

$$P = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 \\ 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$v1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$u1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$PI1 \text{ normalize} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.4 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.0 \\ 0.4 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

PI1 normalized eigen vector =

$$\begin{bmatrix} -0.378 & -0.738 & -0.246 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.378 & 0.464 & -0.418 & 0.388 & 0.0 & 0.0 & -0.547 \\ -0.378 & 0.464 & -0.418 & -0.388 & 0.0 & 0.0 & 0.547 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & -0.418 & 0.5 & 0.5 & -0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & 0.418 & -0.5 & 0.5 & 0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & 0.418 & 0.5 & -0.5 & 0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & -0.418 & -0.5 & -0.5 & -0.317 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI1 normalized eigen value} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.368 \\ 0.068 \\ 0.232 \\ 0 \\ -0.5 \\ -0.432 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.0 \\ 0.4 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI1 eigen values} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.368 \\ 0.068 \\ 0.232 \\ 0 \\ -0.5 \\ -0.432 \end{bmatrix}$$

$$PI1 \text{ right eigen vector} = \begin{bmatrix} -0.378 & -0.738 & -0.246 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.378 & 0.464 & -0.418 & 0.388 & 0.0 & 0.0 & -0.547 \\ -0.378 & 0.464 & -0.418 & -0.388 & 0.0 & 0.0 & 0.547 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & -0.418 & 0.5 & 0.5 & -0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & 0.418 & -0.5 & 0.5 & 0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & 0.418 & 0.5 & -0.5 & 0.317 \\ -0.378 & 0.079 & 0.384 & -0.418 & -0.5 & -0.5 & -0.317 \end{bmatrix}$$

$$PI2 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & 0.4 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 \\ 0.2 & 0.0 & 0.4 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$V2 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$U2 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI2 eigen values} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.232 \\ 0.068 \\ -0.368 \\ -0.432 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI2 eigen vector} = \begin{bmatrix} -0.378 & -0.388 & 0.418 & 0.464 & -0.547 & 0.0 & 0.0 \\ -0.378 & 0.388 & 0.418 & 0.464 & 0.547 & 0.0 & 0.0 \\ -0.378 & 0.0 & 0.246 & -0.738 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.378 & -0.418 & -0.384 & 0.079 & 0.317 & 0.5 & -0.5 \\ -0.378 & 0.418 & -0.384 & 0.079 & -0.317 & 0.5 & 0.5 \\ -0.378 & -0.418 & -0.384 & 0.079 & 0.317 & -0.5 & 0.5 \\ -0.378 & 0.418 & -0.384 & 0.079 & -0.317 & -0.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI3} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 \\ 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 0.5 \\ 0.125 & 0.25 & 0.25 & 0.125 & 0.25 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{V3} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI3 eigen values} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.576 \\ 0.082 \\ -0.106 \\ -0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI3 eigen vector} = \begin{bmatrix} -0.408 & -0.223 & -0.098 & 0.576 & 0.707 & 0.128 \\ -0.408 & 0.369 & 0.433 & -0.063 & 0.0 & -0.695 \\ -0.408 & 0.369 & 0.433 & -0.063 & 0.0 & 0.695 \\ -0.408 & -0.223 & -0.098 & 0.576 & -0.707 & -0.128 \\ -0.408 & 0.621 & -0.778 & -0.227 & 0.0 & 0.0 \\ -0.408 & -0.493 & -0.03 & -0.528 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{PI21} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.5 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.5 & 0.0 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\text{V21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_{21} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$PI_{21} \text{ eigen values} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.5 \\ 0 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$PI_{21} \text{ eigen vector} = \begin{bmatrix} 0.408 & 0.707 & 0.408 & 0.16 & -0.059 & 0.007 \\ 0.408 & -0.707 & 0.408 & -0.16 & -0.059 & 0.007 \\ 0.408 & 0.0 & -0.408 & 0.487 & -0.621 & 0.068 \\ 0.408 & 0.0 & -0.408 & 0.487 & 0.738 & -0.082 \\ 0.408 & 0.0 & -0.408 & -0.487 & -0.107 & -0.71 \\ 0.408 & 0.0 & -0.408 & -0.487 & 0.224 & 0.696 \end{bmatrix}$$