2.108.

Gọi X là số khách đến quầy thành toán trong 1 giờ. Vậy ta có: $Y \sim P(7)$

Mỗi khách mất 10 phút: $T_i = 10$

Tổng: $S = \sum_i T_i$

Vì T_i có kỳ vọng $E(T_i) = 10$ phút và phương sai $Var(Ti) = 0$ (do mỗi khách hàng luôn mất đúng 10 phút để phục vụ), ta có:

Tính kỳ vọng của S:

$$E(S) = E(X) \cdot E(Ti) = 7 \times 10 = 70\ (phút)$$

Sử dụng tính chất của phương sai:

$$Var(S) = E(T_i)^2 \cdot Var(X)$$

$$= \ 10^2 \times 7$$

$$= 700\ (phút^2)$$

$$2.5\ giờ = 150\ phút$$

$$= 15\ khách$$

Suy ra:

$$P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15) = 1 - e^{-7} \sum_{0}^{15} \frac{7^x}{x!} \approx 0.0024$$

$$= 0.24\%$$

2.137.

Chúng ta có thời gian sử dụng pin của laptop tuân theo phân phối chuẩn:

$$X \sim N(300, 60^2)$$

với trung bình $\mu = 300$ phút và độ lệch chuẩn $\sigma = 60$ phút.

a. Tính xác suất để pin có thời gian sử dụng ít hơn 4 giờ

4 giờ = 240 phút.

Chúng ta cần tính:

$$P(X < 240)$$

Chuẩn hóa về phân phối chuẩn tắc Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{240 - 300}{60} = -1$$

Tra bảng phân phối chuẩn, ta có:

$$P(Z < -1) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

Vậy xác suất để pin có thời gian sử dụng ít hơn 4 giờ là **0.1587 (15.87%)**.

b. Tính các tứ phân vị (25%, 50%, 75%)

Các tứ phân vị Q_1, Q_2, Q_3 của phân phối chuẩn được xác định bởi:

$$Q_p = \mu + z_p \cdot \sigma$$

với z_p là giá trị phân vị của phân phối chuẩn tắc.

- **25% (Q1)**: $z_{0.25} = -0.674$

$$Q1 = 300 + (-0.674 \times 60) = 300 - 40.44 = 259.$$

- **50% (Q2 - Median)**: $z_{0.50} = 0$

$$Q2 = 300 + (0 \times 60) = 300$$

- **75% (Q3)**: $z_{0.75} = 0.674$

$$Q3 = 300 + (0.674 \times 60) = 300 + 40.44 = 340.44$$

Vậy các tứ phân vị là:

- **Q1 = 259.56 phút**
- **Q2 (Median) = 300 phút**
- **Q3 = 340.44 phút**

c. Giá trị thời gian được vượt qua với xác suất 90%

Tìm X sao cho $P(X > x) = 0.90$, tức là

$$P(X < x) = 0.10$$

Tra bảng phân phối chuẩn, ta có:

$$z_{0.10} = -1.282$$

Tính giá trị tương ứng:

$$x = \mu + z_{0.10} \cdot \sigma = 300 + (-1.282 \times 60) = 300 - 76.92 = 223.08$$

Vậy thời gian sử dụng pin mà **90% các lần sạc đều vượt qua** là **223.08 phút**.

2.141.

$$\mu = 4$$

$$\sigma = 0.2$$

$$X \sim N(4, 0.2^2)$$

$$P(X > 4.5) = ?$$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{4.5-4}{0.2} = 2.5$$

$$P(X > 4.5) = P(Z > 2.5) = 1 - P(Z < 2.5)$$

$$= 1 - \Phi(2.5)$$

$$= 1 - 0.9938$$

$$= 0.0062$$

2.142.

$$P(X > x) = 0.1$$

Hay tương đương:

$$P(X \leq x) = 0.9$$

Vì $X \sim N(4{,}0.22)$, ta chuẩn hóa về phân phối chuẩn tắc:

$$P(Z \leq \frac{x-40}{0.2}) = 0.9$$

Tìm giá trị $z_{0.9}$

Từ bảng phân phối chuẩn, ta có:

$$P(Z \leq 1.282) = 0.9$$

Vậy $z_{0.9} = 1.282$

Tính ngân sách x

Sử dụng công thức chuẩn hóa:

$$\frac{x-4}{0.2} = 1.282$$

$$\Rightarrow x = 4.256$$

Mức ngân sách cần cấp để xác suất bị vượt quá chỉ là **10%** là **4.256 triệu đồng.**

2.143.

$$X \sim N(3.0005, 0.001^2)$$

$$\begin{cases} \mu = 3.0005 \\ \sigma = 0.001 \end{cases}$$

$$P(2.998 \leq X \leq 3.002) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{3.002 - 3.0005}{0.001}\right) - \Phi\left(\frac{2.998 - 3.0005}{0.001}\right)$$

$$= \Phi(1.5) - \Phi(-2.5)$$

$$= \Phi(1.5) - [1 - \Phi(2.5)]$$

$$= 0.9332 - (1 - 0.9938)$$

$$= 0.927$$

Xác suất phế liệu:

$$1 - P(2.998 \leq X \leq 3.002) = \mathbf{0.073} = \mathbf{7.3}\%$$