

BÀI GIẢNG VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Bộ môn: Lý-Hóa

Chương 2

CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

MỤC TIÊU BÀI HỌC:

Sau khi học xong bài học sinh viên phải:

- Nhớ và hiểu được các khái niệm và đặc trưng cơ bản của chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.
- Vận dụng các kiến thức đã học thiết lập được phương trình động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.
- Chứng minh được định lý biến thiên momen động lượng và định luật bảo toàn momen động lượng.
- Vận dụng được các kiến thức đã học để giải thích các hiện tượng thực tế và giải các bài toán vật lý.

Để hoàn thành tốt bài học sinh viên cần thực hiện các nhiệm vụ sau:

- **Đọc trước bài: Chuyển động của vật rắn**
- **Theo dõi bài giảng của giảng viên**
- **Hoàn thành các bài tập cuối chương**
- **Nếu có nội dung chưa hiểu, sinh viên liên hệ với giảng viên phụ trách.**

Nội dung:

2.1: Động học vật rắn

2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

2.1.2 Động học vật rắn chuyển động quay

2.2: Động lực học vật rắn

2.2.1 Động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

2.3: Mô men động lượng - định luật bảo toàn xung lượng

2.3.1. Mômen động lượng và mômen xung lượng

2.3.2. Định luật bảo toàn mô men động lượng

2.1 – ĐỘNG HỌC VẬT RẮN

2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Vật rắn tuyệt đối: là vật mà khoảng cách giữa hai điểm bất kì trên vật rắn không đổi trong suốt quá trình vật rắn đứng yên hay chuyển động.

Chuyển động tịnh tiến của một vật rắn: Chuyển động tịnh tiến của một vật rắn là chuyển động trong đó đường thẳng nối hai điểm bất kì của vật luôn song song với chính nó.

Ví dụ:

- Chuyển động của ô tô trên đoạn đường thẳng là chuyển động tịnh tiến.



- Người ngồi trên chiếc đu quay chuyển động tịnh tiến.



2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Đặc điểm của vật rắn chuyển động tịnh tiến: mọi điểm thuộc vật rắn tịnh tiến có cùng:

- Quãng đường dịch chuyển S
- Cùng vận tốc \vec{v}
- Cùng gia tốc \vec{a}

Vậy: Khi khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến thì chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật rắn là đủ.

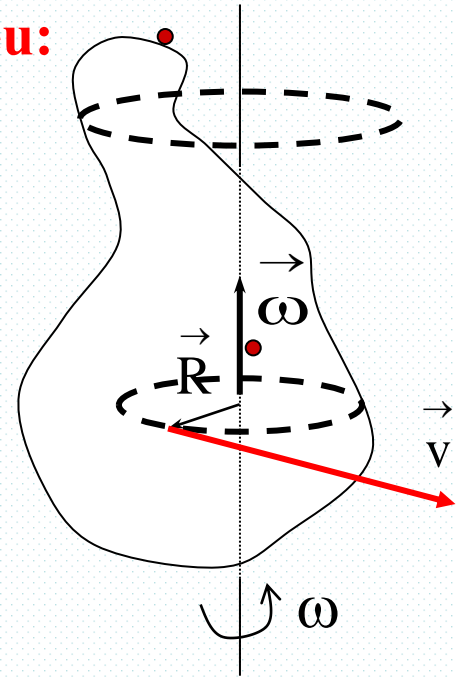
Nhận xét: Quỹ đạo của chuyển động tịnh tiến có thể là đường thẳng, có thể là đường cong.

2.1.2 Động học vật rắn chuyển động quay

Khái niệm: Chuyển động quay là chuyển động mà mọi chất điểm trên vật đều vạch ra quỹ đạo là đường tròn đồng trục với cùng vận tốc góc ω .

Tại một thời điểm, mọi điểm trên vật rắn quay đều:

- Có cùng vận tốc góc ω
- Gia tốc góc β và góc quay θ .
- Cùng quỹ đạo tròn.



Vận tốc dài và gia tốc dài của một điểm bất kì là:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \quad \text{Và độ lớn} \quad v = \omega.R$$

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{R} \quad a = \beta.R$$

Xét vật rắn chuyển động phức tạp :

Phân tích chuyển động phức tạp thành 2 chuyển động đồng thời:

- Tịnh tiến của khối tâm G.
- Quay quanh trục qua khối tâm G.

2.2 – ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

2.2.1 Động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Xét vật rắn gồm hệ chất điểm m_1, m_2, \dots, m_n .

Chịu lực tác dụng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$

Gia tốc của từng chất điểm thu được lực là $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3 = \dots = \vec{a}_n = \vec{a}$

Định luật II Niu tơn: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) \vec{a}$

Đặt $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = M$$

Suy ra phương trình động lực học vật rắn tịnh tiến $\vec{F} = M \cdot \vec{a}$

\vec{F} là tổng véc tơ ngoại lực tác dụng lên vật rắn

\vec{a} : là gia tốc của vật rắn,

M là khối lượng của vật rắn.

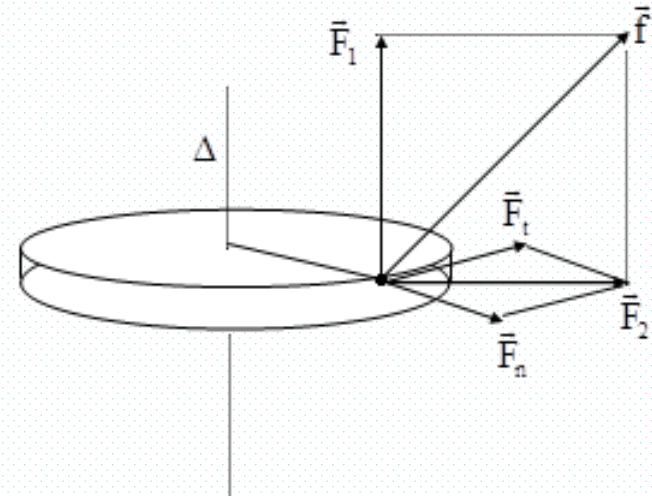
2.2 – ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

Mômen lực đối với trục quay:

Xét vật rắn chuyển động quay xung quanh trục dưới tác dụng của lực \vec{f}

Khảo sát tác dụng làm quay vật rắn của lực \vec{f}



Phân tích lực $\vec{f} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_t + \vec{F}_n$

Thành phần lực \vec{F}_1 có tác dụng làm dịch vật dọc theo trục quay;

Thành phần lực \vec{F}_n có tác dụng làm dịch vật dời xa trục quay;

Như vậy chỉ có thành phần \vec{F}_t có tác dụng làm quay vật xung quanh trục.

Kết luận: Trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục, thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt của lực mới có tác dụng gây ra chuyển động quay.

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

Nhận xét: Tác dụng làm quay vật không những phụ thuộc vào độ lớn của thành phần lực tiếp tuyến mà đồng thời còn phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm đặt lực tới trục quay. Vậy để đặc trưng cho tác dụng làm quay vật người ta đưa ra khái niệm mômen lực.

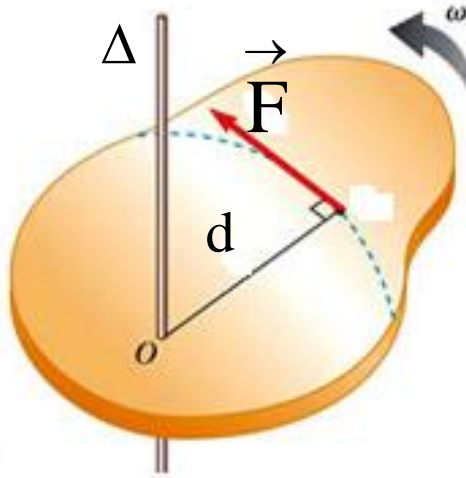
Mô men của lực đối với trục quay: Đặc trưng cho tác dụng làm quay vật quay xung quanh trục.

$$M_{f/\Delta} = M_{F_t/\Delta} = d_F F = rF = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}).$$

Dạng véc tơ: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_t$

- Phương vuông góc với mặt phẳng chứa hai véc tơ \vec{r}, \vec{F}_t
- Chiều sao cho ba véc tơ $\vec{M}, \vec{r}, \vec{F}_t$ theo thứ tự lập thành một tam diện thuận,
- Độ lớn: $M_{f/\Delta} = M_{F_t/\Delta} = d_F F = rF = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}).$

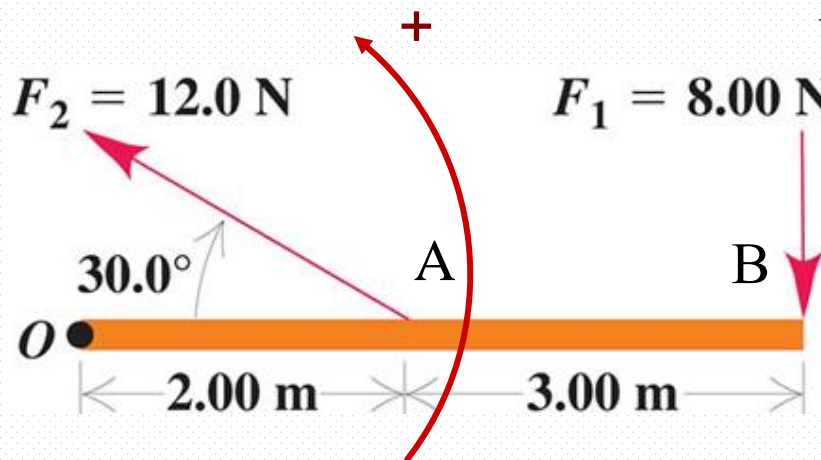
Ví dụ về tính mômen lực



Ví dụ 1: $F = 10\text{N}$; $d = 20\text{cm}$. Tính momen của lực F đối với trục Δ .

$$M_{\Delta} = Fd = 10.0,2 = 2 \text{ Nm}$$

Ví dụ 2: Tổng đại số momen của ngoại lực đối với trục O :



$$M_O = F_2 \cdot OA \cdot \sin 30^\circ - F_1 \cdot OB$$

$$= 12.2.0,5 - 8.5 = -28 \text{ Nm}$$

Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:

Xét vật rắn gồm hệ chất điểm $\Delta m_1 \Delta m \dots \Delta m_n$ chịu lực tác dụng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ làm cho vật rắn chuyển động quay xung quanh một trục cố định, do vậy mọi điểm thuộc vật rắn cũng tham gia chuyển động quay với cùng vận tốc góc và gia tốc góc.

Áp dụng định luật thứ II Newton cho từng chất điểm sau đó chiếu theo phương tiếp tuyến quỹ đạo của chất điểm đó ta được $F_{t1} = \Delta m_1 a_{t1} = \Delta m_1 r_1 \beta$

$$r_1 F_{t1} = \Delta m_1 r_1^2 \beta,$$

$$r_2 F_{t2} = \Delta m_2 r_2^2 \beta,$$

.....

$$r_n F_{tn} = \Delta m_n r_n^2 \beta.$$

Cộng các vế: $r_1 F_{t1} + r_2 F_{t2} + \dots + r_n F_{tn} = (\Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots + \Delta m_n r_n^2) \beta,$

Phương trình viết gọn

$$\sum_1^n M_i = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right] \beta.$$

Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:

Dạng véc tơ của phương trình: $\vec{M} = I\vec{\beta},$

Phương trình dạng đại số $M = I\beta,$

$I = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right]$ là mô men quán tính của vật rắn đối với trục quay.

Đơn vị đo: kg.m^2

Ý nghĩa mômen quán tính I: Đặc trưng cho quán tính của vật rắn chuyển động quay, đóng vai trò như khối lượng m trong chuyển động tịnh tiến. Thật vậy, cùng mômen lực tác dụng, nếu mômen quán tính I càng lớn thì gia tốc góc càng nhỏ vận tốc góc càng ít biến đổi, nghĩa là trạng thái chuyển động quay của vật rắn càng ít thay đổi.

Công thức tính momen quán tính của chất điểm/hệ chất điểm/vật rắn đối với trục quay Δ :

Của một chất điểm:

$$I_D = mr^2$$

r : khoảng cách từ chất điểm đến trục Δ

Của hệ chất điểm:

$$I_{\Delta} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

r_i : khoảng cách từ chất điểm thứ i đến trục Δ

Của một vật rắn:

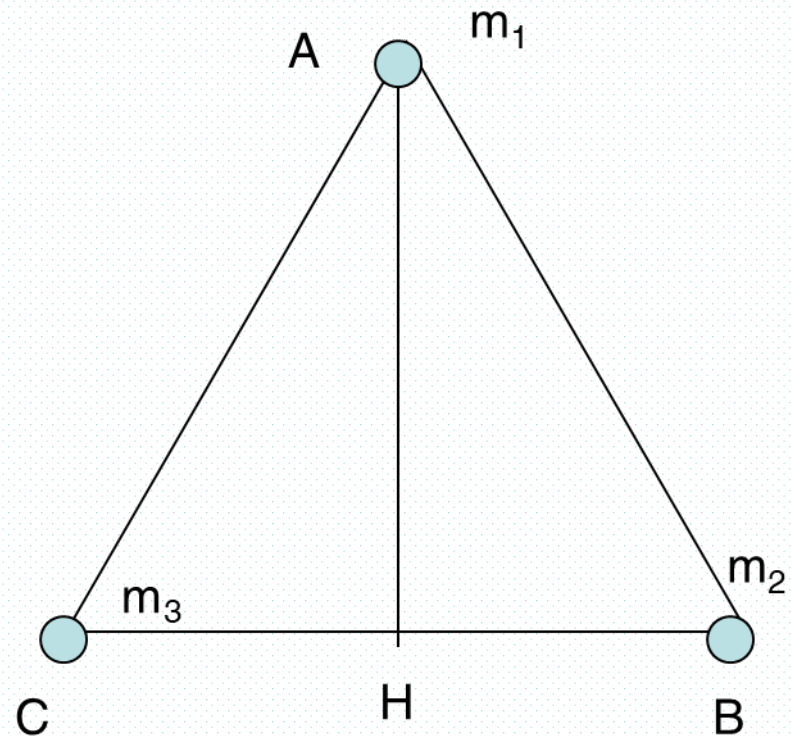
$$I_{\Delta} = \int_{vr} r^2 dm$$

r : khoảng cách từ yếu tố khối lượng dm đến trục Δ

Ví dụ 1:

Ba chất điểm $m_1 = m_0$, $m_2 = 2m_0$, $m_3 = 3m_0$ đặt tại ba đỉnh A, B, C của tam giác đều cạnh a . Tính momen quán tính của hệ đối với trục quay:

- Chứa đường cao AH
- Chứa cạnh AB
- Chứa cạnh BC
- Đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc mặt phẳng ABC



Giải:

Mômen quan tính đối với Δ_1 :

$$I_1 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2$$

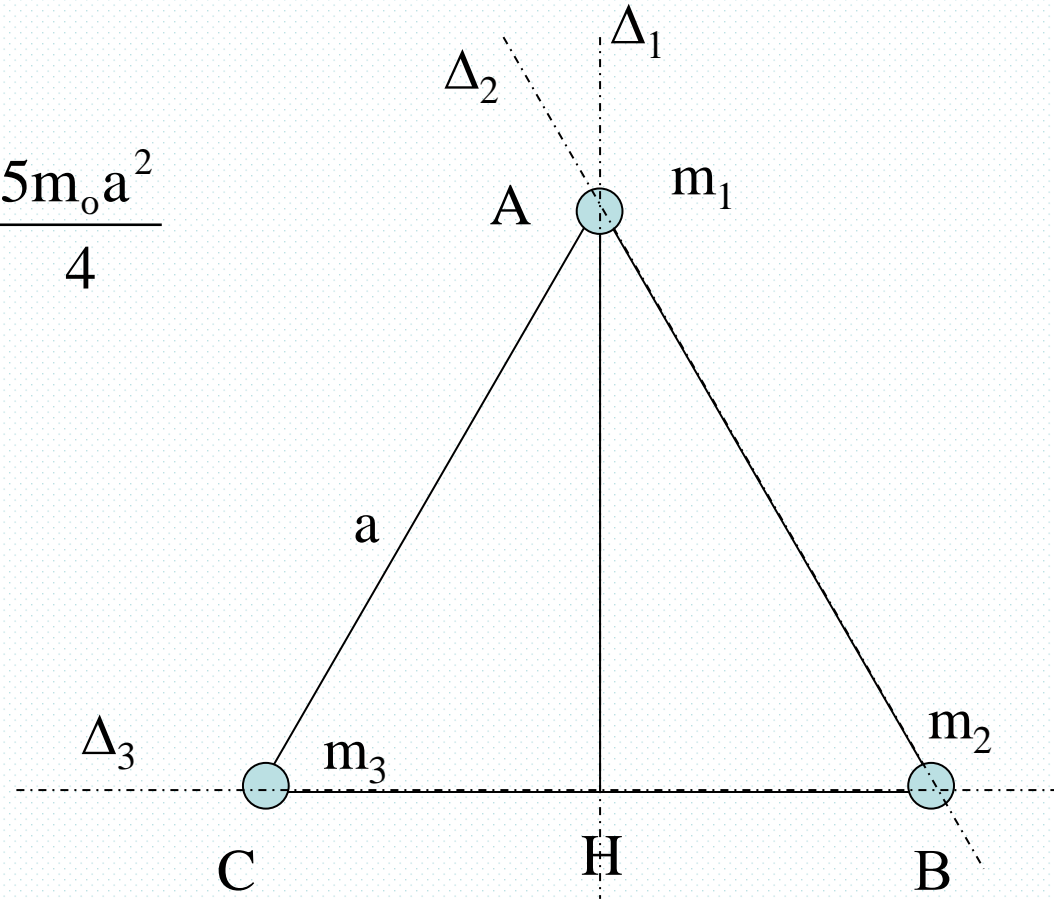
$$I_1 = m_o \cdot 0 + 2m_o \cdot \frac{a^2}{4} + 3m_o \frac{a^2}{4} = \frac{5m_o a^2}{4}$$

Mômen quan tính đối với Δ_2 :

$$I_2 = m_3 r_3^2 = \frac{9m_o a^2}{4}$$

Mômen quan tính đối với Δ_3 :

$$I_3 = m_1 r_1^2 = \frac{3m_o a^2}{4}$$



Ví dụ 2:

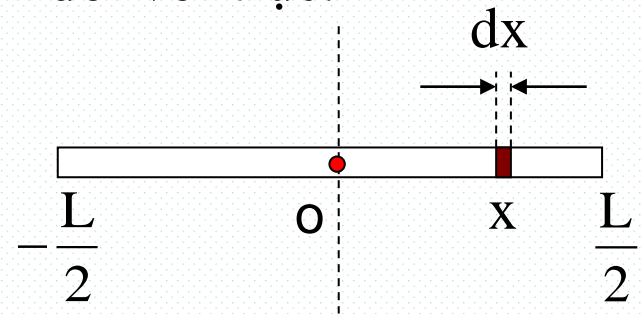
Xác định momen quán tính của một thanh mảnh, đồng chất khối lượng m , chiều dài L đối với trục quay đi qua khối tâm của thanh và vuông góc với thanh.

Giải

- Chia nhỏ thanh thành các vi phân khối lượng dm , dài dx , cách O khoảng x
- Momen quán tính của một vi phân khối lượng dm đối với trục

quay là $dI = r^2 \cdot dm$

Suy ra momen quán tính của thanh đối với trục quay đi qua khối tâm của thanh và vuông góc với thanh.



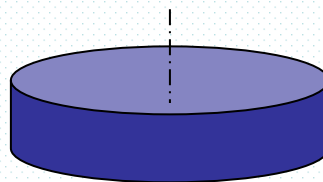
$$I = \int dI = \int_{V_r} r^2 dm = \int_{V_r} x^2 \frac{m}{L} dx = \frac{m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

$$I = \frac{m}{L} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{L^3}{4} = \frac{1}{12} mL^2$$

Mô men quán tính của vật rắn có hình dạng đặc biệt đối với trục quay đối xứng

Khối trụ đặc, đĩa tròn:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$



Khối trụ rỗng, vành tròn:

$$I = mR^2$$



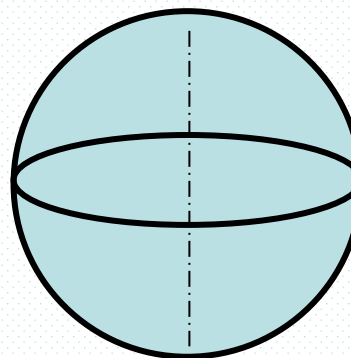
Thanh mảnh dài L:

$$I = \frac{1}{12} mL^2$$



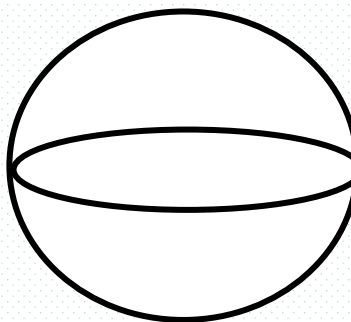
Khối cầu đặc:

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$



Quả cầu rỗng:

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$



Câu 4 : Một ròng rọc bán kính $r=5\text{cm}$ được gắn vào một vô lăng có trục quay. Mômen quán tính của cả hệ $I= 10^{-2} \text{ kgm}^2$. Trên ròng rọc có vắt một sợi dây mảnh không giãn, mỗi đầu dây treo một quả nặng có khối lượng lần lượt là $m_1=0,5\text{kg}$ và $m_2=1\text{kg}$. Cho $g=10\text{m/s}^2$.

a. Tính gia tốc của hai quả nặng.

b. Tính gia tốc góc của ròng rọc.

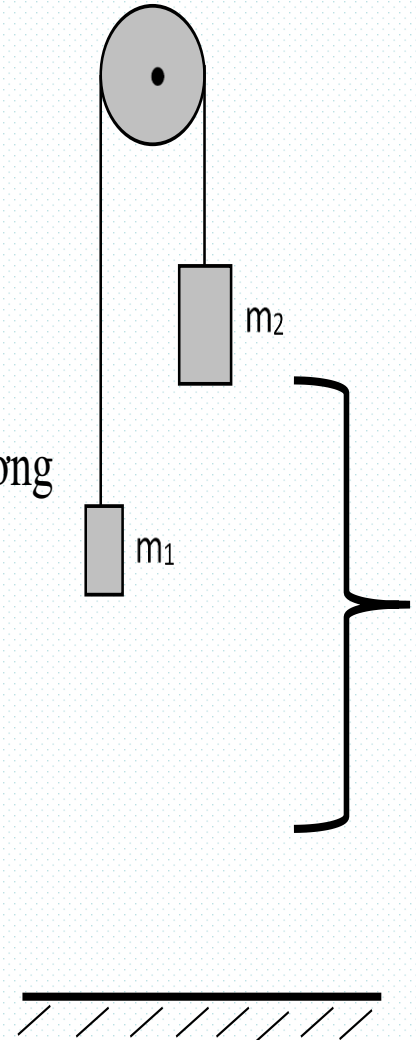
c. Tính lực căng của dây treo các vật.

d. Giả sử hai quả nặng bắt đầu chuyển động khi chúng cách nhau là 50cm theo phương thẳng đứng.

+Hỏi sau bao lâu chúng ở độ cao bằng nhau?

+ Xác định vận tốc của hai vật khi đó?

e. Giả sử ban đầu vật m_2 cách mặt đất $H=1\text{m}$, xác định thời gian để m_2 chạm đất?



BT : Một ròng rọc bán kính $r=5\text{cm}$ được gắn vào một vô lăng có trục quay. Mômen quán tính của cả hệ $I= 10^{-2} \text{ kgm}^2$. Trên ròng rọc có vắt một sợi dây mảnh không giãn, mỗi đầu dây treo một quả nặng có khối lượng lần lượt là $m_1=0,5\text{kg}$ và $m_2=1\text{kg}$. Cho $g=10\text{m/s}^2$.

a. Tính gia tốc của hai quả nặng.

b. Tính gia tốc góc của ròng rọc.

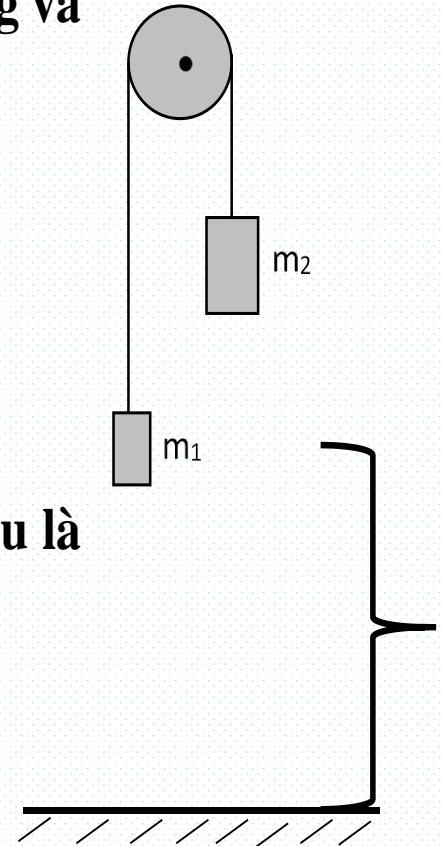
c. Tính lực căng của dây treo các vật.

d. Giả sử hai quả nặng bắt đầu chuyển động khi chúng cách nhau là 50cm theo phương thẳng đứng.

+Hỏi sau bao lâu chúng ở độ cao bằng nhau?

+ Xác định vận tốc của hai vật khi đó?

e. Giả sử ban đầu vật m_2 cách mặt đất $H=1\text{m}$, xác định thời gian để m_2 chạm đất?



Định lý Huygens – Steiner: Áp dụng với các vật rắn có trục quay bất kì

Nếu $\Delta // \Delta_G$ thì:

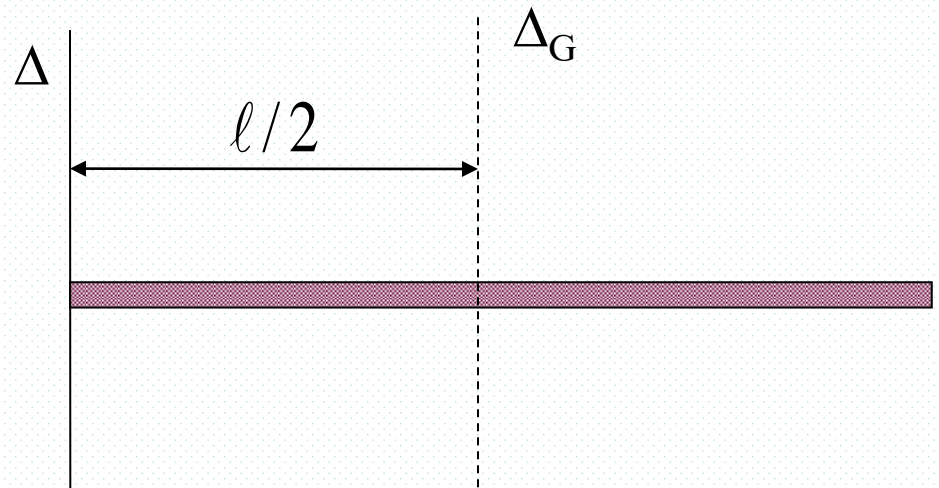
$$I_{\Delta} = I_G + md^2$$

Nội dung: Mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay bất kì bằng momen quán tính của vật rắn với trục quay đối xứng cộng với tích giữa khối lượng của vật với bình phương khoảng cách giữa hai trục quay.

Ví dụ 1: Xác định momen quán tính của thanh dài đồng chất khối lượng m , dài L đối với trục quay Δ

Áp dụng định lý Huygens-steiner

$$I = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m\ell^2$$



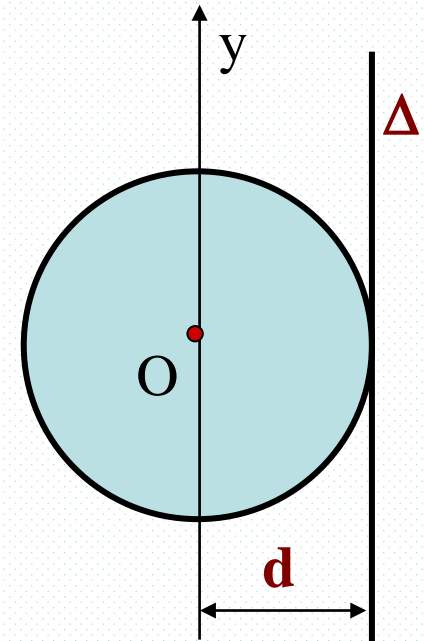
Ví dụ 2: Xác định momen quán tính của một quả cầu đặc đối với trục quay Δ

Áp dụng định lý Huygens-steiner

Mômen quán tính đối với trục Δ :

$$I = I_G + md^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{3}{2}mR^2$$



GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Các bước:

B₁: Phân tích các lực tác dụng lên VR.

B₂: Viết các PTĐLH cho chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay (nếu có).

B₃: Chiếu phương trình vectơ lên các trục tọa độ cần thiết

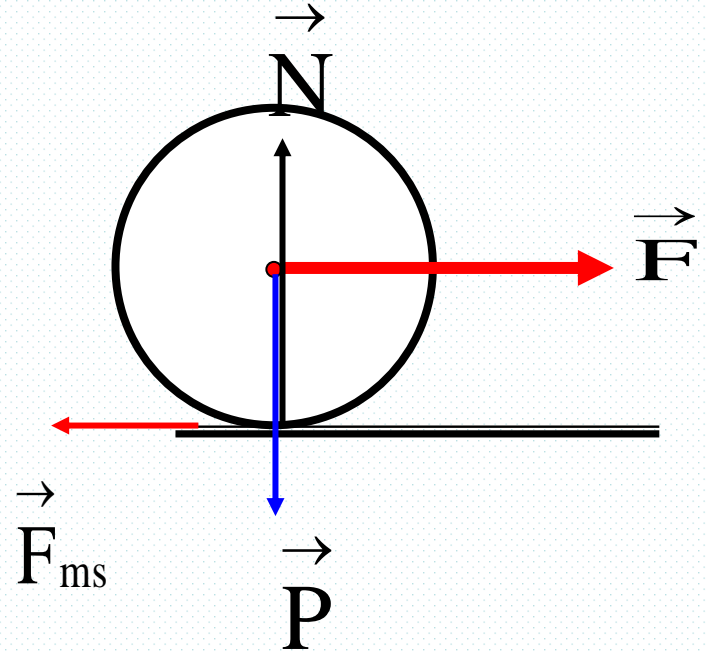
B₄: Giải hệ pt và biện luận kết quả.

Ví dụ 1:

Một khối trụ đặc đồng chất khối lượng m lăn không trượt trên mặt phẳng ngang dưới tác dụng của lực kéo F đặt tại trục quay như hình vẽ. Tính gia tốc tịnh tiến của khối trụ, lực ma sát. Bỏ qua mômen cản lăn.

Vận dụng: $m = 4\text{kg}$; $F = 6\text{N}$

Giải



Phân tích: Vật rắn tham gia đồng thời hai chuyển động: tịnh tiến của khối tâm và chuyển động quay của vật rắn quanh khối tâm.

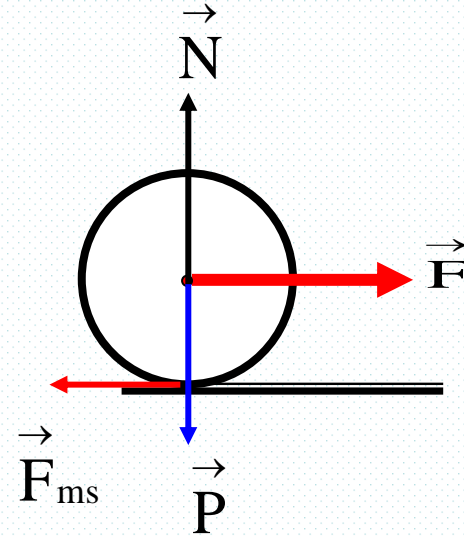
Phương trình ĐLH cho chuyển động tịnh tiến của khối tâm:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a} \quad (1)$$

Phương trình ĐLH cho chuyển động quay quanh khối tâm:

$$F_{ms} \cdot R = I\beta \quad (2)$$

Chiếu (1) lên phương chuyển động: $F - F_{ms} = ma \quad (3)$



Vì vật lăn không trượt, nên: $a = a_t = \beta R \quad (4)$

Giải (2), (3), (4) ta được:

$$a = \frac{F}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2F}{3m} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 1 \text{ m/s}^2$$

Lực masát:

$$F_{ms} = F - ma = \frac{F}{3} = 2 \text{ N}$$

Ví dụ 2: Một sợi dây nhẹ, không co giãn, vắt qua ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng m . Hai đầu dây buộc hai vật m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$).

- Tính gia tốc của các vật và sức căng dây. Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.
- Áp dụng số: $m_1 = 6\text{kg}$; $m_2 = 3\text{kg}$; $m = 2\text{kg}$.

Bài 1. Một bánh xe (có dạng là hình trụ rỗng) bán kính 0.5m , khối lượng $m=50\text{kg}$. Bánh xe chịu tác dụng bởi một lực tiếp tuyến $F_t=100\text{N}$. Hãy tìm:

- a. Gia tốc của bánh xe.
- b. Bao lâu kể từ khi lúc bắt đầu tác dụng lực thì bánh xe có được tần số $N=100$ vòng /phút. Giả thiết lúc đầu xe đứng yên.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật, chiều dương của chuyển động quay cùng chiều kim đồng hồ

Ta có các phương trình đại số

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$T_2 - P_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = I\beta \quad (3)$$

Vì dây không giãn và không trượt trên ròng rọc, nên:

$$a = a_1 = a_2 = a_t = \beta R \quad (4)$$

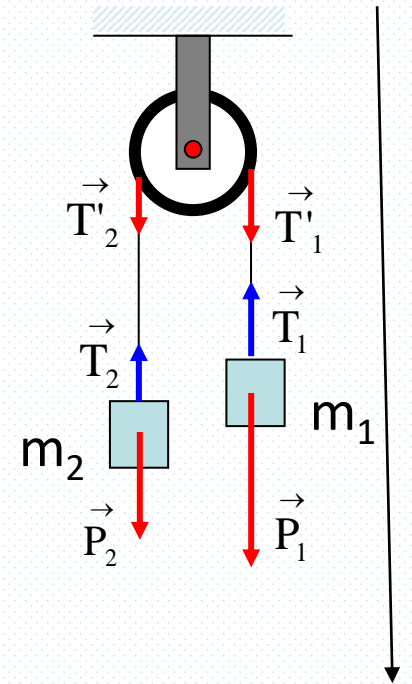
Vì dây nhẹ nên: $T_1 = T'_1$; $T_2 = T'_2$ (5)

Giải hệ phương trình, ta được:

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m}$$

Thay số $a = 10 \frac{6-3}{6+3+1} = 3 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$T_1 = m_1(g - a) = 42 \text{ (N)} \quad \text{và} \quad T_2 = m_2(g + a) = 39 \text{ (N)}$$

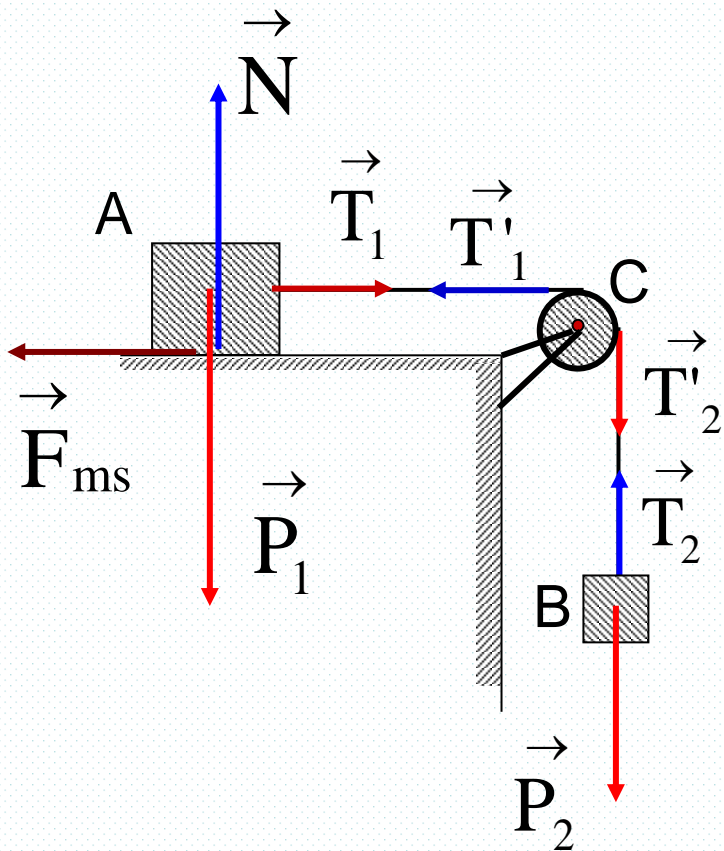


Ví dụ 3:

Cho cơ hệ như hình vẽ. Dây nối rất nhẹ, không co giãn, ròng rọc C có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng m . Hai đầu dây buộc hai vật A và B khối lượng m_1 và m_2 .

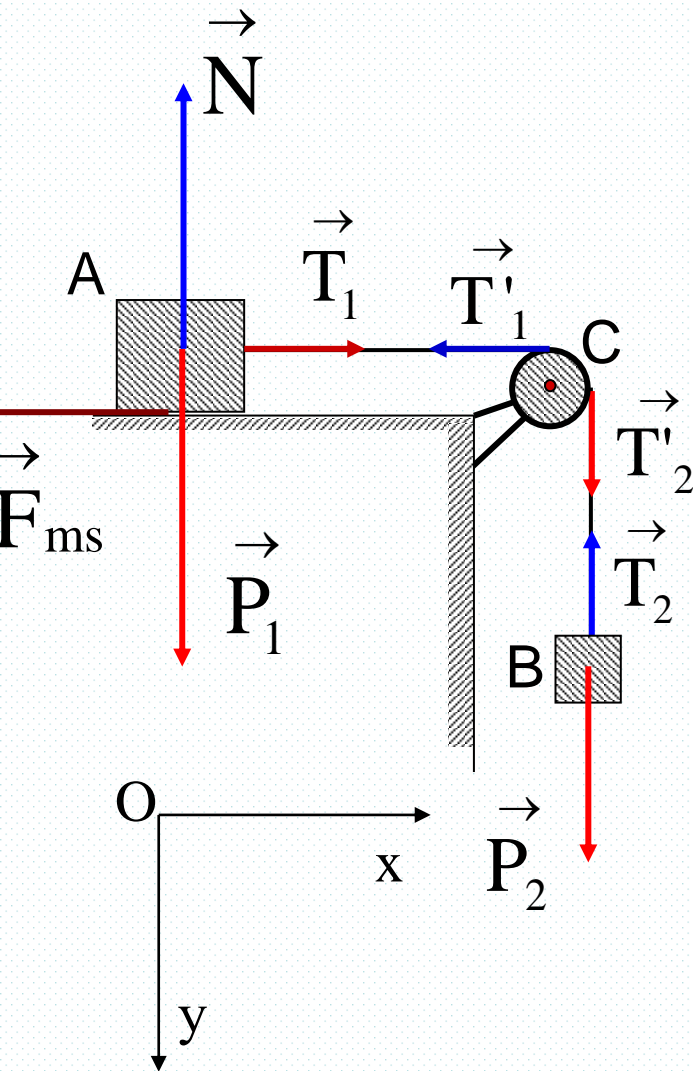
Hệ số ma sát trượt giữa A và mặt bàn là k . Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.

- Xác định gia tốc của các vật
- Sức căng dây theo m_1 , m_2 và k .
- Tìm điều kiện của k để hệ chuyển động.



Hướng dẫn: Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật, chiều dương của chuyển động quay là cùng chiều kim đồng hồ

- Áp dụng định luật II Newton cho chuyển động tịnh tiến của m_1 , m_2 và chuyển động quay của ròng rọc. Sau khi chiếu lên chiều dương ta được.



Vật A $T_1 - F_{ms} = m_1 a_1$ (1)

$$P_1 - N = 0 \quad (2)$$

Vật B $P_2 - T_2 = m_2 a_2$ (3)

Ròng rọc C $T'_2 \cdot R - T'_1 \cdot R = I\beta$ (4)

Dây không giãn, không trượt trên ròng rọc:

$$a_1 = a_2 = a = a_t = \beta \cdot R \quad (5)$$

Khối lượng dây = 0: nên $T'_1 = T_1; T'_2 = T_2$ (6)

$$F_{ms} = kN \quad (7)$$

Đáp số: Sau khi giải hệ thu được

$$a = g \frac{m_2 - km_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_2 = \frac{m_2 g (m_1 + km_1 + \frac{1}{2}m)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_1 = \frac{m_1 g (m_2 + km_2 + \frac{1}{2}km)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

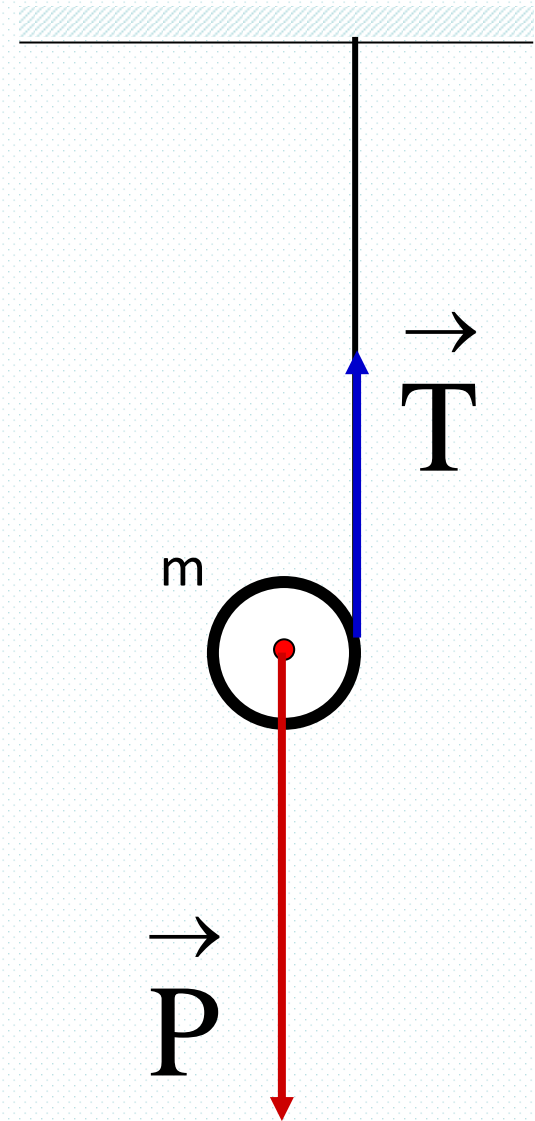
Để hệ chuyển động thì $T_1 > F_{ms} \Rightarrow k$

Ví dụ 4:

Thả cho trụ rỗng lăn xuống dưới. Biết khối lượng của trụ là $m=2\text{kg}$, bán kính trụ là $R=50\text{cm}$. Dây không giãn và không có khối lượng.

- Xác định gia tốc tịnh tiến
- Gia tốc góc của trụ
- Sức căng dây.

Lấy $g=10\text{m/s}^2$.



Hướng dẫn

Phân tích chuyển động gồm hai thành phần: Tịnh tiến của vật m và chuyển động quay của ròng rọc. Áp dụng định luật II cho vật và phương trình cơ bản của chuyển động quay cho ròng rọc, chiều lên chiều dương có:

Ta có:

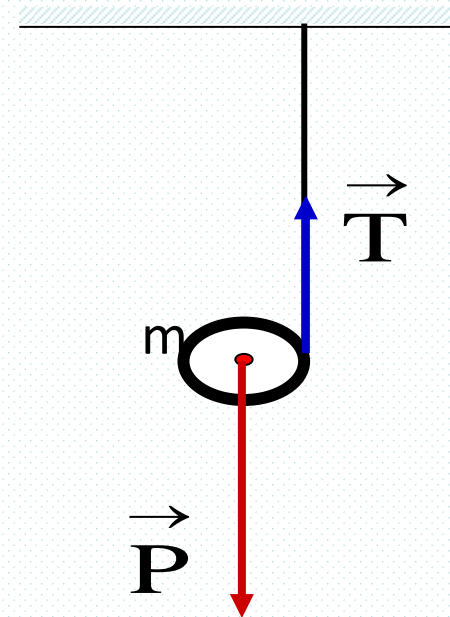
$$P - T = ma \quad (1)$$

$$T.R = I\beta \quad (2)$$

$$a = a_t = \beta R \quad (3)$$

Giải hệ (1), (2), (3) ta được:

$$\begin{aligned} a &= \frac{g}{2} \\ T &= \frac{1}{2}mg \\ \beta &= \frac{g}{2R} \end{aligned}$$



2.3.1. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MÔ MEN XUNG LƯỢNG

2.3.1. Mômen động lượng và mômen xung lượng

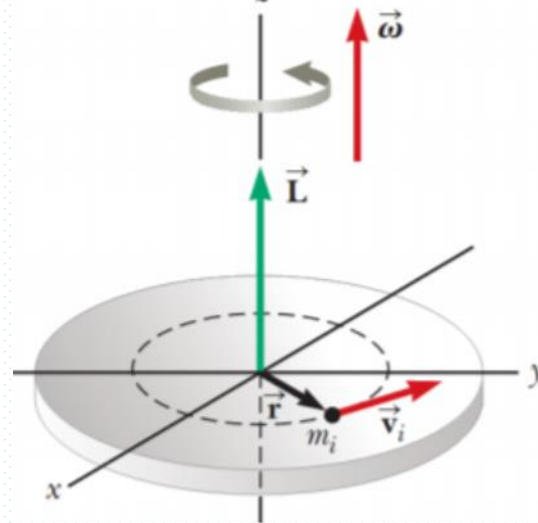
Định nghĩa mô men động lượng $\vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i$,

\vec{L}_i mômen động lượng của chất điểm thứ i của vật rắn đối với trục quay

$\vec{\omega}_i$ là vận tốc góc quay của chất điểm thứ i đối với trục quay

Mô men động lượng của vật rắn:

$$\vec{L} = \sum_1^n \vec{L}_i = \sum_1^n I_i \vec{\omega}_i.$$



Ý nghĩa khái niệm: Mô men động lượng của vật rắn đối với một trục quay là đại lượng vật lý đặc trưng cho khả năng chuyển động quay của vật rắn quanh trục.

Nguồn gốc xây dựng khái niệm mô men động lượng :

Xuất phát từ
$$I = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right]$$

$$\text{suy ra } I\omega = \omega \sum_1^n \Delta m_i r_i^2 = \sum_1^n \Delta m_i \omega_i r_i^2 = \sum_1^n \Delta m_i v_i r_i = \sum_1^n p_i r_i$$

với p_i là động lượng của chất điểm thứ i thuộc vật rắn, r_i là bán kính quỹ đạo của chất điểm i (k/cách từ trục quay đến chất điểm i - tay đòn của động lượng p).

Theo tính logic về mặt hình thức nếu tích cường độ lực nhân với tay đòn của lực được gọi là mô men lực, thì tích động lượng nhân với tay đòn của động lượng được gọi là **mô men động lượng**.

Giống như ý tưởng về động lượng giúp ta phân tích chuyển động tịnh tiến, một sự tương tự trong chuyển động quay, mômen động lượng giúp ta phân tích chuyển động trượt băng này và các vật khác trong chuyển động tròn.

Hình dung một cái cột được dựng lên trên một hồ nước đóng băng. Một người trượt băng trượt nhanh về phía cái cột, theo hướng hơi lệch sang bên để không va vào cái cột. Khi cô ta trượt ngang qua cái cột, cô ta chìa tay ra bên hông và tóm lấy cái cột. Hành động này làm cho cô ta chuyển động tròn xung quanh cái cột.



CÁC ĐỊNH LÝ VỀ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Định lý 1

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Nội dung: Mô men tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đối với một trục quay bằng đạo hàm bậc nhất của mô men động lượng của vật rắn quay xung quanh trục đó theo thời gian.

Định lý 2: Xét sự biến thiên mômen động lượng trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}.dt = \vec{M}.\Delta t \text{ (khi } \vec{M} = \text{const)}$$

Nội dung: Xung lượng của mô men lực tác dụng trong khoảng thời gian nào đó bằng độ biến thiên mô men động lượng của một vật rắn quay xung quanh một trục trong khoảng thời gian đó.

2.3.2. Định luật bảo toàn mô men động lượng

Nếu mômen tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật rắn $\vec{M}=0$ thì

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \vec{M} \cdot \Delta t = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = 0 \text{ hay } \vec{L} = \text{const},$$

Nội dung định luật: Nếu tổng hợp mô men của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay xung quanh một trục **trục tiêu** thì **mô men động lượng** của vật rắn được **bảo toàn**.

Chú ý: Nếu vật rắn có cấu trúc gồm nhiều phần hợp thành có mô men quán tính lần lượt là I_1, I_2, \dots, I_n và vận tốc góc tương ứng $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ thì ta có thể viết biểu thức định luật

$$\vec{L} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 + \dots + I_n \vec{\omega}_n = \text{const}.$$

Lưu ý: Định luật bảo toàn momen động lượng cũng được nghiệm đúng đối với **vật không rắn tuyệt đối** hoặc vật rắn **gồm nhiều phần** quay quanh cùng một trục cố định

Vật quay không rắn tuyệt đối: trường hợp này một số phần của vật rắn có thể dịch chuyển đối với nhau do các tác dụng của nội lực, nên momen quán tính của vật có thể thay đổi. Nhưng nếu $\vec{M} = 0$ thì $\vec{L} = I\vec{\omega} = \overrightarrow{\text{const}}$

Từ đó suy ra khi I tăng thì vận tốc góc giảm và ngược lại (vận động viên trượt băng, múa bale).

Hệ gồm nhiều phần quay: Xét hệ gồm hai phần quay có mô men quán tính I_1 và I_2 có vận tốc góc lần lượt là $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$. Nếu $\vec{M} = 0$ thì momen động lượng hệ được bảo toàn.

Nếu lúc đầu hệ đứng yên thì $\vec{L} = I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = \vec{0}$ Suy ra $\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1\vec{\omega}_1}{I_2}$

Ví dụ 1:

Khi tay và chân của vận động viên gần thân người của anh ta thì mômen quán tính nhỏ và tốc độ góc chuyển động quay sẽ lớn



Để quay chậm lại thì vận động viên giang tay và chân ra để mômen quán tính tăng lên



Mômen động lượng được bảo toàn khi vận động viên Evgeni Plushenko người Nga giành huy chương vàng thực hiện trong Olympic Mùa đông ở Turin năm 2006.

Ví dụ 2: Một người đứng ở giữa ghế Giucopxki sao cho phương của trọng lực tác dụng lên người trùng với trục quay của ghế. Hai tay người đó dang ra và cầm hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 2kg. Khoảng cách giữa hai quả tạ là 1,6m. Cho hệ người + ghế quay với vận tốc góc không đổi 0,5 vòng/s.

Hỏi vận tốc góc của ghế và người nếu người đó co hai tay lại để khoảng cách giữa hai quả tạ chỉ còn là 0,6m?

Cho biết momen quán tính của hệ người + ghế (không kể tạ) là $2,5\text{kg.m}^2$.



Hướng dẫn

Ta có: Các lực tác dụng bao gồm trọng lực của người, trọng lực của hai quả tạ, trọng lượng của ghế các lực này đều tác dụng theo phương thẳng đứng nên mô men các lực tác dụng lên vật rắn đối với trục quay bằng 0 \Rightarrow tổng mô men động lượng của vật rắn đối với trục quay được bảo toàn.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$I_0 = 2,5\text{kg.m}^2.$$

$$I_{\text{ta}_1} = 2m\left(\frac{l_1}{2}\right)^2 = 2,56\text{kgm}^2$$

Suy ra

$$I_{\text{ta}_2} = 2m\left(\frac{l_2}{2}\right)^2 = 2,86\text{kgm}^2$$

$$I_1 = I_0 + I_{\text{ta}_1} = 5,06\text{kgm}^2$$

$$I_2 = I_0 + I_{\text{ta}_2} = 2,86\text{kgm}^2$$

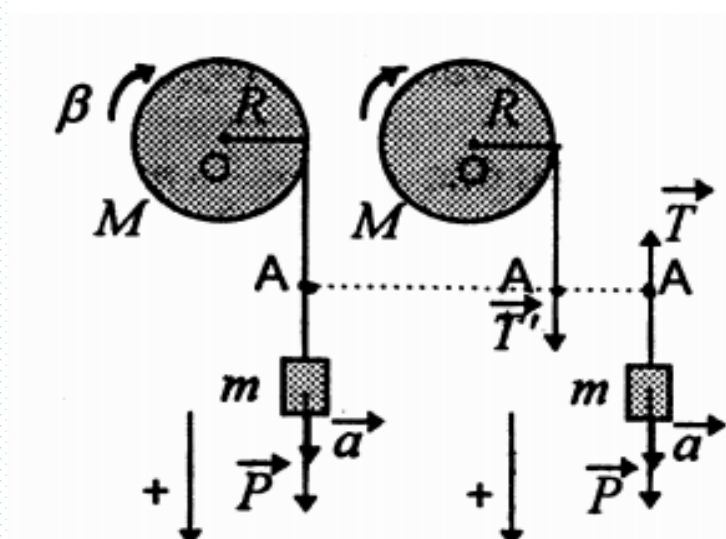
Từ $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

Suy ra
$$\omega_2 = \frac{I_1\omega_1}{I_2} = 5,56\text{rad/s}$$

1. Một trục quay hình trụ đặc bán kính 20mm và khối lượng 100kg có thể quay quanh một trục nằm ngang. Một sợi dây không dẫn được quấn thành một lớp sát nhau trên thân trục quay và đầu tự do của sợi dây có treo một vật nặng khối lượng 20 kg (Hình 4 - 1bt). Bỏ qua ma sát của trục quay, lực cản của không khí và khối lượng của sợi dây. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,80/\text{s}^2$.

Để vật nặng tự nó chuyển động. Hãy xác định:

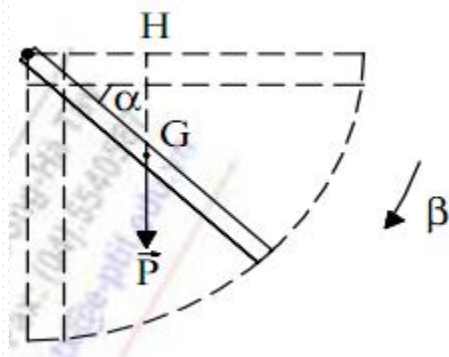
- a. Gia tốc của vật nặng.
- b. Lực căng của dây treo vật nặng.



Đáp số: a) gia tốc $a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} = 2,8 \text{ m/s}^2$

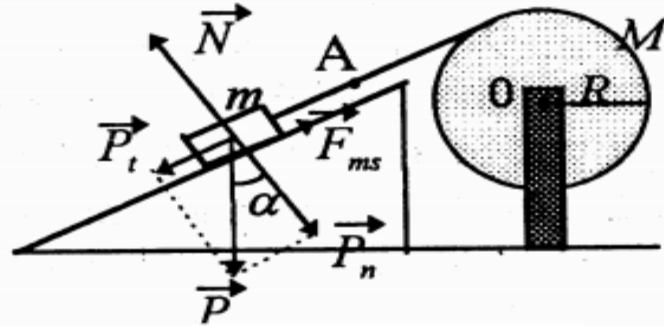
b) $T' = T = \frac{Ma}{2} = 140 \text{ N}$. ($M = 100 \text{ kg}$ là khối lượng của trục quay).

2. Một thanh nặng thẳng có tiết diện đều và dài $0,70m$ có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Lúc đầu, thanh được giữ ở vị trí nằm ngang. Sau đó, nó được thả ra để tự quay (H.4–2bt). Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,80m/s^2$. Hãy xác định gia tốc góc của thanh này lúc bắt đầu được thả rơi và lúc đi qua vị trí thẳng đứng.



3. Một vật nặng khối lượng 100kg trượt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng ngang một góc 30° và làm quay một bánh xe có dạng một trụ tròn bán kính $0,26\text{m}$ và khối lượng 25kg (H.4–3bt). Hệ số ma sát giữa vật nặng và mặt phẳng nghiêng là $0,25$. Bỏ qua ma sát của trục quay và khối lượng của sợi dây. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,80\text{m/s}^2$. Hãy xác định:

- Gia tốc dài của vật nặng và gia tốc góc của bánh xe.
- Lực căng của dây kéo



Đáp số: a) $a = \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha)g}{1 + \frac{M}{2m}} \cong 2,47 \text{ m/s}^2.$

$$\beta = \frac{a}{R} \approx 9,5 \text{ rad/s}^2.$$

b) $T' = T = \frac{Ma}{2} \cong 30,9 \text{ N} ; M = 25 \text{ kg}$ là khối lượng của trục quay.

Một bánh đà (vô lăng) có dạng một đĩa phẳng tròn đang quay quanh trục của nó với vận tốc 480 vòng/phút thì bị tác dụng một mômen lực hãm. Bánh đà có khối lượng 500kg và bán kính 20cm. Hãy xác định mômen của lực hãm trong hai trường hợp:

- Bánh đà dừng lại sau khi hãm 50s.
- Bánh đà dừng lại sau khi quay thêm được 300 vòng.

Đáp số: a) $M = - \frac{\pi \cdot m \cdot R^2 \cdot n}{\Delta t} \cong - 10 \text{ Nm},$

b) $M' = - \frac{\pi \cdot m \cdot (Rn)^2}{600} \cong - 7,0 \text{ Nm}$

Bài 1. Một bánh xe (có dạng là hình trụ rỗng) bán kính 0.5m, khối lượng $m=50\text{kg}$. Bánh xe chịu tác dụng bởi một lực tiếp tuyến $F_t=100\text{N}$. Hãy tìm:

a. Gia tốc của bánh xe.

b. Bao lâu kể từ khi lúc bắt đầu tác dụng lực thì bánh xe có được tần số $N=100$ vòng /phút. Giả thiết lúc đầu xe đứng yên.



Bài 2. Một vô lăng hình đĩa tròn, rỗng có khối lượng 500kg, bán kính 20cm đang quay với tần số $n=480$ vòng/phút. Dưới tác dụng của một lực hãm thì vô lăng đã từ từ bị dừng lại. Hãy tính cường độ của lực hãm trong hai trường hợp:

a. Vô lăng bị dừng lại sau thời gian 50s.

b. Vô lăng bị dừng lại sau khi đã quay thêm được 300 vòng.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC, cạnh a. Đặt tại các đỉnh A, B, C các chất điểm có khối lượng bằng nhau và bằng m. Đặt thêm một chất điểm có khối lượng 3m tại A. Mômen quán tính đối với trục quay chứa khối tâm G của hệ và chứa đỉnh A là :

A. $I = 3ma^2$ B. $I = 2ma^2$ C. $I = \frac{3}{2}ma^2$ D. $I = \frac{1}{2}ma^2$

Câu 2: Cho tam giác đều ABC, cạnh a. Đặt tại các đỉnh A, B, C các chất điểm có khối lượng bằng nhau và bằng m. Đặt thêm một chất điểm có khối lượng 3m tại A. Tính mômen quán tính đối với trục quay qua đỉnh A và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

- A. $I = 3ma^2$ B. $I = \frac{3}{2}ma^2$
- C. $I = 2ma^2$ D. $I = \frac{1}{2}ma^2$

Câu 3: Cho tam giác đều ABC, cạnh a. Đặt tại các đỉnh A, B, C các chất điểm có khối lượng bằng nhau và bằng m. Đặt thêm một chất điểm có khối lượng 3m tại A. Tính mômen quán tính đối với trục quay qua đỉnh B và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $I = 3ma^2$

B. $I = 4ma^2$

C. $I = 2ma^2$

D. $I = ma^2$

Câu 4: Cho tam giác đều ABC, cạnh a. Đặt tại các đỉnh A, B, C các chất điểm có khối lượng bằng nhau và bằng m. Đặt thêm một chất điểm có khối lượng 3m tại A. Tính mômen quán tính đối với trục quay chứa cạnh AB.

A. $I = 3ma^2$

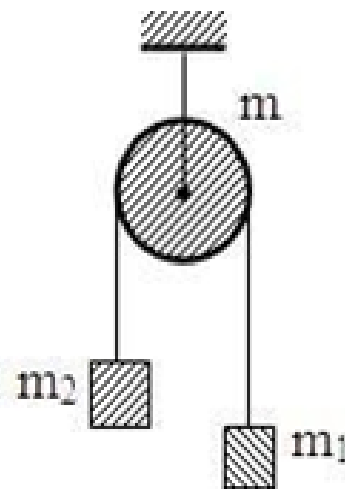
B. $I = 4ma^2$

C. $I = \frac{3}{4}ma^2$

D. $I = \frac{3}{2}ma^2$

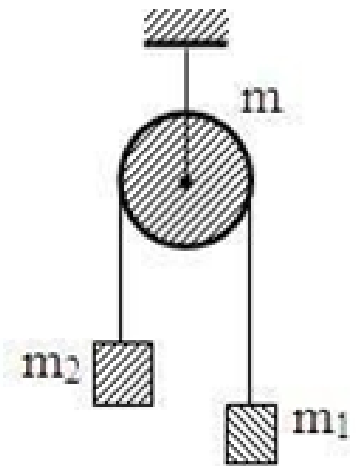
Câu 5 : Một sợi dây nhẹ, không co giãn, vắt qua ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng $m = 800\text{g}$, hai đầu dây buộc chặt hai vật nhỏ khối lượng $m_1 = 2,6\text{kg}$ và $m_2 = 1\text{kg}$ (hình 11.1). Thả cho hai vật chuyển động theo phương thẳng đứng. Bỏ qua ma sát ở trục ròng rọc, biết dây không trượt trên ròng rọc, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Gia tốc của các vật là:

- A.** 4 m/s^2 . **B.** $4,4\text{ m/s}^2$. **C.** $3,8\text{ m/s}^2$. **D.** $2,2\text{ m/s}^2$.



Hình 11.1

Câu 6: Một sợi dây nhẹ, không co giãn, vắt qua ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng $m = 800\text{g}$ (hình 11.1), hai đầu dây buộc chặt hai vật nhỏ khối lượng $m_1 = 2,6\text{ kg}$ và $m_2 = 1\text{ kg}$. Thả cho hai vật chuyển động theo phương thẳng đứng, biết dây không trượt trên ròng rọc. Bỏ qua ma sát ở trục ròng rọc, lấy $g =$



Hình 11.1

10 m/s^2 . Lực căng dây treo vật m_1 là:

- A. $15,6\text{ N}$ B. $14,0\text{ N}$ C. $14,4\text{ N}$ D. $16,5\text{ N}$



Câu 7: Một vô lăng hình đĩa tròn đồng chất, có khối lượng $m = 10 \text{ kg}$, bán kính $R = 20 \text{ cm}$, đang quay với vận tốc 240 vòng/phút thì bị hãm đều và dừng lại sau đó 20 giây. Độ lớn của mômen hãm là :

- A.** 0,13 Nm. **B.** 0,50 Nm. **C.** 0,25Nm
D. 1 N

Câu 8: Một quả cầu rỗng, thành mỏng, bán kính $R = 1\text{m}$, chịu tác dụng bởi mômen quay 960Nm và nó quay với gia tốc góc 6 rad/s^2 quanh một trục đi qua tâm quả cầu. Khối lượng quả cầu là:

- A.** 240 kg. **B. 160 kg.** **C.** 200 kg. **D.** 400 kg.

Câu 8: Trên một trụ rỗng, thành mỏng, khối lượng $m = 4\text{kg}$, có quấn một sợi dây rất nhẹ, không co giãn. Đầu ra của sợi chỉ buộc chặt vào điểm cố định. Thả nhẹ cho trụ lăn xuống dưới (hình 11.4). Tính gia tốc tịnh tiến của trụ, bỏ qua lực cản không khí, lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 11.4

- A. 10 m/s^2 . **B. 5 m/s^2 .** C. $6,7 \text{ m/s}^2$. D. $2,5 \text{ m/s}^2$.

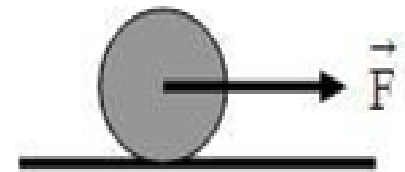
Câu 9: Một khối trụ đặc đồng nhất, khối lượng m lăn không trượt trên mặt phẳng ngang dưới tác dụng của lực kéo F đặt tại tâm khối trụ (hình 11.7). Bỏ qua mômen cản lăn, gia tốc tịnh tiến của khối trụ là:

A. $a = \frac{F}{m}$

B. $a = \frac{2F}{3m}$

C. $a = \frac{F}{2m}$

D. $a = \frac{3F}{2m}$



Hình 11.7

Câu 10: Một khối trụ đặc đồng nhất, khối lượng $m = 3 \text{ kg}$ lăn không trượt trên mặt phẳng ngang dưới tác dụng của lực kéo $F = 9\text{N}$, đặt tại tâm khối trụ như hình 11.7. Bỏ qua mômen cản lăn, gia tốc tịnh tiến của khối trụ là:

- A. 3 m/s^2 . B. 2 m/s^2 . C. $1,5 \text{ m/s}^2$. D. $4,5 \text{ m/s}^2$.

CHUẨN BỊ BÀI SAU

Hoàn thành các bài tập cuối chương 2

Đọc trước chương 3: Công và năng lượng

Mọi thắc mắc xin liên hệ:

Hòm thư: “ptlien@uneti.edu.vn”

Điện thoại: 0363.668.999

CHÚC CÁC EM HỌC TỐT!