

V502

# **ABLENKUNG EINES ELEKTRONENSTRAHLS IM TRANSVERSALEN MAGNETFELD**

Phuong Quynh Ngo  
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.06.2020

Abgabe: 08.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld . . . . .	3
1.2	Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1	Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen . . . . .	5
2.2	Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen . . . . .	6
3.2	Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>
	<b>Literatur</b>	<b>9</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld

Die magnetostatische Felder erzeugen Kräfte nur auf die relativ zum Feld bewegte Ladungen. Diese werden als Lorentzkraft bezeichnet  $\vec{F}_L$

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}, \quad (1)$$

dabei ist  $q$  eine bewegte Ladung mit Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in homogenem magnetischem Feld  $\vec{B}$ . Es gilt hierbei die Rechte-Hand-Regel mit kartesischen Koordinaten. Ein Elektron (Ladung  $e_0$ , Masse  $m_0$ ) bewegt mit Geschwindigkeit  $\vec{v}_0$  in  $\vec{z}$ -Richtung in homogenem magnetischem Feld  $\vec{B}$ . Das magnetische Feld  $\vec{B}$  hat die Feldlinien in  $\vec{x}$ -Richtung. Sodass erzeugt die Lorentz-Kraft  $\vec{F}_L$  in  $\vec{y}$ -Richtung

$$F_{Ly} = e_0 v_0 B.$$

Unter die Wirkung von  $\vec{F}_L$  bewegt das Elektron auf einer gekrümmten Bahn in xy-Ebene. Laut (1) ist  $\vec{F}_L$  senkrecht zum Wegelement  $d\vec{s}$ :

$$\vec{F}_L \cdot d\vec{s} = 0,$$

deswegen ist die potentielle Energie des Elektrons konstant und daher ist die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

auch konstant. Der Betrag  $|\vec{v}|$  ist deshalb konstant für alle Bahnpunkte

$$|\vec{v}| = v_0. \quad (2)$$

Aus dem Gleichgewicht von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft

$$e_0 v_0 B = \frac{m_0 |\vec{v}|^2}{r}$$

wird der Krümmungsradius bestimmt

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \quad (3)$$

Das Elektron bewegt auf einer Kreisbahn, weil der Krümmungsradius laut (3) konstant ist.

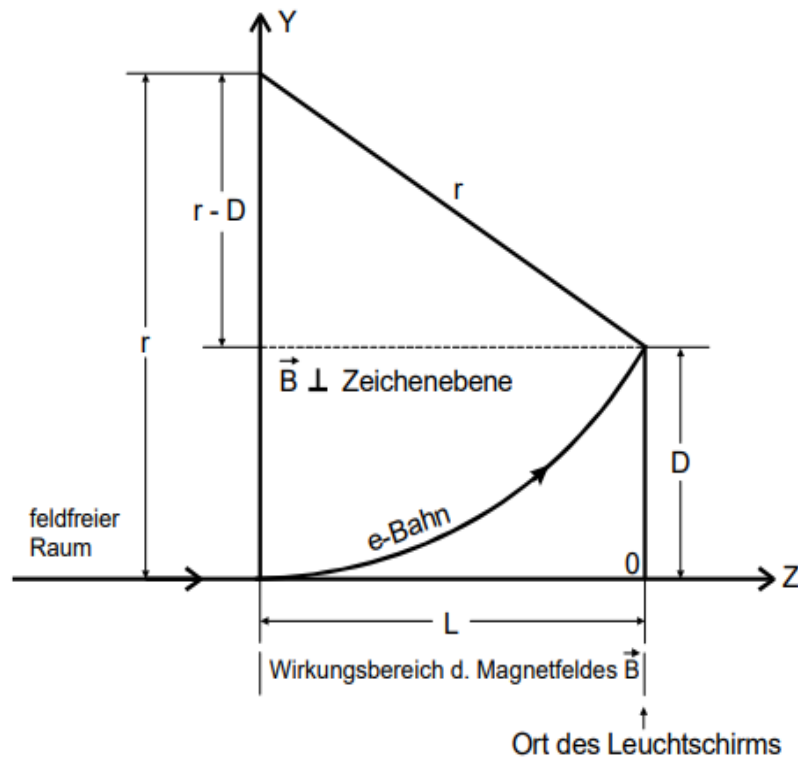
## 1.2 Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Die spezifische Ladung  $e_0/m_0$  der Elektronen kann durch Gleichung (3) bestimmt werden. Mit einer Katodenstrahlröhre wird ein Elektronenstrahl erzeugt. Die kinetische Energie der Elektronen ist gegeben durch:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_0 v_0^2 = e_0 U_B$$

mit  $v_0$  konstante Geschwindigkeit der Elektronen in Achsenrichtung der Röhre und  $U_B$  das Beschleunigungspotential. Dann wird  $v_0$  zu

$$v_0 = \sqrt{\frac{2U_B e_0}{m_0}}. \quad (4)$$



**Abbildung 1:** Skizze zur Ableitung einer Beziehung zwischen  $L$ ,  $D$  und  $r$ . [1]

Wenn es kein Feld gegeben ist, bewegen sich die Elektronen geradlinig und treffen den Bildschirm auf Mittelpunkt 0 auf und erzeugen dort einen Leuchtfleck. Wenn der Elektronenstrahl in einem homogenen Magnetfeld  $B$  ausgesetzt (siehe Abbildung ??), wobei auch hier die Bewegungsrichtung der Elektronen und die Feldrichtung senkrecht

zueinander sind, verschiebt sich die Krümmung der Elektronenbahn um das Stück D. Das Stück D lässt sich einfacher als r messen. Der Zusammenhang zwischen D, r und L ist durch den Satz des Pythagoras

$$L^2 + (r - D)^2 = r^2$$

gegeben, woraus folgt

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2D}.$$

r kann aus (3) eliminiert werden:

$$\frac{L^2 + D^2}{2D} = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}.$$

Durch dem Einsetzen  $v_0$  aus (4) in oberer Gleichung ist die spezifische Ladung  $\frac{e_0}{m_0}$  der Elektronen bestimmt

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B \quad (5)$$

## 2 Durchführung

### 2.1 Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen

Mit Hilfe einer großen HELMHOLTZ-Spulen wird das homogenes Magnetfeld erzeugt. Das Magnetfeld in der Mitte zweier Helmholtzspulen B ist dabei gegeben durch

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} \quad (6)$$

(N = Windungszahl, I = Spulenstrom, R = Spulenradius,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ ).[1]  
Zu Beginn der Versuchsreihe muss die Achse der Kathodestrahlröhre mit Hilfe eines Deklinatorium-Iklinatorium parallel zum Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ausgerichtet werden. Dieser Teil des Versuch wird bei der konstanter Beschleunigungsspannung von  $U_B = 250$  und  $420 \text{ V}$  durchgeführt. Die Lage des Leuchtfleckes bei  $B = 0$  wird auf oberste des Koordinatennetzes auf dem Bildschirm gelegt.

### 2.2 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Die Lage des Leuchtfleckes im xy-Koordinaten wird schrittweise betrachtet und notiert bei möglichst niedriger Beschleunigungsspannung ( $U_B = 200 \text{ V}$ ). Zuerst wird die Achse der Röhre in Nord-Süd-Richtung und in Ost-West-Richtung gedreht. Die Elektronen

werden durch Wirkung des Erdfeldes in y-Richtung gelenkt. Das Helmholtz-Feld wird eingeschaltet und dessen Strom  $I_{\text{hor}}$  wird solange verändert, bis ihr Magnetfeld das der Erde kompensiert hat. Die Horizontalkomponente  $B_{\text{hor}}$  des Erdfeldes ist daher gleich dem Helmholtz-Feld. Die Totalintensität  $B_{\text{total}}$  wird durch  $B_{\text{hor}}$  und dem Inklinationswinkel  $\varphi$  bestimmt.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen

In diesem Versuchteil werden die spezifische Ladung der Elektronen mittels einer großen Helmholtz-Spule.

Die Windungszahl beträgt  $N = 20$  Windungen und der Spulenradius ist  $R = 0,282 \text{ m}$ .

Der Weg der Elektronen, auf dem das Magnetfeld wirksam ist (Abstand zum Leuchtschirm), beträgt  $L = 17,5 \text{ cm}$  [1].

Das Spulenstrom  $I$  in Abhängigkeit von der Strahlverschiebung  $D$  wird jeweils für die Beschleunigungsspannung von  $U_B = 250$  und  $420 \text{ V}$  gemessen.

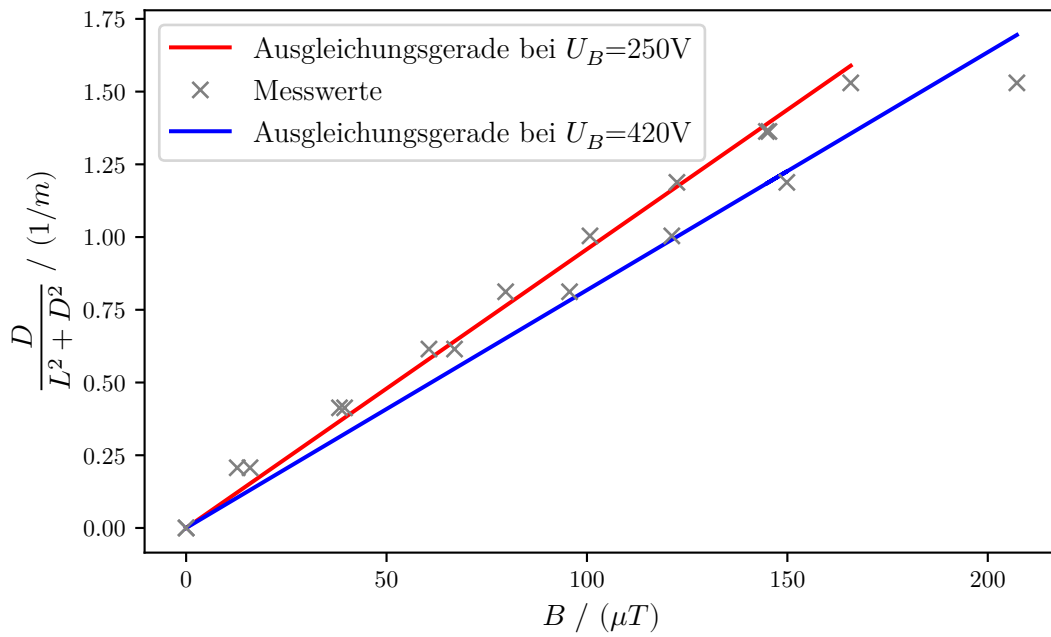
Die Flussdichte  $B$  des Helmholtz-Feldes wird durch Gleichung (6) berechnet.

Diese Messwerte und berechneten Werte sind in Tabelle 1 aufgelistet.

**Tabelle 1:** Die Mess und berechnete-Daten zur Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen.

$D/10^{-3} \text{ m}$	$\frac{D}{L^2 + D^2} / \frac{1}{\text{m}}$	I/A		B/ $\mu\text{T}$	
		$U_B = 250 \text{ V}$	$U_B = 420 \text{ V}$	$U_B = 250 \text{ V}$	$U_B = 420 \text{ V}$
0	0	0	0	0	0
6,35	0,207	0,25	0,20	15,943	12,754
12,70	0,413	0,60	0,62	38,263	39,538
19,05	0,615	0,95	1,05	60,583	66,960
25,40	0,812	1,25	1,50	79,714	95,657
31,75	1,004	1,58	1,90	100,759	121,166
38,10	1,188	1,92	2,35	122,441	149,863
44,45	1,363	2,28	2,27	145,399	144,761
50,80	1,530	2,60	3,25	165,806	207,257

Die Regressionen zur Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen werden in Abbildung 2 veranschaulicht.



**Abbildung 2:** Die Regressionen zur Bestimmung der spezifische Ladung der Elektronen.

Die Ausgleichungsgeraden haben die Form:

$$y = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{a} \cdot x. \quad (7)$$

mit

$$y = \frac{D}{L^2 + D^2}, \quad x = B \quad \text{und} \quad a = \frac{e_0}{m_0}.$$

Die spezifische Ladung der Elektronen entspricht dem Parameter  $a$  und ergibt

$$\begin{aligned} \text{für } U_B = 250 \text{ V : } \frac{e_0}{m_0} = a &= (1,83685 \pm 0,05613) 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \\ \text{für } U_B = 420 \text{ V : } \frac{e_0}{m_0} = a &= (2,24675 \pm 0,16591) 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \end{aligned}$$

### 3.2 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Bei der Beschleunigungsspannung ( $U_B = 200 \text{ V}$ ) wird die Lage des Leuchtfleckes im xy-Koordinaten beobachtet und notiert (Das Helmholtz-Feld ist aus). Zuerst wird die Achse

der Röhre in Nord-Süd-Richtung und in Ost-West-Richtung gedreht. Die Elektronen werden durch Wirkung des Erdfeldes in y-Richtung gelenkt.

Das Helmholtz-Feld wird dann eingeschaltet und dessen Strom  $I_{\text{hor}}$  wird solange verändert, bis ihr Magnetfeld das der Erde kompensiert hat. Die Horizontalkomponente  $B_{\text{hor}}$  des Erdfeldes ist daher gleich dem Helmholtz-Feld. Aus dem Spulenstrom  $I_{\text{hor}} = 0,5 \text{ A}$  lässt sich die Horizontalkomponente  $B_{\text{hor}}$  des Erdfeldes durch Gleichung (6) errechnen. Somit ist  $B_{\text{hor}} = 3,189 \mu\text{T}$ .

Die Totalintensität  $B_{\text{total}}$  des lokalen Erdmagnetfeldes wird durch

$$B_{\text{total}} = B_{\text{hor}} \cdot \cos(\varphi) \quad (8)$$

mit dem Inklinationswinkel  $\varphi$  bestimmt. Bei dem Versuchsteil konnte der Inklinationswinkel  $\varphi$  nicht bestimmt werden.

## 4 Diskussion

Die magnetostatische Felder erzeugen Kräfte nur auf die relativ zum Feld bewegte Ladungen. Geladene Teilchen (Elektronen, Protonen, Ionen) können sich in magnetischen Feldern bewegen und werden durch diese beeinflusst (Unter der Wirkung der Lorentzkräfte). Dadurch kann die spezifische Ladung der Elektronen experimentell bestimmt werden. Der Literaturwert der spezifische Ladung der Elektronen beträgt  $\frac{e_0}{m_0} = 1,75882 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$  [2]. Die Abweichung werden im folgenden mit der Formel

$$\text{Abweichung } f = \left| \frac{\text{Berechnete Werte} - \text{Literaturwerte}}{\text{Berechnete Werte}} \right| \cdot 100\% \quad (9)$$

berechnet

und es ergibt sich

$$\begin{aligned} \text{für } \frac{e_0}{m_0} &= (1,83685 \pm 0,05613) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} : f = 4,436\% \\ \text{für } \frac{e_0}{m_0} &= (2,24675 \pm 0,16591) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} : f = 27,7419\%. \end{aligned}$$

Eine Fehlerquelle stellt dar, dass die Messwerte sehr ungenau durch Untersuchung der Lage des Leuchtflecks abgelesen werden. Bei dem Versuch kann es nicht einen infinitesimal dünnen Elektronenstrahl sorgen, sodass es genau genommen keinen exakten Radius gibt, sondern ein mittlerer Radius (Ablenkung) geschätzt werden muss. Außerdem wird bei dem Versuch Fehler in den Messgeräten bzw. Messmitteln nicht berücksichtigt.

In zweiten Teil des Versuch wird die Horizontalkomponente des Erdfeldes bestimmt. Der Wert davon lautet  $B_{\text{hor}} = 3,189 \mu\text{T}$ . Die Totalintensität  $B_{\text{total}}$  kann weiter durch die Bestimmung des Inklinationswinkels  $\varphi$  bestimmt werden.



## Literatur

- [1] *V501/2 Elektronen im E-Feld und B-Feld*. Eingesehen am 28.06.2020. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/mod/folder/view.php?id=531121>.
- [2] *The specific charge of an electron*. Eingesehen am 06.07.2020. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>.