

**18 bài tập - Góc giữa hai đường thẳng - File word có lời giải chi tiết**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc với nhau và  $SA = SB = SC = a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  với  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $120^\circ$

**Câu 2.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $CI$  và  $AC$ , với  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

- A.  $10^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $150^\circ$                       D.  $170^\circ$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Các tam giác  $SAB, SAD, SCD$  là các tam giác vuông tại  $A$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$  biết  $SA = a\sqrt{3}, AB = a, AD = 3a$ .

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{4}{\sqrt{130}}$                       D.  $\frac{8}{\sqrt{130}}$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$  biết  $AD = DC = a, AB = 2a$ , và  $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

- A.  $\frac{1}{\sqrt{42}}$                       B.  $\frac{2}{\sqrt{42}}$                       C.  $\frac{3}{\sqrt{42}}$                       D.  $\frac{4}{\sqrt{42}}$

**Câu 5.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CI$  với  $I$  là trung điểm của  $AD$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 6.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đáy bằng  $a$ . Biết góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là  $60^\circ$  và  $H$  là hình chiếu của đỉnh  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C')$ ,  $H$  trùng với trung điểm của cạnh  $B'C'$ . Góc giữa  $BC$  và  $AC'$  là  $\alpha$ . Giá trị của  $\tan \alpha$  là:

- A. 3                      B. -3                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh  $SA \perp (ABCD)$ , và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ , góc tạo bởi hai đường thẳng  $AM$  và  $CD$  là  $\varphi$ . Giá trị của biểu thức  $P = \tan \alpha \cdot \cos^{-2} \alpha$  bằng:

- A. 2                      B.  $\frac{5}{2}$                       C. 5                      D. 10

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Biết  $SA = a$ ,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Cosin của góc giữa 2 đường thẳng  $AI$  và  $SC$  là:

- A.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$                       B.  $-\sqrt{\frac{2}{3}}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA = a$ ,  $SB = a\sqrt{3}$  và  $(SAB)$  vuông góc với đáy. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Cosin của góc giữa 2 đường thẳng  $SM$  và  $DN$  là:

- A.  $\frac{-2}{\sqrt{5}}$                       B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$                       C.  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

**Câu 10.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$  và các góc  $BAD, DAA', A'AB$  đều bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AA', CD$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$ , giá trị của  $\cos \alpha$  bằng:

- A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$                       B.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$                       C.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$                       D.  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = 2a$ ,  $BC = 2a\sqrt{3}$ , mặt phẳng  $(SBC)$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Với  $N$  là trung điểm của  $AC$ , cosin góc giữa 2 đường thẳng  $SN$  và  $BC$  là:

- A.  $\cos(SN, BC) = 1$                       B.  $\cos(SN, BC) = \frac{\sqrt{3}}{4}$   
C.  $\cos(SN, BC) = \frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\cos(SN, BC) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $S'D'UNG$ , cosin góc giữa 2 đường thẳng  $CM$  và  $SB$  là:

- A.  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$                       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{7}$                       C.  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2a$  và  $AD = 3a$ . Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $\varphi$  là góc giữa 2 đường thẳng  $SC$  và  $AB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A.  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$       B.  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{11}}$       C.  $\cos \varphi = \frac{1}{11}$       D.  $\cos \varphi = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

**Câu 14.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ . Biết khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $AB$  và  $B'C$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa 2 đường thẳng  $B'C$  và  $AA'$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos \varphi = \frac{1}{8}$       B.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{7}}{8}$       C.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$

**Câu 15.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = a$  và  $AC = a\sqrt{3}$ . Biết rằng  $A'C = a\sqrt{7}$  và  $N$  là trung điểm của  $AA'$ . Góc giữa 2 đường thẳng  $A'C$  và  $BN$  là  $\varphi$ . Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$       B.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}$       C.  $\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{14}}$       D.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{14}$

**Câu 16.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$  và  $AA' = b$ . Biết rằng góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng  $60^\circ$ , giá trị của  $b$  tính theo  $a$  bằng:

- A.  $a\sqrt{2}$       B.  $a$       C.  $a\sqrt{3}$       D.  $2a$

**Câu 17.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ , biết  $AB = a$ ,  $CD = a$ ,  $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  là:

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ ,  $CA = CB = a$ .  $SA$  vuông góc với đáy, gọi  $D$  là trung điểm của  $AB$ , góc tạo bởi hai đường thẳng  $SD, AC$  là  $\varphi$ . Biết  $SA = a\sqrt{3}$ , giá trị của biểu thức  $P = \tan \alpha$  bằng:

- A.  $-\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{13}$       C.  $\sqrt{14}$       D.  $-\sqrt{14}$

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1. Chọn đáp án B

Qua  $B$  kẻ đường thẳng  $d$  song song với  $SM$ .

Và cắt đường thẳng  $SA$  tại  $N$ .

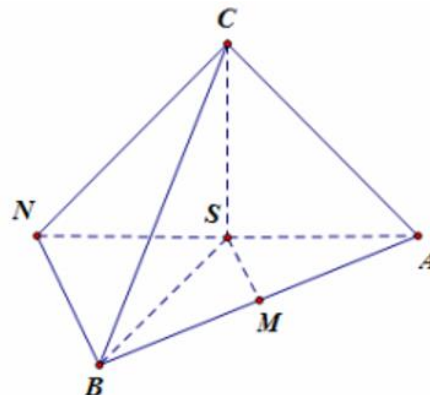
Do đó  $(SM, BC) = (BN, BC) = NBC$ .

Ta có  $SM \parallel BN$  và  $M$  là trung điểm của  $AB$

Nên  $SN = SA = SC = a \Rightarrow NC = a\sqrt{2}$  và  $NB = 2SM = a\sqrt{2}$ .

Mà  $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle NBC$  là tam giác đều.

Vậy  $NBC = 60^\circ \Rightarrow (SM, BC) = 60^\circ$

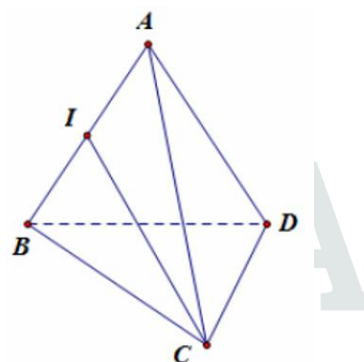


### Câu 2. Chọn đáp án B

Ta có  $I$  là trung điểm của  $AB$  nên  $(CI, CA) = ICA$ .

Xét tam giác  $AIC$  vuông tại  $I$ , có  $AI = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{1}{2}$ .

Suy ra  $\sin ICA = \frac{IA}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow ICA = 30^\circ \Rightarrow (CI, CA) = 30^\circ$



### Câu 3. Chọn đáp án D

Ta có các tam giác  $SAB, SAD, SAC$  là các tam giác vuông tại  $A$ .

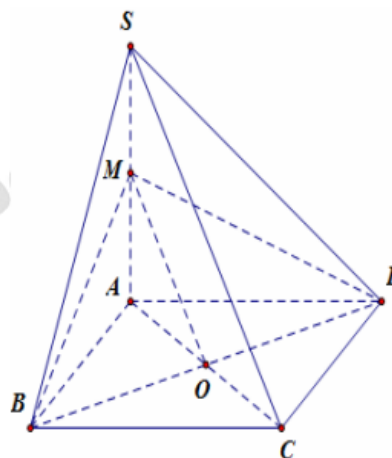
Nên  $SA \perp AB, SA \perp AD \Rightarrow SA \perp (ABCD)$ .

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Và  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Do đó  $OM \parallel SC$ .

Hay  $SC \parallel (MBD)$  nên  $(SC, BD) = (OM, BD) = MOB$ .

Có  $BM = \sqrt{AM^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AB^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ ,

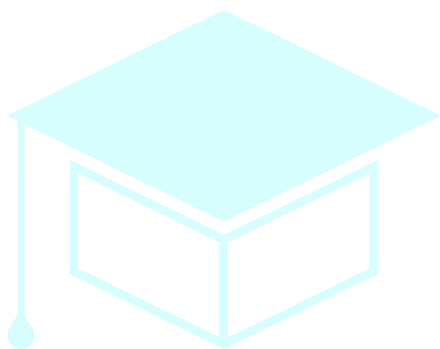
$MO = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ .



$$BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}. \text{ Áp dụng định lý cosin trong tam giác } MOB.$$

$$\text{Ta được } BM^2 = OM^2 + OB^2 - 2OM \cdot OB \cdot \cos MOB$$

$$\Leftrightarrow \cos MOB = \frac{OM^2 + OB^2 - BM^2}{2OM \cdot OB} = \frac{8}{\sqrt{130}}.$$



ADOBA

**Câu 4.** Chọn đáp án C

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Ta có  $AM = AD = DC = a$ .

Mà  $AB$  song song với  $CD$  nên  $AMCD$  là hình vuông cạnh  $a$ .

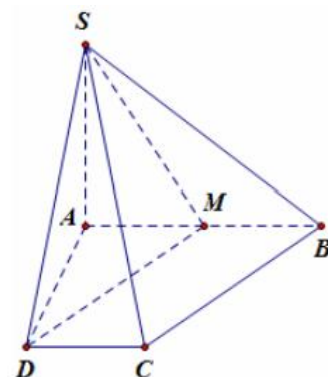
Do đó  $DM$  song song với  $BC$ . Suy ra  $(SD, BC) = (SD, DM) = \angle SDM$ .

$$\text{Lại có } SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Và } DM = a\sqrt{2}, SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $SDM$ , ta được

$$\cos \angle SDM = \frac{SD^2 + DM^2 - SM^2}{2 \cdot SD \cdot DM} = \frac{3}{\sqrt{42}}.$$



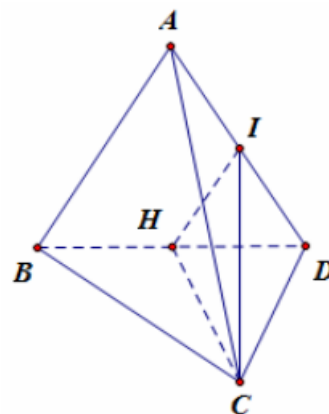
**Câu 5.** Chọn đáp án C

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BD$ . Ta có  $IH \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (HIC)$ .

Nên  $(AB, CI) = (IH, IC) = \angle HIC$ . Mà  $IH = \frac{a}{2}, CH = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $HIC$ , ta được:

$$\cos \angle HIC = \frac{HI^2 + CI^2 - HC^2}{2 \cdot HI \cdot CI} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \cos(AB, CI) = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

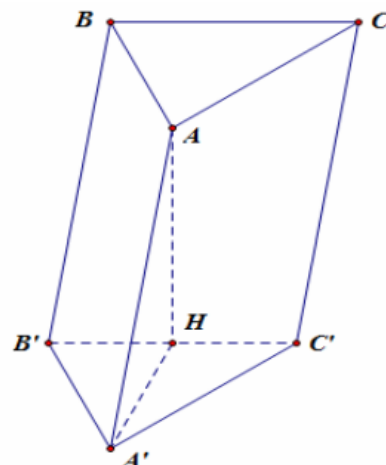


**Câu 6.** Chọn đáp án A

Ta có  $A'H$  là hình chiếu của  $AA'$  lên mặt phẳng đáy.

Do đó  $(AA', (ABC)) = (AA', A'H) = \angle A'A'H = 60^\circ$ .

$$\text{Lại có } A'H = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = \tan 60^\circ \cdot \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = B'H$$



$$\text{nên } AB' = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Và } AA' = \frac{A'H}{\cos 60^\circ} = a \Rightarrow AC' = a.$$

$$\text{Mặt khác } (BC, AC') = (AC', B'C') = AC'B' = \alpha.$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \frac{AC'^2 + B'C'^2 - AB'^2}{2 \cdot AC' \cdot B'C'} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = 3$$

**Câu 7.** Chọn đáp án D

Gọi  $N$  là trung điểm của  $SD$ . Khi đó  $MN \parallel SD$ .

Ta có  $CD \perp (SAD) \Rightarrow MN \perp (SAD) \Rightarrow MN \perp AN$

$$\text{Do đó } (AM, CD) = (AM, MN) = \angle AMN \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Ta có } AN = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AD^2}}{2} = \frac{\sqrt{3a^2 + a^2}}{2} = a.$$

$$\text{Và } MN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2} \text{ nên } \tan \alpha = \frac{AN}{MN} = a : \frac{a}{2} = 2.$$

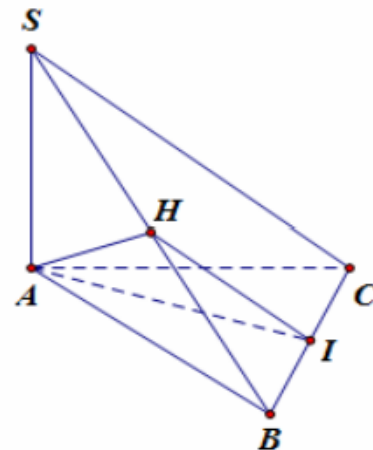
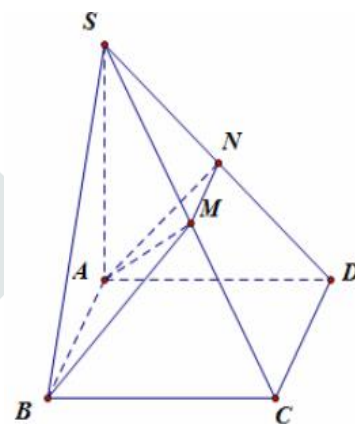
$$\text{Khi đó } P = \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) = 10$$

**Câu 8.** Chọn đáp án A

Gọi  $H$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow IH$  song song với  $SC$ .

Do đó  $SC \parallel (AHI) \Rightarrow (AI, SC) = (AI, HI) = \angle AIH$ .

$$\text{Ta có } AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ và } IH = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a.$$



$$AH = \sqrt{\frac{AB^2 + AS^2}{2} - \frac{BS^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $AHI$ , có

$$\cos AIH = \frac{AI^2 + HI^2 - AH^2}{2 \cdot AI \cdot HI} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

**Câu 9.** Chọn đáp án D

Kẻ  $ME$  song song với  $DN$  với  $E \in AD$  suy ra  $AE = \frac{a}{2}$ .

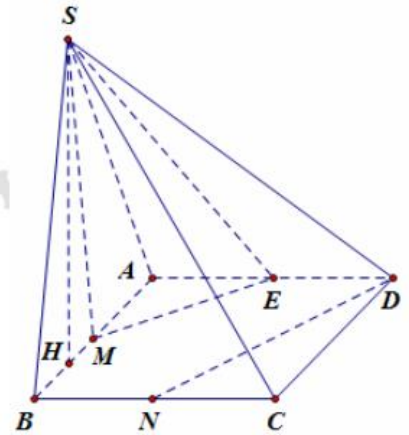
Đặt  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $SM, DN$  nên  $(SM, ME) = \varphi$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $AB$ . Ta có  $SH \perp (ABCD)$ .

Suy ra  $SH \perp AD \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SA$ .

$$\text{Do đó } SE^2 = SA^2 + AE^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow SE = \frac{a\sqrt{5}}{2} \text{ và } ME = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Tam giác  $SME$  cân tại  $E$ , có  $\cos \alpha = \cos SME = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .





**Câu 10.** Chọn đáp án D

Ta có  $\begin{cases} AD' // B'C \\ MN // A'P \end{cases}$  với  $P$  là trung điểm của  $DC'$ .

Suy ra  $(MN, B'C) = (A'P, A'D) = DA'P$ .

Vì  $BAD = DAA' = A'AB = 60^\circ$  và các cạnh của hình hộp bằng  $a$ .

Do đó  $A'D = a, C'D = C'A' = a\sqrt{3}$ .

$$\text{Suy ra } A'P = \frac{A'D^2 + A'C'^2}{2} - \frac{DC'^2}{4} \Rightarrow A'P = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$$

Áp dụng định lý cos cho tam giác  $A'DP$ , ta có

$$\cos \alpha = \frac{A'D^2 + A'P^2 - DP^2}{2A'D \cdot A'P} = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

**Câu 11.** Chọn đáp án B

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khi đó  $MN // BC$

$$\text{Mặt khác } MN = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}; AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4a \Rightarrow AN = 2a.$$

Lại có

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBA) \Rightarrow SBA = ((SBC), (ABC)) = 60^\circ$$

$$\text{Do vậy } SA = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

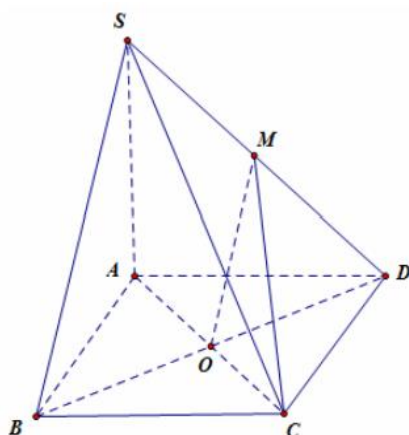
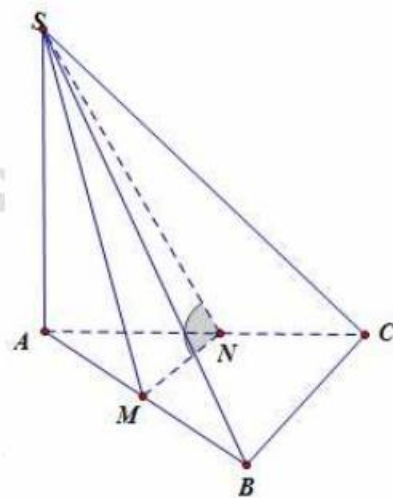
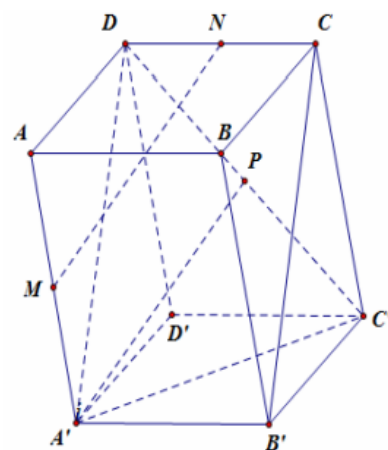
$$\text{Do vậy } SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = a\sqrt{13}$$

$$\text{Do } MN // BC \perp (SAB) \Rightarrow SM \perp MN$$

$$\text{Suy ra } \cos SNM = \frac{MN}{SN} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 13a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \cos(SN, BC)$$

**Câu 12.** Chọn đáp án A

Gọi  $O$  là tâm của đáy khi đó  $OM // SB$



Mặt khác  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a = SD \Rightarrow OM = a$ ;

$OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Lại có  $CD \perp SA, CD \perp AD \Rightarrow CD \perp SD$

Khi đó  $CM = \sqrt{CD^2 + DM^2} = a\sqrt{2}$ .

$$\cos OMC = \frac{OM^2 + MC^2 - OC^2}{2 \cdot OM \cdot MC} = \frac{5\sqrt{2}}{8} = \cos(OM, MC)$$

$$\text{Do đó } \cos(SB, CM) = \frac{5\sqrt{2}}{8}$$

**Câu 13.** Chọn đáp án B

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  khi đó ta có:  $SH \perp AB$ . Mặt khác  $(SAB) \perp (ABCD)$  nên  $SH \perp (ABCD)$ . Ta có:  $SH = \frac{AB}{2} = a$

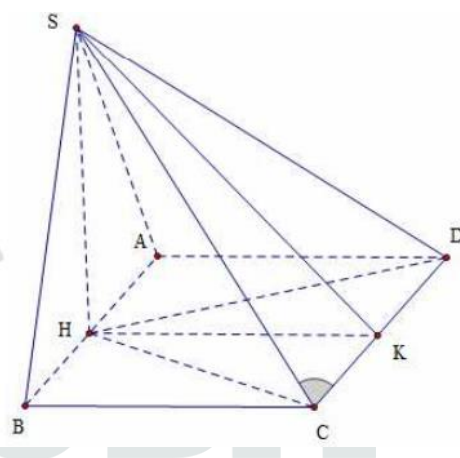
(do tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ )

Do  $AB \parallel CD \Rightarrow (SC, AB) = (SC, CD)$

Ta có:

$$SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{SH^2 + HB^2 + HC^2} = a\sqrt{11}; SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = a\sqrt{11}$$

$$\text{Khi đó } \cos SCD = \frac{SC^2 + CD^2 - SD^2}{2SC \cdot CD} = \frac{1}{\sqrt{11}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{11}}.$$



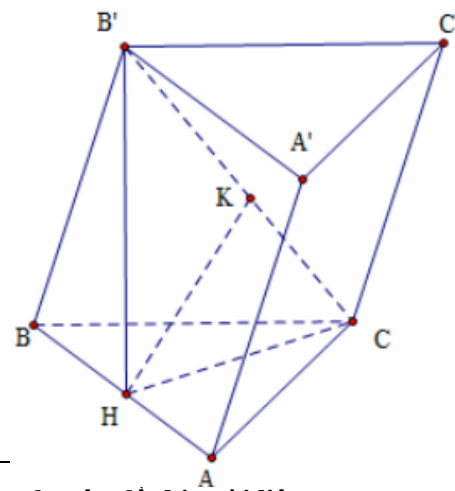
**Câu 14.** Chọn đáp án D

Ta có:  $B'H \perp AB, CH \perp AB \Rightarrow AB \perp (B'HC)$

$$+) \text{ Dựng } HK \perp B'C \Rightarrow HK \perp AB \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$+) \text{ Mặt khác: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{B'H^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow B'H = \frac{a}{2}$$

Do  $AA' \parallel BB' \Rightarrow (B'C, AA') = (B'C, BB')$



Ta có:  $BB' = \frac{a}{\sqrt{2}}, BC = a, B'C = a$ .

Khi đó  $\cos(B'C, AA') = \cos CB'B$

$$= \frac{B'C^2 + BB'^2 - BC^2}{2B'C \cdot BB'} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

**Câu 15.** Chọn đáp án A

Ta có  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$

Mặt khác  $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = 2a$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Dễ thấy  $BN \parallel A'M$

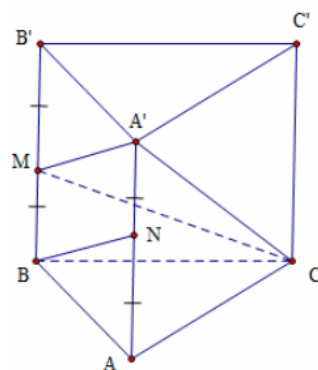
Khi đó  $(BN, A'C) = (A'M, A'C)$

Ta có:  $A'M = \sqrt{A'B'^2 + B'M^2} = a\sqrt{2}; A'C = a\sqrt{7}$

$$CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Do đó } \cos MA'C = \frac{A'M^2 + A'C^2 - MC^2}{2 \cdot A'M \cdot A'C} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\text{Do vậy } \cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$$



**Câu 16.** Chọn đáp án A

Dựng đường thẳng  $BD \parallel AB'$  cắt  $A'B'$  tại  $D$ .

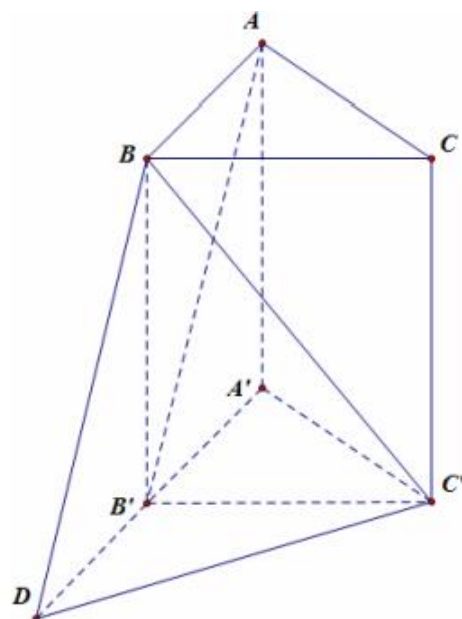
Vì góc giữa  $AB'$  và  $BC'$  bằng  $60^\circ$  nên ta có

$$(AB', BC') = BD, BC' = \begin{cases} DBC' = 60^\circ \\ DBC' = 120^\circ \end{cases}$$

Ta có  $BD = AB' = BC'$  nên  $BD = BC' = \sqrt{a^2 + b^2}$

Vì  $A'B'C' = 60^\circ$  nên  $DB'C' = 120^\circ$ .

Áp dụng định lý hàm số cos cho tam giác  $DB'C'$ , có



$$DC'^2 = B'D^2 + B'C'^2 - 2B'D \cdot B'C' \cdot \cos 120^\circ$$

$$\text{Hay } DC' = a\sqrt{3}.$$

$$\bullet \text{ Nếu } DBC' = 60^\circ \Rightarrow BD = BC'$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = a\sqrt{3} \Leftrightarrow b^2 = 2a^2 \Leftrightarrow b = a\sqrt{2}$$

$$\text{Nếu } DBC' = 120^\circ \Rightarrow b = 0 \text{ (loại)}$$

**Câu 17.** Chọn đáp án C

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ .

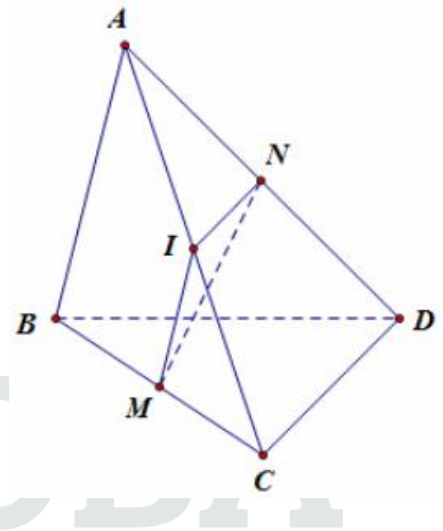
$$\text{Ta có } \begin{cases} IM \parallel AB \\ IN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (IM, IN)$$

Đặt  $\angle MIN = \alpha$ . Xét tam giác  $IMN$ , có

$$IM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, IN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Theo định lý Cosin, có } \cos \alpha = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2 \cdot IM \cdot IN} = -\frac{1}{2} < 0.$$

$$\Rightarrow \angle MIN = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ.$$



**Câu 18.** Chọn đáp án B

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow DM // AC$

$$\text{Do đó } (\angle SD, AC) = (\angle SD, DM) = \begin{cases} \angle SDM \\ 180^\circ - \angle SDM \end{cases}$$

$$\text{Ta có } DM = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}, SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

$$\text{Và } SM = \sqrt{SC^2 + CM^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$$

Áp dụng định lý cosin trong  $\triangle SDM$ , có

$$\cos \angle SDM = \frac{SD^2 + DM^2 - SM^2}{2SD \cdot DM} = -\frac{1}{\sqrt{14}}$$

Khi đó  $180^\circ - \angle SDM = \alpha$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha = \tan (180^\circ - \angle SDM) = -\tan \angle SDM = \sqrt{13}$$

