

**17 bài tập - Góc giữa hai mặt phẳng - File word có lời giải chi tiết**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , tam giác  $SBC$  là tam giác đều có cạnh  $2a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(ABC)$ .

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ , tính tan của góc giữa hai mặt phẳng  $(SMC)$  và mặt đáy  $(ABC)$ .

- A.  $\frac{4}{\sqrt{13}}$                       B.  $\frac{\sqrt{13}}{4}$                       C. 1                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(BDA')$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = AC = a$ ; cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 6.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SCD)$ .

- A.  $\sqrt{6}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\sqrt{2}$

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $\alpha$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  biết rằng  $\cot \alpha = \sqrt{2}$ .

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{6}$

**Câu 8.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa mặt phẳng  $(C'AI)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A.  $\frac{a^3}{4}$                       B.  $\frac{3a^3}{4}$                       C.  $\frac{a^3}{8}$                       D.  $\frac{3a^3}{8}$

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, D$ ,  $AB$  là đáy lớn và tam giác  $ABC$  là cân tại  $C$ ,  $AC = a$ . Các mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy, cạnh bên  $SC = a\sqrt{3}$  và tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc bằng  $30^\circ$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  bằng

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết đường thẳng  $SC$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\sqrt{15}$                       B.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{15}}{15}$

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  có  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA \perp (ABC)$ , biết  $SC = a\sqrt{5}$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$  tính tan góc giữa 2 mặt phẳng  $(SBM)$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$ .

- A. 3                      B. 4                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 12.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Tính cosin góc giữa 2 mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt đáy  $(ABC)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                       C.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$                       D.  $\frac{\sqrt{21}}{21}$

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi có góc  $BAD = 120^\circ$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $H$  trên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ , biết đường cao của khối chóp là  $SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$  và tam giác  $SBD$  vuông tại  $S$ . Tính góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$ .

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$  có  $AB = AC = 2a$  và  $BC = 2a\sqrt{3}$ . Tam giác  $SBC$  đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Cosin góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  là:

- A.  $\frac{5}{13}$                       B.  $\frac{6}{13}$                       C.  $\frac{4}{13}$                       D.  $\frac{7}{13}$

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính  $AB = 2a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt phẳng  $ABCD$ . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , có  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = a$ ,  $SA = a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Tan của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  là:

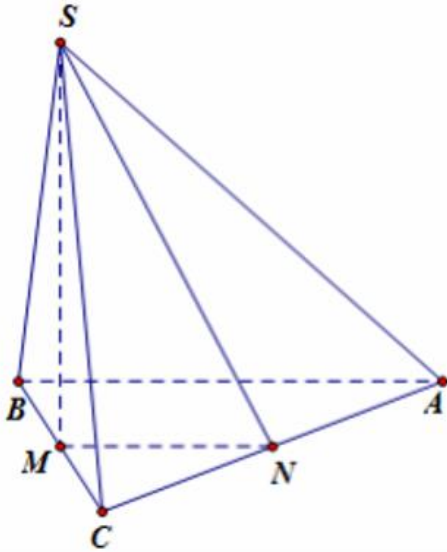
- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Cosin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  là:

- A.  $\frac{-2}{\sqrt{5}}$                       B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$                       C.  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.** Chọn đáp án B



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow SM \perp BC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABC)$$

Gọi  $N$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow MN \perp AC$

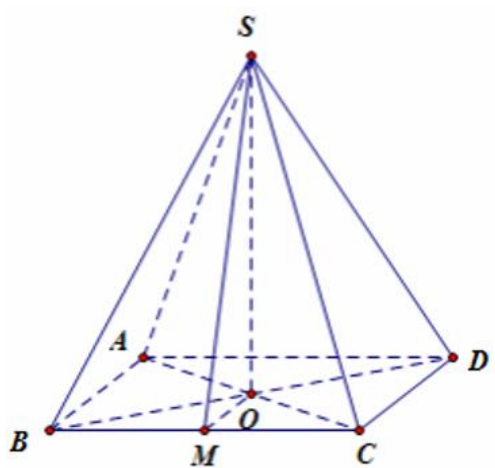
$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp MN \\ AC \perp SM \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SMN)$$

$$\Rightarrow ((SAC), (ABC)) = (MN, SN) = SNM$$

$$\text{Ta có } SM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \tan SNM = \frac{SM}{MN} = 2\sqrt{3}$$

**Câu 2.** Chọn đáp án C



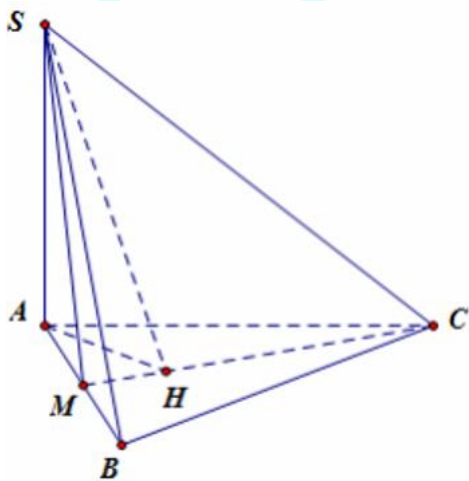
Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow OM \perp BC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM)$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = SMO$$

$$\text{Ta có } \tan SMO = \frac{SO}{OM} = \sqrt{3} \Rightarrow SMO = 60^\circ$$

**Câu 3.** Chọn đáp án B

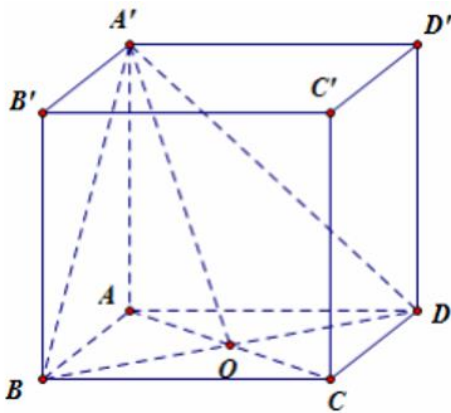


$$\text{Kẻ } AH \perp CM \text{ ta có } \begin{cases} CM \perp AH \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAH)$$

$$((SMC), (ABC)) = (AH, SH) = SHA$$

$$\text{Ta có } AH = \frac{S_{ABC}}{CM} = \frac{2\sqrt{39}}{13} \Rightarrow \tan SHA = \frac{SA}{AH} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

**Câu 4.** Chọn đáp án A



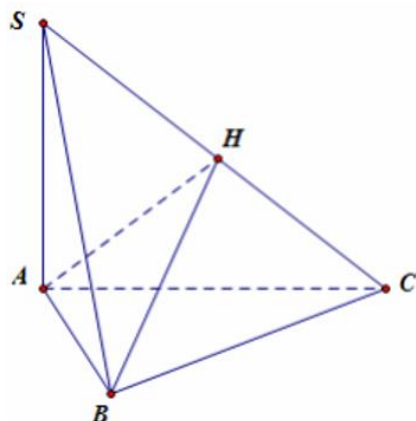
$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AC)$$

$$\Rightarrow ((BDA'), (ABCD)) = A'O$$

$$\text{Ta có } AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, A'A = a \Rightarrow A'O = \sqrt{AO^2 + A'A^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos A'O = \frac{AO}{A'O} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 5.** Chọn đáp án C



Kê  $AH \perp SC$  ta có  $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$

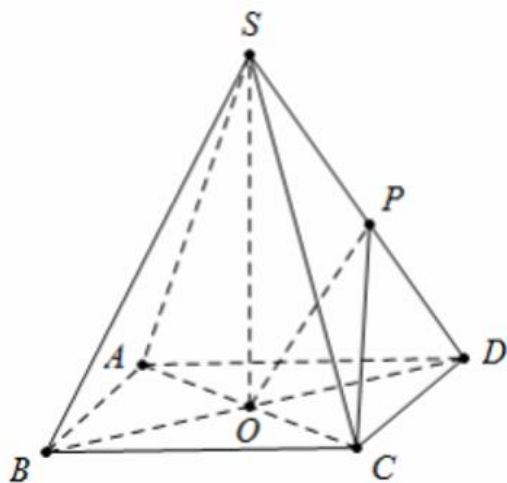
$\Rightarrow AB \perp SC$  mà  $SC \perp AH \Rightarrow SC \perp (SHB)$

$\Rightarrow ((SAC), (SBC)) = (AH, HB) = AHB$

Ta có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow HB = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \cos AHB = \frac{AH}{BH} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Câu 6.** Chọn đáp án D



Ta có  $SO \perp (ABCD)$  và tứ giác  $ABCD$  là hình vuông.

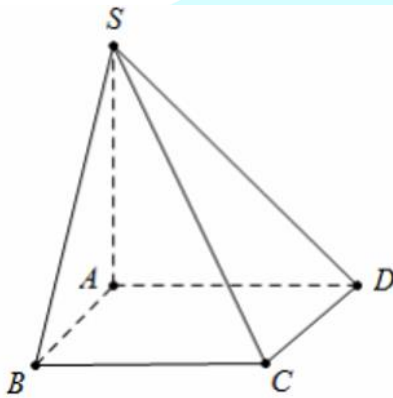
$$\text{Như vậy } \begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp SO \end{cases} \Rightarrow CO \perp (SBD).$$

$$\text{Kẻ } OP \perp SD (P \in SD) \Rightarrow \tan((SCD), (SBD)) = \tan CPO = \frac{OC}{OP}.$$

$$\text{Ta có } SO^2 = SA^2 - OA^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} \Rightarrow OS = \frac{a}{\sqrt{2}} = OD \Rightarrow OP = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \tan((SCD), (SBD)) = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$$

**Câu 7.** Chọn đáp án B



$$\text{Ta có } \cot \alpha = \frac{AC}{SA} = \sqrt{2} \Rightarrow AC = SA\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = a.$$

Tọa độ hóa với  $A \equiv O, AD \equiv Ox, AB \equiv Oy, AS \equiv Oz$

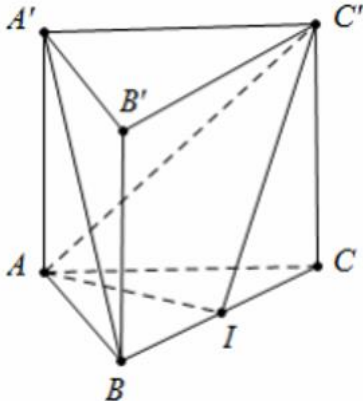
$$\Rightarrow S(0;0;a), D(a;0;0), C(a;a;0), B(0;a;0).$$

$$\text{Như vậy } \begin{cases} \overrightarrow{SD} = (a;0;-a) \\ \overrightarrow{SC} = (a;a;-a) \\ \overrightarrow{SB} = (0;a;-a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = [\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{SC}] = (a^2;0;a^2) \\ \vec{n}_2 = [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SB}] = (0;a^2;a^2) \end{cases}$$



$$\Rightarrow \cos((SBC), (SCD)) = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \left| \frac{a^4}{a^2\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2}$$

**Câu 8.** Chọn đáp án D

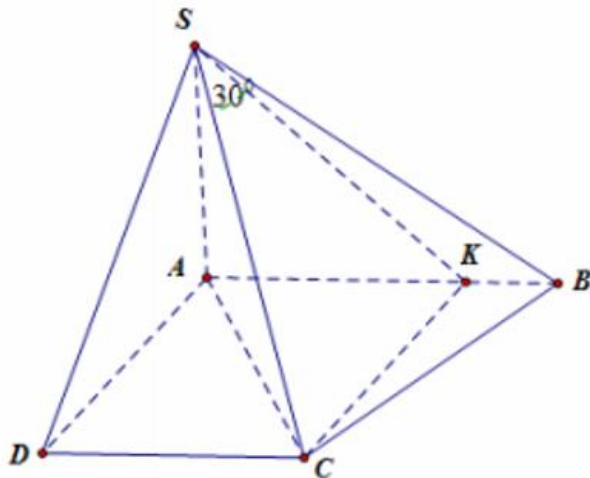


Ta có  $C'C \perp (ABC)$  và  $CI \perp AI$

$$\Rightarrow C'AI = C'IC \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{CC'}{IC} \Rightarrow CC' = IC\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$$

**Câu 9.** Chọn đáp án C



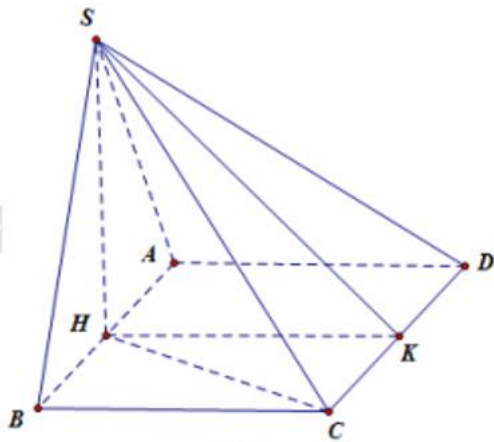
Dựng  $CK \perp AB$ , lại có  $CK \perp SA$

Do đó  $CK \perp (SAB) \Rightarrow CSK = (CS, (SAB)) = 30^\circ$

Suy ra  $CK = SC \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Xét tam giác  $ABC$  cân tại  $C$  có đường cao  $CK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta ABC$  đều  
suy ra  $BAC = 60^\circ$ .

Mặt khác  $(CAB) \perp SA \Rightarrow ((SAC), (SAB)) = CAB = 60^\circ$

**Câu 10.** Chọn đáp án B



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  khi đó  $SH \perp AB$

Mặt khác  $(SAB) \perp (ABCD)$  suy ra  $SH \perp (ABCD)$ .

Khi đó  $(SC, (ABCD)) = SCH = 60^\circ$

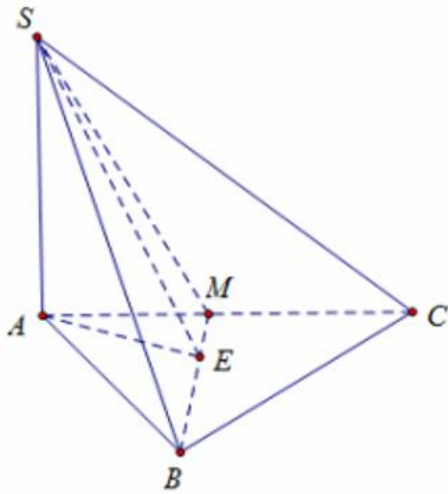
Lại có  $HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow SH = a\sqrt{5} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$

Dựng  $HK \perp CD$  lại có  $SH \perp CD \Rightarrow CD \perp (SKH)$

$\Rightarrow SKH = ((SCD), (ABC))$

Khi đó  $\tan SKH = \frac{SH}{HK} = \frac{SH}{BC} = \frac{a\sqrt{15}}{2a} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

**Câu 11.** Chọn đáp án C



Ta có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow BM = \frac{BC}{2} = a$

Mặt khác  $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$

Dựng  $AE \perp BM$ , lại có  $SA \perp BM \Rightarrow BM \perp (SEA)$

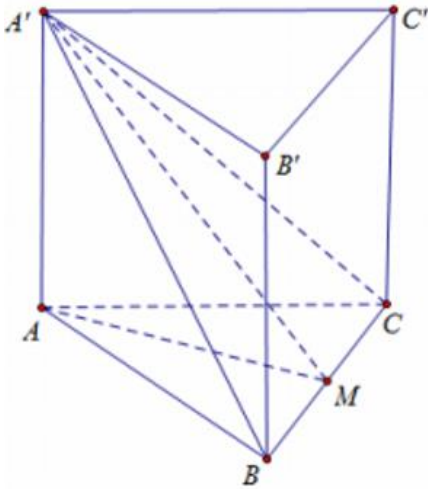
Do đó  $((SBM), (ABC)) = SEA$

Do  $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{4} AB \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} AE \cdot BM \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hoặc do  $\tan BAC = \sqrt{3} \Rightarrow A = 60^\circ$  do đó tam giác  $ABM$  đều cạnh  $a$

Suy ra  $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Do đó  $\tan SEA = \frac{SA}{AE} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

**Câu 12.** Chọn đáp án C

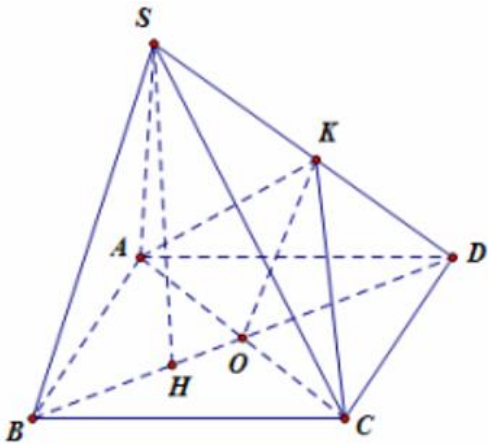


Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  khi đó  $AM \perp BC$

Lại có  $AA' \perp BC$  suy ra  $(A'MA) \perp BC \Leftrightarrow (A'BC, ABC) = A'MA$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } AM &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ do đó } \cos A'MA = \frac{MA'}{A'M} = \frac{MA'}{\sqrt{AA'^2 + AM^2}} \\ &= \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{\sqrt{21}}{7} \end{aligned}$$

**Câu 13.** Chọn đáp án D



Do  $H$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $HA = 2HO$

Dễ thấy  $HD = 2HB$ . Mặt khác tam giác  $SBD$  vuông tại  $S$  có đường cao  $SH$  suy ra  $SH^2 = HB \cdot HD = 2HB^2$

$$\Rightarrow HB = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Do đó } AB = AC = a \Rightarrow OA = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SD$$

$$\text{Dựng } CK \perp SD \Rightarrow (ACK) \perp SD$$

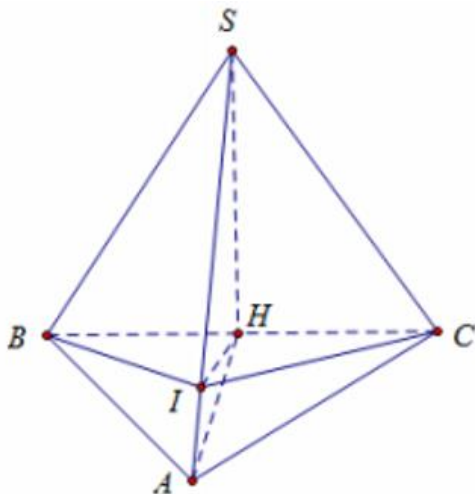
Ta

$$d(H; SD) = \frac{HD \cdot SH}{\sqrt{HD^2 + SH^2}} = \frac{2a}{3} \Rightarrow OK = \frac{3}{4} d(H; SD) = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos OKC = \frac{OK}{KC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow OKC = 45^\circ$$

$$\Rightarrow (SAD, SCD) = AKC = 90^\circ$$

$$\text{Hoặc } OK = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2} \Rightarrow AKC = 90^\circ \text{ (tính chất trung tuyến ứng cạnh huyền bằng nửa cạnh ấy).}$$

**Câu 14.** Chọn đáp án D



Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$  khi đó  $SH \perp BC$

có

Mặt khác  $(SBC) \perp (ABC)$  suy ra  $SH \perp (ABCD)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp SA$$

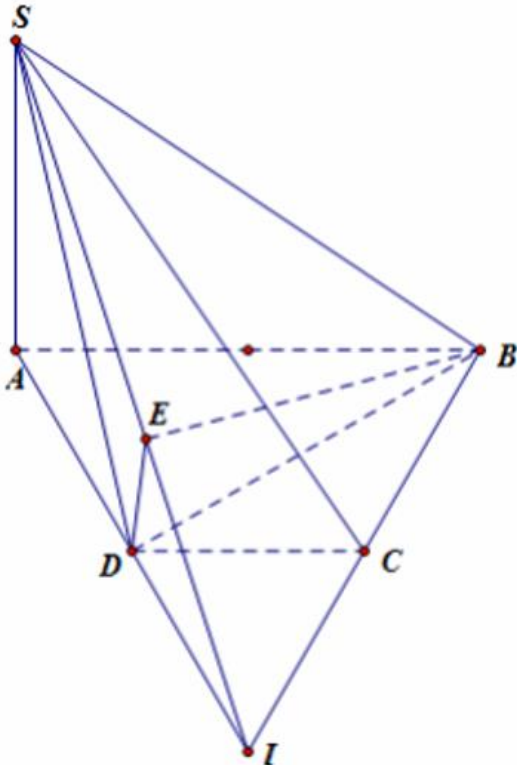
Dựng  $BI \perp SA$ , lại có  $BC \perp SA \Rightarrow (BIC) \perp SA$

$$\text{Mặt khác } SH = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a; AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = a$$

$$\text{Do đó } IH = \frac{SH \cdot AH}{\sqrt{SH^2 + HA^2}} = \frac{3a}{\sqrt{10}} \Rightarrow IB = IC = \sqrt{IH^2 + HB^2} = \frac{a\sqrt{390}}{10}$$

$$\text{Suy ra } \cos BIC = \frac{BI^2 + CI^2 - BC^2}{2 \cdot BI \cdot IC} = \frac{-7}{13} < 0 \Rightarrow \cos((SAB), (SAC)) = \frac{7}{13}$$

**Câu 15.** Chọn đáp án C



Gọi  $I$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD) \Rightarrow BD \perp SI$$

$$\text{Kẻ } DE \perp SI \text{ ta có } \begin{cases} SI \perp BD \\ SI \perp DE \end{cases} \Rightarrow SI \perp (BDE)$$

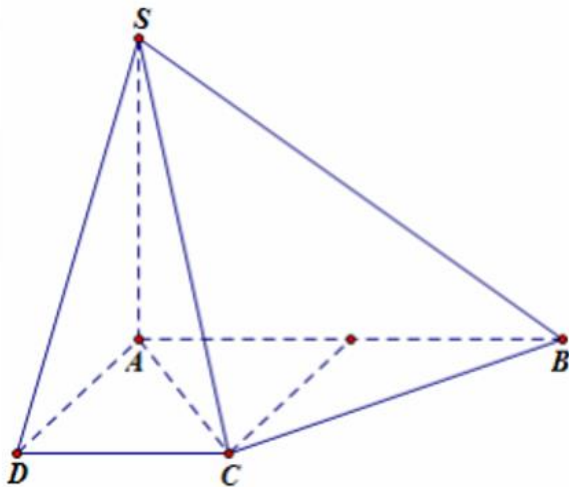
$$\Rightarrow ((SAD), (SBC)) = (DE, BE)$$

$$\text{Ta có } \sin AIS = \frac{SA}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \text{ mà } \sin AIS = \frac{DE}{DI}$$

$$\Rightarrow DE = DI \cdot \sin AIS = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \tan DEB = \frac{BD}{ED} = \sqrt{7} \Rightarrow \cos DEB = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

**Câu 16.** Chọn đáp án D

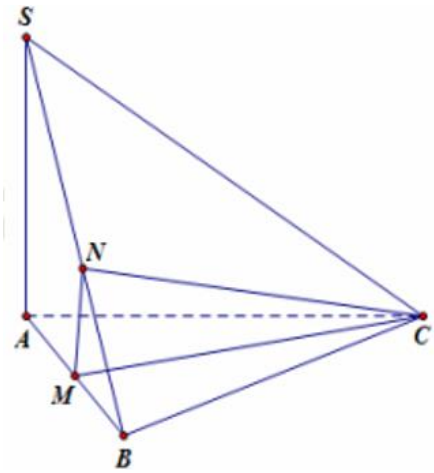


$$\text{Ta có } ((SBC), (ABCD)) = ACS$$

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \tan ACS = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Câu 17.** Chọn đáp án D



Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB$$

$$\text{Kẻ } MN \perp SB \text{ ta có } \begin{cases} SB \perp MN \\ SB \perp CM \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CMN)$$

$$\Rightarrow ((SAB), (SBC)) = (MN, NC) = MNC$$

$$\text{Ta có } \tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$$

$$\text{Ta có } \sin SBA = \frac{MN}{MB} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos MNC = \frac{1}{\sqrt{5}}$$