Bài 1: Lập và giải công thức đệ quy, xác định độ phức tạp tt.

⊗ Bài 2.4.1.a

a. $\begin{cases} X(n) = 2, X(n-3), n \geq 1 \\ X(1) = 1 \end{cases}$

$X(n) = 2 \cdot X(n-3)$

$= 2 \cdot 2 X(n-6) = 2^2 \cdot X_{n-6}$

$= 2^2 (2 \cdot X_{n-9}) = 2^3 \cdot X_{n-9}$

$= \ldots$

$= 2^{\left[\frac{n-1}{3}\right]} \cdot X_{n-n+1} = 2^{\left[\frac{n-1}{3}\right]} \cdot X_1 = 2^{\left[\frac{n-1}{3}\right]}$

$\Rightarrow T(n) = O\left(2^{\left[\frac{n-1}{3}\right]}\right)$.

Bài 2.4.1d:

d. $\begin{cases} X(n) = X(n/2) - 2 \text{ vs } n \geq 1 \\ X(1) = 2. \qquad , n = 4^k. \end{cases}$

$X(n) = X(n/2) - 2$

$\Leftrightarrow X(4^k) = X(4^{k-1}) \Leftrightarrow X(4^k) = X(4^k/2) - 2, \quad X(4^0) = X(1)$

$\Leftrightarrow X(2^{2k}) = X(2^{2k-1}) - 2$

$= [X(2^{2k-2}) - 2] - 2 = X(2^{2k-2}) - 4 = X(2^{2k-2}) - 2 \cdot 2$

$= [X(2^{2k-3}) - 2] - 4 = X(2^{2k-3}) - 6 = X(2^{2k-3}) - 2 \cdot 3$

$= \ldots$

$= \ldots$

②

$$= x \left(2^{2k-2k}\right) - 2 \cdot 2k.$$

$$= x(1) - 2 \cdot 2^k = 2 - 2 \cdot 2k.$$

$$\text{Có } \quad n = 4^k \quad \Leftrightarrow \quad k = \log_4 n$$

$$\Rightarrow \quad x(n) = 2 - 2^2 \cdot \log_4 n$$

$$\Rightarrow \quad T(n) = O\left(4 \log_4 n\right).$$

Bài 6.

$$\boxed{\text{Move } A \rightarrow C}$$

$n-1$ cái đĩa — A   B   C.
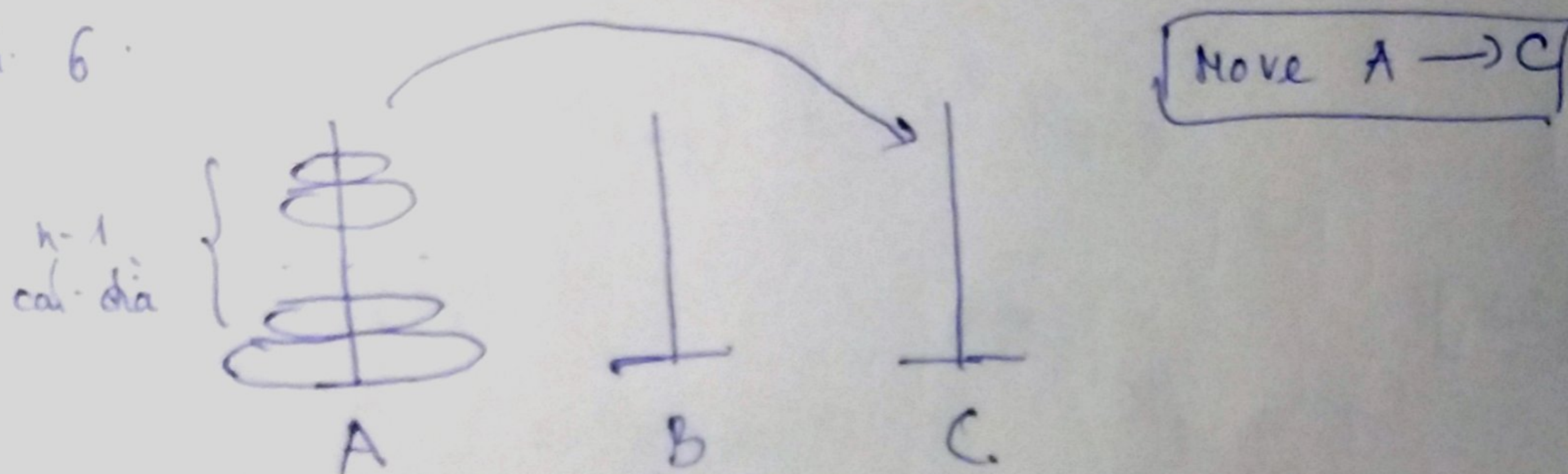
Thuật toán : Để chuyển n cái đĩa từ A sang C

- Trước tiên, ta chuyển $n-1$ chiếc đĩa từ $A \rightarrow B$.

- Tiếp theo, chuyển chiếc đĩa cuối cùng (đĩa từ $A \rightarrow C$

- Chuyển $n-1$ chiếc đĩa từ $B \rightarrow C$.)

Công th. → ~~Cứ thế cho đến thì hoàn thành .k~~ còn đĩa để chuyển.
    - Nếu $n = 1$, di chuyển đĩa từ $A \rightarrow C \rightarrow end.$

Công thức truy hồi.

$$\begin{cases} T(n) = 2 \cdot T(n-1) + 1 , & n > 1 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

~~Áp dụng công thức Master.~~

với:

$$T(n) = 2T(n-1) + 1 = 2 \cdot \left(2T(n-2)\right) + 1\} + 1 = 2^2 T_{n-2} + 2 + 1$$

$$= 2^2 \cdot \left(2T_{n-3} + 1\right) + 2 + 1 = 2^3 T_{n-3} + 2^2 + 2 + 1$$

$$= \cdots$$

$$= 2^{n-1} \cdot T_{n-n+1} + 2^{n-2} + \cdots + 2^0$$

$$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \cdots + 2^0 = \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$
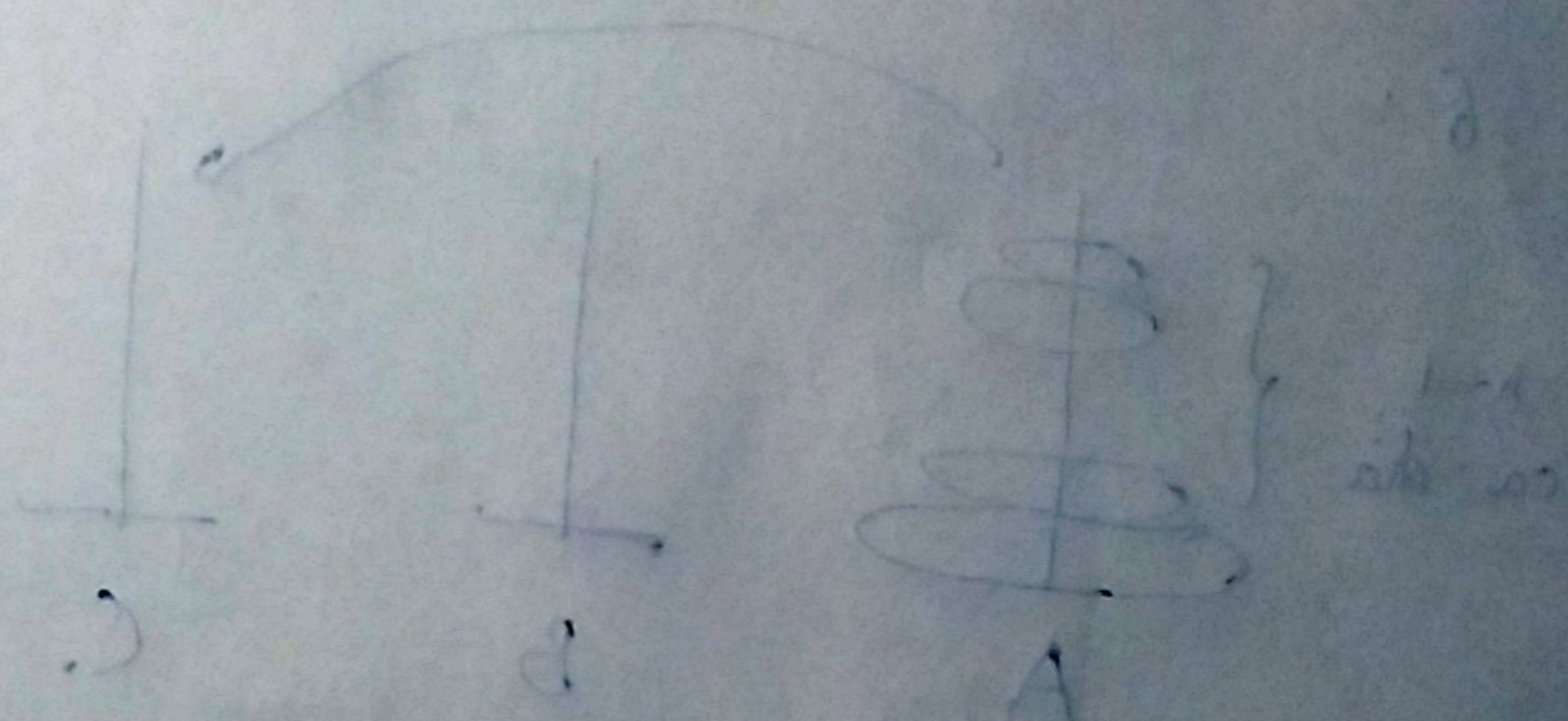
→ Số lần di chuyển cho n chiếc đĩa là: $\boxed{2^n - 1}$

II) Lập trình đệ quy: