VERSUCH V602

RÖNTGENEMISSION UND -ABSORPTION

Phuong Quynh Ngo phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de

Durchführung: DATUM Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

T	Eini	eitung	3
2	The	orie	3
3	Aufl	bau und Durchführung	6
	3.1	Aufbau	6
	3.2	Durchführung	3 6 6 7 7 7 7 7 10 12 12 13 15 15
		3.2.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung	7
		3.2.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre	7
		3.2.3 Analyse der Absorptionsspektren	7
4	Aus	wertung	7
	4.1	Überprüfung der Bragg-Bedingung	7
	4.2	Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre	10
	4.3	Anaylse der Absorptionsspektren	12
		4.3.1 Das Absorptionsspektren der Absorber	12
		4.3.2 Bestimmung der Rydbergkonstanten	13
5	Disk	kussion	15
	5.1	Überprüfung der Bragg-Bedingung	15
	5.2	Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre	15
	5.3	Anaylse der Absorptionsspektren	16
6	Anh	ang	17
Lit	teratı	ur	24

1 Einleitung

Das Ziel des Verusches ist die Aufnahme und Analyse von der Emissionsspektren einer Cu-Röntgenröhre und verschiedenen Absorptionsspektren.

2 Theorie

Um Röntgenstrahlen zu erzeugen werden aus einer Glühkathode Elektronen emittiert und zur Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode entsteht eine Röntgenstrahlung. Diese setzt sich aus dem kontiniuerlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials zusammen. Bei der Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns entsteht das Bremsspektrum, das zum kontiniuerlichen Spektrum gezählt wird, da ein Photon ausgesendet wird und dessen Energie gleich dem Energieverlust des abgebremsten Elektrons ist. Bei vollständiger Abbremsung wird die maximale Energie und somit die minimale Wellenlänge erreicht

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \tag{1}$$

Dabei ist h das Planck´sche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindikeit, e_0 die Elementarladung und U die Spannung. Es wird die gesamte kinetische Energie

$$E_{\rm kin} = e_0 U$$

in Strahlungsenergie

$$E = hv$$

umgewandelt, wobei v die Frequenz ist. In Abbildung 1 ist die Wellenlänge gegen die Intensität aufgetragen.

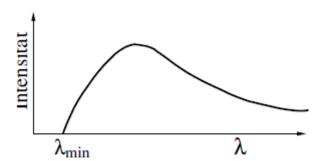


Abbildung 1: Das kontiniuerliche Bremsspektrum-Die Intensität in Abhängigkeit der Wellenlänge [1].

Beim charakteristischen Spektrum wird das Anodenmaterial ionisiert. Dabei entsteht eine Leerstelle in einer inneren Schale, sodass ein Elektron aus einer äußeren Schale unter

Aussendung eines Röntgenquants in diese Leerstelle zurückfällt. Die Energie des Photons ist dann die Energiedifferenz der beiden Energieniveaus

$$h\nu = E_m - E_n \,. \tag{2}$$

Das Spektrum besteht folglich aus scharfen Linien, die mit K_{α} , K_{β} , L_{α} usw. bezeichnet werden. Die Großbuchstaben stehen für die Schalen, auf denen die Übergänge enden. Die griechischen Buchstaben geben an, woher die beteiligten äußeren Elektronen stammen.

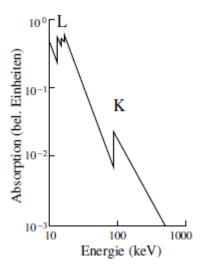


Abbildung 2: Der Photoabsorptionskoeffizient in Abhängigkeit von der Photonenenergie,welche, je nach Schale aus der das Elektron stammt, als K-, L-,M-Absorptionskante bezeichnet wird[1].

Bei den Mehrelektronenatomen schirmen die Hüllenelektronen und die Wechselwirkungen der Elektronen die Kernladung ab, somit verringert sich die Coulomb-Anziehung auf das äußere Elektron. Die Bindungsenergie ist dann

$$E_n = -R_{\infty} z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \tag{3}$$

mit der effektiven Kernladung

$$z_{\text{eff}}=z-\sigma,$$

die Abschirmkonstante σ und die Rydbergkonstante $R_\infty=13,6$ eV. Daraus ergibt sich für die K_α -Linie eine Abschirmkonstante von

$$\sigma_{K_{\alpha}} = R_{\infty}(z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_{\infty}(z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2} \,. \tag{4}$$

Die Abschirmkonstante ist für jedes Elektron unterschiedlich und empirisch bestimmbar. Die äußeren Elektronen besitzen wegen des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins

nicht alle die selbe Bindungsenergie, daher liegen die charakteristischen Linien eng nebeneinander, was als Feinstruktur bekannt ist. Dies kann im Versuch nicht aufgespalten werden, daher werden Kupferanoden verwendet, bei denen $\text{Cu-}K_{\alpha}$ - und $\text{Cu-}K_{\beta}$

- Linien gesehen werden. Der Comptoneffekt und der Photoeffekt treten häufi

g bei der Absorption von Röntgenstahlung unter 1 MeV auf. Es ist eine Abnahme des Absorptionskoeffzienten mit zunehmender Energie zu erkennen. Dieser steigt jedoch auch sprunghaft an, wenn die Photonenenergie größer als die Bindungsenergie ist. Die Bindungsenergie und die Absorptionskanten sind fast identisch

$$h\nu_{\rm abs} = E_n - E_{\infty} \,. \tag{5}$$

Unter Berücksichtigung der Feinstruktur ergibt sich die Bindungsenergie: die Sommerfeldsche Feinstruktur

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left(z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right)$$
 (6)

mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α , der Hauptquantenzahl n und dem Gesamtdrehimpuls j. Mit Hilfe der Gleichungen (4) und (6) ergibt sich die Abschirmkonstante der K-Kante zu

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \,. \tag{7}$$

Die Abschrimkonstante σ_L kann mit Hilfe der Energiedifferenz ΔE zweier L-Kanten bestimmt werden. Es ergibt sich

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty}\right)^{1/2} \tag{8}$$

mit der Ordnungszahl Z. Über die Braggsche Refexion wird die Energie bzw. Wellenlänge experimentell bestimmt. In Abbildung 3 ist eine Skizze dazu. Das Röntgenlicht fällt auf ein 3 dimensionales Gitter, zum Beispiel ein LiF-Kristall. Dabei wird das Photon an jedem Atom des Gitters gebeugt. Beim Glanzwinkel θ entsteht konstruktive Interferenz. Die Bragg'sche Bedingung lautet

$$2d\sin(\theta) = n\lambda \tag{9}$$

mit der Gitterkonstante d $(d_{LiF} = 201, 4 \text{ pm})$ und der Beugungsordnung n.

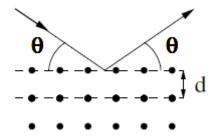


Abbildung 3: Bragg´sche Reflexion- Die Energie E bzw die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung durch die Bragg`sche Reflexion. Die Röntgenbeugung am dreidimensionalen Gitter mit dem Bragg-Winkel[1].

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Zur Durchführung des Versuches wird der in Abbildung 4 dargestellte Versuchsaufbau verwendet.

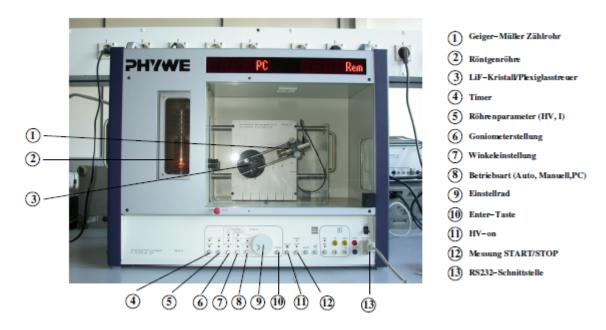


Abbildung 4: Versuchsapparatur.

Die Apparatur enthält eine Cu-Röontgenröhre, einen LiF-Kristall und ein Geiger-Müller Zählrohr und kann über das Programm measure vom Computer aus gesteuert werden. So

kann in dem Programm der Kristallwinkel, der Zählrohrwinkel und die Integrationszeit eingestellt werden.

3.2 Durchführung

Für alle Messungen wird eine Beschleunigungsspannung von $U_B=35\,\mathrm{kV}$ und ein Emissionsstrom um $I=1\,\mathrm{mA}$ verwendet.

3.2.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Im ersten Versuchsteil wird die Bragg Bedingung überprüft. Der LiF-Kristall wird dafür auf einen Winkel von $\theta=14^\circ$ eingestellt. Und das Zählrohr misst die Intensität der Röntgenstrahlung. Es wird von $\theta_{\rm GM}=26^\circ$ bis $\theta_{\rm GM}=30^\circ$ mit einem Winkelzuwachs von $\Delta\theta_{\rm GM}=0,1^\circ$ gemessen.

3.2.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre

Als nächstes wird das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröreh ausgemessen. Die Messungen wird in $\Delta\theta=0,1^{\circ}$ Schritten aufgenommen mit einer Integrationszeit von $\Delta t=10\,\mathrm{s}.$

3.2.3 Analyse der Absorptionsspektren

Anschließend werden Absorptionsspekten verschiedener Materialien untersucht. Dazu werden nacheinander 5 Absorber mit Kernladungszahlen zwischen 30 und 50 vor das Geiger-Müller Zählrohr angebracht. Für die Winkel wird ein geeigneter Messbereich gewählt. Die Messzeit ist $\Delta t = 20\,\mathrm{s}$.

4 Auswertung

4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wird der Kristall auf einen festen Winkel von $\theta = 14$ ° gestellt. Dadurch beträgt der Sollwinkel des Maximums die Werte $\theta_{\rm GM,theorie} = 2\theta = 28$ °, um den reflextierten Strahl einzufangen.

Die Messwerte davon sind in Tabelle 1 aufgeführt und in Abbildung 5 veranschaulicht. Aus der Abbildung 5 wird der Winkel des Maximums abgelesen. Dieser beträgt $\theta_{\rm GM}=28,2^{\circ}$.

 ${\bf Tabelle~1:}~{\bf Mess daten~f\"ur~die~\ddot{U}berpr\"ufung~der~Bragg-Bedingung.}$

			1
$\theta_{\rm GM}/^{\circ}$	N/(Imp/s)	$\theta_{\rm GM}/^{\circ}$	$N/(\mathrm{Imp/s})$
26,0	56,0	28,1	215,0
26,1	58,0	28,2	208,0
26,2	54,0	28,3	215,0
26,3	62,0	28,4	208,0
26,4	58,0	28,5	189,0
26,5	68,0	28,6	189,0
26,6	72,0	28,7	176,0
26,7	83,0	28,8	164,0
26,8	89,0	28,9	149,0
26,9	95,0	29,0	138,0
27,0	105,0	29,1	125,0
27,1	119,0	29,2	111,0
27,2	125,0	29,3	107,0
27,3	141,0	29,4	95,0
27,4	154,0	29,5	77,0
27,5	157,0	29,6	73,0
27,6	166,0	29,7	58,0
27,7	180,0	29,8	56,0
27,8	188,0	29,9	53,0
27,9	211,0	30,0	53,0
28,0	212,0		

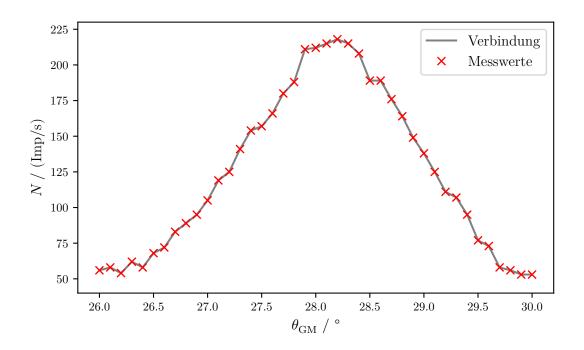


Abbildung 5: Überprüfung der Bragg-Bedingung.

4.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre

Das Röntgenspektrum [1] der Kupfer Röntgenröhre wird in 0,1°-Schritten in Bereich von $8^{\circ} \le \theta \le 25^{\circ}$ und in Abbildung 6 veranschaulicht.

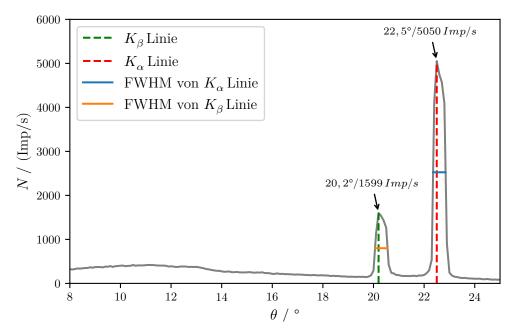


Abbildung 6: Emissionspektrum.

Aus der Abbildung 6 werden Intensitäten und Kristallwinkeln bei dem ersten und zweiten Bergen (entsprechen für K_{α} - und K_{β} -Linie von Kupfer Emissionspektrum) notiert.

Für
$$K_{\alpha}$$
-Linie: $\theta=22,5^{\circ};\ N=5050\,\mathrm{Imp/s}.$
Für K_{β} -Linie: $\theta=20,2^{\circ};\ N=1599\,\mathrm{Imp/s}.$

Die entsprechende Energien werden mit der Formel

$$E = \frac{hc}{\lambda} \tag{10}$$

mit den durch die Formel (9) gerechneten Wellenlängen λ bestimmt. Es ergeben sich

$$\begin{split} E_{\alpha} &= 8,059 \, \mathrm{keV} \\ E_{\beta} &= 8,931 \, \mathrm{keV}. \end{split}$$

Die minimale Wellenlänge bzw. die maximale Energie des Bremsberges können nicht aus den gemesenen Daten entnommen werden. Der Grund dafür ist: Beim dem Teil

des Versuches wird das Emissionspektrum in $0,1^{\circ}$ -Schritten in einem Winkelbereich von $8^{\circ} \leq \theta \leq 25^{\circ}$ aufgenommen. Der Winkel, bei dem die durch die Formel (1) berechnete minimale Wellenlänge sich befindet, beträgt $5,05^{\circ}$. Dieser Winkel wird mit Hilfe der Formel (9) bestimmt. Daher liegt der Winkel $5,05^{\circ}$ außerhalb des Winkelbereichs des Versuches.

Aus der Abbildung 6 werden die Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) für die Cu- K_{α} – und Cu- K_{β} –Linie bestimmt.

$$K_{\alpha}$$
-Linie: FWHM $_{\alpha}=0,494\,^{\circ}$
$$\Delta E_{\rm FWHM,\alpha}=166,231\,{\rm eV}~{\rm bei}~\theta_{{\rm min},\alpha}=22,355^{\circ};~\theta_{{\rm max},\alpha}=22,849^{\circ}.$$

$$K_{\beta}\text{-Linie: FWHM}_{\beta}=0,495\,^{\circ}$$

$$\Delta E_{\rm FWHM,\beta}=207,488\,{\rm eV}\ {\rm bei}\ \theta_{\min,\beta}=20,061^{\circ};\ \theta_{\max,\beta}=20,556^{\circ}.$$

 ΔE wird mit der Formel

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = E(\lambda_{\text{min}}) - E(\lambda_{\text{max}}) \tag{11}$$

berechnet, wobei

-die Wellenlängen (λ_{\min} bei θ_{\min} , λ_{\max} bei θ_{\max}) mit Formel (9) bestimmt werden:

$$\begin{split} \lambda_{\min,\alpha} &= 153,203\,\mathrm{pm} & \lambda_{\max,\alpha} &= 156,409\,\mathrm{pm} \\ \lambda_{\min,\beta} &= 138,169\,\mathrm{pm} & \lambda_{\max,\beta} &= 141,322\,\mathrm{pm}, \end{split}$$

-die Energien $(E(\lambda_{\min}), E(\lambda_{\max}))$ mit Formel (10) bestimmt werden:

$$\begin{split} E_{\lambda_{\min,\alpha}} &= 8,109\,\mathrm{keV} & E_{\lambda_{\max,\alpha}} &= 7,943\,\mathrm{keV} \\ E_{\lambda_{\min,\beta}} &= 8,992\,\mathrm{keV} & E_{\lambda_{\max,\beta}} &= 8,791\,\mathrm{keV}. \end{split}$$

Das Auflösungsvermögen der Apparatur beider Linien werden durch die Formel

$$A = \frac{E_K}{\Delta E_{\text{FWHM}}} \tag{12}$$

ermittelt und ergeben sich zu

$$A_{\alpha}=48,481$$

$$A_{\beta}=43,043.$$

Die Energiedifferenz zwischen die K_{α} - und K_{β} -Linie beträgt

$$\Delta E = E_{K,\alpha} - E_{K,\beta} = 872 \,\text{eV}.$$

Die Abschirmkonstanten σ_1 , σ_2 und σ_3 aus den Emissionsenergien der Cu- K_{α} – und Cu- K_{β} –Linie werden mit folgender Formel bestimmt mit n=1, m=2 und l=3.

$$E_{K,\text{abs}} = R_{\infty}(Z - \sigma_1)^2 \tag{13}$$

$$E_{K,\alpha} = R_{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - R_{\infty} \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot (Z - \sigma_2)^2 \tag{14}$$

$$E_{K,\beta} = R_{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - R_{\infty} \left(\frac{1}{l}\right)^2 \cdot (Z - \sigma_3)^2 \tag{15}$$

dabei ist R_{∞} die Rydbergenergie und Z die Ordnungszahl.

Die Abschirmkonstanten lauten

$$\sigma_{1,\mathrm{theorie}} = 3,299$$
 für $E_{K,\mathrm{abs}}^{\mathrm{Lit}} = 8,988\,\mathrm{keV}$

[3]

$$\begin{split} \sigma_2 &= 12,480 & \text{für}\, E_{K,\alpha} = 8,059\,\text{keV} \\ \sigma_3 &= 22,896 & \text{für}\, E_{K,\beta} = 8,931\,\text{keV}. \end{split}$$

4.3 Anaylse der Absorptionsspektren

4.3.1 Das Absorptionsspektren der Absorber

Die Messwerte zum Absorptionsspektrum von Zink, Gallium, Brom, Rubidium, Stronium, Zirkronium sind in Tabellen aufgeführt und in Abbildungen veranschaulicht. (siehe Anhang)

Zur Bestimmung der Abschirmkonstante σ_K ist "Mitte der Kante"benötigt. Der zugehörige Winkel $\bar{\theta}$ der Absorptionsenergie $E_{K,\mathrm{abs}}$ wird aus den Winkel θ_K^{max} mit dem Intensitätsmaximun I_K^{min} und den Winkel θ_K^{min} mit dem Intensitätsmaximun I_K^{min} ermittelt

$$\bar{\theta_K} = \frac{\theta_K^{\text{max}} - \theta_K^{\text{min}}}{2}.$$
 (16)

Die Absorptionsenergie $E_{K,\mathrm{abs}}$ wird mit der Gleichung (10) bestimmt, wobei die entspechende Wellenlängen mit der Formel (9) gerechnet werden.

Die Abschirmkonstante der Absorber wird mit der Gleichung (7) gerechnet.

Die aus der Rechnungen erhaltenen Werte sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Berechnete Werte für die Absorber.

		$\mid heta_K^{ m max}/^{\circ}$	$\mid heta_K^{ ext{min}}/^{\circ} \mid$	$\mid \stackrel{-}{ heta_K} / ^{\circ} \mid$	$\mid E_{K, \mathrm{abs}}/\mathrm{keV}$	σ_K
Zn	30	19,0	18,4	18,7	9,619	3,615
Ga	31	17,8	17,1	14,45	10,284	3,731
Br	35	13,5	13,0	13,25	$13,\!455$	3,872
Rb	37	12,1	11,4	11,75	15,144	4,014
Sr	38	11,6	10,7	11,15	15,947	4,172
Zr	40	10,4	8,5	9,95	17,848	4,255

4.3.2 Bestimmung der Rydbergkonstanten

Zur Bestimmung der Rydbergkonstante wird das Moseley´sche Gesetz

$$E_K = Rh(Z - \sigma)^2 \tag{17}$$

verwendet. Daraus folgt die Gleichung:

$$\sqrt{E_K} = \sqrt{Rh} \cdot Z - \sigma \cdot \sqrt{Rh}, \tag{18}$$

aus der die Rydbergfrequenz R berechnet werden kann. Die Werte zur Bestimmung der Rydbergkonstanten werden in Tabelle 3 aufgeführt und lassen sich in Abbildung 7 veranschaulichen.

Tabelle 3: Werte für die Bestimmung der Rydbergkonstanten .

Elemente	Z	$\sqrt{E_K}/\sqrt{\mathrm{keV}}$
Zn	30	3,101
Ga	31	3,207
Br	35	3,668
Rb	37	3,892
Sr	38	3,993
Zr	40	4,225

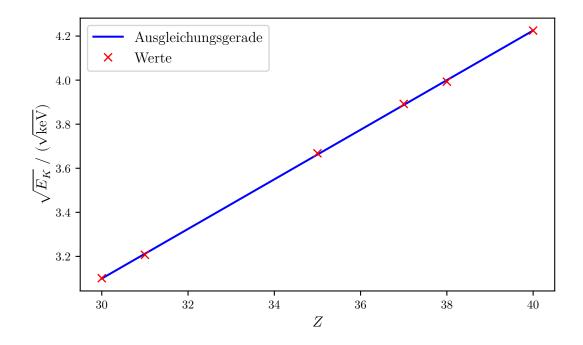


Abbildung 7: Grafik zur Bestimmung der Rydbergkonstanten.

Die Ausgleichungsgerade hat die Form:

$$y = a \cdot t + b \tag{19}$$

mit $y = \sqrt{E_K}, \, t = Z, \, a = \sqrt{Rh}$ und $b = \sigma \sqrt{Rh}$.

Die Parameter ergeben sich zu

$$\begin{split} a &= (0, 112567 \pm 0, 000642) \sqrt{\text{keV}} \\ b &= (-0, 277592 \pm 0, 022702) \sqrt{\text{keV}}. \end{split}$$

Der Fehler für die Rydbergfrequenz R wird dabei über die Gauß sche Fehlerfortfplanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i}\right)^2 (\Delta y_i)^2}$$
 (20)

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{1}{h} \cdot 2a \cdot \Delta a\right)^2}$$

berechnet. Somit ergibt der Wert von der Rydbergfrequenz zu

$$R = (3,0598 \pm 0,0349) \cdot 10^{15} \,\mathrm{Hz}.$$

Die Rydbergenergie ist dann $R_{\infty} = h \cdot R = (12,6714 \pm 0,1445) \, \mathrm{eV}.$

5 Diskussion

Die Abweichungen werden im folgenden mit der Formel

Abweichung
$$f = \left| \frac{\text{Berechnete Werte} - \text{Literaturwerte}}{\text{Berechnete Werte}} \right| \cdot 100\%$$
 (21)

berechnet.

Bei dem Versuch wurden folgende Einflüsse (systemmatische Fehler) nicht berücksichtigt:

- 1. Ablesefehler bei Messgeräten
- 2. Röntgenröhre falsch eingestellt
- 3. Fehler in den Messgeräten bzw. Messmitteln
- 4. Schwankungen der Netzspannung
- 5. Ablesefehler von Grafiken

5.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung beträgt der Winkel des Maximums den Wert von $\theta_{\rm GM}=28,2\,^{\circ}$. Es ergibt sich eine Abweichung $f_{\theta_{\rm GM}}$ zum theoretischen Wert $\theta_{\rm GM,theorie}=2\theta=28\,^{\circ}$ von 0,79%. Somit ist die Bragg-Bedingung erfüllt.

5.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre

In Tabelle 4 sind die Werte und deren mit der Gleichung (21) berechneten Abweichung f zu den theoretischen Werte [3] von der Cu- K_{α} -und Cu- K_{β} -Linie bei der Verwendung eines LiF-Kristalls $d=204,1\,\mathrm{pm}$.

Tabelle 4: Werte für die Cu- K_{α} -und Cu- K_{β} -Linie.

$\parallel E_K^{ m Lit}/{ m keV}$	E_K/keV	$f_{E_K}/\%$	$\parallel heta^{ m Lit}/^{\circ}$	$\theta/^{\circ}$	$\mid f_{\theta}/\% \mid$
$\begin{array}{ c c c }\hline K_{\alpha} & 8,048 \\ K_{\beta} & 8,905 \\ \hline \end{array}$	8,059 8,931	$\begin{vmatrix} 0,316 \\ 0,291 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$\begin{array}{ c c c }\hline 22,5\\20,2\end{array}$	$\left \begin{array}{c} 0,133 \\ 0,297 \end{array} \right $

Die Werte der Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) für die Cu- K_{α} — und Cu- K_{β} —Linie sind:

$$K_{\alpha}$$
-Linie: FWHM $_{\alpha} = 0,494$ °, $\Delta E_{\text{FWHM},\alpha} = 166,231 \text{ eV}$

$$K_{\beta}$$
-Linie: FWHM_β = 0,495°, $\Delta E_{\rm FWHM,\beta} = 207,488\,{\rm eV}$

Das Auflösungsvermögen der Apparatur beider Linien lauten

$$A_{\alpha} = 48,481$$

 $A_{\beta} = 43,043.$

Die Energiedifferenz zwischen die $K_{\alpha^{-}}$ und $K_{\beta^{-}}$ Linie beträgt

$$\Delta E = 872 \,\mathrm{eV}.$$

Die Abschirmkonstanten σ_1 , σ_2 , σ_3 für Kupfer und deren Abweichungen mit den theoretischen Werten sind in Tabelle 5 gegeben.

Tabelle 5: Abschirmkonstanten für Kupfer.

	$\sigma_{1,\mathrm{theorie}}$		
Für $E_{K,\mathrm{abs}}^{\mathrm{Lit}}$	3,299		
	$\sigma_{2,\mathrm{theorie}}$	σ_2	$f_{\sigma_2}/\%$
Für $E_{K,\alpha}$	12,382	12,480	0,785
	$\sigma_{3, \mathrm{theorie}}$	σ_3	$f_{\sigma_3}/\%$
Für $E_{K,\beta}$	21,621	22,896	5,569

5.3 Anaylse der Absorptionsspektren

Tabelle 6 zeigt die ermittelten und die Literaturwerte [3] der unterschiedlichen Absorptionspektren. Tabelle 7 zeigt die relativen Abweichungen, die sich mit der Gleichung (21) berechnet werden.

Tabelle 6: Werte für die Absorber.

	$E_K^{\text{Lit}}/\text{keV}$	$\mid E_K/{\rm keV} \mid$	$\mid heta_K^{ m Lit}/^\circ$	$\mid \theta_K/^{\circ} \mid$	$\sigma_K^{ m Lit}$	σ_K
Zn	9,669	9,619	18,6	18,7	3,545	3,615
Ga	10,378	10,284	17,29	17,45	3,605	3,731
Br	13,484	13,455	13,22	13,25	3,838	3,872
Rb	15,208	15,144	11,70	11,75	3,942	4,014
Sr	16,115	15,947	11,03	11,15	3,990	4,172
Zr	18,008	17,848	9,86	9,95	4,091	4,255

Tabelle 7: Relative Abweichung.

	$f_{E_K}/\%$	$f_{\theta_K}/\%$	$ f_{\sigma_K}/\% $
Zn	$0,\!520$	$0,\!535$	1,936
Ga	0,914	0,917	3,377
Br	$0,\!216$	$0,\!226$	0,878
Rb	$0,\!423$	$0,\!426$	1,769
Sr	1,053	0,011	4,362
Zr	$0,\!896$	0,905	3,854

Der experimentelle Wert der Rydbergfrequenz beträgt $R=(3,0598\pm0,0349)\cdot10^{15}\,\mathrm{Hz}$. Der Theoriewert von der Rydbergfrequenz lautet $R=3,2898\cdot10^{15}\,\mathrm{Hz}$ [2]. Für die relative Abweichung ergibt sich 7,517%.

Der experimentelle Wert der Rydbergenergie beträgt $R_{\infty}=(12,671\pm0,1445)\,\mathrm{eV}.$ Der Theoriewert von der Rydbergenergie lautet $R_{\infty}=13,606\,\mathrm{eV}$ [2]. Für die relative Abweichung ergibt sich 7,376%.

Die Abweichungen betragen große Werte, weil es nur sechs Werte für die Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Rydbergkonstante genutzt wurden.

6 Anhang

Tabelle 8: Messdaten für das Absorptionsspektrum von Brom.

θ/°	$N/(\mathrm{Imp/s})$
12,8	10,0
12,9	12,0
13,0	9,0
13,1	13,0
13,2	18,0
13,3	21,0
13,4	25,0
13,5	27,0
13,6	27,0
13,7	22,0
13,8	25,0
13,9	21,0
14,0	23,0
14,1	20,0
14,2	21,0
14,3	19,0

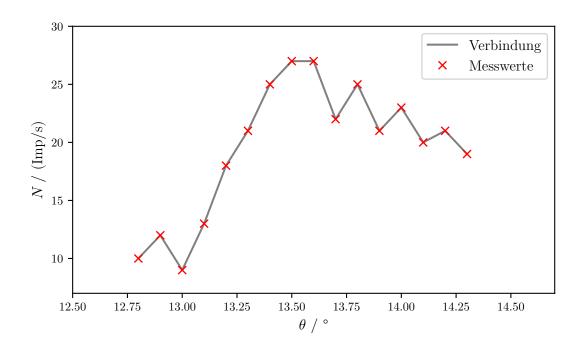


Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Brom.

 ${\bf Tabelle~9:}~{\bf Mess daten~f\"ur~das~Absorptions spektrum~von~Gallium.}$

θ/°	$N/(\mathrm{Imp/s})$
17,0	66,0
17,1	66,0
17,2	78,0
17,3	88,0
17,4	102,0
17,5	116,0
17,6	121,0
17,7	121,0
17,8	122,0
17,9	122,0
18,0	119,0
18,1	114,0
18,2	110,0
18,3	108,0
18,4	104,0
18,5	110,0
18,6	110,0
18,7	109,0
18,8	99,0
18,9	100,0
19,0	98,0

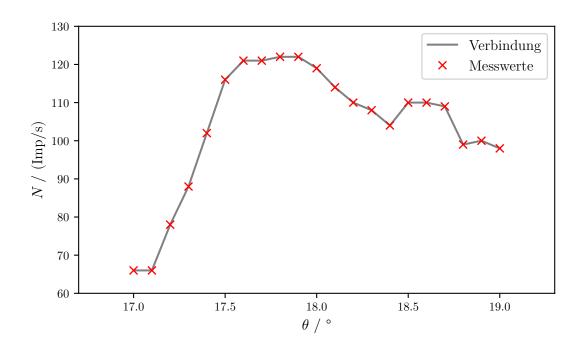


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Gallium.

Tabelle 10: Messdaten für die Absorptionsspektrum von Rubidium.

$\theta/^{\circ}$	$N/({\rm Imp/s})$
11,2	11,0
11,3	10,0
11,4	10,0
11,5	12,0
11,6	17,0
11,7	32,0
11,8	39,0
11,9	47,0
12,0	57,0
12,1	64,0
12,2	61,0
12,3	57,0
12,4	54,0
12,5	54,0

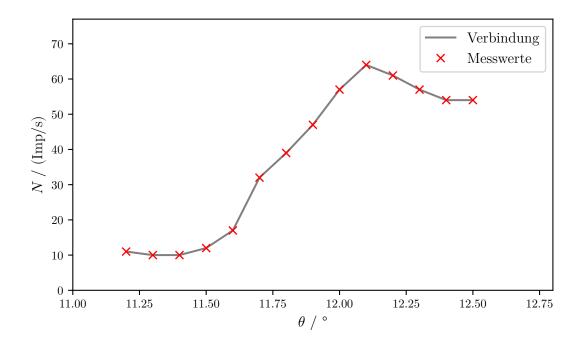


Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Rubidium.

 ${\bf Tabelle~11:}~{\bf Mess daten~f\"ur~die~Absorptionsspektrum~von~Strontium.}$

$\theta/^{\circ}$	$N/(\mathrm{Imp/s})$
10,5	43,0
10,6	41,0
10,7	40,0
10,8	44,0
10,9	50,0
11,0	89,0
11,1	120,0
11,2	152,0
11,3	181,0
11,4	193,0
11,5	181,0
11,6	196,0
11,7	181,0
11,8	173,0
11,9	166,0
12,0	159,0

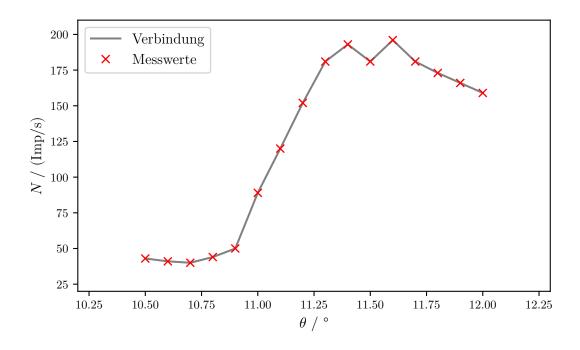


Abbildung 11: Absorptionsspektrum von Strontium.

 ${\bf Tabelle~12:}~{\bf Mess daten~f\"ur~die~Absorptionsspektrum~von~Zink}.$

$\theta/^{\circ}$	$N/(\mathrm{Imp/s})$
18,0	58,0
18,1	54,0
18,2	55,0
18,3	54,0
18,4	54,0
18,5	55,0
18,6	65,0
18,7	84,0
18,8	91,0
18,9	100,0
19,0	102,0
19,1	100,0
19,2	98,0
19,3	100,0
19,4	95,0
19,5	98,0

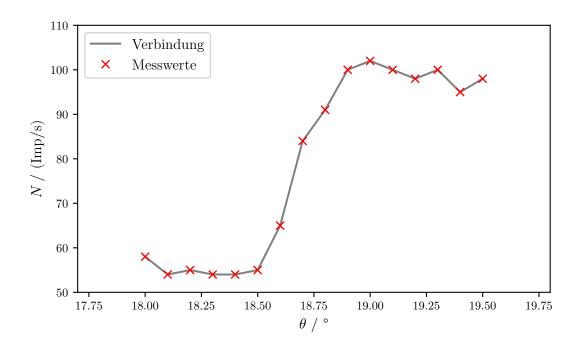


Abbildung 12: Absorptionsspektrum von Zink.

 ${\bf Tabelle~13:}~{\bf Mess daten~f\"ur~die~Absorptionsspektrum~von~Zirkonium.}$

$\theta/^{\circ}$	$N/(\mathrm{Imp/s})$
9,5	112,0
9,6	120,0
9,7	126,0
9,8	147,0
9,9	180,0
10,0	225,0
10,1	266,0
10,2	282,0
10,3	290,0
10,4	301,0
10,5	295,0
10,6	283,0
10,7	296,0
10,8	283,0
10,9	286,0
11,0	286,0

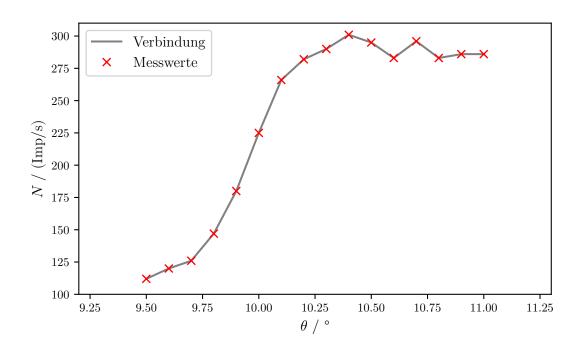


Abbildung 13: Absorptionsspektrum von Zirkonium.

Literatur

- [1] Röntgenemission und -absorption. Eingesehen am 06.05.2020. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/mod/folder/view.php?id=578733.
- [2] Rydberg constant. Eingesehen am 10.05.2020. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Rydberg_constant.
- [3] X-ray Transition Energies Database. Eingesehen am 10.05.2020. URL: https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html/.