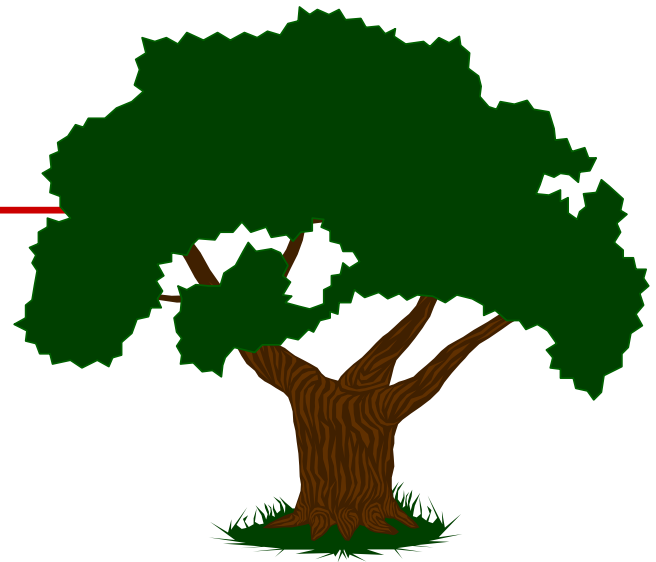
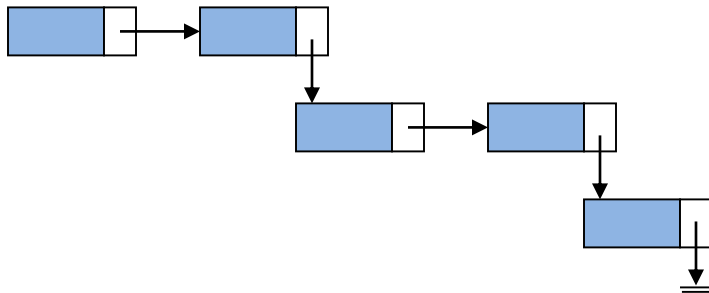
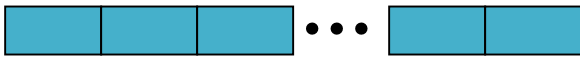
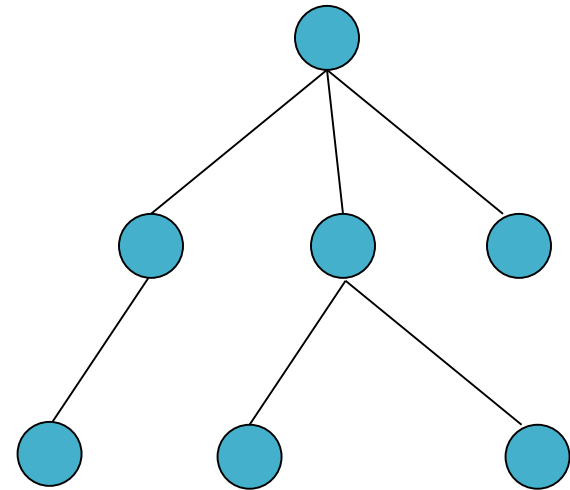

Chương 6: Cấu trúc cây (Tree structure)



Cấu trúc dữ liệu

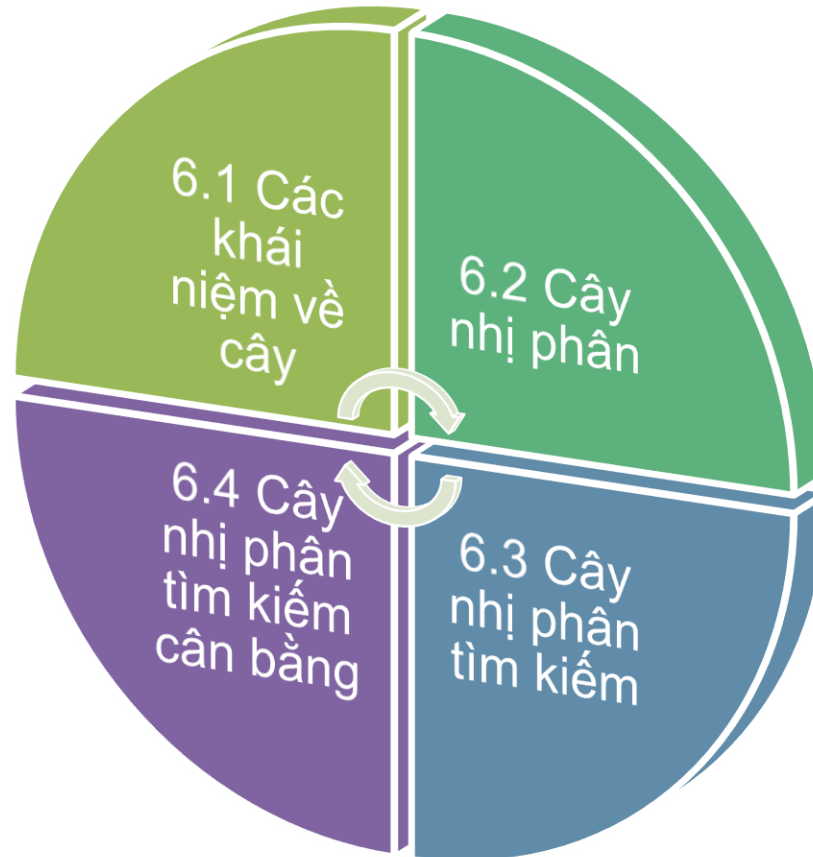


Linear



Hierarchical structures

Nội dung



Nội dung

6.1 Các khái niệm về cây

6.2 Cây nhị phân

6.3 Cây nhị phân tìm kiếm

6.4 Cây nhị phân tìm kiếm cân bằng

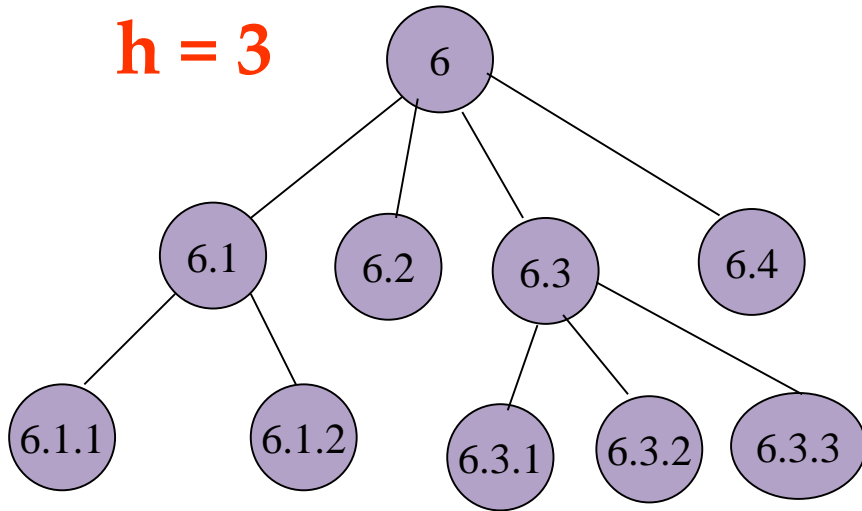
6.1 Các khái niệm về cây

■ Khái niệm cây:

- Cây là tập hợp các nút được tổ chức dưới dạng phân cấp
- Có một nút đặc biệt gọi là gốc (không có cha)
- Quan hệ giữa các nút trên cây là quan hệ cha-con và có dạng one – to – many.

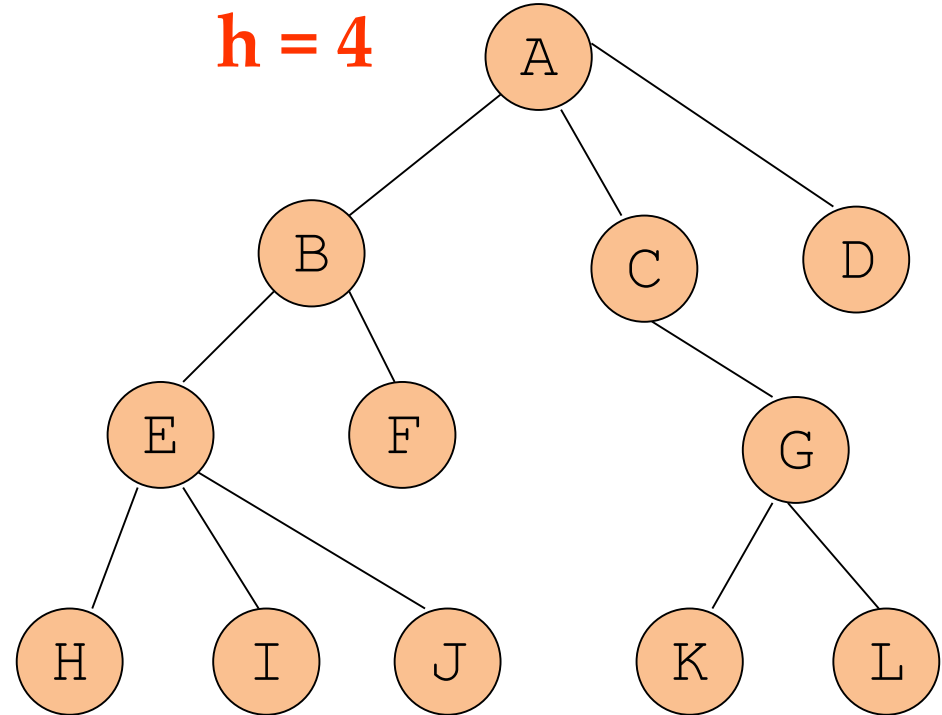
6.1 Các khái niệm về cây

$h = 3$



Cây mục lục

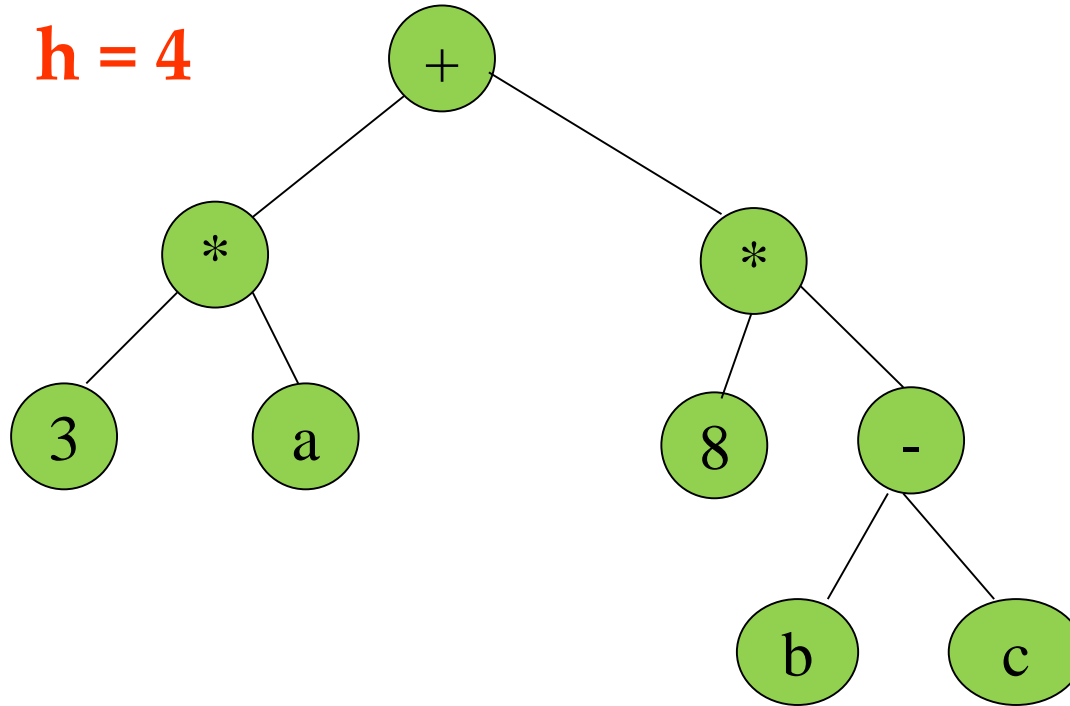
$h = 4$



Cây tập hợp

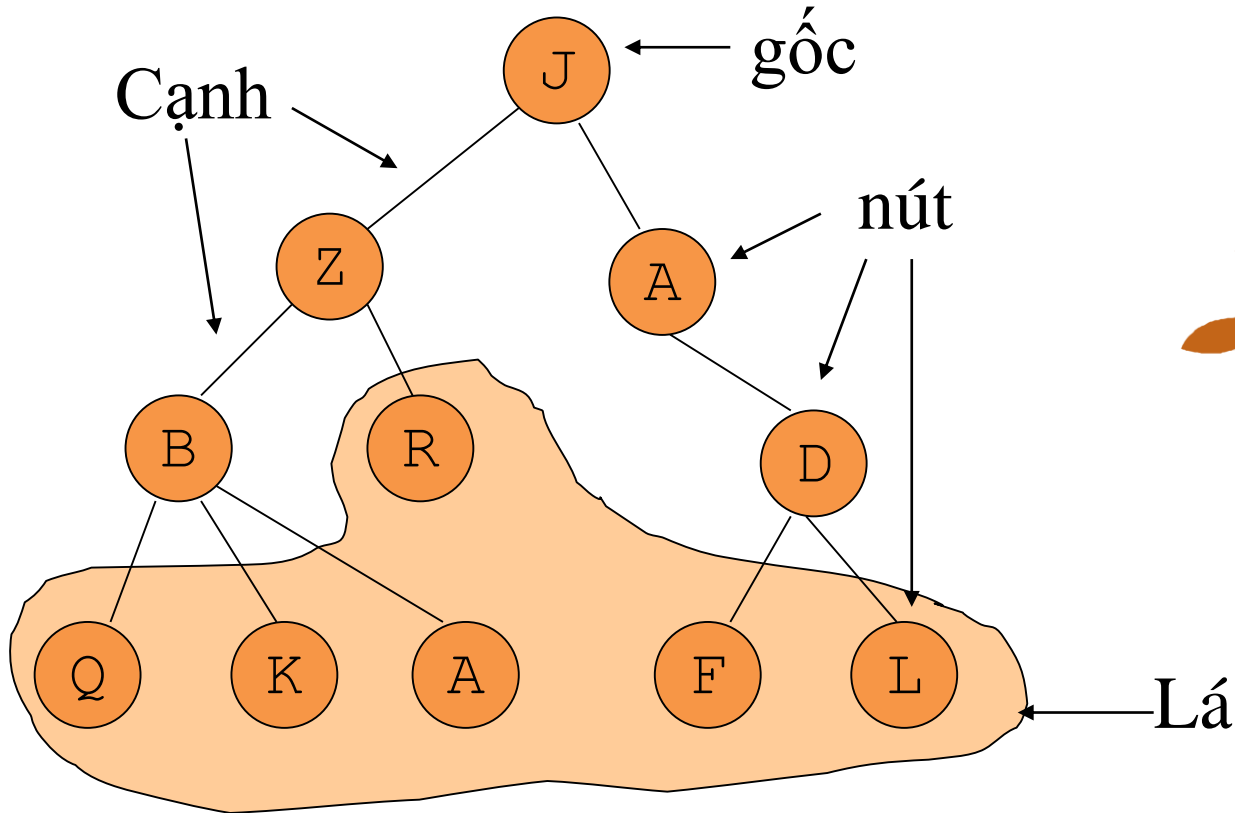
6.1 Các khái niệm về cây

$h = 4$



Cây biểu thức

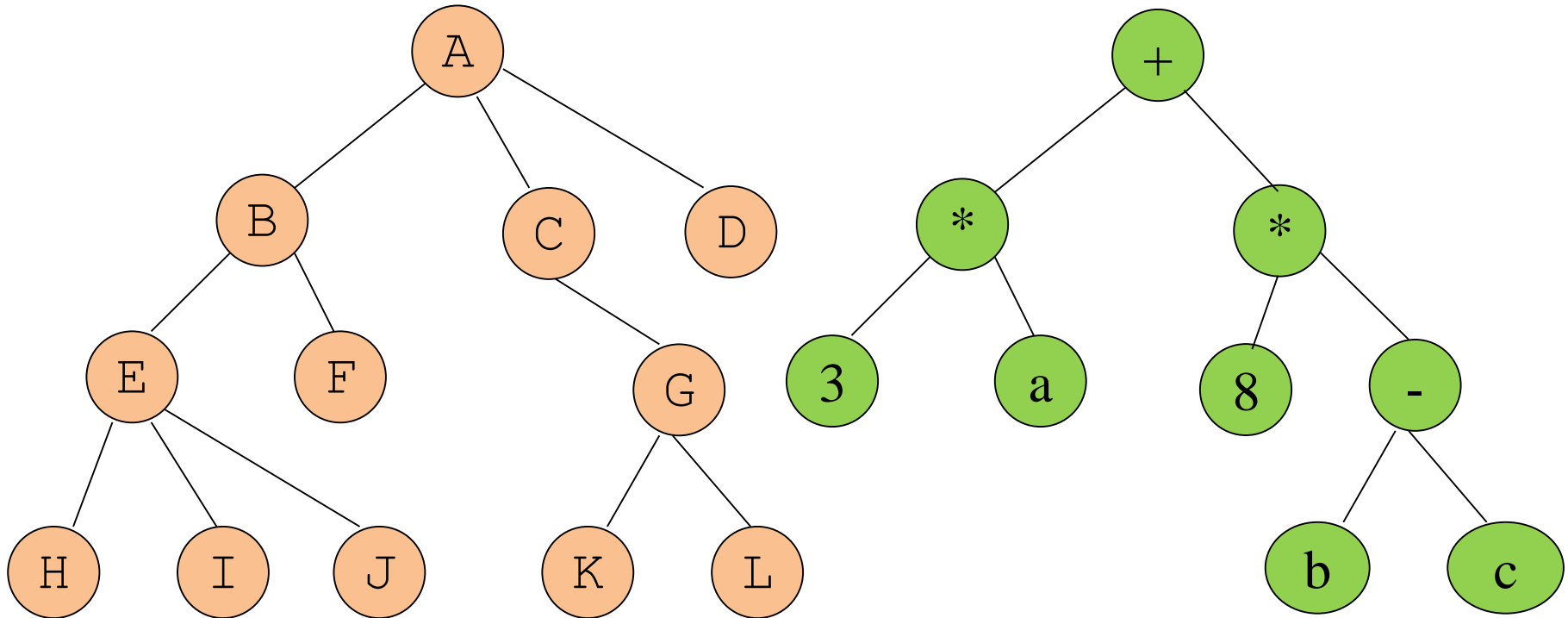
6.1 Các khái niệm về cây



6.1 Các khái niệm về cây

■ Cấp (Degree):

- Cấp của nút là số con của nút đó
- Cấp của cây là cấp lớn nhất của nút trên cây

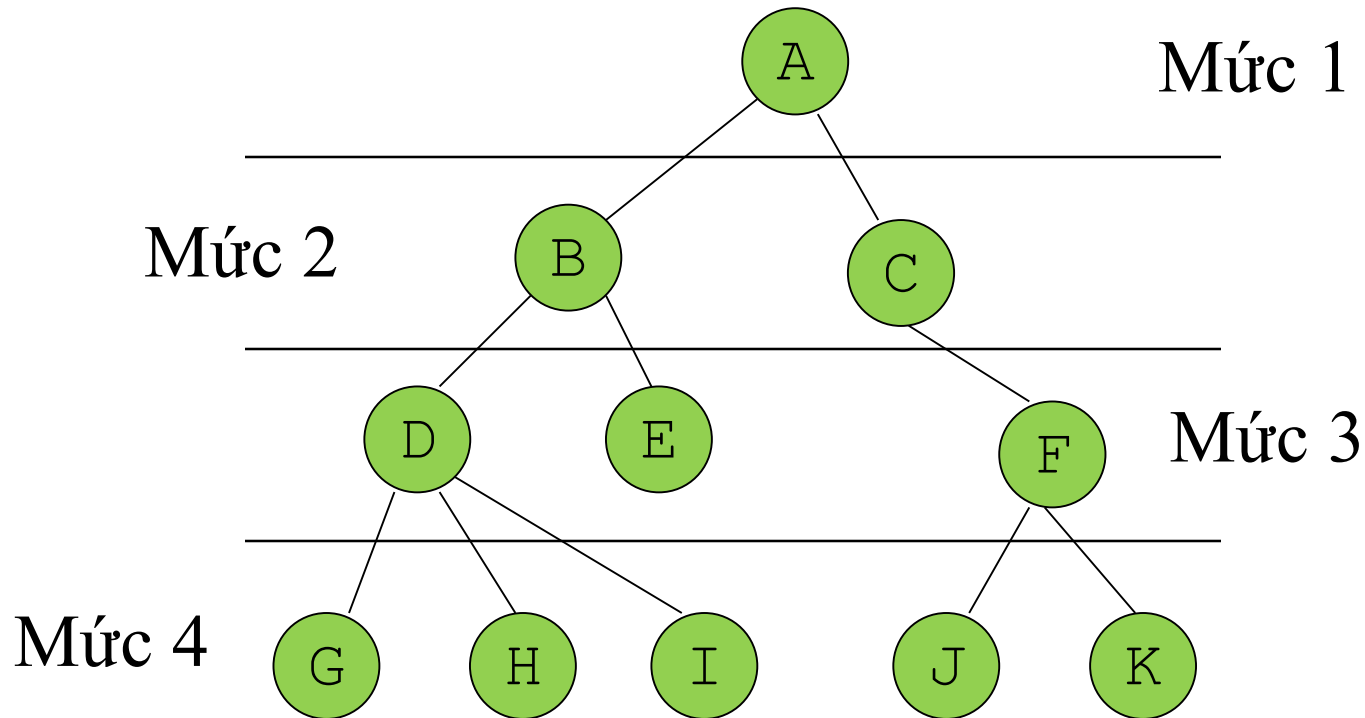


6.1 Các khái niệm về cây

■ Cấp (Degree)

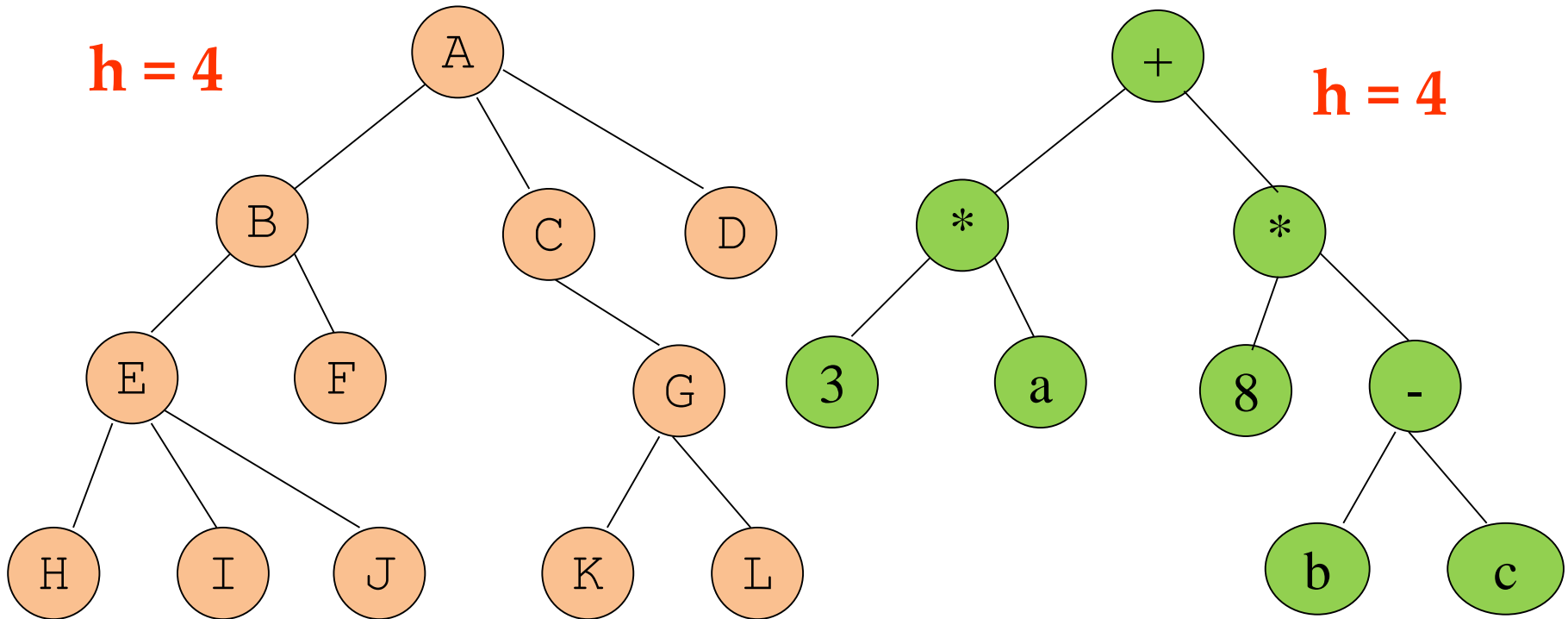
■ Mức (Level)

- Nút gốc có mức là 1
- Nếu nút cha có mức là i thì nút con có mức là $i + 1$



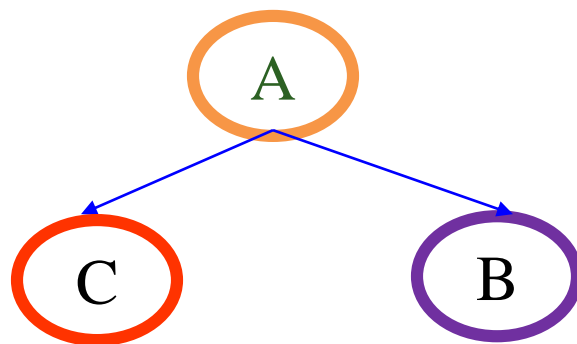
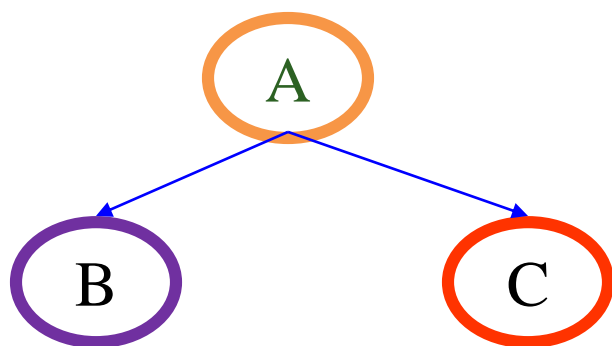
6.1 Các khái niệm về cây

- Cấp (Degree)
- Mức (Level)
- Chiều cao (Height): mức lớn nhất của nút trên cây



6.1 Các khái niệm về cây

- Cấp (Degree)
- Mức (Level)
- Chiều cao (Height): mức lớn nhất của nút trên cây
- Cây có thứ tự (Ordered Tree): là cây mà thứ tự các nút trên cây được coi trọng.
- Cây không có thứ tự (UnOrdered Tree): là cây mà thứ tự các nút trên cây không được coi trọng.



6.1 Các khái niệm về cây

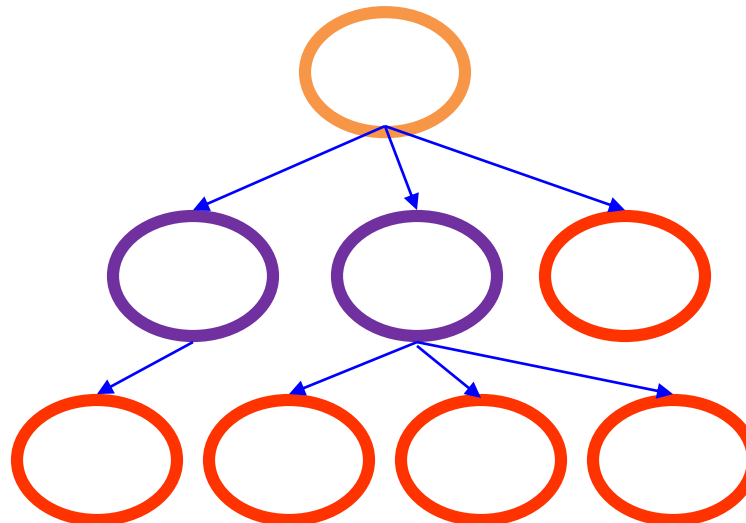
■ Thuật ngữ

- Nút gốc: không có nút cha
- Nút lá: không có nút con
- Nút trong: không phải nút gốc và nút lá

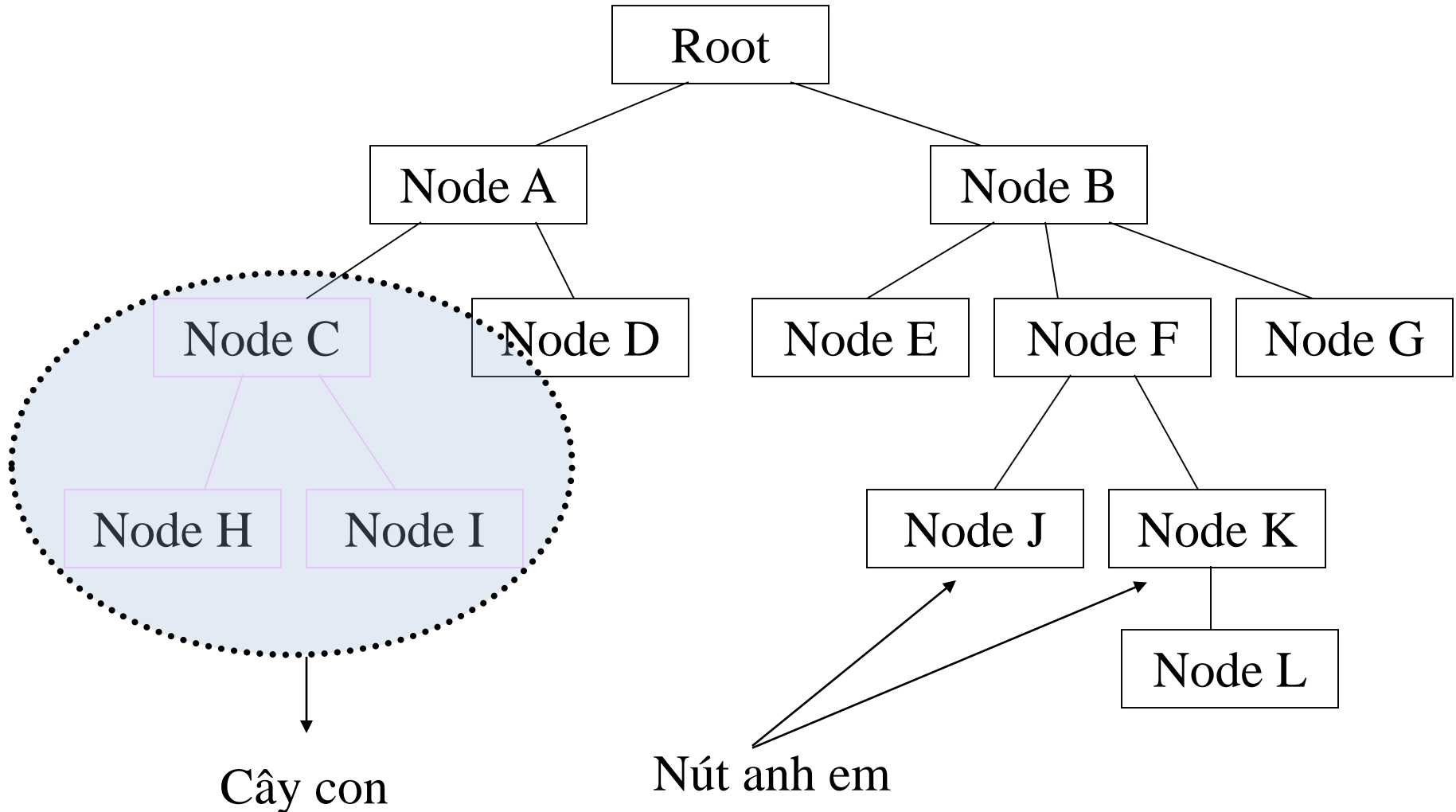
Nút gốc

Nút trong

Nút lá



6.1 Các khái niệm về cây



Nội dung

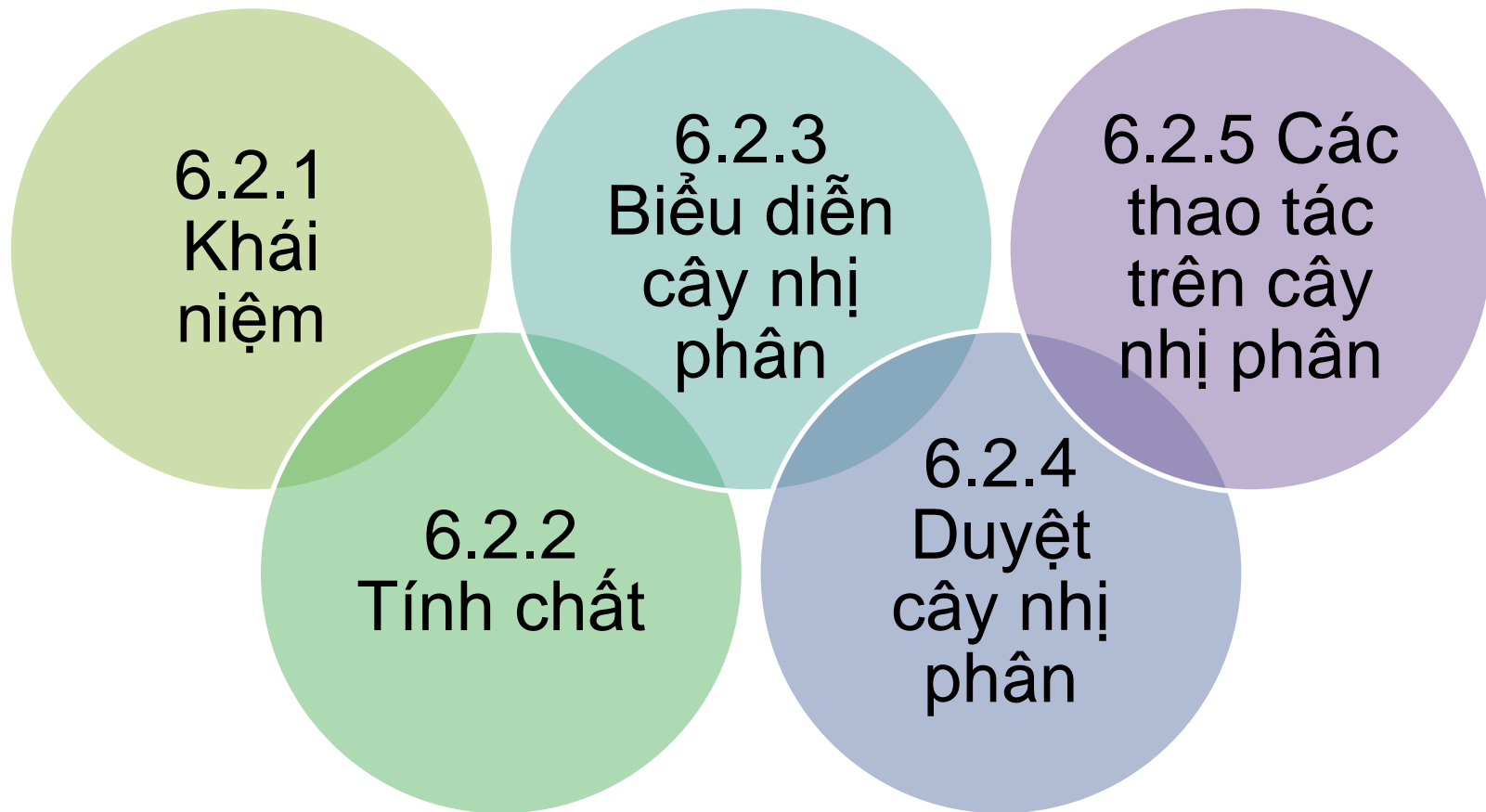
6.1 Các khái niệm về cây

6.2 Cây nhị phân

6.3 Cây nhị phân tìm kiếm

6.4 Cây nhị phân tìm kiếm cân bằng

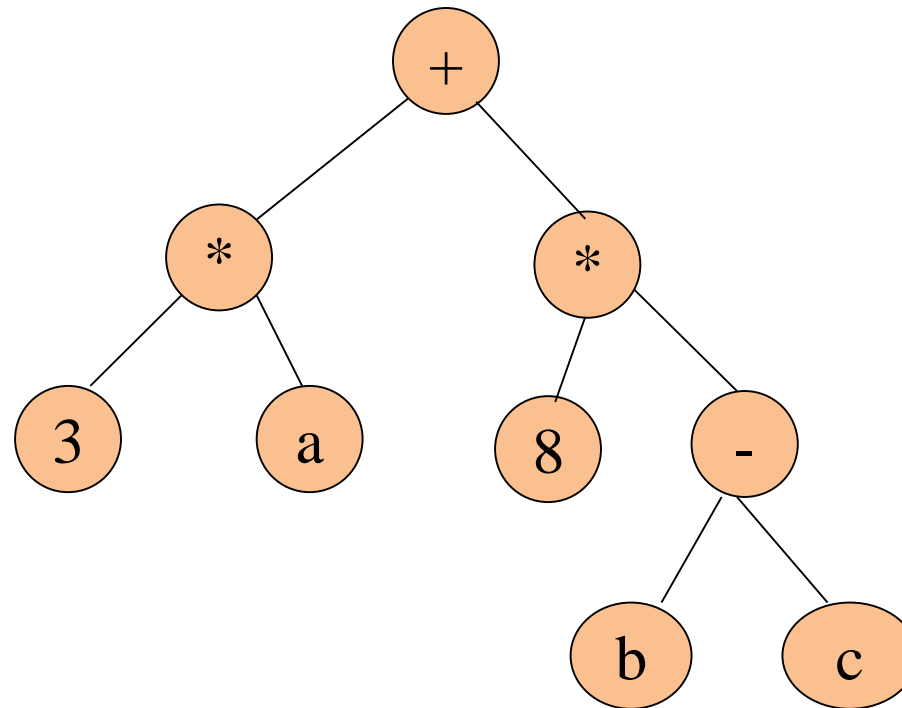
6.2 Cây nhị phân



6.2.1 Khái niệm

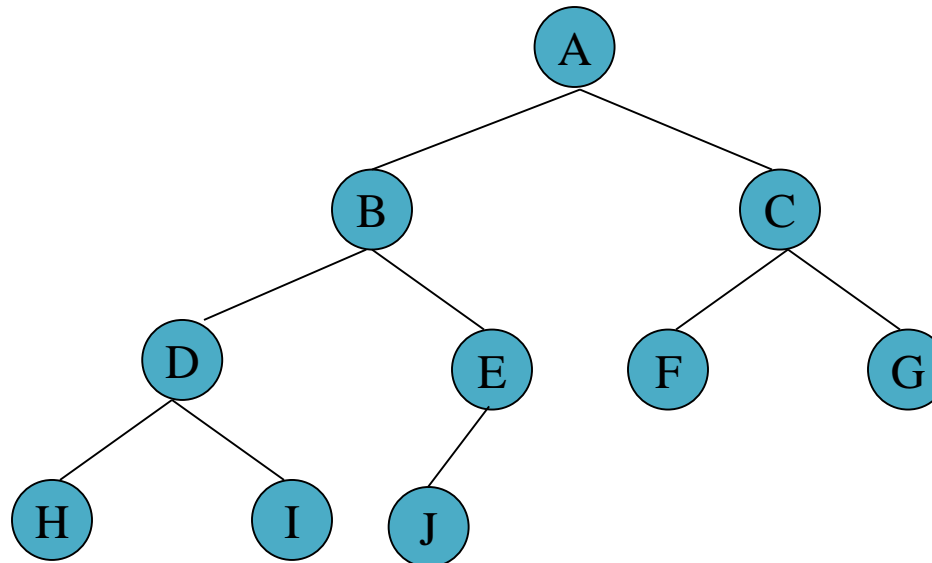
■ Khái niệm cây nhị phân

- Cây nhị phân là cây mà mỗi nút trên cây có tối đa là 2 con.
- Số con của 1 nút trên cây nhị phân $\{0, 1, 2\}$



6.2.1 Khái niệm

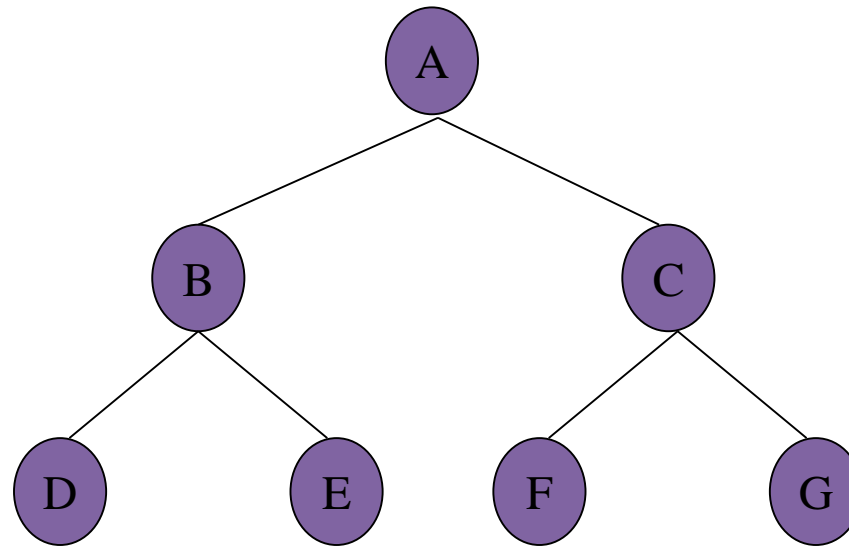
- Cây nhị phân hoàn chỉnh là cây nhị phân mà ở mức cuối còn thiếu các nút, nhưng các nút ở mức cuối đều dồn về bên trái



Cây nhị phân hoàn chỉnh

6.2.1 Khái niệm

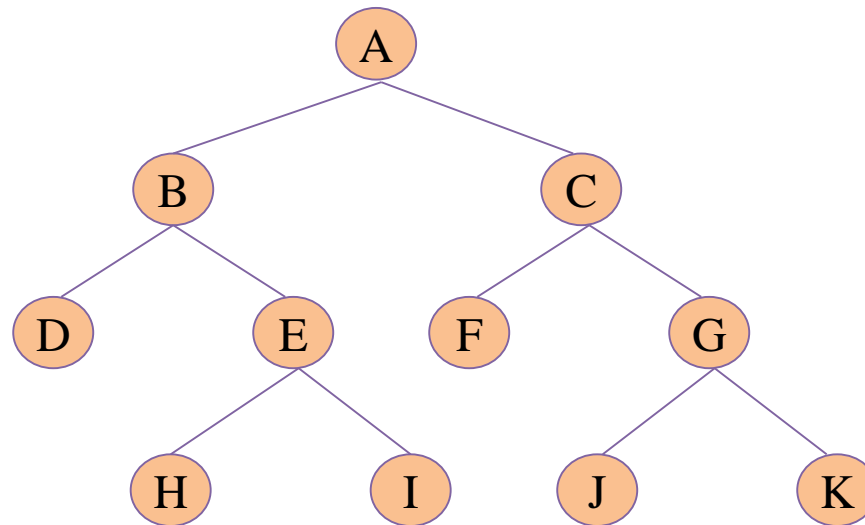
- Cây nhị phân hoàn chỉnh
- Cây nhị phân đầy đủ là cây nhị phân mà ở các mức đều đủ hết các nút



Cây nhị phân đầy đủ

6.2.1 Khái niệm

- Cây nhị phân hoàn chỉnh
- Cây nhị phân đầy đủ
- Cây nhị phân đúng là cây nhị phân mà nút gốc và các nút trong đều có đúng 2 con



Cây nhị phân đúng

6.2.2 Tính chất

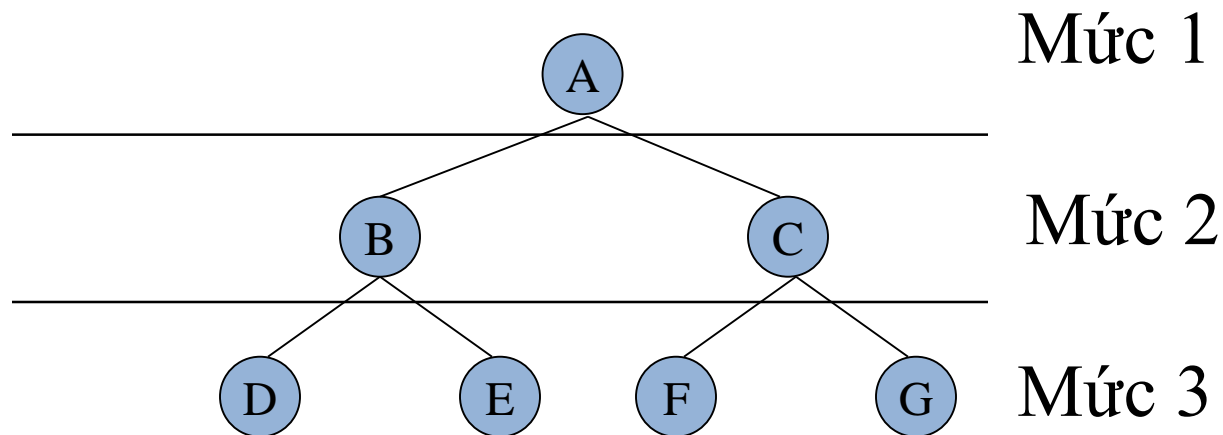
■ Tính chất của cây nhị phân

- Số nút tối đa của mức i trên cây nhị phân là 2^{i-1}
- Số nút tối đa trên cây nhị phân có chiều cao h là $2^h - 1$
- Số nút tối đa trên cây nhị phân đúng có n nút lá là $2*n - 1$

$$2^{1-1}=2^0=1$$

$$2^{2-1}=2^1=2$$

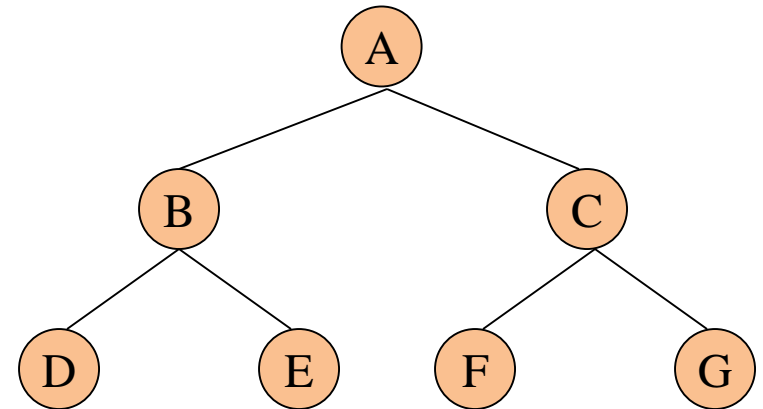
$$2^{3-1}=2^2=4$$



6.2.2 Tính chất

- Cây nhị phân đầy đủ với chiều cao h
 - Phải là cây nhị phân đúng
 - Tất cả nút lá có chiều cao h

Số nút trên cây NP đầy đủ có chiều cao h là $(2^{h+1} - 1)$

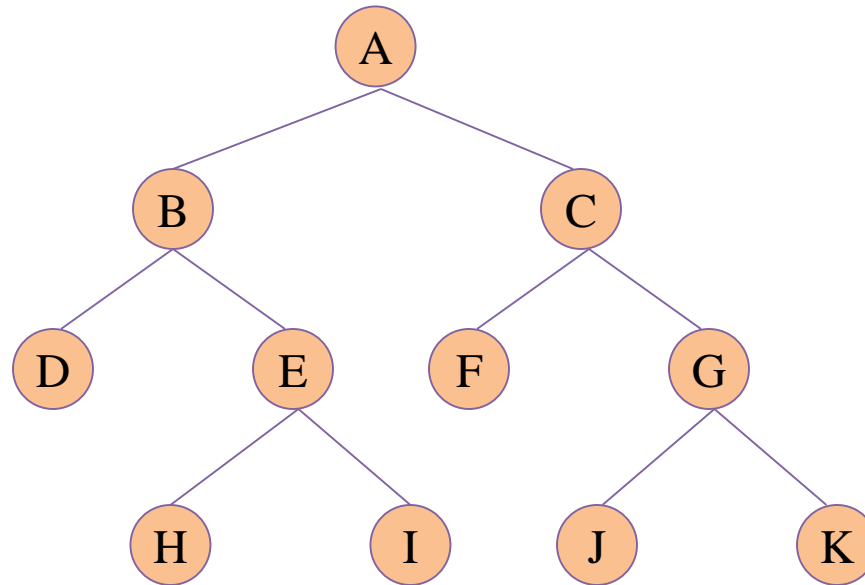


6.2.2 Tính chất

■ Cây nhị phân đúng:

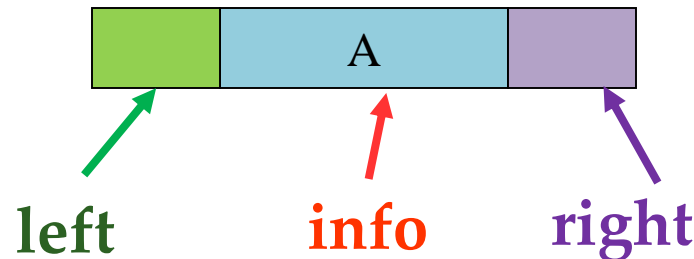
- Nút gốc và nút trung gian có đúng 2 con

■ Cây nhị phân đúng có n nút lá thì số nút trên cây là $2n-1$



6.2.3 Biểu diễn cây nhị phân

- Lưu trữ cây nhị phân
 - Lưu trữ kế tiếp
 - Lưu trữ móc nối
- Lưu trữ móc nối: mỗi nút gồm các 3 thành phần
 - Phần data: chứa giá trị, thông tin...
 - Liên kết đến nút con trái (nếu có)
 - Liên kết đến nút con phải (nếu có)

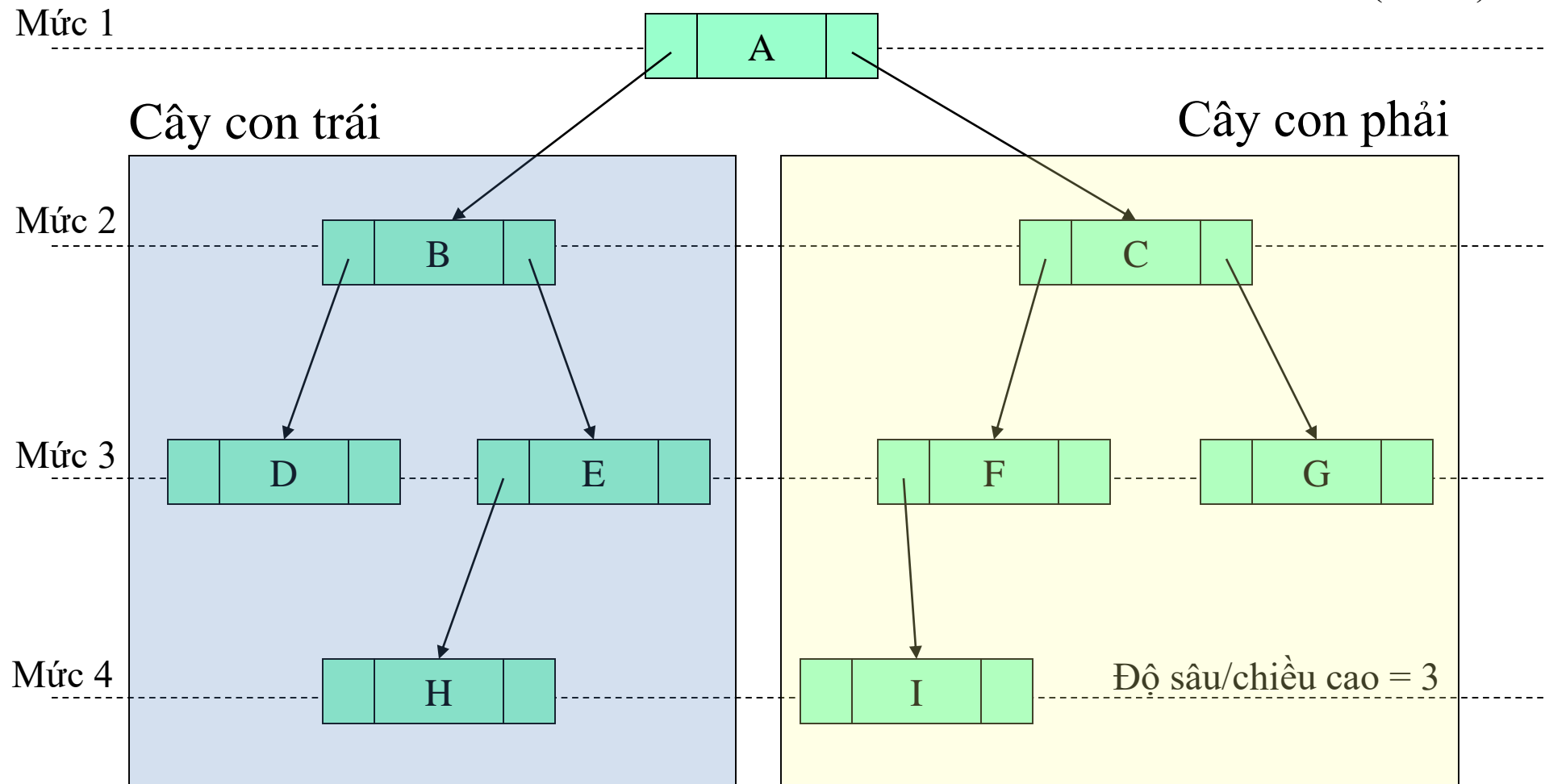


6.2.3 Biểu diễn cây nhị phân

- Cây nhị phân có thể rỗng (ko có nút nào)
- Cây NP khác rỗng có 1 nút gốc
 - Có duy nhất 1 đường đi từ gốc đến 1 nút
 - Nút không có nút con bên trái và con bên phải là nút lá

6.2.3 Biểu diễn cây nhị phân

Kích thước = 9 (số nút)



6.2 Cây nhị phân – Khai báo

- Khai báo cây: Cấu trúc của 1 nút và cây

```
typedef struct node
{
    DataType    info;
    node*       left;
    node*       right;
} NODE;
typedef NODE*  NodePtr;

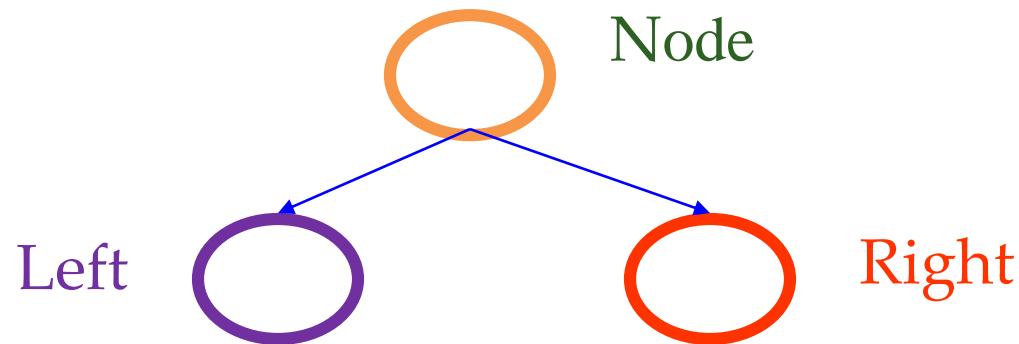
NodePtr       pTree;
```

pTree trỏ gốc của cây

6.2.4 Duyệt cây nhị phân

■ Duyệt cây nhị phân:

- Duyệt theo thứ tự trước: PreOrder **NLR**
- Duyệt theo thứ tự giữa: InOrder **LNR**
- Duyệt theo thứ tự sau: PostOrder **LRN**



6.2.4 Duyệt cây nhị phân

■ PreOrder - Duyệt cây theo thứ tự trước

```
void PreOrder (NodePtr    pTree)
{
    if (pTree != NULL)
    {
        cout<< pTree->info;
        PreOrder (pTree->left);
        PreOrder (pTree->right);
    }
}
```

6.2.4 Duyệt cây nhị phân

■ InOrder

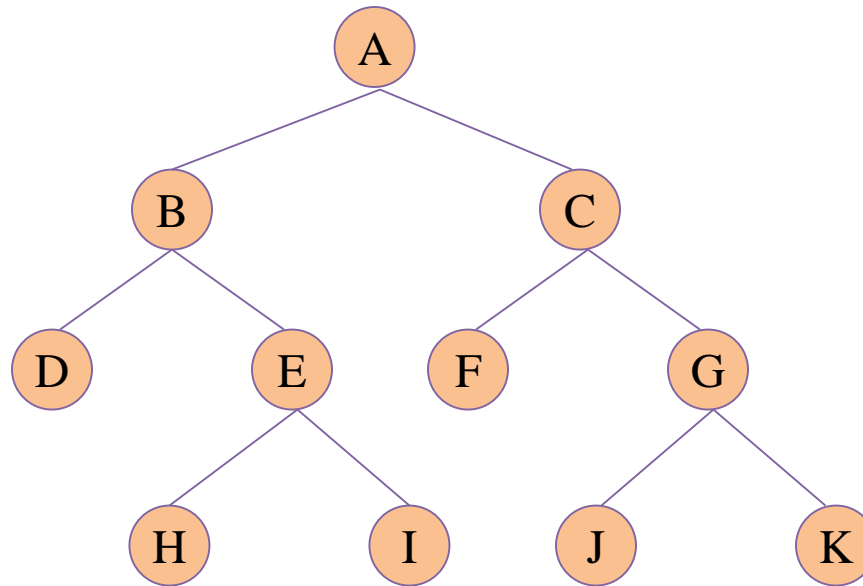
```
void InOrder (NodePtr pTree)
{
    if (pTree != NULL)
    {
        InOrder (pTree->left);
        cout<< pTree->info;
        InOrder (pTree->right);
    }
}
```

6.2.4 Duyệt cây nhị phân

■ PostOrder

```
void PostOrder (NodePtr pTree)
{
    if (pTree != NULL)
    {
        PostOrder (pTree->left);
        PostOrder (pTree->right);
        cout<< pTree->info;
    }
}
```

6.2.4 Duyệt cây nhị phân



NLR: ABDEHICFGJK

LNR: DBHEIAFCJGK

LRN: DHIEBFJKGCA

6.2.5 Các thao tác

- Các thao tác:
 - **CreateNode**, Init, IsEmpty
 - InsertLeft, InsertRight
 - DeleteLeft, DeleteRight
 - PreOrder, InOrder, PostOrder
 - Search
 - ClearTree



Phần minh
hoạ dùng
DataType là
kiểu int

6.2.5 Các thao tác

■ InitTree: Khởi tạo cây nhị phân

```
void InitTree (NodePtr &pTree)
{
    *pTree = NULL;
}
```

■ IsEmpty: Kiểm tra cây có rỗng không

```
void IsEmpty (NodePtr &pTree)
{
    return (pTree == NULL) ;
}
```

6.2.5 Các thao tác

■ CreateNode: Tạo nút mới

```
1. NodePtr CreateNode (int x)
2. {
3.     NodePtr node;
4.     node = new NODE;
5.     node -> info = x;
6.     node -> left = NULL;
7.     node -> right = NULL;
8. }
```

6.2.5 Các thao tác

■ InsertLeft: bổ sung nút có khoá x làm con trái nút p

```
1. void InsertLeft(NodePtr p, int x)
2. { NodePtr node;
3.   if (p == NULL)           return;
4.   if (p -> left != NULL)   return;
5.   else
6.   {
7.       node = CreateNode(x);
8.       p -> left = node;
9.   }
10. }
```

6.2.5 Các thao tác

■ **InsertRight**: bổ sung nút có khoá x làm con phải nút p

```
1. void InsertRight(NodePtr p, int x)
2. { NodePtr node;
3.   if (p == NULL) return;
4.   if (p -> right != NULL) return;
5.   else
6.   {
7.       node = CreateNode(x);
8.       p -> right = node;
9.   }
10. }
```

6.2.5 Các thao tác

■ DeleteLeft: Loại bỏ con trái nút p

```
1. void DeleteLeft (NodePtr p)
2. {   NodePtr q = p->left;
3.     if (p == NULL)                return;
4.     if (p -> left == NULL)        return;
5.     else
6.         if (q -> left != NULL ||
              q -> right != NULL)    return;
7.     else
8.         {   delete      q;
9.             p -> left = NULL;
10.        }
11. }
```

6.2.5 Các thao tác

■ DeleteRight: Loại bỏ con phải nút p

```
1. void DeleteRight(NodePtr p)
2. {   NodePtr q = p->right;
3.     if (p == NULL)                return;
4.     if (p -> right == NULL)        return;
5.     else
6.         if (q -> left != NULL ||
              q -> right != NULL)    return;
7.         else
8.             {   delete      q;
9.                 p -> right = NULL;
10.            }
11. }
```

6.2.5 Các thao tác

■ Search: tìm nút có khoá x

```
1. NodePtr Search(NodePtr pTree, int x)
2. {
3.     NodePtr p;      //con tro timkiem
4.     if (pTree == NULL) return NULL;
5.     if (pTree->info == x) return pTree;
6.     p = Search(pTree->left, x);
7.     if (p == NULL)
8.         p = Search(pTree->right, x);
9.     return p;
10.
11. }
```


6.2.5 Các thao tác

- ClearTree: xóa lần lượt nút bên trái, bên phải và nút cha.

```
1. void ClearTree (NodePtr  pTree)
2. {
3.     if (pTree != NULL)
4.     {
5.         ClearTree (pTree->left);
6.         ClearTree (pTree->right);
7.         delete      pTree;
8.     }
9. }
```

Bài tập

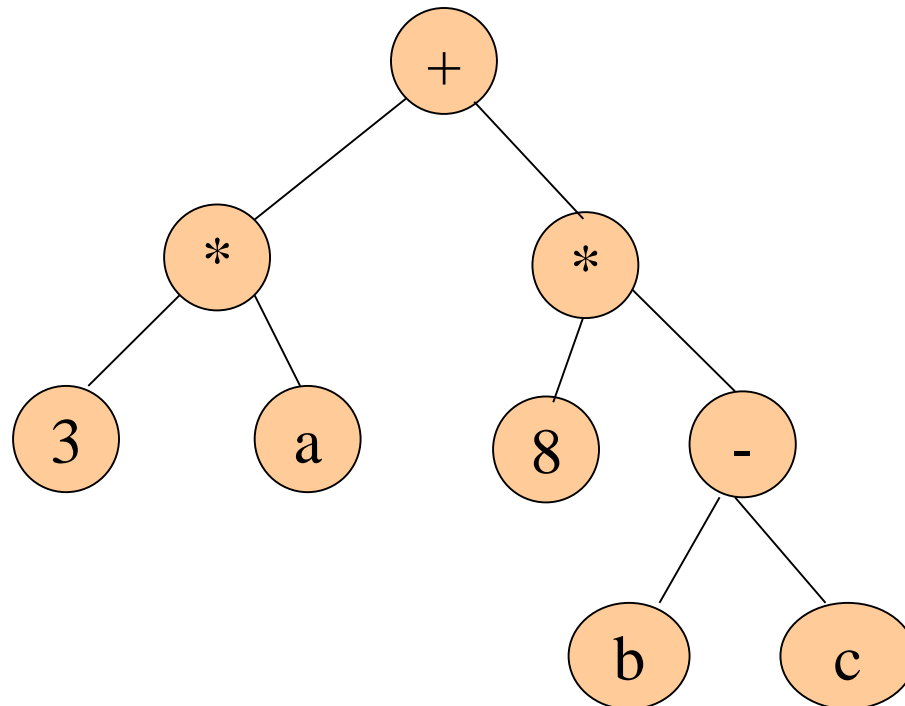
Bài 1: Cho cây nhị phân có nút gốc được trỏ bởi pTree, trường info chứa giá trị nguyên. Viết các giải thuật thực hiện các thao tác sau:

- Đếm số nút lá: CountLeaf
- Đếm số nút trên cây: CountNode
- Đếm số nút trong: CountInnerNode
- Xác định độ sâu/chiều cao của cây
- Tìm giá trị nhỏ nhất/lớn nhất trên cây
- Tính tổng giá trị các nút trên cây
- Đếm số nút có giá trị bằng x

Bài tập

■ Bài 2: Viết dãy duyệt cây dưới đây:

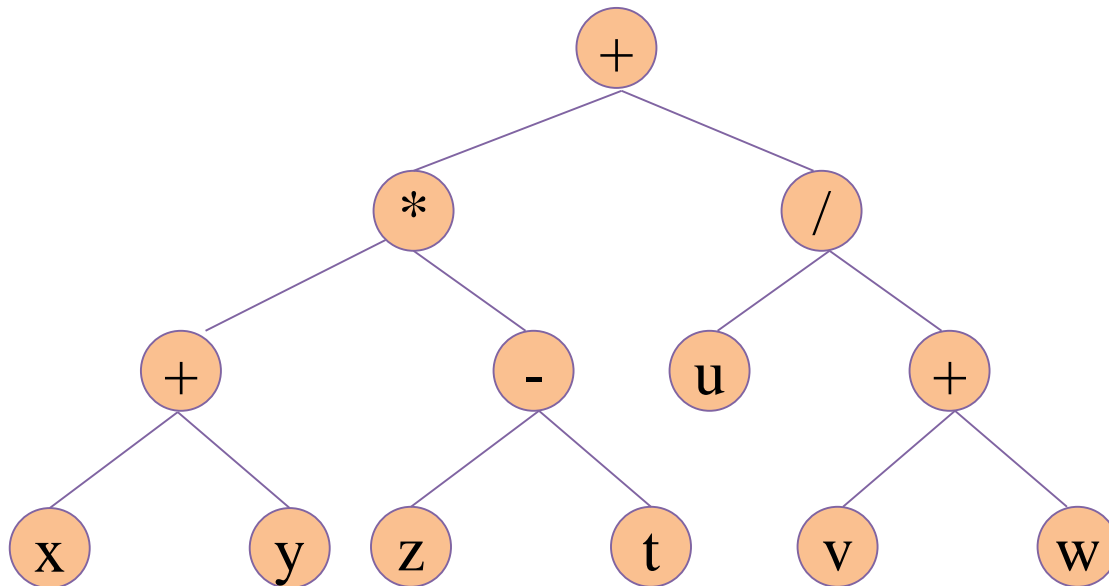
- Theo thứ tự trước
- Theo thứ tự giữa
- Theo thứ tự sau



Bài tập

■ **Bài 3:** Cho biểu thức $(x + y)^*(z - t) + u/(v + w)$

- Vẽ cây nhị phân biểu diễn biểu thức trên
- Viết dãy duyệt cây đó theo thứ tự trước và thứ tự sau



Bài tập

■ Bài 4:

- Viết chương trình hoàn chỉnh thực hiện các thao tác trên cây nhị phân

Tài liệu tham khảo

- [1]. Giáo trình Cấu trúc dữ liệu và giải thuật – Lê Văn Vinh, NXB Đại học quốc gia TP HCM, 2013
- [2]. Cấu trúc dữ liệu & thuật toán, Đỗ Xuân Lôi, NXB Đại học quốc gia Hà Nội, 2010.
- [3]. Trần Thông Quế, *Cấu trúc dữ liệu và thuật toán (phân tích và cài đặt trên C/C++)*, NXB Thông tin và truyền thông, 2018
- [4]. Robert Sedgewick, *Cẩm nang thuật toán*, NXB Khoa học kỹ thuật, 2004 .
- [5]. PGS.TS Hoàng Nghĩa Tý, *Cấu trúc dữ liệu và thuật toán*, NXB xây dựng, 2014

