

Home work 3: Recursion.

Bài 1: Lập và giải công thức đệ quy, xác định độ phức tạp TT.

⊗ Bài 2.4.1.a

$$a. \begin{cases} X(n) = 2, & X(n-3), & n > 1 \\ X(1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} X(n) &= 2 \cdot X(n-3) \\ &= 2 \cdot 2 \cdot X(n-6) = 2^2 \cdot X_{n-6} \\ &= 2^2 \cdot (2 \cdot X_{n-9}) = 2^3 \cdot X_{n-9} \\ &= \dots \\ &= 2^{\lfloor \frac{n-1}{3} \rfloor} \cdot X_1 = 2^{\lfloor \frac{n-1}{3} \rfloor} \\ \Rightarrow T(n) &= O\left(2^{\lfloor \frac{n-1}{3} \rfloor}\right) \end{aligned}$$

Bài 2.4.1d:

$$d. \begin{cases} X(n) = X(n/2) - 2 & \text{vs } n > 1 \\ X(1) = 2 & n = 4^k \end{cases}$$

$$X(n) = X(n/2) - 2$$

$$\Rightarrow X(4^k) = X(4^{k-1}) - 2 \Rightarrow X(4^k) = X(4^k/2) - 2, \quad X(4^0) = X(1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow X(2^{2k}) &= X(2^{2k-1}) - 2 \\ &= [X(2^{2k-2}) - 2] - 2 = X(2^{2k-2}) - 4 = X(2^{2k-2}) - 2 \cdot 2 \\ &= [X(2^{2k-3}) - 2] - 4 = X(2^{2k-3}) - 6 = X(2^{2k-3}) - 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$② = X(2^{2K-2K}) - 2 \cdot 2K.$$

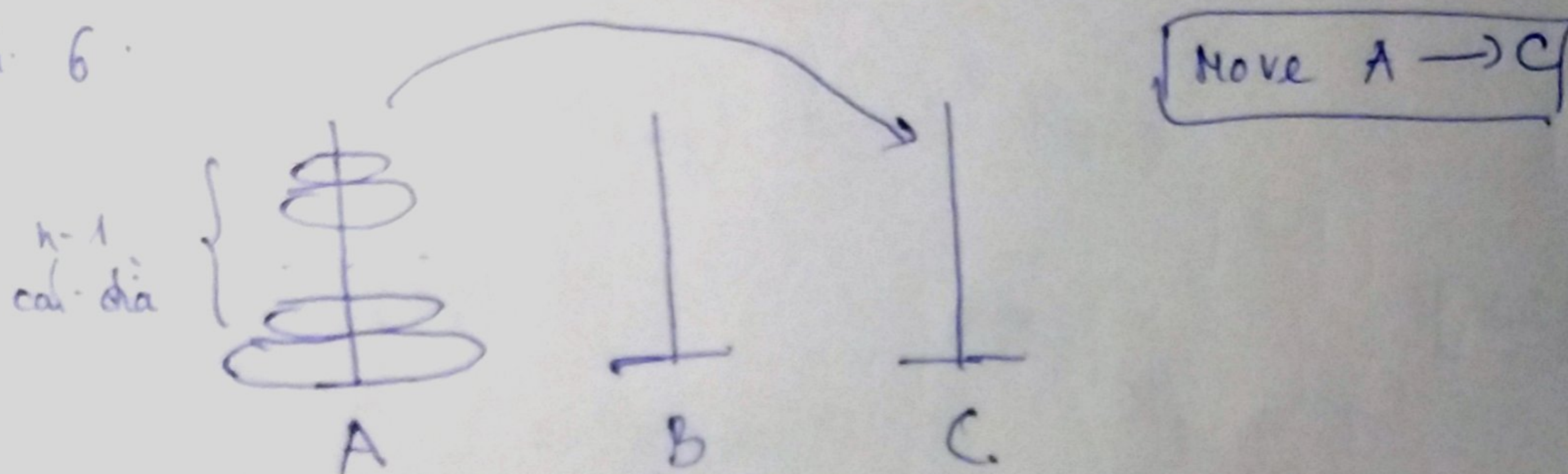
$$= X(1) - 2 \cdot 2K = 2 - 2 \cdot 2K.$$

$$\text{Giả } 1 = 4^K \Rightarrow K = \log_4 n$$

$$\Rightarrow X(n) = 2 - 2^2 \cdot \log_4 n$$

$$\Rightarrow T(n) = O(4 \log_4 n).$$

Bài 6.



Thuật toán: Để chuyển n cái đĩa từ A sang C

- Trước tiên, ta chuyển n-1 chiếc đĩa từ A → B.

- Tiếp theo, chuyển chiếc đĩa cuối cùng (lớn nhất) từ A → C

- Chuyển n-1 chiếc đĩa từ B → C.

Công thức đệ quy cho đến khi hoàn thành. Không còn đĩa để chuyển.

- Nếu n = 1, di chuyển đĩa từ A → C → end.

Công thức truy hồi.

$$\begin{cases} T(n) = 2(T(n-1) + 1), & n > 1 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

Áp dụng công thức Master.

với:

$$T(n) = 2T(n-1) + 1 = 2(2T(n-2) + 1) + 1 = 2^2 T_{n-2} + 2 + 1$$

$$= 2^2 (2T_{n-3} + 1) + 2 + 1 = 2^3 T_{n-3} + 2^2 + 2 + 1$$

$$= \dots = 2^{n-1} T_{n-n+1} + 2^{n-2} + \dots + 2^0$$

$$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^0 = \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$

3)

→ Số lần di chuyển cho n chiếc đĩa là: $2^n - 1$

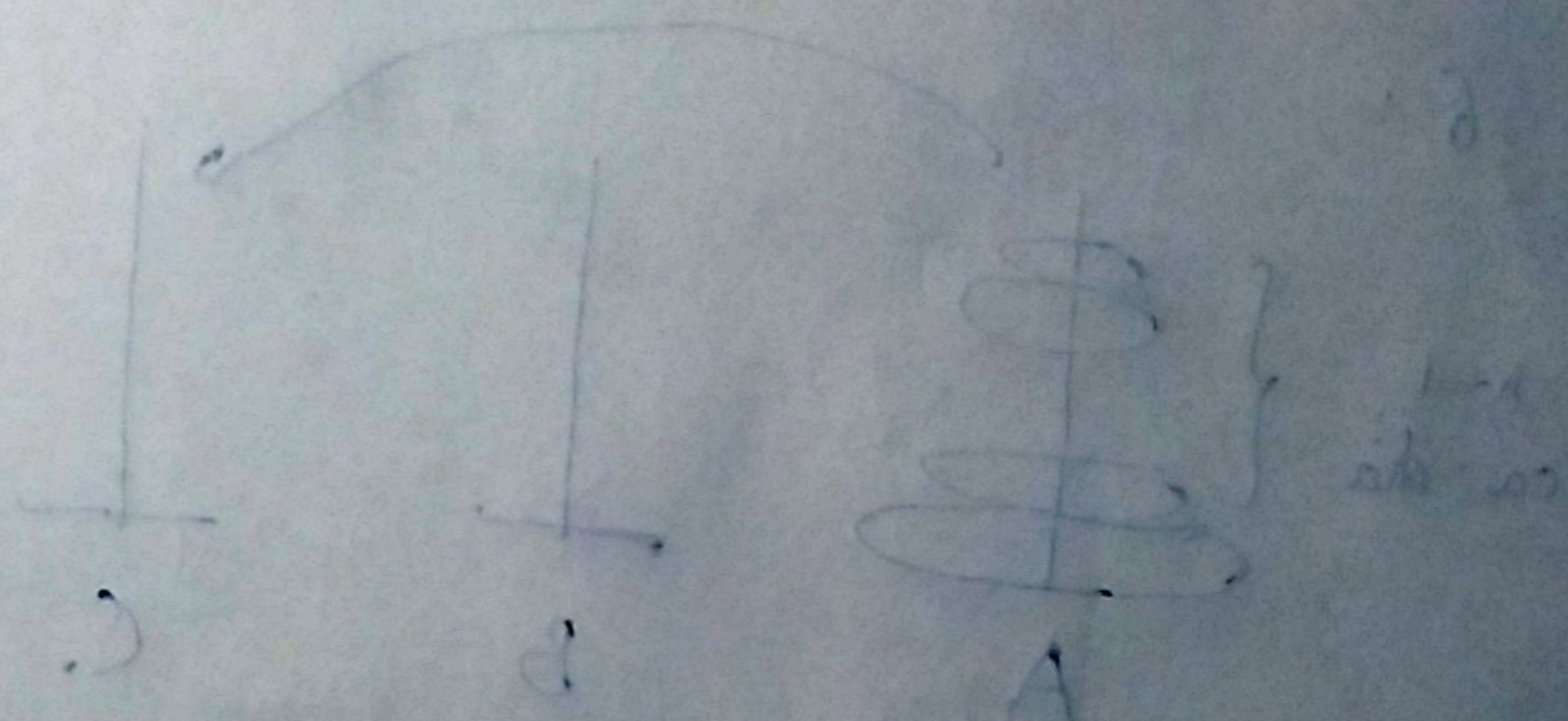
II) Lập trình đệ quy:

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$T(n-1) = T(n-2) + 1$$

$$T(n-2) = T(n-3) + 1$$

$$T(1) = 1$$



Để chuyển n đĩa từ cột A sang cột C, ta cần chuyển n-1 đĩa từ cột A sang cột D, sau đó chuyển đĩa còn lại từ cột A sang cột C, và cuối cùng chuyển n-1 đĩa từ cột D sang cột C.

Để chuyển n-1 đĩa từ cột A sang cột D, ta cần chuyển n-2 đĩa từ cột A sang cột C, sau đó chuyển đĩa còn lại từ cột A sang cột D, và cuối cùng chuyển n-2 đĩa từ cột C sang cột D.

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$T(n) = T(n-1) + 1$$