CHƯƠNG 3: CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

3.1. Các khái niệm cơ bản

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

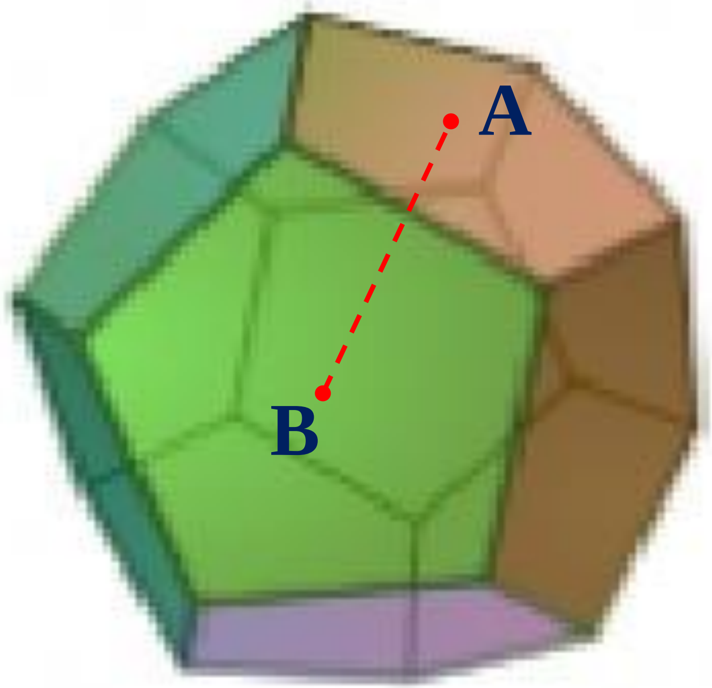
3.3. Định luật bảo toàn momen động lượng

3.4. Định luật bảo toàn cơ năng

3.5. Bài toán va chạm

3.1. Các khái niệm cơ bản

<u>Vật rắn</u> **là** ***một hệ chất điểm đặc biệt,*** **trong** ***đó khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ của vật*** **luôn luôn** ***giữ không đổi*** **trong quá trình** ***chuyển động***



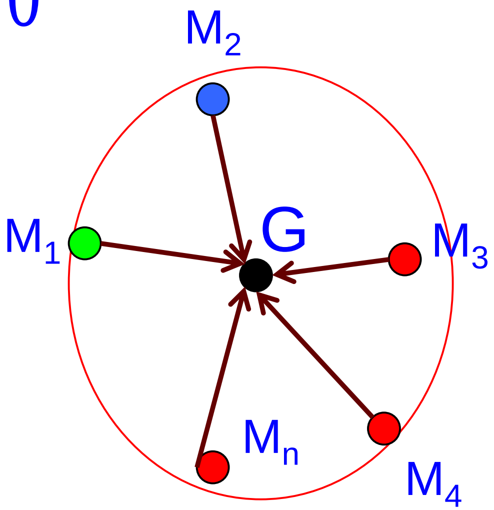
Khối tâm

Một hệ gồm **n** *chất điểm* $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$
lần lượt có khối lượng $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_n$

Khối tâm G của hệ là một điểm thoả mãn hệ thức

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} + \ldots + m_n\overrightarrow{M_nG} = \vec{0}$$

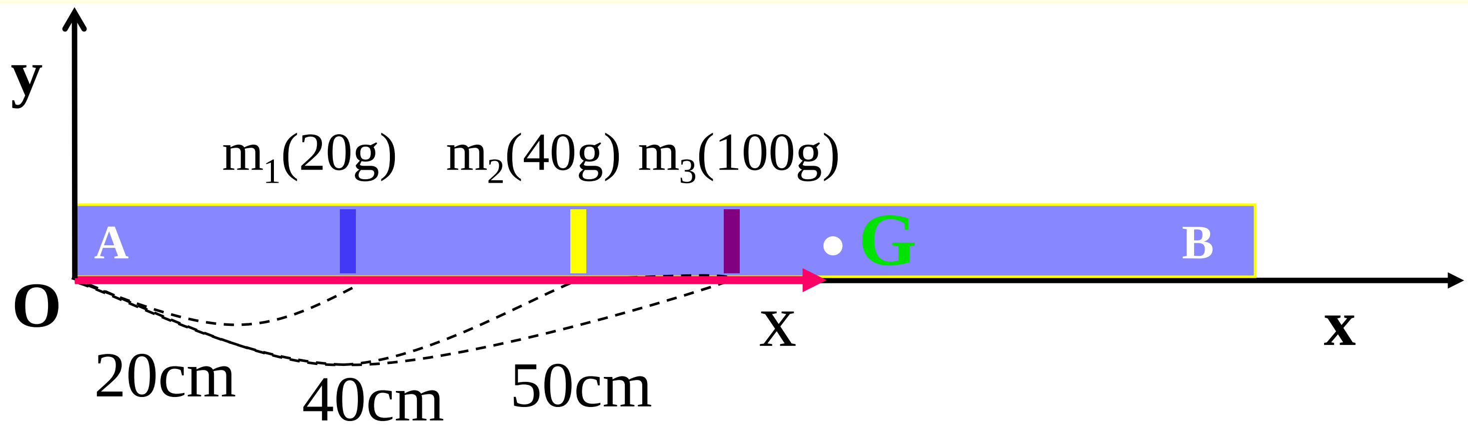
$$\Leftrightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{M_iG} = \vec{0}}$$



Khối tâm

Ví dụ

Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, dài 1m và có khối lượng 100g. Người ta gắn vào thanh hai khối lượng: m_1 = 20g cách A 20cm và m_2 = 40g cách A 40cm. Tìm vị trí khối tâm của hệ.



$$\sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{M_iG} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{3} m_i.M_iG = 0$$

$$m_1(x-20) + m_2(x-40) + m_3(x-50) = 0$$

$$x = 43{,}75 \text{ (cm)}$$

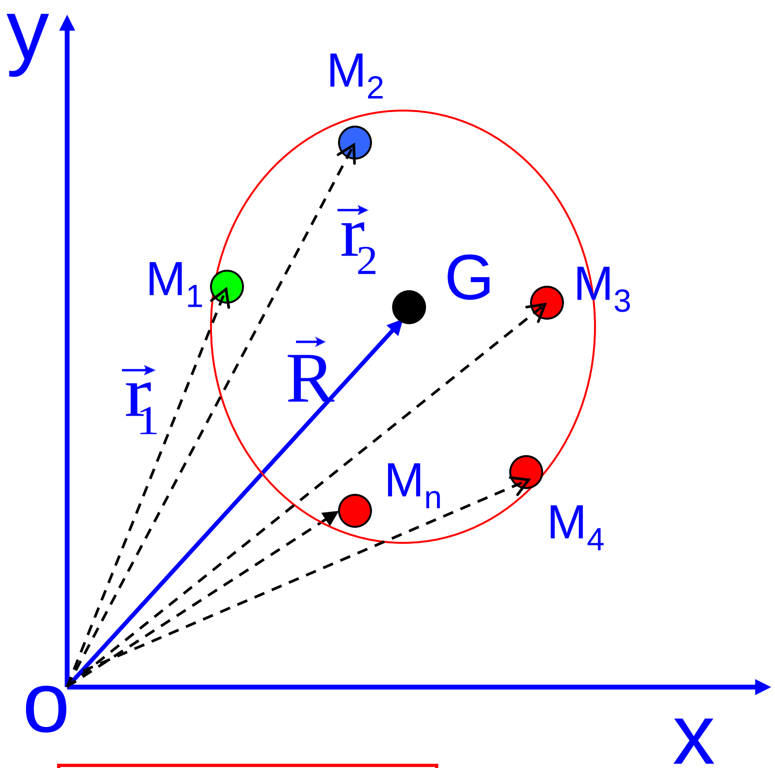
Khối tâm

Toạ độ của khối tâm G đối với một góc toạ độ O nào đó

Đặt $\overrightarrow{OG} = \vec{R}(X, Y, Z)$

$\overrightarrow{OM_i} = \vec{r_i}(x_i, y_i, z_i)$

$$\boxed{\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\vec{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}}$$



Chiếu lên ba trục tọa độ

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

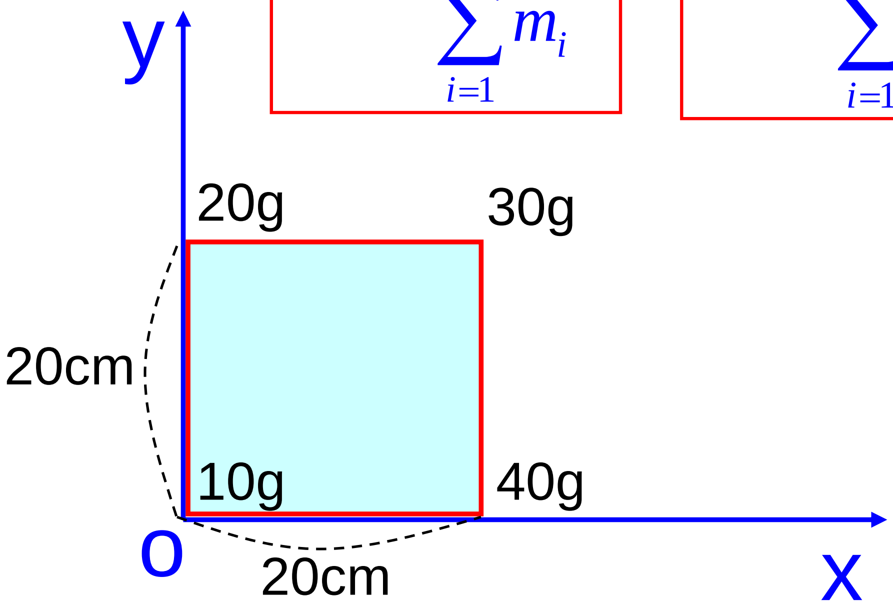
Khối tâm

Ví dụ

Xác định khối tâm của hệ gồm 4 khối lượng **10g, 20g, 30g, 40g** đặt tại 4 đỉnh của một hình vuông cạnh 20cm.

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i . x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i . y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$



$$X_G = \frac{40.20 + 30.20}{100} = 14(\text{cm})$$

$$Y_G = \frac{20.20 + 30.20}{100} = 10(\text{cm})$$

Khối tâm

Vận tốc của khối tâm

$$\overrightarrow{V_G} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{d\vec{r_i}}{dt}}{\sum_i m_i}$$

Hay:

$$\overrightarrow{V_G} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{v_i}}{\sum_i m_i}$$

$\sum_i m_i \overrightarrow{v_i} = \sum_i \overrightarrow{p_i} = \vec{P}$: tổng động lượng của hệ

$$\Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{V_G} = \frac{\vec{P}}{\sum_i m_i} \Rightarrow \vec{P} = \left(\sum_i m_i\right)\overrightarrow{V_G}}$$

Vậy: tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc của khối tâm

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

Thiết lập các định lý về động lượng

- **Động lượng của chất điểm:** $\boxed{\vec{p} = m.\vec{v}}$ (kgm/s)

đặc trưng cho:
- chuyển động về mặt động lực học
- khả năng truyền chuyển động trong va chạm

- **Định lý về động lượng**

$$\vec{F} = m.\vec{a} = m.\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Định lý 1 $\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$

*"**Đạo hàm động lượng** của một chất điểm đối với thời gian có giá trị **bằng lực tác dụng** lên chất điểm."*

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

<u>**Định lý 2**</u> $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} \leftrightarrow d\vec{p} = \vec{F}dt \leftrightarrow \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$

$$\xleftrightarrow{\vec{F}=const} \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}\Delta t$$

xung của lực

$$\longleftrightarrow \boxed{\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t}$$

*"**Độ biến thiên động lượng** của chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó **bằng** **xung lượng của tổng lực** tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó."*

Xung lượng của một lực trong một khoảng thời gian **đặc trưng cho** **tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó.**

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

Định luật bảo toàn động lượng:

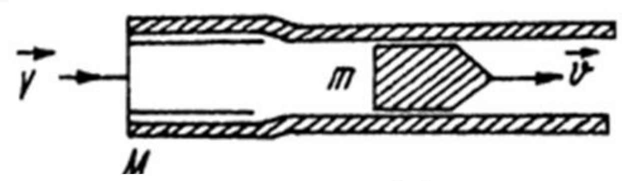
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \xleftrightarrow[\vec{F}=0]{\text{Hệ.cô lập.}} \vec{p} = \overrightarrow{const}$$

"Tổng động lượng của một hệ cô lập luôn được bảo toàn"

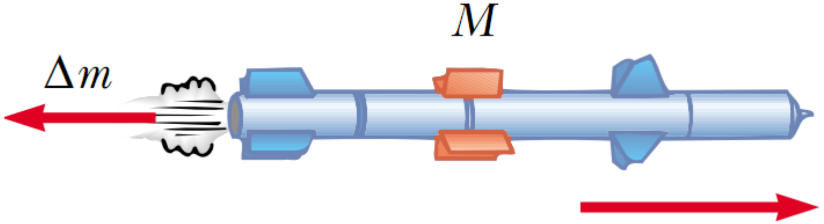
$$\boxed{\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots\ldots + \vec{p}_n = const}$$

Áp dụng:

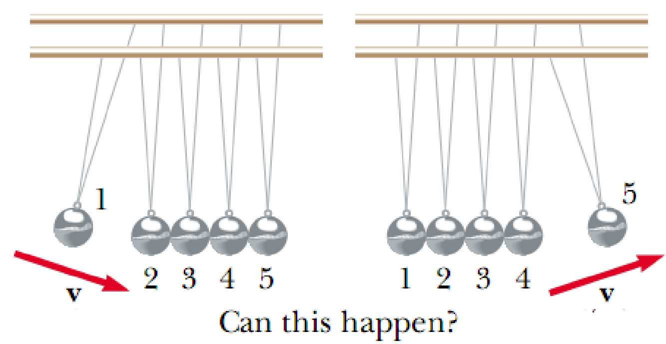
- **Giải thích hiện tượng súng giật lùi khi bắn**



- **Xét chuyển động của các vật nhờ phản lực**



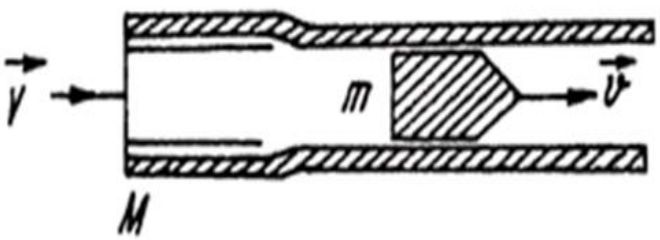
- **Xét chuyển động của các vật sau va chạm**



3.2. Định luật bảo toàn động lượng

➢ **Giải thích hiện tượng súng giật lùi khi bắn**

_ Nếu bỏ qua ma sát thì tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ (gồm súng và đạn) theo phương ngang bằng không.



$$\vec{p}_{\text{hê\_truoc.khi.ban}} = \vec{p}_{\text{hê\_sau.khi.ban}}$$

*Tổng động lượng của hệ theo phương ngang được **bảo toàn**.*

$$\Leftrightarrow \quad 0 = m\vec{v} + M\vec{V}$$

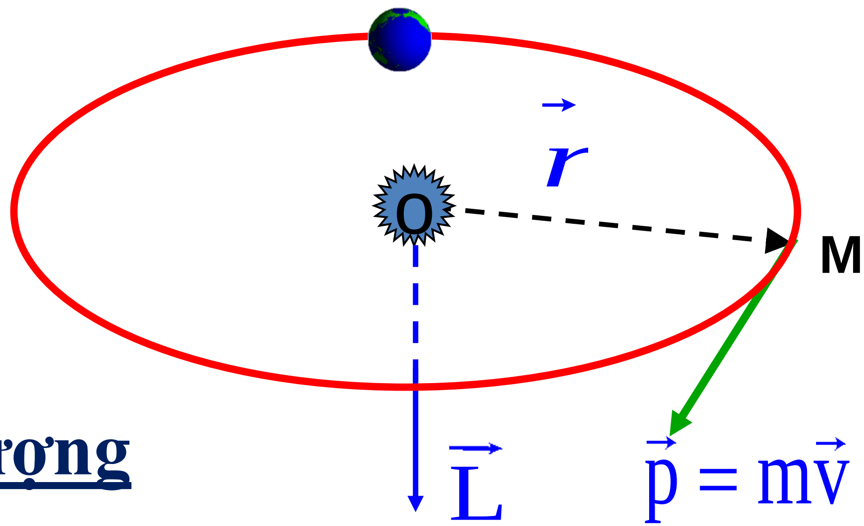
$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\vec{V} = -\frac{m\vec{v}}{M}}$$

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

Mômen động lượng

_ Mômen động lượng của chất điểm chuyển động so với một điểm:

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}} \qquad (\mathrm{kgm^2/s})$$



Định lý về momen động lượng

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}\right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \left(\vec{v} \times \vec{p}\right) + \left(\vec{r} \times \vec{F}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$ *:mômen của ngoại lực tác dụng lên vật*

3.3. Định luật bảo toàn Momen động lượng

Định lý về momen động lượng:

"Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng của một chất điểm chuyển động bằng tổng momen lực tác dụng lên chất điểm."

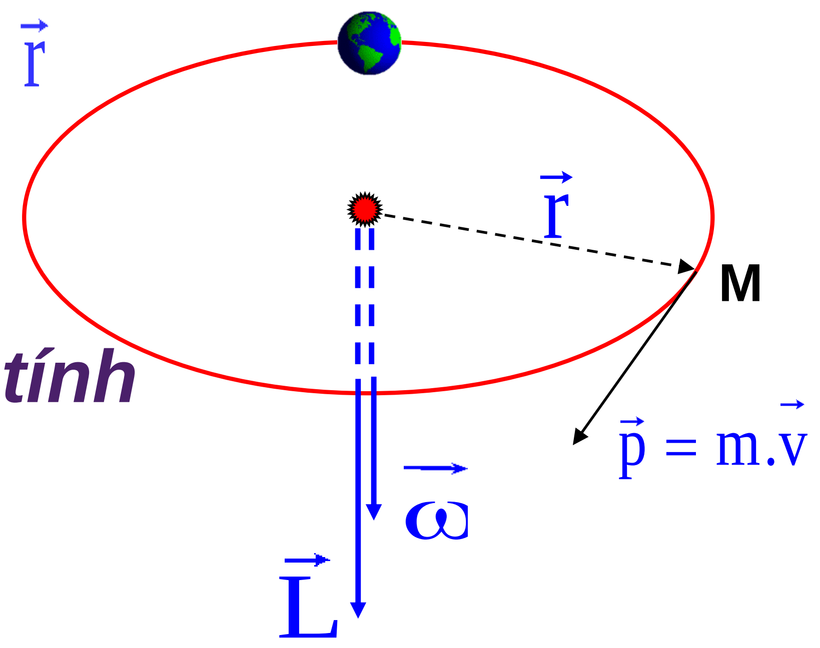
$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

Mômen động lượng trong chuyển động tròn:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m.\vec{r} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega}$$

$mr^2 = \mathbf{I}$ *:mômen quán tính*



$$\boxed{\vec{L} = I.\vec{\omega}}$$

3.3. Định luật bảo toàn Momen động lượng

Định luật bảo toàn momen động lượng:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad \xleftarrow[\text{hoac} \sum \vec{M}=0]{\text{Hệ cô lập\_}\vec{M}=0} \quad \boxed{\vec{L} = \overrightarrow{const} \Leftrightarrow I.\vec{\omega} = const}$$

$$I\uparrow \quad \leftrightarrow \quad \omega\downarrow$$

$$I\downarrow \quad \leftrightarrow \quad \omega\uparrow$$

➢ **<u>Ví dụ</u>: Khi vũ công quay tròn, ngoại lực tác dụng lên vũ công là trọng lực, vì trọng lực song song với trục quay nên mômen lực bằng 0.**

R tăng

⬇

I tăng

⬇

ω giảm

⬇

quay chậm

R giảm

⬇

I giảm

⬇

ω tăng

⬇

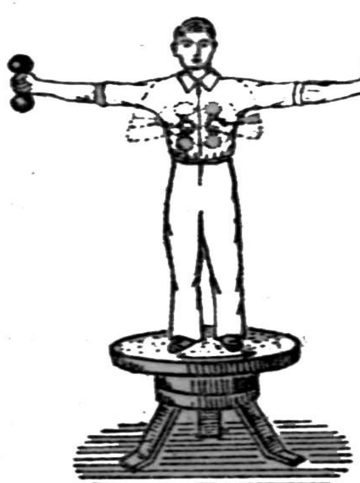
quay nhanh

Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

- Xét hệ cô lập hay hệ có mômen lực tổng hợp tác dụng bằng không:

$$\boxed{\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i = \text{const}}$$

- <u>Ví dụ</u>: Ghế Giukopski



Giải thích

- **Theo định luật bảo toàn mômen động lượng**

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0$$

- **Với: I_1 là mômen quán tính của vành xe, I_2 là mômen quán tính của người và ghế.**

$$\Rightarrow \quad \vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2}\vec{\omega}_1$$

$\Rightarrow$ **Dấu trừ trong biểu thức trên chứng tỏ người và ghế quay ngược chiều so với chiều quay của vành xe như thực nghiệm đã xác nhận.**

3.4. Định luật bảo toàn cơ năng

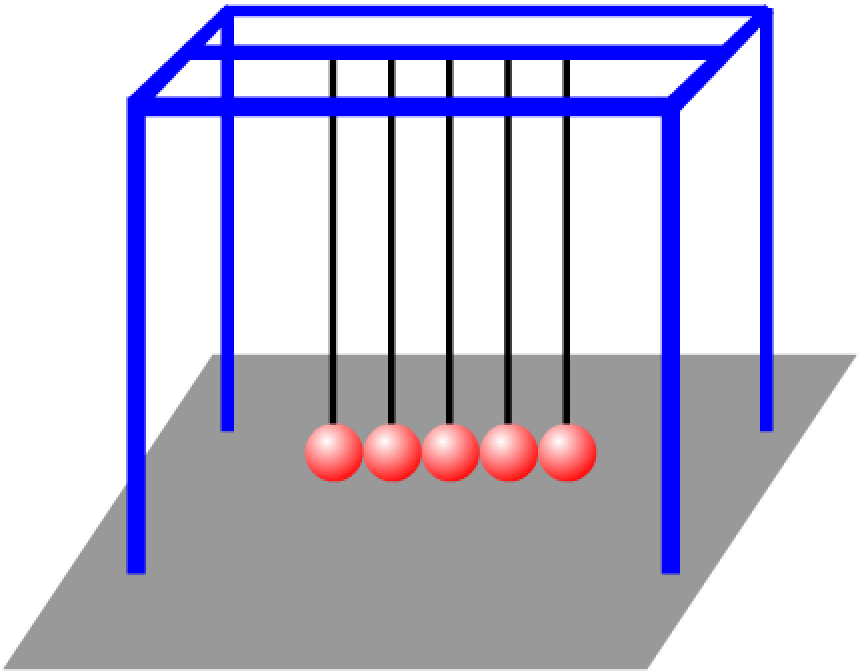
3.4.1. Công

3.4.2. Công suất

3.4.3. Năng lượng

3.4.4. Động năng

3.4.5. Thế năng

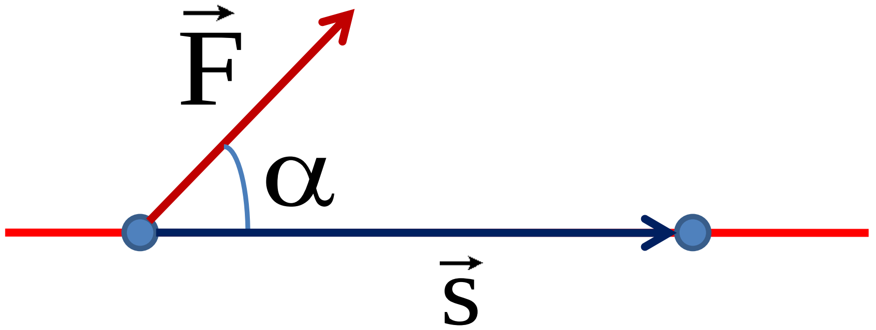


3.4.6. Định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế

3.4.1. Công

- **Dịch chuyển thẳng bởi lực không đổi ($\vec{F}$ =const)**

$$\boxed{A = \vec{F}.\vec{s} = F.s.\cos\alpha}$$

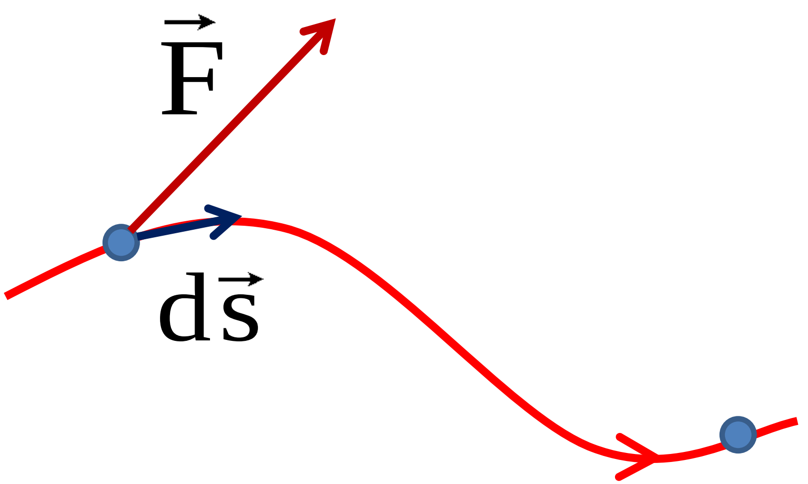


- **A>0: Công phát động**
- **A<0: Công cản**

- **Dịch chuyển theo đường cong bất kỳ**

$$dA = \vec{F}.d\vec{s}$$

$$\boxed{A = \int dA = \int \vec{F}.d\vec{s}}$$



3.4.2. Công suất

Công suất dùng để đặc trưng cho sức mạnh của máy

- **Công suất trung bình**

$$P_{tb} = \frac{A}{t}$$

- **Công suất tức thời**

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

- **Mối liên hệ giữa công suất, lực, và vận tốc**

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{s}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

3.4.3. Năng lượng

- **Năng lượng là một đại lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật chất.**

- **Một vật ở trạng thái xác định sẽ có một năng lượng xác định ⇨ năng lượng là hàm của trạng thái.**

- **Năng lượng của một vật thay đổi là kết quả của việc trao đổi công giữa vật với bên ngoài.**

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A$$

3.4.3. Năng lượng

Định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng

Hệ cô lập (không tương tác với bên ngoài) $\Leftrightarrow$ A = 0

$\Rightarrow$ $\Delta E = E_2 - E_1 = A = 0$

$\Rightarrow$ $E_2 = E_1 = const$

- ***Định luật:* *'Năng lượng của một hệ cô lập luôn được bảo toàn.'***
- ***Hay: Năng lượng không tự nhiên sinh ra mà cũng không tự nhiên mất đi, nó chỉ chuyển từ vật này sang vật khác hoặc từ hệ này sang hệ khác.***

3.4.4. Động năng

- **Động năng là phần năng lượng vật có được khi chuyển động (vật đứng yên thì động năng = 0).**

$$A_F = \int_1^2 \vec{F}.d\vec{s} = \int_1^2 m\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{s} = \int_1^2 m\vec{v}d\vec{v} \quad \left(\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\right)$$

$$A_F = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{mv^2}{2}}$$

$$A_F = K_2 - K_1$$

- **Định lý về động năng**

"Độ biến thiên động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó bằng công của ngoại lực F tác dụng lên chất điểm trên quãng đường đó."

3.4.5. Thế năng

+ Là năng lượng của vật có được do tương tác.

Lực thế - Trường lực thế

- **Một chất điểm chuyển động trong một không gian nào đó luôn luôn chịu tác dụng của một lực, thì khoảng không gian đó được gọi là trường lực.**

- **Nếu công của lực F không phụ thuộc vào dạng của quãng đường dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đầu và điểm cuối của quãng đường thì lực F được gọi là lực thế, trường lực F là *một trường lực thế*.**

Ví dụ:

Trọng trường → **Trọng lực**

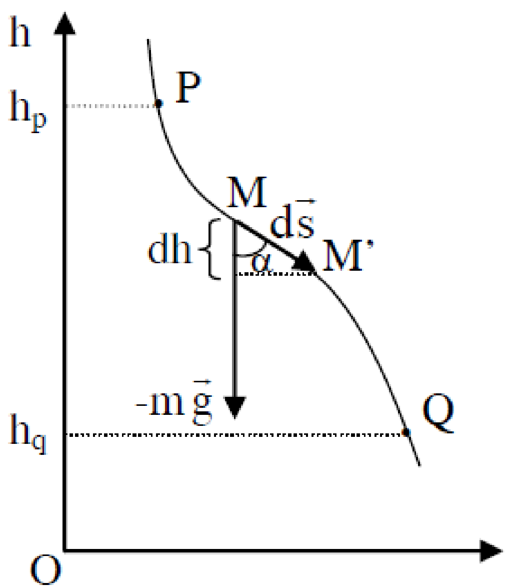
Điện trường → **Lực điện**

Trường lực thế | **Lực thế**

Ví dụ:

Ta hãy tính công mà trọng lực thực hiện khi làm dịch chuyển chất điểm m từ vị trí P ứng với độ cao h_p đến vị trí Q ứng với độ cao h_q.

Giả sử chất điểm dịch chuyển theo đường cong PMQ. Ta chia đoạn đường PQ thành các dịch chuyển vi phân $d\vec{s}$ = MM'. Trên đoạn đường MM' trọng lực thực hiện công vi phân :



$$dA = \vec{F}\,d\vec{s} = -mgds\cos\alpha = -mgdh.$$

Trong đó trọng lực $\vec{P} = -m\vec{g}$ (dấu trừ vì trọng lực hướng theo chiều từ trên xuống dưới ngược chiều với trục thẳng đứng), dh là hình chiếu của $d\vec{s}$ lên phương của trọng lực. Lưu ý rằng vì $dh < 0$ nên $dA = -mgdh > 0$

Từ đó tính công :

$$A_{PQ} = \int_P^Q dA = \int_{h_P}^{h_Q}(-mg)dh = mg(h_P - h_Q)$$

Biểu thức trên chứng tỏ rằng công A_{PQ} chỉ *phụ thuộc vào hai vị trí đầu h_P và cuối h_Q mà không phụ thuộc vào dạng cụ thể của đường đi.*

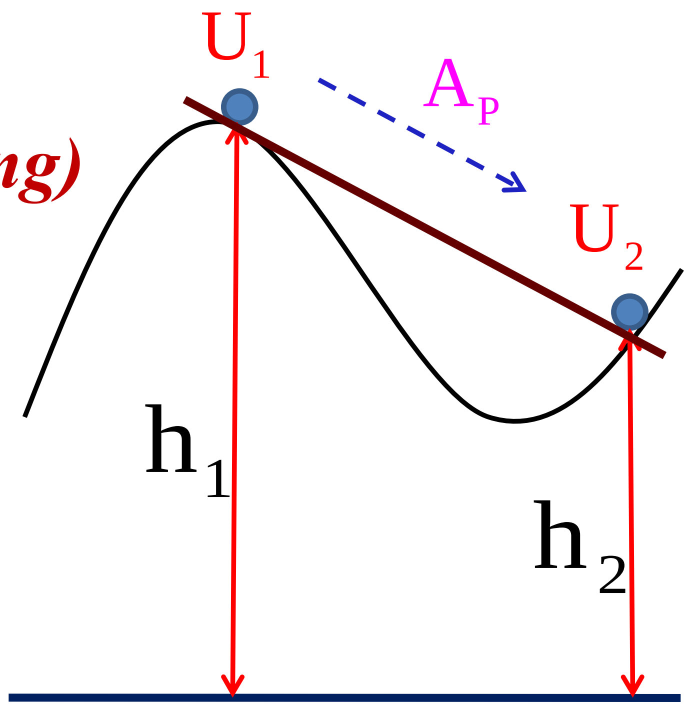
3.4.5. Thế năng

Chất điểm khi nằm trong trường lực thế thì mang một năng lượng gọi là thế năng.

Thế năng của chất điểm trong trường trọng lực:

$$U = mgh$$

(h: độ cao của vật so với gốc thế năng)



Định lý về thế năng

$$A_P = U_1 - U_2$$

$$A_P = mgh_1 - mgh_2$$

3.4.6. Định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế

Khi vật chỉ chịu duy nhất tác dụng của lực trọng trường

⇨ **Cơ năng của vật bảo toàn**

Định lý về thế năng

$$A_P = U_1 - U_2$$

Định lý về động năng

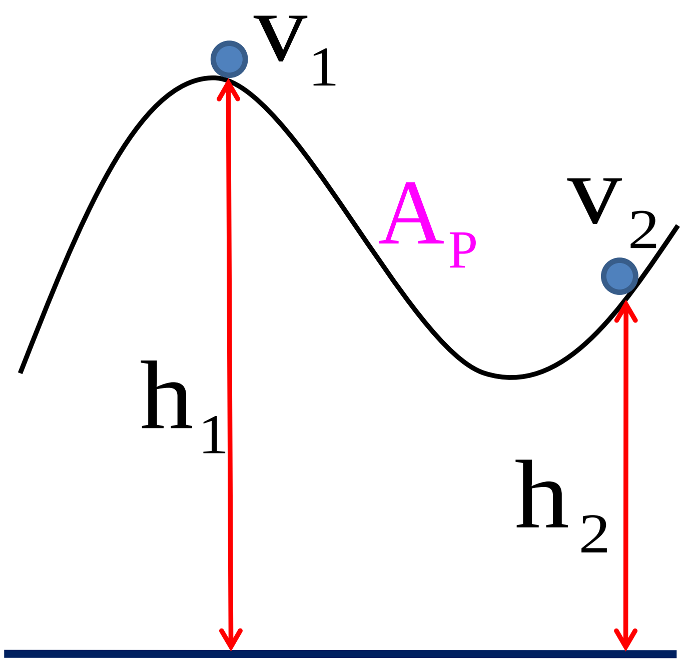
$$A_P = K_2 - K_1$$

⇔ $$U_1 - U_2 = K_2 - K_1$$

⇔ $$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

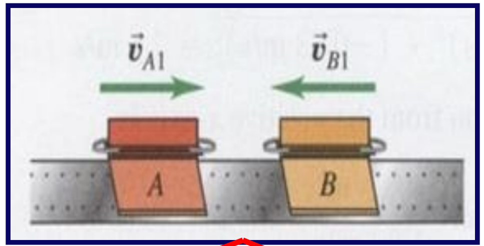
⇔ $$E_1 = E_2 = const$$

Cơ năng ứng với vị trí 1 & 2

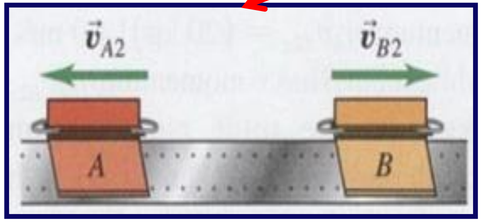


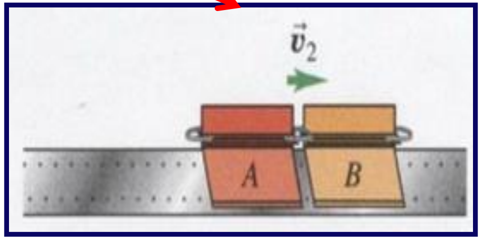
3.5. Bài toán va chạm

Bài toán va chạm



Va chạm đàn hồi





Va chạm mềm

***Động lượng** và **cơ năng** của hệ được bảo toàn*

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

*Chỉ có **động lượng** của hệ được bảo toàn*

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$