

BÀI TOÁN LÃI SUẤT VÀ TĂNG DÂN SỐ

Câu 1. (4) Biết dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người, đến 2030 là $91,7.e^{0,1875}$ triệu người . Hỏi tỉ lệ tăng dân số trung bình hàng năm là bao nhiêu (làm tròn đến bốn chữ số thập phân) ?

- A. 1,25% . B. 1,3392% .
C. 1,1718% . D. 1,3% .

Lời giải:

$$S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{15i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{15i} = e^{0,1875} \\ \Rightarrow 15i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{15} = 1,25\%$$

Sai lầm thường gặp:

$$S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{14i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{14i} = e^{0,1875} \\ \Rightarrow 14i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{14} = 1,32\% \\ S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{16i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{16i} = e^{0,1875} \\ \Rightarrow 16i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{16} = 1,17\%$$

- Làm tròn sai .

Câu 2. (3) Một người sử dụng xe có giá trị ban đầu là 20 triệu. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì giá trị của còn là 12 triệu.

A. 5 B. 6. C. 3. D. 4.

+Lược giải:

Gọi giá trị của xe năm thứ n là $x_n = 12\,000\,000$, $x_0 = 20.000.000$

Với hao mòn $r = 10\%$

Sau một năm giá trị của xe còn lại là : $x_1 = x_0 - rx_0 = x_0(1 - r)$

Sau hai năm, giá trị của còn lại là: $x_2 = x_1 - rx_1 = x_1(1 - r) = x_0(1 - r)^2$

Sau n năm, giá trị của xe còn lại là: $x_n = x_{n-1} - rx_{n-1} = x_{n-1}(1 - r) = x_0(1 - r)^n$

Vậy sau n năm, giá trị còn lại là

$$X = x_0(1 - r)^n \Leftrightarrow n = \log_{(1-r)} \frac{X}{x_0} = 4.848 \approx 5 \text{ năm}$$

+ Sai lầm thường gặp

Chọn B vì học sinh sử dụng công thức $\frac{12}{20} \cdot 10 = 6$

Chọn C vì học sinh tính theo công thức $20 = 12 \cdot (1,1)^n \Leftrightarrow n \approx 2,6$

Chọn D vì học sinh bấm máy sai.

Câu 3. (3) Lãi suất ngân hàng hiện nay là 8%/năm. Lúc con ông A, bắt đầu học lớp 10 thì ông gửi tiết kiệm 200 triệu. Hỏi sau bao nhiêu năm, ông A nhận cả vốn lẫn lãi là 250 triệu ?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

+Lược giải:

$$A_n = A(1+r)^n \Leftrightarrow n = \log_{(1+r)} \frac{A_n}{A} \Leftrightarrow n = \log_{1,08} \frac{250}{200} \approx 3$$

+ Sai lầm thường gặp

Chọn B vì học sinh làm tròn sai.

Chọn C vì học sinh hiểu $\frac{250}{200} \cdot 1,08 \approx 1,35$

Chọn D vì học sinh tính theo công thức $(250-200) \times 0,08 = 4$.

Câu 4. (4) Cho biết công thức gia tăng dân số của một quốc gia là $N_n = N \cdot e^{ni}$, trong đó N là dân số thực tế tại một mốc thời gian, N_n dân số được dự đoán sau n năm sau đó, i là tỉ lệ gia tăng dân số tự nhiên. Nếu ở một quốc gia X có tỉ lệ gia tăng dân số tự nhiên hằng năm là 2,4%. Hỏi sau bao nhiêu năm dân số của quốc gia này tăng 1,5 lần?

A. 17 năm. B. 16 năm. C. 23 năm. D. 21 năm.

Giải đáp án:

$$N_n = N.e^{ni} \Rightarrow n = \frac{1}{i} \ln \frac{N_n}{N} \approx 16,89$$

Giải thích phương án nhiều:

+ Phương án B: chỉ lấy phần nguyên của kết quả.

+ Phương án C: sử dụng sai công thức $N_n = N.e^{ni}$

+ Phương án D: hiểu sai cách vận dụng như sau: tăng 1,5 lần, nghĩa là tăng thêm 50% , từ đó tự cho công thức $n = \frac{50\%}{2,4\%} \approx 20,83$

Câu 5. (3) Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 6.7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu ?

A. 11 năm B. 10 năm C. 9 năm D. 12 năm

Lược giải:

$$p_n = p(1+r)^n \Leftrightarrow 2 = (1+0.067)^n \Leftrightarrow n \approx 10.69$$

Sai lầm thường gặp

Chọn đáp án B Vì HS học sinh giải đúng rồi tìm sai n

Chọn đáp án C Vì HS học sinh giải sai điều kiện lãi suất

$$p_n = p(1+r)^n \Leftrightarrow 2 = (1+0.076)^n \Leftrightarrow n \approx 9.462$$

Chọn đáp án D Vì HS học sinh giải sai điều kiện lãi suất

$$p_n = p(1+r)^n \Leftrightarrow 2 = (1+0.06)^n \Leftrightarrow n \approx 11.895$$

Câu 6. (4) Một người gửi số tiền P triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 10%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Hỏi để người đó lãnh được số tiền gấp 3 lần số tiền ban đầu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian bao nhiêu năm ? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi)

A. 12 năm. B. 11 năm. C. 2 năm. D.1 năm.

Giải

$$P_n = P.(1 + r)^n$$

Đ 3P = P.(1 + r)ⁿ

Đ (1 + r)ⁿ = 3

Đ n = log_{1+r} 3 » 11.5

Các phương án sai:

Đáp án nhiều là B do: không làm tròn

Đáp án nhiều là C do: đổi lãi suất sai

Đáp án nhiều là D do: Quên chia lãi suất cho 100

Câu 7. (4) Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của 1 quốc gia X là 0,2%. Năm 1998 dân số của quốc gia X là 125500000. Hỏi sau bao nhiêu năm dân số của quốc gia X là 140000000 ?

A. 55 năm.

B. 54 năm.

C. 6 năm. D. 5 năm.

Giải

$$P_n = P.(1 + r)^n$$

Đ 140000000 = 125500000.(1 + r)ⁿ

Đ (1 + r)ⁿ = 3

Đ n » 54,7

Các phương án sai:

Đáp án nhiều là B do: không làm tròn

Đáp án nhiều là C do: đổi lãi suất sai

Đáp án nhiều là D do: đổi lãi suất sai và quên làm tròn

Câu 8. (3) Cho biết năm 2003, Việt Nam có 80 902 400 người và tỷ lệ tăng dân số là 1,47%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì Việt Nam sẽ có 95 000 000 người, nếu tỷ lệ tăng dân số hàng năm không đổi?

A. 11 năm. B. 10 năm. C. 12 năm. D. 8 năm.

*** Lược giải:**

Gọi số dân ban đầu là A, tỷ lệ tăng dân số hàng năm là i phần trăm, S là dân số sau n năm.

Theo đề bài ta có công thức tính sau: $S = A.e^{ni}$

$$\text{Ta được } 95\,000\,000 = 80\,902\,400 \cdot e^{0,0147n} \Leftrightarrow n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{95\,000\,000}{80\,902\,400} \approx 10,9.$$

Vậy $n = 11$ (vì n là số tự nhiên)

*** Sai lầm thường gặp:**

Chọn B vì HS lấy số làm tròn là 10.

Chọn C vì HS lấy số làm tròn để tính như sau:

$$95 = 80 \cdot e^{0,0147n} \Leftrightarrow n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{95}{80} \approx 11,69$$

Chọn D vì HS không biết công thức mà tính như sau $0,147n = \frac{95\,000\,000}{80\,902\,400} \Leftrightarrow n \approx 8,07.$

Câu 9. (3) Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4 \cdot 10^5$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 5% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm, khu rừng đó sẽ có trữ lượng gỗ là $5,8666 \cdot 10^5$ mét khối?

A. 8 năm. B. 7 năm. C. 9 năm. D. 5 năm.

*** Lược giải:**

Gọi trữ lượng gỗ ban đầu là V_0 , tốc độ sinh trưởng hằng năm của khu rừng là i phần trăm, V là trữ lượng gỗ sau n năm.

Theo đề bài ta có công thức tính sau:

$$\begin{aligned} V_n &= V_0(1+i)^n \Leftrightarrow 5,8666 \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^5(1+0,05)^n \\ &\Leftrightarrow n = \log_{1,05} \left(\frac{5,8666}{4} \right) \approx 7,84 \end{aligned}$$

Vậy $n = 8$ (vì n là số tự nhiên)

*** Sai lầm thường gặp:**

Chọn B vì HS không biết lập công thức mà tính : $\frac{5,8666}{4} \cdot 5 \approx 7,333$

Chọn C vì HS tính theo công thức như sau:

$$5,8666 = 4 \cdot (1,05)^n \Leftrightarrow n = \frac{1}{4} \log_{1,05} (5,8666) \approx 9,065$$

Chọn D vì HS tính như sau : $\frac{5,8666}{5} \cdot 4 \approx 4,693$

Câu 10. (3) Anh Việt muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền **ít nhất** anh Việt phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng triệu)

- A. 397 triệu đồng.
- B. 404 triệu đồng.
- C. 155 triệu đồng.
- D. 143 triệu đồng.

Giải thích

Đáp án A đúng vì

Lãi kép gởi một lần: $T = M(1+r)^n \Rightarrow M(1+0.08)^3 = 500 \Rightarrow M \approx 396.9161205$

ĐS: 397 triệu đồng.

Đáp án B sai vì $T = M(1+r.n) \Rightarrow 500 = M(1+0.08.3) \Rightarrow M \approx 403.225806...$

Đáp án C sai vì

Lãi kép gởi định kỳ cuối mỗi tháng:

$$T = \frac{M}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] \Rightarrow 500 = \frac{M}{0.08} \left[(1+0.08)^3 - 1 \right] \Rightarrow M \approx 154,016...$$

Đáp án D sai vì

Lãi kép gởi định kỳ đầu mỗi tháng:

$$T = \frac{M}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r) \Rightarrow \frac{M}{0.08} \left[(1+0.08)^3 - 1 \right] (1+0.08) = 500 \Rightarrow M \approx 142,608...$$

Câu 11. (3) Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng Vietcombank. Lãi suất hàng năm không thay đổi là 7,5%/năm. Nếu anh Nam hàng năm không rút lãi thì sau 5 năm số tiền anh Nam nhận được cả vốn lẫn tiền lãi là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng ngàn)

- A. 143.563.000 đồng.

B. 580.839.000đồng.

C. 137.500.000đồng.

D. 624.402.000đồng.

Giải thích

Đáp án A đúng vì

Lãi kép gởi một lần: $T = M(1+r)^n = 100(1+0.075)^5 = 143.56293...$

Đáp án B sai vì

Lãi kép gởi định kỳ cuối mỗi tháng: $T = \frac{M}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] = \frac{100}{0.075} \left[(1+0.075)^5 - 1 \right] = 580.83910...$

Đáp án C sai vì

Lãi đơn: $T = M(1+r.n) = 100(1+0.075.5) = 137.5$

Đáp án D sai vì

Lãi kép gởi định kỳ đầu mỗi tháng:

$$T = \frac{M}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r) = \frac{100}{0.075} \left[(1+0.075)^5 - 1 \right] (1+0.075) = 624.40203...$$

Câu 12. (3) Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Số lượng vi khuẩn tăng gấp 25 lần sau khoảng thời gian bao lâu?

A. 20 giờ.

B. 30 giờ.

C. 10 giờ.

D. 12 giờ.

Giải thích

Đáp án A đúng vì

$$f(x) = A.e^{rx} \Rightarrow 5000 = 1000.e^{r10} \Rightarrow r = \frac{\ln 5}{10}$$

$$25.1000 = 1000.e^{\frac{\ln 5}{10}x} \Rightarrow x = \frac{\ln 25}{\frac{\ln 5}{10}} = 20$$

Đáp án B sai vì

$$f(x) = A.e^{rx} \Rightarrow 5000 = 1000.e^{r10} \Rightarrow r = \frac{\ln 5}{10}$$

$$25.5000 = 1000.e^{\frac{\ln 5}{10}x} \Rightarrow x = \frac{\ln(25.5)}{\frac{\ln 5}{10}} = 30$$

Đáp án C sai vì

$$f(x) = A.e^{rx} \Rightarrow 5000 = 1000.e^{r10} \Rightarrow r = \frac{\ln 5}{10}$$

$$25.1000 = 5000.e^{\frac{\ln 5}{10}x} \Rightarrow x = \frac{\ln 5}{\frac{\ln 5}{10}} = 10$$

Đáp án D sai vì

$$f(x) = e^{rx} \Rightarrow 5000 = e^{r10} \Rightarrow r = \frac{\ln 5000}{10}$$

$$25.1000 = e^{\frac{\ln 5000}{10}x} \Rightarrow x = \frac{\ln(25.1000)}{\frac{\ln 5000}{10}} = 11,8896...$$

Câu 13. (3) Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam cuối năm 2014 là 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào cuối năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. khoảng 107 232 574 người.
- B. khoảng 76 629 929 người.
- C. khoảng 105 971 355 người.
- D. khoảng 108 358 516 người.

Giải thích

Đáp án A đúng vì $D = a(1+m)^n \Rightarrow 90.728.900(1+0.0105)^{16} = 107232574.1$

Đáp án B sai vì $D = a(1-m)^n \Rightarrow 90.728.900(1-0.0105)^{16} = 76629928.83$

Đáp án C sai vì $T = 90728900(1+0.0105.16) = 105971355.2$

Đáp án D sai vì $D = a(1+m)^n \Rightarrow 90.728.900(1+0.0105)^{17} = 108358516.1$

Câu 14. Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4.10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm khu rừng đó sẽ có số mét khối gỗ khoảng bao nhiêu ?

A. $486661,161(m^3)$

B. $125.10^7(m^3)$

C. $4885611033(m^3)$

D. $480000(m^3)$

*** Giải đáp án:** Dùng công thức lãi kép

$$P_n = P(1+r)^n = 4.10^5(1+0,04)^5 = 486661,161$$

*** Giải thích phương án nhiễu:**

Phương án B : Học sinh áp dụng đúng công thức, nhưng thay số sai

$$P_n = 4.10^5(1+4)^5 = 125.10^7$$

Phương án C : Học sinh áp dụng sai công thức

$$S = A.e^{n.i}$$

Phương án D : Học sinh không biết công thức lãi kép mà tính như sau:

$$4.10^5 + (4.10^5 \times 4\%) \times 5 = 480000$$

Câu 15. (4) Ngày 1/12/ 2016, một người gửi tiền số tiền 1 tỉ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Hỏi đến ngày 1/12/2020, người đó lãnh được bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng triệu).

A. 262 triệu đồng.

B. 338 triệu đồng.

C. 24 triệu đồng.

D. 1 tỉ 262 triệu đồng.

Lời giải:

Số tiền lãi nhận được sau 4 năm: $(1,06)^4 - 1 \approx 0,2624$ (tỉ) ≈ 262 (triệu)

Sai lầm thường gặp:

- Nhầm lẫn số năm: từ 1/12/2016 đến 1/12/2020 là 5 năm.

- Tính phần trăm sai: $6\% = 0,006$.

- Chỉ tính tổng số tiền nhận được sau 4 năm.

Câu 16. (4) Năm 2016, dân số của Việt Nam là 94.104.871 người với tỉ lệ tăng dân số là 1,07% (nguồn: <http://kehoachviet.com/tinh-hinh-dan-viet-nam-2016/>). Hỏi đến năm nào thì dân số Việt Nam là 109.312.397 người, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không thay đổi.

A. 2030.

B. 2025.

C. 2017.

D. 2156.

Lời giải:

Dân số Việt Nam sau n năm: $94.104.871e^{n \cdot 0.0107}$, suy ra $94.104.871e^{n \cdot 0.0107} = 109.312.397 \Leftrightarrow n = 14$.
Vậy tới năm 2030 thì dân số Việt Nam là 109.312.397 người.

Sai lầm thường gặp:

- Lập sai công thức: $94.104.871e^{n \cdot 0.017} = 109.312.397 \Leftrightarrow n = 8,8$.

- Lập sai công thức: $94.104.871e^{n \cdot 0.107} = 109.312.397 \Leftrightarrow n = 1,4$.

- Lập sai công thức: $94.104.871e^{n \cdot 0.00107} = 109.312.397 \Leftrightarrow n = 140$.

Câu 17. (4) Biết dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người, đến 2030 là $91,7 \cdot e^{0,1875}$ triệu người. Hỏi tỉ lệ tăng dân số trung bình hàng năm là bao nhiêu (làm tròn đến bốn chữ số thập phân)?

A. 1,25% .

B. 1,3392% .

C. 1,1718% .

D. 1,3% .

Lời giải:

$$S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{15i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{15i} = e^{0,1875}$$

$$\Rightarrow 15i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{15} = 1,25\%$$

Sai lầm thường gặp:

$$S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{14i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{14i} = e^{0,1875}$$

$$\Rightarrow 14i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{14} = 1,32\%$$

$$S = A.e^{ni} \Leftrightarrow e^{ni} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow e^{16i} = \frac{91,7.e^{0,1875}}{91,7} \Rightarrow e^{16i} = e^{0,1875}$$

$$\Rightarrow 16i = 0,1875 \Rightarrow i = \frac{0,1875}{16} = 1,17\%$$

- Làm tròn sai .

Câu 18. (4) Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Số lượng vi khuẩn tăng gấp 25 lần sau khoảng thời gian t . Tìm t .

- A. 20,00 giờ . B. 20,11 giờ . C. 20,12 giờ . D. 20,13 giờ.

Lược giải:

$$5000 = 1000.e^{10r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5}{10}, 25000 = 1000e^{rx} \Rightarrow rx = \ln 25 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 25}{\frac{\ln 5}{10}} = 20$$

Hs chọn B, C, D vì lấy kết quả gần đúng ở bước tính r .

Câu 19. (3) Một người khá giả vừa sinh được một đứa con trai, để chuẩn bị cho tương lai của đứa trẻ người này gửi số tiền 300 triệu đồng vào ngân hàng Vietcombank theo thể thức lãi kép với lãi suất 7%/ năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền sẽ nhiều hơn 1 tỉ đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. ít nhất 18 năm. B. ít nhất 17 năm. C. ít nhất 52 năm. D. ít nhất 51 năm.

Lược giải:

$$\text{Chọn A: } P_n = P(1+r)^n = 300(1+0.07)^n,$$

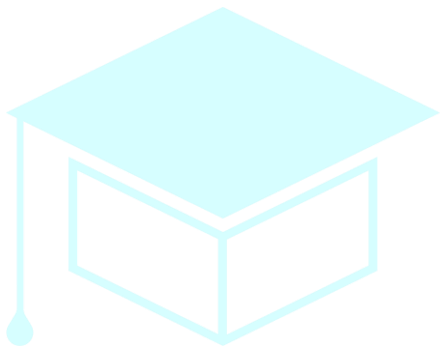
Để số tiền nhiều hơn 1 tỉ thì:

$$300(1+0.07)^n > 1000 \Leftrightarrow (1,07)^n > \frac{10}{3} \Leftrightarrow n > \log_{1,07} \left(\frac{10}{3} \right) \approx 17,8$$

Chọn B: do HS làm tròn số xuống 17,8 còn 17

Chọn C: do HS đổi sai đơn vị tiền (1 tỉ = 10000 triệu)

Chọn D: do HS đổi sai đơn vị tiền (1 tỉ = 10000 triệu và làm tròn số xuống)



ADOBA