14 bài tập - Tính đồng biến, nghịch biến của Hàm số (Phần 2) - File word có lời giải chi tiết

Câu 1. Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$ **C.** $-2\le m\le 2$ **D.** $-2<m<2$

Câu 2. Hàm số $y=\frac{mx+1}{4x+m}$ luôn nghịch biến trên các khoảng xác định thì:

A. $m\le 2$ **B.** $m<-2$ **C.** $-2<m<2$ **D.** $-2\le m\le 2$

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{\cot x-2}{\cot x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$:

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$ **B.** $m\in\varnothing$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $m>2$

Câu 4. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{\sqrt{1-5x}-2}{\sqrt{1-5x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{5}\right)$:

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$ **B.** $m\le 0$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $m\ge 2$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\sin x-2}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$

A. $m\le 0$ **B.** $m\le 0$ hoặc $\frac{1}{2}\le m<2$ **C.** $\frac{1}{2}\le m<2$ **D.** $m\ge 2$

Câu 6. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. $m\le -3$ **B.** $m\le -2$ **C.** $m\le -1$ **D.** $m\le 0$

Câu 7. Hàm số $y=\frac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi

A. $m>2$ **B.** $m\ge 3$ **C.** $m<2$ **D.** $m<-3$

Câu 8. Hàm số $y=x^3-2mx^2-(m+1)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ khi giá trị của m thỏa:

A. $m \le 2$ **B.** $m \ge 2$ **C.** $m \le \frac{11}{9}$ **D.** $m \ge \frac{11}{9}$

Câu 9. Hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge 2$ **B.** $m > 1$ **C.** $m > 2$ **D.** $m \ge 1$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m+2)x + 2$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4.

A. $m = 1$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = \frac{1}{3}$ **D.** $m = 5$

Câu 11. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định khi:

A. $m < -2\sqrt{2}$ **B.** $-8 \le m \le 1$

C. $m > 2\sqrt{2}$ **D.** Không có giá trị m

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m = -1$ **B.** $m = 0$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = -2$

Câu 13. Cho hàm số: $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 2m + 2)x + 1$. Kết luận nào sau đây ***đúng***?

A. Hàm số luôn đồng biến trên R

B. Hàm số luôn nghịch biến trên R

C. Hàm số không đơn điệu trên R

D. Hàm số có hai cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng 1 với mọi m

Câu 14. Hàm số: $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi:

A. $m \ge \frac{2}{3}$ **B.** $m < \frac{2}{3}$ **C.** $m < 2$ **D.** $m \le 2$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn đáp án A

Xét hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-4}$ với $x\in(-\infty;4)\cup(4;+\infty)$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x-4)^2};\forall x\neq 4$.

Yêu cầu bài toán trở thành $y'>0;\forall x\neq 4\Leftrightarrow \dfrac{m^2-4}{(x-4)^2}>0\Leftrightarrow m^2-4>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2\\ m<-2\end{array}\right.$.

Câu 2. Chọn đáp án C

Xét hàm số $y=\dfrac{mx+1}{4x+m}$ với $x\neq-\dfrac{m}{4}$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(4x+m)^2};\forall x\neq-\dfrac{m}{4}$.

Yêu cầu bài toán trở thành $y'<0;\forall x\neq-\dfrac{m}{4}\Leftrightarrow\dfrac{m^2-4}{(4x+m)^2}<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 3. Chọn đáp án D

Ta có $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}\rightarrow y=\dfrac{\dfrac{1}{\tan x}-2}{\dfrac{1}{\tan x}-m}=\dfrac{1-2\tan x}{1-m\tan x}=\dfrac{2.\tan x-1}{m.\tan x-1}$.

Đặt $t=\tan x$, ta có $t'=\dfrac{1}{\cos^2 x}>0;x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)\rightarrow t$ là hàm số đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. Suy ra $t\in(0;1)$.

Khi đó $y_{(t)}=\dfrac{2.\tan x-1}{m.\tan x-1}=\dfrac{2t-1}{mt-1}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $y_{(t)}=\dfrac{2t-1}{mt-1}$ đồng biến trên $(0;1)$. (*)

Đạo hàm $y_{(t)}=\dfrac{m-2}{(mt-1)^2}$. Suy ra $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\ t\neq\dfrac{1}{m}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\ \dfrac{1}{m}\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>2\\ \left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>2$.

Câu 4. Chọn đáp án A

Đặt $t=\sqrt{1-5x}$, với $x\in\left(0;\dfrac{1}{5}\right)$, ta có $t'=-\dfrac{5}{2\sqrt{1-5x}}<0\Rightarrow t$ là hàm số nghịch biến. Suy ra $t\in(0;1)$.

Khi đó hàm số trở thành $y_{(t)}=\dfrac{t-2}{t-m}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $y_{(t)}=\dfrac{t-2}{t-m}$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Đạo hàm $y'_{(t)} = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$. Suy ra $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ t \neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 > m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{array}\right.$.

Câu 5. Chọn đáp án B

Đặt $t = \sin x \Rightarrow 0 < t < \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = \dfrac{t-2}{t-m} = 1 + \dfrac{m-2}{t-m}$

Với $m - 2 = 0$ thì hàm số đã cho là hàm hằng (loại)

Với $m - 2 \neq 0$. Để hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m} = 1 + \dfrac{m-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ và chú ý hàm số bị gián đoạn tại $t = m$ thì: $\begin{cases} y' = \dfrac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq \dfrac{1}{2} \\ m \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ \dfrac{1}{2} \leq m < 2 \end{array}\right.$.

Câu 6. Chọn đáp án A

$y' = 3x^2 - 6x - m$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $y' \geq 0 \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq m \quad \forall x > 0$.

Mà $3x^2 - 6x = 3(x-1)^2 - 3 \geq -3 \quad \forall x > 0$ nên $m \leq -3$.

Câu 7. Chọn đáp án B

$y = 1 + \dfrac{m-2}{x-m}$

Với $m = 2$ thì hàm số y là hàm hằng (loại)

Với $m \neq 2$. Hàm số y bị gián đoạn tại $x = m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ thì:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2-m}{(x-m)^2} < 0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Câu 8. Chọn đáp án D

Ta có: $y' = 3x^2 - 4mx - (m+1) \le 0 \ \left(\forall x \in (0;2)\right)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 1 \le m(4x+1) \ \left(\forall x (0;2)\right) \Leftrightarrow m \ge \frac{3x^2-1}{4x+1} = g(x) \ \left(\forall x \in (0;2)\right)$$

$$\Leftrightarrow m \ge \max_{(0;2)} g(x) = g(2) = \frac{11}{9}.$$

Câu 9. Chọn đáp án A

Ta có: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}; y' = \dfrac{-m+1}{(x-m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$

$$\Leftrightarrow y' < 0 \ \left(\forall x \in (-\infty;2)\right) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1 < 0 \\ m \notin (-\infty;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2.$$

Câu 10. Chọn đáp án C

Ta có: $y' = x^2 - 2x - (3m+2)$

Rõ ràng $m = -1$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hệ số $a_{y'} > 0$ và có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta' = 1 + 3m + 2 > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases}$. Theo Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = -3m - 2 \end{cases}$

Khi đó $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{4 + 4(3m+2)} = \sqrt{12 + 12m} = 4 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{3} (t/m)$.

Câu 11. Chọn đáp án D

Ta có: $y' = x^2 - mx - 2$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} = 1 > 0 \\ \Delta_{y'} = m^2 + 8 \le 0 \end{cases}$ suy ra không tồn tại *m*.

Câu 12. Chọn đáp án A

Ta có: $y' = x^2 + 2mx - m$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0 \ (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} = 1 > 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 + m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 0.$$

Câu 13. Chọn đáp án C

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x - (2m^2 - 3m + 2)$

$$\Rightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) = 7m^2 - 7m + 7 = 7\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{4} > 0.$$

Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì cần có $\Delta' \le 0 \Rightarrow$ A và B sai.

Từ đó dẫn đến C đúng.

Câu 14. Chọn đáp án A

YCBT $\Leftrightarrow y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) \ge 0,\ \forall x \in (2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow m(x^2 - 2x + 3) + 2x - 6 \ge 0, \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m \ge \frac{6-2x}{x^2 - 2x + 3}, \forall x \in (2;+\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{6-2x}{x^2 - 2x + 3}, x \in (2;+\infty)$ có

$$f'(x) = \frac{-2(x^2 - 2x + 3) + (2x-6)(2x-2)}{(x^2 - 2x + 3)^2} = \frac{2x^2 - 12 + 6}{(x^2 - 2x + 3)^2}, \begin{cases} x \in (2;+\infty) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{6}.$$

Lập bảng biến thiên của $f(x)$ trên $(2;+\infty)$ ta được $m \ge f(2) = \dfrac{2}{3}$.