

BÀI GIẢNG VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Bộ môn: Lý-Hóa

Chương 2

CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

MỤC TIÊU BÀI HỌC:

Sau khi học xong bài học sinh viên phải:

- Nhớ và hiểu được các khái niệm và đặc trưng cơ bản của chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.
- Vận dụng các kiến thức đã học thiết lập được phương trình động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến và vật rắn chuyển động quay.
- Hiểu định lý biến thiên momen động lượng và điều kiện áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng.
- Vận dụng được các kiến thức đã học để giải thích các hiện tượng thực tế và giải các bài toán vật lý.

Để hoàn thành tốt bài học sinh viên cần thực hiện các nhiệm vụ sau:

- **Đọc trước bài: Chuyển động của vật rắn**
- **Theo dõi bài giảng của giảng viên**
- **Hoàn thành các bài tập cuối chương**
- **Bài giảng đang trong quá trình hoàn thiện, nếu có nội dung chưa hiểu, sinh viên liên hệ với giảng viên phụ trách. (Mail: dvtinh@uneti.edu.vn)**

Nội dung:

2.1: Động học vật rắn

2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

2.1.2 Động học vật rắn chuyển động quay

2.2: Động lực học vật rắn

2.2.1 Động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

2.3: Mô men động lượng - định luật bảo toàn xung lượng

2.3.1. Mômen động lượng và mômen xung lượng

2.3.2. Định luật bảo toàn mô men động lượng

2.1 – ĐỘNG HỌC VẬT RẮN

2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Vật rắn tuyệt đối: là vật mà khoảng cách giữa hai điểm bất kì trên vật rắn không đổi trong suốt quá trình vật rắn đứng yên hay chuyển động.

Chuyển động của vật rắn: Bất kì chuyển động nào trong thực tế cũng đều có thể tách thành 2 chuyển động: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay quanh một trục cố định.

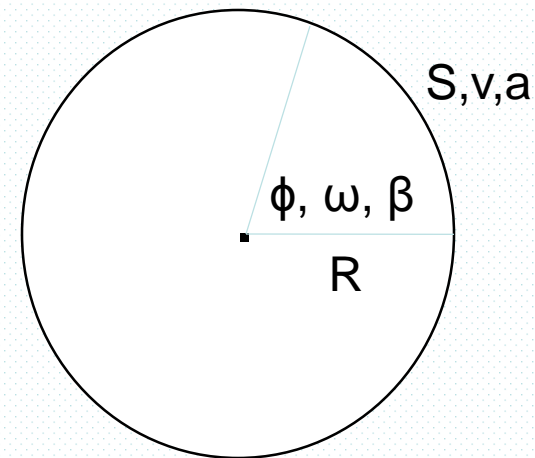
3 phương trình chuyển động quay biến đổi đều:

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\beta} t^2}{2}$$

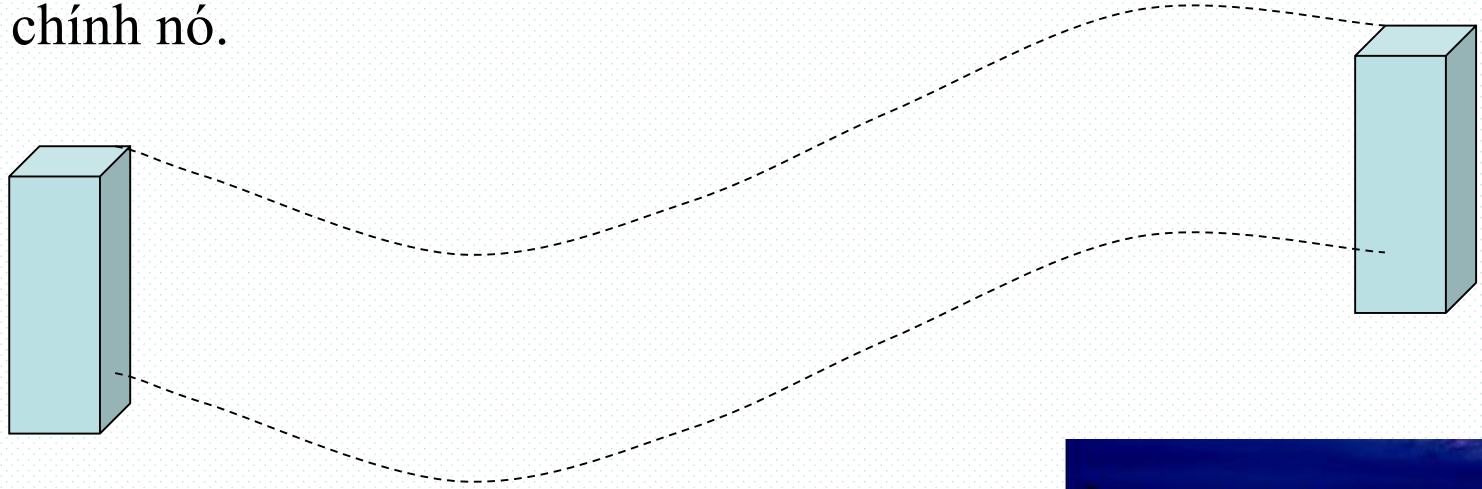
$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\beta} t$$

$$2\vec{\beta}\Delta\vec{\varphi} = \omega^2 - \omega_0^2$$

Phương trình mối liên hệ:

$$\begin{aligned} S &= \varphi \cdot R \\ v &= \omega \cdot R \\ a &= \beta \cdot R \end{aligned}$$


Chuyển động tịnh tiến của một vật rắn: Chuyển động tịnh tiến của một vật rắn là chuyển động trong đó đường thẳng nối hai điểm bất kì của vật luôn song song với chính nó.



Ví dụ:

- Chuyển động của ô tô trên đoạn đường thẳng là chuyển động tịnh tiến.



- Người ngồi trên chiếc đu quay chuyển động tịnh tiến.



2.1.1 Động học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Đặc điểm của vật rắn chuyển động tịnh tiến: mọi điểm thuộc vật rắn tịnh tiến có cùng:

- Quãng đường dịch chuyển S
- Cùng vận tốc \vec{v}
- Cùng gia tốc \vec{a}

Vậy: Khi khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến thì chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật rắn là đủ.

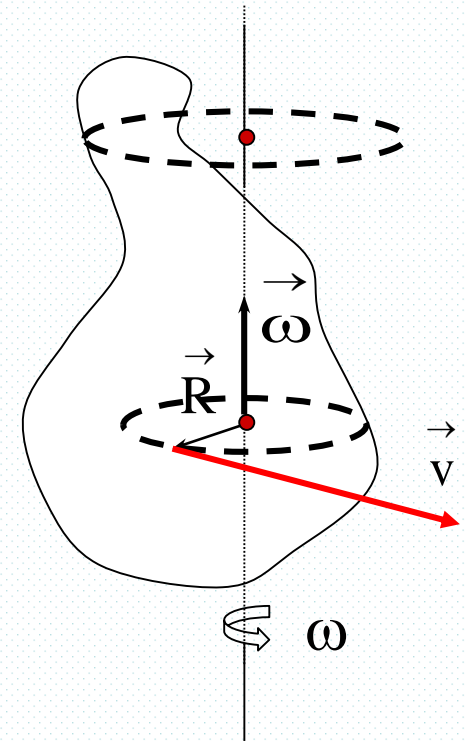
Nhận xét: Quỹ đạo của chuyển động tịnh tiến có thể là đường thẳng, có thể là đường cong.

2.1.2 Động học vật rắn chuyển động quay

Khái niệm: Chuyển động quay là chuyển động mà mọi chất điểm trên vật đều vạch ra quỹ đạo là đường tròn đồng trục với cùng vận tốc góc ω .

Tại một thời điểm, mọi điểm trên vật rắn quay đều:

- Có cùng vận tốc góc ω
- Gia tốc góc β và góc quay θ .
- Cùng quỹ đạo tròn.



Vận tốc dài và gia tốc dài của một điểm bất kì là:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \quad \text{Và độ lớn} \quad v = \omega \cdot R$$

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{R} \quad a = \beta \cdot R$$

2.2 – ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

2.2.1 Động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến:

Xét vật rắn gồm hệ chất điểm m_1, m_2, \dots, m_n chịu lực tác dụng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$

Gia tốc của từng chất điểm thu được lực là $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$

Định luật II Niu tơn: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) \vec{a}$

Đặt $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = M$$

Vậy phương trình động lực học vật rắn tịnh tiến $\vec{F} = M \cdot \vec{a}$

\vec{F} là tổng véc tơ ngoại lực tác dụng lên vật rắn

\vec{a} : là gia tốc của vật rắn,

M là khối lượng của vật rắn.

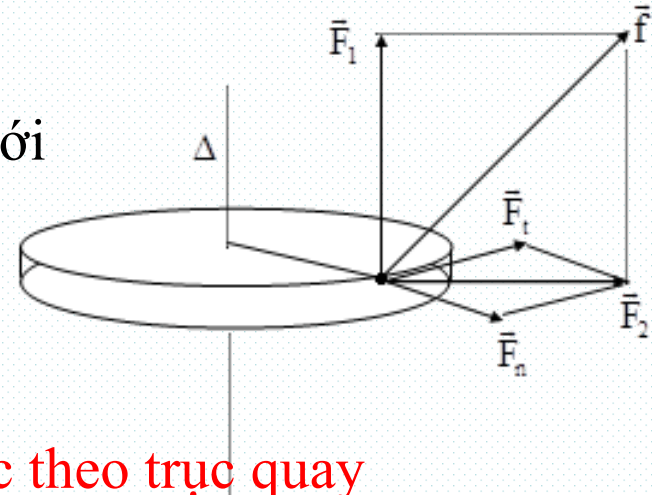
2.2 – ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

Mômen lực đối với trục quay:

Một vật rắn chuyển động quay xung quanh trục dưới tác dụng của lực \vec{f}

Phân tích lực $\vec{f} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_t + \vec{F}_n$



Nhận xét:

- Thành phần lực \vec{F}_1 có tác dụng làm dịch vật dọc theo trục quay
- Thành phần lực \vec{F}_n có tác dụng làm dịch vật dọc theo trục quay

Như vậy chỉ có thành phần \vec{F}_t có tác dụng làm quay vật xung quanh trục

Kết luận: Trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục, thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt của lực mới có tác dụng gây ra chuyển động quay.

2.2.2 Động lực học vật rắn chuyển động quay

Tác dụng làm quay vật phụ thuộc:

- Độ lớn của thành phần lực tiếp tuyến
- Khoảng cách từ điểm đặt lực tới trục quay.

Để đặc trưng cho tác dụng làm quay người ta đưa ra khái niệm momen lực

Mô men của lực đối với trục quay: Đặc trưng cho tác dụng làm quay vật quay xung quanh trục.

$$M_{f/\Delta} = M_{F_t/\Delta} = d_F F = rF = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}).$$

Dạng véc tơ: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_t$

- Phương vuông góc với mặt phẳng chứa hai véc tơ \vec{r}, \vec{F}_t
- Chiều sao cho ba véc tơ $\vec{M}, \vec{r}, \vec{F}_t$ theo thứ tự lập thành một tam diện thuận,
- Độ lớn: $M_{f/\Delta} = M_{F_t/\Delta} = d_F F = rF = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}).$

Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:

Xét vật rắn gồm hệ chất điểm $\Delta m_1 \Delta m \dots \Delta m_n$ chịu lực tác dụng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ làm cho vật rắn chuyển động quay xung quanh một trục cố định, do vậy mọi điểm thuộc vật rắn cũng tham gia chuyển động quay với cùng vận tốc góc và gia tốc góc.

Áp dụng định luật thứ 2 Newton cho từng chất điểm sau đó chiếu theo phương tiếp tuyến quỹ đạo của chất điểm đó ta được $F_{t1} = \Delta m_1 a_{t1} = \Delta m_1 r_1 \beta$

$$r_1 F_{t1} = \Delta m_1 r_1^2 \beta,$$

$$r_2 F_{t2} = \Delta m_2 r_2^2 \beta,$$

.....

$$r_n F_{tn} = \Delta m_n r_n^2 \beta.$$

Cộng các vế: $r_1 F_{t1} + r_2 F_{t2} + \dots + r_n F_{tn} = (\Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots + \Delta m_n r_n^2) \beta,$

Phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:

Phương trình viết gọn là
$$\sum_1^n M_i = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right] \beta.$$

Đặt $I = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right]$ **là mô men quán tính của vật rắn đối với trục quay.**

Dạng véc tơ của phương trình: $\vec{M} = I\vec{\beta}$

Phương trình dạng đại số $M = I\beta$

Đơn vị đo: kg.m²

Ý nghĩa mômen quán tính I

- Đặc trưng cho quán tính của vật rắn chuyển động quay, đóng vai trò như khối lượng m (quán tính) trong chuyển động tịnh tiến.
- Có tính chất cộng được.

Công thức tính momen quán tính của chất điểm/hệ chất điểm/vật rắn đối với trục quay Δ :

Của một chất điểm:

$$I_{\Delta} = mr^2$$

r : khoảng cách từ chất điểm đến trục Δ

Của hệ chất điểm:

$$I_{\Delta} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

r_i : khoảng cách từ chất điểm thứ i đến trục Δ

Của một vật rắn:

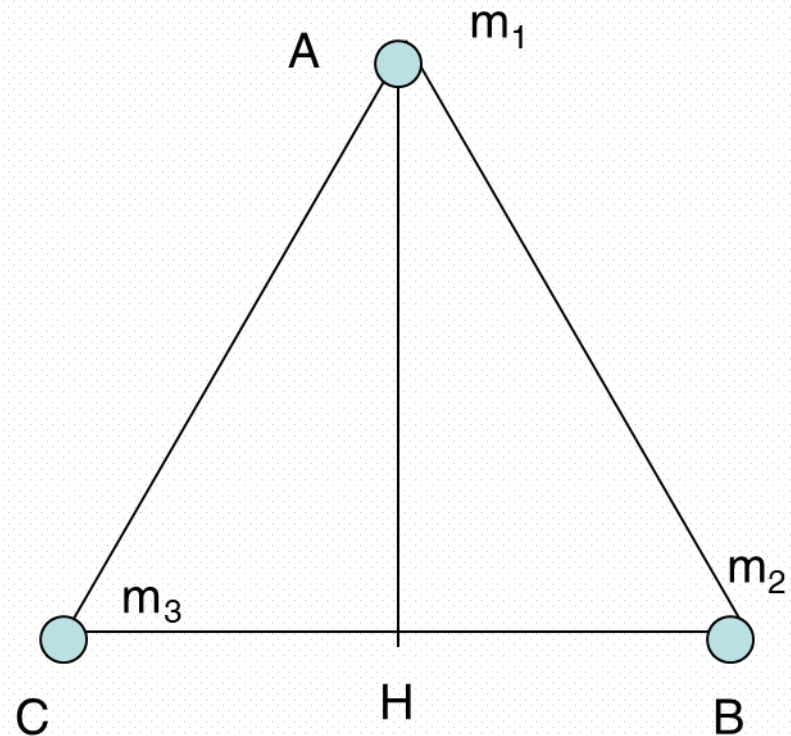
$$I_{\Delta} = \int_{vr} r^2 dm$$

r : khoảng cách từ yếu tố khối lượng dm đến trục Δ

Ví dụ 1:

Ba chất điểm $m_1 = m_0$, $m_2 = 2m_0$, $m_3 = 3m_0$ đặt tại ba đỉnh A, B, C của tam giác đều cạnh a . Tính momen quán tính của hệ đối với trục quay:

- Chứa đường cao AH
- Chứa cạnh AB
- Chứa cạnh BC
- Đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc mặt phẳng ABC



Giải:

Mômen quan tính đối với Δ_1 :

$$I_1 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2$$

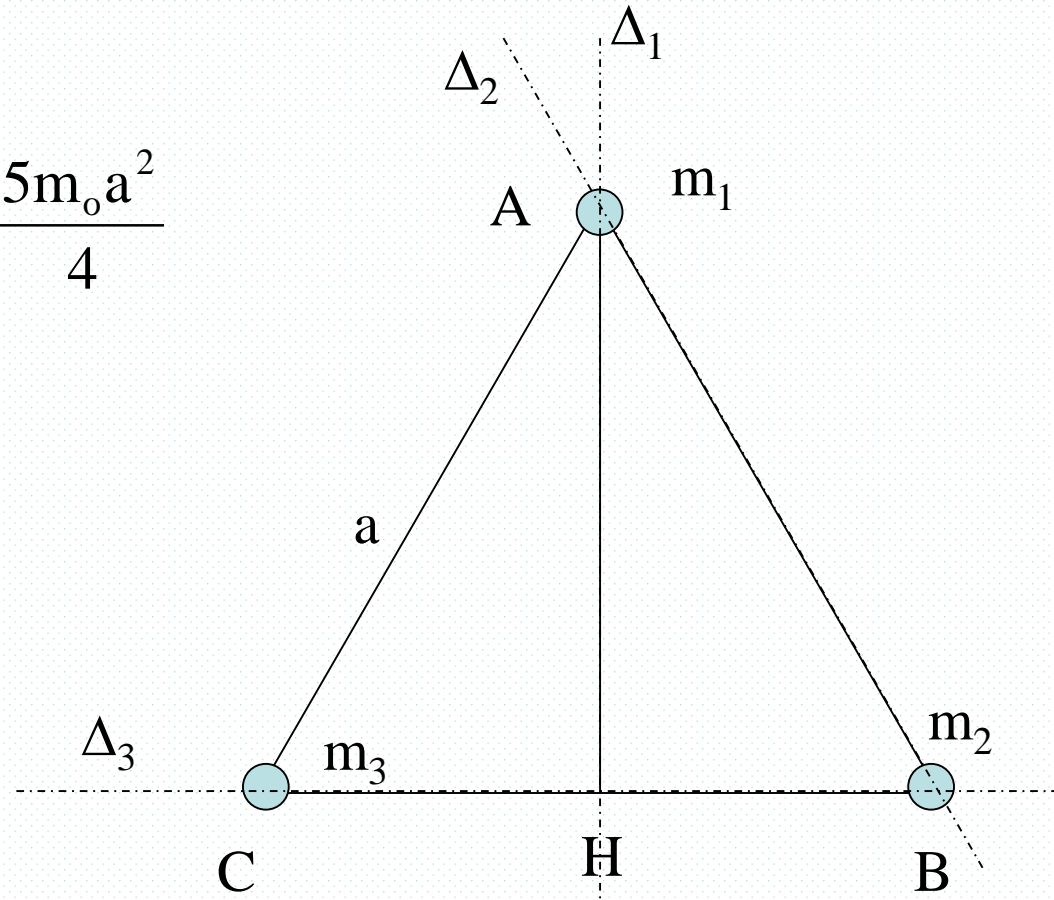
$$I_1 = m_o \cdot 0 + 2m_o \cdot \frac{a^2}{4} + 3m_o \frac{a^2}{4} = \frac{5m_o a^2}{4}$$

Mômen quan tính đối với Δ_2 :

$$I_2 = m_3 r_3^2 = \frac{9m_o a^2}{4}$$

Mômen quan tính đối với Δ_3 :

$$I_3 = m_1 r_1^2 = \frac{3m_o a^2}{4}$$



Ví dụ 2:

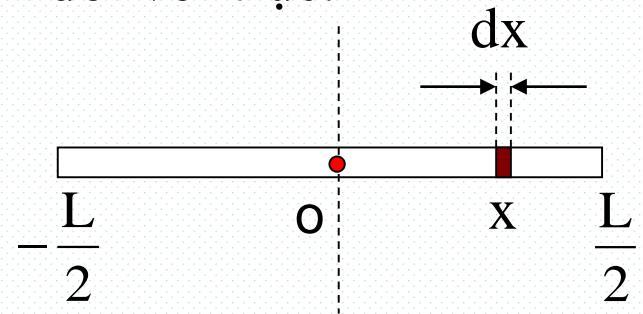
Xác định momen quán tính của một thanh mảnh, đồng chất khối lượng m , chiều dài L đối với trục quay đi qua khối tâm của thanh và vuông góc với thanh.

Giải

- Chia nhỏ thanh thành các vi phân khối lượng dm , dài dx , cách O khoảng x
- Momen quán tính của một vi phân khối lượng dm đối với trục

quay là $dI = r^2 \cdot dm$

Suy ra momen quán tính của thanh đối với trục quay đi qua khối tâm của thanh và vuông góc với thanh.



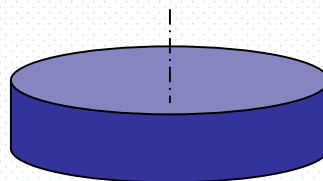
$$I = \int dI = \int_{V_r} r^2 dm = \int_{V_r} x^2 \frac{m}{L} dx = \frac{m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

$$I = \frac{m}{L} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{L^3}{4} = \frac{1}{12} mL^2$$

Mô men quán tính của vật rắn có hình dạng đặc biệt đối với trục quay đối xứng

Khối trụ đặc, đĩa tròn:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$



Khối trụ rỗng, vành tròn:

$$I = mR^2$$



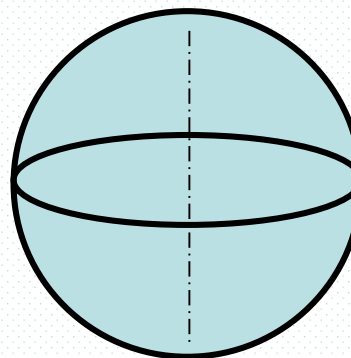
Thanh mảnh dài L:

$$I = \frac{1}{12} mL^2$$



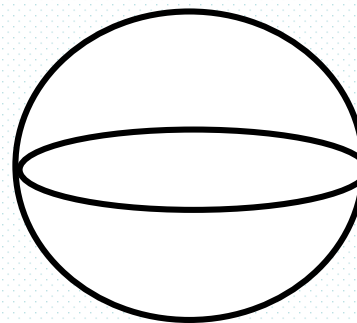
Khối cầu đặc:

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$



Quả cầu rỗng:

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$



Định lý Huygens – Steiner: Áp dụng với các vật rắn có trục quay bất kì

Nếu $\Delta // \Delta_G$ thì:

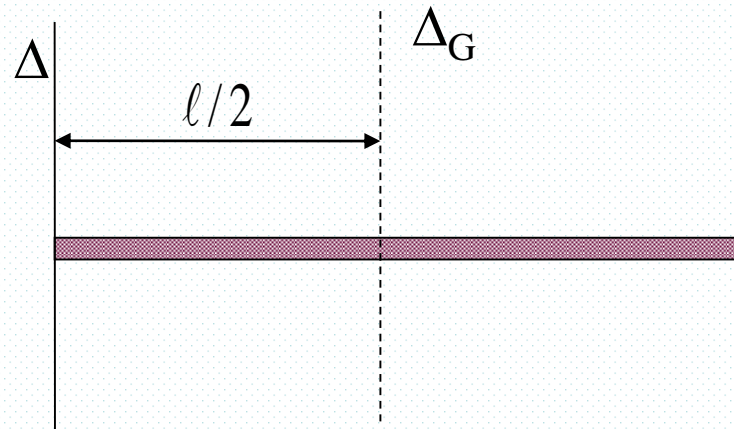
$$I_{\Delta} = I_G + md^2$$

Nội dung: Mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay bất kì bằng momen quán tính của vật rắn với trục quay đối xứng cộng với tích giữa khối lượng của vật với bình phương khoảng cách giữa hai trục quay.

Ví dụ 1: Xác định momen quán tính của thanh dài đồng chất khối lượng m , dài L đối với trục quay Δ

Áp dụng định lý Huygens-steiner

$$I = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m\ell^2$$



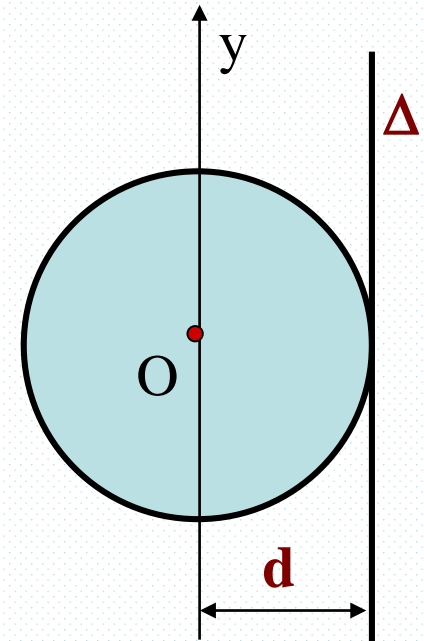
Ví dụ 2: Xác định momen quán tính của một quả cầu đặc đối với trục quay Δ

Áp dụng định lý Huygens-Steiner

Mômen quán tính đối với trục Δ :

$$I = I_G + md^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{7}{5}mR^2$$



GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Các bước:

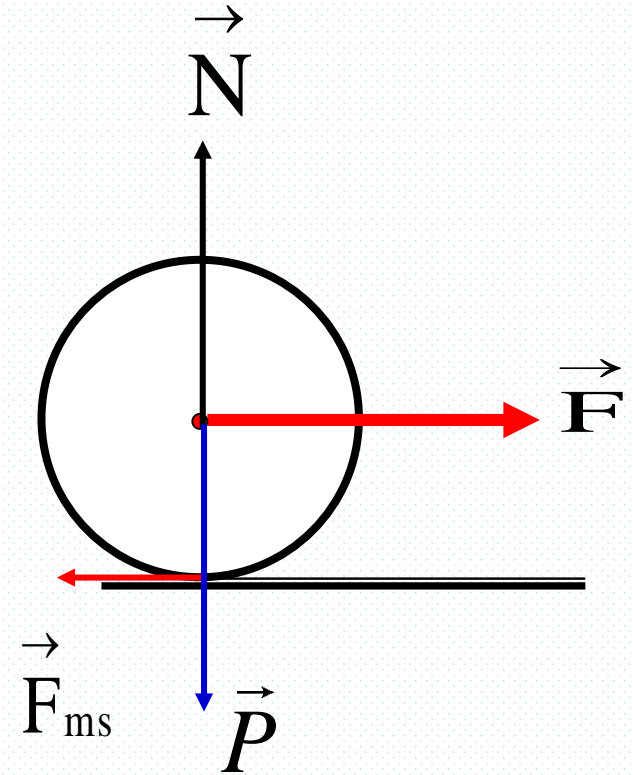
- 1. Phân tích các lực tác dụng lên vật rắn**
- 2. Viết các cho chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay (nếu có).**
- 3. Chiếu phương trình vectơ lên các trục tọa độ cần thiết**
- 4. Giải hệ phương trình và biện luận kết quả.**

Ví dụ 1:

Một khối trụ đặc đồng chất khối lượng m lăn không trượt trên mặt phẳng ngang dưới tác dụng của lực kéo F đặt tại trục quay như hình vẽ. Tính gia tốc tịnh tiến của khối trụ, lực ma sát. Bỏ qua momen cản lăn.

Vận dụng: $m = 4\text{kg}$; $F = 6\text{N}$

Giải



Phân tích: Vật rắn tham gia đồng thời hai chuyển động: tịnh tiến của khối tâm và chuyển động quay của vật rắn quanh khối tâm.

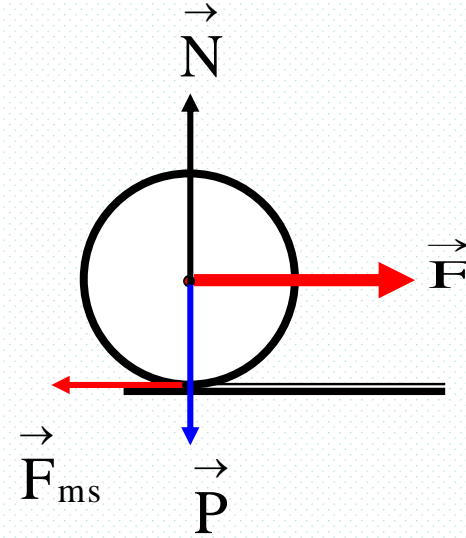
Phương trình ĐLH cho chuyển động tịnh tiến của khối tâm:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a} \quad (1)$$

Phương trình ĐLH cho chuyển động quay quanh khối tâm:

$$F_{ms} \cdot R = I\beta \quad (2)$$

Chiếu (1) lên phương chuyển động: $F - F_{ms} = ma \quad (3)$



Vì vật lăn không trượt, nên: $a = a_t = \beta R \quad (4)$

Giải (2), (3), (4) ta được:

$$a = \frac{F}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2F}{3m} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 1 \text{ m/s}^2$$

Lực masát:

$$F_{ms} = F - ma = \frac{F}{3} = 2 \text{ N}$$

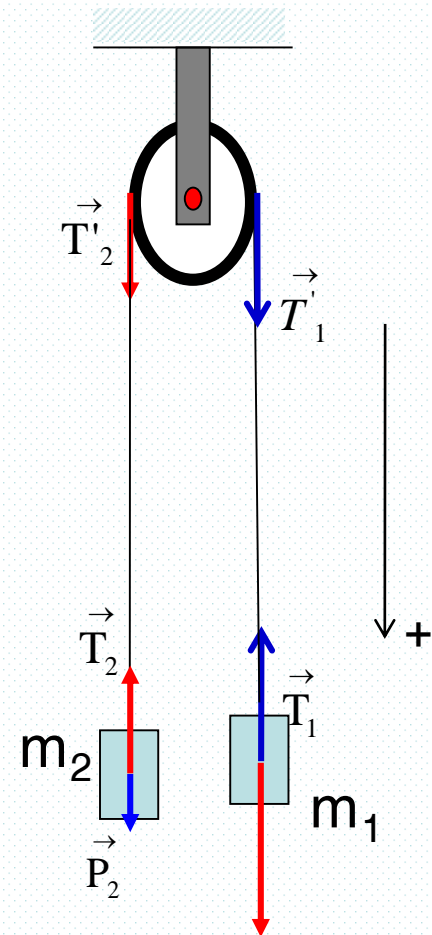
Ví dụ 2: Một sợi dây nhẹ, không co giãn, vắt qua ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng m . Hai đầu dây buộc hai vật m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$).

- Tính gia tốc của các vật và sức căng dây. Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.
- Áp dụng số: $m_1 = 6\text{kg}$; $m_2 = 3\text{kg}$; $m = 2\text{kg}$.

Hướng dẫn giải:

- Áp dụng định luật 2 Newton cho chuyển động tịnh tiến của m_1 , m_2 . $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$ và $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$
- Áp dụng phương trình động lực học cho chuyển động quay của ròng rọc

$$M_{\vec{T}_1} + M_{\vec{T}_2} = I \vec{\beta}$$



Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật, chiều dương của chuyển động quay cùng chiều kim đồng hồ

Ta có các phương trình đại số

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$T_2 - P_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = I\beta \quad (3)$$

Vì dây không giãn và không trượt trên ròng rọc, nên:

$$a = a_1 = a_2 = a_t = \beta R \quad (4)$$

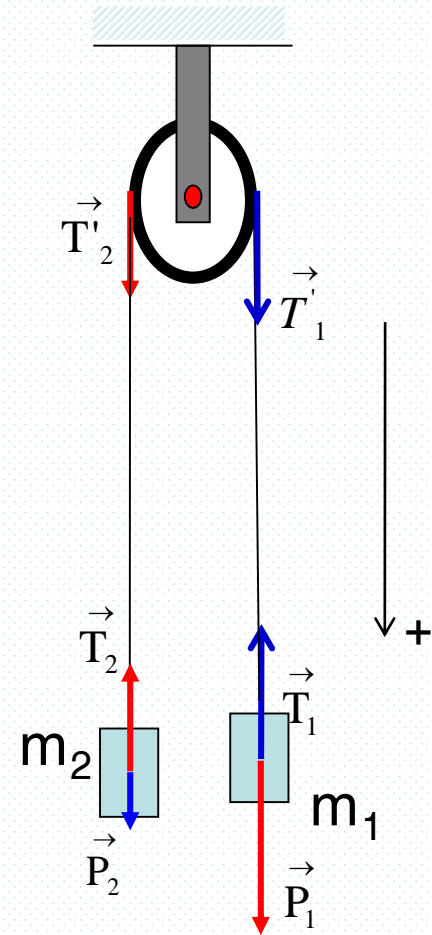
Vì dây nhẹ nên: $T_1 = T'_1$; $T_2 = T'_2$ (5)

Giải hệ phương trình, ta được:

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m}$$

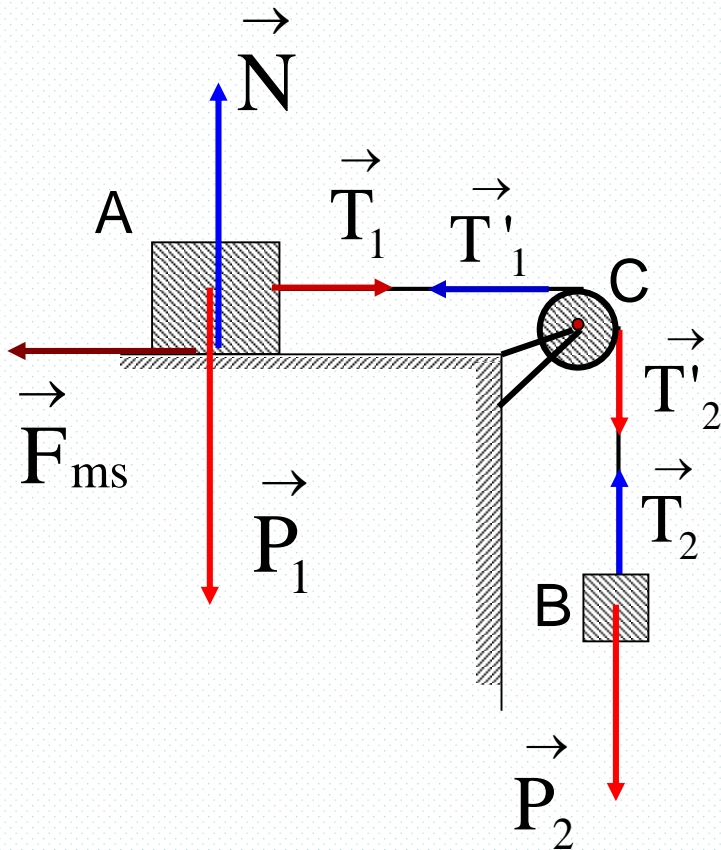
Thay số $a = 10 \frac{6-3}{6+3+1} = 3 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$T_1 = m_1(g - a) = 42 \text{ (N)} \quad \text{và} \quad T_2 = m_2(g + a) = 39 \text{ (N)}$$



Ví dụ 3:

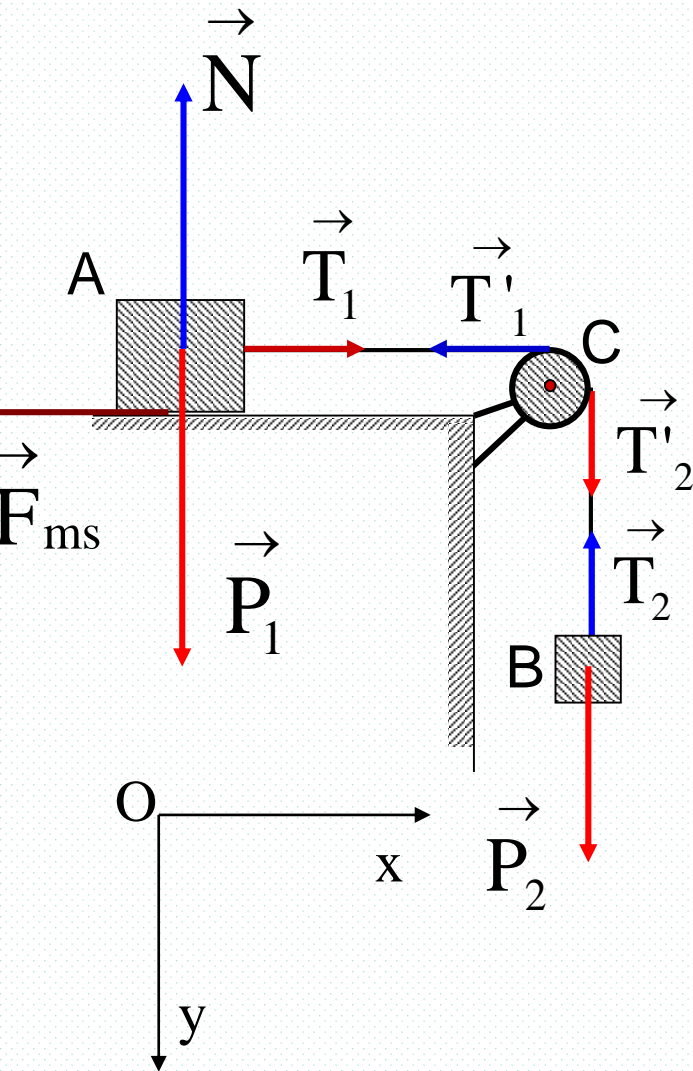
Cho cơ hệ như hình vẽ. Dây nối rất nhẹ, không co giãn, ròng rọc C có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng m . Hai đầu dây buộc hai vật A và B khối lượng m_1 và m_2 . Hệ số ma sát trượt giữa A và mặt bàn là k . Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.



- Xác định gia tốc của các vật
- Sức căng dây theo m_1 , m_2 và k .
- Tìm điều kiện của k để hệ chuyển động.

Hướng dẫn: Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật, chiều dương của chuyển động quay là cùng chiều kim đồng hồ

- Áp dụng định luật II Newton cho chuyển động tịnh tiến của m_1 , m_2 và chuyển động quay của ròng rọc. Sau khi chiếu lên chiều dương ta được.



Vật A $\vec{T}_1 - \vec{F}_{ms} = m_1 \vec{a}_1$ (1)

$P_1 - N = 0$ (2)

Vật B $P_2 - T_2 = m_2 a_2$ (3)

Ròng rọc C $T'_2 \cdot R - T'_1 \cdot R = I\beta$ (4)

Dây không giãn, không trượt trên rọc:

$a_1 = a_2 = a = a_t = \beta \cdot R$ (5)

Khối lượng dây = 0: nên $T'_1 = T_1; T'_2 = T_2$ (6)

$F_{ms} = kN$ (7)

Đáp số: Sau khi giải hệ thu được

$$a = g \frac{m_2 - km_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_2 = \frac{m_2 g (m_1 + km_1 + \frac{1}{2}m)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_1 = \frac{m_1 g (m_2 + km_2 + \frac{1}{2}km)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

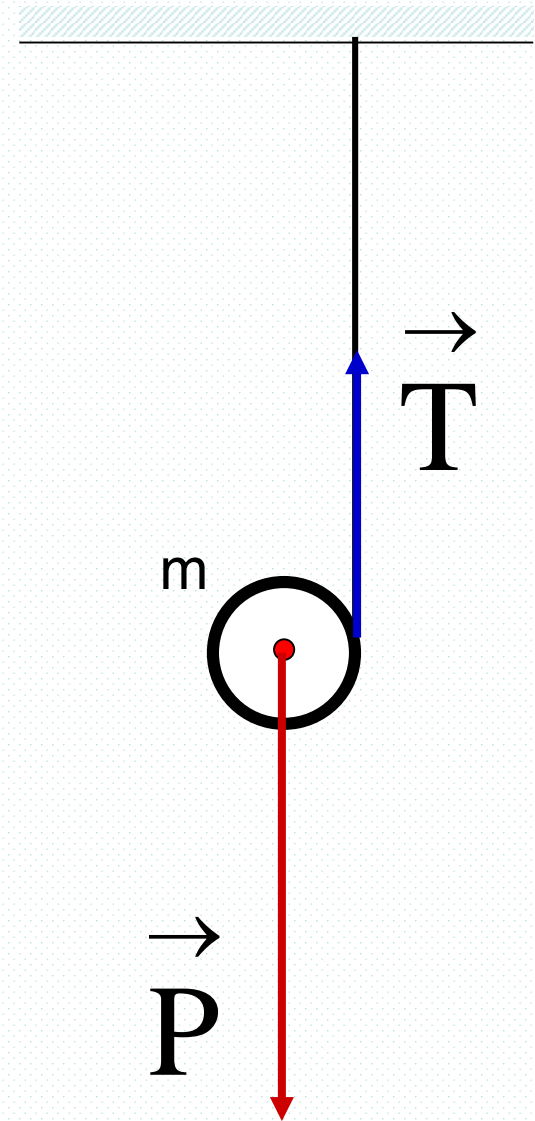
Để hệ chuyển động thì $T_1 > F_{ms} \Rightarrow k$

Ví dụ 4:

Thả cho trụ rỗng lăn xuống dưới. Biết khối lượng của trụ là $m=2\text{kg}$, bán kính trụ là $R=50\text{cm}$. Dây không giãn và không có khối lượng.

- Xác định gia tốc tịnh tiến
- Gia tốc góc của trụ
- Sức căng dây.

Lấy $g=10\text{m/s}^2$.



Hướng dẫn

Phân tích chuyển động gồm hai thành phần: Tịnh tiến của vật m và chuyển động quay của ròng rọc. Áp dụng định luật II cho vật và phương trình cơ bản của chuyển động quay cho ròng rọc, chiều lên chiều dương có:

Ta có:

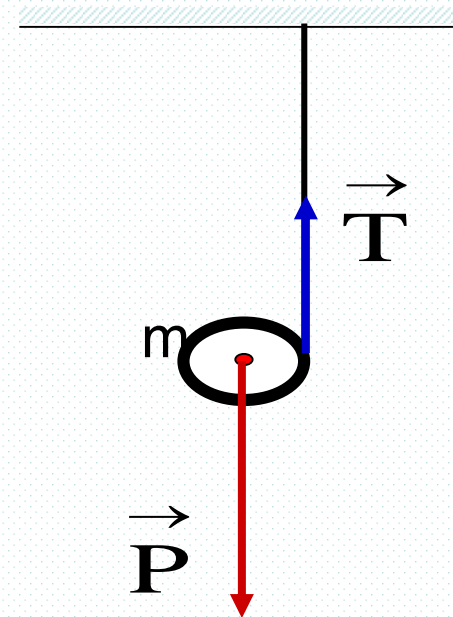
$$P - T = ma \quad (1)$$

$$T.R = I\beta \quad (2)$$

$$a = a_t = \beta R \quad (3)$$

Giải hệ (1), (2), (3) ta được:

$$\begin{aligned} a &= \frac{g}{2} \\ T &= \frac{1}{2}mg \\ \beta &= \frac{g}{2R} \end{aligned}$$



2.3.1. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MÔ MEN XUNG LƯỢNG

2.3.1. Mômen động lượng và mômen xung lượng

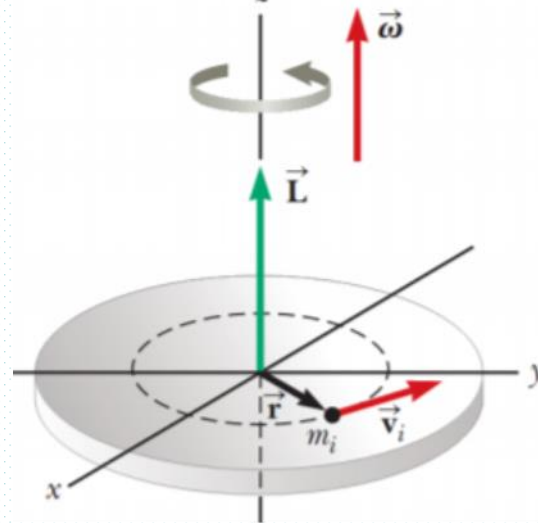
Định nghĩa mô men động lượng $\vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i$,

\vec{L}_i mômen động lượng của chất điểm thứ i của vật rắn đối với trục quay

$\vec{\omega}_i$ là vận tốc góc quay của chất điểm thứ i đối với trục quay

Mô men động lượng của vật rắn:

$$\vec{L} = \sum_1^n \vec{L}_i = \sum_1^n I_i \vec{\omega}_i.$$



Ý nghĩa khái niệm: Mô men động lượng của vật rắn đối với một trục quay là đại lượng vật lý đặc trưng cho khả năng chuyển động quay của vật rắn quanh trục.

Nguồn gốc xây dựng khái niệm mô men động lượng :

Xuất phát từ
$$I = \left[\sum_1^n \Delta m_i r_i^2 \right]$$

$$\text{suy ra } I\omega = \omega \sum_1^n \Delta m_i r_i^2 = \sum_1^n \Delta m_i \omega_i r_i^2 = \sum_1^n \Delta m_i v_i r_i = \sum_1^n p_i r_i$$

với p_i là động lượng của chất điểm thứ i thuộc vật rắn, r_i là bán kính quỹ đạo của chất điểm i (k/cách từ trục quay đến chất điểm i - tay đòn của động lượng p).

Theo tính logic về mặt hình thức nếu tích cường độ lực nhân với tay đòn của lực được gọi là mô men lực, thì tích động lượng nhân với tay đòn của động lượng được gọi là **mô men động lượng**.

Giống như ý tưởng về động lượng giúp ta phân tích chuyển động tịnh tiến, một sự tương tự trong chuyển động quay, mômen động lượng giúp ta phân tích chuyển động trượt băng này và các vật khác trong chuyển động tròn.

Hình dung một cái cột được dựng lên trên một hồ nước đóng băng. Một người trượt băng trượt nhanh về phía cái cột, theo hướng hơi lệch sang bên để không va vào cái cột. Khi cô ta trượt ngang qua cái cột, cô ta chìa tay ra bên hông và tóm lấy cái cột. Hành động này làm cho cô ta chuyển động tròn xung quanh cái cột.



CÁC ĐỊNH LÝ VỀ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Định lý 1

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Nội dung: Mô men tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đối với một trục quay bằng đạo hàm bậc nhất của mô men động lượng của vật rắn quay xung quanh trục đó theo thời gian.

Định lý 2: Xét sự biến thiên mômen động lượng trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}.dt = \vec{M}.\Delta t \text{ (khi } \vec{M} = \text{const)}$$

Nội dung: Xung lượng của mô men lực tác dụng trong khoảng thời gian nào đó bằng độ biến thiên mô men động lượng của một vật rắn quay xung quanh một trục trong khoảng thời gian đó.

2.3.2. Định luật bảo toàn mô men động lượng

Nếu mômen tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật rắn $\vec{M} = 0$ thì

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \vec{M} \cdot \Delta t = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = 0 \text{ hay } \vec{L} = \text{const},$$

Nội dung định luật: Nếu tổng hợp mô men của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay xung quanh một trục **trục tiêu** thì **mô men động lượng** của vật rắn được **bảo toàn**.

Chú ý: Nếu vật rắn có cấu trúc gồm nhiều phần hợp thành có mô men quán tính lần lượt là I_1, I_2, \dots, I_n và vận tốc góc tương ứng $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ thì ta có thể viết biểu thức định luật

$$\vec{L} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 + \dots + I_n \vec{\omega}_n = \text{const}.$$

Lưu ý: Định luật bảo toàn momen động lượng cũng được nghiệm đúng đối với **vật không rắn tuyệt đối** hoặc vật rắn **gồm nhiều phần** quay quanh cùng một trục cố định

Vật quay không rắn tuyệt đối: trường hợp này một số phần của vật rắn có thể dịch chuyển đối với nhau do các tác dụng của nội lực, nên momen quán tính của vật có thể thay đổi. Nhưng nếu $\vec{M} = 0$ thì $\vec{L} = I\vec{\omega} = \overrightarrow{\text{const}}$

Từ đó suy ra khi I tăng thì vận tốc góc giảm và ngược lại (vận động viên trượt băng, múa bale).

Hệ gồm nhiều phần quay: Xét hệ gồm hai phần quay có mô men quán tính I_1 và I_2 có vận tốc góc lần lượt là $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$. Nếu $\vec{M} = 0$ thì momen động lượng hệ được bảo toàn.

Nếu lúc đầu hệ đứng yên thì $\vec{L} = I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = \vec{0}$ Suy ra $\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1\vec{\omega}_1}{I_2}$

Ví dụ 1:

Khi tay và chân của vận động viên gần thân người của anh ta thì mômen quán tính nhỏ và tốc độ góc chuyển động quay sẽ lớn



Để quay chậm lại thì vận động viên giang tay và chân ra để mômen quán tính tăng lên



Mômen động lượng được bảo toàn khi vận động viên Evgeni Plushenko người Nga giành huy chương vàng thực hiện trong Olympic Mùa đông ở Turin năm 2006.

Ví dụ 2: Một người đứng ở giữa ghế Giucopxki sao cho phương của trọng lực tác dụng lên người trùng với trục quay của ghế. Hai tay người đó dang ra và cầm hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 2kg. Khoảng cách giữa hai quả tạ là 1,6m. Cho hệ người + ghế quay với vận tốc góc không đổi 0,5 vòng/s.

Hỏi vận tốc góc của ghế và người nếu người đó co hai tay lại để khoảng cách giữa hai quả tạ chỉ còn là 0,6m?

Cho biết momen quán tính của hệ người + ghế (không kể tạ) là $2,5\text{kg.m}^2$.



Hướng dẫn

Ta có: Các lực tác dụng bao gồm trọng lực của người, trọng lực của hai quả tạ, trọng lượng của ghế các lực này đều tác dụng theo phương thẳng đứng nên mô men các lực tác dụng lên vật rắn đối với trục quay bằng 0 \Rightarrow tổng mô men động lượng của vật rắn đối với trục quay được bảo toàn.

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$I_0 = 2,5 \text{ kg.m}^2.$$

$$I_{\text{ta}_1} = 2m \left(\frac{l_1}{2} \right)^2 = 2,56 \text{ kgm}^2$$

Suy ra

$$I_{\text{ta}_2} = 2m \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 = 2,86 \text{ kgm}^2$$

$$I_1 = I_0 + I_{\text{ta}_1} = 5,06 \text{ kgm}^2$$

$$I_2 = I_0 + I_{\text{ta}_2} = 2,86 \text{ kgm}^2$$

Từ $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

Suy ra
$$\omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2} = 5,56 \text{ rad / s}$$

CHUẨN BỊ BÀI SAU

Hoàn thành các bài tập cuối chương 2

Đọc trước chương 3: Công và năng lượng

CHÚC CÁC EM HỌC TỐT!

Bài 1. Một bánh xe (có dạng là hình trụ rỗng) bán kính 0.5m , khối lượng $m=50\text{kg}$. Bánh xe chịu tác dụng bởi một lực tiếp tuyến $F_t=100\text{N}$. Hãy tìm:

a. Gia tốc của bánh xe.

b. Bao lâu kể từ khi lúc bắt đầu tác dụng lực thì bánh xe có được tần số $N=100$ vòng /phút. Giả thiết lúc đầu xe đứng yên.

Bài 2. Một vô lăng hình đĩa tròn, rỗng có khối lượng 500kg , bán kính 20cm đang quay với tần số $n=480$ vòng/phút. Dưới tác dụng của một lực hãm thì vô lăng đã từ từ bị dừng lại. Hãy tính cường độ của lực hãm trong hai trường hợp:

a. Vô lăng bị dừng lại sau thời gian 50s .

b. Vô lăng bị dừng lại sau khi đã quay thêm được 300 vòng.

Bài 3. Một ròng rọc có bán kính $r = 5\text{cm}$ được gắn vào một vô lăng có cùng trục quay mô men quán tính của cả hệ là $I = 10^{-2}\text{kg.m}^2$. Trên ròng rọc có quấn một sợi dây, một đầu kia của sợi dây treo quả cân khối lượng $m = 0,5\text{kg}$.
Hãy tính:

a. Gia tốc của quả cân.

b. Lực căng của sợi dây treo vật.

c. Vận tốc của quả cân khi nó rơi được $0,5\text{m}$.

Bài 4. Một ròng rọc có bán kính $r = 5\text{cm}$ được gắn vào một vô lăng có cùng trục quay. Mô men quán tính của cả hệ là $I = 10^{-2}\text{kg.m}^2$. Trên ròng rọc có vắt một sợi dây mảnh không dẫn, mỗi đầu dây treo quả cân nặng có khối lượng lần lượt là $m_1 = 0,5\text{kg}$ và $m_2 = 1\text{kg}$. Cho $g = 10\text{m/s}^2$. Hãy tính:

a. Gia tốc của hai quả nặng.

b. Tính gia tốc của ròng rọc.

c. Tính lực căng của dây.

d. Giả sử hai quả cân nặng bắt đầu chuyển động khi chúng cách nhau là 40cm theo phương thẳng đứng. Hỏi sau bao lâu thì chúng ở độ cao bằng nhau?

Bài 5. Một người đứng ở giữa ghế Zhukovsky (là ghế có thể quay quanh trục của nó) cầm trong tay hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 10kg. Khoảng cách từ mỗi quả tạ đến trục quay là 0,75m. Ghế quay với tần số góc 1 vòng/giây. Tính công đã sinh ra khi người đó phải co tay lại để khoảng cách từ mỗi quả tạ đến trục quay chỉ còn là 0,2m, vận tốc góc của ghế khi nó thay đổi thế nào. Cho biết mô men quán tính của cả người và ghế (không kể các quả tạ) là $2,5 \text{ kg.m}^2$.

Bài 6. Một vật nhỏ khối lượng $m = 1\text{kg}$ được đặt trên một đĩa phẳng ngang và cách trục quay của đĩa một khoảng $r = 0,5\text{m}$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt đĩa $k = 0,25$. Hãy xác định:

- Giá trị của lực ma sát để vật được giữ yên trên mặt đĩa khi đĩa quay với vận tốc $n = 12$ vòng/phút. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$.
- Với vận tốc góc nào của đĩa quay thì vật bắt đầu trượt trên đĩa?

Bài 7. Một thanh nặng thẳng có tiết diện đều và dài 0,7m có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Lúc đầu, thanh được giữ ở vị trí nằm ngang. Sau đó, nó được thả ra để tự quay. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$. Hãy xác định gia tốc góc của thanh này lúc bắt đầu được thả rơi và lúc đi qua vị trí thẳng đứng.