Versuch Nr.502

Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld

1. Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld

Während elektrostatische Felder Kraftwirkungen auch auf ruhende Ladungen ausüben (siehe V501), erzeugen magnetostatische Felder nur Kräfte auf relativ zum Feld bewegte Ladungen. Bewegt sich zum Beispiel eine Ladung q mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ ein einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$, so wirkt auf sie die sogenannte **Lorentz-Kraft**

(1) $$\vec{F}_L = q\ \vec{v} \times \vec{B}.$$

$\vec{F}_L$ ist also nur dann von null verschieden, wenn $\vec{v}$ eine Komponente senkrecht zu $\vec{B}$ besitzt.

Gegeben sei ein kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$. In diesem bewege sich ein Elektron (Ladung e_o, Masse m_0) mit der konstanten Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ in $\vec{Z}$-Richtung. Es möge dabei in ein homogenes Magnetfeld $\vec{B}$ eindringen, dessen Feldlinien in $\vec{X}$-Richtung verlaufen. Dort erfährt es eine Kraft in $\vec{Y}$-Richtung, die nach (1) gegeben ist durch

$$F_{Ly} = e_0\ v_0\ B \quad .$$

F_{Ly} bewirkt, dass sich das Elektron nunmehr auf einer gekrümmten Bahn in der YZ-Ebene bewegt. Nach (1) steht jedoch in jedem Bahnpunkt die Kraft senkrecht zum Wegelement $d\vec{s}$, also ist

$$\vec{F}_L \bullet d\vec{s} = 0 \quad .$$

Das hat zur Konsequenz, dass sich die potentielle Energie des Elektrons nicht ändert. Nach dem Energiesatz muss dann auch seine kinetische Energie konstant sein. Das aber bedeutet , dass wegen

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\ m_0\ v^2$$

$|\vec{v}|$ überall konstant sein muss. Da außerhalb der Wirkungsphäre des Magnetfeldes $\vec{v} = v_0\,\vec{z}$ ist, muss für alle Bahnpunkte

(2) $$|\vec{v}| = v_0$$

sein. - Der momentane Krümmungsradius r der Bahn ist durch das Gleichgewicht von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft festgelegt:

$$e_0 \, v_0 \, B \;=\; \frac{m_0 \left| \vec{v} \right|^2}{r} \quad .$$

Daraus folgt unter Berücksichtigung von (2)

(3) $$r \;=\; \frac{m_0 \, v_0}{e_0 \, B} \quad .$$

Da die rechte Seite der Gleichung (3) konstant ist, muss sich das Elektron auf einer Kreisbahn bewegen.

2. Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Man kann nun mit Hilfe von (3) zum Beispiel die spezifische Ladung e_0/m_0 der Elektronen bestimmen. Man benötigt dazu eine Kathodenstrahlröhre, in der die Elektronen nach Durchlaufen des elektrischen Feldes zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode eine konstante Geschwindigkeit v_0 in Achsenrichtung der Röhre erhalten. Sei U_B das Beschleunigungspotential, dann ist nach dem Energiesatz

(4) $$v_0 \;=\; \sqrt{2 U_B \, e_0 / m_0} \quad .$$

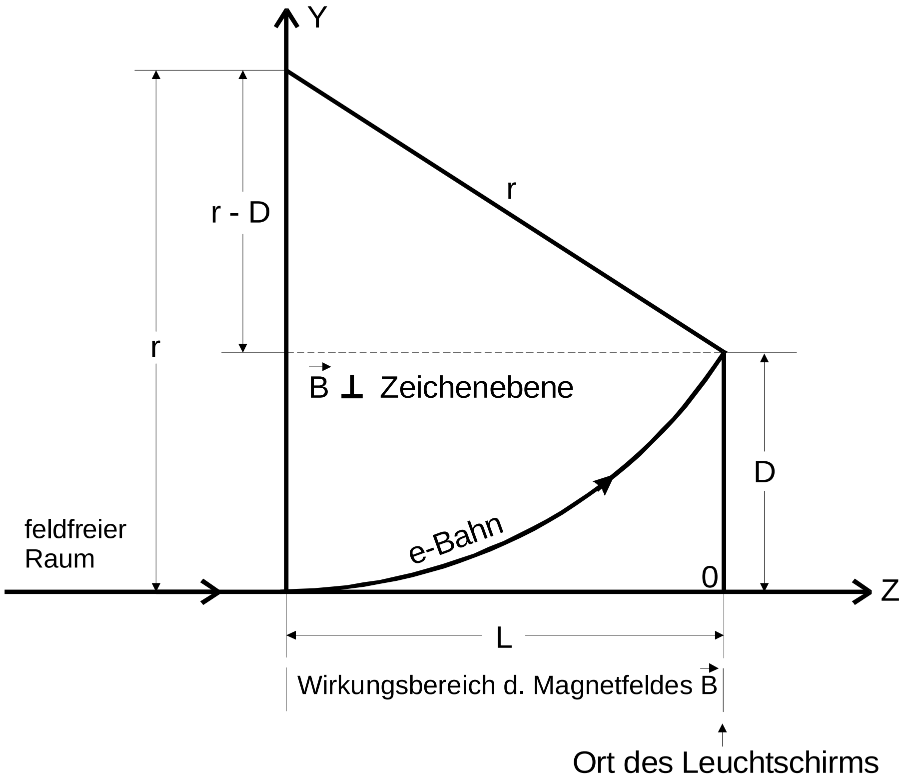

Abb.1: Skizze zur Ableitung einer Beziehung zwischen L, D und r

Im feldfreien Raum bewegen sich die Elektronen geradlinig; sie treffen daher im Mittelpunkt 0 (Abb.1) des Leuchtschirms auf und erzeugen dort einen Leuchtfleck. Sobald das Magnetfeld B eingeschaltet wird, verschiebt sich dieser infolge der Krümmung der Elektronenbahn um das Stück D, einer Größe, die sich bequemer als r messen lässt. Den Zusammenhang zwischen D, r und L, der Länge des Einflussbereiches des Magnetfeldes, erkennt man an der Abb.1.

Nach dem Satze des Pythagoras ist

$$L^2 + (r - D)^2 = r^2 \quad ,$$

woraus folgt

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2D} \quad .$$

Damit kann r aus (3) eliminiert werden. Man bekommt

$$\frac{L^2 + D^2}{2D} = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} \quad .$$

Ersetzt man nun hier v_0 durch die leicht messbare Beschleunigungsspannung U_B mit Hilfe von (4), dann erhält man eine Bestimmungsgleichung für die spezifische Ladung der Elektronen

$$\frac{m_0}{e_0 B}\sqrt{2 U_B \, e_0 / m_0} = \frac{L^2 + D^2}{2D}$$

oder

(5) $$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8 U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} \, B \quad .$$

3. Aufgabe

Man bestimme

a) die spezifische Ladung der Elektronen,

b) die Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes.

4. Praktische Hinweise

Man beachte die Hinweise 7a bis 7d aus V501.

zu 3a: Man erzeuge mittels einer großen Helmholtz-Spule[1] ein nahezu homogenes Magnetfeld, dessen Richtung senkrecht zum Elektronenstrahl einer Kathodenstrahlröhre steht. Die Flussdichte B des Helmholtz-Feldes im Mittelpunkt des Spulenpaares ist gegeben durch

(6) $$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{N\mathbf{I}}{R} \quad .$$

(N = Windungszahl, $\mathbf{I}$ = Spulenstrom, R = Spulenradius, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am).

Vor Beginn der Messungen drehe man die Achse der Kathodenstrahlröhre in Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes. Zum Auffinden der Feldrichtung dient

---

[1] *Eine Helmholtz-Spule besteht aus 2 gleichen, parallelen Ringspulen mit dem Radius R, deren Ebenen einen Abstand R voneinander haben. Sie wird häufig verwendet, um ein nahezu homogenes Magnetfeld zu erzeugen.*

ein Deklinatorium-Inklinatorium (spezieller Kompass). Nach diesen Vorbereitungen messe man bei konstanter Beschleunigungsspannung von U_B = 250 und 500 V die Strahlverschiebung D in Abhängigkeit von B. Man lege dazu den Leuchtfleck bei B = 0 mit Hilfe eines elektrischen Feldes entweder auf die oberste oder unterste Linie des Koordinatennetzes auf dem Bildschirm.

zu 3b: Bei möglichst niedriger Beschleunigungsspannung (U_B = 150 bis 200 V) drehe man die Achse der Röhre in die vom Deklinatorium angezeigte Nord-Süd-Richtung und merke sich genau die Lage des Leuchtfleckes im XY-Koordinatennetz. Sodann drehe man die Anordnung in Ost-West-Richtung. Das Feld übt nun eine Kraft auf die bewegten Elektronen aus und lenkt sie in Y-Richtung ab. Man schalte nun das Helmholtz-Feld ein und kompensiere durch einen geeigneten Spulenstrom I_{hor} die Wirkung des Erdfeldes. Hat der Leuchtfleck wieder seine ursprüngliche Lage eingenommen, dann ist das Helmholtz-Feld entgegengesetzt gleich der Horizontalkomponente B_{hor} des Erdfeldes.

Zur Bestimmung der Totalintensität B_{total} muss noch der Inklinationswinkel φ, das ist der Winkel zwischen Horizontalebene und der Richtung des Erdfeldes, bekannt sein. Man bestimmt ihn, indem man das Inklinatorium (um seine vertikale Achse) so dreht, dass die Magnetnadel parallel zur horizontalen Drehachse des Gerätes liegt. Sodann schwenke man den Teilkreis um 90°, sodass die Drehachse der Magnetnadel nun horizontal liegt. Unter diesen Bedingungen zeigt die Magnetnadel genau in Feldrichtung, und φ kann auf dem Teilkreis abgelesen werden.

5. Hinweise zur Auswertung

zu 3a: Man trage in einem Diagramm die Größe $D/\left(L^2+D^2\right)$ gegen B für beide Beschleunigungsspannungen auf. Den Proportionalitätsfaktor a zwischen beiden Größen ermittle man durch eine Ausgleichsrechnung. Den so gewonnenen Wert a benutze man zur Berechnung von e_0/m_0. Der Weg L der Elektronen, auf dem das Magnetfeld wirksam ist, reicht etwa von der Beschleunigungselektrode bis zum Leuchtschirm. Er kann aus der Konstruktionszeichnung der Röhre entnommen werden (siehe V501; Abb.5).

zu 3b: Aus dem Spulenstrom I_{hor} und φ lässt sich mit Hilfe von (6) die Totalintensität des Erdmagnetfeldes errechnen.