

Geometrische Optik

Ziel: Bestimmung der Brennweite verschiedener Linsen und Linsensysteme.

Stichworte: Abbildungsmaßstab, Bildkonstruktion, Brechkraft, Brennweite, chromatische Aberration, Hauptebene, Linsengleichung, optische Achse, reelles Bild, sphärische Aberration, virtuelles Bild

Theoretische Grundlagen

In der Optik bestehen Linsen meistens aus einem Material, das optisch dichter ist als das Umgebungsmaterial 'Luft'. Trifft ein Lichtstrahl auf eine Linse, dann wird er nach dem *Brechungsgesetz* bei Eintritt und Austritt aus dem Linsenmedium gebrochen. Man unterscheidet weiter *Sammellinsen* und *Zerstreuungslinsen*. Sammellinsen werden zum Linsenrand dünner und bündeln paralleles Licht in einem Punkt, dem *Brennpunkt*. Die *Brennweite* f und die Bildweite b sind bei Sammellinsen positiv und es entsteht ein *reelles Bild*, das mit einem Schirm sichtbar gemacht werden kann. Bei einer Zerstreuungslinse sind Brennweite f und Bildweite b negativ und es entsteht ein *virtuelles Bild*. Die Abbildung rechts zeigt die *Bildkonstruktion* einer dünnen Sammellinse (Oben), einer dünnen Zerstreuungslinse (Mitte) und einer dicken Sammellinse (Unten). Zur Konstruktion der Abbildung läßt sich die Brechung bei *dünnen Linsen* auf die Mittelebene der Linse reduzieren. Bei *dicken Linsen* ist dies nicht mehr möglich. Man führt zwei *Hauptebenen* ein, an denen man sich die Strahlen gebrochen denkt. Für die geometrische Bildkonstruktion verwendet man drei ausgezeichnete Strahlen: den *Parallelstrahl* P , den *Mittelpunktstrahl* M und den *Brennpunktstrahl* B .

Der *Parallelstrahl* verläuft vom Gegenstand parallel zur optischen Achse und wird an der Mittelebene bzw. Hauptebene der Linse gebrochen und wird zum *Brennpunktstrahl*.

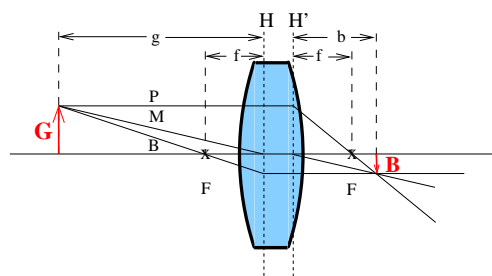
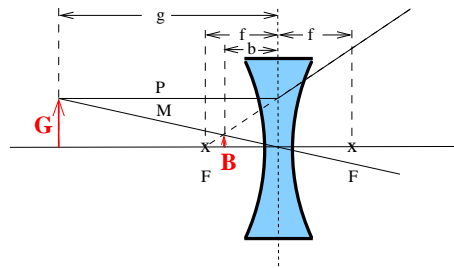
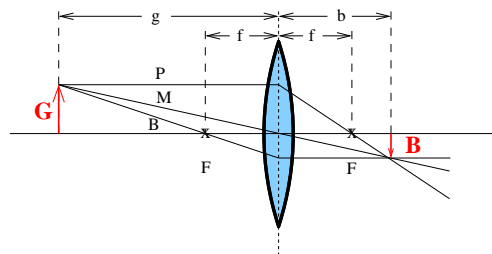
Der *Mittelpunktstrahl* geht durch die Mitte der Linse und ändert seine Richtung nicht.

Der *Brennpunktstrahl* geht durch den Brennpunkt der Linse, bevor er an der Mittelebene bzw. Hauptebene gebrochen wird und zum *Parallelstrahl* wird.

Aus der Bildkonstruktion und den Strahlensätzen folgt das *Abbildungsgesetz*

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1)$$

bei dem sich der Abbildungsmaßstab V von Bildgröße B zu Gegenstandsgröße G wie die Bildweite b zu Gegenstandsweite g verhält. Für dünne Linsen folgt aus dem Abbildungsgesetz



und der Bildkonstruktion die *Linsengleichung*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (2)$$

Bei dicken Linsen und Linsensystemen kann man die Brechung des Lichtstrahls an der Linsenoberfläche nicht mehr durch eine Brechung an der Mittelebene der Linse ersetzen. Man ersetzt in diesem Fall die Mittelebene durch die Hauptebenen H und H' , an denen man sich die Strahlen gebrochen denkt (Abb. oben). Die Brennweite, die Gegenstandsweite und die Bildweite werden dann zu der jeweiligen Hauptebene bestimmt, sodaß die Linsengleichung ihre Gültigkeit behält.

Die Reduktion der Brechung auf die Mittelebene bzw. die Hauptebenen gilt streng genommen nur für *achsennahe Strahlen*. Bei achsenfernen Strahlen wird das Licht stärker gebrochen und es treten *Abbildungsfehler* (Linsenfehler) auf; das Bild eines Gegenstandes kann nicht mehr scharf abgebildet werden. Bei der *sphärischen Aberration* liegt der Brennpunkt von achsenfernen Strahlen näher an der Linse als der von achsennahen. Blendet man die achsenfernen Strahlen z.B. mit einer Irisblende aus, so kann wieder ein scharfes Bild entstehen. Bei der *chromatischen Aberration* liegt der Brennpunkt von blauem Licht näher an der Linse als der von rotem Licht, da das blaue Licht stärker gebrochen wird als das rote (Dispersion).

Die reziproke Brennweite definiert die *Brechkraft* $D = 1/f$, die die Einheit Dioptrie [dpt = 1/m] besitzt. Setzt man ein Linsensystem aus mehreren dünnen Linsen zusammen, dann addieren sich ihre Brechkräfte D_i

$$D = \sum_i^N D_i \quad (3)$$

Linsen mit zwei unterschiedlich gekrümmten Flächen kann man sich aus zwei dünnen einseitig planen Linsen zusammengesetzt denken und entsprechend Gleichung 3 die Brechkraft bzw. die Brennweite berechnen.

Vorbereitung

- Konstruieren Sie mit einer Sammellinse das Bild eines Gegenstandes, dessen Gegenstandsweite die doppelte Brennweite der Linse ist.

Aufgaben

- Verifizieren Sie Gl.1 und Gl. 2 mit einer Sammellinse bekannter Brennweite.
- Bestimmen Sie die (unbekannte) Brennweite einer Sammellinse durch Messung von g und b .
- Bestimmen Sie die Brennweite einer Sammellinse nach der Methode von Bessel für weißes, rotes und blaues Licht.
- Bestimmen Sie die Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe.

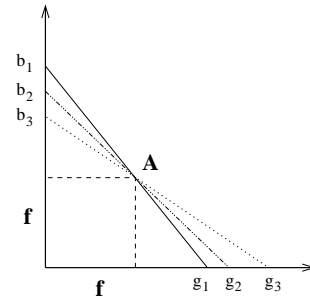
Versuchsdurchführung und Auswertung

Zum Ausmessen der Linsen wird eine optische Bank verwendet, auf der die optischen Elemente wie z.B. Lichtquelle, Linse oder Schirm mit Hilfe von Reitern verschoben werden können.

Als Lichtquelle dient eine Halogenlampe und als Gegenstand ein 'Perl L'. Für die Messungen stehen verschiedene Linsen mit bekannter und unbekannter Brennweite zur Verfügung. Als Linse unbekannter Brennweite steht Ihnen eine Linse zur Verfügung die mit Wasser gefüllt ist. Durch Verändern der Wassermenge kann die Brennweite der Linse verändert werden.

Bestimmung der Brennweite durch Messung der Gegenstandsweite und Bildweite

- Stellen Sie die Halogenlampe, den Gegenstand ('Perl L'), eine Sammellinse bekannter Brennweite und den Schirm auf die optische Bank. Achten Sie darauf, daß alle Komponenten nach Höhe und Richtung ausgerichtet sind.
- Variieren Sie bei gegebener Gegenstandsweite g die Position des Schirms so lange, bis das 'Perl L' auf dem Schirm scharf abgebildet ist und notieren Sie das Wertepaar (g_i, b_i) .
- Wiederholen Sie die Messung für mindestens 9 weitere Gegenstandsweiten.
- Berechnen Sie nach der Linsengleichung (Gl. 2) die Brennweite der Linse und vergleichen Sie diese mit der vom Hersteller angegebenen.
- Um die Meßgenauigkeit zu überprüfen trägt man die Wertepaare (g_i, b_i) auf die x- bzw. y-Achse eines Koordinatensystemes auf und verbindet die zugehörigen Wertepaare durch eine Gerade (Abb. rechts). Bei hoher Meßgenauigkeit sollten sich alle Geraden in einem Punkt A treffen. Die x- und y-Koordinate des Schnittpunktes stellt die Brennweite f der Linse dar. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem vorherigen.



- Wiederholen Sie die Messungen für eine Linse mit unbekannter Brennweite.

Für Interessierte: Die Linse unbekannter Brennweite ist ein Modell der Augenlinse. Die Linse im Auge ist flexibel, sodaß die Krümmung der Linse und damit der Brennpunkt variiert werden kann. Hierdurch ist es in einem begrenzten Bereich möglich, daß Objekte in verschiedenen Abständen scharf auf der Netzhaut (in unserem Fall der Schirm) abgebildet wird. Diesen Vorgang nennt man *Akkommodation*.

Stellen Sie die Linse vor den Schirm und den Gegenstand in einem beliebigen Abstand zwischen Halogenlampe und Linse. Versuchen Sie das Bild scharf zu stellen, indem Sie die Wassermenge in der Linse, also die Brennweite der Linse, anpassen.

Bestimmung der Brennweite einer Linse nach der Methode von Bessel

Bei der Methode nach Bessel bestimmt man die Brennweite einer Linse, indem man den Abstand zwischen Gegenstand und Bild fest hält, und zwei Linsenpositionen sucht, bei denen das Bild scharf abgebildet wird. Es handelt sich um eine symmetrische Linsenstellung, bei der Bildweite und Gegenstandsweite vertauscht werden.

$$b_1 = g_2 \quad \text{und} \quad b_2 = g_1$$

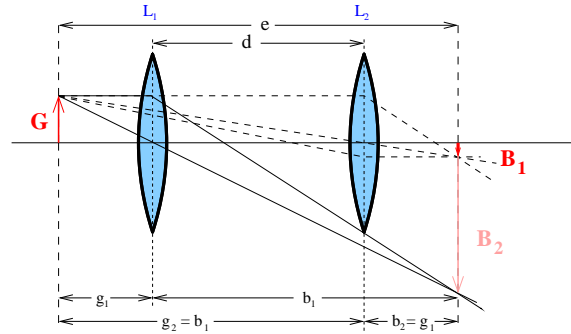
Ist die Gegenstandsweite $g > b$ größer als die Bildweite, dann ist das Bild verkleinert; ist die Gegenstandsweite $g < b$ kleiner als die Bildweite, dann ist das Bild vergrößert.

Mit dem Abstand $e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2$ zwischen Gegenstand und Bild sowie dem Abstand $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$ zwischen der Linsenposition 1 und der Linsenposition 2 läßt sich durch Einsetzen die Brennweite der Linse

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (4)$$

bestimmen.

- Stellen Sie die Halogenlampe, den Gegenstand ('Perl L'), eine Sammellinse bekannter Brennweite und den Schirm auf die optische Bank. Der Abstand e zwischen Gegenstand und Bild (Schirm) sollte mindestens vier mal so groß sein, wie die Brennweite f der Linse.



- Verschieben Sie die Linse bei festem Abstand e soweit, daß das Bild scharf auf dem Schirm zu sehen ist. Messen Sie die Gegenstandsweite g_1 und die Bildweite b_1 .
- Verschieben Sie die Linse nochmals bei festem Abstand e , bis wieder ein scharfes Bild auf dem Schirm zu sehen ist. Notieren Sie sich die Gegenstandsweite g_2 und die Bildweite b_2 .
- Wiederholen Sie die Messungen für mindestens 9 weitere Abstände e_i .
- Berechnen Sie aus den gemessenen Größen die Brennweite $f(d, e)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Herstellerangaben.
- Untersuchen Sie die chromatische Abberation, indem Sie für jeweils 5 Abstände e , einen roten und einen blauen Filter vor den Gegenstand setzen. Unter Umständen ist es sinnvoll eine Irisblende vor die Linse zu setzen, damit achsenferne Strahlen ausgeblendet werden und somit eine sphärische Abberation vermieden wird.
- Bestimmen Sie für das rote und das blaue Licht die Brennweite der Linse und diskutieren Sie das Ergebnis.

Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe.

Bei der Methode von Abbe bestimmt man die Brennweite und die Lage der Hauptebenen aus dem Abbildungsmaßstab V . Die Gegenstandsweite g und die Bildweite b wird wie bei einer dicken Linse relativ zu den jeweiligen Hauptebenen H und H' gemessen. Da die Lage der Hauptebenen nicht bekannt ist, wählt man sich einen beliebigen Punkt A, zu dem man die Gegenstandsweite g' und die Bildweite b' bequem messen kann. Für die gemessenen Abstände gilt:

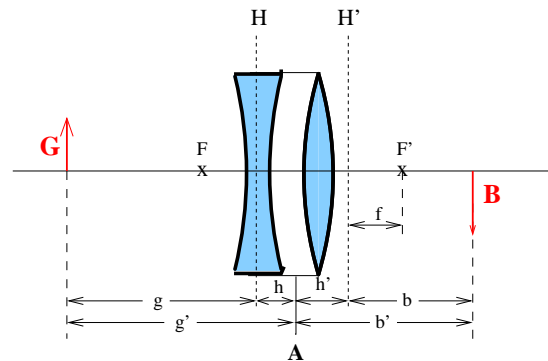
$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (5)$$

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h' \quad (6)$$

Aus dem Abbildungsmaßstab V und den gemessenen Abständen g' und b' lassen sich so die Brennweite f und die Lage der Hauptebenen bestimmen. Beachten Sie, daß der Referenzpunkt

A nicht innerhalb der Hauptebenen liegen muß. Es wird sogar häufiger der Fall sein, daß er außerhalb der Hauptebenen liegt.

- Stellen Sie die Halogenlampe, den Gegenstand ('Perl L'), eine Zerstreuungslinse ($f = -100$) und eine Sammellinse ($f = 100$) und den Schirm auf die optische Bank. Stellen Sie die Reiter der Linsen so dicht zusammen, daß sie sich berühren und ein fester Abstand beim Verschieben beibehalten werden kann.
- Wählen Sie einen Referenzpunkt A (es empfiehlt sich die Kante eines Linsenreiters zu nehmen) und messen Sie den Abbildungsmaßstab V und die Abstände g' und b' .
- Wiederholen Sie die Messung für mindestens 9 weitere Gegenstandsweiten.
- Tragen Sie in einem Diagramm g' gegen $(1+1/V)$ und b' gegen $(1+V)$ auf und bestimmen Sie aus den Geraden die Brennweite sowie die Hauptebenen des Linsensystems.
- Diskutieren Sie das Ergebnis.



Literatur

- [1] H.J. Eichler, H.-D. Kronfeld, J. Sahn *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, Springer 2001 Teubner 1996
- [2] D. Geschke *Physikalisches Praktikum* Teubner 1994
- [3] W. Walcher *Praktikum der Physik* Teubner 1994