VERSUCH

DER COMPTON-EFFEKT

Phuong Quynh Ngo
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de

Abgabe: 04.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuches

Bei diesem Veruch soll die Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons bestimmt werden.

2 Theorie

Der Compton-Effekt bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge von γ-Strahlung bei der Streuung an einem Elektron.

Bei diesem Versuch wird eine indirekte Methode der Bestimmung der Compton-Wellenlänge mit Hilfe von Röntgenstrahlen durchgeführt. Die Röntgenstrahlen werden an einem Plexiglasquader gestreut und die gestreute Strahlung wird mittels des Transmissionsverhaltens auf ihrer Compton-Wellenlänge untersucht.
Die Streustrahlung an Materie setzt sich aus die klassische inelastische Streuung (kohähenten Streuung) und die elatische frequenzverschobene Streuung (inkohänente oder Compton Streuung), bei der gibt es Energie- und Impulsaustausch zwischen einem Photon und einem um den Winklel θ gestreuten Elektron. Die Zunahme der Wellenlänge $\Delta\lambda$ lässt sich mittels

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\theta) \tag{1}$$

berechnen. Die Formel für die Compton-Wellenlänge des Elektrons lautet $\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c}$.

Für die Erzeugung von Röntgenstrahlen mit der Röntgenröhre werden die elektromagnetische Wellen, die bei der Abbremsung der von einer Glühkathode auf eine Anode schnell beschleunigten Elektronen entstehen, verwendet. Bei Auftreten auf die Anode entsteht eine Röntgenstrahlung, die sich aus der kontinuierlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung überlagert ist.

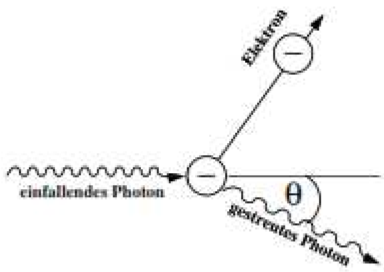

Abbildung 1: Compton-Effekt.

Bei der Abbremsung eines Elektrons entsteht ein Bremsspektrum und ein Photon, auf welches der Energieverlust (ein Teil oder die gesamte kinetische Energie) des abgebremsten Elektrons übergetragen wird. Das Bremsspektrum setzt sich aus 2 Teilspektren zusammen: kontinuierliches und charakteristisches Spektrum. Das charakteristisches Spektrum entsteht, wenn das Anodematerial ionisiert wird, indem ein Elektron in die innere Schale durch die Aussendung eines Röntgenquants zurückfällt. Die Energiedifferenzen entsprechen der Energie des Röntgenquants und des Linienspektrums der (für das jeweilige Anodematerial) charakteristischen Röntgenstrahlung.

Durch Aluminium werden für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge die Transmission und Absorption von Röntgenstrahlung ausgenutzt. Die Transmission des Stoffes nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab. Für die Absorption entsteht das Lambert-Beer'sche Gesetz

$$I = I_0 e^{-\mu d} \tag{2}$$

wobei: I_0 bzw. I ist einfallende und verschobene Intensität.
Der Absorptionskoeffizient ist $\mu = \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Com}}$, wobei die Absorptionskoeffiziente μ_{Paar}, μ_{Photo}, μ_{Com} für Paarbildung, Photoeffekt und Comptoneffekt stehen.

Die Energie und die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung können durch die Bragg'sche Reflexion auf ein 3-D Gitter annalysiert werden. Die Röntgenstrahlen reflektieren konstruktiv vom Gitter nur bei bestimmte Auftriffwinkeln (Glanzwinkeln) α.

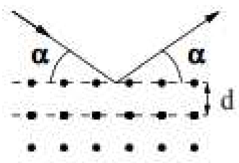

Abbildung 2: Die Bragg'sche Reflexion.

Daher lautet die Bragg'sche Bedingung:

$$2d \sin \alpha = n\lambda \tag{3}$$

mit der Wellenlänge λ, Beugungsordnung n und Gitterkonstanten d ($d_{\text{LiF}} = 201,4\,\text{pm}$). [1]

3 Durchführung

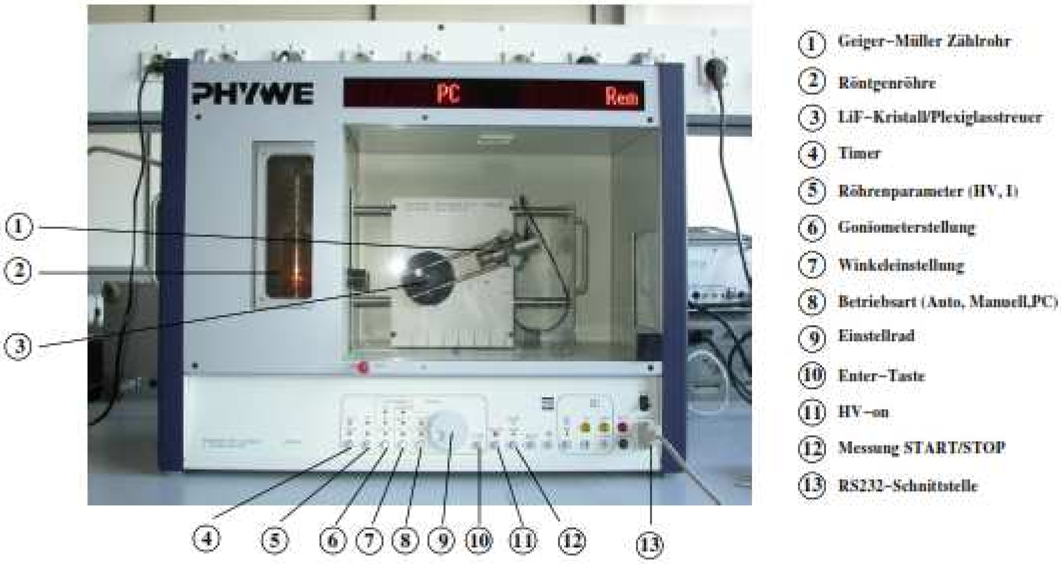

Abbildung 3: Röntgenröhre.

In Abbildung 3 ist der Abbau der Röntgengerät zu sehen.

Das Emissionspektrum (Aufgabe 1) und die Transmission $T(\lambda)$ des Aluminium-Absorbers werden mit dem Rechner gemessen. Die Compton-Wellenlänge wird durch die manuelle Bedienung bestimmt. Das Experiment wirde den PC gesteuert. Die gemessenen Zählrate erscheint in der oberen Anzeigeleiste des Röntgengerätes.

Bei dem ganzem Versuch werden Beschleunigungsspannung auf 35kV und Emmusionsstrom auf 1mA gestellt. LiF-Kristall wird in die Halterung gesteckt.

1. Aufnahme eines Emissionspektrums der Kupfer Röntgenröhre

Dafür werden eine 2mm Blende und einen LiF-Kristall verwendet. Das Röntgenspektrum (Beugungsordnung $n = 1$) wird in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1°$ und einer Integrationszeit von $t = 10\,s$ gemessen.

2. Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge und die Compton-Wellenlänge

a. Die Transmission $T(\lambda)$ des Aluminium-Absorbers wird für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge aufgenommen. Der Al-Absorber wird vor die 2mm Blende gesetzt. In Schritten von $\Delta\alpha = 0,1°$ werden N_{Al} mit Absorber und N_0 ohne Absorber als Funktion des Kristallwinkelns in einem Bereich von $7° \leq \alpha \leq 10°$ gemessen. (Messzeit $t = 200\,s$)

Die Transmission $T = I_{Al}/I_0$ wird berechnet durch

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N} \tag{4}$$

wobei die Totzeit $\tau = 90\,\mu s$ ist.

b. Ab diesem Teil des Versuches wird die manuelle Messung durchgeführt. Der Versuch wird umgebaut: die 2mm Blende wird durch 5mm Blende eingesetzt und der LiF-Kristall wird durch einen Plexiglas-Streuer ausgetauscht. Der Kristall wird auf 45° und das Geider-Müller Zahlrohr wird auf 90° gestellt (siehe Abbildung 4). Die Intensität I_0 der Cu-Röhre wird gemessen.

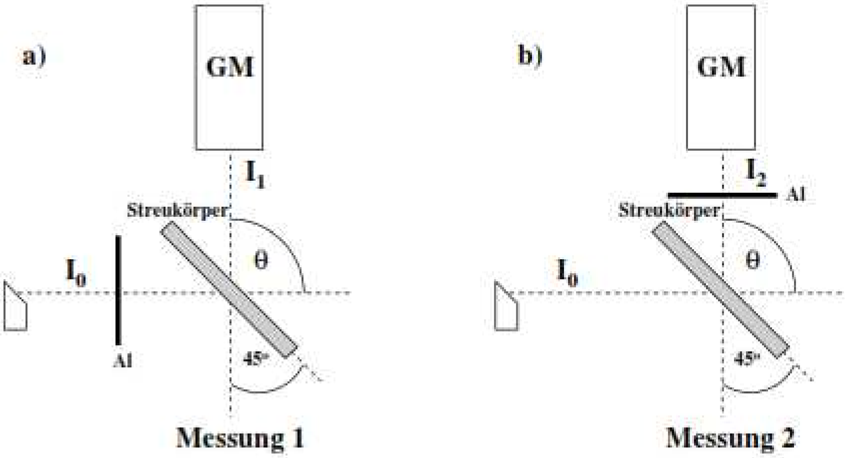

Abbildung 4: Experimenteller Aufbau.

c. Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_c

Zwei unabhängige Messungen werden durchgeführt. Die Transmission $T = I_1/I_0$ (Abbildung 4 links) der ungestreuten Röntgenstrahlung und die Transmission $T = I_2/I_0$ (Abbildung 4 rechts) der gestreuten Röntgenstrahlung werden bestimmt. (Messzeit $t = 300\,s$)

Die Messungen werden 5 mal wiederholt. [1]

4 Auswertung

4.1 Aufnahme eines Emissionspektrums der Kupfer Röntgenröhre

Das Röntgenspektrum der Kupfer Röntgenröhre [1] werden in 0,1°-Schritten in Bereich von $8° \leq \alpha \leq 25°$ und in Abbildung 5 veranschaulicht.

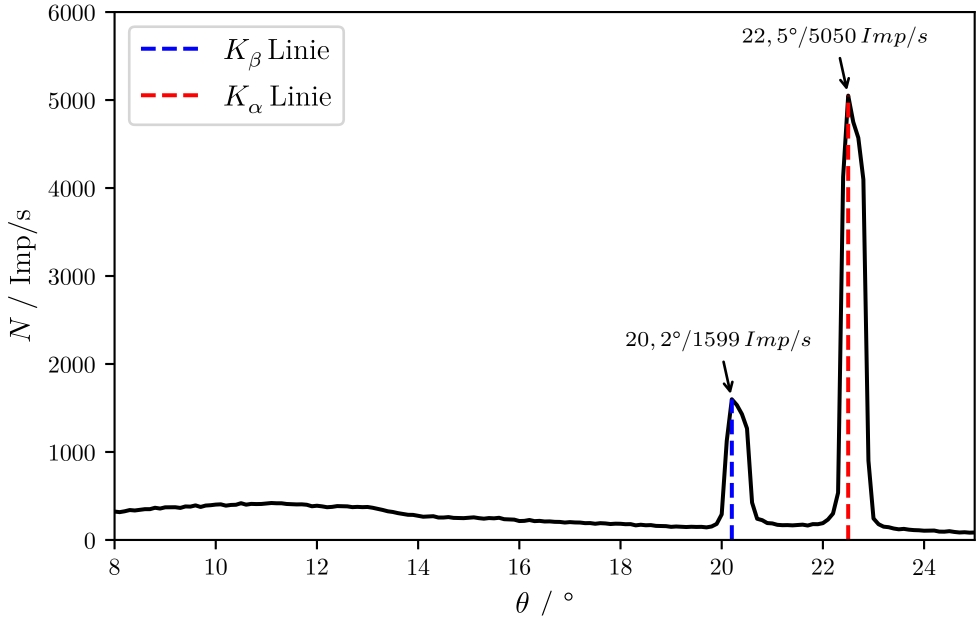

Abbildung 5: EmissionCu.

Aus der Abbildung 5 werden Intensitäten und Kristallwinkeln bei dem ersten und zweiten Bergen (entsprechen für K_α- und K_β-Linie von Kupfer Emissionspektrum) notiert.

Für K_β-Linie: $\theta = 20,2°$; $N = 1599\,\text{Imp/s}$.

Für K_α-Linie: $\theta = 22,5°$; $N = 5050\,\text{Imp/s}$.

Die entsprechende Energien werden durch die Formel

$$E = \frac{hc}{\lambda} \tag{5}$$

mit den durch die Formel (3) gerechneten Wellenlängen λ bestimmt und ergeben sich zu

$$E_\alpha = 8,059\,\text{keV}$$
$$E_\beta = 8,931\,\text{keV}.$$

4.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Die Zählrate der Röntgenstrahlung mit Aluminium-Absorber N_{Al} und ohne Aluminium-Absorber N_0 im Schritten von $\Delta\alpha = 0,1°$ werden notiert.[1] (Messzeit $\Delta t = 200\,s$)

Mit der Gleichung (4) werden die Zählrate I_{Al} und I_0 mit der Totzeit $\tau = 90\,\mu s$ bestimmt.
Die wahren Zählrate ist $I^* = I \cdot \Delta t$.

Die Transmission $T = \frac{I^*{}_{Al}}{I^*{}_0} = \frac{I_{Al}}{I_0}$ wird mit den gerechneten Werten von I_{Al} und I_0 berechnet.
Die entsprechenden Wellenlänge λ werden mit der Formel (3) ermittelt.

Die aus der Rechnungen erhaltenen Werte sind in Tabelle (1) aufgeführt.
Die Transmissionsfunktion $T(\lambda)$ in Abhängigkeit von λ wird mit den Zählrate (I_{Al}) und (I_0) bestimmt:

$$T(\lambda) = \frac{I^*{}_{Al}}{I^*{}_0} = \frac{I_{Al}}{I_0} = \frac{N_{Al}}{1 - \tau N_{Al}} \cdot \frac{1 - \tau N_0}{N_0} \tag{6}$$

Die Ausgleichungsgerade hat die Form:

$$y = a \cdot t + b \tag{7}$$

mit $y = T(\lambda)$ und $t = \lambda$. Die Parameter ergeben sich zu

$$a = (-0,015195 \pm 0,000239)\,\mathrm{pm}^{-1}$$
$$b = (1,225073 \pm 0,014311).$$

Die Fehler für Transmission T wird dabei über die Gauß´sche Fehlerfortfplanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i}\right)^2 (\Delta y_i)^2} \tag{8}$$

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{1}{I_0} \cdot \Delta I_{Al}\right)^2 + \left(\frac{-I_{Al}}{I_0{}^2} \cdot \Delta I_0\right)^2}$$

berechnet. Die Transmissionskurve und deren Ausgleichungsgerade sind in Abbildung 6 graphisch stellen.

Tabelle 1: Berechnete Daten für die Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge.

Kristallwinkeln/°	I_0/Impulse	I_{Al}/Impulse	T	λ/pm
7,0	230,692	114,671	0,497	49,089
7,1	236,947	113,140	0,477	49,787
7,2	245,821	113,140	0,460	50,484
7,3	253,662	114,671	0,452	51,182
7,4	260,990	116,203	0,445	51,879
7,5	268,327	114,671	0,427	52,576
7,6	275,674	114,161	0,414	53,273
7,7	283,030	115,692	0,409	53,970
7,8	288,291	115,182	0,400	54,666
7,9	297,245	113,140	0,381	55,363
8,0	303,046	110,590	0,365	56,059
8,1	308,325	110,080	0,357	56,755
8,2	317,310	109,060	0,344	57,451
8,3	319,956	107,021	0,334	58,147
8,4	326,310	105,492	0,323	58,842
8,5	333,732	102,436	0,307	59,538
8,6	338,508	100,908	0,298	60,233
8,7	342,757	101,417	0,296	60,928
8,8	347,541	98,363	0,283	61,623
8,9	351,265	95,819	0,273	62,317
9,0	359,252	93,277	0,260	63,012
9,1	361,384	90,227	0,250	63,706
9,2	364,583	88,703	0,243	64,400
9,3	368,317	85,148	0,231	65,094
9,4	370,987	83,625	0,225	65,788
9,5	375,794	81,595	0,217	66,481
9,6	379,536	79,059	0,208	67,174
9,7	381,675	76,523	0,200	67,868
9,8	383,280	74,496	0,194	68,560
9,9	388,098	72,470	0,187	69,253
10,0	388,634	68,925	0,177	69,945

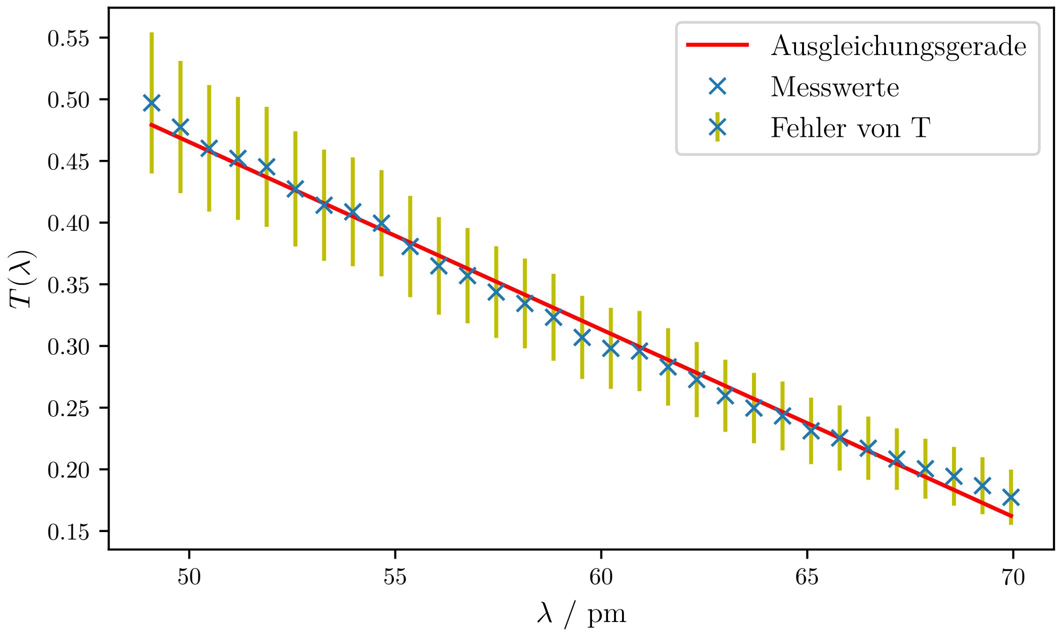

Abbildung 6: Transmissionskurve von Aluminium-Absorber.

4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Bei diesem Teil des Versuches werden I_0 (ohne Al-Absorper), I_1 (mit Al-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer) und I_2 (mit Al-Absorber zwischen Streuer und Geiger-Müller Zählrohr) mit einer Integrationszeit von $\Delta t = 300\,s$ gemessen.

$$I_0 = 2731\,\text{Impulse}$$
$$I_1 = 1180\,\text{Impulse}$$
$$I_2 = 1024\,\text{Impulse}$$

Die wahren Zählrate ist $I^* = I \cdot \Delta t$.

Die Messunsicherheit von den wahren Zählraten wird berechnet sich entsprechend durch:

$$\Delta I^* = \sqrt{I^*} \tag{9}$$

Die Transmission $T_1 = I_1/I_0$ der ungestreuten Röntgenstrahlung und die Transmission $T_2 = I_2/I_0$ der gestreuten Röntgenstrahlung werden bestimmt.

Die entsprechende Wellenlängen werden durch Transmissionsfunktion bei der Aufgabe Teil 2 berechnet.

Die Fehler für Transmission T und Wellenlängen λ werden dabei durch Gleichung (8) berechnet:

$$\varDelta T_{1;2} = \sqrt{\left(\frac{1}{{I^*}_0} \cdot \varDelta {I^*}_{1;2}\right)^2 + \left(\frac{-{I^*}_{1;2}}{{I^*}_0{}^2} \cdot \varDelta {I^*}_0\right)^2}$$
$$\varDelta\lambda = \sqrt{\left(\frac{1}{a} \cdot \varDelta T\right)^2 + \left(\frac{-1}{a} \cdot \varDelta b\right)^2 + \left((T-b) \cdot \frac{-1}{a^2} \cdot \varDelta a\right)^2}$$

Die aus der Rechnungen erhaltenen Werte sind in Tabelle (2) aufgeführt.

Tabelle 2: Berechnete Werte für Bestimmung der Compton-Wellenlänge.

T_1	$\varDelta T_1$	$\varDelta {I^*}_1$/Impuls	λ_1/pm	$\varDelta\lambda_1$/pm
0,432	$1203,503 \cdot 10^{-6}$	594,978991	52,193	8,264

T_2	$\varDelta T_2$	$\varDelta {I^*}_2$/Impuls	λ_2/pm	$\varDelta\lambda_2$/pm
0,375	$836,045 \cdot 10^{-6}$	554,256258	55,944	1,290

Aus der Wellenlängenverschiebung wird die Comptonwellenlänge $\lambda_c = \lambda_2 - \lambda_1$ bestimmt. Die Comptonwellenlänge λ_c ergibt sich zu $\lambda_c = 3,751\,\mathrm{pm}$.

5 Diskussion

Bei der Aufnahme eines Emissionspektrums der Kupfer Röntgenröhre werden Intensitäten und Kristallwinkeln bei dem ersten und zweiten Bergen (entsprechen für K_α- und K_β-Linie von Kupfer Emissionspektrum) erkannt. Die entsprechende Energien werden mit Literaturwerten zu verglichen, wurden diese aus [2] entnommen

$$E_\alpha = 8,059\,\mathrm{keV} \qquad E_{\alpha,\,\mathrm{Literatur}} = 8,048\,\mathrm{keV}$$
$$E_\beta = 8,931\,\mathrm{keV} \qquad E_{\beta,\,\mathrm{Literatur}} = 8,905\,\mathrm{keV}.$$

Somit ergeben sich nach

$$\text{Abweichung} = \left|\frac{E_{\alpha,\mathrm{berechnet}} - E_{\alpha,\mathrm{Literatur}}}{E_{\alpha,\ \mathrm{Literatur}}}\right| \cdot 100\% \tag{10}$$

die Abweichungen von jeweils

$$E_\alpha : 0,136\,\%$$
$$E_\beta : 0,291\,\%.$$

Die Compton-Wellenlänge der Kupfer Röntgenröhre wird über die Vergrößerung der Wellenlänge der ungestreuten Röntgenstrahlung und der gestreuten Röntgenstrahlung bestimmt und wird mit dem theoretischen Wert zu vergleichen.

$$\lambda_c = 3,751\,\mathrm{pm}$$
$$\lambda_{\text{theorie}} = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2,426 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{pm}$$
$$\text{Abweichung} : 35,324\,\%$$

Bei der Rechnungen wurden die folgende Einfüsse (systematische Fehler) nicht berücksichtigt:

1. Ein Fehler durch die Messung des Stroms über den Messverstäker kann ebenfalls als unwahrscheinlich angenommen werden, da vor jeder Einzeilmessung der Verstärker auf null justiert wurde. Die Justage führt allerdings zu kleinen, aber statistischen Abweichungen.

2. Fehler in der optischen Anordnung sind zwar nicht ausgeschlossen, tragen aber auch nicht zu einer Abweichung der Ausgleichungsgeradensteigung bei, scheiden also als Grund für den systematischen Fehler aus.

Bei geringen Zählraten ist überdies die Totzeit τ des Zählrohres nicht nötig zu berücksichtigen, da von diesem alle einfallenden Photonen registriert werden.

Der Compton-Effekt kann in sichtbaren Bereich des Spektrums nicht auftreten. Der Grund davon ist: Die Wellenlängenänderung (Compton-Wellenlänge) ist konstant und liegt in Picometerbereich. Die Größenordnung der Wellenlänge dieses Bereichs liegt zwischen 780nm und 380nm (Namometerbereich). Die Wellenlängenänderung ist daher zum Vergleich mit sichtbaren Wellenlänge sehr klein, nicht bemerkbar.

Literatur

[1] *Der Compton-Effekt*. Eingesehen am 06.05.2020. URL: `https://moodle.tu-dortmund.de/mod/folder/view.php?id=578733`.

[2] *X-ray Transition Energies Database*. Eingesehen am 10.05.2020. URL: `https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html/`.