

CHƯƠNG 4: CƠ HỌC VẬT RẮN

1. Khái niệm cơ bản

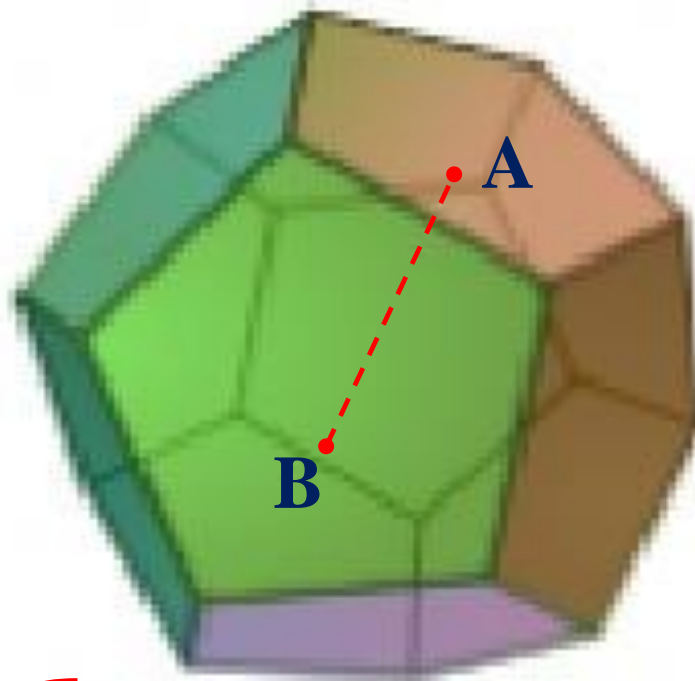
- Vật rắn
- Chuyển động của vật rắn

2. Phương trình chuyển động quay của vật rắn quanh một trục quay cố định

- Phương trình cơ bản
- Momen quán tính
- Momen quán tính của một số vật rắn quay quanh trục cố định qua khối tâm G

4.1. Vật rắn

Vật rắn là một hệ chất điểm đặc biệt, trong đó khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ của vật luôn luôn giữ không đổi trong quá trình chuyển động.



CĐ CỦA VR \leftrightarrow { **CĐ tịnh tiến** của khối tâm
CĐ quay quanh trục đi qua khối tâm

4.2. Chuyển động của vật rắn



Chuyển động tịnh tiến

Là CĐ trong đó đường thẳng nối giữa 2 điểm bất kỳ trên vật luôn song song với chính nó trong suốt quá trình chuyển động.

- ⇒ Quỹ đạo của các chất điểm như nhau.
- ⇒ Vector vận tốc và gia tốc của các chất điểm tại cùng một thời điểm là như nhau.

4.2. Chuyển động của vật rắn



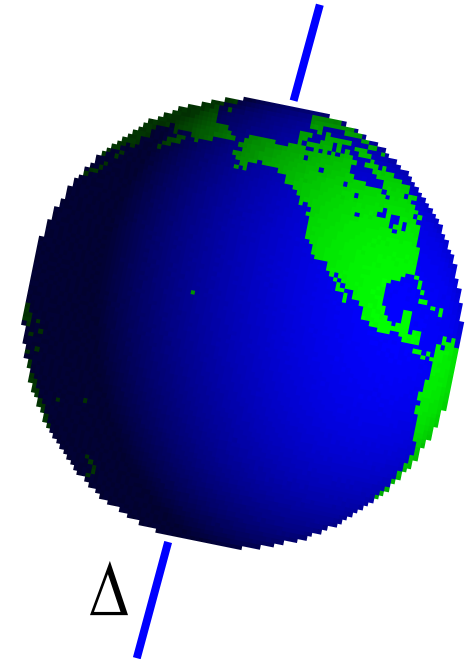
Phương trình chuyển động tịnh tiến

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \longleftrightarrow \quad m \vec{a} = \vec{F}$$



Chuyển động quay

- ➡ Quỹ đạo của các chất điểm là các đường tròn có tâm nằm trên trục quay, mặt phẳng quỹ đạo vuông góc với trục quay.
- ➡ Góc quay, vận tốc góc và gia tốc góc của các chất điểm tại cùng một thời điểm là như nhau.

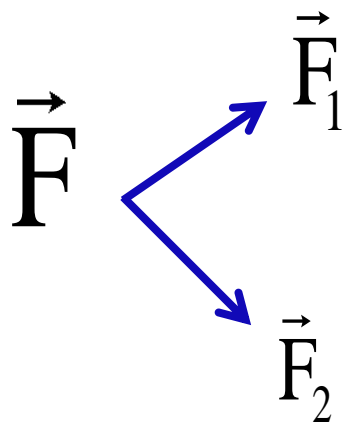
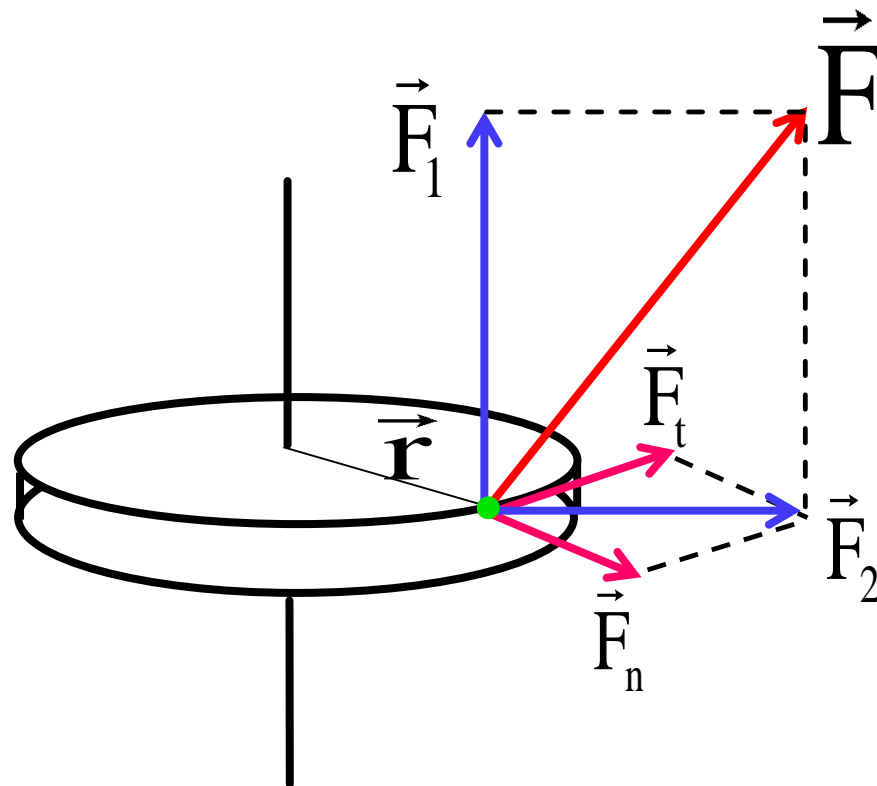


4.2. Chuyển động của vật rắn

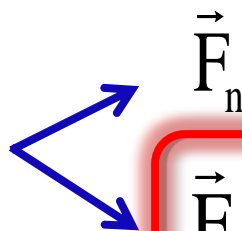


Chuyển động quay

_ Tác dụng một lực bất kỳ lên vật rắn làm vật quay quanh một trục.



\Rightarrow VR trượt dọc theo trục quay



\Rightarrow VR có xu hướng rời trục quay



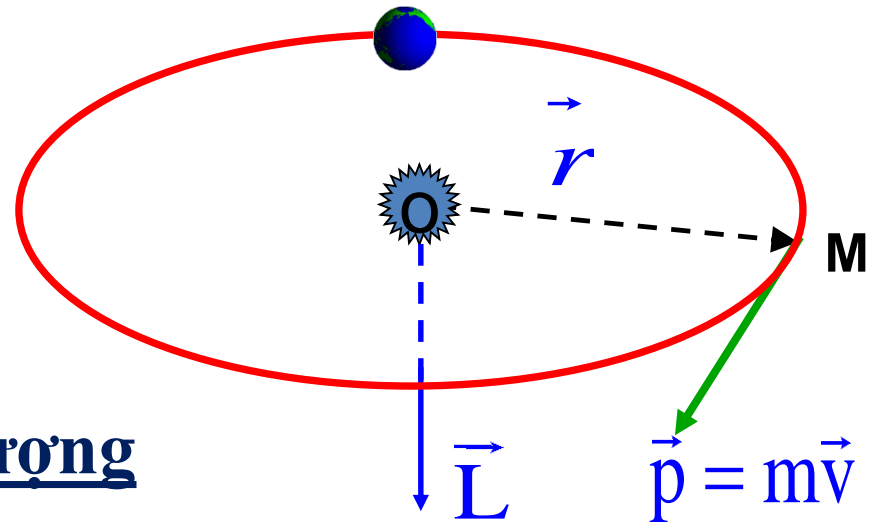
\Rightarrow VR quay quanh trục

Nhắc lại

✧ Mômen động lượng

_ *Mômen động lượng của chất điểm chuyển động so với một điểm:*

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (\text{kgm}^2/\text{s})$$



✧ Định lý về momen động lượng

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right) = (\vec{v} \times \vec{p}) + (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \quad \text{: mômen của ngoại lực tác dụng lên vật}$$

Nhắc lại

★ Định lý về momen động lượng:

“Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng của một chất điểm chuyển động bằng tổng momen lực tác dụng lên chất điểm.”

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

★ Mômen động lượng trong chuyển động tròn:

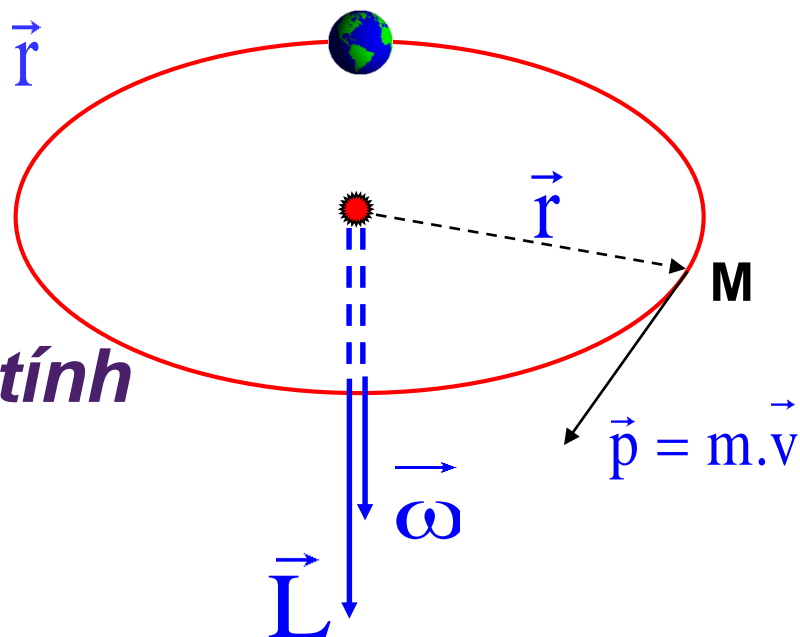
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m.\vec{r} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{L} = \underbrace{mr^2}_{\text{I}} \vec{\omega}$$

I: mômen quán tính



$$\vec{L} = I.\vec{\omega}$$



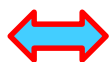
4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen lực đối với trục quay

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_t$$

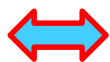
Tri số:

$$M = r.F_t.\text{Sin}(\vec{r}, \vec{F}_t)$$



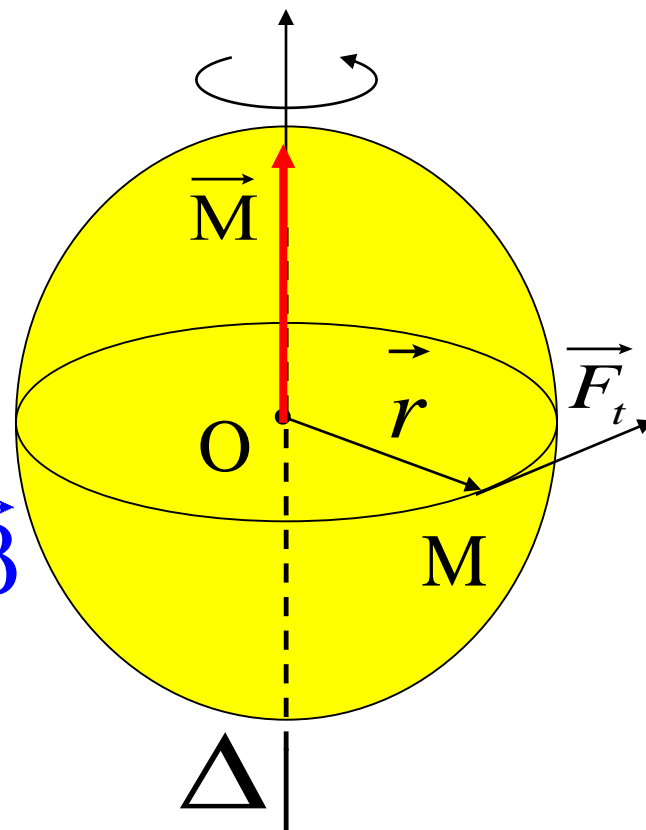
$$M = r.F_t$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{dI.\vec{\omega}}{dt} = I \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) = I \vec{\beta}$$



$$\vec{M} = I\vec{\beta}$$

(phương trình cơ bản của vật rắn quay)



4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen quán tính

* *Momen quán tính I là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của vật rắn trong chuyển động quay.*

- **Đối với hệ chất điểm**

$$I = \sum I_i = \sum m_i \cdot r_i^2$$

- **Đối với vật có khối lượng phân bố liên tục**

$$I = \int dI = \int r^2 dm$$

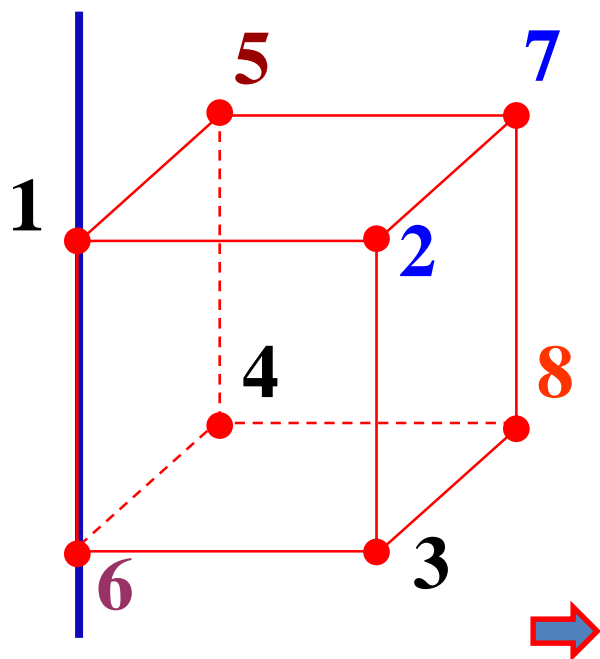
Gọi $\rho = \frac{dm}{dV}$ = khối lượng riêng của vật rắn.

$$\Rightarrow I = \int r^2 \rho dV$$

4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen quán tính

Ví dụ: Xét một hệ gồm 8 quả cầu kích thước bé, khối lượng $m=0,2$ kg được bố trí trên 8 đỉnh của một khối lập phương cạnh $a = 20$ cm. Tính momen quán tính của hệ đối với trục đi qua một cạnh của khối.

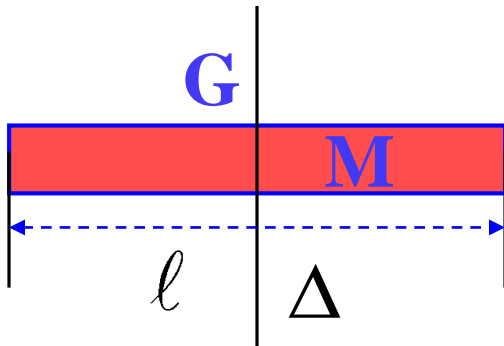


$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^8 m_i r_i^2 \\ &= 4.m.a^2 + 2.m.(a\sqrt{2})^2 \\ &= 8.m.a^2 \end{aligned}$$

⇒ $I = 64.10^{-3} (\text{kgm}^2)$

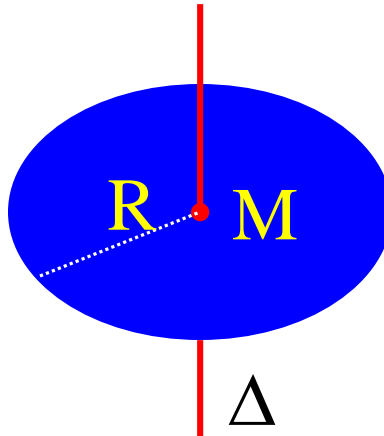
4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen quán tính



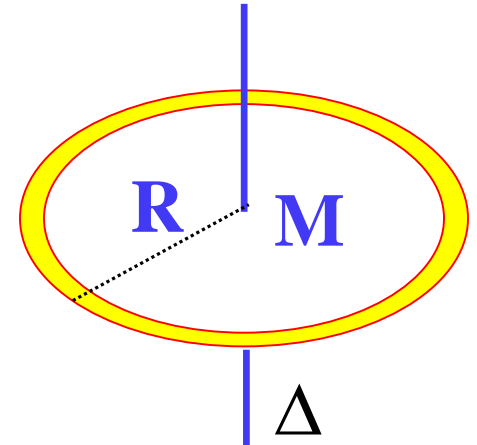
$$I = \frac{M \cdot l^2}{12}$$

a) Thanh mỏng dài l



$$I = \frac{M \cdot R^2}{2}$$

b) Đĩa đồng chất

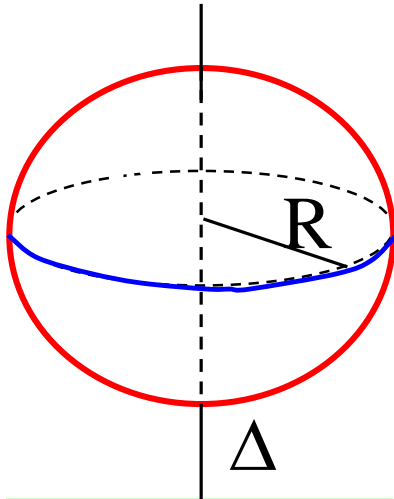


$$I = M \cdot R^2$$

c) Vành tròn

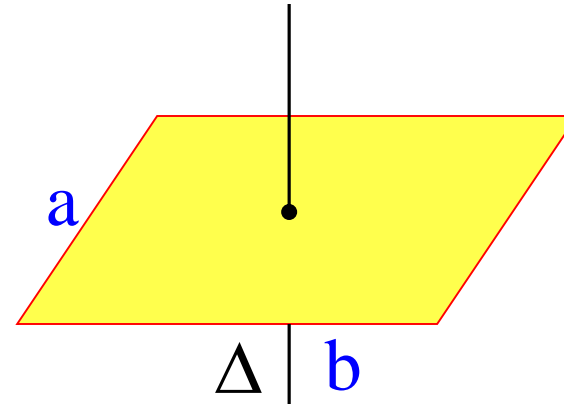
4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen quán tính



$$I = \frac{2}{5} M \cdot R^2$$

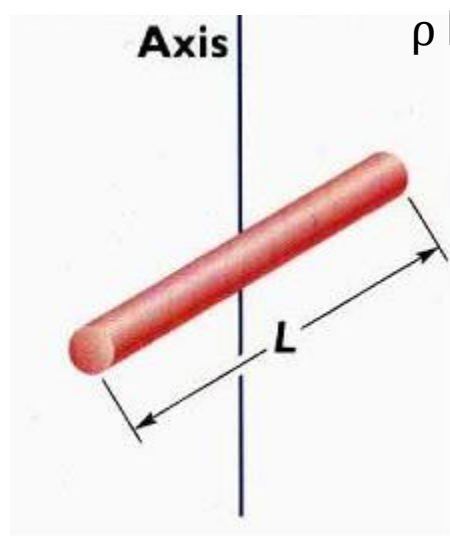
d) Khối cầu



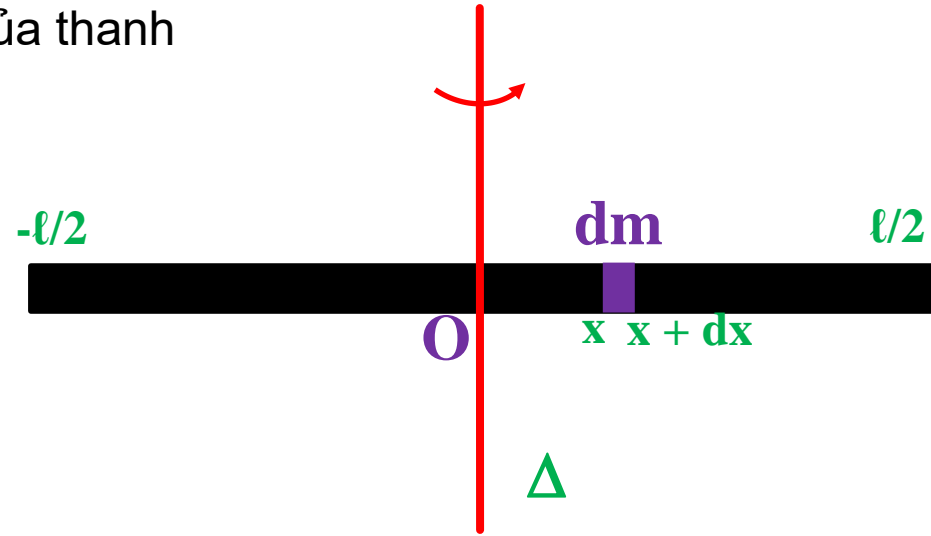
$$I = \frac{m}{12} (a^2 + b^2)$$

e) Mặt chữ nhật

Mômen quán tính I của một thanh đồng chất với trục quay vuông góc với thanh tại trung điểm



ρ khối lượng riêng của thanh



$$dm = \rho S dx.$$

Thay vào (III.9) ta tìm được :

$$I = \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} \rho S x^2 dx = \frac{1}{12} \rho S \ell^3 = \frac{1}{12} m \ell^2 \quad (\text{III.10})$$

$$I = \frac{1}{12} m \ell^2$$

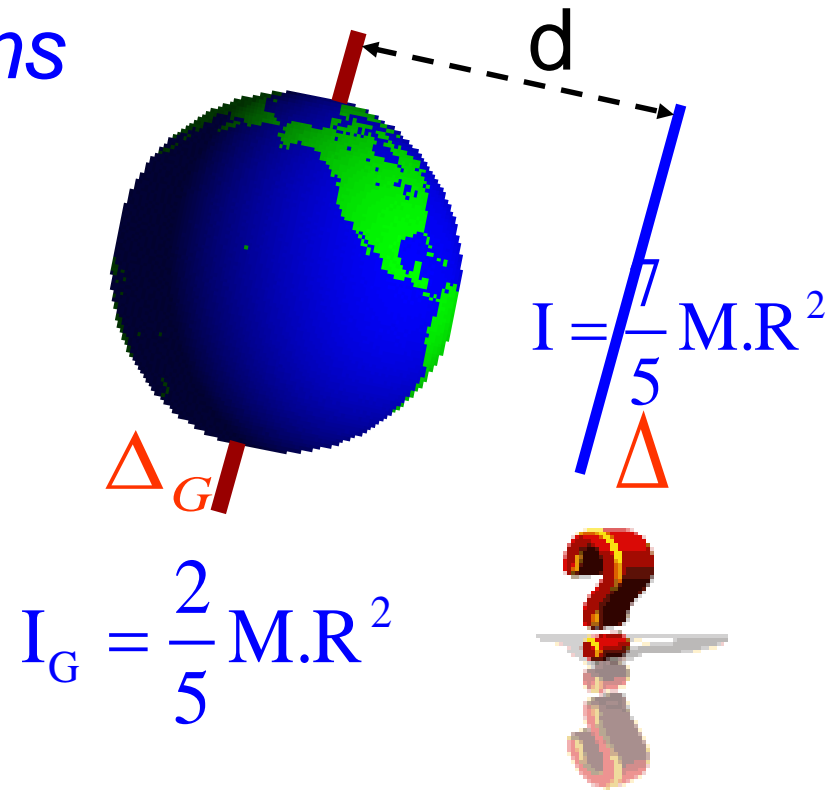
Trong (III.10) ta đã thay $\rho S \ell = m$ là khối lượng của thanh.

4.3. Phương trình động lực học vật rắn

Momen quán tính (trục quay không qua khối tâm)

* *Định lý Steiner – Huygens*

$$I = I_G + M.d^2$$



$$\Rightarrow I = \frac{2}{5} M.R^2 + M.d^2$$

4.3. Phương trình động lực học vật rắn

✦ **Động năng chuyển động tịnh tiến**

$$W_{d_tinhtien} = \frac{mv^2}{2}$$

✦ **Động năng chuyển động quay**

$$W_{d_quay} = \frac{I\omega^2}{2}$$

✦ **Động năng chuyển động lăn**

$$W_{d_lan} = W_{d_tinhtien} + W_{d_quay} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

➤ **Động năng quay của vật rắn quanh một trục cố định**

$$W_q = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \omega_i^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \right) \omega^2$$



$$W_q = \frac{1}{2} I \omega^2$$

➤ **Nếu vật lăn (vừa tịnh tiến vừa quay):**

$$W = W_{tt} + W_q = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$