

# BÀI GIẢNG VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

## Chương 1

### CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM

### Động học chất điểm

# **NỘI DUNG:**

**1.1.1. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo**

**1.1.2. Vận tốc chuyển động của chất điểm**

**1.1.3. Gia tốc chuyển động của chất điểm**

**1.1.4 Khảo sát các dạng chuyển động đặc biệt**

## 1.1.1 . PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH QUỹ ĐẠO

### Chuyển động, chất điểm:

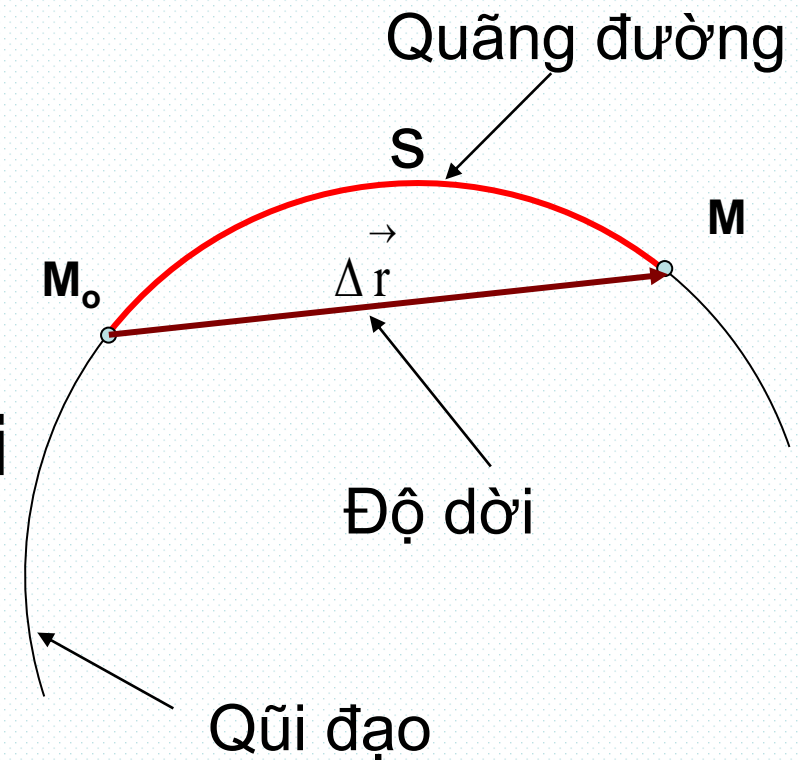
- **Chuyển động cơ học (chuyển động):** là sự thay đổi vị trí của các vật thể.
- **Chất điểm:** là vật thể có kích thước không đáng kể so với những kích thước, khoảng cách mà ta xét.

**Lưu ý:** khái niệm chuyển động, chất điểm có tính tương đối.

# 1.1.1 . CÁC K/N CƠ BẢN VỀ CĐ

## 3) Quỹ đạo, quãng đường và độ dời:

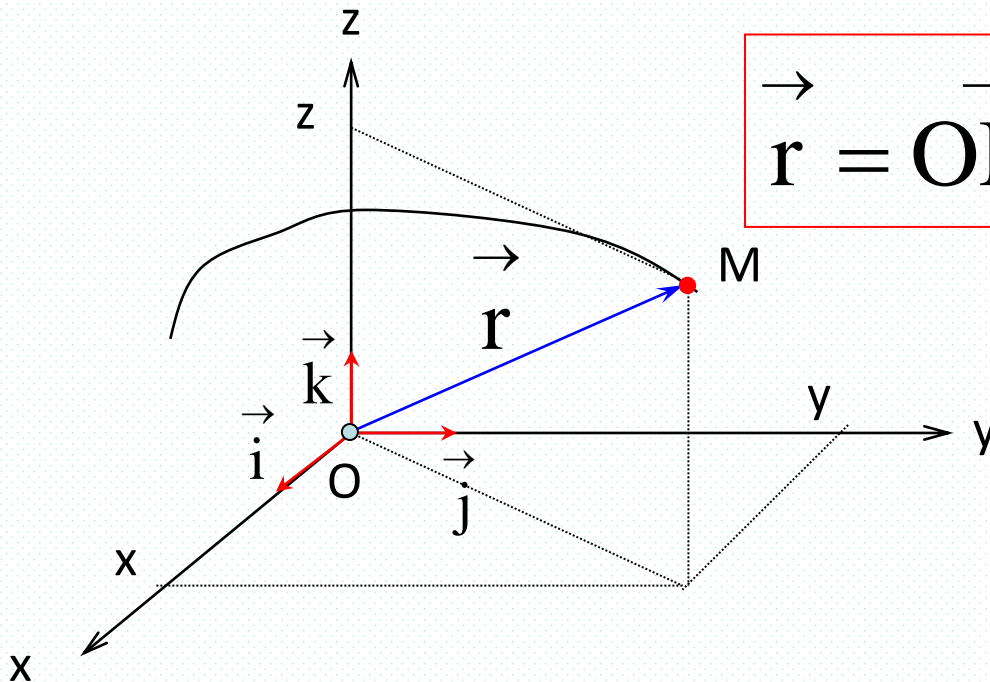
- **Quỹ đạo:** là tập hợp các vị trí của chất điểm trong quá trình chuyển động.
- **Quãng đường:** là độ dài của vết mà chất điểm vạch ra trong thời gian khảo sát chuyển động.
- **Độ dời:** là vectơ nối từ vị trí đầu đến vị trí cuối.



# 1.1.1 . CÁC K/N CƠ BẢN VỀ CĐ

## 4) Hệ qui chiếu:

Là hệ thống gồm một **vật mốc**, **hệ tọa độ** gắn với vật mốc đó và **đồng hồ** đo thời gian, dùng để xác định vị trí của các vật khác.



$$\vec{r} = \vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

**Hệ tọa độ Descartes**



## 1.1.1 . CÁC K/N CƠ BẢN VỀ CĐ

**Ví dụ:** Xác định quỹ đạo biết PTCĐ có dạng:

$$\text{a) } \begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = 15t + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 15t - 9 \\ y = 15t + 4 \end{cases} \Rightarrow y - 3x = 13$$

**Vậy, quỹ đạo là đường thẳng (d):**  $y = 3x + 13$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 5t - 1 \\ y = 4 + 50t^2 \end{cases} \Rightarrow y = 4 + 50 \left( \frac{x+1}{5} \right)^2 = 2x^2 + 4x + 6$$

**Vậy, quỹ đạo là parabol (P):**  $y = 2x^2 + 4x + 6$

More example



# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 1 – Tốc độ trung bình và vận tốc trung bình:

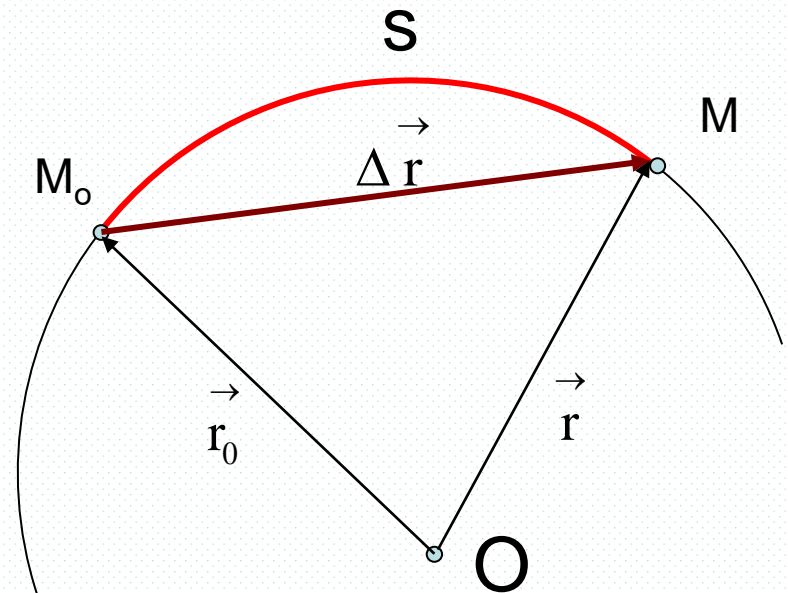
**Tốc độ trung bình:**

$$V_s = \bar{v} = \frac{s}{t}$$

$$V_s = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

**Vận tốc trung bình:**

$$\vec{V}_{tb} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$





## 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**Ví dụ:**

Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B với tốc độ  $v_1 = 30\text{km/h}$ ; rồi ngược dòng từ B về A với tốc độ  $v_2 = 20\text{km/h}$ . Tính tốc độ trung bình trên lộ trình đi – về của canô.

**Giải:**

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{s}{t} = \frac{AB + BA}{t_1 + t_2} = \frac{AB + AB}{\frac{AB}{v_1} + \frac{AB}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} \\ &= \frac{2.30.20}{30 + 20} = 24\text{km / h} \end{aligned}$$

# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

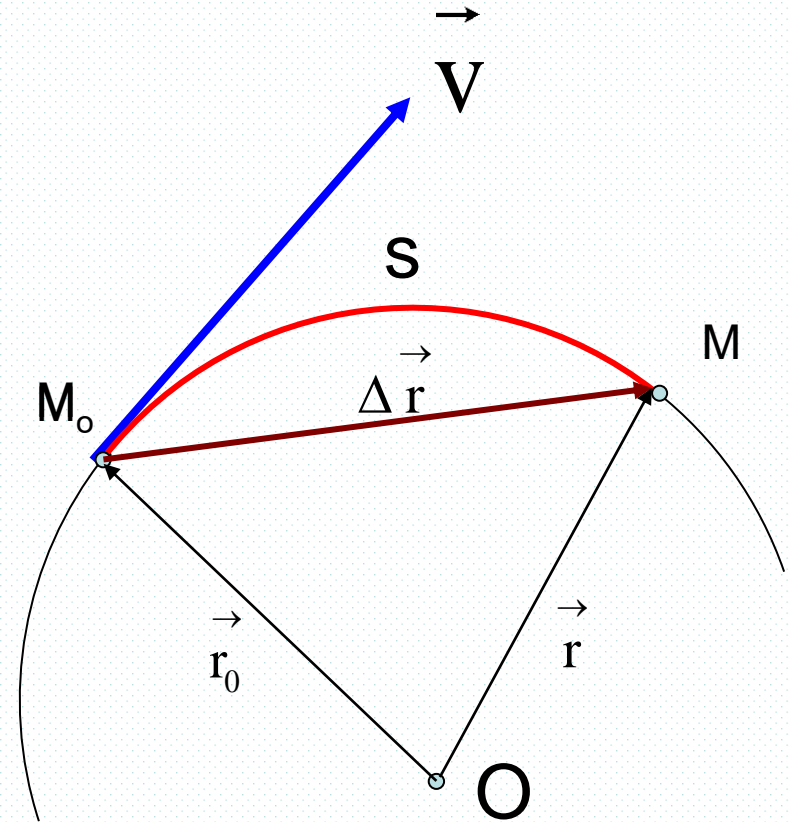
## 2 – Tốc độ tức thời và vận tốc tức thời:

**Tốc độ tt:**

$$v_s = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{s}{t} = \frac{ds}{dt} = s'$$

**Vận tốc tt:**

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (\vec{r})'$$



# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

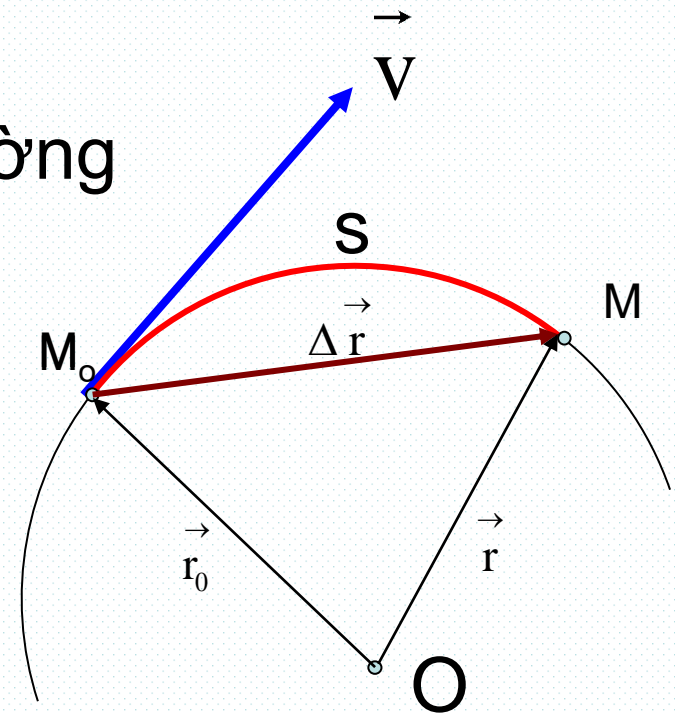
## 2 – Tốc độ tức thời và vận tốc tức thời:

### Đặc điểm của vector vận tốc tức thời:

- **Phương:** tiếp tuyến với quỹ đạo
- **Chiều:** theo chiều chuyển động
- **Độ lớn:** đạo hàm của quãng đường

$$v = \left| \vec{v} \right| = r'$$

- **Điểm đặt:** tại điểm khảo sát



## 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

### 3 – Ý nghĩa của tốc độ và vận tốc:

- Tốc độ là đại lượng vô hướng, không âm, đặc trưng cho tính nhanh, chậm của chuyển động.
- **Vận tốc là đại lượng vector.** Vận tốc tức thời đặc trưng cho phương, chiều và độ nhanh chậm của chuyển động.
- **Độ lớn của vận tốc tức thời chính là tốc độ tức thời.**

# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 4 – Biểu thức giải tích của vectơ vận tốc:

**Trong hệ tọa độ Descartes:**  $\vec{r} = \vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}$$

**Trong đó:**

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = x' \\ v_y = \frac{dy}{dt} = y' \\ v_z = \frac{dz}{dt} = z' \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 5. Tính quãng đường:

**Tổng quát:**

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

**với:**  $v = |\vec{v}|$

**Nếu  $v = \text{const}$  thì:**

$$s = v.(t_2 - t_1) = v.t$$

**Ví dụ:** trong mp (Oxy), chất điểm chuyển động với pt: 
$$\begin{cases} x = 5 - 10 \sin 2\pi t \\ y = 4 + 10 \sin 2\pi t \end{cases} \quad (\text{SI})$$

- Xác định vị trí của chất điểm lúc  $t = 5\text{s}$ .
- Xác định quỹ đạo.
- Xác định vector vận tốc lúc  $t = 5\text{s}$ .
- Tính quãng đường vật đi từ lúc  $t = 0$  đến  $t = 5\text{s}$ .  
Suy ra tốc độ TB trên quãng đường này.

# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## Giải

a) Lúc  $t = 5\text{s}$ , chất điểm ở tọa độ:  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} (\text{SI})$

b) Quỹ đạo là đường thẳng:  $x + y = 9$

c) Ta có:  $\begin{cases} v_x = x' = -20\pi \cos(2\pi t) \\ v_y = y' = 20\pi \cos(2\pi t) \end{cases} (\text{SI}) \Rightarrow v = 20\pi\sqrt{2} |\cos(2\pi t)|$

**Lúc  $t = 5\text{s}$ , thì:**

$$\Rightarrow v = 20\pi\sqrt{2} \approx 88,9 (\text{m/s})$$

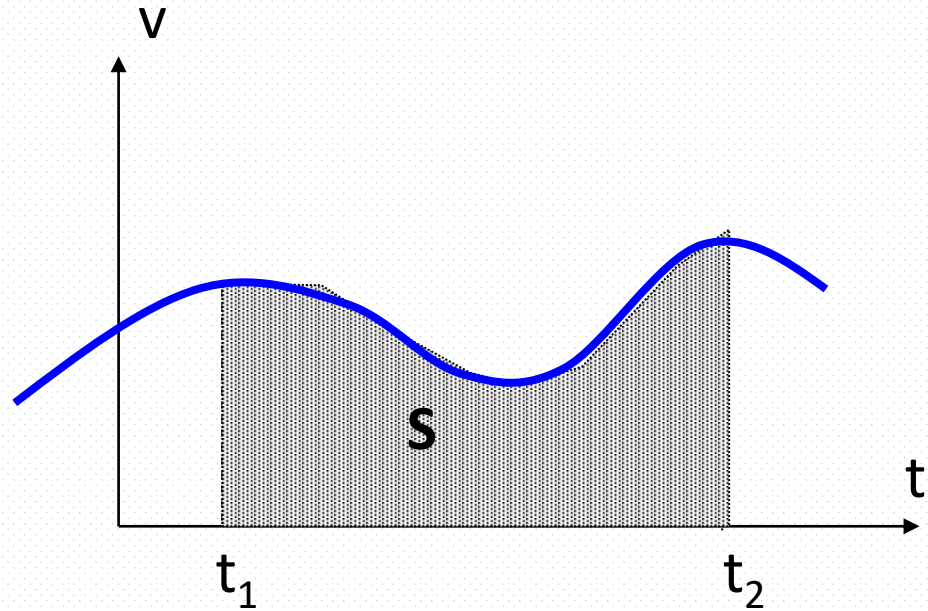
d) Quãng đường:

$$s = \int_0^5 v dt = 20\pi\sqrt{2} \int_0^5 |\cos(2\pi t)| dt = 20 \cdot 20\pi\sqrt{2} \int_0^{0,25} \cos(2\pi t) dt \approx 283\text{m}$$

# 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

Ý nghĩa hình học của công thức tính quãng đường:

**s** = trị số  
diện tích hình  
phẳng giới  
hạn bởi đồ  
thị  $v(t)$  với  
trục  $Ot$ .



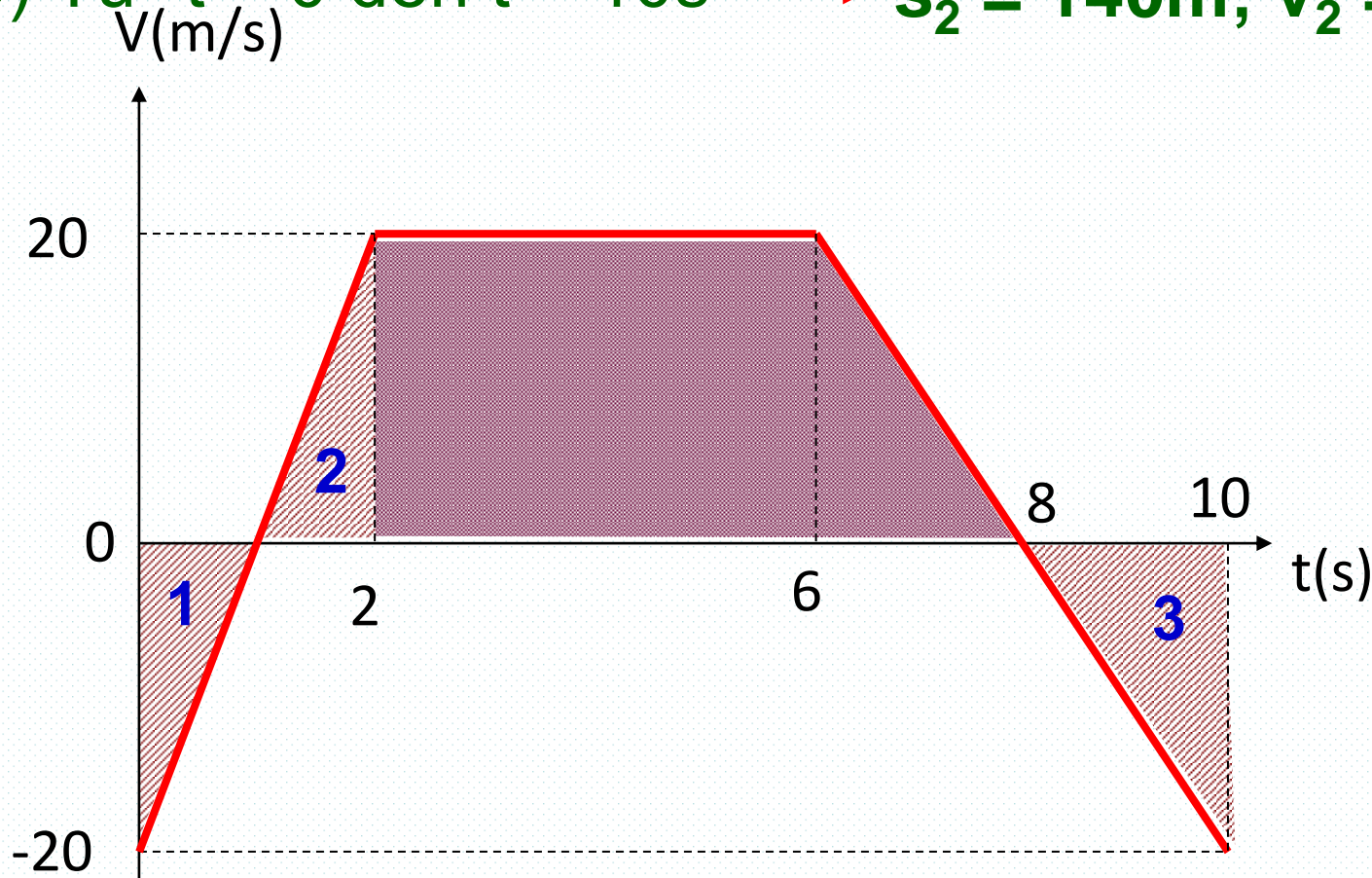


## 1.1.2. VẬN TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**Ví dụ:** Cho đồ thị vận tốc như hình vẽ. Tính quãng đường và tốc độ trung bình trong t/g:

a) Từ  $t = 2\text{s}$  đến  $t = 8\text{s}$   $\longrightarrow s_1 = 100\text{m}; v_1 = 16,7\text{m/s}$

b) Từ  $t = 0$  đến  $t = 10\text{s}$   $\longrightarrow s_2 = 140\text{m}; v_2 = 14\text{m/s}$



# 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 1 – Định nghĩa:

Gia tốc trung bình:

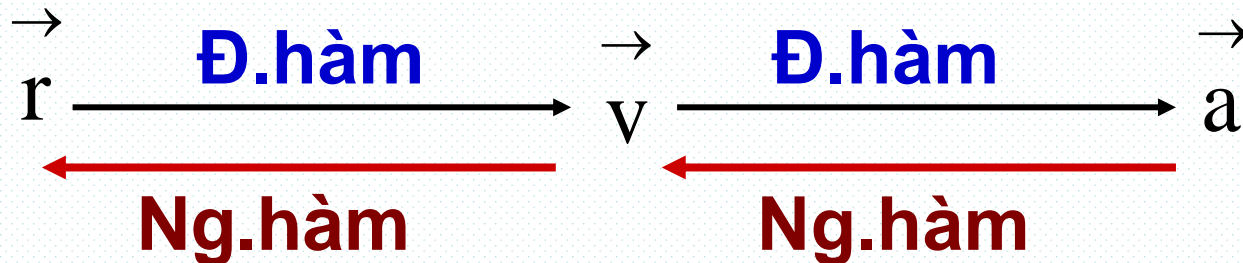
$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Gia tốc tức thời:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{v})'$$

Ý nghĩa gia tốc:

Đặc trưng cho sự biến thiên nhanh hay chậm của vector vận tốc.



# 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 2 – Biểu thức giải tích của vectơ gia tốc:

Trong hệ tọa độ Descartes, ta có:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

với:

$$\begin{cases} a_x = v'_x = \frac{dv_x}{dt} = x'' = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = v'_y = \frac{dv_y}{dt} = y'' = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = v'_z = \frac{dv_z}{dt} = z'' = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

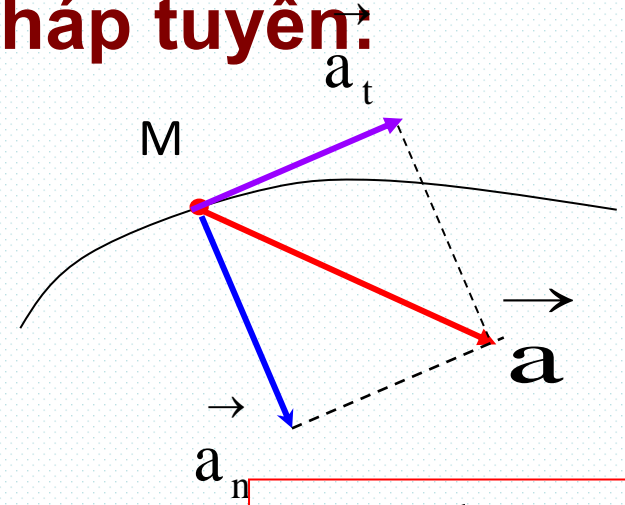
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

# 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

## 3 – Gia tốc tiếp tuyến & gia tốc pháp tuyến:

**Cđ cong:**

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow a^2 = a_t^2 + a_n^2$$



**Ý nghĩa:**

- **GTTT** đặc trưng cho sự thay đổi về độ lớn của vector vận tốc.

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v'$$

- **GTPT** đặc trưng cho sự thay đổi về phương của vector vận tốc.

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

- Vector gia tốc (toàn phần) luôn hướng vào bề lõm của quỹ đạo.

**R là bán kính chính khúc của quỹ đạo.**

## 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**Ví dụ 1:** Chất điểm chuyển động với phương trình:

$$\begin{cases} x = 15t \\ y = 5t^2 \end{cases} \text{ (SI)}$$

- a) Xác định vector vận tốc, gia tốc lúc  $t = 2\text{s}$ .
- b) Xác định  $a_t$ ,  $a_n$ ,  $R$  lúc  $t = 2\text{s}$ .
- c) Tính  $s, v_s$ , trong thời gian  $2\text{s}$  kể từ lúc  $t = 0$ .

**Giải**

**Ta có:**  $\vec{v} \begin{cases} v_x = x' = 15 \\ v_y = y' = 10t \end{cases} \text{ (SI)} ; \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = x'' = 0 \\ a_y = y'' = 10 \end{cases} \text{ (SI)}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{225 + 100t^2} \quad a = 10\text{m/s}^2 = \text{const}$$

## 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

a) Lúc  $t = 2\text{s}$  thì:  $v = 25\text{m/s}$        $a = 10\text{m/s}^2$

b) Gia tốc  $t_t$ ,  $p_t$ , bán kính quỹ đạo lúc  $t = 2\text{s}$ :

**Gia tốc tiếp tuyến:**  $a_t = (v)' = \frac{100t}{\sqrt{225+100t^2}} = 8\text{m/s}^2$

**Gia tốc pháp tuyến:**  $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = 6\text{m/s}^2$

**Bán kính chính khúc của quỹ đạo:**

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{625}{6} \approx 104\text{m}$$

## 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**c) Tính  $s$ ,  $v_s$  trong thời gian 2s kể từ  $t = 0$ :**

$$s = \int_0^2 v dt = 10 \int_0^2 \sqrt{2,25 + t^2} dt$$

$$s = 10 \left[ \frac{t}{2} \sqrt{2,25 + t^2} + \frac{2,25}{2} \ln | t + \sqrt{2,25 + t^2} | \right]_0^2 \approx 37,4\text{m}$$

$$v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{37,4}{2} = 18,7\text{m/s}$$

# 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**Ví dụ 2:** Chất điểm chuyển động với phương trình:

$$\begin{cases} x = 3t^2 - \frac{4}{3}t^3 \\ y = 8t \end{cases} \quad (\text{SI})$$

Xác định vận tốc, gia tốc  $a$ ,  $a_t$ ,  $a_n$ ,  $R$  lúc  $t = 2\text{s}$ .

**Giải**

**Ta có:**

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = x' = 6t - 4t^2 \\ v_y = y' = 8 \end{cases} \quad (\text{SI}) \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(6t - 4t^2)^2 + 64}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = x'' = 6 - 8t \\ a_y = y'' = 0 \end{cases} \quad (\text{SI}) \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = |6 - 8t|$$



# 1.1.3 – GIA TỐC CHUYỂN ĐỘNG CỦA CĐ

**Lúc  $t = 2\text{s}$  thì:**

$$v = \sqrt{(12 - 16)^2 + 64} = 4\sqrt{5} \approx 8,94\text{m/s}$$

$$a = |6 - 8.2| = 10\text{m/s}^2$$

**Gia tốc tiếp tuyến:**

$$\begin{aligned} a_t = (v)' &= \left( \sqrt{(6t - 4t^2)^2 + 64} \right)' = \frac{(6t - 4t^2)(6 - 8t)}{\sqrt{(6t - 4t^2)^2 + 64}} \\ &= 2\sqrt{5} \approx 4,47\text{m/s}^2 \end{aligned}$$

**Gia tốc pháp tuyến:**

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = 4\sqrt{5} \approx 8,94\text{m/s}^2$$

**Bán kính chính khúc của quỹ đạo:**

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{8,94^2}{8,94} = 8,94\text{m}$$



**Ví dụ 1:** Một ô tô đang chuyển động thẳng thì gặp một chướng ngại vật. Tài xế hãm xe, kể từ đó vận tốc của xe giảm dần theo qui luật:  $v = 20 - \frac{4}{45} t^2$  (m/s).

Tính quãng đường ô tô đã đi kể từ lúc  $t = 0$  đến khi dừng.

- a) 100 m                      b) 150 m
- c) 200 m                      d) 50m

**Ví dụ 2:** Một ô tô đang chuyển động thẳng thì gặp một chướng ngại vật. Tài xế hãm xe, kể từ đó vận tốc của xe giảm dần theo qui luật:  $v = 20 - \frac{4}{45} t^2$  (m/s).

Tính vận tốc trung bình kể từ lúc  $t = 0$  đến khi dừng.

- a) 13,3 m/s                      b) 15m/s
- c) 17,3 m/s                      d) 20m/s

**Ví dụ 3:** Chất điểm chuyển động thẳng với phương trình:  
 $x = 10 + 6t^2 - 4t^3$  (SI). Tính quãng đường chất điểm đi trong 3 giây, kể từ lúc  $t = 0$ .

A.  $s = 44\text{m}$ .

B.  $s = 54\text{m}$ .

C.  $s = 56\text{m}$ .

D.  $s = 58\text{m}$ .

**Ví dụ 4:** Chất điểm chuyển động thẳng với phương trình:  
 $x = 10 + 6t^2 - 4t^3$  (SI). Tính tốc độ trung bình của chất điểm trong 3 giây, kể từ lúc  $t = 0$ .

A.  $14,7 \text{ m/s}$ .

B.  $18 \text{ m/s}$ .

C.  $20 \text{ m/s}$ .

D.  $19,3 \text{ m/s}$ .

## 1.1.4. CÁC CHUYỂN ĐỘNG ĐƠN GIẢN

1. Chuyển động thẳng đều.

2. Chuyển động thẳng biến đổi đều.

3. Rơi tự do.

4. Chuyển động tròn đều.

5. Chuyển động tròn biến đổi đều.

6. Chuyển động ném xiên, đứng, ngang.

# Một số chuyển động đơn Giản

## 1. Chuyển động thẳng đều.

- Chuyển động thẳng đều: Là chuyển động với vận tốc không đổi

$$\text{Ta có: } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \text{const} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} dt \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt = \vec{v} \int_{t_0}^t dt$$

$$\text{Vậy: } \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0)$$

Nếu chọn trục Ox trùng với phương chuyển động thì ta có:

$$x = x_0 + v(t - t_0)$$

**Tóm lại,** chuyển động thẳng đều có các tính chất:

- Gia tốc:  $\vec{a} = 0$
- Vận tốc:  $\vec{v} = \vec{\text{const}}$
- Quãng đường :  $s = v(t - t_0) = vt$  (nếu chọn  $t_0 = 0$ )
- Tọa độ:  $x = x_0 + v(t - t_0)$  hoặc  $x = x_0 + vt$  (nếu  $t_0 = 0$ )

## 2. Chuyển động thẳng biến đổi đều

Là chuyển động trên đường thẳng với gia tốc không đổi  $\vec{a} = \text{const}$

Với điều kiện đó thì:  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$

$$d\vec{r} = \vec{v} dt \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0.(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Nếu chọn trục Ox trùng (hoặc song song) với quỹ đạo và gốc thời gian là lúc bắt đầu khảo sát chuyển động thì các phương trình của chuyển động thẳng biến đổi đều có dạng:

- Gia tốc:  $a = \text{const}$
- Vận tốc:  $v = v_0 + at$
- Tọa độ:  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Công thức độc lập thời gian:  $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$
- Đường đi:  $s = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- $v^2 - v_0^2 = 2as$

giá trị  $v_0$  và  $v$  luôn dương; còn giá trị  $a > 0$  nếu chuyển động là nhanh dần và  $a < 0$  nếu chậm dần.



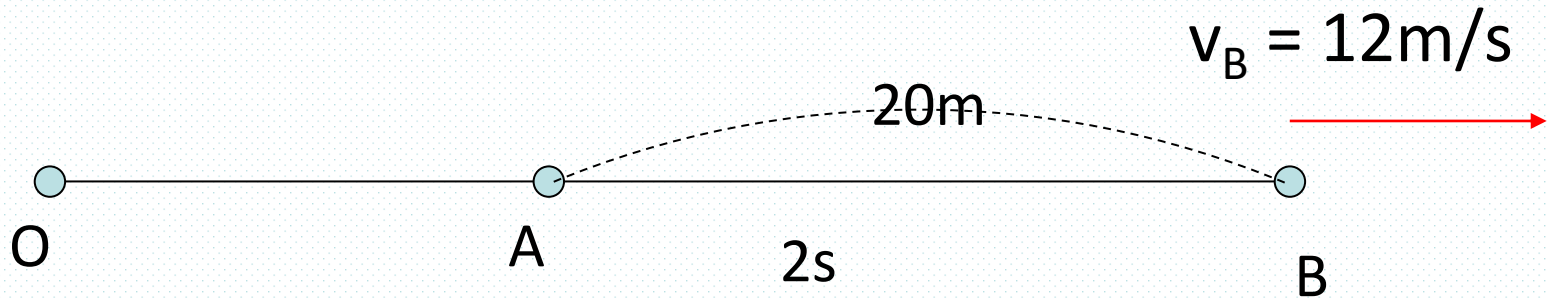
## **Ví dụ về chuyển động thẳng biến đổi đều:**

**Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ O, lần lượt qua A và B. Biết  $AB = 20\text{m}$ , thời gian xe đi từ A đến B là 2 giây, vận tốc khi qua B là  $12\text{m/s}$ .**

**a) Tính vận tốc khi qua A và quãng đường OA.**

**b) Tính thời gian đi từ O đến A.**

# Giải



**a) Ta có:**  $v_B = v_A + at \Leftrightarrow 12 = v_A + 2a \quad (1)$

$$s = AB = v_A t + \frac{1}{2} at^2 \Leftrightarrow 20 = 2v_A + 2a \quad (2)$$

Giải (1) và (2), ta được:  $v_A = 8\text{m/s}$ ;  $a = 2\text{m/s}^2$

$$\text{Mà: } v_A^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow s = OA = \frac{v_A^2}{2a} = \frac{8^2}{4} = 16\text{m}$$

**b) Thời gian đi từ O đến A:**

$$v_A = v_O + at_{OA} \Rightarrow t_{OA} = \frac{v_A}{a} = \frac{8}{2} = 4\text{s}$$

## 4 – Chuyển động tròn đều:

*Chuyển động tròn đều là chuyển động trên đường tròn, với vận tốc góc không đổi.* Tương tự như chuyển động thẳng đều, trong chuyển động tròn đều, ta có các phương trình:

- Gia tốc góc:  $\beta = 0$
- Vận tốc góc  $\omega = \text{const.}$
- Tọa độ góc:  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$
- Góc quay:  $\theta = \omega t$

Chuyển động tròn đều có tính tuần hoàn với *chu kì* (khoảng thời gian để chất điểm quay hết một

vòng):  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

và *tần số* (là số vòng quay được trong một giây):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Trong hệ SI, chu kỳ có đơn vị là giây (s); tần số có đơn vị là Hertz (Hz).

# Ví dụ về chuyển động tròn đều:

Chất điểm chuyển động với phương trình:

$$\begin{cases} x = 10 \sin 5\pi t \\ y = 10(1 - \cos 5\pi t) \end{cases} \text{ (cm; s)}$$

**a) Chứng tỏ vật chuyển động tròn đều. Tính chu kì và bán kính quỹ đạo.**

**b) Tính quãng đường và góc mà chất điểm đã quay trong thời gian 5s.**

## Giải

a) Phương trình quỹ đạo:  $x^2 + (y - 10)^2 = 100$

Vậy chất điểm chuyển động trên **đường tròn** tâm  $I(0;10)\text{cm}$ , bán kính  $R = 10\text{cm}$ .

Ta có:

$$\begin{cases} v_x = x' = 50\pi \cos 5\pi t \\ v_y = y' = 50\pi \sin 5\pi t \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 50\pi = 157\text{cm/s} = \text{const}$$

$\Rightarrow$  **CĐ đều**

Chu kì:  $T = \frac{2\pi R}{v} = 0,4\text{s}$

b) Quãng đường đi trong 5s:

$$s = vt = 785\text{cm} = 7,85\text{m}$$

Góc quay:  $\theta = \frac{s}{R} = \frac{785}{10} = 78,5\text{rad}$

## 5 – Chuyển động tròn biến đổi đều:

*Chuyển động tròn biến đổi đều là chuyển động trên đường tròn với gia tốc góc không đổi.* Tương tự như chuyển động thẳng biến đổi đều, ta có các phương trình:

- Gia tốc góc:  $\beta = \text{const}$
- Vận tốc góc:  $\omega = \omega_0 + \beta t$ .
- Tọa độ góc:  $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$
- Góc quay:  $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$
- Công thức độc lập với thời gian:  $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta$

## **Ví dụ :**

**Bánh mài của máy mài đang quay với vận tốc 300 vòng/phút thì bị ngắt điện. Nó quay chậm dần đều, sau đó 1 phút, vận tốc còn 180 vòng/phút.**

**a) Tính gia tốc góc và số vòng quay của bánh mài trong 1 phút đó.**

**b) Sau bao lâu kể từ khi ngắt điện, bánh mài sẽ dừng? Khi đó nó đã quay được bao nhiêu vòng? Tính vận tốc góc trung bình trong thời gian đó.**

# Giải

**a) Gia tốc góc:**  $\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{6\pi - 10\pi}{60} = -\frac{\pi}{15} (\text{rad} / \text{s}^2)$

**Góc quay:**  $\theta_1 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta} = \frac{(6\pi)^2 - (10\pi)^2}{-2\pi / 15} = 480\pi (\text{rad})$

**Số vòng quay:**  $N_1 = \frac{\theta_1}{2\pi} = 240$

**b) Khi dừng:**  $\omega = \omega_0 + \beta t = 0 \Rightarrow t = -\frac{\omega_0}{\beta} = 150\text{s}$

**Góc quay:**  $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{-\omega_0^2}{2\beta} = 750\pi (\text{rad})$

**Số vòng quay:**  $N_2 = \frac{\theta_2}{2\pi} = 375$

**Vận tốc góc trung bình:**  $\omega_{tb} = \frac{\theta_2}{t} = \frac{750\pi}{150} = 5\pi (\text{rad} / \text{s})$



Câu 1: Chất điểm M chuyển động trên đường tròn bán kính  $R = 2\text{m}$  với phương trình:  $s = 3t^2 + t$  (hệ SI). Trong đó, O là điểm mốc trên đường tròn, s là độ dài cung OM. Tính tốc độ góc của chất điểm lúc  $t = 0,5\text{s}$ .

A. 4 rad/s

**B. 2 rad/s**

C. 1 rad/s

D. 3 rad/s

Câu 2: Chất điểm M chuyển động trên đường tròn bán kính  $R = 2\text{m}$  với phương trình:  $s = 3t^2 + t$  (hệ SI). Trong đó, O là điểm mốc trên đường tròn, s là độ dài cung OM. Tính gia tốc góc của chất điểm lúc  $t = 0,5\text{s}$ .

A. 6 rad/s<sup>2</sup>

B. 1,5 rad/s<sup>2</sup>

**C. 3 rad/s<sup>2</sup>**

D. 0 rad/s<sup>2</sup>

**Câu 3:** Chất điểm M chuyển động trên đường tròn bán kính  $R = 2\text{m}$  với phương trình:  $s = 3t^2 + t$  (hệ SI). Trong đó, O là điểm mốc trên đường tròn, s là độ dài cung OM. Tính tốc độ góc trung bình trong thời gian 4 giây, kể từ lúc  $t = 0$ .

A. 3 rad/s.

B. 12,5 rad/s.

C. 6,5 rad/s.

D. 4 rad/s.

# CÁC CHUYỂN ĐỘNG ĐƠN GIẢN

TĐ	TBĐĐ	TRÒN ĐỀU	TRÒN BĐĐ
$a = 0$ $v = \text{const}$ $s = vt$ $x = x_0 + vt$	$a = \text{const}$ $v = v_0 + at$ $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ $= 2as$ <b>Rơi tự do:</b> $v_0 = 0; a = g$	$\beta = 0$ $\omega = \text{const}$ $\theta = \omega t$ $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ <b>Chu kì:</b> $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v}$ <b>Tần số:</b>	$\beta = \text{const}$ $\omega = \omega_0 + \beta t$ $\theta = \omega_0t + \frac{1}{2}\beta t^2$ $\varphi = \varphi_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\beta t^2$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

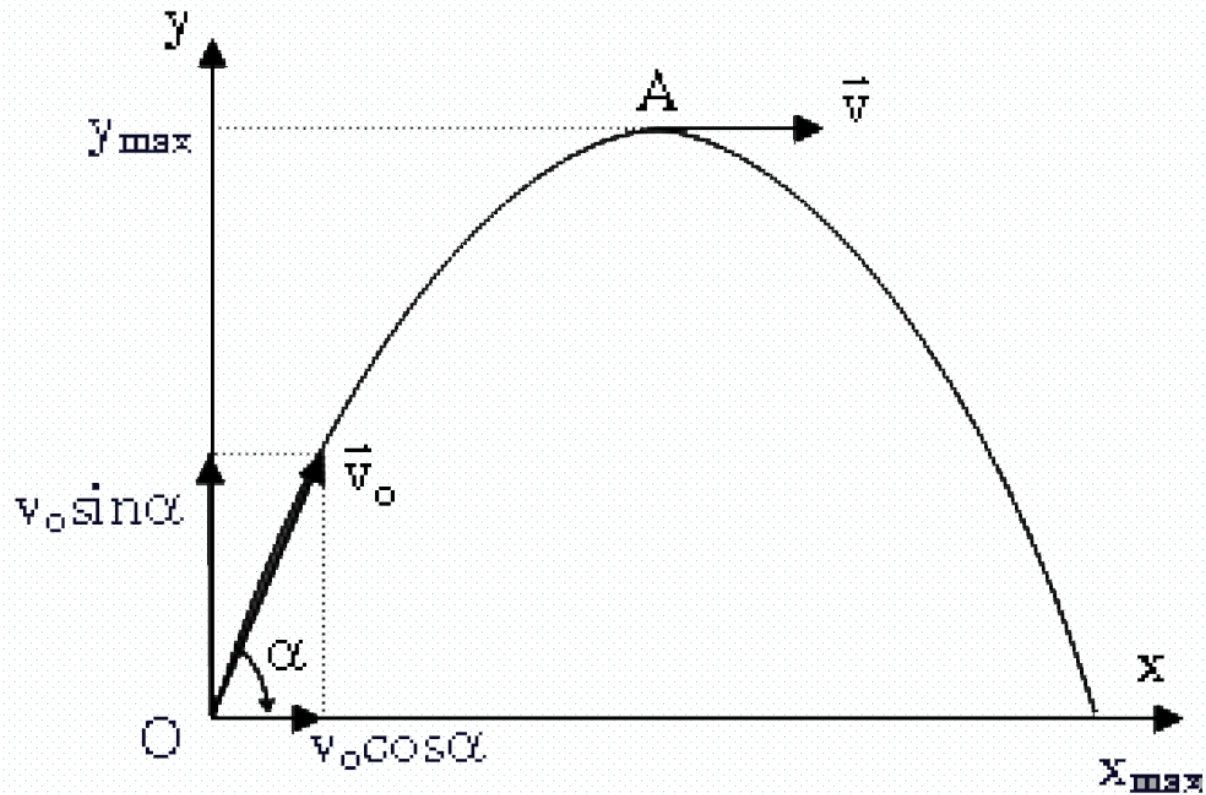
## **Bài Toán chuyển động ném xiên:**

Một viên đạn được bắn lên với vận tốc ban đầu  $V_0$ , hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ .

- Viết phương trình chuyển động của viên đạn.
- Nêu dạng quỹ đạo của viên đạn.
- Tính thời gian viên đạn bay từ thời điểm ban đầu đến thời điểm chạm đất.
- Xác định độ cao và tầm xa của viên đạn trong quá trình chuyển động.
- Xác định bán kính cong của quỹ đạo tại điểm cao nhất.

Bỏ qua sức cản của không khí. Cho gia tốc trọng trường  $g=10\text{m/s}^2$ .

# Chuyển động ném xiên:



# Các phương trình của chuyển động ném xiên:

**Gia tốc:**  $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad (1)$

**Vận tốc:**  $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{ox} = v_o \cos \alpha \\ v_y = v_{oy} + a_y t = v_o \sin \alpha - gt \end{cases} \quad (2)$

**PTCĐ:**  $\begin{cases} x = v_{ox} t = v_o \cos \alpha \cdot t \\ y = v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 \end{cases} \quad (3)$

(4)

## Các phương trình của chuyển động ném xiên:

**PTQĐ:**

$$y = x.\operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} .x^2 \Rightarrow \text{Parabol} \quad (5)$$

**Độ cao cực đại:**

$$h_{\max} = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (6)$$

**Tầm xa:**

$$X_{\max} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (7)$$

## Nhận xét:

- Tầm xa lớn nhất khi góc ném  $\alpha = 45^\circ$ .
- Có 2 góc ném:  $\alpha$  và  $(90^\circ - \alpha)$  cho cùng một tầm xa.
- Khi  $\alpha = 0$ , ta có cỡ ném ngang.
- Khi  $\alpha = 90^\circ$ , ta có cỡ ném đứng.



**Câu 75:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Phương trình nào sau đây là phương trình chuyển động của viên đạn?

A.  $x = 500t; y = 5t^2 \text{ ( SI )}$

B.  $x = 500\sqrt{3}t; y = -5t^2 \text{ ( SI )}$

C.  $x = 500t; y = 500\sqrt{3}t - 5t^2 \text{ ( SI )}$

D.  $x = 500\sqrt{3}t; y = 500t - 5t^2 \text{ ( SI )}$

**Câu 76:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Vector vận tốc của viên đạn có các thành phần nào sau đây?

A.  $v_x = 500\sqrt{3}t; y = 500 - 10t$  ( SI )

B.  $v_x = 500\sqrt{3}; y = 500 - 10t$  ( SI )

C.  $v_x = 500; y = 500\sqrt{3} - 10t$  ( SI )

D.  $v_x = 500; y = 500 - 10t$  ( SI )

**Câu 77:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vectơ vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tốc độ nhỏ nhất của viên đạn trong quá trình chuyển động là bao nhiêu?

- A.  $1000 \text{ m/s}$       B.  $500 \text{ m/s}$       C.  $866 \text{ m/s}$       D.  $710 \text{ m/s}$

**Câu 78:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vectơ vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Sau bao lâu kể từ lúc rời nòng súng, viên đạn sẽ đạt đến độ cao cực đại?

- A.  $100 \text{ s}$       B.  $50 \text{ s}$       C.  $86,6 \text{ s}$       D.  $173 \text{ s}$

**Câu 79:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Sau bao lâu kể từ lúc rời nòng súng, viên đạn sẽ rơi xuống đất?

**A.** 100 s

**B.** 50 s

**C.** 86,6 s

**D.** 173 s

**Câu 80:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vectơ vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tính tầm xa của đạn?

- A. 86600 m.      B. 50000 m.      C. 100000 m.      D. 10000 m.

**Câu 81:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vectơ vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tính bán kính của quỹ đạo tại thời điểm vectơ vận tốc và vectơ gia tốc của viên đạn vuông góc nhau?

- A. 86600 m.      B. 25000 m.      C. 75000 m.      D.  $\infty$

**Câu 82:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tính gia tốc tiếp tuyến tại thời điểm  $t = 50 \text{ s}$ .

- A.  $10 \text{ m/s}^2$ .      B.  $5 \text{ m/s}^2$ .      C.  $8 \text{ m/s}^2$ .      D.  $0 \text{ m/s}^2$ .

**Câu 83:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tính gia tốc pháp tuyến tại thời điểm  $t = 50 \text{ s}$ .

- A.  $10 \text{ m/s}^2$ .      B.  $8 \text{ m/s}^2$ .      C.  $6 \text{ m/s}^2$ .      D.  $0 \text{ m/s}^2$ .



**Câu 87:** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc  $v = 1000 \text{ m/s}$  theo hướng tạo với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Chọn hệ trục Oxy sao cho vector vận tốc ban đầu của viên đạn nằm trong góc phần tư thứ nhất và gốc O trùng với vị trí bắn; gốc thời gian là lúc viên đạn rời nòng súng; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua lực cản không khí. Tính góc tạo bởi vector gia tốc pháp tuyến của viên đạn với vector gia tốc toàn phần của nó khi nó chạm đất.

A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$

C.  $90^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Câu 101:** Chất điểm chuyển động thẳng trên trục Ox với phương trình:  $x = -1 + 3t^2 - 2t^3$  (SI).

Xác định tính chất của chuyển động trong khoảng thời gian từ lúc  $t = 1$  s đến  $t = 5$  s.

A. Nhanh dần theo chiều dương.

B. Chậm dần theo chiều dương.

C. Nhanh dần theo chiều âm.

D. Chậm dần theo chiều âm.

**Câu 102:** Chất điểm chuyển động thẳng trên trục Ox với phương trình:  $x = -1 + 3t^2 - 2t^3$  (SI).

Xác định tính chất của chuyển động trong khoảng thời gian từ lúc  $t = 0$  đến  $t = 1$  s.

A. Nhanh dần theo chiều dương, sau đó chậm dần theo chiều dương.

B. Chậm dần theo chiều dương, sau đó nhanh dần theo chiều âm.

C. Nhanh dần theo chiều dương.

D. Chậm dần theo chiều dương.



## Rơi tự do:

**Gia tốc:**  $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}; g = 10\text{m} / \text{s}^2$

**Vận tốc:**  $v = gt; \quad v_o = 0$

**Quãng đường:**  $s = \frac{1}{2}gt^2$

**Thời gian rơi:**  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

**Vận tốc ngay khi chạm đất:**

$$v = \sqrt{2gh}$$

## Ví dụ:

Từ độ cao 20m, người ta ném đứng vật A với vận tốc  $v_0$ , đồng thời thả rơi vật B. Bỏ qua sức cản không khí, hãy xác định:

- a)  $v_0$  để A rơi xuống đất chậm hơn B 1s.
- b) Khoảng cách lớn nhất giữa A và B trong quá trình chuyển động (ứng với  $v_0$ ).

**Giải:**

**Thời gian rơi của B:**  $t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2s$

**Thời gian cỡ của A:**  $t_A = t_B + 1 = 3s$

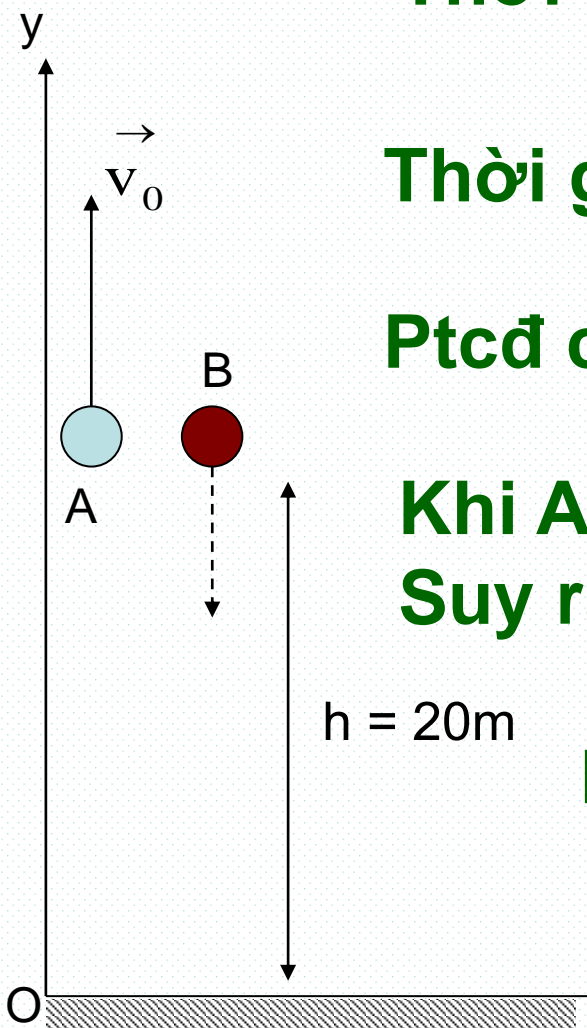
**Ptcđ của A:**  $y_A = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 20 + v_0 t - 5t^2$

**Khi A chạm đất thì  $t = 3s$  và  $y_A = 0$ .**

**Suy ra:**  $0 = 20 + v_0 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 \Rightarrow v_0 = 8,3m/s$

**K/c giữa hai vật:**  $d = |y_A - y_B| = v_0 t$

$\Rightarrow d_{\max} = v_0 t_B = 8,3 \cdot 2 = 16,6m$



# Bài tập

## Bài 1: Xác định quỹ đạo, biết PTCĐ:

$$\text{a) } \begin{cases} x = \cos t \\ y = \cos 2t \end{cases} \Rightarrow (P) : y = 2x^2 - 1 \text{ với } |x| \leq 1$$

$$\text{b) } \vec{r} = \alpha t \cdot \vec{i} - \beta t^2 \cdot \vec{j} \Rightarrow (P) : y = -\frac{\beta}{\alpha^2} \cdot x^2$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = A \sin(\omega t + \varphi) \\ y = B \sin(\omega t + \varphi + k\pi) \end{cases} \Rightarrow (d) : y = \pm \frac{B}{A} x$$

$$\text{d) } \begin{cases} x = A \sin(\omega t + \varphi) \\ y = A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow (C) : x^2 + y^2 = A^2$$

$$\text{e) } \begin{cases} x = 5e^{-2t} \\ y = 4e^{2t} \end{cases} \Rightarrow (H) : y = \frac{20}{x}$$



# Bài tập

## Bài 2:

Một chất điểm chuyển động trên đoạn đường  $s$ . Trên nửa đoạn đường đầu, nó chuyển động với tốc độ  $v_1 = 25\text{km/h}$ . Trong nửa thời gian trên quãng đường còn lại, chất điểm chuyển động với tốc độ  $v_2 = 20\text{km/h}$  và trong thời gian còn lại, nó có tốc độ  $v_3 = 30\text{km/h}$ . Tính tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường.

### Hướng dẫn:

$$v_s = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3}$$



# Bài tập

## Bài 3:

Một chất điểm chuyển động tròn quanh điểm O với góc quay là hàm của vận tốc góc:

$$\theta = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$$

Trong đó  $\omega_0$ ,  $\alpha$  là hằng số dương. Lúc  $t = 0$  thì  $\omega = \omega_0$ . Tìm biểu thức tường minh của góc quay, vận tốc góc và gia tốc góc theo thời gian.

# Bài tập

**Giải:**

Ta có:  $\omega = \omega_0 + \alpha\theta = \frac{d\theta}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{\omega_0 + \alpha\theta} = dt \Leftrightarrow \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\omega_0 + \alpha\theta} = \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\omega_0}{\alpha} (e^{\alpha t} - 1)$$

$$\omega = \omega_0 e^{\alpha t}$$

$$\beta = \alpha \omega_0 e^{\alpha t}$$

