

12 bài tập - Khoảng cách giữa hai đường thẳng (Dạng 1) - File word có lời giải chi tiết

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $AB = a, BC = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD là:

- A. $\frac{a}{5}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$. Độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = SB = SC = b$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính b theo a .

- A. $b = \frac{a}{\sqrt{3}}$ B. $b = a$ C. $b = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ D. $b = \frac{2a}{3}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3AD$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm $H \in AB$ sao cho $BH = 2AH$. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAD) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $SH = \sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SH và CD .

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , đáy lớn BC . Hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ vuông góc với đáy. Cạnh $SA = AB = a$, góc giữa đường thẳng SD và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

- A. $d = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ B. $d = a\sqrt{3}$ C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Khoảng cách giữa BD và SC là:

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{a\sqrt{15}}{6}$

Câu 7. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A có $AB = AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống đáy là trung điểm của AM . Biết SA tạo với đáy góc 60° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng BC và SA là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có $AC = 2a, BD = 2a\sqrt{3}$ tâm O . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với trung điểm của OB . Biết tam giác SBD vuông tại S . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và SB là:

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3a}{8}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 9. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BAC = 120^\circ$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và BC theo a .

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết cạnh bên của khối lăng trụ tạo với đáy góc 60° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và $A'C$ là:

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Tam giác (SAB) đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng BC tạo với mặt phẳng (SAC) góc 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính độ dài đoạn thẳng BC .

- A. $BC = a\sqrt{2}$ B. $BC = 2a$ C. $BC = a\sqrt{3}$ D. $BC = 3a$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh a , $AB = a\sqrt{2}, BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = BC$. Gọi M là trung điểm của CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM .

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn đáp án D

Kẻ $AH \perp CD$ mà $SA \perp AH \Rightarrow AH = d(SA, CD)$

$$\text{Ta có } S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} AH \cdot CD.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{CD} = \frac{a \cdot 3a}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}} \Rightarrow d(SA, CD) = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

Câu 2. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDM)$$

Kẻ $MN \perp CD \Rightarrow AB \perp MN$ do $AB \perp (CDM)$

$\Rightarrow MN$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD

$$\text{Ta có } CM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \text{ và } CN = \frac{1}{2} CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{CM^2 - NC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Câu 3. Chọn đáp án C

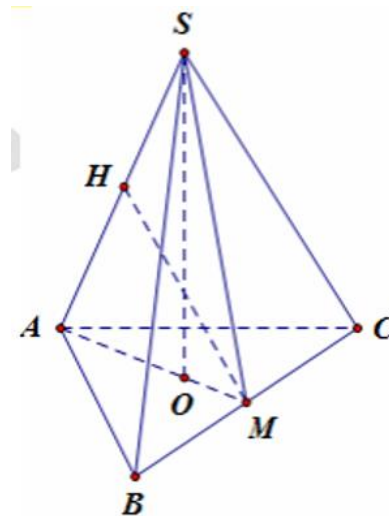
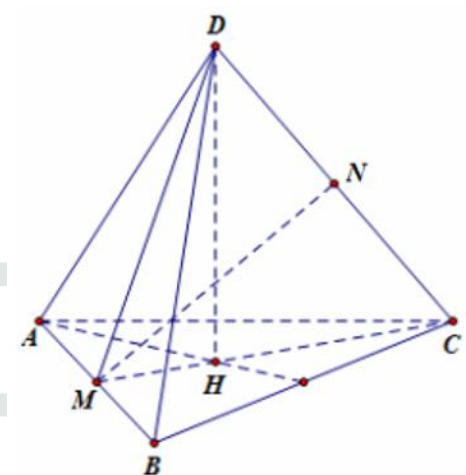
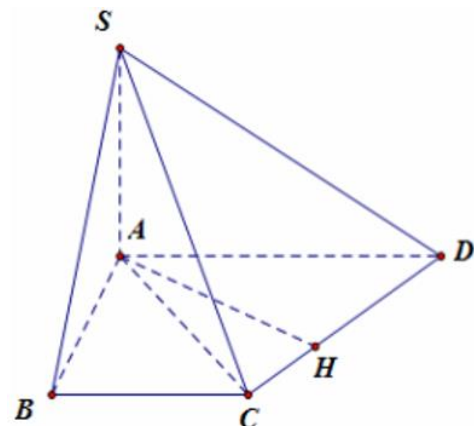
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà $SA = SB = SC \Rightarrow SO \perp (ABC) \Rightarrow SO \perp BC$.

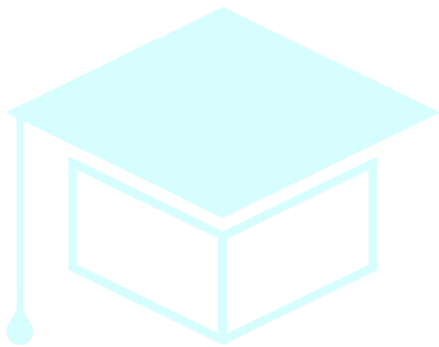
Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$.

Do đó $BC \perp (SAM)$, kẻ $MH \perp SA$ nên MH là đoạn vuông góc chung của SA và BC . Suy ra $d(SA, BC) = MH = \frac{3a}{4}$.

$$\text{Ta có } \sin MAH = \frac{MH}{MA} = \frac{3a}{4} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MAH = 60^\circ.$$



$$\text{Mà } AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos SAO = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$



ADOBA

Câu 4. Chọn đáp án A

Kẻ $HK \perp CD, K \in CD$ và $HE \perp SA, E \in SA$.

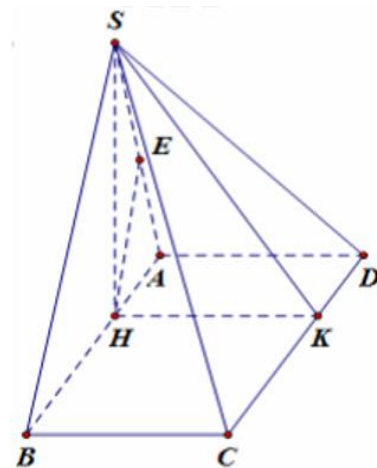
Có $\begin{cases} SH \perp HK \\ CD \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của SH và CD .

Ta có $AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp HE \Rightarrow HE \perp (SAD)$.

Suy ra $d(H; (SAD)) = HE = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Mà $\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{HE^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = 1 \Rightarrow AH = 1$.

Mặt khác $AB = 3AH = 3AD \Rightarrow AH = AD$ nên tứ giác $AHKD$ là hình vuông, do đó $HK = 1 = d(SH; CD)$.



Câu 5. Chọn đáp án D

$\begin{cases} \{(SAB), (SAD)\} \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.

Suy ra $(SD; (ABCD)) = (SD; AD) = SDA = 30^\circ$.

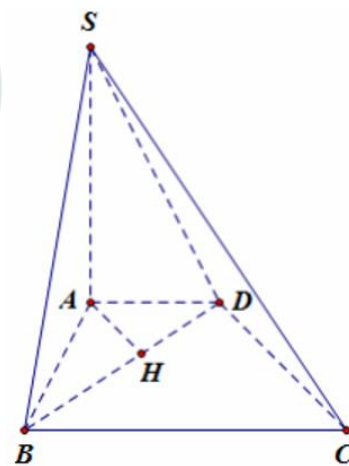
Xét $\triangle SAD$ vuông tại A, có $\tan SDA = \frac{SA}{AD} \Rightarrow AD = \frac{SA}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

Từ A kẻ $AH \perp BD, H \in BD$ mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AH$.

Do đó AH là đoạn vuông góc chung của SA, BD .

Xét $\triangle BAD$ vuông tại A, có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2}$.

$\Rightarrow d(SA; BD) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 6. Chọn đáp án A

Ta có: $OE \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOE) \Rightarrow SEO = 60^\circ$

+) Đặt $AB = 2x \Rightarrow OA = x\sqrt{2}, OE = x$

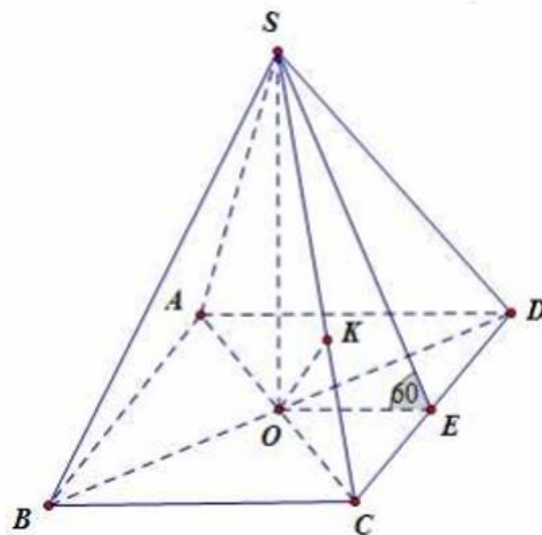
$$+) \tan 60^\circ = \frac{SO}{OE} = \frac{\sqrt{SA^2 - OA^2}}{OE} = \frac{\sqrt{5a^2 - 2x^2}}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 = 5x^2 \Rightarrow x = a \Rightarrow AB = 2a, SO = a\sqrt{3}$$

Ta có: $BD \perp (SAD)$.

Dựng $OK \perp SC \Rightarrow d(BD; SC) = OK$

$$\text{Ta có: } OK = \frac{SO \cdot OC}{\sqrt{SO^2 + OC^2}} = a \sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$



Câu 7. Chọn đáp án B

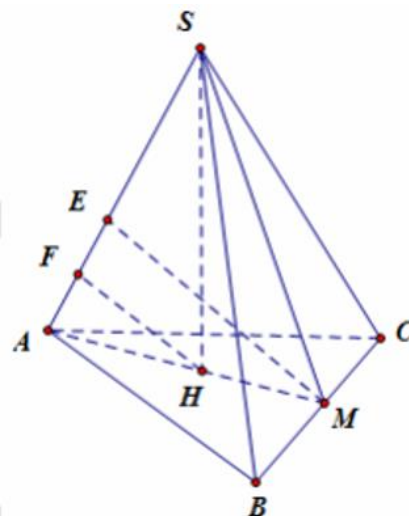
Gọi H là trung điểm của AM khi đó $BC = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow HA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = HA \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Dựng $ME \perp SA$. Do $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp ME$ do đó ME là đường vuông góc chung của BC và SA.

$$\text{Cách 1: } ME \cdot SA = SH \cdot AM \Rightarrow ME = \frac{SH \cdot AM}{\sqrt{SH^2 + HA^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Cách 2: Dựng } HF \perp SA \text{ suy ra } ME = 2HF = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

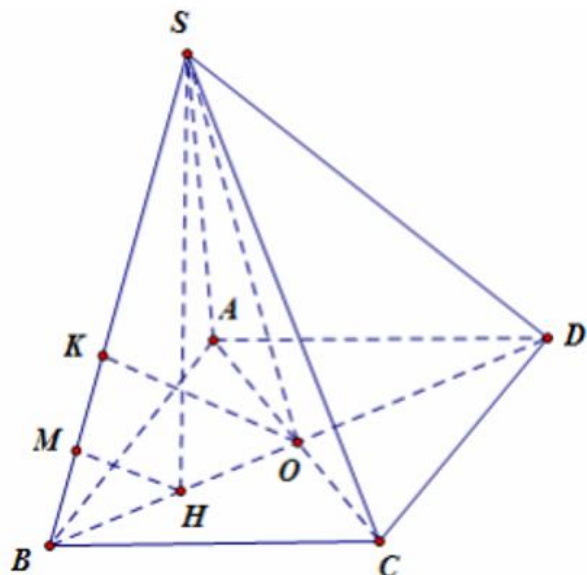


Câu 8. Chọn đáp án C

Gọi H là trung điểm của OB khi đó $SH \perp (ABCD)$

Ta có tam giác SBD vuông tại S có đường cao SH nên

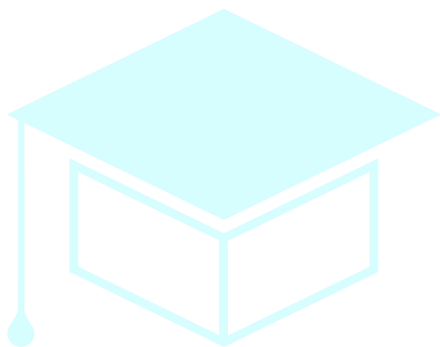
$$SH^2 = HB \cdot HD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^2}{4} \Rightarrow SH = \frac{3a}{2}$$



Dựng $OK \perp SB \Rightarrow OK$ là đường vuông góc chung của AC và SB .

$$\text{Dựng } HM \perp SB \Rightarrow HM = \frac{SH \cdot HB}{\sqrt{SH^2 + HB^2}} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Do đó } d(AC; SB) = OK = 2MH = \frac{3a}{2}.$$



ADOBA

Câu 9. Chọn đáp án D

Gọi H là trung điểm của BC ta có $\Delta A'BC$ vuông cân tại A' nên ta có: $A'H \perp BC$.

Mặt khác $(A'BC) \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

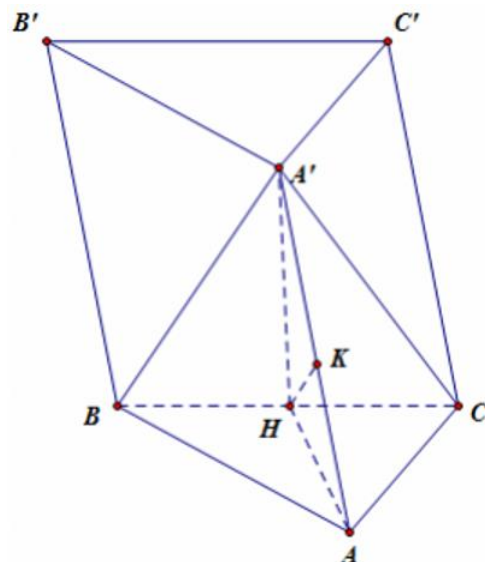
Để thấy $BAH = \frac{1}{2} BAC = 60^\circ \Rightarrow HB = AB \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Do vậy $BC = 2a\sqrt{3} \Rightarrow A'H = \frac{1}{2} BC = a\sqrt{3}$.

Do $\begin{cases} AH \perp BC \\ A'H \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH)$. Dựng $HK \perp A'A$ khi đó

HK là đường vuông góc chung của BC và $A'A$.

Ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 10. Chọn đáp án A

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC

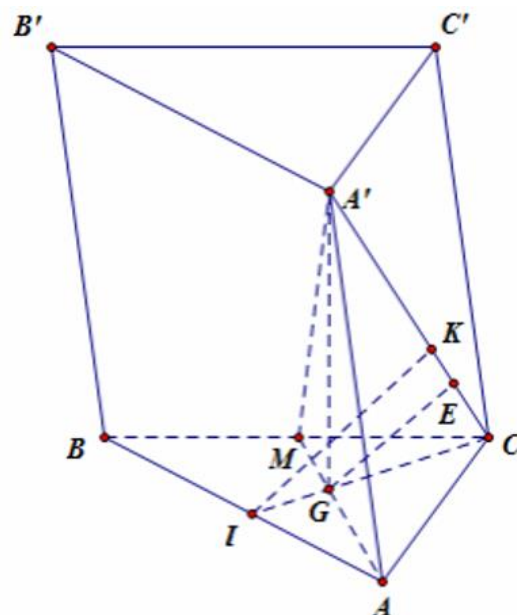
Khi đó $A'G \perp (ABC)$; $AG = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do đó $A'G = AG \tan 60^\circ = a$. Gọi I là trung điểm của

$AB \Rightarrow \begin{cases} CI \perp AB \\ A'G \perp AB \end{cases} \Rightarrow (A'CI) \perp AB$

Dựng $IK \perp A'C$ do đó IK là đường vuông góc chung của AB và $A'C$. Dựng $GE \perp A'C$

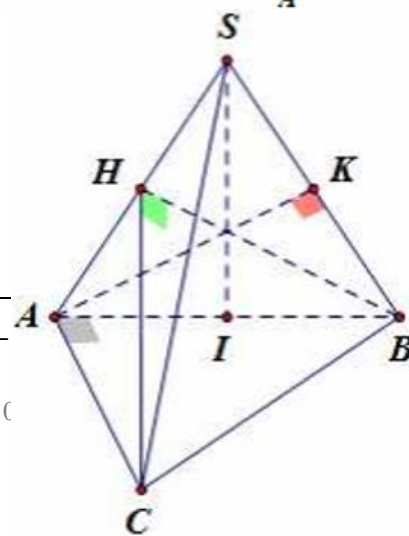
Suy ra $GE = \frac{A'G \cdot GC}{\sqrt{A'G^2 + GC^2}} \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow IK = \frac{3}{2} GE = \frac{3a}{4}$.



Câu 11. Chọn đáp án C

I là trung điểm của $AB \Rightarrow SI \perp AB \Rightarrow SI \perp (ABC) \Rightarrow SI \perp AC$.

Mà $AC \perp AB \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow AC \perp SB$.



Gọi K là trung điểm của $SB \Rightarrow AK \perp SB \Rightarrow AK$ là đoạn vuông góc chung của AC, SB nên
 $d(SB; AC) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = a$.

Gọi H là trung điểm của $SA \Rightarrow BH \perp SA$. Mà $AC \perp BH$.

Suy ra $BH \perp (SAC) \Rightarrow (BC; (SAC)) = (BC; HC) = BCH = 30^\circ$.

Ta có $\sin BCH = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BC = \frac{BH}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

Câu 12. Chọn đáp án B

Gọi N là trung điểm của AD suy ra $MN \parallel AC$.

Ta có $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $BN = \frac{3a}{2}$ suy ra $\triangle BMN$ vuông.

Do đó $BM \perp MN \Rightarrow BM \perp AC \Rightarrow BM \perp (SAC)$.

Gọi I là giao điểm của AC và BM . Từ I kẻ $IK \perp SC$.

Nên IK là đoạn vuông góc chung $SC, BM \Rightarrow d(SC; BM) = IK$.

Ta có $\triangle SAC \sim \triangle IKC \Rightarrow IK = IC \cdot \frac{SA}{SC} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Vậy $d(SC; BM) = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

