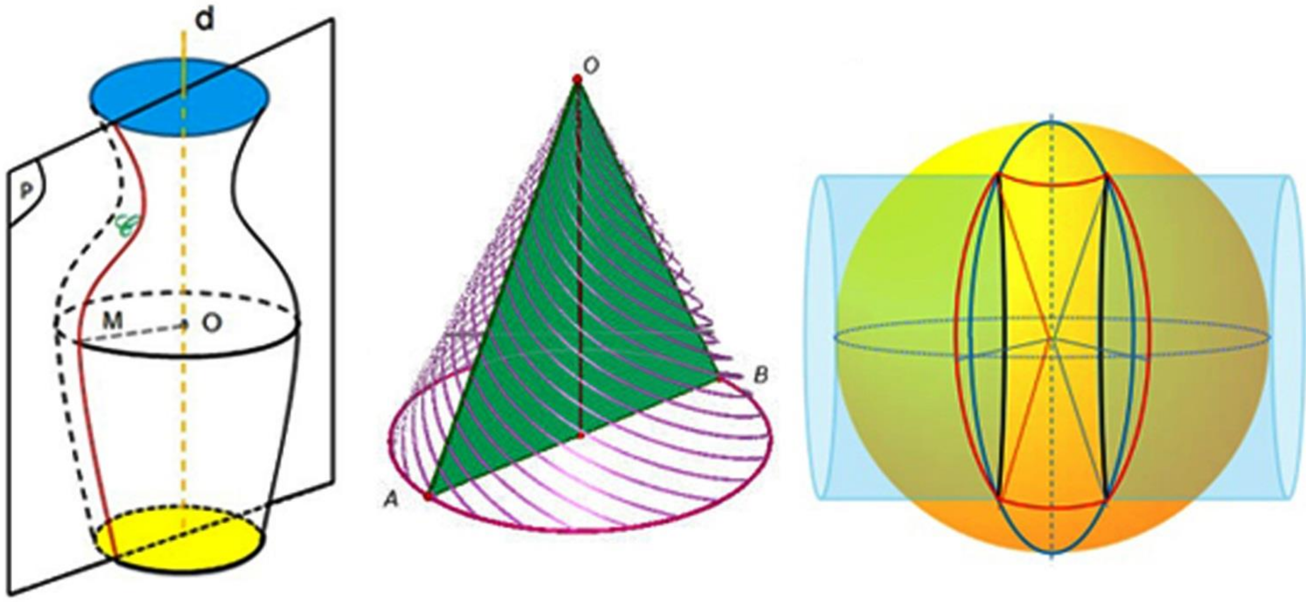
https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

# MẶT TRÒN XOAY
# NÓN - TRỤ - CẦU

**CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**




**ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017**

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui



# MỤC LỤC



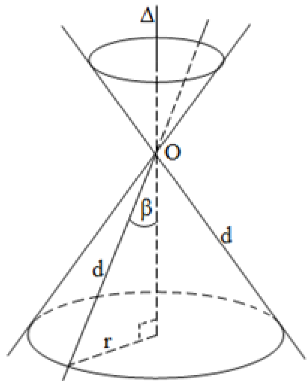
Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

# HÌNH NÓN - KHỐI NÓN

## A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

### 1) Mặt nón tròn xoay

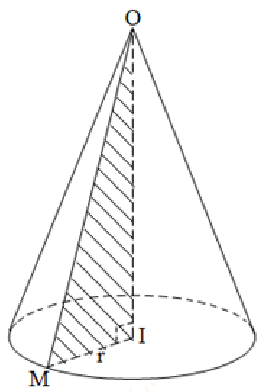
+ Trong mặt phẳng (P), cho 2 đường thẳng d, Δ cắt nhau tại O và chúng tạo thành góc β với $0 < \beta < 90^0$. Khi quay mp(P) xung quanh trục Δ với góc β không thay đổi được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O (hình 1).
+ Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón.
Đường thẳng Δ gọi là trục, đường thẳng d được gọi là đường sinh và góc 2β gọi là góc ở đỉnh.



Hình 1

### 2) Hình nón tròn xoay

+ Cho ΔOIM vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón) (hình 2).
+ Đường thẳng OI gọi là trục, O là đỉnh, OI gọi là đường cao và OM gọi là đường sinh của hình nón.
+ Hình tròn tâm I, bán kính r = IM là đáy của hình nón.



Hình 2

### 3) Công thức diện tích và thể tích của hình nón

Cho hình nón có chiều cao là h, bán kính đáy r và đường sinh là ℓ thì có:
+ Diện tích xung quanh: $S_{xq}=\pi.r.l$
+ Diện tích đáy (hình tròn): $S_{tr}=\pi.r^2$
+ Diện tích toàn phần hình tròn: $S = S_{tr} + S_{xq}$
+ Thể tích khối nón: $V_{nón} = \frac{1}{3}S_{tr}.h = \frac{1}{3}\pi.r^2.h$.

### 4) Tính chất:

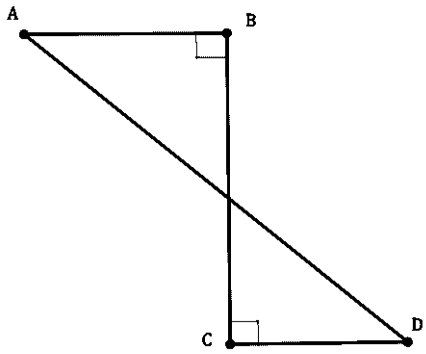
Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:
+ Mặt phẳng cắt mặt nón theo 2 đường sinh→Thiết diện là tam giác cân.
+ Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi đó là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.
Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng không đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:
+ Nếu mặt phẳng cắt vuông góc với trục hình nón→giao tuyến là một đường tròn.

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

+ Nếu mặt phẳng cắt song song với 2 đường sinh hình nón→giao tuyến là 2 nhánh của 1 hypebol.
+ Nếu mặt phẳng cắt song song với 1 đường sinh hình nón→giao tuyến là 1 đường parabol.

## B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Hình ABCD khi quay quanh BC thì tạo ra:




**A.** Một hình trụ **B.** Một hình nón **C.** Một hình nón cụt **D.** Hai hình nón

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là giao điểm của BC và AD. Khi quay hình ABCD quanh BC tức là tam giác vuông OBA quanh OB và tam giác vuông OCD quanh OC. Mỗi hình quay sẽ tạo ra một hình nón nên hình tạo ra sẽ tạo ra 2 hình nón.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 2:** Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là :

**A.** $\pi a^2$ **B.** $2\pi a^2$ **C.** $\frac{1}{2}\pi a^2$ **D.** $\frac{3}{4}\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

$r=\frac{a}{2};l=a;S_{xq}=\pi rl=\frac{\pi a^2}{2}$ nên

**Chọn đáp án C.**

**Câu 3:** Một hình nón có đường cao $h=20cm$, bán kính đáy $r=25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó:

**A.** $5\pi\sqrt{41}$ **B.** $25\pi\sqrt{41}$ **C.** $75\pi\sqrt{41}$ **D.** $125\pi\sqrt{41}$

**Hướng dẫn giải:**

Đường sinh của hình nón $\ell=\sqrt{h^2+r^2}=5\sqrt{41}cm$

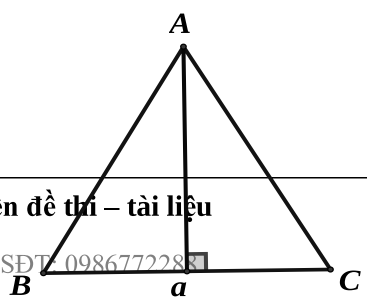
Diện tích xung quanh: $S_{xq}=\pi r\ell=125\pi\sqrt{41}cm^2$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 4:** Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC đều có cạnh bằng a, biết B, C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là:

**A.** $a^3\pi\sqrt{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ **C.** $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{3a^3\pi}{8}$

**Hướng dẫn giải:**






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui



Bán kính đáy khối nón là $\frac{a}{2}$, chiều cao khối nón là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, suy ra $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$,

**Chọn đáp án C.**

**Câu 5:** Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC’ của hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có cạnh *b* khi quay xung quang trục AA’. Diện tích S là:

**A.** $\pi b^2$ **B.** $\pi b^2\sqrt{2}$ **C.** $\pi b^2\sqrt{3}$ **D.** $\pi b^2\sqrt{6}$

**Hướng dẫn giải:**

$S = \pi rl$ với $r = b\sqrt{2}$ ; $l = b\sqrt{3}$ vậy $S = \pi b^2\sqrt{6}$ nên

**Chọn đáp án D.**

**Câu 6:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $SC=a\sqrt{6}$. Khi tam giác SAC quay quanh cạnh SA thì đường gấp khúc SAC tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay đó là:

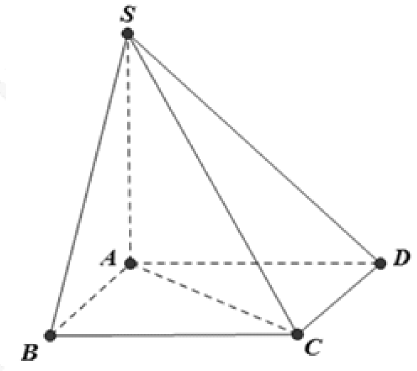
**A.** $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có ngay $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{6a^2-2a^2}=2a$

Hình nón tròn xoay được tạo thành là một hình nón có thể tích là:

$V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi AC^2.SA=\frac{1}{3}\pi.2a^2.2a=\frac{4\pi a^3}{3}$.




**Chọn đáp án A.**

**Câu 7:** Một hình nón có đường sinh bằng *a* và góc ở đỉnh bằng $90^0$. Cắt hình nón bằng mặt phẳng *(P)* đi qua đỉnh sao cho góc giữa *(P)* và mặt đáy hình nón bằng $60^0$. Khi đó diện tích thiết diện là :

**A.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{3}$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}a^2$ **C.** $\frac{2\pi}{3}a^2$ **D.** $\frac{3\pi}{2}a^2$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi S là đỉnh hình nón,O là tâm đường tròn đáy; I là trung điểm AB , Góc tạo bởi mp thiết diện và đáy là góc SIO.

Suy luận được OA=OS=$\frac{a\sqrt{2}}{2}$; SI=$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; OI=$\frac{a\sqrt{6}}{6}$; AI=$\frac{a}{\sqrt{3}}$; AB=$\frac{2a}{\sqrt{3}}$;

$S_{td}=\pi\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$

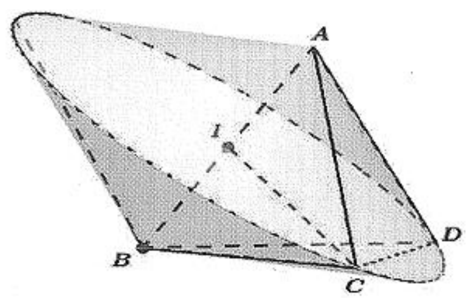
**Chọn đáp án A.**

**Câu 8:** Cho tứ diện đều ABCD. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành ?

**A.** Một **B.** Hai

**C.** Ba **D.** Không có hình nón nào

**Hướng dẫn giải:**






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui



Khi quay ta được hình như bên cạnh, hình này được tạo thành từ hai hình nón.
**Chọn đáp án B.**

**Câu 9:** Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng $90^0$. Thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên:

**A.** $\frac{\pi h^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}\pi h^3}{3}$ **C.** $\frac{2\pi h^3}{3}$ **D.** $2\pi h^3$

**Hướng dẫn giải:**

Do góc ở đỉnh của hình nón bằng $90^0$ nên thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân. Suy ra bán kính đáy của hình nón là $R = h$

Thể tích khối nón là : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\pi h^3}{3}$

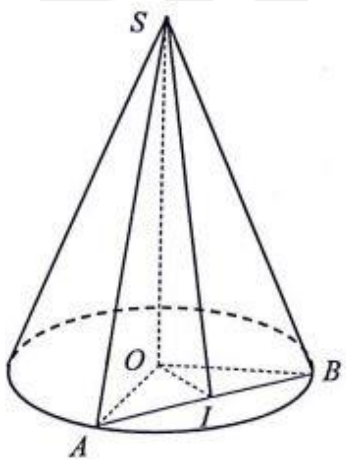
**Chọn đáp án A.**

**Câu 10:** Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng 2 và $SAO = 30^0$ ; $SAB = 60^0$ . Tính diện tích xung quanh hình nón ?

**A.** $4\pi\sqrt{3}$ **B.** $\frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$ **C.** $2\pi\sqrt{3}$ **D.** $3\pi\sqrt{2}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi I là trung điểm của AB thì $OI \perp AB; SI \perp AB; OI = 2$




Lại có $\begin{cases} AO = SA.\cos SAO = SA.\frac{\sqrt{3}}{2} \\ AI = SA.\cos SAI = \frac{SA}{2} \end{cases}$

Từ đó ta có $\frac{AI}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Mặt khác

$\frac{AI}{AO} = \cos IAO \Rightarrow \sin IAO = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{OA} \Rightarrow OA = \sqrt{6}$

Mà $SA = \frac{OA}{\cos 30} = \sqrt{6}.\frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh cần tính là: $S_{xq} = \pi.OA.SA = 4\pi\sqrt{3}$

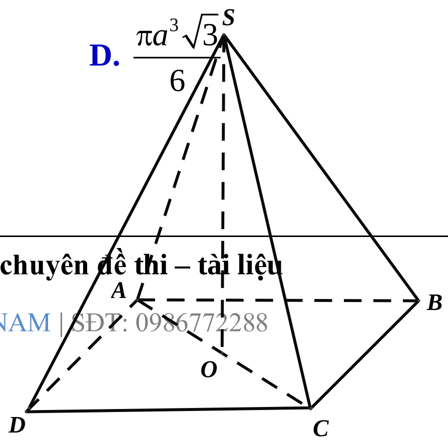
**Chọn đáp án A.**

**Câu 11:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, góc $\angle SAB = 60^0$ . Thể tích của hình nón đỉnh S đáy là đường tròn ngoại tiếp ABCD là:

**A.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Tam giác SAB đều => $SA = a$;






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2};$

$R = AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \pi\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 12:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

**A.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

Hướng dẫn: Độ dài đường sinh bằng: $\sqrt{a^2 + (\frac{1}{2}a)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

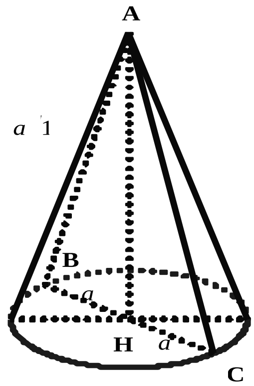
Diện tích xung quanh hình nón bằng: $\pi rl = \pi\frac{a}{2}\frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 13:** Trong không gian, cho tam giác ABC cân tại A, AB = $a\sqrt{10}$, BC = $2a$ . Gọi H là trung điểm của $BC$. Tính thể tích $V$ của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH.

**A.** $V = 2\pi a^3$ **B.** $V = 3\pi a^3$ **C.** $V = 9\pi a^3$ **D.** $V = \pi a^3$

**Hướng dẫn giải:**



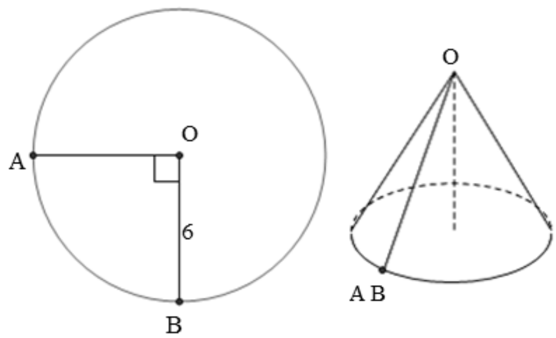

+ Đường sinh $l = AB = a\sqrt{10}$

+ Bán kính đáy $r = \frac{BC}{2} = a \Rightarrow$ đường cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 3a$

+ Thể tích của hình nón tạo thành $V = \frac{1}{3}\pi hr^2 = \pi a^3$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 14:** Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ $\frac{1}{4}$ hình tròn giữa 2 bán kính OA, OB, rồi ghép 2 bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ).
Thể tích khối nón tương ứng đó là :






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**A.** $\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{8}$.  **B.** $\dfrac{9\pi\sqrt{7}}{8}$  **C.** $\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{4}$  **D.** $\dfrac{9\pi\sqrt{7}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

$r=\dfrac{\frac{3}{4}.12\pi}{2\pi}=\dfrac{9}{2}; h=\sqrt{l^2-r^2}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}; V=\dfrac{1}{3}\pi r^2.h=\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{8}$ nên

**Chọn đáp án A.**

**Câu 15:** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng *a*, một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

**A.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$  **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$  **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$  **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

S = $\pi$rl với r = $a\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; l = $a\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ vậy S = $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ nên

**Chọn đáp án C.**

**Câu 16:** Một hình nón được cắt bởi một mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng này chia với mặt xung quanh của hình nón thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tỉ số thể tích của hình nón phía trên mặt phẳng (P) và hình nón cho trước là số nào?

**A.** $\dfrac{1}{2}$  **B.** $\dfrac{1}{8}$  **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$  **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là tâm của đáy, mặt phẳng (*P*) cắt SO tại O'.

Theo đề $\dfrac{S'}{S}=\dfrac{S'}{S'+S'}=\dfrac{1}{2}=\left(\dfrac{SO'}{SO}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{SO'}{SO}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \dfrac{V'}{V}=\left(\dfrac{SO'}{SO}\right)^3=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 17:** Cho tứ diện OABC có OAB là tam giác vuông cân. $OA=OB=a, OC=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ và $OC\perp(OAB)$. Xét hình nón tròn xoay đỉnh C, đáy là đường tròn tâm O, bán kính a. Hãy chọn câu sai.

**A.** Đường sinh hình nón bằng  **B.** Khoảng cách từ O đến thiết diện (ABC) bằng
**C.** Thiết diện (ABC) là tam giác đều.  **D.** Thiết diện (ABC) hợp với đáy góc $45^0$.

**Hướng dẫn giải:**

Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB=a\sqrt{2}$

$\Delta OAC: AC^2=OA^2+OC^2=a^2+\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{3a^2}{2}$, $AC=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Vì $AB\neq AC$:

**Chọn đáp án C.**

**Câu 18:** Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a, có diện tích xung quanh là:

**A.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$  **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$  **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$  **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

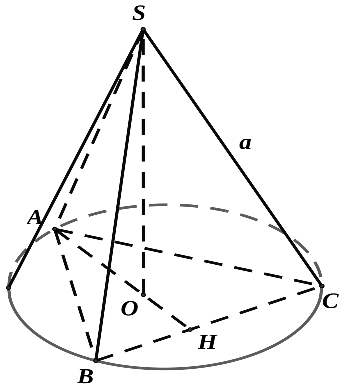
**Hướng dẫn giải:**

Kẻ $SO \perp (ABC); SH \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$

Ta có: $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.a$

$S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$B




**Chọn đáp án C.**

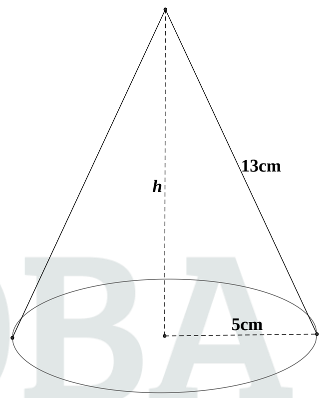
**Câu 19:** Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 13\ cm$ và bán kính đáy $r = 5cm$. Khi đó thể tích khối nón là:

**A.** $V = 100\pi\ cm^3$ **B.** $V = 300\pi\ cm^3$ **C.** $V = \frac{325}{3}\pi\ cm^3$ **D.** $V = 20\pi\ cm^3$

**Hướng dẫn giải:**

Chiều cao h của khối nón là $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12cm$

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi.5^2.12 = 100\pi\ cm^3$




**Chọn đáp án A.**

ADOBA

**Câu 20:** Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. Diện tích xung quanh của phễu là:

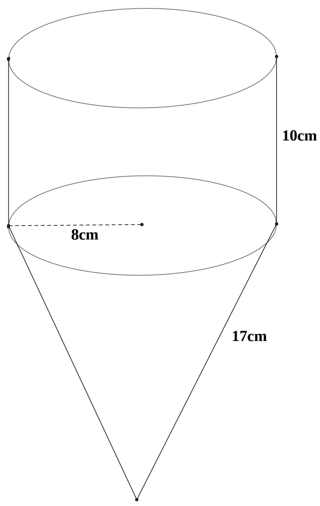
**A.** $S_{xq} = 360\pi\ cm^2$ **B.** $S_{xq} = 424\pi\ cm^2$

**C.** $S_{xq} = 296\pi\ cm^2$ **D.** $S_{xq} = 960\pi\ cm^2$

**Hướng dẫn giải:**

$S_{xq} = 2.\pi.8.10 + \pi.8.17 = 296\pi\ cm^2$

**Chọn đáp án C.**

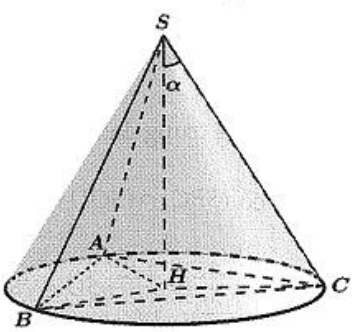



**Câu 21:** Một hình nón có bán kính đáy bằng R, đường cao $\frac{4R}{3}$. Khi đó, góc ở đỉnh của hình nón là $2\alpha$. Khi đó khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

**A.** $\tan\alpha = \frac{3}{5}$ **B.** $\cot\alpha = \frac{3}{5}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi các điểm như hình vẽ bên






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Khi đó $HC = R, SH = \frac{4R}{3} \Rightarrow SC = \frac{5R}{3}$

Ta có $\sin\alpha = \frac{HC}{SC} = \frac{3}{5}$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 22:** Cho S.ABCD là hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy a, cạnh bên hợp với đáy góc $45^0$. Hình tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD, có diện tích xung quanh là:

**A.** $S_{xq} = 2\pi a^2$ **B.** $S_{xq} = \pi a^2$ **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

Hình tròn xoay này là hình nón. Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm của hình vuông ABCD. Do $\Delta SOA$ vuông cân tại O nên

$SA = OA\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2} = a$, $S_{xq} = \pi\frac{AB}{2}.SA = \pi.\frac{a}{2}.a = \frac{\pi a^2}{2}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 23:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

**A.** $\frac{\pi a^2}{2}$ **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{3\pi a^2}{2}$ **D.** $\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

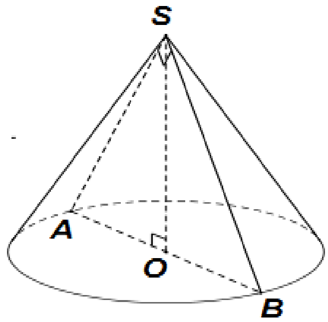
Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ)

Tam giác SAB cân tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$ và $SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy, diện tích xung quanh của hình nón :

$S_{xq} = \pi rl = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$




**Chọn đáp án B.**

**Câu 24:** Cho hình nón S, đường cao SO. Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $SAO = 30^0, SAB = 60^0$. Tính diện tích xung quanh hình nón.

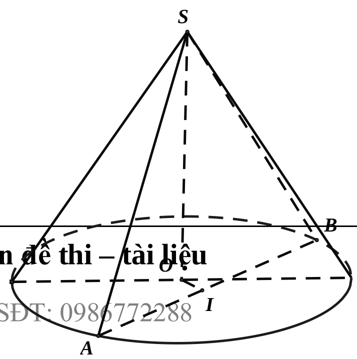
**A.** $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$ **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ **D.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi I là trung điểm của AB thì

$OI \perp AB, SI \perp AB, OI = a$. Ta có $OA = \frac{SA\sqrt{3}}{2}, AI = \frac{SA}{2}$

Từ đó $\frac{AI}{OA} = \frac{1}{3}$, mà $\frac{AI}{OA} = \cos IAO$






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$\Rightarrow \sin IAO = \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a}{OA} \Rightarrow OA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, và $SA = a\sqrt{2}$

Vậy $S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi a^2\sqrt{3}$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 25:** Cho một hình cầu bán kính 5cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường kính 4cm. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi \approx 3{,}14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

**A.** $50{,}24\,ml$ **B.** $19{,}19\,ml$ **C.** $12{,}56\,ml$ **D.** $76{,}74\,ml$

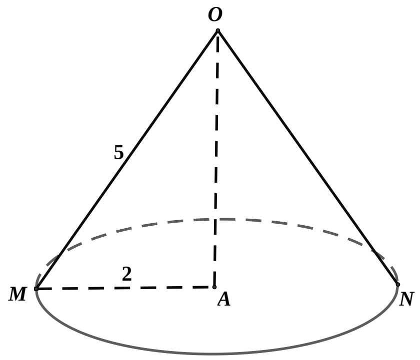
**Hướng dẫn giải:**

Ta có:

$MN = 4cm \Rightarrow MA = 2cm \Rightarrow OA = \sqrt{MO^2 - MA^2} = \sqrt{21}cm$

$S_d = \pi R^2 = 3{,}14.4\left(cm^2\right)$

$V = \dfrac{1}{3}\sqrt{21}.3{,}14.4 = 19{,}185\left(ml\right) = 19{,}19\,ml$




**Chọn đáp án B.**

**Câu 26:** Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60^0$. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy hình chóp S.ABCD. Khi đó diện tích xung quanh và thể tích của hình nón bằng

**A.** $S_{xq} = \pi a^2; V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$ **B.** $S_{xq} = \pi a^2; V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$

**C.** $S_{xq} = 2\pi a^2; V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $S_{xq} = 2\pi a^2; V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

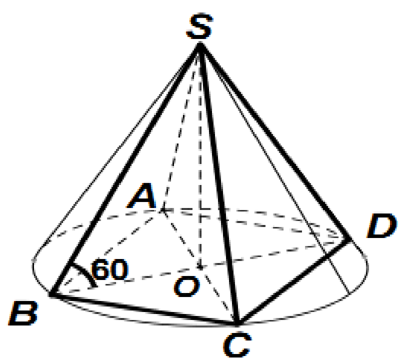
Gọi O là tâm của hình vuông ABCD. Do S.ABCD là hình chóp đều nên $SO \perp (ACBD)$

Suy ra, OB là hình chiếu vuông góc của SB lên mp(ABCD)

Do đó, $SBO = 60^0$. Kết hợp $r = OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ ta suy ra :

$h = SO = OB.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

$l = SB = \dfrac{OB}{\cos 60^0} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2.\cos 60^0} = a\sqrt{2}$




Diện tích xung quanh của mặt nón:

$S_{xq} = \pi.r.l = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = \pi a^2$

Thể tích hình nón: $V = \dfrac{1}{3}\pi.r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$

**Chọn đáp án B.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 27:** Một hình trụ tròn xoay, bán kính đáy bằng R, trục $OO' = R\sqrt{2}$. Một đoạn thẳng $AB = R\sqrt{6}$ đầu $A \in (O), B \in (O')$. Góc giữa AB và trục hình trụ gần giá trị nào sau đây nhất

**A.** $55^0$ **B.** $45^0$ **C.** $60^0$ **D.** $75^0$

**Hướng dẫn giải:**

Kẻ đường sinh B'B thì $B'B = O'O = R\sqrt{2}$

$$\Delta ABB': \cos\alpha = \cos AB'B = \frac{BB'}{AB} = \frac{R\sqrt{2}}{R\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 54,7^0$$

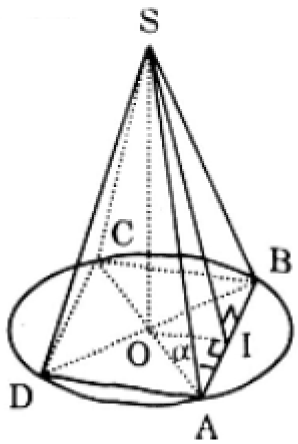
**Chọn đáp án A.**

**Câu 28:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao SO = h = $\sqrt{3}$ và góc $SAB = \alpha = 60^0$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S

**A.** $3\pi\sqrt{2}$ **B.** $4\pi\sqrt{2}$ **C.** $6\pi\sqrt{2}$ **D.** $8\pi\sqrt{2}$

**Hướng dẫn giải:**

Đặt $r = OA,\ SO = h,\ SA = SB = SC = l$ là đường sinh của hình nón. Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Ta có $\Delta SOA$ vuông tại O: $SA^2 = SO^2 + OA^2 <=> l^2 = r^2 + h^2 (1)$




$$\Delta SIA: AI = SA.\cos\alpha <=> \frac{r\sqrt{2}}{2} = l\cos\alpha => r = l\cos\alpha\sqrt{2}$$

$$(1) => l^2 = h^2 + 2l^2\cos^2\alpha => h^2 = l^2(1 - 2\cos^2 a) => l = \frac{h}{\sqrt{1 - 2\cos^2 a}}$$

Do đó $r = l\cos a.\sqrt{2} = \dfrac{h\cos a.\sqrt{2}}{\sqrt{1 - 2\cos^2 a}}$

$$S_{xq} = \pi rl = \frac{h\cos a.\sqrt{2}}{\sqrt{1 - 2\cos^2 a}}.\frac{h}{\sqrt{1 - 2\cos^2 a}} = \frac{h^2\cos\alpha.\pi\sqrt{2}}{1 - 2\cos^2 a} = 3\pi\sqrt{2}$$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 29:** Hình chữ nhật ABCD có $AB = 6, AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật ABCD quay quanh QN, tứ giác MNPQ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng:

**A.** $V = 8\pi$ **B.** $V = 6\pi$ **C.** $V = 4\pi$ **D.** $V = 2\pi$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là tâm của hình chữ nhật ABCD, suy ra MNPQ là hình thoi tâm O.

Ta có $QO = ON = \dfrac{1}{2}AB = 3$ và $OM = OP = \dfrac{1}{2}AD = 2$

Vật tròn xoay là hai hình nón bằng nhau có: đỉnh lần lượt là Q, N và chung đáy.

* Bán kính đáy $OM = 2$

* Chiều cao hình nón $OQ = ON = 3$

Vậy thể tích khối tròn xoay $V = 2\left(\dfrac{1}{3}\pi OM^2.ON\right) = 8\pi$ (đvtt).

**Chọn đáp án A.**

**Câu 30:** Cho hình nón tròn xoay đỉnh S, đáy là một hình tròn tâm O bán kính R, chiều cao của hình nón bằng 2R. Gọi I là một điểm nằm trên mặt phẳng đáy sao cho IO=2R. Giả sử A là điểm trên đường tròn (O) sao cho $OA \perp OI$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

**A.** $\pi R^2\sqrt{2}$ **B.** $\pi R^2\sqrt{3}$ **C.** $\pi R^2 2\sqrt{5}$ **D.** $\pi R^2\sqrt{5}$

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

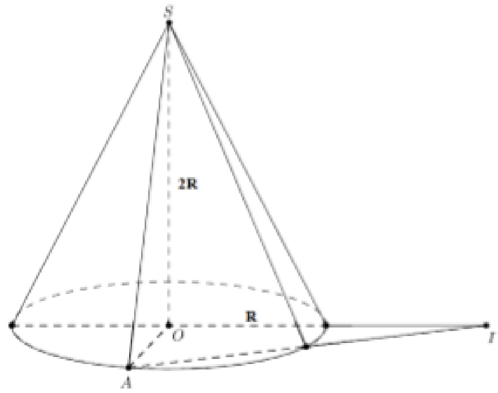
**Hướng dẫn giải:**

$V=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{1}{3}\pi.R^2.2R=\frac{2\pi R^3}{3}, S_{xq}=\pi Rl$

Trong đó:

$l=SA=\sqrt{OA^2+SO^2}=\sqrt{R^2+4R^2}=R\sqrt{5}$

$=> S_{xq}=\pi.R^2\sqrt{5}$




**Chọn đáp án D.**

**Câu 31:** Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo OA=OB. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón $(V_n)$ và thể tích của hình trụ $(V_t)$ bằng:

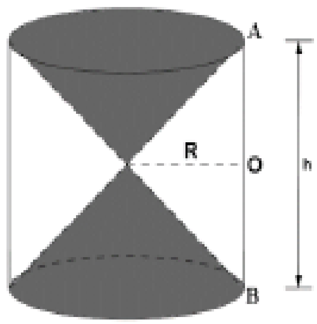
**A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{2}{5}$ **D.** $\frac{1}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Chiều cao của hình nón là $\frac{h}{2}$

Tổng thể tích của 2 hình nón là $V_n=2.\frac{1}{3}\pi R^2.\frac{h}{2}=\frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của hình trụ $V_t=\pi R^2 h => \frac{V_n}{V_t}=\frac{1}{3}$




**Chọn đáp án D.**

**Câu 32:** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=c, AC=b$. Gọi $V_1,V_2,V_3$ là thể tích các khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó khi lần lượt quay quanh $AB$, $CA$, $BC$. So sánh $\frac{1}{V_3^2}$ và $\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$ ta được:

**A.** $\frac{1}{V_3^2}<\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$ **B.** $\frac{1}{V_3^2}=\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$ **C.** $\frac{1}{V_3^2}>\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$ **D.** Cả **A, B** và **C** đều sai

**Hướng dẫn giải:**

Ta có $V_1=\frac{1}{3}\pi b^2 c, V_2=\frac{1}{3}\pi c^2 b$

và $V_3=\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot BH+\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot CH=\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot BC=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{b^2c^2}{a^2}\cdot a=\frac{1}{3}\pi\frac{b^2c^2}{a}$

Do đó $\frac{1}{V_3^2}=\frac{1}{\frac{1}{3}\pi}.\frac{a^2}{b^4c^4}$ và $\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}=\frac{1}{\frac{1}{3}\pi}\left(\frac{1}{b^4c^2}+\frac{1}{b^2c^4}\right)$.

Vì tam giác $ABC$ vuông tại $A$ nên $a^2=b^2+c^2$.

Mặt khác $\frac{1}{b^4c^2}+\frac{1}{b^2c^4}=\frac{1}{b^2c^2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)=\frac{1}{b^2c^2}.\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}=\frac{a^2}{b^4c^4}$ Vậy $\frac{1}{V_3^2}=\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$.

**Chọn đáp án B.**



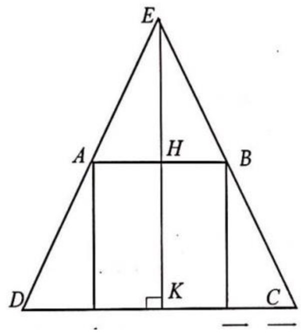


Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 33:** Cho một hình thang cân ABCD có các cạnh đánh $AB = 2a$ , $CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích của khối nón xoay sinh bởi hình thang đó khi quay quanh trục đối xứng của nó.

**A.** $\frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{56a^3\sqrt{2}}{3}$

**C.** $\frac{14a^3}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{28a^3\sqrt{2}}{3}$




**Hướng dẫn giải:**

Gọi AD và BC cắt nhau tại E. $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên AB là đường trung bình $\Delta$EDC$\Rightarrow ED = 2AD = 6a$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm AB và CD thì ta có EK vuông góc với CD và HK là trục đối xứng của $ABCD$.

$EK = \sqrt{ED^2 - DK^2} = 4a\sqrt{2}$ ; $EH = \frac{EK}{2} = 2a\sqrt{2}$

Khối nón xoay sinh bởi hình thang ABCD khi quay quanh trục của nó chính là phần thể tích nằm giữa 2 khối nón:

+Khối nón 1: Có đáy là hình tròn tâm K, bán kính KD=2a, đường cao EK=$4a\sqrt{2}$

+Khối nón 2: Có đáy là hình tròn tâm H, bán kính HA=a, đường cao $EH = 2a\sqrt{2}$

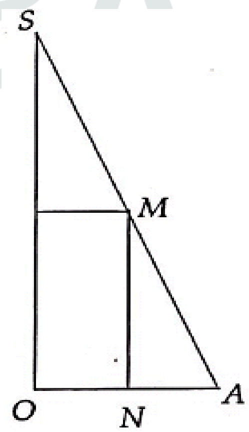
Do đó thể tích cần tìm là

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}.(2a)^2.\pi.4a\sqrt{2} - \frac{1}{3}.a^2.\pi.2a\sqrt{2} = \frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 34:** Cho hình vẽ:

Tam giác SOA vuông tại O có MN || SO với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, $OA$. Đặt SO = h không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = OA$. Tìm độ dài của MN để thể tích khối trụ là lớn nhất.




**A.** $MN = \frac{h}{2}$ **B.** $MN = \frac{h}{3}$

**C.** $MN = \frac{h}{4}$ **D.** $MN = \frac{h}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

***Phân tích:*** Ta thấy khi quay quanh trục SO sẽ tạo nên một khối trụ nằm trong khối chóp. Khi đó thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật MNPQ. Ta có hình sau:

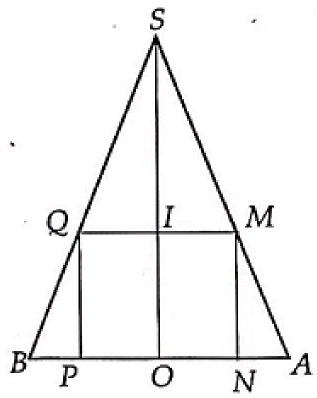
Ta có SO=h; OA=R. Khi đó đặt OI=MN=x

Theo định lí Thales ta có

$$\frac{IM}{OA} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow IM = \frac{OA.SI}{SO} = \frac{R.(h-x)}{h}.$$

Thể tích khối trụ $V = \pi IM^2.IH = \frac{\pi R^2}{h^2}.x(h-x)^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $2x(h-x)^2 \le \left[\frac{2x+2(h-x)}{3}\right]^3$






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Vậy $V \le \frac{4\pi R^2 h}{27}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{h}{3}$ hay $MN = \frac{h}{3}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 35:** Cho hình nón tròn xoay $(N)$ có đỉnh $S$ và đáy là hình tròn tâm $O$ bán kính $r$ nằm trên mặt phẳng $(P)$, đường cao $SO = h$. Điểm $O'$ thay đổi trên đoạn $SO$ sao cho $SO' = x$ $(0 < x < h)$. Hình trụ tròn xoay $(T)$ có đáy thứ nhất là hình tròn tâm $O$ bán kính $r'$ $(0 < r' < r)$ nằm trên mặt phẳng $(P)$, đáy thứ hai là hình tròn tâm $O'$ bán kính $r'$ nằm trên mặt phẳng $(Q)$, $(Q)$ vuông góc với $SO$ tại $O'$ (đường tròn đáy thứ hai của $(T)$ là giao tuyến của $(Q)$ với mặt xung quanh của $(N)$). Hãy xác định giá trị của $x$ để thể tích phần không gian nằm phía trong $(N)$ nhưng phía ngoài của $(T)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** $x = \frac{1}{2}h$ **B.** $x = \frac{1}{3}h$ **C.** $x = \frac{2}{3}h$ **D.** $x = \frac{1}{4}h$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng định lí Thales ta có: $\frac{x}{h} = \frac{r'}{r} \Rightarrow r' = \frac{xr}{h}$.

Khi đó ta có công thức tính thể tích của khối trụ là $V = f(x) = \pi (r')^2.(h-x) = \pi \frac{r^2}{h^2}.x^2.(h-x)$.

Khi đó $f'(x) = \frac{\pi r^2}{h^2}(2hx - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2h}{3}$ do $x > 0$.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 36:** Cho khối nón đỉnh O trục OI, bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a}{2}$. Mặt phẳng (P) thay đổi luôn đi qua O và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác $AOB$. Diện tích lớn nhất của tam giác AOB là:

**A.** $\frac{a^3}{2}$ **B.** $\frac{3a^3}{4}$ **C.** $\frac{3a^3}{8}$ **D.** $\frac{5a^3}{8}$

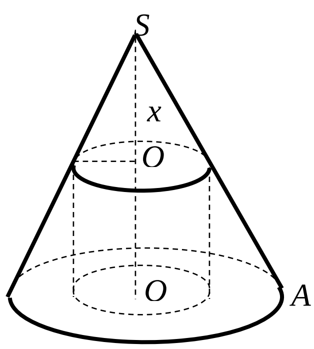
**Hướng dẫn giải:**

***Phân tích:*** Thiết diện của mặt phẳng đi qua đỉnh nón với nón là hình tam giác có đỉnh là đỉnh nón. Gọi H là trung điểm của AB, khi đó ta có $IH \perp AB$. Đặt $IH = x$. Ta lần lượt tính được độ dài các đoạn sau theo $x$ và $a$. $OH = \sqrt{OI^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2}$ và $AB = 2AH = 2\sqrt{a^2 - x^2}$ khi đó diện tích tam giác OAB sẽ được tính là: $S = \frac{1}{2}OH.AB = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2}\sqrt{a^2 - x^2}$

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có

$$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2}\sqrt{a^2 - x^2} \le \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 + a^2 - x^2}{2} = \frac{5}{8}a^2$$

**Chọn đáp án D.**




**Câu 37:** Cho hình nón tròn xoay có đỉnh $S$ và đáy là đường tròn $C(O;R)$ với $R = a$ $(a > 0)$, $SO = 2a, O' \in SO$ thỏa mãn $OO' = x$ $(0 < x < 2a)$, mặt



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

phẳng $(\alpha)$ vuông góc với $SO$ tại $O'$ cắt hình nón tròn xoay theo giao tuyến là đường tròn $(C')$. Thể tích khối nón đỉnh $O$ đáy là đường tròn $(C')$ đạt giá trị lớn nhất khi

**A.** $x=\frac{a}{2}$ **B.** $x=a$ **C.** $x=\frac{a}{3}$ **D.** $x=\frac{2a}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Theo Định lý Ta-lét $\frac{R'}{R}=\frac{2a-x}{2a}$. Suy ra $R'=\frac{R}{2a}(2a-x)$.

Khi đó thể tích khối nón đỉnh $O$ đáy là đường tròn $(C')$ là:

$$V=\frac{1}{3}\pi x\left[\frac{R}{2a}(2a-x)\right]^2=\frac{\pi R^2}{12a^2}x(2a-x)^2.$$

Xét $f(x)=x(2a-x)^2$ trên $(0;2a)$ ta có $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=\frac{2a}{3}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 38:** Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính $R$ là:

**A.** $\frac{1}{3}\pi R^3$ **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$ **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$ **D.** $\frac{32}{81}\pi R^3$

**Hướng dẫn giải:**

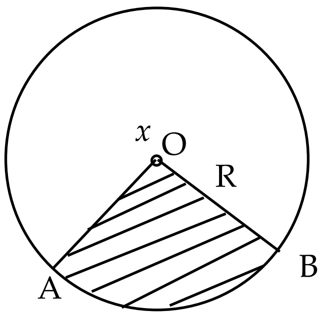
Gọi bán kính đáy của khối nón là $a$ thì $0<a\le R$. Ta có

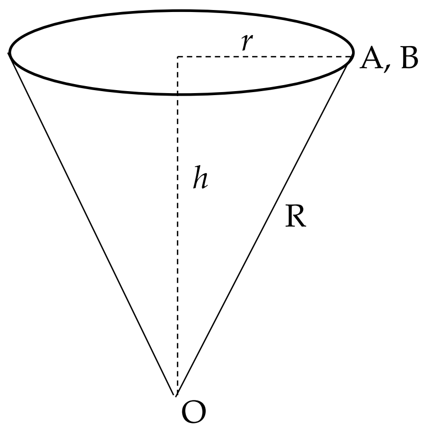
$$V\le\frac{1}{3}\pi a^2\left(R+\sqrt{R^2-a^2}\right)=\frac{\pi R^3}{3}t^2\left(1+\sqrt{1-t^2}\right) \text{ với } t=\frac{a}{R}\in(0;1].$$

Xét hàm số $f(t)=t^2\left(1+\sqrt{1-t^2}\right)$ trên $(0;1]$ sẽ thu được kết quả. $\frac{32}{81}\pi R^3$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 39:** Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi $x$ là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm $x$ để thể tích phễu lớn nhất?




**A.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{2}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

$l_{AB}=Rx$; $r=\frac{Rx}{2\pi}$.



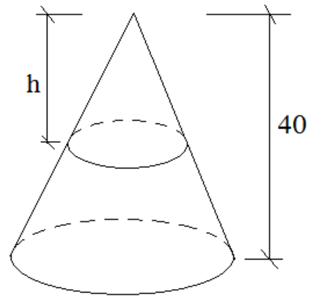
Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{24\pi^2}R^3\sqrt{x^4(4\pi^2-x^2)}=\frac{1}{24\sqrt{2}\pi^2}R^3\sqrt{x^2x^2(8\pi^2-2x^2)}$$

Để V lớn nhất thì $x^2=8\pi^2-2x^2\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 40:** Một vật $N_1$ có dạng hình nón có chiều cao bằng 40cm. Người ta cắt vật $N_1$ bằng một mặt cắt song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ $N_2$ có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích $N_1$.Tính chiều cao h của hình nón $N_2$?

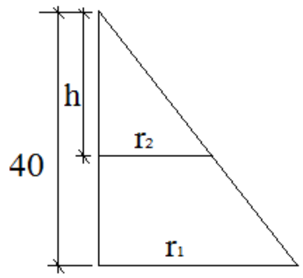



**A.** 5 cm **B.** 10 cm **C.** 20 cm **D.** 40 cm

**Hướng dẫn giải:**

Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của $N_1$và $N_2$ và $r_1$, $r_2$ lần lượt là bán kính đáy của $N_1$, $N_2$ ta có:

$$\frac{1}{8}=\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{1}{3}\pi r_2^2.h}{\frac{1}{3}\pi r_1^2.40}=\frac{r_2^2h}{r_1^2.40}$$




Mặt khác ta có: $\frac{r_2}{r_1}=\frac{h}{40}$ . Do đó ta có: $\frac{1}{8}=(\frac{h}{40})^3\Leftrightarrow\frac{h}{40}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow h=20$ cm

**Chọn đáp án C.**

**Câu 41:** Một bình đựng nước có dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi$ ($dm^3$). Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới). Tính thể tích nước còn lại trong bình.

**A.** $24\pi$ ($dm^3$) **B.** $54\pi$ ($dm^3$) **C.** $6\pi$ ($dm^3$) **D.** $12\pi$ ($dm^3$)

**Hướng dẫn giải:**

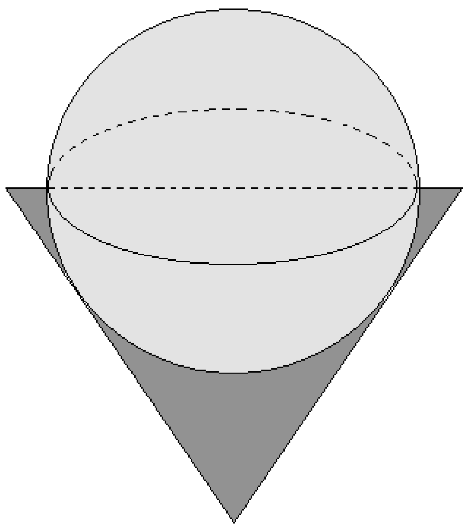
Gọi R là bán kính của khối cầu thì thể tích nước tràn ra là

$\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3=18\pi\Rightarrow R=3$ dm

Suy ra chiều cao của nón là $h=2R=6$ dm.

Gọi r là bán kính đáy của nón thì $\frac{1}{r^2}+\frac{1}{h^2}=\frac{1}{R^2}\Rightarrow r=2\sqrt{3}$ dm, suy ra $V_N=\frac{1}{3}\pi r^2h=24\pi$ $dm^3$

Vậy thể tích nước còn lại là $24\pi-18\pi=6\pi$ $dm^3$.



**Chọn đáp án C.**

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui

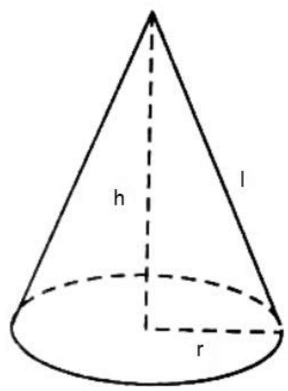


**Câu 42:** Một công ty sản xuất một loại ly giấy hình nón có thể tích $27cm^3$. Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

**A.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$

**Hướng dẫn giải:**

Cái ly hình nón có $V=27cm^3$, đường sinh $l$, đường cao $h$ và bán kính $r$.




$$V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h\Rightarrow h=\frac{3V}{\pi.r^2}=\frac{3^4}{\pi.r^2}$$

$$S_{tp}=\pi r^2+\pi.r.l=\pi r^2+\pi.r.\sqrt{h^2+r^2}$$

$$=\pi r^2+\pi.r.\sqrt{\left(\frac{3^4}{\pi.r^2}\right)^2+r^2}=\pi r^2+\sqrt{\frac{3^8}{r^2}+\pi^2.r^4}$$

Xét hàm số $f(r)=\pi r^2+\sqrt{\dfrac{3^8}{r^2}+\pi^2.r^4}$ trên $(0;+\infty)$ có

$$f'(r)=2\pi r+\frac{-\dfrac{3^8.2}{r^3}+4\pi^2r^3}{2\sqrt{\dfrac{3^8}{r^2}+\pi^2.r^4}},\ f'(r)=0\Rightarrow r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}.$$

Bảng biến thiên:

| $r$ | $0$ | $\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(r)$ | - | 0 | + |
| $f(r)$ | ↘ | | ↗ |

$\Rightarrow r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ thì $f(r)$ hay $S_{tp}$ đạt cực tiểu.

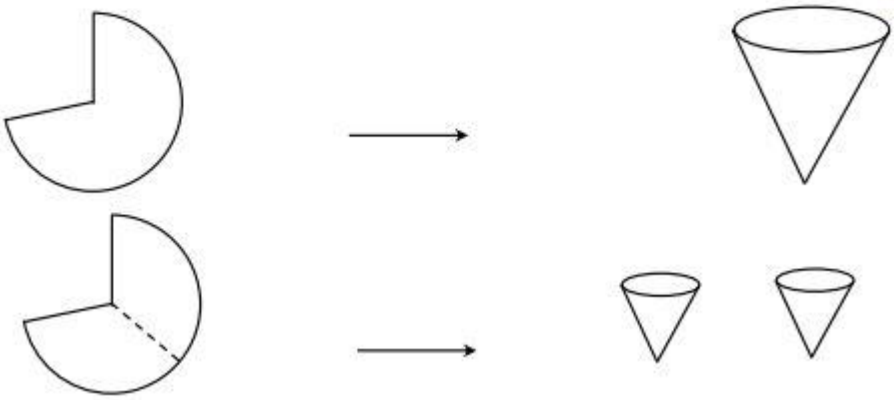
**Chọn đáp án A.**

**Câu 43:** Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R=5$ và chu vi của hình quạt là $P=8\pi+10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

1. Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu
2. Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu

Gọi $V_1$ là thể tích của cái phễu thứ nhất, $V_2$ là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$ ?

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui



**A.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{21}{\sqrt{7}}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

**Phân tích:** Do chu vi của hình quạt tròn là P = độ dài cung + 2R. Do đó độ dài cung tròn là $l=8\pi$

Theo cách thứ nhất: $8\pi$ chính là chu vi đường tròn đáy của cái phễu. Tức là $2\pi r=8\pi \Rightarrow r=4$

Khi đó $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3 \Rightarrow V_1=\dfrac{1}{3}.3\pi.4^2$

Theo cách thứ hai: Thì tổng chu vi của hai đường tròn đáy của hai cái phễu là $8\pi \Leftrightarrow$ chu vi của một đường tròn đáy là $4\pi \Rightarrow 4\pi=2\pi r \Rightarrow r=2$

Khi đó $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

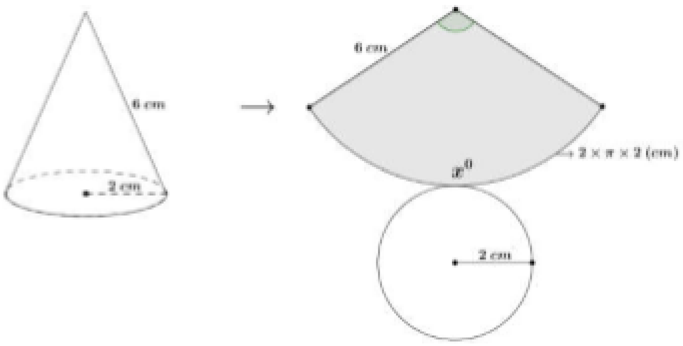
$\Rightarrow V_2=2.\dfrac{1}{3}\sqrt{21}.2^2.\pi$. Khi đó $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{4^2}{\dfrac{8\sqrt{21}}{3}}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$

ADOBA

**Chọn đáp án B.**

**Câu 44:** Cắt mặt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành 1 hình quạt. Biết bán kính của quạt bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng chu vi đáy. Quan sát hình dưới đây và tính số đo cung của hình quạt.

**A.** $125^0$ **B.** $110^0$ **C.** $130^0$ **D.** $120^0$




**Hướng dẫn giải:**

Độ dài l của cung hình quạt tròn bán kính 6 cm bằng chu vi đáy của hình nón: $l=4\pi$

Áp dụng công thức tính độ dài cung trong $x^0$ ta có:

$$I=\frac{\pi R x^0}{180}=4\pi \Rightarrow x^0=120^0$$

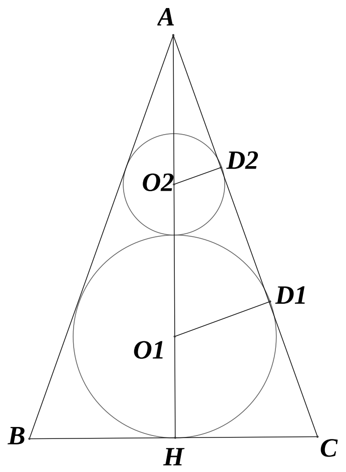
**Chọn đáp án D.**

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 45:** Người ta đặt được vào một hình nón hai khối cầu có bán kính lần lượt là a và 2a sao cho các khối cầu đều tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón, hai khối cầu tiếp xúc với nhau và khối cầu lớn tiếp xúc với đáy của hình nón. Bán kính đáy của hình nón đã cho là:

**A.** $\frac{8a}{3}$ **B.** $\sqrt{2}a$ **C.** $2\sqrt{2}a$ **D.** $\frac{4a}{3}$.

**Hướng dẫn giải:**




Giả sử thiết diện qua trục của hình nón là $\Delta ABC$ với A là đỉnh nón, BC là đường kính đáy nón. H là tâm đáy $O_1, O_2$ lần lượt là tâm của mặt cầu lớn và nhỏ, $D_1, D_2$ lần lượt là tiếp điểm của AC với $(O_1)$ và $(O_2)$.

Cần tính r = HC. Vì $O_1D_1 // O_2D_2$ và $O_1D_1 = 2O_2D_2$ nên $O_2$ là trung điểm $AO_1 \Rightarrow AO_1 = 2O_1O_2 = 2.3a = 6a$

$O_1D_1 = 2a, AH = AO_1 + O_1H = 8a$, $AD_1 = \sqrt{AO_1^2 + O_1D_1^2} = 4a\sqrt{2}$

$\Delta O_1D_1 \sim \Delta ACH \Rightarrow \frac{O_1D_1}{CH} = \frac{AD_1}{AH} \Rightarrow CH = 2\sqrt{2}a$

**Chọn đáp án C.**

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

# HÌNH TRỤ - KHỐI TRỤ

## A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

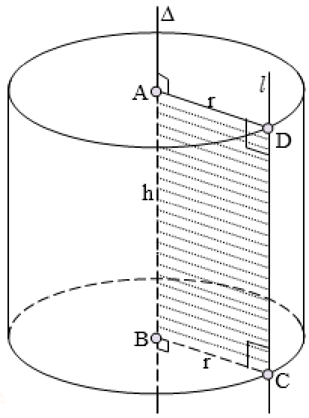
### 1) Mặt trụ tròn xoay

+ Trong mp(P) cho hai đường thẳng Δ và ℓ song song nhau, cách nhau một khoảng r. Khi quay mp(P) quanh trục cố định Δ thì đường thẳng ℓ sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay hay gọi tắt là mặt trụ.

+ Đường thẳng Δ được gọi là trục.

+ Đường thẳng ℓ được gọi là đường sinh.

+ Khoảng cách r được gọi là bán kính của mặt trụ.




### 2) Hình trụ tròn xoay

+ Khi quay hình chữ nhật ABCD xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúcABCD tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

+ Đường thẳng AB được gọi là trục.

+ Đoạn thẳng CD được gọi là đường sinh.

+ Độ dài đoạn thẳng AB = CD = h được gọi là chiều cao của hình trụ.

+ Hình tròn tâm A, bán kính r = AD và hình tròn tâm B, bán kính r = BC được gọi là 2 đáy của hình trụ.

+ Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.

### 3) Công thức tính diện tích và thể tích của hình trụ

Cho hình trụ có chiều cao là h và bán kính đáy bằng r, khi đó:

+ Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$

+ Diện tích toàn phần của hình trụ: $Stp=S_{xq}+S_đ=2\pi rh+2\pi r^2$

+ Thể tích khối trụ: $V = Bh = \pi r^2h$

### 4) Tính chất:

+ Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một mp(α) vuông góc với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.

+ Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một mp(α) không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trụ nhỏ bằng 2r và trục lớn bằng $\frac{2r}{\sin\alpha}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và mp(α) với $0 < \varphi < 90^0$.

Cho mp(α) song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng k.

+ Nếu k < r thì mp(α) cắt mặt trụ theo hai đường sinh → thiết diện là hình chữ nhật.

+ Nếu k = r thì mp(α) tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.

+ Nếu k > r thì mp(α) không cắt mặt trụ.



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

## B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Gọi $l,\ h,\ R$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là?

**A.** $l=h$ **B.** $R=h$ **C.** $R^2=h^2+l^2$ **D.** $l^2=h^2+R^2$

**Hướng dẫn giải:**

+ Đường sinh và chiều cao của một hình trụ luôn bằng nhau nên đẳng thức đúng là $l=h$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 2:** Cho hình chữ nhật ABCD có $AB=3, BC=4$. Gọi $V_1, V_2$ lần lượt là thể tích của các khối trụ sinh ra khi quay hình chữ nhật quanh trục AB và BC. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

**A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{9}{16}$ **D.** $\frac{16}{9}$

**Hướng dẫn giải:**

$$V_1=\pi BC^2.AB; V_2=\pi AB^2.BC \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{3}$$

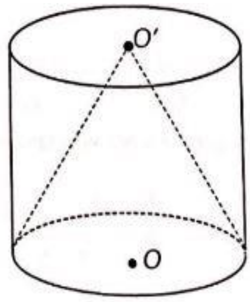
**Chọn đáp án A.**

**Câu 3:** Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O’ và có đáy là hình tròn $(O;r)$. Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành 2 phần. Gọi $V_1$ là thể tích phần bên ngoài khối nón, $V_2$ là phần thể tích bên trong khối nón. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

**A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 2 **D.** 3

**Hướng dẫn giải:**

Ta có hình vẽ minh họa như sau:




Ta có thể tích khối chóp $V_{chop}=\frac{1}{3}B.h$

$V_{tru}=B.h \Rightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$, mặt khác $V=V_1+V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 4:** Tính diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình trụ có đường cao $h=a$ và thể tích $V=\pi a^3$.

**A.** $S_{xq}=4\pi a^2$ **B.** $S_{xq}=6\pi a^2$ **C.** $S_{xq}=8\pi a^2$ **D.** $S_{xq}=2\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

+ Thể tích hình trụ được tính bằng công thức $V=\pi hr^2 \Rightarrow r=\sqrt{\frac{V}{\pi h}}=a$

+ Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh=2\pi a^2$.



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Chọn đáp án D.**

**Câu 5:** Cho khối trụ có đáy là các đường tròn tâm (O), (O') có bán kính là R và chiều cao $h = R\sqrt{2}$. Gọi A, B lần lượt là các điểm thuộc (O)và (O') sao cho OA vuông góc với $O'B$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện OO'AB với thể tích khối trụ là:

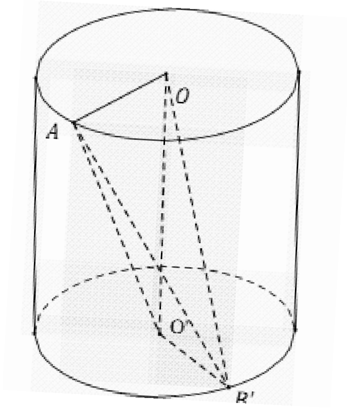
**A.** $\frac{2}{3\pi}$ **B.** $\frac{1}{6\pi}$ **C.** $\frac{1}{3\pi}$ **D.** $\frac{1}{4\pi}$

**Hướng dẫn giải:**

$V_{tru} = \pi R^3\sqrt{2}$. Có $AO \perp OO', AO \perp O'B \Rightarrow AO \perp (OBO')$

Lại có $S_{OBO'} = \frac{1}{2}O'O.O'B = R^2\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{O.O'AB} = \frac{\sqrt{2}}{6}R^3 \Rightarrow$

$\frac{V_{tru}}{V_{O.O'AB}} = 6\pi$.



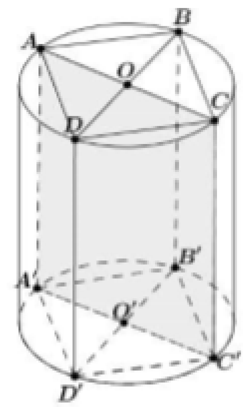

**Chọn đáp án B.**

**Câu 6:** Một khối trụ có bán kính đáy bằng r có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ đó.

**A.** $\pi r^2$ **B.** $8\pi r^2$ **C.** $4\pi r^2$ **D.** $2\pi r^2$

**Hướng dẫn giải:**

Vì thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông nên đường sinh của hình trụ chính là đường cao và bằng 2r. Do đó diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi r^2$ (đvdt)




**Chọn đáp án C.**

**Câu 7:** Cho hình chữ nhật *ABCD* có *AB = n.AD.* Khi quay hình chữ nhật *ABCD* một vòng quanh cạnh *CD* ta được khối trụ có diên tích toàn phần là $S_1$ , khi quay hình chữ nhật *ABCD* một vòng quanh cạnh *AD* ta được khối trụ có diên tích toàn phần là $S_2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n.S_1 = S_2$ B. $S_1 = nS_2$
C. $S_1 = (n+1)S_2$ D. $S_2 = (n+1)S_1$

**Hướng dẫn giải:**

**Ta có:** $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$

Khi quay hình chữ nhật *ABCD* một vòng quanh cạnh *CD* ta được khối trụ có bán kính $r_1 = AD; h_1 = AB$

Khi đó $S_1 = 2\pi AD.AB + 2\pi.AD^2 = 2\pi(nAD^2 + AD^2)$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

*Tương tự khi quay hình chữ nhật ABCD một vòng quanh cạnh AD ta có:* $r_2 = AB; h_2 = AD$

**Khi đó** $S_2 = 2\pi\left(nAD^2 + n^2AD^2\right)$

Do đó $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{n+1}{n^2+n} = \dfrac{1}{n}$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 8:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết AB = 4a, AC = 5a. Thể tích của khối trụ là:

**A.** $16\pi a^3$ **B.** $8\pi a^3$ **C.** $4\pi a^3$ **D.** $12\pi a^3$

**Hướng dẫn giải:**

Tính được BC = 3a

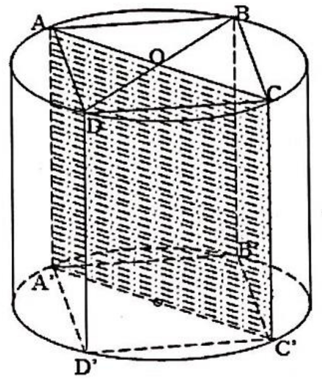
$V = \pi.4a^2.3a = \pi 12a^3$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 9:** Một khối trụ có bán kính đáy bằng $r$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi $V, V'$ lần lượt là thể tích khối trụ và thể tích của hình lăng trụ đều nội tiếp bên trong hình trụ đã cho. Tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là:

**A.** $\pi$ **B.** $\dfrac{\pi}{2}$ **C.** $\dfrac{1}{\pi}$ **D.** ..

**Hướng dẫn giải:**




Vì thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên đường cao $h$ và bằng $2r$ (với $r$ là bán kính)

Do đó $V = \pi r^2.2r = 2\pi r^3$.

Lăng trụ đều nội tiếp trong hình trụ đã cho có đáy là hình vuông nội tiếp trong đường tròn đáy nên độ dài cạnh hình vuông bằng $r\sqrt{2}$.

Ta tính được thể tích của hình trụ nội tiếp trong hình trụ đã cho là:

$V' = \left(r\sqrt{2}\right)^2.2r = 4r^3$

Vậy $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{4r^3}{2\pi r^3} = \dfrac{2}{\pi}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 10:** Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng $80\pi$. Thể tích của khối trụ là:

**A.** $160\pi$ **B.** $164\pi$ **C.** $64\pi$ **D.** $144\pi$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: Chu vi đáy bằng: $80\pi : 10 = 8\pi \Rightarrow R = \dfrac{8\pi}{2\pi} = 4 \Rightarrow V = \pi.16.10 = 160\pi$

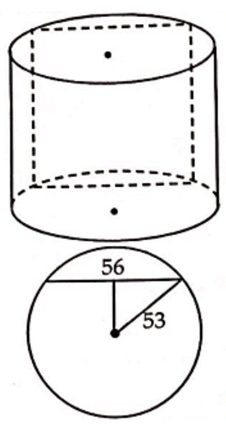
**Chọn đáp án A.**

**Câu 11:** Một hình trụ có bán kính đáy là 53 *cm*, khoảng cách giữa hai đáy là 56 *cm*. Một thiết diện song song với trục là một hình vuông. Tính khỏag cách từ trục đến mặt phẳng cắt ?

**A.** 36 *cm* **B.** 45*cm*

**C.** 54 *cm* **D.** 55 *cm*

**Hướng dẫn giải:**






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Hình dạng của bài toán được miêu tả dưới hình vẽ. Tuy nhiên để tìm được khoảng cách, ta chỉ cần vẽ mặt cắt của một mặt phẳng đáy
Nhận thấy: Để mặt phẳng thiết diện là hình vuông thì hình vuông đó có độ dài cạnh là 56 (bằng độ dài chiều cao của hình trụ). Khi đó ta có mặt phẳng được vẽ như hình dưới. Muốn tìm được khoảng các từ trục đến mặt phẳng cắt ta dựa vào định lý Pytago. $d=\sqrt{53^2-\left(\frac{56}{2}\right)^2}=45$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 12:** Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC’ của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $b$ khi quay xung quang trục AA’. Diện tích S là:

**A.** $\pi b^2$ **B.** $\pi b^2\sqrt{2}$ **C.** $\pi b^2\sqrt{3}$ **D.** $\pi b^2\sqrt{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Tìm ra đường cao b, đường sinh $b\sqrt{3}$, bán kính đáy $b\sqrt{2}$ $S_{xq}=\pi rl=\pi b^2\sqrt{6}$

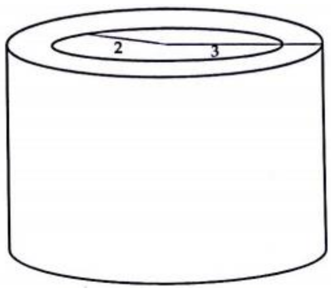
**Chọn đáp án D.**

**Câu 13:** Cho hình chữ nhật ABCD với $AB=1$ ; $BC=3$. Đường thẳng đồ thị nằm trong mặt phẳng ABCD; đồ thị song song AD và cách AD một khoảng 2; đồ thị không có điểm chung với hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay hình chữ nhật ABCD quanh $D$.

**A.** $15\pi$ **B.** $27\pi$ **C.** $12\pi$ **D.** $10\pi$

**Hướng dẫn giải:**

BC cách đường d một khoảng $d'=2+AB=3$
Do đó khối tròn xoay là tập hợp các điểm nằm ở giữa hai hình trụ có bán kính lần lượt là 2 và 3, chiều cao của hai hình trụ đều là 3.
Thể tích khối tròn xoay bằng hiệu thể tích của hai khối trụ nêu trên
$\Rightarrow V=3^2.3.\pi-2^2.3.\pi=15\pi$




**Chọn đáp án A.**

**Câu 14:** Trong không gian cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4 và BC = 2. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP=1$, $QD=3QC$. Quay hình chữ nhật APQD xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

**A.** $10\pi$ **B.** $12\pi$ **C.** $4\pi$ **D.** $6\pi$

**Hướng dẫn giải:**

Quay hình chữ nhật APQD xung quanh trục PQ ta được một hình trụ có $h=PQ=2$, $r=AP=3$ nên có diện tích xung quanh là $S_{xq}=2.\pi.r.h=2.\pi.3.2=12\pi$

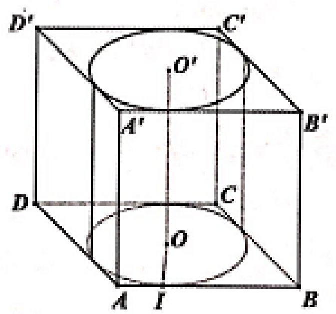
**Chọn đáp án B.**

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ tứ giác đế ABCD.A’B’C’D’ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng 4a. Thể tích của khối trụ nội tiếp trong hình lăng trụ là:

**A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{8}$

**Hướng dẫn giải:**

Khối trụ nội tiếp trong hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.
$A'B'C'D'$ có bán kính $R=OI=\frac{a}{2}$ ($I$ là trung điểm $AB$) và có chiều cao $h=4a$.






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.4a=\pi a^3$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 16:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a. Khi đó, thể tích của hình trụ bằng:

**A.** $\frac{1}{2}Sa$ **B.** $\frac{1}{3}Sa$ **C.** $\frac{1}{4}Sa$ **D.** $Sa$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi R và h là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Khi đó :

$S_d=\pi R^2\Rightarrow \pi R^2=4\pi a^2$ ($S_d$ là diện tích mặt cầu) $\Rightarrow R=2a$

$S_{xq}=2\pi Rh=S\left(S_{xq}=S\right)\Rightarrow h=\frac{S}{4\pi a}$. Vậy $V=S_d.h=4\pi a^2.\frac{S}{4\pi a}=Sa$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 17:** Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông *ABCD* cạnh *a* có hai đỉnh *A*, *B* nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng (*ABCD*) tạo với đáy hình trụ một góc $45^0$. Tính thể tích của khối trụ.

**A.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

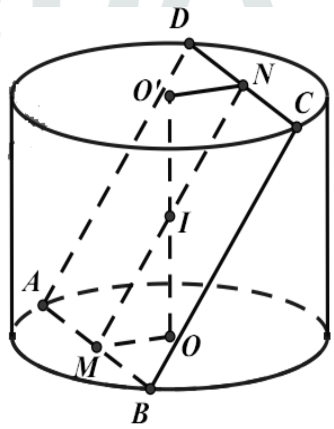
**Hướng dẫn giải:**

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Khi đó OM ⊥ AB và O’N ⊥ CD

Gọi I là giao điểm của MN và OO’

Đặt R = OA và h = OO’. Khi đó $\Delta IOM$ vuông cân tại O nên:

$OM=OI=\frac{\sqrt{2}}{2}IM\Rightarrow \frac{h}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$




$R^2=OA^2=AM^2+MO^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{3a^2}{8}$

$\Rightarrow V=\pi R^2h=\pi.\frac{3a^2}{8}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$

**Phương án nhiễu:**

Đáp án A : HS nhớ sai công thức

$V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.\frac{3a^2}{8}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$

Đáp án B : HS nhớ sai công thức $V=\frac{4}{3}\pi R^2h=\frac{4}{3}\pi.\frac{3a^2}{8}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$

Đáp án C : HS thay số sai khi tính R và tính được R = a

$V=\pi R^2h=\pi.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 18:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng $r=50cm$ và có chiều cao $h=50cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

**A.** $2500\pi\,(cm^2)$ **B.** $5000\pi\,(cm^2)$ **C.** $2500\,(cm^2)$ **D.** $5000\,(cm^2)$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Hướng dẫn giải:**

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức:

$S_{xq} = 2\pi r\ell$ với $r = 50cm, \ell = h = 50cm$

Vậy $S_{xq} = 2\pi.50.50 = 5000\pi\left(cm^2\right)$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 19:** Cho một khối trụ có chiều cao bằng 8 cm, bán kính đường tròn đáy bằng 6 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4 cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

**A.** $16\sqrt{5}\,cm^2$ **B.** $32\sqrt{3}\,cm^2$ **C.** $32\sqrt{5}\,cm^2$ **D.** $16\sqrt{3}\,cm^2$

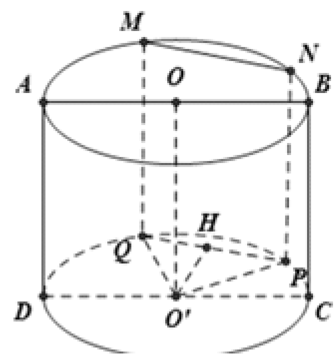
**Hướng dẫn giải:**

Giả sử thiết diện là hình chữ nhật MNPQ như hình vẽ. Với $O'H = 4$ là khoảng cách từ trục đến thiết diện và

$OO' = h = 8; O'P = O'Q = r_d = 6$

Ta có $PQ = 2PH = 2\sqrt{O'P^2 - O'H^2} = 2\sqrt{6^2 - 4^2} = 4\sqrt{5}$

Khi đó $S_{td} = PQ.MQ = 4\sqrt{5}.8 = 32\sqrt{5}\left(cm^2\right)$.




**Chọn đáp án C.**

**Câu 20:** Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng $4a$.Tính diện tích toàn phần của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ tam giác đều đó.

**A.** $S_{tp} = a^2 8\sqrt{3}\pi$ **B.** $S_{tp} = a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$

**C.** $S_{tp} = 2a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$ **D.** $S_{tp} = a^2\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$

**Hướng dẫn giải:**

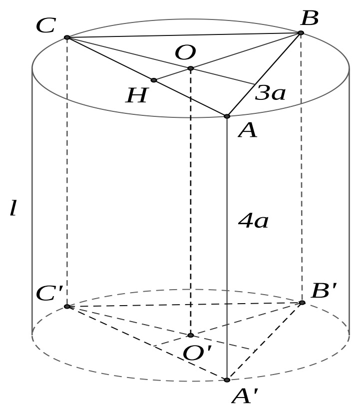
Khối trụ có bán kính : $R = AO = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Diện tích xung quanh của hình trụ :

$S_{xq} = 2.\pi.a\sqrt{3}.4a = 8\sqrt{3}.\pi a^2$ (đvdt)

Diện tích toàn phần của hình trụ : $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đ}$

$= 8\sqrt{3}.\pi a^2 + 6a^2\pi = a^2\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$




**Chọn đáp án D.**

**Câu 21:** Trong không gian cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4 và BC = 2. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: BP = 1, QD = 3QC. Quay hình chữ nhật APQD xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

**A.** $10\pi$ **B.** $12\pi$ **C.** $4\pi$ **D.** $6\pi$

**Hướng dẫn giải:**

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.2 = 12\pi.$

**Chọn đáp án B.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 22:** Một hình trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$, chiều cao là $2a\sqrt{3}$. Diện tích của mặt cầu nội tiếp hình trụ là :

**A.** $4\sqrt{3}\pi a^3$ **B.** $24\pi a^2$ **C.** $8\sqrt{6}\pi a^2$ **D.** $12\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

Vì khối cầu nội tiếp khối trụ nên khối cầu có bán kính $a\sqrt{3}$ nên thể tích

$V = 4\pi(a\sqrt{3})^2 = 12\pi a^2$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 23:** Trong không gian, cho hình chữ nhật *ABCD* có *AB* = 1 và *AD* = 2. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục *AB* ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần $S_{tp}$ của hình trụ đó.

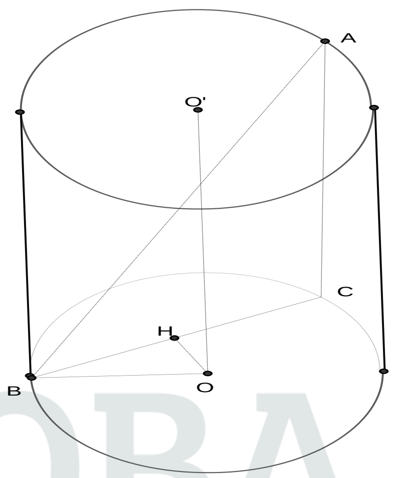
**A.** $S_{tp} = 12\pi$. **B.** $S_{tp} = 6\pi$. **C.** $S_{tp} = 4\pi$. **D.** $S_{tp} = 8\pi$.

**Hướng dẫn giải:**

Hình trụ có bán kính đáy r = 2, chiều cao h = 1 nên có

$S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 12\pi$

**Chọn đáp án A.**




**Câu 24:** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi quay hình vuông ABCD quanh MN thành một hình trụ. Gọi (S) là mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình trụ, ta có bán kính của mặt cầu (S) là:

**A.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **D.** $a\sqrt{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Mặt trụ tạo bởi hình vuông ABCD khi quay quanh MN có đường sinh 1=a và bán kính đáy

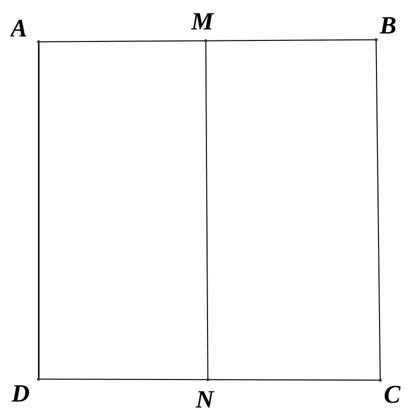
$r = \frac{a}{2}$ nên có diện tích toàn phần

$S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi.\frac{a}{2}\left(\frac{a}{2}+a\right) = \frac{3a^2\pi}{2}$

Mặt cầu (S) có diện tích bằng $S_{tp}$ của mặt trụ thì có bán kính R

với $4\pi R^2 = \frac{3a^2\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{6}}{4}$

**Chọn đáp án C.**






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 25:** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AD$ và $BC$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục $MN$, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

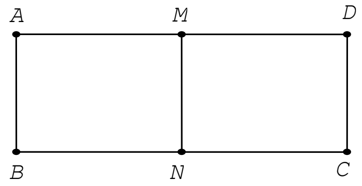
**A.** $2\pi$. **B.** $3\pi$. **C.** $4\pi$. **D.** $8\pi$.

**Hướng dẫn giải:**

Theo giả thiết ta được hình trụ có chiều cao $h=AB=1$, bán kính đáy $R=\dfrac{AD}{2}=1$.

Do đó diện tích toàn phần:

$$S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=4\pi.$$




**Chọn đáp án C.**

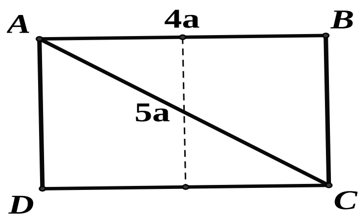
**Câu 26:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết AB = 4a, AC = 5a. Thể tích khối trụ là:

**A.** $16\pi a^3$ **B.** $8\pi a^3$ **C.** $4\pi a^3$ **D.** $12\pi a^3$

**Hướng dẫn giải:**

Theo định lý Pytago ta tính được BC=3a, suy ra khối trụ có bán kính đáy 2a, chiều cao là 3a.

Vậy $V=\pi(2a)^2.3a=12a^3\pi$




**Chọn đáp án D.**

**Câu 27:** Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 90° và bán kính đáy bằng 4. Khối trụ (H) có một đáy thuộc đáy của hình nón và đường tròn đáy của mặt đáy còn lại thuộc mặt xung quanh của hình chóp. Biết chiều cao của (H) bằng 1. Tính thể tích của (H)

**A.** $V_H=9\pi$ **B.** $V_H=6\pi$ **C.** $V_H=18\pi$ **D.** $V_H=3\pi$

**Hướng dẫn giải:**

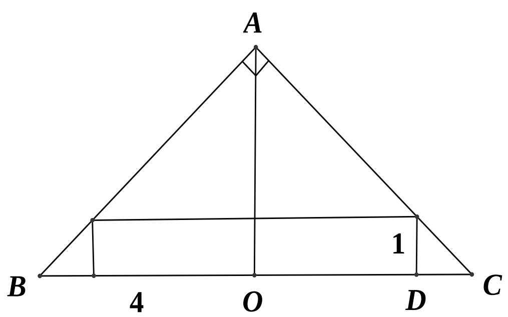
Thiết diện qua trục của hình nón và hình trụ có dạng như hình bên, với A là đỉnh nón, BC là đường kính đáy nón, O là tâm đáy, D là 1 giao điểm của đường tròn đáy hình trụ với BC

Có góc $BAC=90^0, OB=OC=OA=4$

Chiều cao hình trụ bằng 1 nên áp dụng định lý Ta lét ta có $OC=4CD\Rightarrow CD=1$

$\Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $r=OD=3$

Thể tích hình trụ là $V=\pi r^2h=9\pi$




**Chọn đáp án A.**

**Câu 28:** Hai bạn An và Bình có hai miếng bìa hình chữ nhật có chiều dài *a*, chiều rộng *b*. Bạn An cuộn tấm bìa theo chiều dài cho hai mép sát nhau rồi dùng băng dính dán lại được một hình trụ không có đáy có thể tích $V_1$ (khi đó chiều rộng của tấm bìa là chiều cao của hình trụ). Bạn Bình cuộn tấm bìa theo chiều rộng theo cách tương tự trên được hình trụ có thể tích $V_2$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

**A.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{a}{b}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{b}{a}$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=ab$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{ab}$

**Hướng dẫn giải:**

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Hình trụ của bạn An có chu vi đáy bằng $a$, chiều cao bằng $b$ nên nó có thể tích bằng $V_1=\pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 b=\frac{a^2b}{4\pi}$

Hình trụ của bạn Bình có chu vi đáy bằng $b$, chiều cao bằng $a$ nên nó có thể tích bằng $V_2=\pi\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2 a=\frac{ab^2}{4\pi}$. Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{a}{b}$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 29:** Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi $S_1$ là diện tích 6 mặt của hình lập phương, $S_2$ là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

**A.** $\frac{S_2}{S_1}=\pi$ **B.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: $S_1=6a^2, S_2=\pi a^2$ suy ra $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 30:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50cm và có chiều cao là 50cm. Một đoạn thẳng AB có chiều dài là 100cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ.

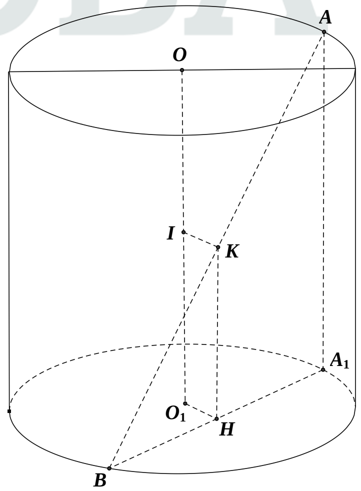
**A.** $d=50cm$ **B.** $d=50\sqrt{3}cm$ **C.** $d=25cm$ **D.** $d=25\sqrt{3}cm$

**Hướng dẫn giải:**

***Cách 1:*** Kẻ $AA_1$ vuông góc với đáy, $A_1$ thuộc đáy. Suy ra:

$OO_1 // AA_1 \Rightarrow OO_1 // (AA_1B)$

$\Rightarrow d(OO_1, AB)=d(OO_1,(AA_1B))=d(O_1,(AA_1B))$




Tiếp tục kẻ $O_1H \perp A_1B$ tại H, vì $O_1H$ nằm trong đáy nên cũng vuông góc với $A_1A$ suy ra:

$O_1H \perp (AA_1B)$. Do đó

$d(OO_1, AB)=d(OO_1,(AA_1B))=d(O_1,(AA_1B))=O_1H$

Xét tam giác vuông $AA_1B$ ta có $A_1B=\sqrt{AB^2-AA_1^2}=50\sqrt{3}$

Vậy $O_1H=\sqrt{O_1A_1^2-A_1H^2}=25cm$

***Cách 2:*** Gọi tâm của hai đường trong đáy lần lượt là O và $O_1$, giả sử đoạn thẳng AB có điểm mút A nằm trên đường tròn đáy tâm O và điểm mút B nằm trên đường tròn đáy $O_1$.

Theo giả thiết $AB=100cm$. Gọi IK $(I\in OO_1, K\in AB)$ là đoạn vuông góc chung của trục $OO_1$ và đoạn AB. Chiếu vuông góc đoạn AB xuống.

Mặt phẳng đáy chứa đường tròn tâm $O_1$, ta có $A_1$, H, B lần lượt là hình chiếu của A, K, B. Vì $IK \perp OO_1$ nên IK song song với mặt phẳng, do đó $O_1H // IK$ và $O_1H=IK$

Suy ra $O_1H \perp AB$ và $O_1H \perp AA_1$. Vậy $O_1H \perp A_1B$

Xét tam giác vuông $AA_1B$ ta có $A_1B=\sqrt{AB^2-AA_1^2}=50\sqrt{3}$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

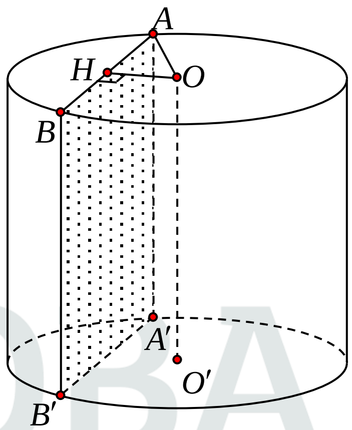
Vậy $IK = O_1H = \sqrt{O_1A_1^2 - A_1H^2} = 25cm$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 31:** Cho hình trụ có đường cao $h = 5cm,$ bán kính đáy $r = 3cm$. Xét mặt phẳng $(P)$ song song với trục của hình trụ, cách trục $2cm.$ Tính diện tích $S$ của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $S = 5\sqrt{5}cm^2$. **B.** $S = 6\sqrt{5}cm^2$. **C.** $S = 3\sqrt{5}cm^2$. **D.** $S = 10\sqrt{5}cm^2$.

**Hướng dẫn giải:**




Giả sử mặt phẳng $(P)$ cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$ như hình vẽ.

Gọi $OH \perp AB$ tại $H$, khi đó $OH = 2cm$.

Trong $\Delta OHA$ có $HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5}$.

Khi đó $AB = 2HA = 2\sqrt{5}$.

Vậy diện tích của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng $(P)$ là

$S_{ABB'A'} = AB.AA' = 2\sqrt{5}.5 = 10\sqrt{5}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 32:** Cho hình trụ có bán kính $a$ và chiều cao là $a$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng $45^0$. Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ ?

**A.** $a$ **B.** $\frac{a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O và O' là tâm đường tròn hai đáy. Gọi AC là một đường sinh thì góc giữa AB và OO' là góc $BAC = 45^0$nên BC $= a$.

Do OO' // AC nên OO' // (ABC). $d(OO';AB) = d(OO';(ABC)) = d(O;(ABC))$

Kẻ OH$\perp$BC, ta có OH $\perp$AC nên OH$\perp$(ABC) suy ra $d(O;(ABC)) = OH$

Trong tam giác vuông OHB tại H : $OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a}{4}^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 33:** Một hình trụ có diện tích toàn phần là $6\pi$. Bán kính của khối trụ có thể tích lớn nhất là?

**A.** $R = 1$ **B.** $R = 2$ **C.** $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$ **D.** $R = \sqrt{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi R và h là chiều cao và bán kính của hình trụ.( R>0, h>0)



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

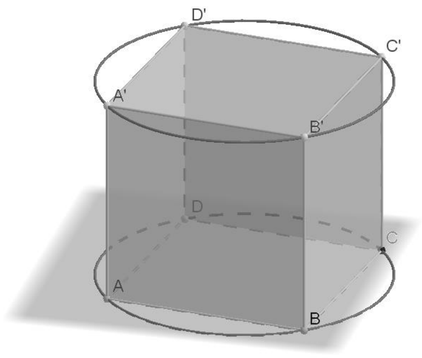
Ta có diện tích toàn phần là $6\pi \Rightarrow 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi \Rightarrow h = \dfrac{3-R^2}{R}$

Thể tích khối trụ là $v = \pi R^2 h = \pi R^2.\dfrac{3-R^2}{R} = \pi(3R - R^3)$

Xét hàm số $f(R) = 3R - R^3$ trên $(0;\sqrt{3})$.Ta được V lớn nhất khi R=1

**Chọn đáp án A.**

**Câu 34:** Tính thể tích $V$ của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a$.




**A.** $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$. **B.** $V = \pi a^3$.

**C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

**Hướng dẫn giải:**

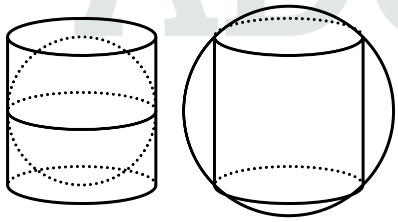
Khối trụ ngoại tiếp hình lập phương $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$ cạnh $a$ có:

Bán kính đường tròn đáy là $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.\dfrac{a^2}{2}.a = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 35:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Xét hai mặt cầu sau:



- Mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ và tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình trụ, gọi là mặt cầu nội tiếp hình trụ.
- Mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ, gọi là mặt cầu ngoại tiếp hình trụ.

Kí hiệu $S_1$ là diện tích mặt cầu nội tiếp hình trụ, $S_2$ là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

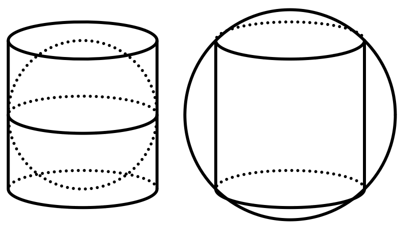
**A.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{S_1}{S_2} = 2$ **D.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Đáp án đúng : Phương án B

Lời giải:

+ Gọi $a$ là cạnh hình vuông thiết diện. Khi đó $S_1 = \pi a^2$; $S_2 = 2\pi a^2$





Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

+ Vậy, $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{2}$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 36:** Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích V(cm$^3$). Hỏi bán kính của đáy trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất.

**A.** x = $\sqrt[3]{\dfrac{V}{4\pi}}$. **B.** x = $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **C.** x = $\sqrt[3]{\dfrac{3V}{2\pi}}$. **D.** x =. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Bài toán yêu cầu xác định giá trị của bán kính đáy là R, sao cho $S_{tp}$ nhỏ nhất.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, ta có: $V = \pi R^2 h.$

$$S_{tp} = 2.S_d + S_{xq} = 2\pi R^2 + \pi R h = 2\pi\left(\frac{V}{\pi R} + R^2\right) = 2\pi\left(\frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} + R^2\right) \geq 6\pi\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}}$$

Dấu = xảy ra ta có $R = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

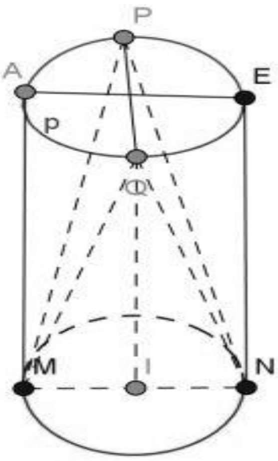
**Chọn đáp án D.**

**Câu 37:** Cho hình trụ có bán kính đáy là R, độ dài đường cao là b. Đường kính MN của đáy dưới vuông góc với đường kính PQ đáy trên. Thể tích của khối tứ diện MNPQ bằng

**A.** $\dfrac{2}{3}R^2h$ **B.** $\dfrac{1}{6}R^2h$ **C.** $\dfrac{1}{3}R^2h$ **D.** $2R^2h$

**Hướng dẫn giải:**

MN vuông góc với (PQI). Dựng QH vuông góc với PI nên QH là hình chiếu của Q lên mặt phẳng PMN




$$S_{PQI} = \frac{1}{2}h.PQ = \frac{1}{2}h.2R = hR = \frac{1}{2}QH.IP = \frac{1}{2}QH\sqrt{h^2 + R^2}$$

Suy ra $QH = \dfrac{2Rh}{\sqrt{R^2 + h^2}}$ ;

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{3}QH.S_{MNP} = \frac{1}{3}.\frac{2Rh}{\sqrt{R^2 + h^2}}.\frac{1}{2}.IP.MN = \frac{2}{3}R^2h \text{ w}$$

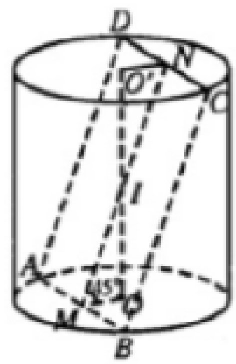
**Chọn đáp án A.**

**Câu 38:** Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông ABCD cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng (ABCD) tạo với đáy hình trụ góc $45^0$. Thể tích của hình trụ bằng:

**A.** $\dfrac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$ **B.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$ **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$ $\sqrt{2}\pi a^3$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Khi đó $OM \perp AB; O'N \perp CD$. Giả sử I là giao điểm của MN và OO’






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Đặt R=OA và h=OO' Khi đó tam giác IOM vuông cân tại O nên

$$OM = OI = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

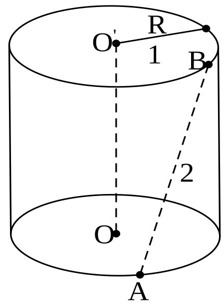
Ta có: $R^2 = OA^2 = AM^2 + MO^2 = (\frac{a}{2})^2 + (\frac{a\sqrt{2}}{4})^2 = \frac{3a^2}{8}$

$$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 39:** Một hình trụ tròn xoay bán kính R = 1. Trên 2 đường tròn đáy (O) và (O') lấy A và B sao cho AB =2 và góc giữa AB và trục OO' bằng $30^0$.

Xét hai khẳng định:




(I):Khoảng cách giữa O'O và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$

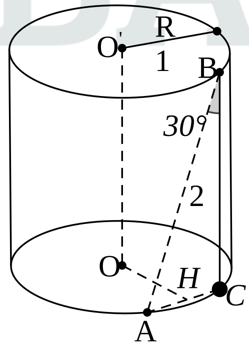
(II):Thể tích của khối trụ là $V = \sqrt{3}\pi$

Kết luận nào sau đây là đúng?

**A.** Chỉ (I) đúng.
**B.** Chỉ (II) đúng.
**C.** Cả (I) và (II) đều sai.
**D.** Cả (I) và (II) đều đúng

**Hướng dẫn giải:**

Kẻ đường sinh BC thì OO' // (ABC). Vì (ABC) vuông góc với (OAC) nên kẻ OH ⊥ AC thì OH ⊥ (ABC). Vậy d(OO', AB) = OH




ΔABC : BC = AB.cos$30^0$ = $\sqrt{3}$ ;AC = AB.sin$30^0$ = 1, ΔOAC là tam giác đều, có cạnh bằng 1, nên OH = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ : (I) đúng

V = π.$R^2$.h nên (II) đúng nên chọn D

**Chọn đáp án D.**

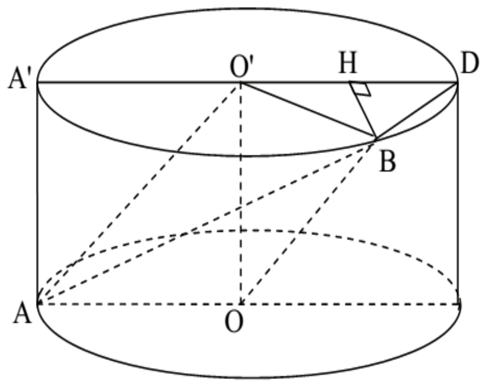
**Câu 40:** Cho hình trụ có các đáy là 2 hình tròn tâm *O* và *O'*, bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $a$. Trên đường tròn đáy tâm *O* lấy điểm *A*, trên đường tròn đáy tâm *O'* lấy điểm *B* sao cho *AB* = 2*a*. Thể tích khối tứ diện *OO'AB* theo *a* là

**A.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

Kẻ đường sinh $AA'$. Gọi $D$ là điểm đối xứng với $A'$ qua $O'$ và $H$ là hình chiếu của $B$ trên đường thẳng $A'D$.

Do $BH \perp A'D, BH \perp AA' \Rightarrow BH \perp (AOO'A')$






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$A'B=\sqrt{AB^2-A'A^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow BD=\sqrt{A'D^2-A'B^2}=a$ $\Delta O'BD$ đều nên $BH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{\Delta AOO'}=\dfrac{a^2}{2}$. Suy ra thể tích khối tứ diện *OO'AB* là: $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$

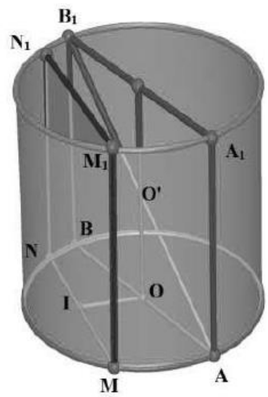
**Chọn đáp án C.**

**Câu 41:** Xét hình trụ nội tiếp một mặt cầu bán kính R. Tìm chiều cao của hình trụ để thiết diện qua trục hình trụ có diện tích lớn nhất. Tính thể tích V và diện tích toàn phần của hình trụ.

**A.** $\dfrac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};\pi.R^2$ **B.** $\dfrac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};3\pi.R^2$

**C.** $\pi R^3\sqrt{2};3\pi.R^2$ **D.** $\pi R^3\sqrt{2};\pi.R^2$

**Hướng dẫn giải:**




Gọi O' là trung điểm của trục $O_1O$ của hình trụ thì O' là tâm mặt cầu đã cho. Kí hiệu h và r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ thì diện tích thiết diện qua trục là $S_{td}=2r.h$

Mặt khác $R^2=O'A^2=r^2+\dfrac{h^2}{4}\Rightarrow r^2=R^2-\dfrac{h^2}{4}$

Từ đó $S_{td}=h\sqrt{4R^2-h^2}=\sqrt{h^2\left(4R^2-h^2\right)}$

Vậy $S_{td}$ lớn nhất khi và chỉ khi $h=R\sqrt{2}$

Khi đó $r=\sqrt{R^2=\dfrac{1}{4}.2R^2}=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}=\dfrac{h}{2}$, tức là thiết diện qua trục là hình vuông

$V=\pi r^2h=2\pi r^2.r=2\pi r^3=\dfrac{\pi R^3\sqrt{2}}{2};St_p=2\pi r^3+2\pi rh=3\pi R^2$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 42:** Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất ?

**A.** 0,5 **B.** 0,6 **C.** 0,8 **D.** 0,7

**Hướng dẫn giải:**

Bài toán yêu cầu xác định giá trị của bán kính đáy là R, sao cho . nhỏ nhất.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, ta có: $2=\pi R^2h.$

$S_{tp}=2.S_d+S_{xq}=2\pi R^2+\pi Rh=2\pi\left(\dfrac{2}{\pi R}+R^2\right)=2\pi\left(\dfrac{2}{2\pi R}+\dfrac{2}{2\pi R}+R^2\right)\geq 6\pi\sqrt[3]{\dfrac{4}{4\pi^2}}$

Dấu = xảy ra ta có $R=\sqrt[3]{\dfrac{2}{2\pi}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 43:** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 80cm x 360cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 80cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

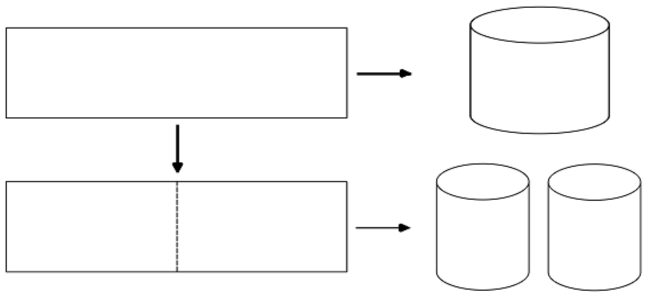
* Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

ADOBA

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

* Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu $V_1$ là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $C_5^3 = 10$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.



**A.** $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$ **B.** $\frac{V_2}{V_1} = 1$ **C.** $\frac{V_2}{V_1} = 2$ **D.** $\frac{V_2}{V_1} = 4$

**Hướng dẫn giải:**

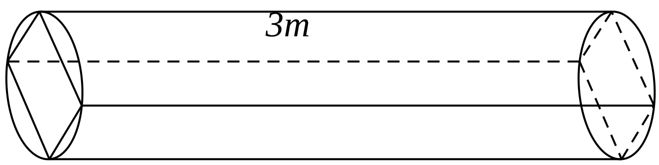
Do chiều cao của các thùng là như nhau, nên tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỉ số tổng diện tích đáy thùng.

Ta có chu vi đường tròn là $C = 2\pi R$ và diện tích hình tròn là $S = \pi R^2$, từ đó ta có mối liên hệ

$$S = \pi R^2 = \pi \frac{C^2}{4\pi^2} = \frac{C^2}{4\pi} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{C_1^2}{C_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 44:** Một khúc gỗ hình trụ có chiều cao 3m, đường kính đáy 80 cm. Người ta cưa 4 tấm bìa để được một khối lăng trụ đều nội tiếp trong khối trụ. Tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa là (xem mạch cưa không đáng kể)




**A.** $0{,}12(\pi - 2)\ m^3$ **B.** $1{,}92(\pi - 2)\ m^3$ **C.** $0{,}4(\pi - 2)\ m^3$ **D.** $0{,}48(\pi - 2)\ m^3$.

**Hướng dẫn giải:**

Tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa = thể tích khối trụ - thể tích khối lăng trụ

**Chọn đáp án D.**

**Câu 45:** Từ $37{,}26\pi\,\text{cm}^3$ thủy tinh. Người ta làm một chiếc cốc hình trụ có đường kính 8cm với đáy cốc dày 1,5cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm. Khi hoàn thành chiếc cốc đó có chiều cao là:

**A.** $10cm$. **B.** $8cm$. **C.** $15cm$. **D.** $12cm$.

**Hướng dẫn giải:**

Thể tích đáy là $V = \pi.16.1{,}5 = 24\pi cm^3$

Phần thủy tinh làm thành cốc là: $37{,}26\pi cm^3 - 24\pi cm^3 = 13{,}26\pi cm^3$

Gọi chiều cao của thành cốc không kể đáy là $x$ ta có $x = \frac{13{,}26}{16 - (3{,}8)^2} = 8{,}5$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Vậy chiều cao của cốc là: $8,5+1,5=10cm$

**Chọn đáp án A.**

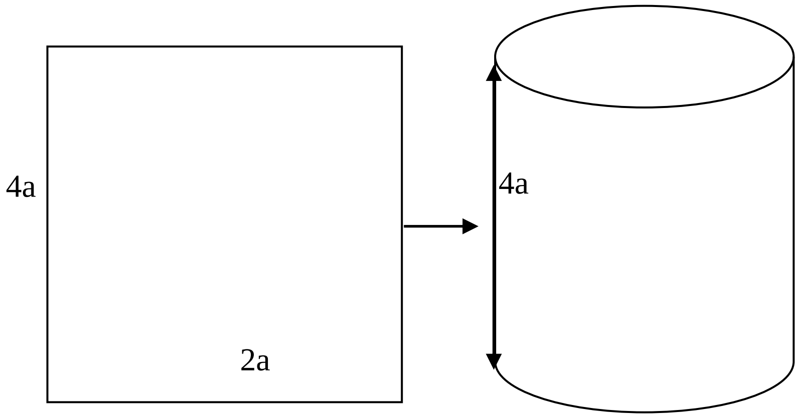
**Câu 46:** Một miếng bìa hình chữ nhật có các kính thước 2a và 4a. Uốn cong tấm bìa theo bề rộng (hình vẽ) để được hình trụ không đáy. Ký hiệu V là thể tích của khối trụ tạo ra.
Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** V= $4\pi a^3$

**B.** V= $16\pi a^3$

**C.** V= $\dfrac{4a^3}{\pi}$

**D.** V= $\dfrac{a^3}{16\pi}$




**Hướng dẫn giải:**

Chu vi của đáy bằng 2a= $2\pi$R. Ta tính được R= $\dfrac{a}{\pi}$ . Chiều cao h = 4a, từ đó ta tính được V= $\dfrac{4a^3}{\pi}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 47:** Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư người ta cần đúc 500 ống hình trụ có đường kính trong và chiều cao của mỗi ống bằng 1m, độ dày của thành ống là 10 cm. Chọn mác bê tông là 250 (tức mỗi khối bê tông là 7 bao xi măng). Hỏi phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi-măng để làm đủ số ống nói trên.

**A.** $\approx 1.200(bao)$ **B.** $\approx 1.210(bao)$ **C.** $\approx 1.110(bao)$ **D.** $\approx 4.210(bao)$

**Hướng dẫn giải:**

+ Tính thể tích khối trụ bán kinh 0,6m: $V_n=\pi R^2h=\pi(0,6)^2.1=\dfrac{9}{25}\pi$

+ Tính thể tích khối trụ bán kinh 0,5m: $V_t=\pi R^2h=\pi(0,5)^2.1=\dfrac{1}{4}\pi$

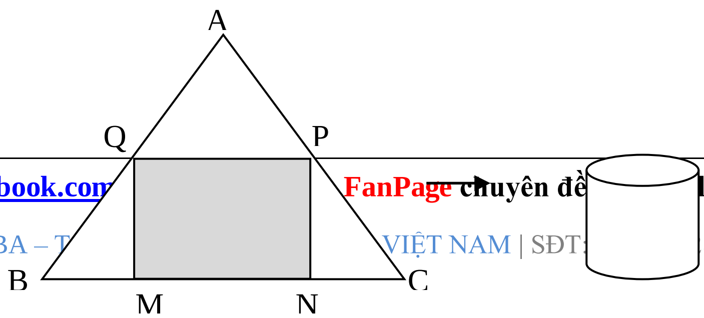
+ Lượng hồ bê tông cho một ống là: $V=V_n-V_t=\left(\dfrac{9}{25}-\dfrac{1}{4}\right)\pi=\dfrac{11}{100}\pi\approx 0.3456(m^3)$

+ Lượng hồ bê tông để làm 500 ống là: $V_{500}=55\pi\approx 172.7876(m^3)$

+ Số lương bao xi-măng cần mua là 1.209,1532(bao)

**Chọn đáp án B.**

**Câu 48:** Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật *MNPQ* từ mảnh tôn nguyên liệu ( với *M, N* thuộc cạnh *BC; P* và *Q* tương ứng thuộc cạnh *AC* và *AB*) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng *MQ*. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**A.** $\dfrac{91125}{4\pi}(cm^3)$ **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}(cm^3)$ **C.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$ **D.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi I là trung điểm $BC$. Suy ra I là trung điểm MN

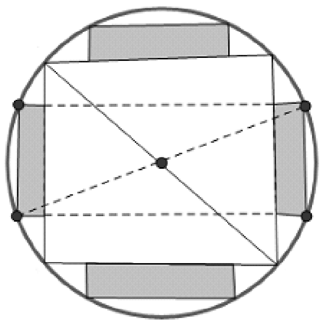
Đặt MN = x ( $0<x<90$ ); $\Rightarrow \dfrac{MQ}{AI}=\dfrac{BM}{BI} \Rightarrow MQ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(90-x)$

Gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R=\dfrac{x}{2\pi}$ $\Rightarrow V_T=\pi(\dfrac{x}{2\pi})^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}(90-x)=\dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3+90x^2)$

Xét $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3+90x^2)$ với $0<x<90$. Khi đó: $\max\limits_{x\in(0;90)} f(x)=\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$ khi x= 60.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 49:** Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



**A.** $x=\dfrac{3\sqrt{34}-17\sqrt{2}}{2}(cm)$ **B.** $x=\dfrac{3\sqrt{34}-19\sqrt{2}}{2}(cm)$

**C.** $x=\dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}(cm)$ **D.** $x=\dfrac{5\sqrt{34}-13\sqrt{2}}{2}(cm)$

**Hướng dẫn giải:**

Diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là $S=S_{MNPQ}+4xy$

Cạnh hình vuông $MN=\dfrac{MP}{\sqrt{2}}=\dfrac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}\,(cm)$

$\Rightarrow S=\left(20\sqrt{2}\right)^2+4xy=800+4xy$ (1)

Ta có $2x=AB-MN=AB-20\sqrt{2}<BD-20\sqrt{2}=40-20\sqrt{2} \Rightarrow 0<x<20-10\sqrt{2}$

Lại có $AB^2+AD^2=BD^2=40^2 \Rightarrow \left(2x+20\sqrt{2}\right)^2+y^2=1600$

$\Rightarrow y^2=800-80x\sqrt{2}-4x^2 \Rightarrow y=\sqrt{800-80x\sqrt{2}-4x^2}$

Thế vào $(1) \Rightarrow S=800+4x\sqrt{800-80x\sqrt{2}-4x^2}=800+4\sqrt{800x^2-80x^3\sqrt{2}-4x^4}$

Xét hàm số $f(x)=800x^2-80x^3\sqrt{2}-4x^4$, với $x\in\left(0;20-10\sqrt{2}\right)$ có

$$f'(x)=1600x-240x^2\sqrt{2}-16x^3=16x\left(100-15x\sqrt{2}-x^2\right)$$



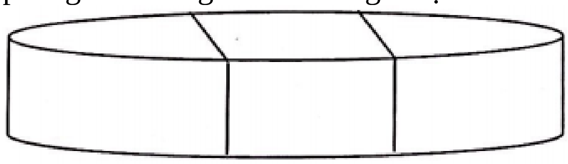
Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Ta có $\begin{cases} x \in \left(0; 20-10\sqrt{2}\right) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(0; 20-10\sqrt{2}\right) \\ 16x\left(100-15x\sqrt{2}-x^2\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}$

Khi đó $x = \dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}$ chính là giá trị thỏa mãn bài toán.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 50:** Trong ngày trung thu, bố bạn Nam đem về cho bạn Nam một chiếc bánh trung thu. Nam rất vui vẻ vì điều đó, tuy nhiên để kích thích tinh thần toán học của bạn Nam, bố bạn Nam đưa ra một bài toán như sau : Giả sử chiếc bánh có hình trụ đứng, đày là hình tròn đường kính 12cm, chiều cao 2cm. Bạn Nam phải cắt chiếc bánh thành 3 phần bằng nhau, cách cắt phải tuân thủ quy tắc. Nam chỉ được cắt đúng hai nhát, mặt phẳng 2 nhát dao phải vuông góc với đáy và song song với nhau. Như vậy, theo cách cắt thì sẽ có hai miếng giống nhau và một việc khác hình thù, 3 miếng có cùng chung thể tích. Hỏi khoảng cách giữa 2 mặt phẳng nhát cắt gần nhất với giá trị bao nhiêu ?

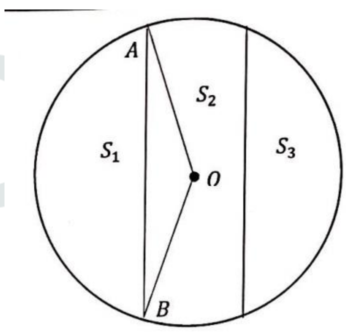


**A.** 3,5cm **B.** 3cm **C.** 3,2cm **D.** 3,44cm

**Hướng dẫn giải:**

Đáp án **C**

Thực chất bài toàn là chai hình tròn thành 3 phần bằng nhau như hình vẽ:




Vì các miếng bánh có cũng chiều cao nên diện tích đáy của các miếng bánh phải bằng nhau và bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích chiếc bánh ban đầu.

Trong hình vẽ thì ta có OA=OB=6 và $S_1 = S_2 = S_3 = \dfrac{\pi.OA^2}{3} = 12\pi$

Đặt AOB=$\alpha \in (0,\pi)$ thì ta có: $S_1 + S_{\Delta OAB} = S_{OAB} \Leftrightarrow 12\pi + \dfrac{1}{2}OA.OB.\sin\alpha = \dfrac{OA^2.\pi}{2\pi}.\alpha$

$\Leftrightarrow 12\pi + 18\sin\alpha = 18\alpha$

Sử dụng chức nă SHIFT SOLVE ên máy tính ta tìm được giá trị $\alpha \approx$ 2,605325675

Khoảng cách 2 nhát dao là $x = OA.\cos\dfrac{\alpha}{2}2 \approx 3,179185015$

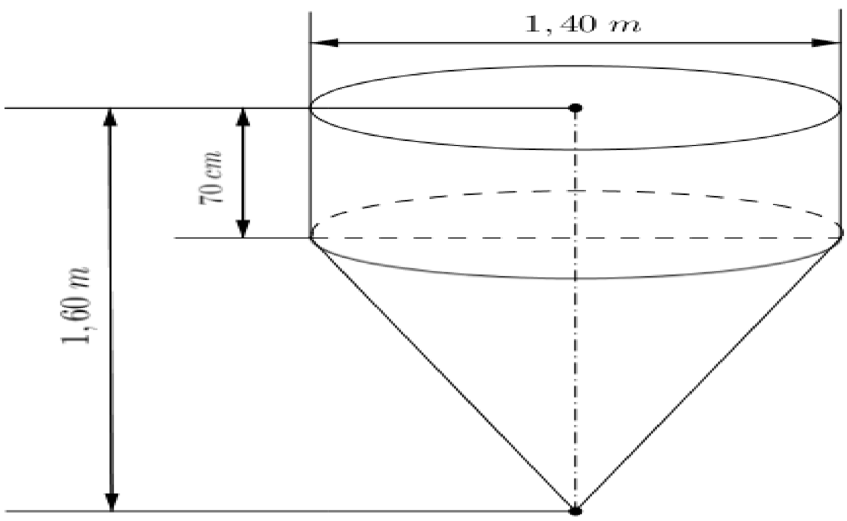
**Chọn đáp án C.**

**Câu 51:** Một phần dụng cụ gồm một phần có dạng trụ, phần còn lại có dạng nón, một hình trụ, đường kính đáy 1,4m, chiều cao 70cm, và một hình nón, bán kính đáy bằng bán kính hình trụ, chiều cao hình nón bằng 0,9m( Các kích thước cho trên hình 100). Khi đó diện tích mặt ngoài của dụng cụ ( Không tính nắp đậy) có giá trị **gần nhất** với:

**A.** 5,58 **B.** 6,13 **C.** 4,86 **D.** 6,36



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui




**Hướng dẫn giải:**

Diện tích cần tính gồm diện tích xung quanh hình trụ và diện tích xung quanh hình nón. Đường sinh của hình nón là:

$S_{xq\text{ trụ}} = 2\pi rh = 2.3{,}14.\frac{1{,}4}{2}.0{,}7 = 3{,}077(m^2)$

$S_{xq\text{ nón}} = \pi rl = 3{,}14.0{,}7.1{,}14 = 2{,}506(m^2)$

Vậy diện tích toàn phần của phễu:

$S = S_{xq\text{ trụ}} + S_{xq\text{ nón}} = 5{,}583(m^2)$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 52:** Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).

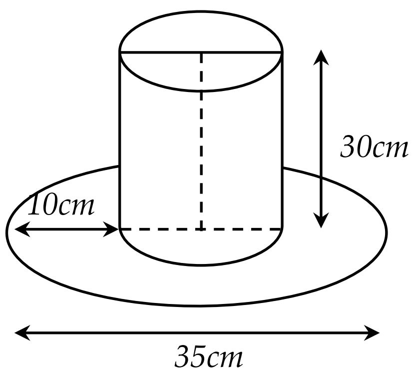
**A.** $700\pi(cm^2)$ **B.** $754{,}25\pi(cm^2)$ **C.** $750{,}25\pi(cm^2)$ **D.** $756{,}25\pi(cm^2)$

**Hướng dẫn giải:**

Tổng diện tích được tính bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích một đáy, với diện tích hình vành khăn.

Ta có $S = 2\pi.7{,}5.30 + \pi.7{,}5^2 + \pi.(17{,}5^2 - 7{,}5^2) = 756{,}25\pi$

**Chọn đáp án D.**





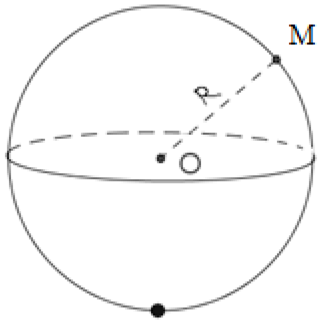

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

# MẶT CẦU – KHỐI CẦU

## A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

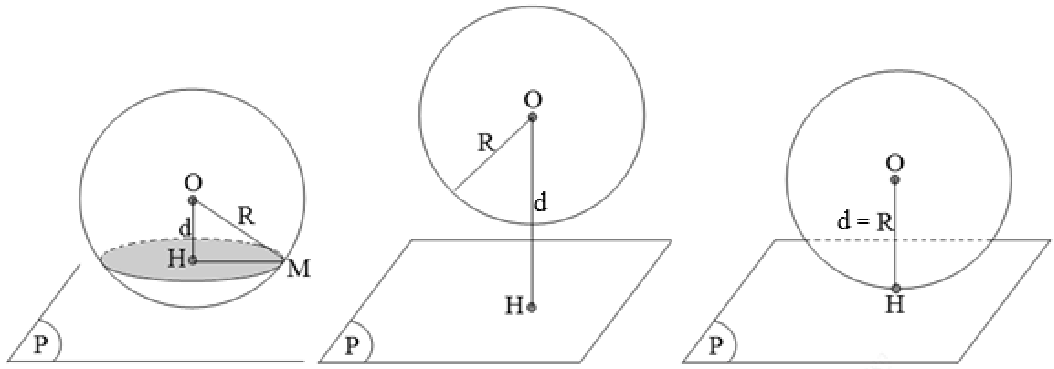
### I. Mặt cầu – Khối cầu:

### 1. Định nghĩa




• **Mặt cầu:** $S(O;R)=\{M|OM=R\}$ • **Khối cầu:** $V(O;R)=\{M|OM\le R\}$

### 2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng




Hình a Hình b Hình c

Cho mặt cầu S(O; R) và mặt phẳng (P). Gọi d = d(O; (P)).

• Nếu d < R thì (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn nằm trên (P), có tâm H và bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

• Nếu d = R thì (P) tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm H. ((P) được gọi là tiếp diện của (S))

• Nếu d > R thì (P) và (S) không có điểm chung.

Khi d = 0 thì (P) đi qua tâm O và được gọi là mặt phẳng kính, đường tròn giao tuyến có bán kính bằng R được gọi là đường tròn lớn.

### 3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu S(O; R) và đường thẳng Δ. Gọi d = d(O; Δ).

• Nếu d < R thì Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

• Nếu d = R thì Δ tiếp xúc với (S). (Δđược gọi là tiếp tuyến của (S)).

• Nếu d > R thì Δ và (S) không có điểm chung.

### 4. Mặt cầu ngoại tiếp – nội tiếp

| | **Mặt cầu ngoại tiếp** | **Mặt cầu nội tiếp** |
|---|---|---|
| **Hình đa diện** | Tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu | Tất cả các mặt của hình đa diện đều tiếp xúc với mặt cầu |

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

https://www.facebook.com/groups/TruongHocChui



| | | |
|---|---|---|
| **Hình trụ** | Hai đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt cầu | Mặt cầu tiếp xúc với các mặt đáy và mọi đường sinh của hình trụ |
| **Hình nón** | Mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón | Mặt cầu tiếp xúc với mặt đáy và mọi đường sinh của hình nón |

### 5. Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

*** Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:**

- Cách 1: Nếu (n – 2) đỉnh của đa diện nhìn hai đỉnh còn lại dưới một góc vuông thì tâm của mặt cầu là trung điểm của đoạn thẳng nối hai đỉnh đó.
- Cách 2: Để xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

– Xác định trục Δ của đáy (Δ là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy).

– Xác định mặt phẳng trung trực (P) của một cạnh bên.

– Giao điểm của (P) và Δ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

*** Mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng:**

– Xác định trục Δ của hai đáy (Δ là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy).

–trung điểm đoạn nối hai tâm đa giác đáy là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

## II. Diện tích – Thể tích

Diện tích: $S = 4\pi R^2$

Thể tích: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$

ADOBA

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

## B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Công thức tính thể tích khối cầu đường kính R là:

**A.** $\frac{4}{3}\pi R^3$ **B.** $\frac{3}{4}\pi R^3$ **C.** $\frac{4}{5}\pi R^3$ **D.** $\frac{1}{6}\pi R^3$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng** ?

**A.** Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp

**B.** Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp

**C.** Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp

**D.** Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp

**Hướng dẫn giải:**

Hình thang cân thì nội tiếp đường tròn nên.Hình chóp có đáy là hình thang cân sẽ có mặt cầu ngoại tiếp.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 3:** Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây:

**A.** Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình tứ diện bất kì.

**B.** Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình lăng trụ có đáy là tứ giác lồi.

**C.** Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình hộp chữ nhật.

**D.** Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp đa giác đều.

**Hướng dẫn giải:**

Sử dụng phương pháp loại trừ rõ ràng A, C, D đúng nên B sai

**Chọn đáp án B.**

**Câu 4:** Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và biết rằng $ABC = 90^0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

**A.** AB là một đường kính của mặt cầu đã cho

**B.** Luôn luôn có một đường tròn thuộc mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC

**C.** ABC là một tam giác vuông cân tại C

**D.** AB là đường kính của một đường tròn lớn trên mặt cầu đã cho

**Chọn đáp án D.**

**Câu 5:** Trong các đa diện sau đây, đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu:

**A.** Hình chóp tam giác (tứ diện) **B.** Hình chóp ngũ giác đều

**C.** Hình chóp tứ giác **D.** Hình hộp chữ nhật

**Hướng dẫn giải:**

Chọn C vì cạnh bên đồng phẳng với trục và đáy là tứ giác nội tiếp thì thì hình chóp tứ giác mới có tâm mặt cầu ngoại tiếp.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 6:** Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a$ , $AB = b,\ AC = c.$ Mặt cầu đi qua các đỉnh $A, B, C, S$ có bán kính r bằng :

**A.** $\frac{2(a+b+c)}{3}$ **B.** $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ **C.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ **D.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

**Hướng dẫn giải:**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Dựng hình hộp chữ nhật có 3 cạnh là a.b,c nên có độ dài đường chéo là $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ .Do đó bán kính mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp là $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ .

**Chọn đáp án C.**

**Câu 7:** Cho tứ diện ABCD có O là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện. Tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn hệ thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=a$ (với $a>0$ không đổi) là:

**A.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=\frac{a}{4}$

**B.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=\frac{a}{2}$

**C.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=a$

**D.** Mặt cầu tâm O bán kính $r=\frac{a}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD

=> $O$ là trung điểm của EF

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{MF}=4\overrightarrow{MO}$

=> $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4\left|\overrightarrow{MO}\right|=a$

=> $\left|\overrightarrow{MO}\right|=MO=\frac{a}{4}$

Vậy tập hợp các điểm M cần tìm trong không gian là mặt cầu tâm O bán kính $r=\frac{a}{4}$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 8:** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng $a$ .Tập hợp các điểm M sao cho $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=2a^2$ là

**A.** Mặt cầu có tâm là trọng tâm tam giác ABC và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

**B.** Mặt cầu có tâm là trọng tâm tứ diện và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

**C.** Mặt cầu có tâm là trọng tâm tứ diện và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

**D.** Mặt cầu có tâm là trọng tâm tam giác ABC và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi G là trọng tâm tứ diện ABCD ta có

$MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2+\overrightarrow{MD}^2$

$=(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA})^2+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB})^2+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC})^2+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GD})^2$

$=4MG^2+\frac{3}{2}a^2=2a^2\Rightarrow MG=\frac{\sqrt{2}}{4}$

Vậy quỹ tích điểm M là mặt cầu tâm G bán kính bằng $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

**Chọn đáp án B.**



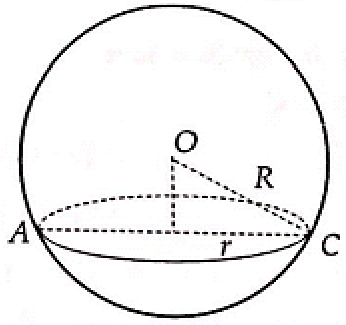
Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

ADOBA

**Câu 9:** Mặt cầu tâm O bán kính $R=17\,dm$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến đi qua ba điểm A, B, C mà $AB=18dm, BC=24dm, CA=30dm$. Tính khoảng cách từ O đến (P).

**A.** 7 dm **B.** 8 dm **C.** 14 dm **D.** 16 dm

**Hướng dẫn giải:**




Ta có giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt cầu là một đường tròn. Khi đó A, B, C nằm trên đường tròn này, nếu để ý kĩ ta thấy $CA^2=AB^2+BC^2$, do vậy tam giác ABC vuông tại B, tức là AC chính là đường kính của đường tròn này, hay $r=15\,dm$. Ta có hình vẽ minh họa sau:

Nhìn vào hình vẽ ta thấy $d\left(O;(P)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{17^2-15^2}=8$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 10:** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2\sqrt{3}$

**A.** $32\pi\sqrt{3}$ **B.** $36\pi$ **C.** $64\pi\sqrt{6}$ **D.** $4\pi\sqrt{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2\sqrt{3}$

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có bán kính $r=\dfrac{AC'}{2}$ mà

$AC'=2\sqrt{3}.\sqrt{3}\Rightarrow r=\dfrac{2\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=3$

Vậy $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}\pi 3^3=36\pi$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 11:** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a. Thể tích của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện ABCD bằng:

**A.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{9}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi $I, J, K, H, M, N$ lần lượt là trung trung điểm $AB, BC, CD, DA, AC, BD$. Theo tính chất hình bình hành ta chứng minh được $IK, JH, MN$ cắt nhau tại trng điểm của mỗi đường, gọi giao điểm là O.

Vì ABCD là tứ diện đều

$\Rightarrow\begin{cases} OI=OJ=OK=OH=OM=ON \\ OI\perp AB, OK\perp CD, OM\perp AC, ON\perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow$ O là tâm mặt cầu tiếp xúc với các cạnh tứ diện $ABCD$.



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

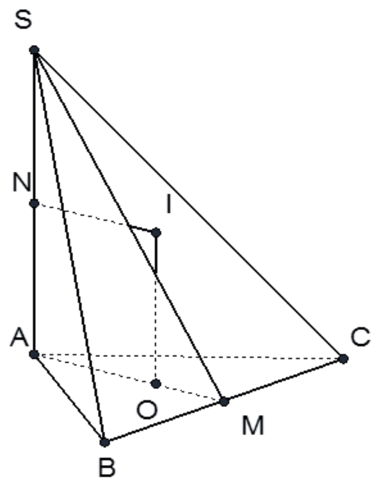
Xét hình vuông IJKH cạnh $IH = \frac{a}{2} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{2}}{2} IH = \frac{a\sqrt{2}}{4} = R \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{a^3\pi\sqrt{2}}{24}$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $a$, $SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**A.** $\frac{3\pi a^2}{7}$ **B.** $\frac{7\pi a^2}{12}$ **C.** $\frac{7\pi a^2}{3}$ **D.** $\frac{\pi a^2}{7}$

**Hướng dẫn giải:**




Gọi $O$ là trọng tâm của tam giác đều $ABC$ và $M, N$ là trung điểm của $BC$ và $SA$ $\Rightarrow AO = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi $I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$\Rightarrow IO \perp (ABC)$ và $IN \perp SA \Rightarrow AOIN$ là hình chữ nhật.

$$R = IA == \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{AH^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

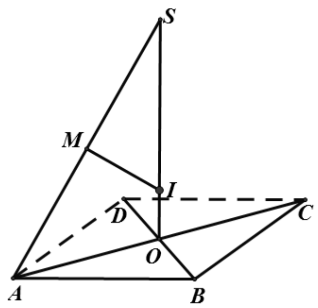
$$\Rightarrow S_{cau} = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}.$$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 13:** Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a là:

**A.** $a\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $a\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

**Hướng dẫn giải:**




**R =** $R = SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 14:** Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, AB=a. Cạnh bên SA vuông góc mp(ABC) và SC hợp với đáy một góc bằng $60^0$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

**A.** $\frac{4\sqrt{2}\,\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{8\sqrt{2}\,\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}\,\pi a^3}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{2}\,\pi a^3}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Tâm mặt cầu ngoại tiếp là trung điểm của SC nên bán kính

$$R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{\left(a\sqrt{6}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2}}{2} = a\sqrt{2}$$

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC. A'B'C' có tất cà các cạnh đều bằng a.Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ theo a.

**A.** $S = \frac{17\pi a^2}{13}$ **B.** $S = \frac{7\pi a^2}{3}$ **C.** $S = 17\pi a^2$ **D.** $S = 7\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

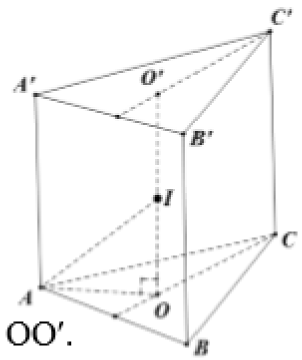
Thể tích lăng trụ là: $V = AA'.S_{ABC} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$

Khi đó tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lăng trụ đều ABC. A'B'C' là trung điểm I của OO'.

Mặt cầu này có bán kính là:

$R = IA = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$



OO'.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 16:** Hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$ và có chiều cao $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

**A.** $S_{mc} = \frac{9a^2}{2}$ **B.** $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{2}$ **C.** $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{4}$ **D.** $S_{mc} = \frac{9a^2}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC suy ra $SO \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA. Trong tam giác SAO kẻ đường trung trực của cạnh SA cắt cạnh SO tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC có bán kính $R = IS = \frac{SA.SM}{SO} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Khi đó $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{2}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 17:** Cho tứ diện S.ABC, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3, BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc $45^0$. Thể tích hình cầu ngoại tiếp S.ABC là:

**A.** $V = \frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$ **B.** $V = \frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$ **C.** $V = \frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$ **D.** $V = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

$\Delta ABC: AC = \sqrt{9+16} = 5$

$(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow SAC = 45^0 \Rightarrow SA = SC = 5$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

ADOBA

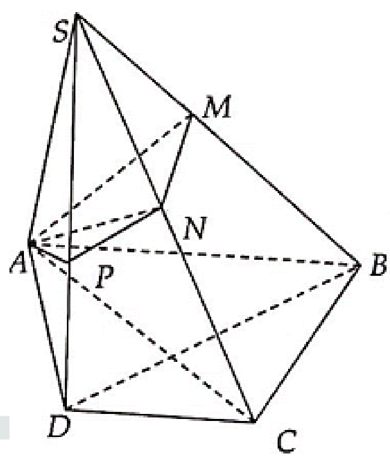
$$V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{SC}{2}\right)^3=\frac{4\pi}{3}\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 18:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang cân ABCD với AB=2a, BC=CD=DA=a và SA⊥(ABCD). Một mặt phẳng qua A vuông góc với SB và cắt AB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính đường kính khối cầu ngoại tiếp khối ABCDMNP.

**A.** $a\sqrt{3}$ **B.** $a$ **C.** $2a$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**




Nhận xét hình thang ABCD cân và AB=2AD =2BC = 2CD =2a nên ACB = ADB = 90$^o$

Mặt phẳng qua A vuông góc với SB tại M nên AMB = 90$^o$. Ta có BC ⊥AC và BC ⊥SA nên BC⊥(SAC)

Do đó AN ⊥BC và AN ⊥SB nên AN ⊥(SBC)

⟹AN⊥BN, hay ANB = 90$^o$

Ta cũng có AP⊥SB và AP ⊥BD nên AP⊥(SBD) ⟹AP⊥BP, hay APB = 90$^o$

Ta thấy các điểm C,D,M,N đều nhìn AB dưới một góc vuông. Nếu đã nắm chắc được lời giải ở các đề trước thì ở đề này, không khó để quý độc giả nhận ra AB chính là đường kính của khối cầu. Do vậy d=AB=2a

Chú ý: Nhiều độc giả theo thói quen đã đi tìm bán kính chứ không phải đường kính dẫn đến chọn sai đáp án.

**Chọn đáp án C.**

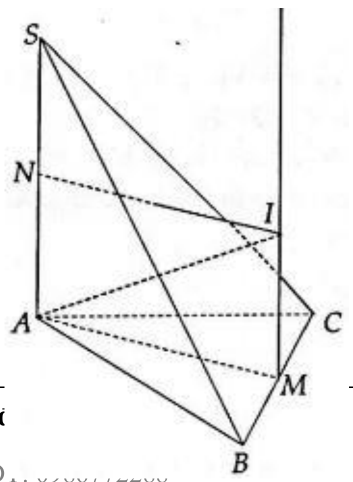
**Câu 19:** Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA=a, AB=b, AC=c$ . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính r bằng:

**A.** $\frac{2}{3}(a+b+c)$ **B.** $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ **C.** $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$ **D.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

**Hướng dẫn giải:**

Cách xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước, do vậy ở đề này tôi xin áp dụng luôn vào hình vẽ như sau:

*Bước 1:* vẽ trục đường tròn của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm của BC, khi đó thì M là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC do ABC vuông tại A. Kẻ $Mx\perp(ABC)$ khi đó Mx là trục đường tròn của tam giác đáy ABC.




*Bước 2:* lấy giao điểm của trục đường tròn với trung trực của cạnh bên.

Kẻ NI là trung trực của SA $(I\in Mx)$. Khi đó I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp SABC.

Cách diễn giải phía trên thì khá lằng nhằng, tuy nhiên lúc làm bài thi, khi tư duy nhanh, điều này lại trở nên khá đơn giản.

Ta đi tìm $R=IA$ . Tứ giác ANIM là hình chữ nhật do đó

$$IA=\sqrt{AM^2+MI^2}=\sqrt{\frac{BC^2}{4}+\frac{SA^2}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Chọn đáp án C.**

**Câu 20:** Cho khối chóp tam giác S.ABC có SA = 3, SB = 4, SC = 5 và SA, SB, SC đôi một vuông góc. Khối cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC có thể tích là:

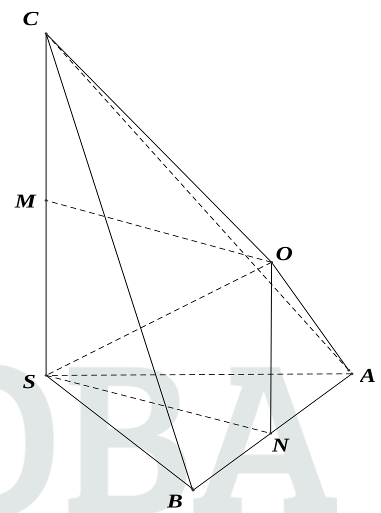
**A.** $25\sqrt{2}\pi$ **B.** $\dfrac{125\sqrt{2}\pi}{3}$ **C.** $\dfrac{10\sqrt{2}\pi}{3}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}\pi^3}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi M,N lần lượt là trung điểm SC, AB

Vì $\Delta SAB$ vuông góc tại S nên N là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta SAB$. Trong mặt phẳng (MSN) dựng hình chữ nhật MSNO thì ON là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta SAB$ và OM là đường trung trực của đoạn SC trong mặt phẳng (OSC)

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.




$$BN = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + SB^2} = \frac{5}{2},\ ON = MS = \frac{1}{2}SC = \frac{5}{2}$$

Bán kính và thể tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là

$$R = OB = \sqrt{ON^2 + BN^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2},\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$$

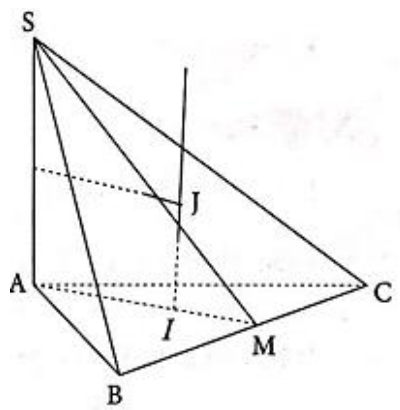
**Chọn đáp án B.**

**Câu 21:** Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC), SA = 2a$, tam giác $ABC$ cân tại $A$, $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos ACB = \frac{1}{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC

**A.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{\sqrt{4}}$ **B.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{\sqrt{3}}$ **C.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{4}$ **D.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{5}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta




có : $\sin C = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}; \tan C = 2\sqrt{2}; CM = a\sqrt{2}; AM = CM.\tan C = 4a$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$\sin A = \sin 2C = 2\sin C.\cos C = 2.\frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

Theo định lý hàm sin trong tam giác *ABC* ta có $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{9a}{4}$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* ta có *IA* = *R*. Dựng trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*. Mặt phẳng trung trực *SA* cắt trục đường tròn tại *J* khi đó *J* chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp *SABC*.

Gọi *r* là bán kính mặt cầu ngoại tiếp *S.ABC* khi đó $r = JA = JB = JS = JC = \sqrt{IA^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{97}}{4}$

Diện tích mặt cầu cần tính là $S = 4\pi.r^2 = \frac{97\pi.a^2}{4}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 22:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 3$. Cạnh bên $SA = 6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là?

**A.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ **B.** 9 **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $3\sqrt{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi M là trung điểm AC, suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi I là trung điểm SC, suy ra IM // SA nên $IM \perp (ABC)$

Do đó IM là trục của $\Delta ABC$ suy ra $IA = IB = IC$ (1)

Hơn nữa, tam giác SAC vuông tại A có I là trung điểm SC nên $IS = IC = IA$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $IS = IA = IB = IC$ hay I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

Vậy bán kính $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 23:** Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên *SAB* là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích *V* của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

**A.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ **B.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ **D.** $V = \frac{5\pi}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là trung điểm của *AB*

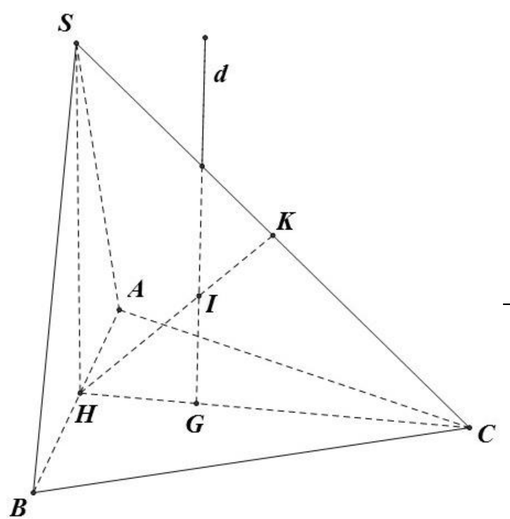
Vì $\Delta SAB$ đều nên $SH \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp *S.ABC*

Qua *G* kẻ đường thẳng *d* song song với $SH \Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi *G* là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC$.

Gọi *K* là trung điểm của *SC*, vì $\Delta SHC$ vuông cân tại $H\,(SH = HC) \Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với *SC*.






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Xét hai tam giác đều $\Delta ABC = \Delta SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1.

$G$ là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow CG = \dfrac{2}{3}CH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Xét $\Delta HIG$ vuông tại $G$ ta có $IG = HG = \dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \dfrac{4}{3}\pi IC^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 24:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh bằng $2a$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho?

**A.** $\dfrac{24.\sqrt{21}\pi a^3}{27}$ **B.** $\dfrac{25.\sqrt{21}\pi a^3}{27}$ **C.** $\dfrac{28.\sqrt{21}\pi a^3}{27}$ **D.** $\dfrac{24.\sqrt{21}\pi a^3}{25}$

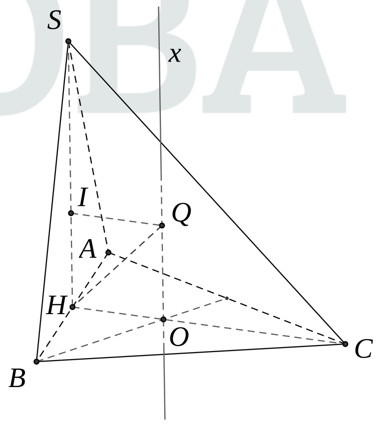
**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là trọng tâm của $ABC$. Qua O kẻ $Ox \parallel SH$, lấy $Q \in Ox$ sao cho $OH = \dfrac{1}{3}CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$SH = HC = a\sqrt{3} \Rightarrow SI = \dfrac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow SQ = \sqrt{\dfrac{7}{3}}a$

$V = \dfrac{4\pi}{3}R^3 = \dfrac{4\pi}{3}.\left(\sqrt{\dfrac{7}{3}}a\right)^3 = \dfrac{28.\sqrt{21}\pi a^3}{27}$

**Chọn đáp án C.**



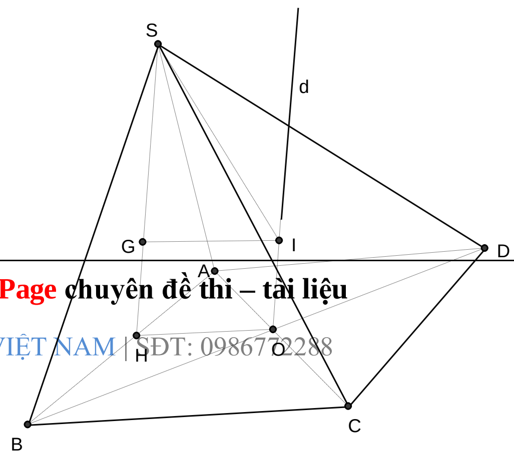

**Câu 25:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác $SAB$ đều cạnh $a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo $a$.

**A.** $\dfrac{a\sqrt{12}}{12}$ **B.** $\dfrac{a}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi H là trung điểm của AB, do tam giác SAB đều nên SH ⊥AB mà (SAB) ⊥(ABCD) nên SH ⊥ (ABCD)

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD, d là đường thẳng qua O và song song SH thì d ⊥ (ABCD) hay d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Trong mặt phẳng (SAB) từ G kẻ đường thẳng vuông góc với






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

(SAB) cắt d tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD, bán kính R = IS.

Trong tam giác vuông SGI tại G : $SI=\sqrt{SG^2+HO^2}=\sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

**Chọn đáp án D.**

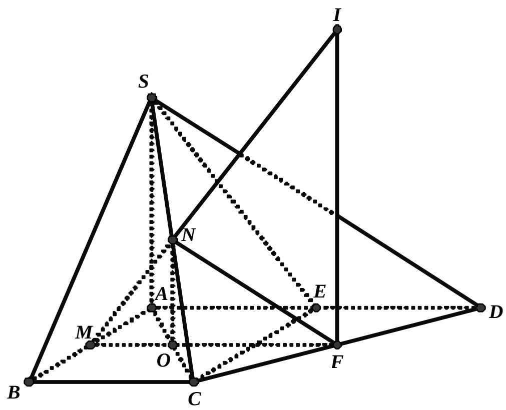
**Câu 26:** Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại $A$ và $B$ với $AB=BC=1$, $AD=2$, cạnh bên $SA=1$ và $SA$ vuông góc với đáy. Gọi $E$ là trung điểm của $AD$. Tính diện tích $S_{mc}$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

**A.** $S_{mc}=2\pi$ **B.** $S_{mc}=11\pi$ **C.** $S_{mc}=5\pi$ **D.** $S_{mc}=3\pi$

**Hướng dẫn giải:**

Đáp án đúng : Phương án B

+ Gọi $M,N,F$ lần lượt là trung điểm của $AB,SC,CD$.




Khi đó ta chứng minh được $(MNF)\perp(ABCD)$ và $MN\perp(SCE)$.

+ Từ $(MNF)\perp(ABCD)$ và nếu dựng trục $\Delta$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác $CDE$ thì $\Delta\subset(MNF)$

+ Từ $MN\perp(SCE)$ ta suy ra $MN$ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác $SCE$

+ Do đó, trong mặt phẳng $(MNF)$ gọi $I=\Delta\cap MN$ thì $I$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

+ Gọi $R$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ thì $R=IC=\sqrt{CF^2+IF^2}$

Mà $CF=\frac{CD}{2}=\frac{\sqrt{CE^2+DE^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $NO=\frac{SA}{2}=\frac{1}{2}$ và $\frac{IF}{NO}=\frac{MF}{MO}=3\Rightarrow IF=3NO=\frac{3}{2}$

nên $R=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

+ Vậy diện tích mặt cầu cần tính là $S_{mc}=4\pi R^2=11\pi$

**Chọn đáp án B.**

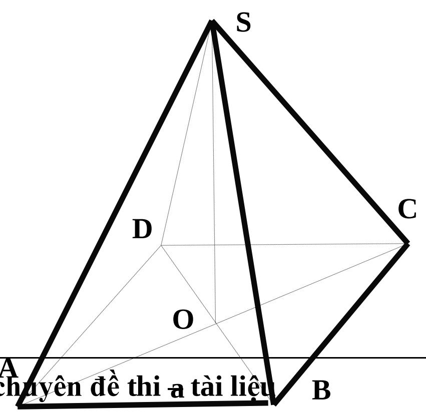
**Câu 27:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy là a và cạnh bên là 2a. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD là:

**A.** $\frac{16a^3\pi\sqrt{14}}{49}$ **B.** $\frac{2a^3\pi\sqrt{14}}{7}$ **C.** $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{147}$ **D.** $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{49}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi O là tâm của đáy , ta có: $SO=\sqrt{4a^2+\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$

Gọi M là trung điểm của SB, ta có: SI.SO = SM.SB=$\frac{SB^2}{2}=\frac{4a^2}{2}=2a^2$






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$R = SI = \dfrac{2a^2}{SO} = \dfrac{2a^2}{\dfrac{a\sqrt{14}}{2}} = \dfrac{4a}{\sqrt{14}}$.Vậy $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.(\dfrac{4a}{\sqrt{14}})^3 = \dfrac{4.64a^3\pi}{3.14\sqrt{14}} = \dfrac{64\pi a^3\sqrt{14}}{147}$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 28:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

**A.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$ **B.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$ **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ **D.** $\dfrac{5\pi a^3}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi H là trung điểm của AB. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác đều ABC, SAB. Dựng d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; d' là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. d và d' cắt nhau tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC.

Ta có: $G'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}; GH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IH = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$

Bán kính mặt cầu: $r = \sqrt{IH^2 + HA^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là: $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$

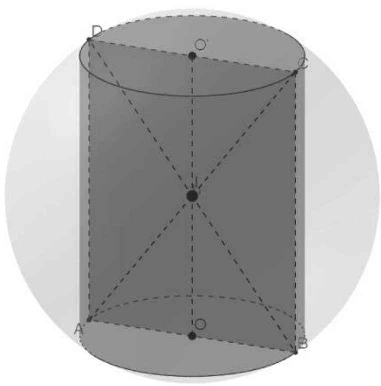
**Chọn đáp án B.**

**Câu 29:** Cho mặt cầu $(S)$ bán kính $R$. Một hình trụ có chiều cao $h$ và bán kính đáy $r$ thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao $h$ theo $R$ sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

**A.** $h = R\sqrt{2}$. **B.** $h = R$. **C.** $h = \dfrac{R}{2}$. **D.** $h = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

**Hướng dẫn giải:**

Gọi $O$ và $O'$ là tâm hai hình tròn đáy của hình trụ, và xét thiết diện $ABCD$ đi qua trục của hình trụ như hình vẽ trên đây.



Ta có $OO' = h; IA = R, AO = r \Rightarrow r^2 = R^2 - \dfrac{h^2}{4}$ .

Diện tích xung quanh của hình trụ

$S = 2\pi rh = \pi h\sqrt{4R^2 - h^2} \le \pi\dfrac{h^2 + 4R^2 - h^2}{2}$, (dùng BĐT $ab \le \dfrac{a^2 + b^2}{2}$). Vậy $S_{max} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow h^2 = 4R^2 - h^2 \Leftrightarrow h = R\sqrt{2}$ .

**Chọn đáp án A.**

**Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a$, $BAD = 60^0$. Hình chiếu vuông góc của $S$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm $M$ của cạnh $AB$. Biết $SD = a\sqrt{3}$. Tính thể tích $V$ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

**A.** $V = \dfrac{25\sqrt{7}}{81}\pi a^3$ **B.** $V = \dfrac{28\sqrt{7}}{9}\pi a^3$ **C.** $V = \dfrac{25\sqrt{7}}{81}\pi a^3$ **D.** $V = \dfrac{28\sqrt{7}}{81}\pi a^3$.

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Hướng dẫn giải:**

Tính được $SM=\dfrac{3a}{2}$, $SA=SB=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

Gọi $P$ là trung điểm $SA$, $Q$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $SAB$ $(Q\in SM)$

Ta có $\cos ASM=\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$\Rightarrow SQ=\dfrac{SP}{\cos ASM}=\dfrac{5a}{6}\Rightarrow QM=\dfrac{2}{3}a$

Gọi $d_1$ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều $ABD$ ($T$ là tâm của tam giác đều $ABD$)

$d_2$ là đường thẳng đi qua $Q$ và vuông góc $(SAB)$

$O=d_1\cap d_2$

$MQOT$ là hình chữ nhật, $OQ=MT=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $OT=MQ=\dfrac{2}{3}a$

Bán kính mặt cầu $R=OA=\sqrt{OT^2+AT^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}a$

Do đó $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{28\sqrt{7}}{81}\pi a^3$

**Chọn đáp án D.**

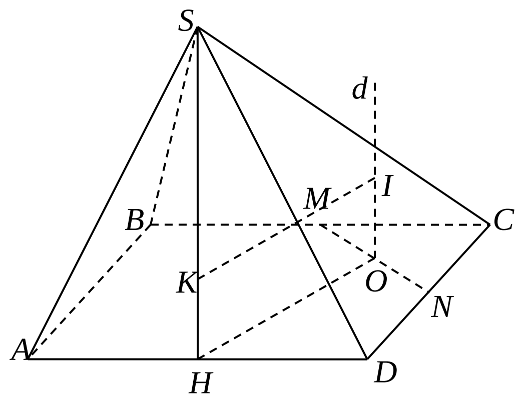
**Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $CD$. Tính bán kính $R$ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

**A.** $R=\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{93}}{12}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{29}}{8}$. **D.** $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{12}$.

**Hướng dẫn giải:**

Gọi $H$ là trung điểm của $AD$ suy ra $SH\perp(ABCD)$. Dễ thấy tâm $I$ của mặt cầu nằm trên trục $d$ đi qua trung điểm $O$ của $MN$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $I$ và $S$ cùng phía so với mp $(ABCD)$.

Nếu đặt $x=OI$ thì $IK=OH=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}$ và




$OC^2+OI^2=R^2=IK^2+KS^2\Leftrightarrow\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2+x^2$

$=\left(\dfrac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}-x\right)^2\Leftrightarrow x=\dfrac{5\sqrt{3}a}{12}$

$\Rightarrow R=\sqrt{x^2+\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{93}}{12}$

**Cách 2:** Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $H(0;0;0)$,



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$A\left(\frac{a}{2};0;0\right), M(a;0;0)$ và $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó trung điểm $E\left(\frac{a}{4};\frac{3a}{4};0\right)$ là trung điểm của $MN$. Do $IE \perp (ABCD)$ nên $I\left(\frac{a}{4};\frac{3a}{4};t\right)$. Từ $IS^2 = IA^2 \Rightarrow t = \frac{5a\sqrt{3}}{12} \Rightarrow R = IA = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$, $AB = BC = a\sqrt{3}$, $SAB = SCB = 90^o$ và khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$ bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo $a$.

**A.** $S = 3\pi a^2$ **B.** $S = 16\pi a^2$ **C.** $S = 2\pi a^2$ **D.** $S = 12\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi $D$ là hình chiếu vuông góc của $S$ trên $(ABC)$ $AB \perp SA, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD$

Tương tự $CB \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DC$. Suy ra $ABCD$ là hình vuông

Gọi $H$ là hình chiếu của $D$ trên $SC \Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC) = d(D,(SBC) = DH = a\sqrt{2}$

$\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{SH^2} - \frac{1}{DC^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$

Gọi $I$ là trung điểm $SB$ ta có $IA = IB = IC = IS$ nên $I$ là tâm mặt cầu. Suy ra bán kính mặt cầu $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi r^2 = 12\pi a^2$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 33:** Cho tứ diện ABCD có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh a và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD theo a.

**A.** $\frac{5}{3}\pi a^2$ **B.** $\frac{11}{3}\pi a^2$ **C.** $2\pi a^2$ **D.** $\frac{4}{3}\pi a^2$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi M là Trung điểm của AB

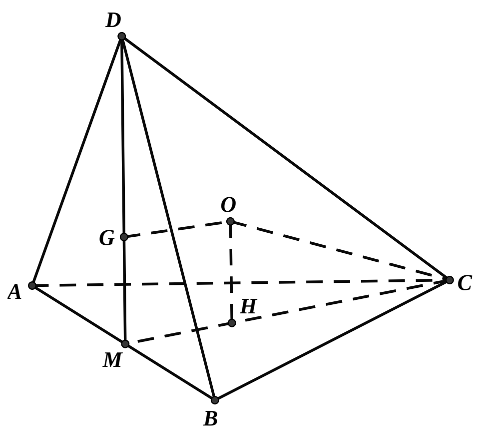
Vì Tam giác ADB và tam giác ABC là tam giác đều $\rightarrow DM \perp AB; CM \perp AB$

Do có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh a và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau => Góc $DMC = 90^0$

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp Tam giác ABC

G là tâm đường tròn ngoại tiếp Tam giác ABD

=> H,G đồng thời là trọng tâm của tam giác ABC và ABD $\Rightarrow \begin{cases} H \in CM; CH = \frac{2}{3}CM \\ G \in DM; DG = \frac{2}{3}DM \end{cases}$




Kẻ Đường vuông góc với đáy (ABC) từ H và Đường vuông góc với (ABD) từ G.

Do hai đường vuông góc này đều thuộc (DMC) nên chúng cắt nhau tại O.

=> O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCG và R = OC.

Tam giác ABC đều $\rightarrow CM = CB.\sin\left(60^0\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{3}}{3}a; HM = \frac{\sqrt{3}}{6}a$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

CMTT ta có $GM = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Từ đó nhận thấy OGMH là hình vuông $\to OH = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Tam giác OHC vuông tại H ⟶ Áp dụng định lý Pitago ta có:

$CM = CB.\sin(60) = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{3}}{3}a; HM = \frac{\sqrt{3}}{6}a$, $OC = \sqrt{CH^2 + OH^2} = \frac{\sqrt{5}}{12}a = R$

$\Rightarrow V = 4\pi R^2 = \frac{5}{3}\pi a^2$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 34:** Cho tứ diện ABCD có ABC và DBC là 2 tam giác đều cạnh chung BC = 2. Cho biết mặt bên (DBC) tạo với mặt đáy (ABC) góc $2\alpha$ mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

**A.** O là trung điểm của AB. **B.** O là trung điểm của AD.
**C.** O là trung điểm của BD. **D.** O thuộc mặt phẳng (ADB).

**Hướng dẫn giải:**

Gọi M là trung điểm cạnh BC. Vì ABC và DBC là 2 tam giác đều bằng nhau nên 2 trung truyến AM và DM cùng vuông góc với BC và $AM = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong $\Delta MAD$:

$AD^2 = AM^2 + DM^2 - 2AM.DM.\cos 2\alpha \Rightarrow AD = 2.2.\frac{3a^2}{4} - 2.\frac{3a^2}{4}.\frac{1}{3} = 2a^2$

Ta có: $BA^2 + BD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = AD^2 \Rightarrow ABD = 90^0$

Tương tự: $CA^2 + CD^2 = AD^2 \Rightarrow ACD = 90^0$

Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tâm O là trung điểm cạnh AD.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 35:** Cho hình lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có $AB = a, AC = 2a, AA' = 2\sqrt{5}$ và $BAC = 120^0$. Gọi K là trung điểm của cạnh CC'. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện A'B'BK bằng:

**A.** $a\sqrt{21}$ **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta chứng minh trung điểm của $A'B$ là tâm mặt cầu do $BAA' = A'KB = A'B'B = 90^0$

$\Delta ABC$ có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos 120^0 = 7a^2$

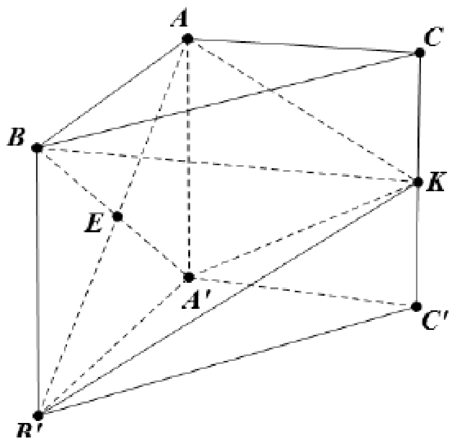
$BK^2 = BC^2 + CK^2 = 7a^2 + \left(a\sqrt{5}\right)^2 = 12a^2$

$A'K^2 = A'C'^2 + C'K^2 = 4a^2 + 5a^2 = 9a^2$

$A'B^2 = A'A^2 + AB^2 = 20a^2 + a^2 = 21a^2$

Suy ra $A'B^2 = A'K^2 + BK^2 \Rightarrow \Delta A'BK$ vuông tại K

Ta có $A'KB = A'B'B = 90^0$ => 4 điểm $A', B', K, B'$ nằm trên mặt cầu đường kính $A'B$. Vậy mặt cầu ngoại






Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

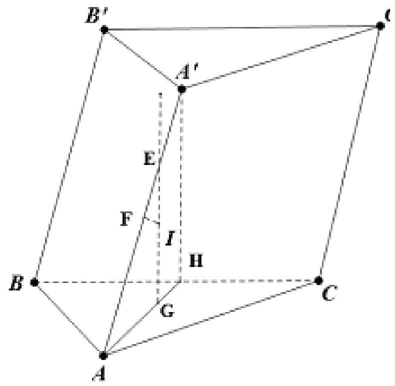
tiếp tứ diện A’B’BK có tâm E là trung điểm A’B và bán kính $R=\frac{1}{2}A'B=\frac{a\sqrt{21}}{2}$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 36:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30^0$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện A'.ABC

**A.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{9}$ **B.** $R=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**



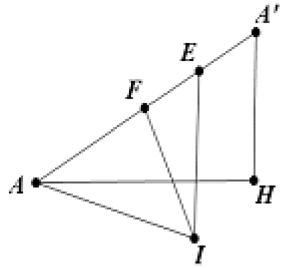

* Gọi G là tâm của tam giác ABC, qua G kẻ đường thẳng $d \parallel A'H$ cắt AA' tại E.

* Gọi F là trung điểm AA', trong mặt phẳng (AA'H) kẻ đường thẳng trung trực của AA' cắt (d) tại I => I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện A'ABC và bán kính $R=IA$

Ta có: Góc AEI bằng $60^0$, $EF=\frac{1}{6}AA'=\frac{a}{6}$

$$IF=EF.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$R=\sqrt{AF^2+FI^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$




**Chọn đáp án C.**

**Câu 37:** Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ có đáy ABCD là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, BD = 3a, hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (A’B’C’D’) là trung điểm của A’C’. biết rằng côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABCD) và (CDD’C’) bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện A’BC’D’.

**A.** $a$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $2\sqrt{3}a$ **D.** $\sqrt{3}a$

**Hướng dẫn giải:**

Vì $BO=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}A'C'$ nên tam giác A’BC’ vuông tại B.

Vì $B'D'\perp(A'BC')$ nên B’D’ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác A’BC’. Gọi G là tâm của tam giác đều A’C’D’.

Khi đó GA’ = GC’ = GD’ và GA’ = GB =GC’ nên G là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diên A’BC’D’.

mặt cầu này có bán kính R = GD’=$\frac{2}{3}OD'=\frac{2}{3}.\frac{3a}{2}=a$

**Chọn đáp án A.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 38:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng $(\alpha)$ qua $A$ và vuông góc với $SC$ cắt các cạnh $SB$, $SC$, $SD$ lần lượt tại các điểm $M$, $N$, $P$. Tính thể tích $V$ của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

**A.** $V = \dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $V = \dfrac{108\pi}{3}$. **D.** $V = \dfrac{125\pi}{6}$.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: $CB \perp (SAD), AM \subset (SAB) \Rightarrow AM \perp CB\ (1)$

$(\alpha) \perp SC, AM \subset (\alpha) \Rightarrow AM \perp SC\ (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC \Rightarrow AMC = 90^\circ$.

Chứng minh tương tự ta có $APC = 90^\circ$

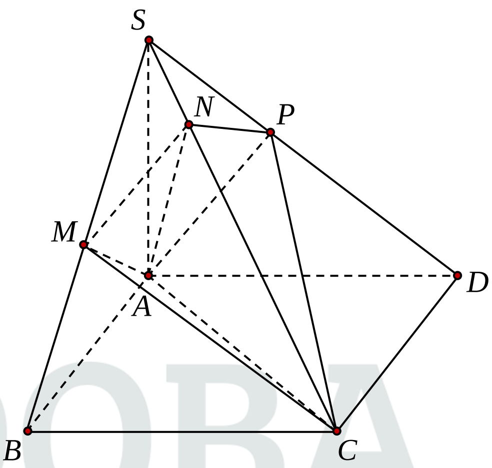
Có $AN \perp SC \Rightarrow ANC = 90^\circ$ . Ta có:

$AMC = APC = APC = 90^\circ$

$\Rightarrow$ mặt cầu đường kính $AC$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

Bán kính cầu này là $r = \dfrac{AC}{2} = 2$.

Thể tích khối cầu: $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{32\pi}{3}$




**Chọn đáp án A.**

**Câu 39:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A$, $BC = a\sqrt{2}$. Mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo $a$ thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**A.** $\dfrac{\pi a^3}{54}$ **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{21}}{54}$ **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi H là trung điểm của AB,G là trọng tâm của tam giác đều SAB=>G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông $ABC$ => $O$ là trung điểm của CB

Qua O dựng đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC)$ => $d // SH$

Qua G dựng đường thẳng vuông góc với mp(SAB) cắt d tại I,ta có: $IA = IB = IC = ID = R$

=>R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Ta có: IO=GH=$\dfrac{1}{3}SH = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$,OB=$\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, R=IB=$\sqrt{IO^2 + OB^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp : V=$\dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 40:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$. Trên cạnh $AB$ và $AD$ lần lượt lấy hai điểm $H$ và $K$ sao cho $BH = 3HA$ và $AK = 3KD$. Trên đường thẳng $(d)$ vuông góc $(ABCD)$ tại $H$ lấy điểm $S$ sao cho

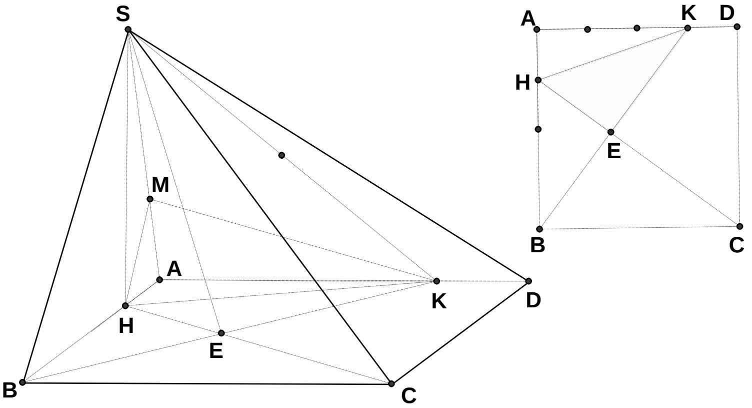


Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$SBH = 30^0$. Gọi $E$ là giao điểm của $CH$ và $BK$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp của hình chóp $SAHEK$.

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{3}$ **B.** $\dfrac{54a^3\sqrt{13}}{3}$ **C.** $\dfrac{52a^3\sqrt{13}}{3}$ **D.** $\dfrac{52a^3\sqrt{12}}{3}$

**Hướng dẫn giải:**




Ta có:

+ AD ⊥ AB và AD ⊥ SH nên AD ⊥ SA ⇒ ∠ SAK = $90^0$.

+ SH ⊥ HK nên ∠ SHK = $90^0$.

+ CH ⊥ BK và BK ⊥ SH nên BK ⊥ (SKE) ⇒ ∠ SEK = $90^0$.

Vậy SAHEK nội tiếp mặt cầu có đường kính là SK.

Theo giả thiết ta có: BH = 3a; HA = a; AK = 3a và $KD = A$.

Δ SHB vuông tại H có ∠ SBH = $30^0$ nên SH = BH.tan$30^0$ = $a\sqrt{3}$.

Ta có $SK^2 = SH^2 + HK^2 = 3a^2 + 10a^2 = 13a^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{13}$.

Vậy $V_{mc} = \dfrac{4\pi}{3}R^3 = \dfrac{4\pi}{3}(a\sqrt{13})^3 = \dfrac{52\pi a^3\sqrt{13}}{3}$.

**Chọn đáp án C.**

ADOBA

**Câu 41:** Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và $SA = 2a, SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với $SD$. Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối ABCDEHK.

**A.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$

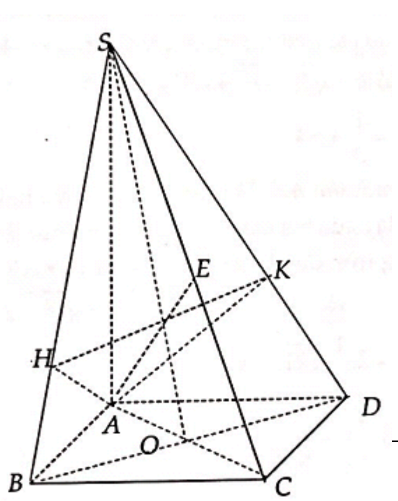
**Hướng dẫn giải:**

Đây là bài toán quen thuộc trong giải hình không gian 12, nếu đã luyện tập nhiều thì khi vẽ xong hình bài này có thể nhận ra luôn AC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp khối ABCDEHK. Tuy nhiên tôi sẽ trình bày dưới đây để quý độc giả có thể hiểu rõ hơn.

*Để xác định khối cầu ngoại tiếp một đa giác, ta tìm đường thẳng mà các đỉnh của đa diện nhìn đường thẳng đó dưới một góc vuông.*

Ở đây ta xác định đường đó là AC, nên tôi xin chỉ cách chứng minh như sau:

Ta có thể nhận thấy được B, D nhìn AC dưới một góc $90^0$.




Dễ tính được $SD = a\sqrt{5}$, KD = $\dfrac{AD^2}{SD} = \dfrac{a^3}{a\sqrt{5}} = \dfrac{a}{\sqrt{5}}$,

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$

Do đề bài cho độ dài các cạnh khá rõ ràng nên ta sẽ dùng định lý Pytago để chứng minh $AKC = 90^0$.

Ta có $\dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{AK^2} \Rightarrow AK = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$ (1)

Ta có $SC = SD^2 + CD^2 \Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại $D$. Khi đó tam giác 2KDC vuông tại D



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$$KC = \sqrt{CD^2 + KD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

Ta có $AK^2 + KC^2 = AC^2$. Vậy $AKC = 90^0$. Chứng minh tương tự thì $AHC = 90^0$

Đến đây ta có thể kết luận được AC chính là đường kính mặt cầu ngoại tiếp khối ABCDEHK.

Mà $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $V = \frac{4}{3}\pi.OA^3 = \frac{4}{3}.\pi.a^3.\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 42:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ABCD và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của CD. Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có diện tích $S_{mc}$ bằng

**A.** $S_{mc} = \frac{41\pi a^2}{8}$ **B.** $S_{mc} = \frac{25\pi a^2}{16}$ **C.** $S_{mc} = \frac{41\pi a^2}{16}$ **D.** $S_{mc} = \frac{25\pi a^2}{8}$

**Hướng dẫn giải:**

để tính được $S_{mc}$ ta phải xác định bán kính

Muốn xác định bán kính trước hết tìm tâm của mặt cầu

Bài giải: tâm của mặt cầu đi qua 4 diểm A,B,E,S là giao điểm của đường trung trực của SA và đườg thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE

Gọi I là trung điểm của AB M là trung điểm của AE

Từ đó sẽ xác định được tâm ngoại tiếp ABE điểm K, IK=3/8a

Qua K kẻ Kx//SA

Trung trực của SA cắt Kx tại N thì N chính là tâm hình cầu

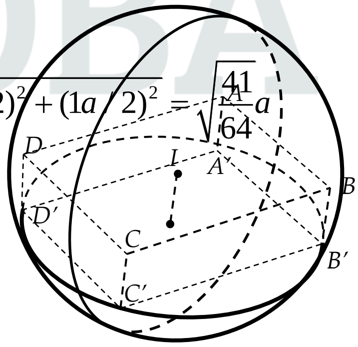
NAlàbánkinh

R=

$$NA = \sqrt{NK^2 + KA^2} = \sqrt{SA^2 + KA^2} = \sqrt{SA^2 + AI^2 + KI^2} = \sqrt{(a)^2 + (a/2)^2 + (1a/2)^2} = \sqrt{\frac{41}{64}}a$$

Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = C$

**Chọn đáp án C.**




**Câu 43:** Trong các hình nội tiếp mặt cầu tâm $I$ bán kính $R$, hình hộp có thể tích lớn nhất bằng:

**A.** $\frac{8}{3}R^3$ **B.** $\frac{8}{3\sqrt{3}}R^3$ **C.** $\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{3}}R^3$ **D.** $\sqrt{8}R^3$

**Hướng dẫn giải:**

Hình vẽ bên minh họa một hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp mặt cầu tâm $I$ bán kính $R$.

Vì tính đối xứng nên hình hộp nội tiếp khối cầu luôn là hình hộp chữ nhật. Do vậy đặt ba kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là $a, b, c$.

Khi đó thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = abc$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương ta có

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$$\Leftrightarrow V^2=(abc)^2\le\left(\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2\right)^3 \Leftrightarrow V^2\le\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3=\left(\frac{(2R)^2}{3}\right)^3=\frac{64R^2}{27}$$

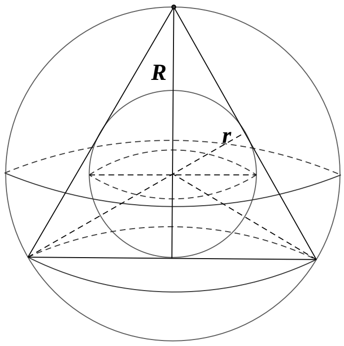
$$\Rightarrow V\le\sqrt{\frac{64R^6}{27}}=\frac{8R^3}{3\sqrt{3}}$$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 44:** Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón là:

**A.** 8 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 2

**Hướng dẫn giải:**



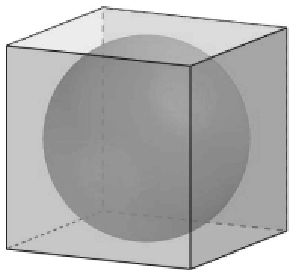

Giả sử đường sinh hình nón có độ dài là a. Gọi G là trọng tâm của tam giác thiết diện, do đó G cách đều 3 đỉnh và 3 cạnh của tam giác thiết diện, nên G là tâm của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón, suy ra bán kính R, r của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón lần lượt là $\frac{a\sqrt{3}}{3},\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón. Vậy

$\frac{V_1}{V_2}=\frac{R^3}{r^3}=8$ **Chọn đáp án A.**

**Câu 45:** Có một hộp nhựa hình lập phương người ta bỏ vào hộp đó 1 quả bóng đá. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, trong đó $V_1$ là tổng thể tích của quả bóng đá, $V_2$ là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết rằng đường tròn lớn trên quả bóng có thể nội tiếp 1 mặt hình vuông của chiếc hộp.

**A.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{8}$

**Hướng dẫn giải:**



Gọi R là bán kính của mặt cầu, khi đó cạnh của hình lập phương là 2R

Ta được

Thể tích hình lập phương là $V_2=8R^3$, thể tích quả bóng là

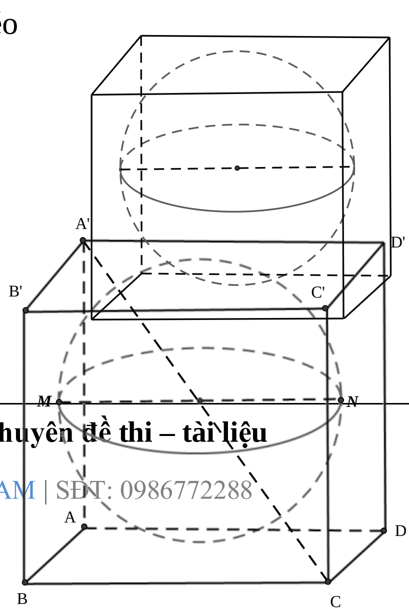
$$V_1=\frac{4\pi R^3}{3}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 46:** Một khối cầu nội tiếp trong hình lập phương có đường chéo bằng $4\sqrt{3}cm$. Thể tích của khối cầu là:

**A.** $V=\frac{256\pi}{3}$ **B.** $V=64\sqrt{3}\pi$

**C.** $V=\frac{32\pi}{3}$ **D.** $V=16\sqrt{3}\pi$




**Hướng dẫn giải:**

Cho các đỉnh A, B, C, D, A’, B’, C’, D’ như hình vẽ và gọi M, N là tâm các hình vuông ABB’A’ và ADD’C’



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

ADOBA

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương.
Ta có
$A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 3a^2 = 3.4^2$

$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$

$MN = BC = a = 4 \Rightarrow$ bán kính khối cầu $R = 2$

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi}{3}$

**Chọn đáp án C.**

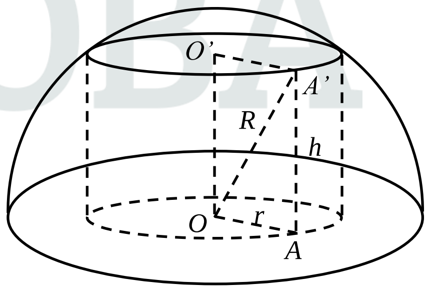
**Câu 47:** Khi cắt mặt cầu $S(O,\, R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\, R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R = 1$, tính bán kính đáy $r$ và chiều cao $h$ của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\, R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

**A.** $r = \frac{\sqrt{3}}{2}, h = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r = \frac{\sqrt{6}}{2}, h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r = \frac{\sqrt{6}}{3}, h = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r = \frac{\sqrt{3}}{3}, h = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

**Hướng dẫn giải:**

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2 + r^2 = R^2$

$(0 < h \le R = 1) \Rightarrow r^2 = 1 - h^2$




Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi(1 - h^2)h = f(h)$

$\Rightarrow f'(h) = \pi(1 - 3h^2) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{3}$

| $h$ | 0 | | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(h) | | + | 0 | − | |
| f(h) | 0 | ↗ | $\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ | ↘ | 0 |

Vậy: $\underset{(0;1]}{Max}V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Chọn đáp án C.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 48:** Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi $S_1$ và tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, $S_2$ là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Hướng dẫn giải:**

Gọi R là bán kính của quả bóng.

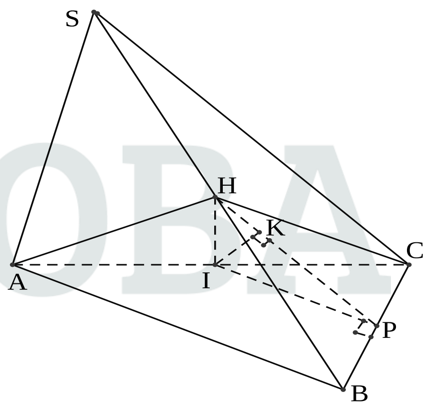
Diện tích của một quả bóng là $S = 4\pi.R^2$, suy ra $S_1 = 3.4\pi R^2$. Chiều cao của chiếc hộp hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng bàn nên $h = 3.2r$

Suy ra $S_2 = 2\pi R.3.2R$. Do đó $\frac{S_1}{S_2} = 1$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 49:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. AB = BC = $a\sqrt{3}$, góc $SAB = SCB = 90^0$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là

**A.** $2\pi a^2$ **B.** $8\pi a^2$ **C.** $16\pi a^2$ **D.** $12\pi a^2$




Gọi H là trung điểm SB. Do tam giác SAB vuông tại A, SBC vuông tại C suy ra $HA = HB = HS = HC$. Suy ra H là tâm mặt cầu.

Gọi I là hình chiếu của H lên (ABC)

Do HA=HB=HC, suy ra $IA = IB = IC$

Suy ra I là trung điểm AC

Gọi P là trung điểm BC, do tam giác ABC vuông cân, suy ra $IP \perp BC \Rightarrow (IHP) \perp BC$, dựng $IK \perp HP \Rightarrow IK \perp (HBC)$

$$d(A,(SBC)) = a\sqrt{2} \Rightarrow d(I,(SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Áp dụng hệ thức $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{IP^2} \Rightarrow IH^2 = \frac{3}{2}a^2$

Suy ra $AH^2 = AI^2 + IH^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3a^2}{2} = 3a^2$, suy ra

$R = a\sqrt{3}$, suy ra $S = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 50:** Cho hình lăng trụ tam giác đều có chín cạnh đều bằng $a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó là

**A.** $\frac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$ **B.** $\frac{7\pi a^3\sqrt{3}}{54}$ **C.** $\frac{7\pi a^3\sqrt{7}}{54}$ **D.** $\frac{7\pi a^3\sqrt{21}}{18}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có $R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Suy ra $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$.

**Chọn đáp án A.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Câu 51:** Cho hình chóp S.ABC có SA = $a\sqrt{2}$, AB = a , AC = $a\sqrt{3}$ , SA vuông góc với đáy và đường trung tuyến AM của tam giác ABC bằng $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ .Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu (S) là:

**A.** $V=\pi\sqrt{6}a^3$ **B.** $V=\pi 2\sqrt{2}a^3$ **C.** $V=\pi 2\sqrt{3}a^3$ **D.** $V=\pi 2\sqrt{6}a^3$

**Hướng dẫn giải:**

Từ công thức tính độ dài trung tuyến ta suy ra được: BC = a.$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}.a^2$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có: $r=\frac{BA.AC.BC}{4.S_{ABC}}=a$

Gọi R là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S_{ABC}$ ta có: $R=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+r^2}=\sqrt{\frac{3}{2}}.a$

$\Rightarrow$ Thể tích khối cầu $V=\pi\sqrt{6}.a^3$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 52:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A$, $AB=AC=a$. Mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**A.** $\frac{\pi a^3}{54}$ **B.** $\frac{\sqrt{21}\pi a^3}{54}$ **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **D.** $\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi H là trung điểm của AB, G là trọng tâm của tam giác đều $SAB \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông $ABC \Rightarrow O$ là trung điểm của CB

Qua O dựng đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC) \Rightarrow d\,//\,SH$

Qua G dựng đường thẳng vuông góc với mp(SAB) cắt d tại I, ta có: $IA=IB=IC=ID=R$

$\Rightarrow R$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

Ta có: $IO=GH=\frac{1}{3}SH=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, $OB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$R=IB=\sqrt{IO^2+OB^2}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp : V=$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$

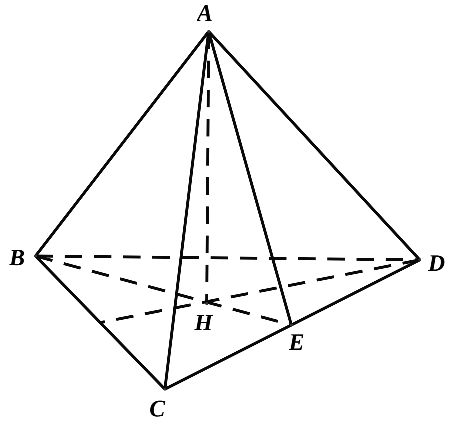
**Chọn đáp án D.**

**Câu 53:** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh a. Một mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện có bán kính là:

**A.** $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{8}$

Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Hướng dẫn giải:**




Gọi H là tâm tam giác đều $BCD$. $E$ là trung điểm $CD$. Ta có AH

Cho tứ diện đều ABCD có cạnh a. Một mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện có bán kính là: $AH \perp (BCD)$

Gọi I, r là tâm và bán kính mặt cầu tiếp xúc với các mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện ABCD thì I là giao của AH và phân giác góc AEB của $\Delta AEB$. Ta có

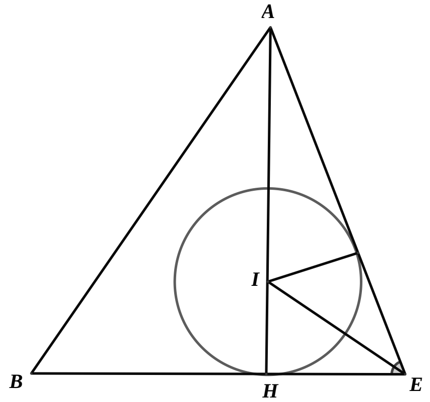
$$AE = BE = \frac{a\sqrt{3}}{2}; HE = \frac{BE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$AH = \sqrt{AE^2 - HE^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Áp dụng tính chất đường phân giác:

$$\frac{IH}{IA} = \frac{EH}{EA} \Rightarrow \frac{IH}{IH + IA} = \frac{EH}{EH + EA}$$

$$\Rightarrow r = IH = \frac{EH.AH}{EH + EA} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$$



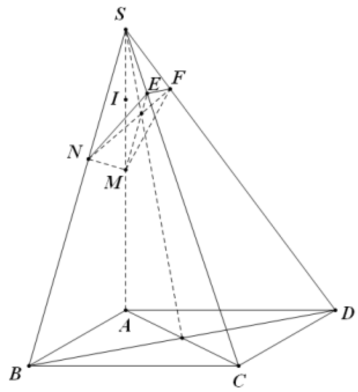

**Chọn đáp án A.**

**Câu 54:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) bằng $30^0$. Gọi M là trung điểm của SA, (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với S**C.** Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.MNEF

**A.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{5}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

**Hướng dẫn giải:**

$$\left.\begin{matrix} MN \perp SE \\ MN \perp NE \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN \perp (SNE) \Rightarrow MN \perp SN$$. Tương tự $MF \perp SF$




Từ đó, SNM, SEM và SFM là 3 tam giác vuông nhận SM là cạnh huyền chung. Suy ra nếu gọi I là trung điểm của SM thì I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.MNEF và bán kính mặt cầu là

$$R = \frac{1}{2}SM = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 55:** Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Gọi E là trung điểm của $AD$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ECD

**A.** $R = a\sqrt{6}$ **B.** $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$ **C.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $R = a\sqrt{\frac{19}{6}}$



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

**Hướng dẫn giải:**

***Phân tích:*** Để tính bán kính mặt cầu của những khối chóp mà hình dạng của nó không có gì đặc biệt thì phương pháp chung đó là:

- Xác định đường cao khối chóp **SH**. Xác định **K** là tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy.
- Dựng trục đường tròn đáy: Là đường thẳng qua tâm vòng tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với đáy (đường thẳng này song song với đường cao của khối chóp)
- Dựng mặt phẳng trung trực của một cạnh bên cắt trục đường tròn tại điểm **I** là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

(Thông thường ta xác định tâm **I** theo cách kẻ **IE** vuông góc với $SA_1$ tai trung điểm **E** của $SA_1$)

Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp theo công thức sau: $R^2 = IA_1^2 = IK^2 + KA_1^2 (1)$ và

$R^2 = \frac{SA_1^2}{4} + IE^2 = \frac{SA_1^2}{4} + KF^2 + (IK - EF)^2 (2)$ với K là hình chiếu của E lên đáy.

Quay lại với bài toán trên, ta có thể làm theo 2 cách: một cách là dựng hình như trên và cách còn lại là dùng phương pháp tọa độ hóa.

➢ Cách 1: Trình bày theo phương pháp hình học không gian

Trước tiên ta tính toán các số liệu của bài toán: $AC = CD = a\sqrt{2}, SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$

Gọi K là trung điểm của cạnh CD. Dựng trục đường tròn của đáy là đường thẳng đi qua K và song song với SA (chiều cao của hình chóp).

Gọi E là trung điểm của SC, qua E kẻ đường thẳng vuông góc với SC và cắt trục đường tròn của đáy tại I. Ta có I là tâm của mặt cầu của hình chóp ngoại tiếp S.CDE

Kẻ $EF//SA$ suy ra $EF \perp (ABCD)$. Theo công thức đã nói ở trên ta có:

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + 2a^2 \; R^2 = IE^2 + \frac{SC^2}{4} = KF^2 + (IK - EF)^2 + \frac{SC^2}{4}$$

$$\Rightarrow R^2 = a^2 + \left(IK - \frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + 2a^2 \; R^2 = IK^2 + KD^2 = IK^2 + \frac{a^2}{2}$$

Từ 2 phương trình trên ta có $IK = \frac{4a}{\sqrt{6}} \Rightarrow R = \sqrt{\left(\frac{4a}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a\sqrt{\frac{19}{6}}$

➢ Cách 2: Sử dụng phương pháp tọa độ hóa.

Trong mặt phẳng không gian cho hệ tọa độ Oxyz với $O \equiv A$, tia AD trùng với tia Oy, tia AB trùng với tia Ox, tia AS trùng với tia Oz

Khi đó ta có: $A(0;0;0), AB = a \Rightarrow B(a;0;0), AD = 2a \Rightarrow D(0;2a;0), AS = a\sqrt{6} \Rightarrow S(0;0;a\sqrt{6})$,

$BC = a \Rightarrow C(a;a;0)$. Vì E là trung điểm của AD nên $E(0;a;0)$

Khi đó bài toán trở thành viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm S,E,D,C khi đã biết tọa độ của chúng. Để không phức tạp trong tính toán các em nên cho $a = 1$ khi đó tọa độ các điểm sẽ là $E(0;1;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;\sqrt{6})$

Phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm đó có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (với $d = a^3 + b^2 + c^2 - R^2$)

Lần lượt thay tọa độ các điểm S,D,E,C vào phương trình trên ta có hệ phương trình sau:



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui

$$\begin{cases} 1+2b+d=0 \\ 6+2\sqrt{6}c+d=0 \\ 4+4b+d=0 \\ 2+2a+2b+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-1}{2} \\ b=\dfrac{-3}{2} \\ c=\dfrac{-2\sqrt{6}}{3} \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{\dfrac{19}{6}}$$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 56:** Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính R=10 đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (như hình vẽ). Trong chậu chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao h=2. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (như hình vẽ). Cho biết công thức tính thể tích của khối chỏm cầu hình cầu (O;R) có chiều cao h là: $V_{chỏm} = \pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$, bán kính của viên bi:

**A.** $r \approx 1$ **B.** $r \approx \frac{1}{2}$ **C.** $r \approx 1{,}5$ **D.** $r \approx \frac{1}{4}$

**Hướng dẫn giải:**

***Phân tích:*** Ta có thể tích phần nước dâng lên chính bằng thể tích của viên bi ném vào. Do vậy ta có:

Thể tích nước ban đầu: $V_1 = \pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$;

Khi đó thể tích nước sau khi ném viên bi vào thể tích sẽ là $V_2 = V_1 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)+\frac{4}{3}\pi r^3$(1)

"Bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi".

Do vậy thể tích sau kh bỏ viên bi vào được tính bằng công thức: $V_2 = \pi.(2r)^2\left(R-\frac{2r}{3}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

$\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)+\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2\left(R-\frac{2r}{3}\right) \Leftrightarrow 4r^3-4Rr^2+h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$=0.

Khi đó thay các giá trị mà đề đã cho vào phương trình bấm máy tính giải ta được $r \approx 1.019450$ (chọn A). Bấm máy tính ta thấy có 2 nghiệm, tuy nhiên việc bán kính của viên bi xấp xỉ bằng chậu nước là điều vô lí ($\approx 9.90486$).

**Chọn đáp án A.**



Đăng kí http://thichhocchui.xyz/ tại Zalo 0383572270 Thích Học Chui