

V406

BEUGUNG AM SPALT

Phuong Quynh Ngo
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.07.2020

Abgabe: 23.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Beugung am Einzelspalt	4
2.2	Beugung am Doppelspalt	5
2.3	Fraunhofersche Beugung und Fourier-Transformation	6
3	Aufbau und Durchführung	6
4	Auswertung	7
4.1	Beugung am Einzelspalt	7
4.2	Beugung am Doppelspalt	10
5	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Einleitung

Ziel des Versuches ist es zu untersuchen, wie sich Licht am Einfachspalt und am Doppelspalt verhält, um das somit entstandene Beugungsmusters zu analysieren. Dabei soll insbesondere das klassische Wellenmodell der Lichtausbreitung im Vordergrund stehen, auch wenn dies nur eine Näherung darstellt da sich bestimmte Vorgänge nur Quantenmechanisch erklären lassen.

2 Theorie

Die Beugung von Licht lässt sich anhand des Huygensschen Prinzips modellieren. Hierbei ist jeder Punkt der sich auszubreitenden Welle gleichzeitig der Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Im Allgemeinen gibt es zwei Beugungsarten, die Fresnelsche und die Fraunhofersche Lichtbeugung. Die Fresnelsche Lichtbeugung beschreibt eine Anordnung, bei der Lichtquelle und Beobachtungspunkt jeweils im Endlichen zu finden sind. Dies hat zur Konsequenz, dass die Strahlen, die im Beobachtungspunkt P interferieren jeweils unter verschiedenen Winkeln gebeugt werden (siehe Abbildung 1).

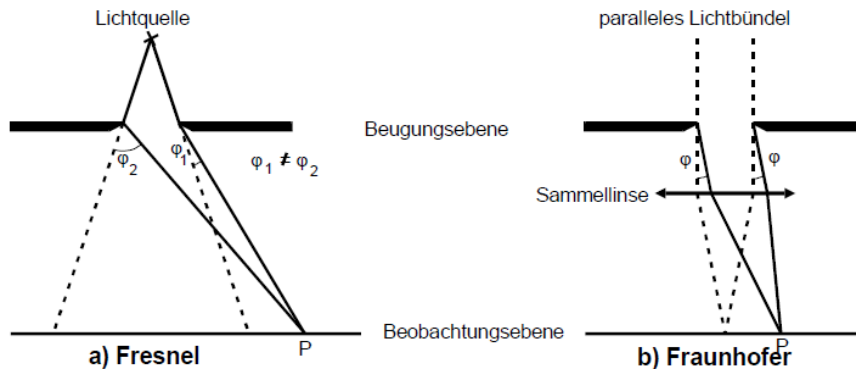


Abbildung 1: Beugungsarten [1].

Die Fraunhofersche Lichtbeugung hingegen geht von einer Lichtquelle mit unendlichen Abstand von der Beugungsebene aus, so dass hier ein paralleles Lichtbündel mit einer ebenen Wellenfront vorhanden ist. Es falle nun eine ebene Welle mit der Feldstärke

$$A(z, t) = A_0 \exp\{i(\omega t - 2\pi z/\lambda)\} \quad (1)$$

pro Längeneinheit der Wellenfront aus der Z -Richtung ein. Experimentell wird dies durch die Verwendung eines Lasers realisiert. Dies hat zur Folge, dass alle Strahlen, die im Beobachtungspunkt P ankommen und dort interferieren, diese werden unter dem selben Winkel gebeugt und so werden diese drastisch vereinfacht. Im Folgenden soll also nur noch die Fraunhofersche Lichtbeugung zur Lösung des Problems herangezogen werden. Hierbei sollte der Spalt zudem noch eine große Länge gegen seine Breite aufweisen, um nur eine Begrenzung in eine Dimension zuzulassen und so die Beugungserscheinungen

auf eine Dimension zu beschränken.

Um die Beugungserscheinungen zu erklären, wird eine Kombination aus dem Huygenschen Prinzip verwendet. Dies besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ursprung einer neuen Elementarwelle ist und dem Interferenzprinzip nach Fresnel, nach dem Wellen miteinander interferieren und eine neue Wellenfront bilden, welche der Einhüllenden der Elementarwellen entspricht.

2.1 Beugung am Einzelspalt

Zunächst werden zwei Strahlenbündel heraus gegriffen, die von zwei verschiedenen Punkten mit dem Abstand x am Spalt ausgehen.

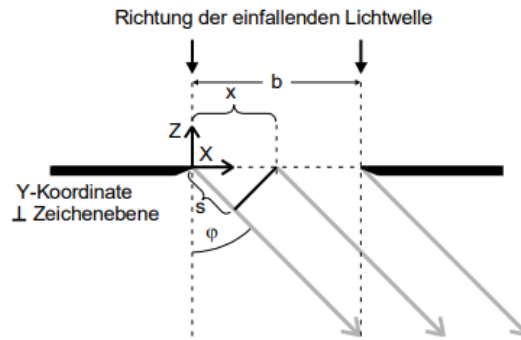


Abbildung 2: Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen bei der Fraunhoferschen Beugung am Spalt [1].

Durch ihren Wegunterschied s kommt es zu einer Phasendifferenz von δ :

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \varphi}{\lambda} \quad (2)$$

mit der Wellenlänge des Lichtes λ . Durch Integration über die Breite des Spaltes b

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \int_0^b \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta \right) \right\} dx \quad (3)$$

(A_0 ist die Amplitude der einfallenden Welle, z die Wellenausbreitungsrichtung, ω die Frequenz und t als Zeit) und Vernachlässigung unbedeutender Phasenfunktionen folgt schließlich

$$B(\varphi) = A_0 b \frac{\sin \eta}{\eta} \quad (4)$$

mit der Abkürzung

$$\eta := \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}. \quad (5)$$

Die sich daraus ergebende Amplitudenfunktion entspricht der in Abbildung 3 gezeigten Form wobei die Nullstellen bei

$$\sin\phi_n = \pm n \frac{\lambda}{b} \quad (6)$$

liegen.

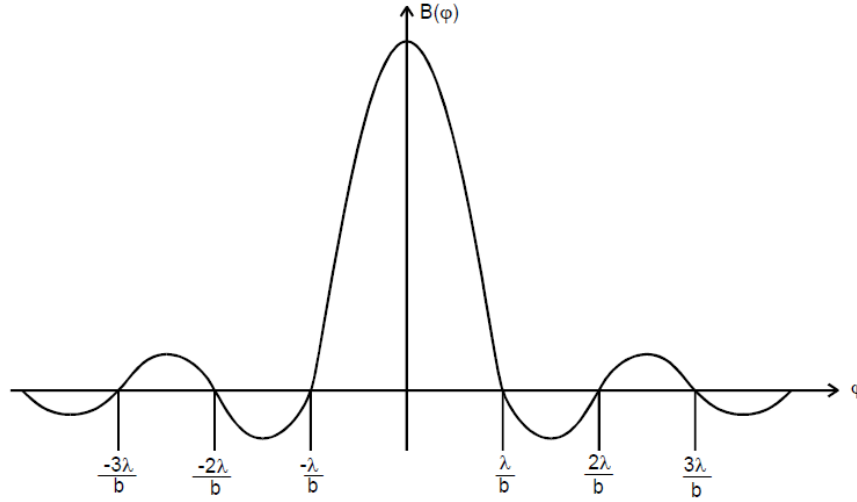


Abbildung 3: Amplitudenfunktion am Parallelschlitt [1].

Aufgrund der hohen Lichtfrequenz von $\omega = 10^{14}$ bis 10^{15} Hz sind die Amplituden der Lichtwelle nicht direkt messbar. Die zeitlich gemittelte Intensität hingegen ist experimentell zugänglich, sie proportional zum Quadrat der Amplitudenfunktion.

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right). \quad (7)$$

2.2 Beugung am Doppelschlitt

Die Beugung am Doppelschlitt lässt sich in Analogie als Überlagerung zweier Einzelschlitte der Breite b im Abstand s beschreiben. Der Aufbau ist schematisch in Abbildung 4 gezeigt.

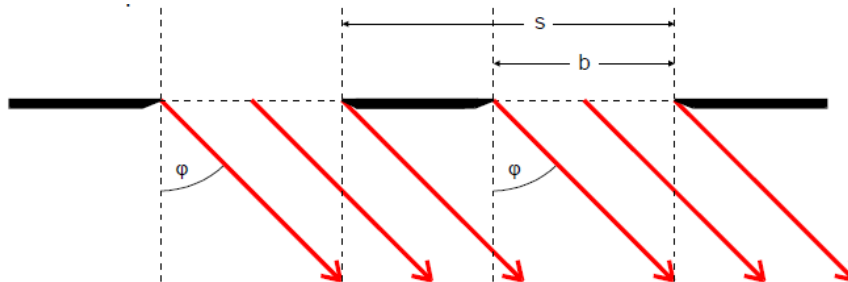


Abbildung 4: Beugung am Doppelschlitt [1].

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = 4A_0^2 b^2 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (8)$$

Da sich die Intensitätsverteilung des Doppelspaltes aus der Intensitätsverteilung des Einfachspaltes und einer \cos^2 -Verteilung zusammensetzt, wird zusätzlich ein Minimum an den Nullstellen der \cos^2 -Verteilung beobachtet .

2.3 Fraunhofersche Beugung und Fourier-Transformation

Die Funktion $B(\varphi)$ lässt sich als Fourier-Transformierte der Amplitudenverteilung der einfallenden Welle in der Beugungsebene (Aperturfunktion) ausdrücken. Allgemein wird eine Fouriertransformation mit einer Funktion $f(x)$ so ausgedrückt:

$$g(\xi) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ix\xi} dx. \quad (9)$$

Am Spalt lässt sich die Aperturfunktion $f(x)$ als $f(x) = A_0$ darstellen und durch einsetzen und Anwendung der Eulerschen Formel ergibt sich

$$g(\xi) = \frac{2A_0}{\xi} \exp \left(\frac{i\xi b}{2} \right) \sin \left(\frac{\xi b}{2} \right). \quad (10)$$

Nun wird

$$\xi := \frac{2\pi \sin \varphi}{\lambda} \quad (11)$$

eingesetzt, so beschreibt das die Fourier-Transformation das Huygensche Prinzip mathematisch. Vor allem sei zu beachten, dass durch die Umkehrbarkeit der Fourier-Transformation aus der Amplitudenfunktion die Gestalt $f(x)$ des beugenden Objektes berechnet werden kann.

3 Aufbau und Durchführung

Zur Aufnahme der Beugungsfiguren der beiden Einfach- und des Doppelspaltes wird ein Aufbau nach Abbildung 5 verwendet.

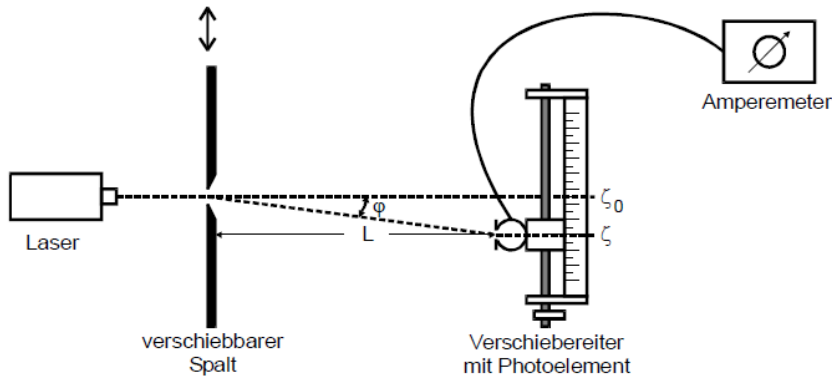


Abbildung 5: Versuchsaufbau [1].

Als Lichtquelle dient ein Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von 633 nm. Zur Messung der Intensitäten wird eine Photodiode verwendet, die einen zur Intensität proportionale Strom erzeugt. Dieser betragsmäßig sehr geringe Strom wird durch ein Amperemeter gemessen. Zu beachten ist hier noch, dass auch die unbelichtete Photodiode einen gewissen Dunkelstrom abgibt.

Die Photodiode kann nun durch eine Mikrometerschraube auf einer Schiene verschoben werden, um die Intensität in Abhängigkeit vom Ort, bzw. dem Beugungswinkel anzugeben.

4 Auswertung

Zuerst wird der (thermische) Dunkelstrom I_d bei abgedeckter Detektorblende gemessen. Dieser Wert soll von den gemessenen Werten von Intensität I abgezogen, um einen korrekten Messwert zu erhalten. Der gemessene Dunkelstrom beträgt $I_d = 3,4 \cdot 10^{-10} \text{ A}$.

Des Weiteren wird die Länge L zwischen Spalt und Photodiode ermittelt. Es ergibt einen Wert von $L = 1 \text{ m}$.

Die Wellenlänge des Lasers beträgt $\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Die Werte sind in allen folgenden Messungen identisch.

4.1 Beugung am Einzelspalt

Die Breite des Einzelspalts ist mit dem Wert $b = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ angegeben.

Die durch die Vermessung der Beugungsfigur des Einzelspalts erhaltenen Werte und die berechneten Werte sind in Tabelle 1 dargestellt. Dabei ist I_{eff} die Intensität unter Berücksichtigung des Dunkelstroms.

Durch die Messung wird die Lage des Hauptmaximums zu 0 mm bestimmt. Mit einer

Regression der Form

$$I(\Delta x) = A \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi \cdot \sin \left(\frac{\Delta x - x_0}{L} \right)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin \left(\frac{\Delta x - x_0}{L} \right)}{\lambda} \right)$$

ergibt sich mit den Startwerten

$$p_0 = \begin{cases} 0 \text{ m} & \text{für } x_0 \\ 10 \text{ A/m}^2 & \text{für } A \\ 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} & \text{für } b \end{cases}$$

für die Parameter

$$\begin{aligned} x_0 &= (2,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5} \text{ m}, \\ A &= (5,71 \pm 0,02) \frac{\text{A}}{\text{m}^2}, \\ b &= (8,22 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ m}. \end{aligned}$$

Der zugehörige Graph ist in Abbildung 6 zu sehen.

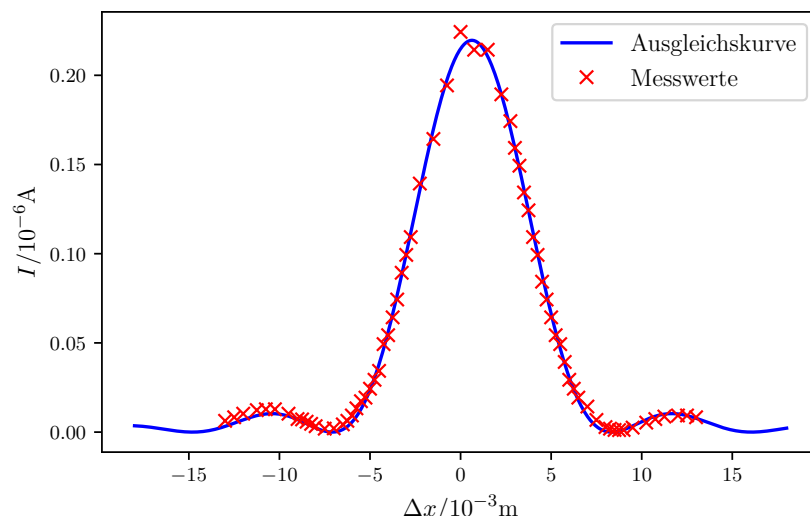


Abbildung 6: Interferenzmuster der Stromintensitäten eines Einzelspalts in Abhängigkeit von der Verschiebung des Detektors

Tabelle 1: Die Messdaten am Einfachspalt

$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-7}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-7}\text{A}$	$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-7}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-7}\text{A}$
-13,00	0,070	0,067	0,75	2,150	2,147
-12,50	0,090	0,087	1,50	2,150	2,147
-12,00	0,110	0,107	2,25	1,900	1,897
-11,25	0,130	0,127	2,75	1,750	1,747
-10,75	0,135	0,132	3,00	1,600	1,597
-10,25	0,135	0,132	3,25	1,500	1,497
-9,50	0,110	0,107	3,50	1,350	1,347
-9,00	0,080	0,077	3,75	1,250	1,247
-8,75	0,078	0,075	4,00	1,100	1,097
-8,50	0,065	0,062	4,25	1,000	0,997
-8,25	0,053	0,050	4,50	0,850	0,847
-8,00	0,040	0,037	4,75	0,750	0,747
-7,50	0,026	0,023	5,00	0,650	0,647
-7,00	0,028	0,025	5,25	0,550	0,547
-6,50	0,050	0,047	5,50	0,500	0,497
-6,25	0,070	0,067	5,75	0,400	0,397
-6,00	0,100	0,097	6,00	0,300	0,297
-5,75	0,140	0,137	6,25	0,250	0,247
-5,50	0,180	0,177	6,50	0,200	0,197
-5,25	0,200	0,197	7,00	0,150	0,147
-5,00	0,250	0,247	7,50	0,075	0,072
-4,75	0,300	0,297	8,00	0,035	0,032
-4,50	0,350	0,347	8,25	0,026	0,023
-4,25	0,500	0,497	8,50	0,019	0,016
-4,00	0,550	0,547	8,75	0,018	0,015
-3,75	0,650	0,647	9,00	0,019	0,016
-3,50	0,750	0,747	9,50	0,032	0,029
-3,25	0,900	0,897	10,25	0,060	0,057
-3,00	1,000	0,997	10,75	0,080	0,077
-2,75	1,100	1,097	11,25	0,094	0,091
-2,25	1,400	1,397	12,00	0,100	0,097
-1,50	1,650	1,647	12,50	0,100	0,097
-0,75	1,950	1,947	13,00	0,090	0,087
0,00	2,250	2,247			

4.2 Beugung am Doppelspalt

Die Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite b und des Spaltabstands s des Doppelspalts sind in der Tabelle 2 zu finden. Mit einer Regression der Form

$$I(\Delta x) = 4 \cdot A \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi \cdot b \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_0}{L}\right)} \right)^2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_0}{L}\right)}{\lambda} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_0}{L}\right)}{\lambda} \right)$$

ergibt sich für den Doppelspalt mit den Startwerten

$$p_0 = \begin{cases} 10^{-4} \text{ m} & \text{für } x_0 \\ 10^{-7} \text{ A} & \text{für } A_0 \\ 10^{-4} \text{ m} & \text{für } b \\ 10^{-4} \text{ m} & \text{für } s \end{cases}$$

für die Parameter

$$x_0 = (2,69 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$A_0 = (8,12 \pm 0,08) \cdot 10^{-7} \text{ A}$$

$$b = (1,57 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$s = (2,48 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Der zugehörige Graph ist in Abbildung 7 zu sehen.

Tabelle 2: Die Messdaten am Doppelspalt

$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-6}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-6}\text{A}$	$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-6}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-6}\text{A}$
-5,00	0,1600	0,1597	0,25	3,2000	3,1997
-4,60	0,1250	0,1247	0,50	2,9000	2,8997
-4,40	0,0900	0,0897	0,60	2,6000	2,5997
-4,20	0,0570	0,0567	0,80	2,0000	1,9997
-4,00	0,0320	0,0317	1,00	1,2000	1,1997
-3,80	0,0200	0,0197	1,20	0,6000	0,5997
-3,60	0,0160	0,0157	1,40	0,2200	0,2197
-3,40	0,0195	0,0192	1,60	0,1200	0,1197
-3,20	0,0300	0,0297	1,80	0,2600	0,2597
-3,00	0,0800	0,0797	2,00	0,5200	0,5197
-2,90	0,1100	0,1097	2,20	0,7800	0,7797
-2,80	0,1800	0,1797	2,40	0,8000	0,7997
-2,60	0,3500	0,3497	2,60	0,8000	0,7997
-2,40	0,5800	0,5797	2,80	0,7000	0,6997
-2,20	0,7800	0,7797	2,90	0,6000	0,5997
-2,00	0,9000	0,8997	3,00	0,5000	0,4997
-1,80	0,8900	0,8897	3,20	0,2500	0,2497
-1,60	0,7100	0,7097	3,40	0,1750	0,1747
-1,40	0,4600	0,4597	3,60	0,0750	0,0747
-1,20	0,2500	0,2497	3,80	0,0250	0,0247
-1,00	0,1500	0,1497	4,00	0,0180	0,0177
-0,80	0,2500	0,2497	4,20	0,0150	0,0147
-0,60	0,7500	0,7497	4,40	0,0220	0,0217
-0,50	1,0000	0,9997	4,60	0,0340	0,0337
-0,25	2,0000	1,9997	5,00	0,0740	0,0737
0,00	2,9000	2,8997	5,50	0,1000	0,0997

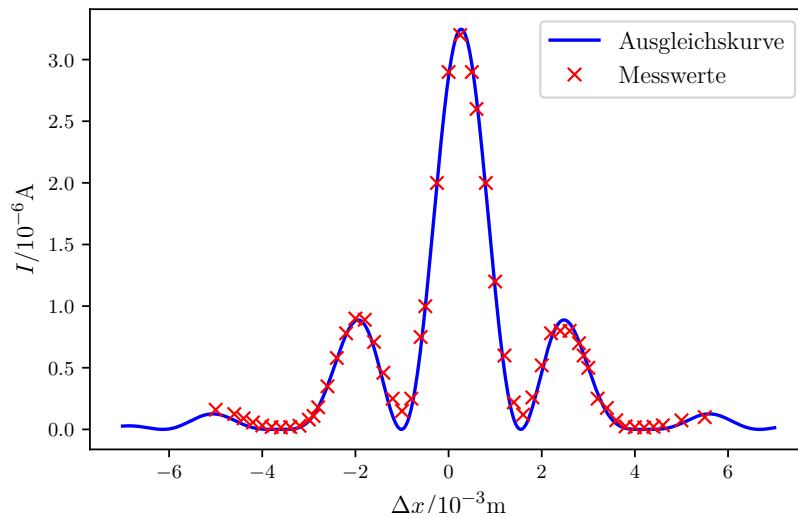


Abbildung 7: Interferenzmuster der Stromintensitäten des Doppelspalts in Abhängigkeit von der Verschiebung des Detektors

5 Diskussion

Die Abweichung wird im folgenden mit der Formel

$$\text{Abweichung } f = \left| \frac{\text{Berechnete Werte} - \text{Theoretische Werte}}{\text{Theoretische Werte}} \right| \cdot 100\%$$

berechnet. Die bestimmten Messwerte und ihre Abweichungen von den bekannten Referenzwerten sind in Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 3: Die in der Auswertung bestimmten Messwerte mit den zugehörigen theoretischen Werten und Abweichungen

Einzelspalt	Wert	gemessen	theoretisch	Abweichung
	x_0	$(6,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	-	-
	A	$(32,4 \pm 0,2) \text{ A/m}^2$	-	-
	b	$(8,23 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	9,7 %

Doppelspalt	Wert	gemessen	theoretisch	Abweichung
	x_0	$(2,69 \pm 0,05) \text{ m}$	-	-
	A	$(8,12 \pm 0,07) \text{ A}$	-	-
	b	$(1,57 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	4,7 %
	s	$(2,48 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	0,08 %

Die Interferenzmuster wurden so ausgerichtet, dass das Hauptmaximum jeweils bei $\Delta x = 0$ m liegt. Dass es dennoch zu Abweichungen der x_0 vom Nullpunkt kommt, lässt sich damit erklären, dass das Hauptmaximum nur per Augenmaß ausgerichtet wurde. Die größeren Abweichungen der Spaltbreiten b sind darauf zurückzuführen, dass bei dem Versuch folgende Einflüsse (systemmatische Fehler) nicht berücksichtigt werden:

1. Abweichung bei der Lage des Hauptmaximums
2. Ablesefehler bei Messgeräten
3. Fehler in den Messgeräten bzw. Messmitteln
4. Schwankungen der Netzspannung.

Beim Vergleich der Interferenzmuster 6 mit 7 fällt zunächst auf, dass die Intensitäten des Doppelspalts um einen Faktor 10 größer sind als die des Einzelspalts. Dies ist auch sinnvoll, da dessen Spaltbreite $b_{\text{Doppelspalt}} = 1,5 \cdot 10^{-4}$ m doppelt so groß ist wie die des Einzelspalts $b_{\text{Einzelspalt}} = 7,5 \cdot 10^{-5}$ m. Außerdem lässt sich erkennen, dass das Muster des Doppelspalts durch den Intensitätsverlauf eines Einzelspalts eingehüllt werden kann.

Literatur

- [1] *V406 Beugung am Spalt*. Eingesehen am 07.07.2020. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/mod/assign/view.php?id=531105>.