà $HM = x.\cot 45^0 = x$

Nghĩa là $x = \sqrt{\dfrac{3-4x^2}{3}} \Rightarrow x = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$

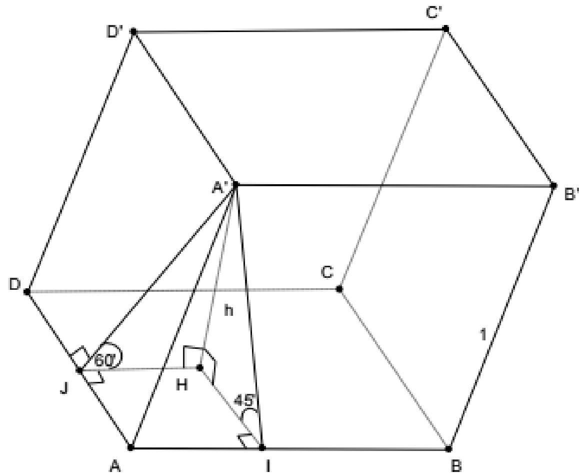
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.x = \sqrt{3}.\sqrt{7}.\sqrt{\dfrac{3}{7}} = 3$

Chọn A.

Câu 8. Cho khối hộp ABCD.A’B’C’D có cạnh bên bằng 1; đáy ABCD là một hình chữ nhật có các cạnh $BA = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$, các mặt bên (ABB’A')và (ADD’A’) hợp với mặt đáy các góc theo thứ tự 45^0 và 60^0.Thể tích của khối hộp là:

A. 4(dvtt) **B.** 3(dvtt) **C.** 2(dvtt) **D.** 6(dvtt)

Hướng dẫn giải.



Dựng $A'H \perp (ABCD)$ và

$A'I \perp AB, A'J \perp AD$
$=> HI \perp AB, HJ \perp AD$

Ta có $A'\widehat{I}H = 45^0$

$A'\widehat{J}H = 60^0$

Đặt A’H = h

Tam giác HA’J vuông có $A'\widehat{J}H = 60^0$ nên là nửa tam giác đều có cạnh A’J, đường cao A’H, HJ là nửa cạnh.

$$=> A'J = \frac{h}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2h\sqrt{3}}{2}$$

$$=> A'J^2 = AA'^2 - A'J^2 = 1 - \frac{12h^2}{9} = \frac{9-12h^2}{9}$$

$$=> \text{AJ} = \frac{\sqrt{9-12h^2}}{3} \text{ với } 0 < h < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác HA’I vuông cân tại H

$=> IH = A'H = h$

AIHJ là hình chữ nhật.

$$AJ = IH \Leftrightarrow \frac{\sqrt{9-12h^2}}{3} = h \Leftrightarrow 9-12h^2 \Leftrightarrow 9h^2 \Leftrightarrow h = \frac{3}{\sqrt{21}}$$

Thể tích của khối hộp ABCD.A’B’C’D’:

$$V = S_{ABCD}.A'H = \sqrt{3}.\sqrt{7}.\frac{3}{\sqrt{21}} = 3(dvtt).$$

Chọn B.

Câu 9. Cho khối hộp ABCD.A’B’C’D có tất cả các cạnh bên bằng a và các góc A’AB ,BAD, A’AD đều bằng $\alpha(0^0 < \alpha < 90^0)$ .Tính thể tích V của khối hộp.

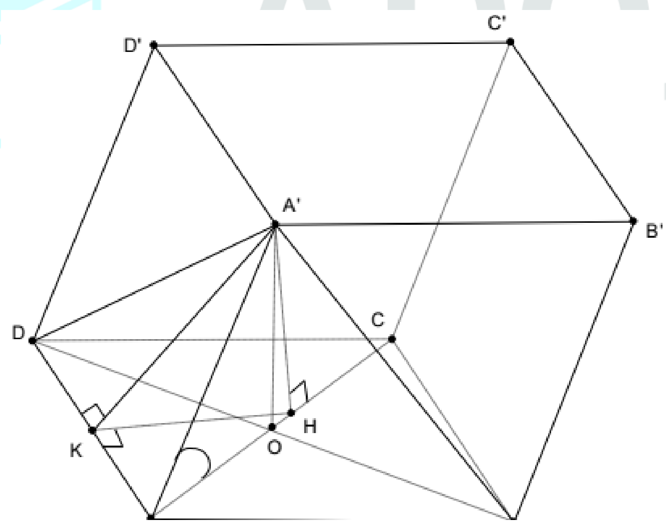
A. $V = a^3 \sin 2\alpha\sqrt{cos^2\frac{\alpha}{2} - cos^2\alpha}$

B. $V = 2a^3 \sin\alpha\sqrt{cos^2\frac{\alpha}{2} - cos^2\alpha}$

C. $V = 2a^3 \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{cos^2\frac{\alpha}{2} - cos^2\alpha}$

D. Đáp số khác

Hướng dẫn giải.



Dựng $A'H \perp AC$ và $A'K \perp AD \Rightarrow \Delta A'BD$ cân tại A’

$\Rightarrow A'O \perp BD$

Ta có $\begin{cases} A'O \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases}$

$\Rightarrow BD \perp (A'AC)$

$\Rightarrow BD \perp AH$

$\Rightarrow AH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow HK \perp AD$

Đặt $A'\widehat{A}O = \beta$

$\Delta HAA'$ vuông tại H

$=> cos\beta = \dfrac{AH}{AA'}$

ABCD là hình thoi

=>AC là phân giác góc $B\widehat{A}D = \alpha$ (Hình 132)

ΔKAH vuông tại K

$=> cos\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{AK}{AH}$

$=> cos\beta.cos\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{AH}{AA'}.\dfrac{AK}{AH} = \dfrac{AK}{AA'}.cos\alpha$

$=> cos\beta = \dfrac{cos\alpha}{cos\dfrac{\alpha}{2}} => A'H = AA'.\sin\beta = asin\beta$

$=> A'H = a\sqrt{1 - \dfrac{cos^2 a}{cos^2\dfrac{\alpha}{2}}} = \dfrac{a}{cos\dfrac{\alpha}{2}}\sqrt{cos^2\dfrac{\alpha}{2} - cos^2\alpha}$

Do đó ta có:

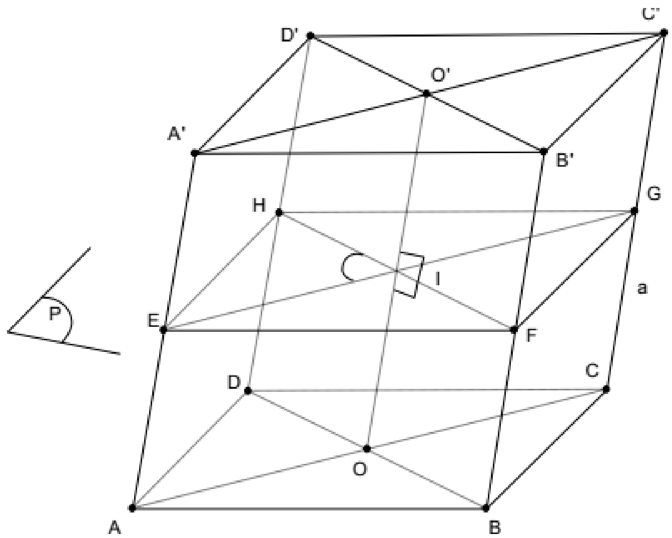
$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'H = a^2.\sin\alpha.\frac{a}{cos\dfrac{\alpha}{2}}\sqrt{cos^2\frac{\alpha}{2} - cos^2\alpha} = 2a^3.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{cos^2\frac{\alpha}{2} - cos^2\alpha}.$$

Chọn C.

Câu 10. Cho khối hộp ABCD.A’B’C’D’ có độ dài cạnh bên bằng a; diện tích của hai mặt chéo là S_1 và S_2 ; góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mặt chéo là α . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \dfrac{S_1S_2 cos\alpha}{a}$ **B.** $V = \dfrac{S_1S_2 cos\alpha}{3a}$ **C.** $V = \dfrac{S_1S_2 \sin\alpha}{4a}$ **D.** $V = \dfrac{S_1S_2 \sin\alpha}{2a}$

Hướng dẫn giải.



Gọi O và O' theo thứ tự là tâm của hai mặt đáy ABCD và A'B'C'D'.

Hai mặt chéo (ACC'A') và (BDD'B') có giao tuyến là OO', có diện tích theo thứ tự là S_1 và S_2

Dựng mặt phẳng (P) vuông góc với OO' tại I, cắt các cạnh bên AA', BB', CC' và DD' theo thứ tự tại E, F, G và H ($(P) \perp$ các cạnh bên.)

Ta có : $EG, HF \perp OO'$

$I \Rightarrow \widehat{EIH} = \alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng chéo (ACC'A') và (BDD'B') (Hình 133).

- EFGH là một thiết diện thẳng của hình hộp và là một hình bình hành.

Do đó ta có thể tích V của hình hộp là:

$$V = S_{EFGH}.AA' = \frac{1}{2}.EG.HF.AA'\sin\alpha$$

Ta lại có: $S_1 = S_{ACC'A'} = EG.AA' \Leftrightarrow EG = \dfrac{S_1}{a}$

$$S_2 = S_{BDD'B'} = HF.BB' \Leftrightarrow HF = \frac{S_2}{a}$$

$$=> V = \frac{1}{2}\frac{S_1}{a}\frac{S_2}{a} sin\alpha = \frac{S_1S_2 \sin\alpha}{2a}$$

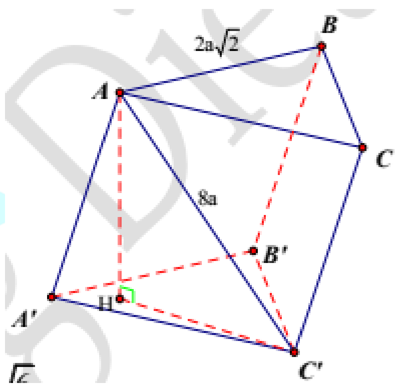
Chọn D.

Câu 11. Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết AC = 8a và tạo với mặt đáy một góc 45°. Thể tích khối đa diện A BCC'B' bằng:

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$

THPT Nguyễn Khuyến TPHCM 2017

Hướng dẫn giải.



Gọi H là hình chiếu của A lên mp(A'B'C')

=> $HC'A = 45^0$ => $\Delta AHC'$ vuông cân tại H.

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$

Nhận xét:

$$V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}AH.S_{ABC} = \frac{2}{3}.4a\sqrt{2}.\frac{\left(2a\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$$

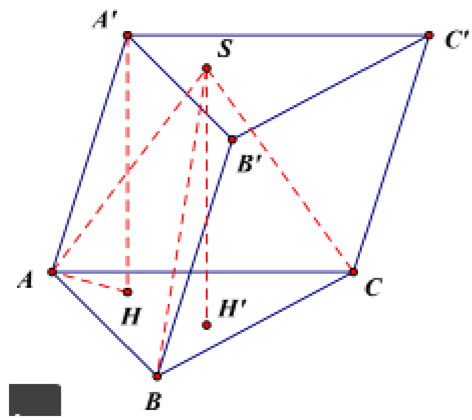
Chọn D.

Câu 12. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\sin\alpha$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\sin\alpha$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\cos\alpha$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\cos\alpha$

THTT – 477 Năm 2017

Hướng dẫn giải.



Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC). Khi đó $\alpha = A'AH$

Ta có $A'H = A'A.\sin\alpha = b.\sin\alpha$ nên thể tích khối lăng trụ là :

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a^2b\sqrt{3}\sin\alpha}{12}$$

Lại có chiều cao của chóp theo yêu cầu đề bài chính là chiều cao của lăng trụ và bằng A'H nên thể tích khối chóp là

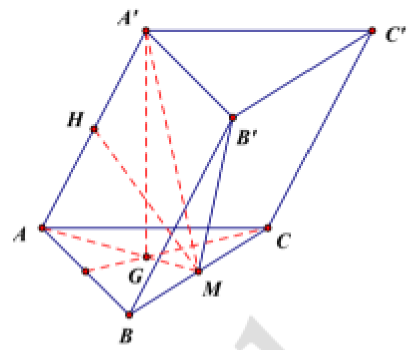
Chọn A.

Câu 13. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ ABC.A'B'C'

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Sở Giáo Dục Hà Nội năm 2017

Hướng dẫn giải.



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$

Gọi MH là đường cao của tam giác A’AM thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA’ và BC.

Ta có: $A'A.HM = A'G.AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4}.A'A = \frac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2 - \frac{a^2}{3}}$

$$A'A^2 = 4\left(A'A^2 - \frac{a^2}{3}\right) <=> 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}$$

Đường cao của lăng trụ là : $A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}$.

Thể tích $V_{LT} = \frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

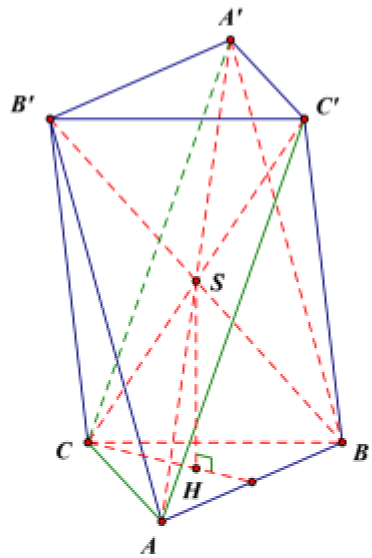
Chọn B.

Câu 14. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi A’, B’, C’ tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt ABC, A’B’C’, A’BC, B’AC, C’AB, AB’C’, BA’C’, CA’B’ là :

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ **B.** $2\sqrt{3}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Chuyên ĐHSP HN Năm 2017

Hướng dẫn giải



Cách 1: Ta tính thể tích khối chóp S.ABC:

Gọi H là tâm tam giác ABC đều cạnh a $=> CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60°

$$=> SCH = 60^0 => SH = a => V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$$

$$V = 2V_{B.ACA'C'} = 2.4V_{B.} = 8V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Cách 2: Ta có thể tích khối chóp S.ABC là: $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ V

Diện tích tam giác SBC là: $S_{\Delta SBC} = \frac{a^2\sqrt{39}}{12}$

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là: $d\left(A,\left(SBC\right)\right) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$

Tứ giác BCB'C' là hình chữ nhật vì có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Có $SB = \frac{2a\sqrt{3}}{3} => BB = \frac{2a\sqrt{3}}{3} => B'C = \frac{a\sqrt{39}}{3}$

Diện tích BCB'C' là : $S_{BCB'C'} = \dfrac{a^2\sqrt{39}}{3}$

Thể tích khối 8 mặt cần tìm là:

$$V = 2.\frac{1}{3}d\left(A,\left(SBC\right)\right).S_{BCB'C'} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

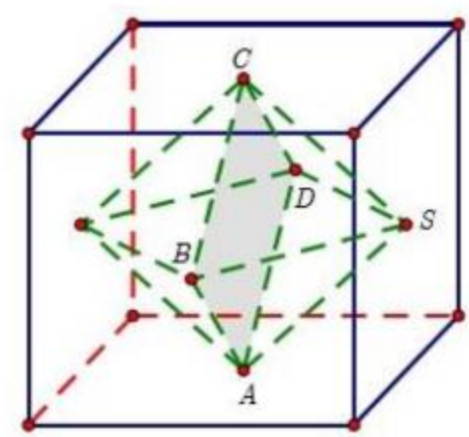
Chọn A.

Câu 15. Người ta gọt một khối lập phương để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương . Biết các cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\dfrac{a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3}{12}$ **D.** $\dfrac{a^3}{8}$

Chuyên Vĩnh Phúc Năm 2017

Hướng dẫn giải.



Dựng được hình như hình bên

Thấy được thể tích khối cần tính bằng 2 lần thể tích của hình chóp S ABCD .

Nhiệm vụ bây giờ đi tìm thể tích của S ABCD .

ABCD là hình vuông có tâm O đồng thời chính là hình chiếu của S lên mặt đáy.

cạnh hình lập phương = a.

Suy ra các cạnh hình vuông ABCD là $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a^3 = \frac{a^3}{12}$$

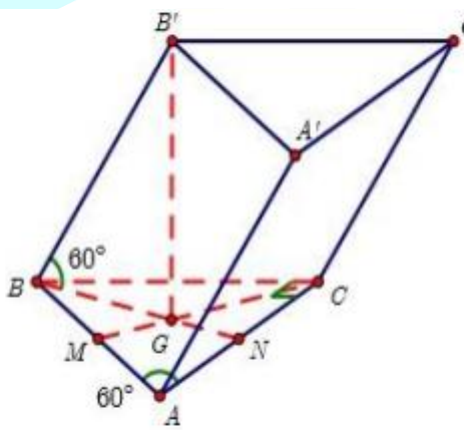
$$V = 2V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}.$$

Chọn B.

Câu 16. Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có BB' = a , góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng 60^0, tam giác ABC vuông tại C và $B\widehat{A}C = 60^0$. Hình chiếu vuông góc của diểm B' lên (ABC) trùng với trọng tâm của. Thể tích cũa khối tứ diện A'.ABC theo a bằng

A. $\dfrac{13a^3}{108}$ **B.** $\dfrac{7a^3}{106}$ **C.** $\dfrac{15a^3}{108}$ **D.** $\dfrac{9a^3}{208}$

Hướng dẫn giải.



Gọi M N, là trung điểm của AB , AC

Và G là trọng tâm của ΔABC

$$B'G \perp (ABC) => (BB';(ABC)) = B'BG = 60^0$$

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.B'G = \frac{1}{6}.AC.BC.B'G$$

Xét $\Delta B'BG$ vuông tại G có B'BG = 60^0

$=> B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (nửa tam giác đều).

Đặt AB = 2x. Trong ΔABC vuông tại C có BAC = 60^0

ΔABC là nửa tam giác đều $\Rightarrow AC = \dfrac{AB}{2} = x, BC = x\sqrt{3}$

Do G là trọng tâm ΔABC $=> BN = \dfrac{3}{2}BG = \dfrac{3a}{4}$

Trong ΔBNC vuông tại C : $BN^2 = NC^2 + BC^2$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2}{16} = \frac{x^2}{4} + 3x^2 <=> x^2 = \frac{9a^2}{52} => x = \frac{3a}{2\sqrt{13}} => \begin{cases} AC = \dfrac{3a}{2\sqrt{13}} \\ BC = \dfrac{3a}{2\sqrt{13}} \end{cases}$$

Vậy $V_{A'ABC} = \dfrac{1}{6}.\dfrac{3a}{2\sqrt{13}}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9a^3}{208}$

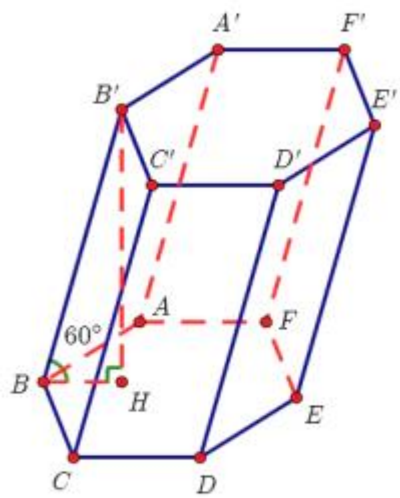
Chọn D.

Câu 16. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a, đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60^0 . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V = \dfrac{27}{8}a^3$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$ **C.** $V = \dfrac{3}{2}a^3$ **D.** $V = \dfrac{9}{4}a^3$

Chuyên Quang Trung 2017

Hướng dẫn giải.



Ta có ABCDEF là lục giác đều nên góc ở đỉnh bằng 120^0.

ABC là tam giác cân tại B, DEF là tam giác cân tại E

$$S_{ABC} S_{DEF} = \frac{1}{2} a.a.\sin 120 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos B}$$

$$= \sqrt{a^2 + a^2 - 2a.a.\left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3}$$

$$S_{ACDF} = AC.\text{AF}=\text{a}\sqrt{3}a = a^2\sqrt{3}$$

$$S_{ABCDEF} = S_{ABC} + S_{ACDF} + S_{\text{DEF}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$B'\widehat{B}H = 60^0 => B'H = BB'\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $V = BH'.S_{ABCDEF} = a\sqrt{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{4}a^3$

Chọn D.