

V504

Thermische Elektronenemission

Hannah Timm

Hannah.Timm@tu-dortmund.de

Thuriga Kugathasan

Thuriga.Kugathasan@tu-dortmund.de

Durchführung: 26.05.2020

Abgabe: 09.06.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Die Austrittsarbeit der Leitungselektronen	3
2.2	Die Sättigungsstromdichte der thermischen Elektronenemission	4
2.3	Die Hochvakuum-Diode	4
2.4	Raumladung und das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz	5
2.5	Anlaufstromgebiet	5
3	Durchführung	6
3.1	Bestimmung der Kennlinie	6
3.2	Bestimmung der Anlaufstromkurve	6
4	Auswertung	6
4.1	Bestimmung des Sättigungsstroms I_S	6
4.2	Bestimmung des Gültigkeitsbereiches des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes	10
4.3	Bestimmung der Kathodentemperatur durch Untersuchung des Anlaufstromgebietes	11
4.4	Bestimmung der Kathodentemperatur über die Leistungsbilanz des Heizstromkreises	12
4.5	Austrittsarbeit	13
5	Diskussion	13
6	Literaturverzeichnis	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die thermische Elektronenemission eines Wolframdrahtes einer Hochvakuumdiode untersucht werden. Insbesondere sollen dabei die Kennlinie der Hochvakuumdiode, die Austrittsarbeit der Elektronen und die Temperaturabhängigkeit des Effektes betrachtet werden.

2 Theorie

2.1 Die Austrittsarbeit der Leitungselektronen

Metalle sind charakterisiert durch eine sehr gute elektrische Leitfähigkeit. Diese ist durch die zu einem Gitter angeordneten ionisierten Atome im Metall zu erklären. Die im Kraftfeld der Ionen befindlichen Elektronen sind als Leitungselektronen nicht mehr einem Atom zuzuordnen. Die Leitungselektronen sind freibeweglich im Potential ξ des elektrischen Felds, welches näherungsweise als konstant angenommen werden kann. Ein Modell, das diesen Zustand darstellt ist der Potentialtopf.

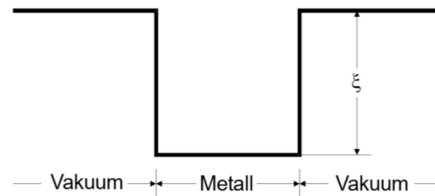


Abbildung 1: Potentialtopfmodell [1]

Damit ein Elektron dieses Potential und damit das Metall verlassen kann, muss es die sogenannte Austrittsarbeit $e_0\xi$ leisten. Erklärungen dafür liefert die Quantentheorie. Elektronen können nur diskrete Energiewerte annehmen. Ein Energiezustand kann laut dem Pauli-Prinzip nur von einem Elektron besetzt werden, da sie zu den Spin-1/2-Teilchen gehören. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ein Elektron in einem Zustand zu finden, ist durch die Fermi-Dirac-Verteilung gegeben

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{k_B T}\right) + 1} \quad (1)$$

mit ζ der Fermischen Grenzenergie. Für Zimmertemperatur gilt $\zeta \gg k_B T$ für alle Metalle. Um ein Metall zu verlassen benötigt ein Elektron also eine Energie von mindestens $\zeta + e_0\xi$. Auch für hohe Temperaturen liegt dieser Energiewert weit über $k_B T$, weshalb folgende Näherung angenommen wird.

$$f(E) = \exp\left(\frac{\zeta - E}{k_B T}\right) \quad (2)$$

2.2 Die Sättigungsstromdichte der thermischen Elektronenemission

Die Sättigungsstromdichte j_s beschreibt die Zahl der Elektronen, die pro Zeit- und Flächeneinheit aus einer Metalloberfläche austreten in Abhängigkeit von der Temperatur. Sie wird mit der Richardson-Gleichung berechnet

$$j_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k_B^2}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{e_0 \xi}{k_B T}\right) \quad (3)$$

2.3 Die Hochvakuum-Diode

Da die aus einer Metalloberfläche austretenden Elektronen mit Gasmolekülen wechselwirken, kann die Sättigungsstromdichte nur in einem Hochvakuum gemessen werden. Experimentell lässt sich dies mit einer Hochvakuumdiode realisieren. Sie besteht aus einem Glaskörper, in dem sich eine Glühkathode(Wolfram) und gegenüberliegend einer Anode befinden. Durch eine angelegte Heizspannung kann der Draht der Glühkathode auf Temperaturen von 1000 K bis 3000 K erhitzt werden. Die austretenden Elektronen werden dann über eine Saugspannung zur Anode beschleunigt.

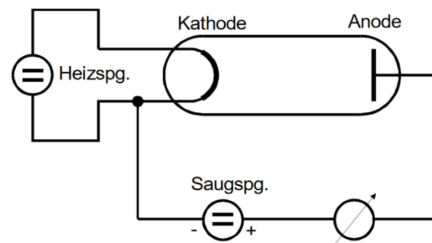


Abbildung 2: Aufbau einer Hochvakuumdiode [1]

Die Kennlinie einer Hochvakuumdiode lässt sich in drei Bereiche einteilen. Das erste Gebiet ist das Anlaufstromgebiet(exponentieller Zusammenhang zwischen Strom und Potential), das zweite wird Raumladungsgebiet($j \propto V^{3/2}$) genannt und das dritte wird als Sättigungsstromgebiet(Strom ist nur von der Temperatur abhängig) bezeichnet.

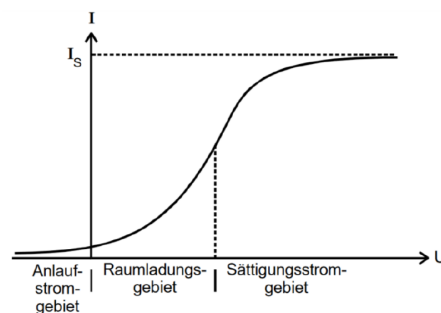


Abbildung 3: Kennlinie einer Hochvakuumdiode [1]

2.4 Raumladung und das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

Es fällt auf, dass der gemessene Diodenstrom kleiner ist als der zu erwartende Sättigungsstrom. Erklärt wird dies durch die Elektronen, die bereits aus der Kathode ausgetreten sind. Jene erzeugen eine ortsabhängig Raumladungsdichte ρ , die das elektrische Feld abschirmt. Nicht alle ausgetretenen Elektronen erreichen die Anode, das Ohmsche Gesetz verliert in diesem Bereich seine Gültigkeit. Aus dem Zusammenhang zwischen Anodenspannung und -strom im Ladungsbereich, der Poisson-Gleichung

$$\Delta V = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

folgt das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a} \quad (4)$$

$$(5)$$

V beschreibt die Anodenspannung, a die Entfernung zur Kathode und m_0 die Ruhemasse des Elektrons.

2.5 Anlaufstromgebiet

Liegt zwischen Anode und Kathode keine Spannung an, so kann trotzdem ein geringer Strom gemessen werden, der sogenannte Anlaufstrom. Dieser resultiert aus der kinetischen Restenergie, die einige Elektronen nach dem Austritt noch besitzen. Um die Anode zu erreichen, benötigen sie eine Energie, die größer ist als $e_0\Phi_A + e_0V$ mit Φ_A , der Austrittsarbeit. Für die Stromdichte im Anlaufgebiet gilt dann

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0\Phi_A + e_0V}{k_B T}\right) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{e_0V}{k_B T}\right) \quad (6)$$

$$(7)$$

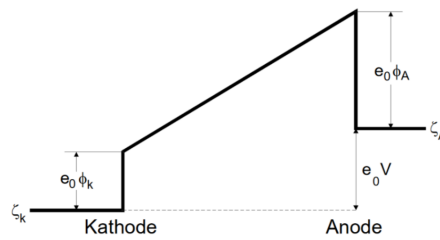


Abbildung 4: Kennlinie einer Hochvakuumdiode [1]

3 Durchführung

3.1 Bestimmung der Kennlinie

An die Hochvakuumdiode werden zwei Konstantspannungsgeräte angeschlossen. Mit einem wird die Heizspannung angelegt, mit dem anderen wird die Anodenspannung gemessen. Es werden drei verschiedene Heizströme angelegt und drei Kennlinien aufgenommen. Es wird ein Spannungsbereich ausgewählt, in dem die Sättigung liegt.

3.2 Bestimmung der Anlaufstromkurve

Der Aufbau wird nun verändert. Mit der einen Spannungsquelle wird nun ein Gegenfeld erzeugt. Diese Gegenspannung wird erhöht, die Heizspannung bleibt konstant maximal eingestellt und der Anodenstrom wird mit einem nA-Meter gemessen.

4 Auswertung

In der folgenden Auswertung werden Mittelwert, Standardabweichung und die Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit diesen Formeln berechnet

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ \Delta\bar{x} &= \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \\ \Delta f &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y\right)^2 + \dots}\end{aligned}$$

4.1 Bestimmung des Sättigungsstroms I_S

Für drei verschiedene Heizströme werden 3 Kennlinien der Hochvakuumdiode aufgenommen. Dabei wird der Strom gegen die Spannung aufgetragen. Es wird eine Ausgleichsfunktion der Form

$$I = a - be^{-cU}$$

erstellt und die Parameter mit Python berechnet. Parameter a gibt jeweils den Sättigungsstrom an.

Tabelle 1: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 1,85 A Heizstrom.

U [V]	I [mA]
5	0,005
10	0,021
15	0,035
20	0,046
25	0,050
30	0,052
35	0,053
40	0,054
50	0,055
55	0,055
60	0,055

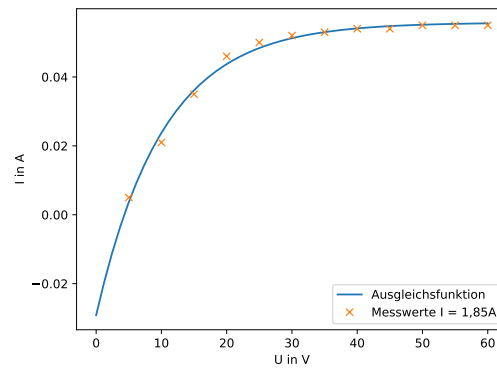


Abbildung 5: Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 1,85 A Heizstrom

$$a = (0,0558 \pm 0,0008)A$$

$$b = (0,0850 \pm 0,0039)$$

$$c = (0,0976 \pm 0,0065)$$

Tabelle 2: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2 A Heizstrom.

U [V]	I [mA]
5	0,007
10	0,040
15	0,079
20	0,019
30	0,177
40	0,202
50	0,210
60	0,213
70	0,216
80	0,218
90	0,219
100	0,220
110	0,224
120	0,225
130	0,226
140	0,227
150	0,228

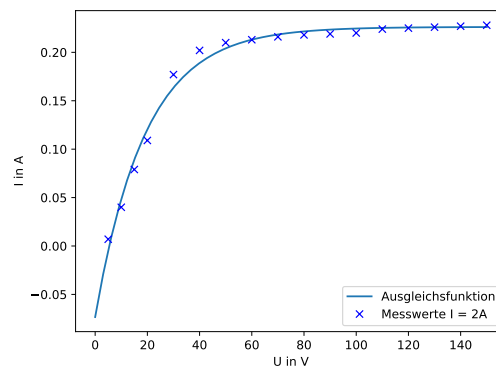


Abbildung 6: Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2 A Heizstrom

$$a = (0,2262 \pm 0,0029) A$$

$$b = (0,2996 \pm 0,0118)$$

$$c = (0,0521 \pm 0,0036)$$

Tabelle 3: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,4 A Heizstrom.

U [V]	I [mA]
20	0,23
40	0,7
60	1,18
80	1,64
100	2,04
110	2,12
120	2,35
130	2,47
140	2,56
150	2,62
160	2,68
170	2,71
180	2,75
190	2,77
200	2,79
210	2,78
220	2,81
230	2,80
240	2,83
245	2,83
250	2,84
255	2,83

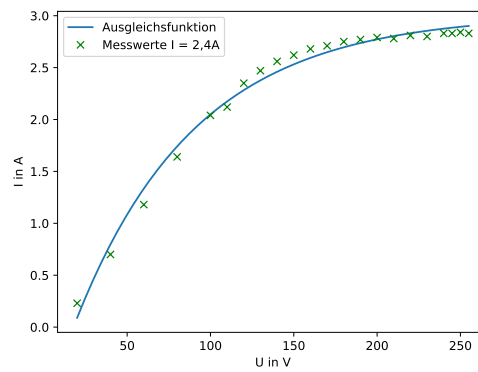


Abbildung 7: Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,4 A Heizstrom

$$a = (3,0138 \pm 0,0504)A$$

$$b = (3,8579 \pm 0,1137)$$

$$c = (0,0139 \pm 0,0009)$$

4.2 Bestimmung des Gültigkeitsbereiches des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

Bei maximalem Heizstrom $I_S = 2,4A$ wird der Strom in der Hochvakuumdiode gemessen. Der Strom wird gegen die Spannung aufgetragen und eine Ausgleichsfunktion der Form

$$I = c \cdot U^b$$

und die dazugehörigen Parameter mit Python berechnet.

Tabelle 4: Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

U [V]	I [mA]
20	0.23
40	0.7
60	1.18
80	1.64
100	2.04

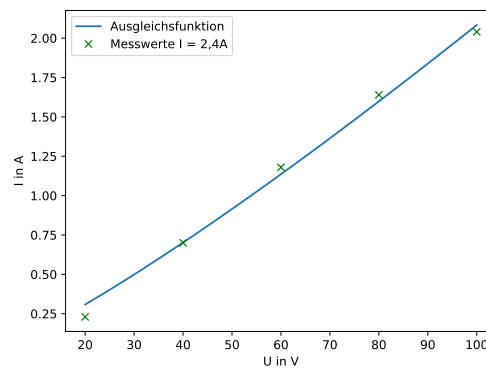


Abbildung 8: Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

$$b = (1,19 \pm 0,07)$$

$$c = (0,009 \pm 0,003)$$

4.3 Bestimmung der Kathodentemperatur durch Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Die gemessenen Werte müssen aufgrund des Spannungsabfalls über dem Geräteinnenwiderstand $R_i = 1M\Omega$ korrigiert werden.

$$U_{korr} = U_{mess} - R_i \cdot I_A$$

Tabelle 5: Messwerte zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes einer Hochvakuumdiode mit Heizstrom $I=2,4$ A

U_{mess} [V]	U_{korr} [V]	I_A [nA]
0	-0.03	30
0.1	0.075	25
0.2	0.182	18
0.3	0.287	13
0.4	0.391	9
0.5	0.495	5
0.6	0.597	3
0.7	0.698	2
0.8	0.799	1
0.9	0.8995	0.5
1	0.9997	0.3

Der Strom wird gegen die korrigierte Spannung aufgetragen und eine Ausgleichsfunktion der Form $a \cdot \exp(-bU)$ und die dazugehörigen Parameter mit Python berechnet.

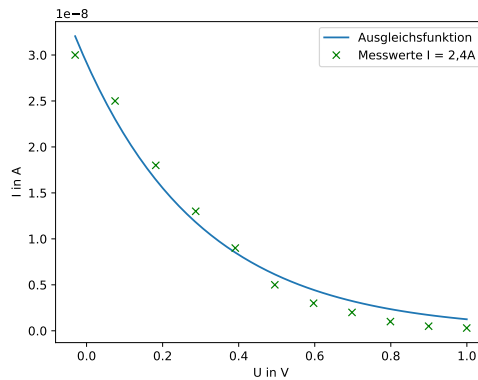


Abbildung 9: Messwerte des Anlaufstromgbiets und Fit-Kurve

$$a = (2,9156 \pm 0,1104)10^{-8}$$

$$b = (3,1489 \pm 0,2173)$$

Die Anlaufstromstärke hängt angenähert exponentiell vom äußeren Potential ab.

$$j(V) = const \cdot \exp\left(-\frac{e_0 V}{k_B T}\right)$$

Mit dem Parameter b der bestimmten Ausgleichsfunktion lässt sich die Temperatur T der Kathode bestimmen. Der Fehler wird mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$T = \frac{e_0}{k_b \cdot b}$$

$$T = (3683,92 \pm 254,22)K$$

4.4 Bestimmung der Kathodentemperatur über die Leistungsbilanz des Heizstromkreises

Die zugeführte Leistung

$$N_{zu} = V_f \cdot I_f$$

entspricht der Summe der über die Apparatur abgegebenen Wärmeleistung $N_W = 0,9W$ und der Strahlungsleistung nach Stefan-Boltzmann

$$N_W = f\eta\sigma T^4$$

Die Temperatur berechnet sich also wie folgt

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_f V_f - 0,9W}{f\eta\sigma}}$$

mit $f = 0,35 \text{ cm}^2$, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{WK}^2}{\text{cm}^2}$ und $\eta = 0,28$. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle zu finden.

Tabelle 6: Über Leistungsbilanz berechnete Kathodentemperatur

U_{Heiz} [V]	I_{Heiz} [A]	T [K]
4	1,85	1846,94
4,9	2	1997,89
6,1	2,4	2227,01

Durch die Berechnung des Mittelwertes ergibt sich folgende Kathodentemperatur

$$T = (2023,95 \pm 55) \text{ K}$$

4.5 Austrittsarbeit

Mit Gleichung (3) und den bestimmten Kathodentemperaturen und Sättigungsströmen lässt sich die Austrittsarbeit von Wolfram bestimmen.

$$e_0 \Phi = -\ln\left(\frac{I_s h^3}{4\pi e_0 m_0 k_b^2 f T^2}\right) k_b T$$

mit e_0 der Elementarladung und m_0 der Ruhemasse eines Elektrons. Es ergeben sich folgende Austrittsarbeiten für die Temperaturen und Ströme.

Tabelle 7: Temperaturabhängige Austrittsarbeiten von Wolfram

T [K]	I_s [A]	W [eV]
1846,94	0,0558	4,913
1997,89	0,2262	5,100
2227,01	3,0138	5,593

Im Mittel ergibt sich folgende Austrittsarbeit

$$W = (5,202 \pm 0,203) \text{ eV}$$

5 Diskussion

Die prozentualen Abweichungen werden mit folgender Formel berechnet

$$\text{Abweichung in \%} = \frac{\text{Sollwert} - \text{Messwert}}{\text{Sollwert}} \cdot 100$$

Die aufgenommenen Kennlinien entsprechen der allgemeinen Form einer Hochvakuumdioden-Kennlinie. Anhand dieser konnten die Sättigungsströme der unterschiedlichen Heizströme ermittelt werden.

Tabelle 8: Sättigungsströme unterschiedlicher Heizströme

I_{Heiz} [A]	U_{Heiz} [V]	I_s [A]
1,85	4	$0,0558 \pm 0,0008$
2	4,9	$0,2262 \pm 0,0029$
2,4	6,1	$3,0138 \pm 0,0504$

Zur experimentellen Überprüfung des Langmuir-Schottky Raumladungsgesetzes wird bei maximalem Heizstrom $I = 2,4$ A ein Exponent von $b = 1,19$ bestimmt. Der experimentelle Wert weicht um 20,67 % vom theoretischen Wert $b_{theo} = 1,5$ ab. Die Abweichung lässt sich durch die geringe Anzahl an Messwerten in diesem Bereich erklären. Experimentell ließ sich ein Gültigkeitsbereich von 20 bis 100 V bestimmen. In diesem Bereich weist der Exponent zwar eine größere Abweichung zum theoretischen Wert auf als in einem Bereich von 20 bis 60V. Allerdings ist die Fit-Kurve genauer aufgrund der größeren Anzahl an Messwerten. Die Kathodentemperatur wurde auf zwei unterschiedliche Arten bestimmt. Bei der Untersuchung des Anlaufstromgebietes wurde eine Kathodentemperatur von $T = (3683,92 \pm 254,22)K$ ermittelt. Über die Leistungsbilanz des Heizstromkreises wurde eine Temperatur von $T = (2023,95 \pm 55)K$ berechnet. Die über das Anlaufstromgebiet ermittelte Temperatur weicht um 82,02% von der durch die Leistungsbilanz ermittelten Temperatur ab. Die große Abweichung lässt sich durch die fehlerbehaftete Messung des Anlaufstromgebiets erklären, da der Strom mit einem sehr empfindlichen nA-Meter gemessen wurde. Zuletzt wurde die Austrittsarbeit des Wolframdrahtes anhand der Sättigungsströme und der über die Leistungsbilanz berechneten Temperaturen berechnet. Die berechnete Austrittsarbeit $W = (5,202 \pm 0,203)eV$ weicht um 14,58% vom Literaturwert $W_{lit} = 4,54eV$ [2] ab. Zusammenfassend konnten die Kennlinien und die Austrittsarbeit in diesem Experiment bestätigt werden.

6 Literaturverzeichnis

- [1] TU Dortmund. V408: Thermische Elektronenemission.
 [2] 05.06.2020. : <https://www.formel-sammlung.de/formel-Austrittsarbeit-von-Elektronen-aus-Metallen-3-25-134.html>