

## BÀI MỞ ĐẦU



### 1. Các đại lượng vật lý

– Vô hướng và có hướng.

– Không đổi và biến thiên.

2. Đạo hàm theo thời gian của một vô hướng, của một vector.

3. Đơn vị vật lý – đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn xuất. Hệ SI.

4. Thứ nguyên



### Phương pháp giải tích thứ nguyên

1. Các số hạng của một tổng (đại số) phải có cùng thứ nguyên.

2. Hai vế của một công thức, một phương trình vật lý phải có cùng thứ nguyên.



1.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Thứ nguyên của vế thứ hai là :

$$\left(\frac{\text{kg}}{\text{Nm}^{-1}}\right)^{1/2} = \left(\frac{\text{kg}}{(\text{kgm.s}^{-2})\text{m}^{-1}}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\text{s}^{-2}}\right)^{1/2} = (\text{s}).$$

2.  $R = \rho \frac{l}{S}$

Thứ nguyên của vế thứ hai là :

$$\left(\Omega\text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}^2}\right) = (\Omega).$$

3.  $W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

Thứ nguyên của vế thứ hai là :

$$\left(\frac{\text{C}^2}{\text{F}}\right) = \left(\frac{\text{C}^2}{\frac{\text{C}}{\text{V}}}\right) = (\text{C.V}) = (\text{A.s.V}) = (\text{J}).$$



# CƠ HỌC

## Chương 1

### ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM



#### 1. Chuyển động của một chất điểm được xác định bởi

– Vị trí tại thời điểm  $t$

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$$

– Quỹ đạo

– Hoành độ cong

#### 2. Vận tốc : đặc trưng cho hướng và mức độ nhanh, chậm của chuyển động.

a) Vận tốc trung bình và vận tốc tức thời (tính theo hoành độ cong).

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

b) Vector vận tốc : nằm theo phương tiếp tuyến quỹ đạo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{cases}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

Tóm lại : vector vận tốc đặc trưng cho *trạng thái chuyển động* của chất điểm.

**3. Gia tốc :** đặc trưng cho sự biến đổi của vector vận tốc.

a) Biểu thức của vector gia tốc trung bình và tức thời :

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

b) *Gia tốc tiếp tuyến* và *gia tốc pháp tuyến*

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

\* *Gia tốc tiếp tuyến*  $\vec{a}_t$  :

– nằm theo phương tiếp tuyến của quỹ đạo (cùng phương với  $\vec{v}$ ) ;

– độ lớn :

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

– khi  $av > 0$  : chuyển động nhanh dần.

$av < 0$  : chuyển động chậm dần.

\* *Gia tốc pháp tuyến*  $\vec{a}_n$  :

– nằm theo phương vuông góc với vector  $\vec{v}$  (pháp tuyến quỹ đạo) ;

– hướng về phía lõm của quỹ đạo ;

– độ lớn :

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

(R : bán kính của đường tròn tiếp tuyến tại điểm đang xét).

\* Tóm lại

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

trong đó gia tốc tiếp tuyến  $\vec{a}_t$  đặc trưng cho sự biến đổi độ lớn của vận tốc và gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi hướng của vận tốc.

#### 4. Những trường hợp riêng

- a)  $\vec{a}_n \equiv \vec{0}$  (luôn bằng  $\vec{0}$ ) : chuyển động thẳng.
- b)  $\vec{a}_t \equiv \vec{0}$  : chuyển động cong đều (tròn).
- c)  $\vec{a} \equiv \vec{0}$  : chuyển động thẳng đều.



1.1. a) Trong khoảng  $(0, t_1)$  : nhanh dần đều.

b) Trong khoảng  $(t_1, t_2)$  : thẳng đều.

c) Trong khoảng  $(t_2, t_3)$  : chậm dần đều.

1.2. a)  $x = -t^2 + 20t$

$$v = \dot{x} = -2t + 20$$

$$a = \dot{v} = -2$$

t	0	10	$\infty$
v	+	0	-
a	-		-
chuyển động	chậm dần	đổi chiều	nhanh dần

b)  $x = t^3 - 6t^2 + 20$

$$v = 3t^2 - 12t = 3t(t - 4)$$

$$a = 6t - 12 = 6(t - 2)$$

t	0	2	4	$\infty$
v	0	-	0	+
a	-	0	+	+
chuyển động	nhanh dần	chậm dần	đổi chiều	nhanh dần

$$1.3. a) v_0^2 = \frac{gb}{\sin 2\alpha}$$

$$b) \sin 2\alpha = \frac{gb}{v_0^2}$$

$$\text{Điều kiện cần : } \frac{gb}{v_0^2} \leq 1$$

$$\Rightarrow b \leq \frac{v_0^2}{g}; \quad b_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \quad (\alpha = \frac{\pi}{4})$$

Nếu cho tấm bắn  $b < b_{\max}$  thì tồn tại hai giá trị của góc bắn là  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  sao cho

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{gb}{v_0^2} \right) \\ \alpha_2 = \frac{1}{2} \left[ \pi - \arcsin \left( \frac{gb}{v_0^2} \right) \right] \end{cases}$$

#### 1.4. (Bổ sung)

Chất điểm chuyển động trên một vòng tròn (O, R) với phương trình :

$$\alpha = -\frac{\beta}{2} t^2 + \omega_0 t \quad (\beta, \omega_0 > 0)$$

Khảo sát tính chất của chuyển động đó.

*Giải.*

Vận tốc góc (tức thời) :

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = -\beta t + \omega_0$$

$\omega_0$  : vận tốc góc ban đầu.

Gia tốc góc (tức thời) cho bởi :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\beta$$

t	0	$\frac{\omega_0}{\beta}$	$\infty$	
Vận tốc góc	$\omega_0$	+	0	-
Gia tốc góc		-		-
Chuyển động	chậm dần	dừng lại và đổi chiều		nhẹnh dần

### 1.5. (Bổ sung)

Chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox theo phương trình

$$x = 4\sqrt{2} \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (x : \text{cm} ; t \geq 0 : \text{s})$$

Khảo sát tính chất của chuyển động đó (nhẹnh dần, chậm dần) trong khoảng thời gian một chu kì  $0 \leq t \leq T$ .

*Giải.*

t (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4s
x (cm)	0	$4\sqrt{2}$	-4	$-4\sqrt{2}$	4
v (cm/s)	$v_m$	0	$-v_m$	0	$v_m$
a (cm/s <sup>2</sup> )	0	$-a_m$	0	$a_m$	0
chuyển động	chậm dần	nhẹnh dần	chậm dần	nhẹnh dần	

Trong đó  $v_m = 4\sqrt{2} \cdot 5\pi = 20\pi\sqrt{2}\text{cm/s}$ .

$$a_m = (4\sqrt{2}) \cdot (5\pi)^2 = 100\sqrt{2}\pi^2\text{cm/s}^2.$$

### 1.6. (Bổ sung)

Một vật nhỏ chuyển động nhẹnh dần đều trên một đường thẳng, từ điểm A đến điểm B hết 6s. Cho biết vận tốc tức thời tại A là 5m/s, tại B là 15m/s (cùng chiều), hãy xác định chiều dài của đoạn thẳng AB.

*Giải.*

$$v_B - v_A = a(t_B - t_A) = a\Delta t$$

$$\text{Suy ra gia tốc } a = \frac{v_B - v_A}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{6} = \frac{5}{3} \text{ m/s}^2$$

Khoảng đường đi được  $s$  cho bởi :

$$s = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a} = \frac{15^2 - 5^2}{2 \cdot \frac{5}{3}} = 60 \text{ m.}$$

### 1.7. (Bổ sung)

Từ mặt đất, người ta ném lên trong mặt phẳng thẳng đứng một quả bóng nhỏ với vận tốc đầu  $v_0$  nghiêng góc  $\alpha$  với mặt phẳng ngang

$$v_0 = 10 \text{ m/s} \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

Xác định :

- Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được.
- Tầm xa của quả bóng.
- Khoảng thời gian từ lúc ném bóng đến lúc bóng chạm đất.

Bỏ qua mọi ma sát. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Đáp số :* Áp dụng các công thức (1.43) (1.44) (1.45) trong bài học:

$$\text{a) } y_{\max} = 1,8 \text{ m.}$$

$$\text{b) } L = 9,6 \text{ m.}$$

$$\text{c) } \Delta t = 1,2 \text{ s.}$$

### 1.8. (Bổ sung)

Một vô lăng từ trạng thái nằm yên bắt đầu quay nhanh dần đều, sau 1 phút đạt được vận tốc 360 vòng/phút. Xác định :

- Gia tốc góc của vô lăng.
- Số vòng quay được của vô lăng trong 1 phút ấy.

*Giải.*

$$\text{a) } \omega = 360 \text{ vòng/phút} = 6 \text{ vòng/s.}$$

$$\omega = \beta t \Rightarrow \beta = \frac{\omega}{t} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} \text{ vòng/s}^2$$



$$b) \alpha = \frac{1}{2} \beta t^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{10} \cdot 60^2 = 180 \text{ vòng}.$$

### 1.9. (Bổ sung)

Một vật nhỏ được ném ngang từ điểm O với vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  nằm ngang có độ lớn  $v_0 = 7,5\text{m/s}$  (hình 1.1). Xác định gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của vật sau khoảng thời gian 1s. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

*Giải.*

Phương trình chuyển động của vật

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

Chọn trục tọa độ nằm ngang Ox và thẳng đứng hướng xuống Oy, sau khi chiếu lên hai trục, ta có :

$$\begin{cases} ma_x = 0 \\ ma_y = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

Từ phương trình  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  ta được các phương trình đối với các tọa độ  $v_x$  và  $v_y$  của vectơ vận tốc

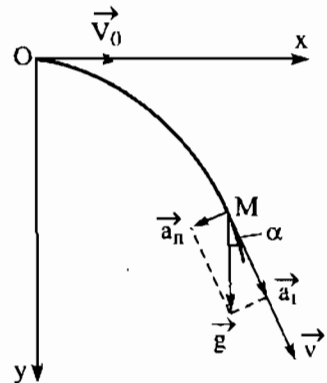
$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 & (1) \\ \frac{dv_y}{dt} = g & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) cho  $v_x = \text{const} = v_0$

Phương trình (2) cho  $v_y = gt$  ( $v_{y0} = 0$ )

Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  và thành phần  $\vec{v}_y$  theo phương thẳng đứng của vận tốc hợp với nhau một góc  $\alpha$  cho bởi

$$\text{tg}\alpha = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0}{gt}$$



Hình 1.1

Góc  $\alpha$  cũng chính là góc giữa vectơ gia tốc tiếp tuyến  $\vec{a}_t$  và vectơ gia tốc  $\vec{v} = \vec{g}$ . Vậy  $a_t = a \cos \alpha = g \cos \alpha$  và  $a_n = a \sin \alpha = g \sin \alpha$

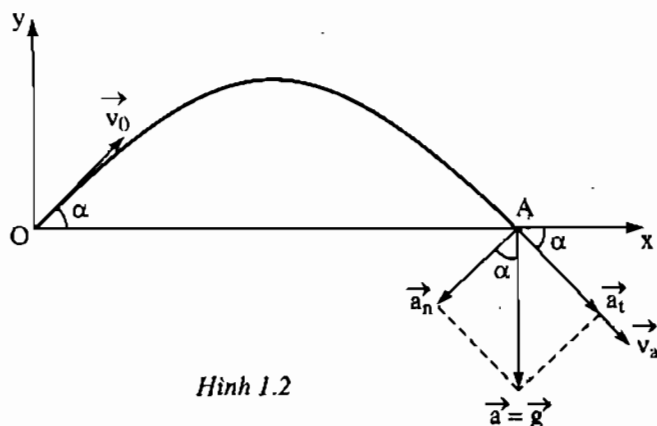
Cụ thể:  $v_0 = 7,5 \text{ m/s}$ ,  $v_y = gt = 10 \cdot 1 = 10 \text{ m/s}$ .

$$\tan \alpha = \frac{7,5}{10} = \frac{3}{4}; \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}; \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$a_t = 6 \text{ m/s}^2; \quad a_n = 8 \text{ m/s}^2$$

### 1.10. (Bổ sung)

Một vật nhỏ được ném lên từ mặt đất (nằm ngang) với vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt đất. Xác định gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của vật tại vị trí rơi xuống đất (hình 1.2).



Hình 1.2

*Giải*

Trong bài toán chuyển động của một vật nhỏ được ném nghiêng, ta đã chứng minh (công thức 1.42):

$$v^2 = v_0^2 - 2gy$$

Từ đó suy ra vận tốc của vật tại vị trí chạm đất A bằng vận tốc của vật tại vị trí ban đầu

$$v_A = v_O = v_0$$

Mặt khác, toạ độ theo trục x của vận tốc không thay đổi:

$$v_{Ox} = v_{Ax}$$

nên ta suy ra góc nghiêng của vectơ vận tốc với phương nằm ngang Ox tại O và tại A là như nhau và bằng  $\alpha$ .

Kết luận : Tại điểm chạm đất A, góc lệch giữa vectơ gia tốc tiếp tuyến  $\vec{a}_t$  và vectơ gia tốc  $\vec{a} = \vec{g}$  (thẳng đứng) bằng  $\frac{\pi}{2} - \alpha$ . Do đó

$$a_t = g \sin \alpha$$

và

$$a_n = g \cos \alpha$$

### 1.11. (Bổ sung)

Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox với chu kỳ  $T = \frac{1}{5}$  s, biên độ  $A = 3$  cm. Lúc  $t = 0$ , chất điểm ở vị trí có tọa độ  $x_0 = -1,5$  cm.

- Viết phương trình dao động của chất điểm.
- Tính vận tốc cực đại.
- Xác định vận tốc của chất điểm tại vị trí có tọa độ  $x = 2,4$  cm.

*Giải.*

- Phương trình dao động của chất điểm có dạng

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

trong đó 
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi \text{ rads}^{-1}$$

$$A = 3 \text{ cm}$$

$$x = 3 \cos(10\pi t + \varphi)$$

Để xác định pha ban đầu  $\varphi$ , ta dựa vào điều kiện ban đầu :

Khi  $t = 0$

$$x_0 = 3 \cos \varphi = -1,5 \Rightarrow \cos \varphi = -\frac{1}{2}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3}$$

Phương trình dao động :

$$x = 3 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ (cm)}$$

b) Vận tốc tức thời của chất điểm là :

$$v = -30\pi \sin\left(10\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (cm/s)}$$

Vận tốc cực đại

$$\begin{aligned} v_{\max} &= 30\pi \text{ cm/s} \\ &= 94,2 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

c) Từ hai phương trình

$$\begin{cases} x = 3\cos\left(10\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ v = -30\pi \sin\left(10\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

ta suy ra :

$$x^2 + \left(\frac{v}{10\pi}\right)^2 = 3^2$$

Dựa vào phương trình này, khi biết  $x$  có thể tính được  $v$  tại vị trí tương ứng với  $x$

$$\frac{v}{10\pi} = \pm \sqrt{3^2 - x^2}$$

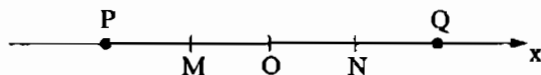
Khi  $x = 2,4 \text{ cm}$

$$\frac{v}{10\pi} = \pm \sqrt{3^2 - 2,4^2} = \pm 1,8$$

$$v = \pm 18\pi \text{ cm/s}$$

### 1.12. (Bổ sung)

Chất điểm dao động trên đoạn thẳng PQ dài 24cm với chu kì  $T = 2\text{s}$ . Gọi O là trung điểm của PQ (vị trí cân bằng), M và N lần lượt là trung điểm của PO và OQ (hình 1.3). Hãy xác định vận tốc trung bình của chất điểm dao động trên các đoạn :



Hình 1.3

a) PQ, PO và OQ.

b) ON, MN và NQ.

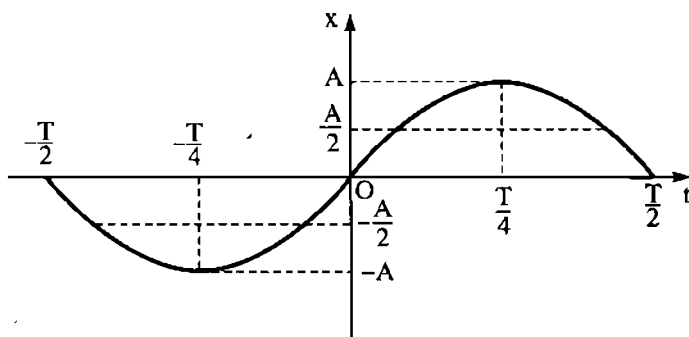
*Giải.*

Vận tốc trung bình chỉ phụ thuộc khoảng thời gian mà không phụ thuộc gốc thời gian. Vì vậy ta có thể chọn gốc thời gian để phương trình dao động có dạng :

$$x = A \sin \omega t$$

trong đó  $A = PO = OQ = 12\text{cm}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$



Hình 1.4

Trên đồ thị của x theo t, ta nhận thấy :

a) Khoảng thời gian chất điểm đi từ O ( $x = 0$ ) đến Q ( $x = 12\text{cm}$ ) bằng khoảng thời gian chất điểm đi từ P ( $x = -12\text{cm}$ ) đến O ( $x = 0$ ) và bằng  $\frac{T}{4}$ .

Vận tốc trung bình trên hai đoạn OQ và PO đều bằng :

$$\frac{\frac{12}{2}}{\frac{T}{4}} = 24 \text{ cm/s}$$

Vận tốc trung bình trên đoạn PQ :

$$\frac{\frac{PQ}{T}}{\frac{2}{2}} = \frac{24}{2} = 24 \text{ cm/s}$$

b) Ta tính khoảng thời gian ngắn nhất chất điểm đi từ  $x = 0$  ( $t = 0$ ) đến  $N$  ( $x = 6\text{cm}$ ) ( $t = t_1$ ) :

$$x = 12\sin\pi t_1 = 6$$

$$\sin\pi t_1 = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$t_1 = \frac{1}{6}\text{s}$$

Vận tốc trung bình trên đoạn ON

$$\frac{\frac{6}{1}}{\frac{1}{6}} = 36\text{ cm/s}$$

Vận tốc này cũng bằng vận tốc trung bình trên đoạn MO (xem hình 1.4).

Khoảng thời gian chất điểm đi từ N đến Q

= khoảng thời gian đi đoạn OQ – khoảng thời gian đi đoạn ON

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}\text{s}.$$

Vận tốc trung bình trên đoạn NQ :

$$\frac{\frac{6}{1}}{\frac{1}{3}} = 18\text{ cm/s}$$

Vận tốc trung bình trên đoạn MN :

$$\frac{\frac{12}{2}}{\frac{2}{6}} = 36\text{ cm/s}$$

### 1.13.\* (Bổ sung) Dao động tắt dần

Một con lắc lò xo tạo bởi một vật nhỏ khối lượng  $m$  gắn vào đầu một lò xo nằm ngang, khối lượng không đáng kể, độ cứng  $k$  ; đầu kia của lò xo giữ cố định. Vật  $m$  chuyển động trên mặt ngang dưới tác dụng của lực đàn hồi và lực ma sát  $\vec{F}_{ms} = -b\vec{v}$ ,  $b > 0$  là một hệ số tỉ lệ,  $\vec{v}$  là vận tốc dao động.

Hãy thiết lập phương trình dao động của vật và khảo sát nghiệm của phương trình đó.

*Giải.*

Vật chuyển động trên Ox nằm ngang (O là vị trí cân bằng) chịu tác dụng của :

lực đàn hồi :  $-kx$

lực ma sát :  $-bv = -b\dot{x}$

với  $x = \overline{OM} =$  độ dời (tính từ vị trí cân bằng).

Phương trình dao động

$$ma = m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (1)$$

Đặt  $2\beta = \frac{b}{m} ; \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

ta được phương trình :

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (2)$$

Để giải phương trình này, ta đặt

$$x(t) = u(t)e^{-\beta t} \quad (3)$$

trong đó  $u(t)$  là một hàm của  $t$  mà ta phải xác định. Đạo hàm  $x$  một lần và hai lần theo  $t$ , ta được :

$$\dot{x} = (\dot{u} + \beta u)e^{-\beta t}$$

$$\ddot{x} = (\ddot{u} - 2\beta\dot{u} + \beta^2u)e^{-\beta t}$$

Thay  $\dot{x}$  và  $\ddot{x}$  vào (2) bằng các biểu thức trên, sau khi tính toán ta được

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \beta^2)u = 0 \quad (4)$$

Tùy theo giá trị của  $\omega_0^2 - \beta^2$ , ba trường hợp có thể xảy ra :

$$1) \omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0 ; \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (5)$$

Phương trình (4) có dạng :

$$\ddot{u} + \omega_1^2u = 0$$

cho ta nghiệm là hàm điều hoà của t

$$u = A \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

Kết quả tìm được biểu thức của độ dời

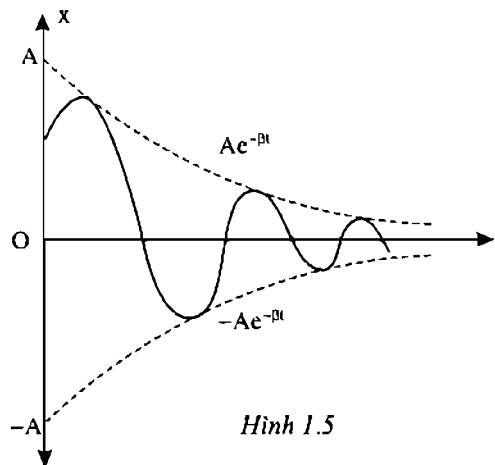
$$x = u e^{-\beta t} = A e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad (6)$$

Độ dời x có chứa thừa số  $\cos(\omega_1 t + \varphi)$  : thừa số này diễn tả một quá trình dao động của x. Tuy nhiên dao động này không có biên độ là hằng số, vì có thừa số  $e^{-\beta t}$ , biên độ  $= A e^{-\beta t}$  giảm dần theo t.

Và đẳng thức  $-A e^{-\beta t} \leq x \leq A e^{-\beta t}$  chứng tỏ đồ thị dao động x nằm tiếp xúc giữa hai đường con :

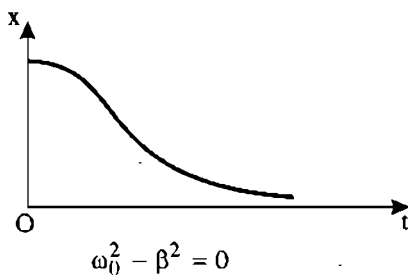
$$x_1 = A e^{-\beta t} \text{ và } x_2 = -A e^{-\beta t}$$

Ta nhận thấy đồ thị x có dạng dao động nhưng biên độ giảm dần theo t (dao động tắt dần) (hình 1.5).

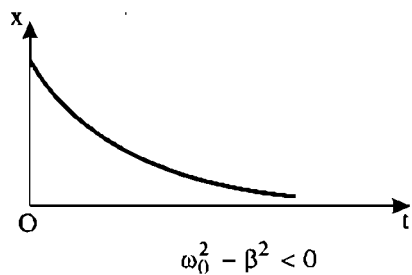


Hình 1.5

2)  $\omega_0^2 - \beta^2 \leq 0$  : các phép tính chứng tỏ sự biến thiên của x theo t không còn tính chất dao động mà chỉ đơn thuần là quá trình giảm dần đến O (hình 1.6).



Hình 1.6







1. Một chất điểm chuyển động thẳng chậm dần khi :

- A. gia tốc  $< 0$ .
- B. vận tốc giảm dần.
- C. vận tốc và gia tốc trái dấu.
- D. vận tốc  $< 0$ .

2. Chất điểm chuyển động tròn đều khi :

- A. gia tốc tiếp tuyến bằng 0.
- B. gia tốc pháp tuyến không đổi và bán kính cong không đổi.
- C. gia tốc pháp tuyến không đổi.
- D. gia tốc không đổi.

3. Biểu thức của gia tốc pháp tuyến là

- A.  $\omega R$  ;
- B.  $\omega^2 R$  ;
- C.  $\frac{\omega^2}{R}$  ;
- D.  $\frac{\omega}{R}$  .

4. Gia tốc của vật dao động điều hoà theo trục  $x$  là :

- A.  $\omega^2 x$  ;
- B.  $-\omega^2 x$  ;
- C.  $\omega x$  ;
- D.  $-\omega x$ .

5. Trong chuyển động tròn, công thức nào sau đây là sai ?

- A.  $v = R\omega$  ;
- B.  $a_n = \omega^2 R$  ;
- C.  $a_t = R\beta$  ;
- D.  $\vec{a}_t = \vec{R} \wedge \vec{\beta}$  .

## Chương 2

### ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM



#### 1. Phương trình cơ bản của động lực học chất điểm

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

hay

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

#### 2. Lực tác dụng lên chất điểm chuyển động cong

a) Lực tiếp tuyến  $F_t = m \frac{dv}{dt}$

b) Lực pháp tuyến  $F_n = m \frac{v^2}{R}$

#### 3. Các định lý về động lượng : $\vec{p} = m\vec{v}$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

#### 4. Momen động lượng

a)  $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \mathcal{M}_O(\vec{F})$$

#### b) Trường hợp chuyển động tròn (tâm O, bán kính R)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \mathcal{M}_O(\vec{F}_t)$$

$$\vec{L} = (mR^2)\vec{\omega}$$

5. Lực hướng tâm  $F = \frac{mv^2}{R}$

## 6. Chuyển động tương đối và nguyên lý Galilê

### a) Phép biến đổi Galilê

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = x' + Vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

### b) Biến đổi vận tốc và gia tốc

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

### c) Nguyên lý tương đối Galilê

$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow m\vec{a}' = \vec{F}' = \vec{F}$$

### d) Lực quán tính

$$m\vec{a} = \vec{F} + (-m\vec{A})$$

$$= \vec{F} + \vec{F}_{qt}$$



**Phương pháp động lực học** là phương pháp ứng dụng phương trình cơ bản của động lực học để khảo sát chuyển động của một vật.

Các bước cơ bản của phương pháp này :

1. Xác định các ngoại lực tác dụng lên vật. Gọi tổng hợp lực là  $\vec{F}$ .
2. Viết phương trình Niuton.

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (*)$$

3. Chọn hệ trục tọa độ Đêcac thích hợp ; chiếu phương trình Niuton (\*) lên các trục của hệ tọa độ đã chọn.

4. Giải hệ phương trình đó và biện luận.

**Chú ý :** Phương trình Niuton áp dụng được để khảo sát chuyển động của các chất điểm, các vật nhỏ và các vật rắn chuyển động tịnh tiến.



2.1. a)  $\mu > \operatorname{tg} \alpha$  ( $\mu$  hệ số ma sát trượt).

b)  $\mu = \operatorname{tg} \alpha$ .

c)  $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ .

2.2. a)  $F_{\text{kéo}} = mg(\sin \alpha + k \cos \alpha)$

b)  $F_{\text{kéo}} = ma + mg(\sin \alpha + k \cos \alpha)$

2.3. Khi xét chuyển động quay của các hành tinh xung quanh Mặt Trời, có thể coi các hành tinh này là các chất điểm khối lượng  $m$ , chuyển động theo đường tròn bán kính  $R$  với tâm là Mặt Trời ; momen động lượng của hành tinh trong chuyển động ấy có biểu thức :

$$L = mR^2\omega = mR^2 \frac{2\pi}{T}$$

Vậy

$$\begin{aligned} \frac{L_{\text{Kim tinh}}}{L_{\text{TĐ}}} &= \frac{m_{\text{Kim tinh}}}{m_{\text{TĐ}}} \cdot \left( \frac{R_{\text{Kim tinh}}}{R_{\text{TĐ}}} \right)^2 \cdot \frac{T_{\text{TĐ}}}{T_{\text{Kim tinh}}} \\ &= 0,815 \cdot \left( \frac{108}{150} \right)^2 \cdot \frac{1}{0,615} = 0,687 \end{aligned}$$

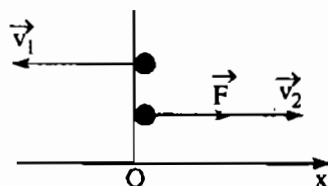
2.4. Hình 2.1.

Trong quá trình va chạm, xung lượng của lực  $\vec{F}$  do tường tác dụng lên hòn bi là :

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

có độ lớn :

$$\begin{aligned} F\Delta t &= mv_2 - (-mv_1) \\ &= \frac{3}{4}mv_1 + mv_1 = \frac{7}{4}mv_1 \end{aligned}$$



Hình 2.1

2.5. Lực tổng hợp tác dụng lên người đối với hệ quy chiếu thang máy là :

$$\vec{F} = m\vec{g} + (-m\vec{A})$$

$$a) \bar{A} = \frac{\bar{g}}{20} \quad \bar{F} = 60\bar{g} - \frac{\bar{g}}{20} = \frac{1199}{20}\bar{g}$$

$$b) \bar{A} = -\frac{\bar{g}}{20} \quad \bar{F} = \frac{1201}{20}\bar{g}$$

$$c) \bar{A} = \bar{g} \quad \bar{F} = \bar{0}$$

## 2.6. (Bổ sung)

Trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, từ điểm M cách mặt đất một khoảng  $h$ , bắn vật theo phương ngang với vận tốc  $v$ . Xác định  $v$  để vật chuyển động tròn đều xung quanh Trái Đất.

*Giải.* Vật chuyển động theo đường tròn bán kính  $R + h$  với  $R$  là bán kính Trái Đất. Lực hướng tâm tác dụng lên vật là :

$$F_{ht} = m \frac{v^2}{R + h}$$

chính là trọng lực của vật :

$$F_{ht} = m \frac{v^2}{R + h} = mg$$

Suy ra

$$v = \sqrt{g(R + h)}$$

Tính gần đúng  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  ;

$$R = 6400 \cdot 10^3 \text{ m} ; R + h \approx R$$

$$v = \sqrt{6400 \cdot 10^3 \cdot 9,8}$$

$$v = 7,9 \cdot 10^3 \text{ m/s} \approx 7,9 \text{ km/s}.$$

## 2.7. (Bổ sung)

Vật nhỏ khối lượng  $m$  rơi tự do không vận tốc đầu trong không khí, luôn luôn chịu tác dụng của lực cản :

$$\vec{F}_{\text{cản}} = -\mu \vec{v}$$

$\mu$  = hệ số cản (hay hệ số ma sát nhớt).

Khảo sát vận tốc chuyển động của vật.

*Giải.* Phương trình cơ bản của động lực học :

$$m\vec{a} = m\vec{g} - \mu\vec{v}$$

Ta chọn chiều dương đi xuống :

$$ma = mg - \mu v$$

$$a + \frac{\mu}{m}v = g$$

Thay  $a = \frac{dv}{dt}$  ta có :  $\frac{dv}{dt} + \frac{\mu}{m}v = g$

$$-\frac{dv}{dt} = \frac{\mu}{m}v - g$$

$$-\frac{m}{\mu} \frac{dv}{dt} = v - \frac{m}{\mu}g$$

$$\frac{dv}{v - \frac{m}{\mu}g} = -\frac{\mu}{m}dt$$

Tích phân hai vế :

$$\ln\left(v - \frac{m}{\mu}g\right) = -\frac{\mu}{m}t + \text{const}$$

$$v - \frac{m}{\mu}g = Ae^{-\frac{\mu}{m}t}$$

Khi  $t = 0, v = 0 \Rightarrow -\frac{m}{\mu}g = A$

Vậy  $v = \frac{m}{\mu}g\left(1 - e^{-\frac{\mu}{m}t}\right)$

t	0	$\nearrow$	$\infty$
v	0	$\nearrow$	$\frac{mg}{\mu}$

Chuyển động lúc ban đầu nhanh dần, sau một khoảng thời gian lớn ( $t \rightarrow \infty$ ) trở thành chuyển động thẳng đều ; khi đó lực cân bằng với trọng lực ( $\mu v = mg$ ).

### 2.8. (Bổ sung)

Một thang máy được treo ở đầu một sợi dây cáp, đang chuyển động lên phía trên. Lúc đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều sau đó chuyển động đều và tiếp tục chuyển động chậm dần đều rồi dừng lại.

Trong quá trình trên, lực căng của dây cáp thay đổi như thế nào ?

Đáp số :  $T_1 > T_2 > T_3$

### 2.9. (Bổ sung)

Một xe khối lượng  $M$  có thể chuyển động không ma sát trên một mặt phẳng ngang. Trên xe đặt một hòn đá khối lượng  $m$ , hệ số ma sát trượt giữa xe và hòn đá là  $\mu$ . Tác dụng lên hòn đá một lực  $\vec{F}$  nằm ngang. Xác định gia tốc của xe, của hòn đá và lực ma sát giữa hòn đá và xe.

*Giải.* Xét hai trường hợp

a)  $F < \mu mg$  : Hòn đá không trượt trên xe, nghĩa là hòn đá và xe hợp thành một vật duy nhất chuyển động với cùng gia tốc  $a$  ; áp dụng định luật Niuton cho hệ  $(M + m)$  :

$$a = \frac{F}{M + m}$$

$$f_{ms} = Ma = \frac{MF}{M + m}$$

b)  $F \geq \mu mg$  : Gọi gia tốc hòn đá là  $a_1$ , gia tốc xe là  $a_2$ . Áp dụng định luật Niuton cho từng vật :

$$F - F_{ms} = ma_1 ; F_{ms} = \mu mg$$

$$F_{ms} = Ma_2$$

Suy ra

$$a_1 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$a_2 = \frac{\mu mg}{M}$$

### 2.10. (Bổ sung)

Trên hình 2.2, khối lượng các ròng rọc và các dây treo không đáng kể. Xác định gia tốc của  $m_1$ ,  $m_2$  và lực căng của các dây.

*Giải.* Ta nhận thấy

- 1) Lực căng có độ lớn như nhau tại mọi điểm của dây.
- 2) Gia tốc của  $m_1$  gấp đôi gia tốc của  $m_2$

$$a_1 = 2a_2 \quad (1)$$

Phương trình Niuton áp dụng cho từng vật :

$$m_1 a_1 = m_1 g - T \quad (2)$$

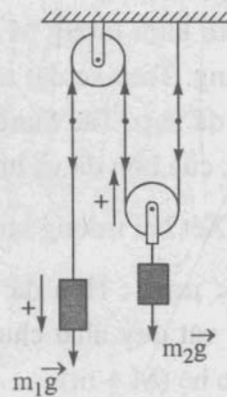
$$m_2 a_2 = -m_2 g + 2T \quad (3)$$

Từ ba phương trình (1), (2), (3) suy ra

$$a_2 = \frac{(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}$$

$$T = m_1(g - a_1)$$

$$= m_1(g - 2a_2)$$



Hình 2.2

### 2.11. (Bổ sung)

Hai vật có khối lượng  $m_1 < m_2$  nối với nhau bằng một sợi dây mảnh ; vật  $m_1$  chuyển động trên một mặt phẳng ngang có ma sát (hệ số ma sát  $k$ ), vật  $m_2$  chuyển động thẳng đứng nhờ sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định có khối lượng không đáng kể (hình 2.3). Xác định gia tốc chuyển động của hệ và lực căng của dây.



*Giải.*

Gọi độ lớn của lực căng dây là  $T$ ,  
phương trình chuyển động của vật 1 :

$$m_1 a_1 = T_1 - m_1 g k \quad (1)$$

của vật 2 :

$$m_2 a_2 = -T_2 + m_2 g \quad (2)$$

Do dây căng ta có  $a_2 = a_1 = a$  và  $T_2 = T_1 = T$ . Ta suy ra

$$(m_1 + m_2)a = m_2 g - k m_1 g$$

$$a = \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \quad (\text{giả thiết } m_2 > k m_1)$$

và

$$T = m_2 g - m_2 a$$

$$= m_2 \left( g - \frac{m_2 - k m_1}{m_1 + m_2} g \right)$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + k)}{m_1 + m_2} g$$

### 2.12. (Bổ sung)

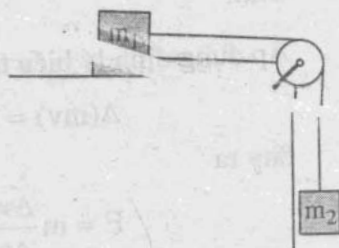
Hai vật nhỏ có khối lượng  $m_1 < m_2$  được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh khối lượng không đáng kể ; sợi dây này vắt qua một ròng rọc cố định khối lượng không đáng kể. Xác định gia tốc của mỗi vật và lực căng của dây.

Đáp số :  $a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_2 + m_1} g$$

### 2.13. (Bổ sung)

Một toa xe khối lượng 20 tấn đang chuyển động với vận tốc 54km/h, chịu tác dụng một lực hãm. Sau thời gian 1 phút 40 giây xe dừng lại. Xác định cường độ lực hãm.



Hình 2.3

*Giải.*

Áp dụng định lý biến thiên động lượng

$$\Delta(mv) = m\Delta v = F\Delta t$$

Suy ra

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

trong đó

$$m = 20 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$\Delta v = \frac{54 \cdot 10^3}{3600} = 15 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 100 \text{ s}$$

Vậy 
$$F = 20 \cdot 10^3 \frac{15}{100} = 3 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

### 2.14. (Bổ sung)

Trong mặt phẳng thẳng đứng, chọn hệ trục tọa độ Oxy với Ox nằm ngang và Oy thẳng đứng hướng lên (hình 2.4). Một chất điểm từ vị trí ban đầu ( $x_0 = 2$ ,  $y_0 = 8$ ) (đơn vị là mét) được ném thẳng đứng đi lên với vận tốc đầu  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ .

Xác định độ biến thiên momen động lượng của chất điểm ấy đối với gốc O trong khoảng thời gian từ lúc ném lên đến lúc rơi xuống đúng vị trí ban đầu. Cho biết khối lượng chất điểm  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Giải.*

Áp dụng định lý biến thiên momen động lượng :

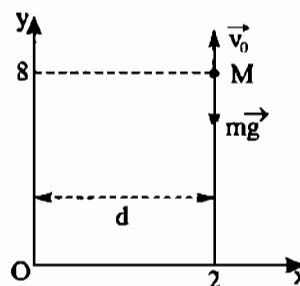
$$\Delta L = \int \mathcal{M} dt$$

trong đó  $\mathcal{M} = -d \cdot mg$

= không đổi

Vậy :

$$\Delta L = \int \mathcal{M} dt = \mathcal{M} \Delta t$$



Hình 2.4.

$\Delta t$  = khoảng thời gian đi lên + khoảng thời gian rơi xuống

$$= \frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{g} = 2 \frac{v_0}{g}$$

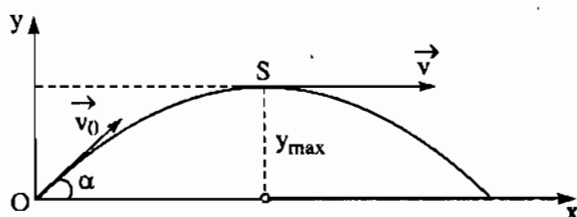
Kết quả  $\Delta L = -m \frac{2v_0}{g}$

$$= -(2 \cdot 1 \cdot 10) \frac{2 \cdot 10}{10} = -40 \text{ kgm}^2/\text{s}.$$

### 2.15. (Bổ sung)

Chất điểm khối lượng  $m$  được ném lên từ một điểm  $O$  trên mặt đất (nằm ngang) với vận tốc ban đầu  $\vec{v}_0$  nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt phẳng ngang (hình 2.5). Xác định momen động lượng đối với  $O$  của chất điểm ấy tại thời điểm vận tốc chuyển động của chất điểm có phương nằm ngang.

*Giải.*



Hình 2.5

Khi vận tốc  $\vec{v}$  nằm ngang nghĩa là  $\vec{v}$  tiếp xúc với đỉnh  $S$  của quỹ đạo parabol. Momen động lượng bằng momen của  $m\vec{v}$  đối với  $O$ .

$$L = -y_{\max}mv$$

$$= -\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} m v_0 \cos \alpha$$

### 2.16. (Bổ sung)

Một phi công lái máy bay, bay theo một vòng tròn bán kính 200m trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc không đổi 360km/h. Xác định lực nén phi công vào ghế máy bay tại điểm cao nhất và điểm thấp nhất của vòng tròn. Khối lượng của phi công là 75kg.

*Giải.*

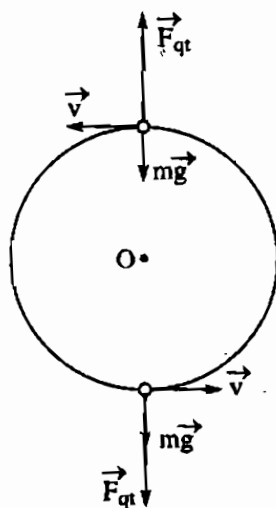
Chọn hệ quy chiếu gắn liền với máy bay. Trong hệ quy chiếu này phi công chịu 2 lực tác dụng là trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$  và lực quán tính ly tâm  $\vec{F}_{qt}$  (có độ lớn là  $\frac{mv^2}{R}$ )

Tại điểm cao nhất của vòng tròn, hai lực ấy ngược hướng :

$$F_{nén} = \frac{mv^2}{R} - mg$$

Tại điểm thấp nhất của vòng tròn hai lực ấy cùng hướng

$$F_{nén} = \frac{mv^2}{R} + mg$$



Hình 2.6



1. Đơn vị động lượng là :

A. kg.m ;

C. m.s<sup>-1</sup> ;

B. kg.m.s<sup>-1</sup> ;

D. kg.s.

2. Đơn vị momen động lượng là :

A. kg.m.s<sup>-1</sup> ;

C. kg.m.s<sup>-2</sup> ;

B. kg.m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> ;

D. kg.m<sup>2</sup>.s<sup>-2</sup>.

3. Đơn vị xung của lực là :

A. N.s ;

C. N.m ;

B. kg.m.s<sup>-2</sup> ;

D. kg.m.

4. Quán tính của một vật rắn chỉ phụ thuộc vào :

A. lực tác dụng lên vật ;

C. mật độ khối của vật ;

B. thể tích của vật ;

D. khối lượng của vật.

5. Khi vận tốc của một hạt thay đổi thì chắc chắn là :

- A. tổng hợp lực tác dụng vào hạt khác 0 ;
- B. gia tốc của hạt đang tăng ;
- C. gia tốc của hạt bằng 0 ;
- D. có lực tác dụng vào hạt lớn hơn trọng lực.

6. Khi có lực tác dụng lên chất điểm tự do, lực đó gây ra gia tốc của chất điểm :

- A. tại mọi lúc ;
- B. khi lực tác dụng cùng hướng với trọng lực ;
- C. chỉ khi chất điểm đang nằm yên ;
- D. làm cho quán tính của chất điểm giảm.

### Chương 3

## ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN



### 1. Các định luật động lực học

Chất điểm	Hệ chất điểm
$m\vec{a} = \vec{F}$ Phương trình cơ bản Newton.	<ul style="list-style-type: none"><li>- Định lý về chuyển động của khối tâm.</li><li>- Phương trình chuyển động của khối tâm.</li></ul>
Định lý về biến thiên động lượng.	<ul style="list-style-type: none"><li>- Định lý về biến thiên động lượng của khối tâm.</li><li>- Định luật bảo toàn động lượng.</li><li>- Định luật bảo toàn động lượng theo một phương.</li></ul>

## 2. Chuyển động vật rắn

a) Tịnh tiến

b) Quay xung quanh một trục cố định

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$

3. Định lý về momen động lượng của một hệ

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}$$

trong đó momen động lượng được tính đối với :

a) Một điểm cố định.

b) Khối tâm vật rắn.

Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục

$$I\vec{\beta} = \vec{\mathcal{M}}$$

## 4. Định luật bảo toàn momen động lượng của một hệ

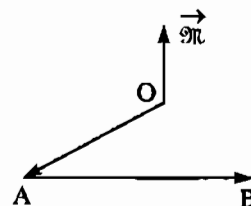


Cần phân biệt các momen :

1. Momen của một vectơ  $\overline{AB}$  đối với một điểm O (hình 3.1) :

$$\vec{\mathcal{M}}_{/O}(\overline{AB}) = \overline{OA} \wedge \overline{AB}$$

là một vectơ vuông góc với mặt phẳng OAB.



Hình 3.1

2. Momen của một vectơ đối với một trục bằng hình chiếu lên trục đó của momen của vectơ đang xét đối với một điểm O của trục.

3. Trường hợp riêng : vectơ đang xét vuông góc với trục (ví dụ xét các vectơ của các chất điểm của một vật rắn quay xung quanh một trục). Khi đó các momen của các vectơ ấy đối với giao điểm O của trục và mặt phẳng đi qua vectơ đang xét vuông góc với trục, đều là những vectơ cùng nằm trên

trục. Khi đó trong quá trình tính toán có thể chỉ xét độ dài đại số của các vectơ momen đó.

Như vậy có thể viết phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục :

$$I\ddot{\beta} = \ddot{M} \quad \text{hay} \quad I\ddot{\beta} = \ddot{M}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \ddot{M} \quad \text{hay} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \ddot{M}$$



1. Vài ví dụ về xác định khối tâm của một vật rắn phẳng đồng chất.

– *Vật rắn hình tam giác* : khối tâm là giao của ba trung tuyến.

– *Vật rắn hình nửa tròn*, khối lượng  $m$ , tâm  $O$ , đường kính  $AOB$ . Ta chia hình nửa tròn thành những dải có bề rộng  $dx$ , cách tâm  $O$  một đoạn bằng  $x$  (hình 3.2).

Diện tích của dải :

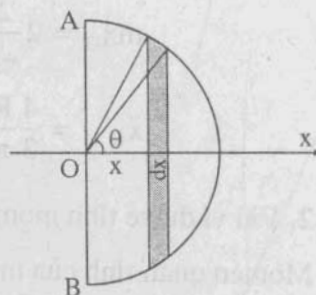
$$dS = 2(x \operatorname{tg} \theta) dx$$

Khối lượng của dải :

$$dm = 2\sigma(x \operatorname{tg} \theta) dx$$

$\sigma$  : mật độ khối lượng theo bề mặt

$$\sigma = \frac{m}{\frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{2m}{\pi R^2}$$



Hình 3.2

Khối tâm  $G$  nằm trên trục đối xứng  $Ox$  ; có tọa độ  $x_G$  thỏa mãn hệ thức :

$$\begin{aligned} mx_G &= \int x \cdot dm \\ &= \int x 2\sigma x \operatorname{tg} \theta dx \\ &= 2\sigma \int x^2 \operatorname{tg} \theta dx \end{aligned}$$

Đổi biến số  $x = R \cos \theta$

$$dx = -R \sin \theta d\theta$$

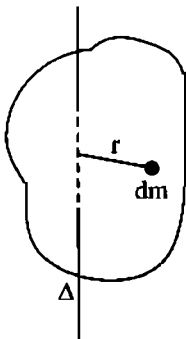
ta được :

$$\begin{aligned}
 mx_G &= 2\sigma \int_{\frac{\pi}{2}}^0 R^2 \cos^2 \theta \operatorname{tg} \theta (-R \sin \theta d\theta) \\
 &= 2\sigma R^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta \operatorname{tg} \theta \sin \theta d\theta \\
 &= 2\sigma R^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin^2 \theta d\theta \\
 &= 2\sigma R^3 \left. \frac{\sin^3 \theta}{3} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} \\
 mx_G &= 2 \frac{2m}{\pi R^2} R^3 \frac{1}{3} \\
 x_G &= \frac{4}{3} \frac{R}{\pi}
 \end{aligned}$$

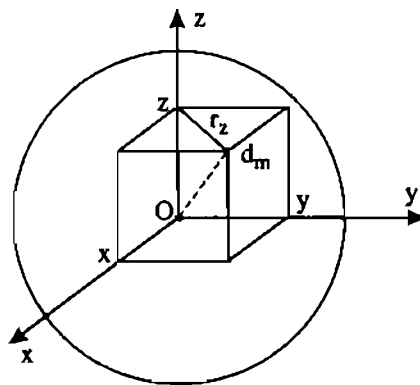
2. Vài ví dụ về tính momen quán tính của một vật rắn đối với một trục

Momen quán tính của một vật rắn đối với một trục  $\Delta$  (hình 3.3) :

$$I = \sum (dm)r^2 = \int (dm)r^2$$



Hình 3.3



Hình 3.4



Xét mặt cầu rỗng tâm O, bán kính R, khối lượng m (hình 3.4). Ta hãy xác định momen quán tính của mặt cầu rỗng đó đối với trục đi qua tâm O, chẳng hạn như đối với trục Oz.

Gọi  $dm$  là một phần tử khối lượng  $dm$  của mặt cầu.

Momen quán tính của mặt cầu đối với Oz cho bởi

$$I_z = \int dm r_z^2 = \int dm (x^2 + y^2)$$

Do tính đối xứng cầu

$$I_z = \int dm (x^2 + y^2) = \int dm (y^2 + z^2) = \int dm (z^2 + x^2)$$

Ta có :

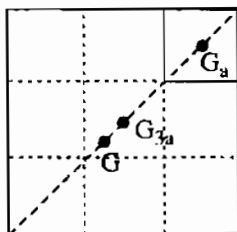
$$\begin{aligned} 3I_z &= \int dm [(x^2 + y^2) + (y^2 + z^2) + (z^2 + x^2)] \\ &= 2 \int dm (x^2 + y^2 + z^2) = 2 \int dm R^2 \\ &= 2mR^2 \end{aligned}$$

Suy ra :

$$I_z = \frac{2}{3} mR^2$$



**3.1.** Nếu bổ sung một hình vuông cạnh  $a$  vào chỗ khuyết, ta được một hình vuông trọn vẹn cạnh  $3a$  (hình 3.5). Gọi  $G$  là khối tâm của hình vuông khuyết,  $G_a$  và  $G_{3a}$  lần lượt là khối tâm của hình vuông cạnh  $a$  và cạnh  $3a$ . Khối lượng của ba hình đó tỉ lệ lần lượt với  $8a^2$ ,  $a^2$  và  $9a^2$ . Ta có



Hình 3.5

$$(8a^2)GG_{3a} = (G_a G_{3a})a^2$$

$$GG_{3a} = \frac{1}{8} G_a G_{3a}$$

**3.2.** Chọn chiều dương đi xuống. Vận tốc khi chạm đất  $v_1 = \sqrt{2gh}$ . Vận tốc nảy lên  $v_2 = -\frac{3}{5}v_1$ . Xung lượng của phản lực :

$$\begin{aligned}
 F\Delta t &= mv_2 - mv_1 \\
 &= m\left(-\frac{3}{5}v_1 - v_1\right) \\
 &= -\frac{8}{5}mv_1
 \end{aligned}$$

### 3.3. Gia tốc góc của đĩa quay

$$\beta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\tau}$$

Momen ngoại lực tác dụng

$$\mathfrak{M} = I\beta = \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\tau}\right)$$

### 3.4. Độ biến thiên momen động lượng của vật cho bởi

$$I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \mathfrak{M}$$

$$I \frac{0 - \omega}{\tau} = \mathfrak{M}$$

$$\text{Suy ra : } \mathfrak{M} = -\frac{I\omega}{\tau} \quad \left(I = \frac{1}{2}mR^2\right)$$

### 3.5. (Bổ sung)

Hai quả cầu nhỏ khối lượng lần lượt là  $m_1$  và  $m_2 = 4m_1$ , chuyển động với các vận tốc  $\vec{v}_1$  (độ lớn 30cm/s) và  $\vec{v}_2 = -3\vec{v}_1$  trên một mặt phẳng ngang không có ma sát, đến va chạm với nhau. Biết rằng sau va chạm hai quả cầu đó nhập làm một, chuyển động với một vận tốc chung. Xác định vận tốc chung ấy.

*Giải.*

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, gọi  $\vec{v}$  là vận tốc chung sau va chạm.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

Suy ra

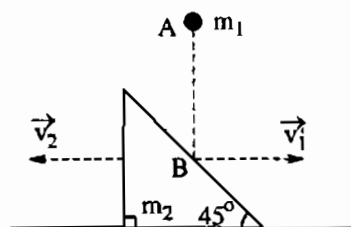
$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + 4m_1 \vec{v}_2}{m_1 + 4m_1} \\ &= \frac{\vec{v}_1 + 4\vec{v}_2}{5} = \frac{\vec{v}_1 + 4(-3\vec{v}_1)}{5} \\ &= \frac{\vec{v}_1 - 12\vec{v}_1}{5} = -\frac{11}{5}\vec{v}_1\end{aligned}$$

Về độ lớn

$$v = \frac{11}{5} v_1 = \frac{11}{5} \cdot 30 = 66 \text{ cm/s}.$$

### 3.6. (Bổ sung)

Một quả cầu nhỏ, khối lượng  $m_1 = 0,20 \text{ kg}$  rơi tự do từ điểm A, sau khi đi được chiều cao  $AB = 10 \text{ m}$  thì va chạm với một vật hình lăng trụ tam giác vuông cân, khối lượng  $m_2 = 1,3 \text{ kg}$ ; khối lăng trụ đó đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát (hình 3.6). Biết rằng sau va chạm quả cầu nhỏ bắn ra theo phương nằm ngang với vận tốc có độ lớn = 0,98 độ lớn vận tốc trước va chạm. Xác định vận tốc khối lăng trụ sau va chạm.



Hình 3.6

*Giải.*

Vận tốc quả cầu ngay trước va chạm

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 14 \text{ m/s}.$$

Vận tốc quả cầu ngay sau va chạm theo phương ngang

$$v'_1 = 0,98 \cdot 14 \text{ m/s}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang cho hệ {quả cầu + khối lăng trụ}, ta được

$$0,2\vec{v}'_1 + 1,3\vec{v}_2 = 0$$

Suy ra độ lớn vận tốc của khối lăng trụ theo phương ngang là :

$$v_2 = \frac{0,2 \cdot 0,98 \cdot 14}{1,3} = 2,1 \text{ m/s}.$$

### 3.7. (Bổ sung)

Hai vật nhỏ khối lượng  $m_1$ ,  $m_2$  nối với nhau bằng một sợi dây (khối lượng không đáng kể) vắt qua ròng rọc có trục quay nằm ngang và cố định (hình 3.4) ; momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay là  $I$ .

Xác định gia tốc chuyển động của  $m_1$  và  $m_2$ . Cho bán kính ròng rọc là  $R$  ; dây không trượt trên ròng rọc khi quay.

*Giải.*

*Nhận xét.* 1) Gia tốc tịnh tiến của  $m_1$  và  $m_2$  bằng nhau.

$$a_1 = a_2 = a$$

2) Lực căng ở hai bên của dây có độ lớn khác nhau ( $T_1 \neq T_2$ ) vì momen quán tính đối với trục quay của ròng rọc đáng kể.

Áp dụng định luật Newton đối với hai vật  $m_1$  và  $m_2$ , ta được :

$$m_1 a = m_1 g - T_1 \quad (1)$$

$$m_2 a = T_2 - m_2 g \quad (2)$$

Áp dụng phương trình cơ bản của chuyển động quay của ròng rọc

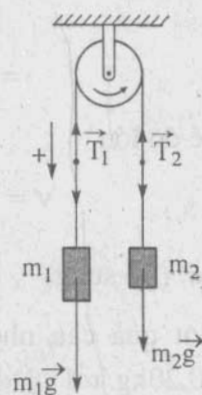
$$I \beta = R T_1 - R T_2 \quad (3)$$

Vì dây không trượt trên ròng rọc khi quay nên

$$R \beta = a \quad (4)$$

Từ bốn phương trình (1), (2), (3), (4) suy ra

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1 \\ m_2 a = T_2 - m_2 g \\ \frac{I}{R^2} a = T_1 - T_2 \end{cases}$$



Hình 3.7

$$\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)a = m_1g - m_2g$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}$$

### 3.8. (Bổ sung)

Thanh đồng chất chiều dài  $l$ , khối lượng  $m$ , có đầu A cố định ; do đó thanh có thể quay xung quanh trục ngang đi qua A. Lúc đầu thanh ở vị trí nằm ngang và được thả cho chuyển động không vận tốc đầu. Xác định gia tốc góc của thanh ở vị trí nằm ngang và vị trí thẳng đứng.

*Giải.* Momen quán tính của thanh đối với trục quay

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Áp dụng phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

$$I\beta = \mathfrak{M}$$

Ta được những kết quả :

a) Tại vị trí ban đầu, thanh nằm ngang

$$\left(\frac{1}{3}ml^2\right)\beta = \frac{l}{2}mg$$

$$\beta = \frac{3g}{2l}$$

b) Tại vị trí thanh thẳng đứng

$$\beta \pm 0$$

### 3.9. (Bổ sung)

Một xe đựng cát khối lượng tổng cộng  $m_1$  đang đứng yên trên một đường ray nằm ngang không ma sát. Một viên đạn khối lượng  $m_2$  bay đến với vận tốc  $\vec{v}_0$  theo hướng nghiêng góc  $\alpha$  với đường ray nằm ngang. Viên đạn chui vào cát và dừng lại ở đó, cùng chuyển động với xe. Xác định vận tốc của xe và viên đạn.

*Giải.*

Đối với hệ {xe cát + đạn}, các ngoại lực tác dụng là các trọng lực và phản lực của mặt đường ray ; các lực này đều có phương thẳng đứng. Kết quả hình chiếu lên phương ngang của tổng động lượng của hệ bảo toàn.

Ta có thể viết

$$m_2 v_0 \cos \alpha = (m_2 + m_1) v$$

$v$  là vận tốc của hệ sau khi đạn bay đến chui vào cát

$$v = \frac{m_2 v_0 \cos \alpha}{m_2 + m_1}$$

### 3.10. (Bổ sung)

Một khẩu đại bác khối lượng  $m_2$  (không kể đạn) nằm yên trên mặt phẳng ngang không ma sát ; trong súng có chứa một viên đạn khối lượng  $m_1$  ; nòng súng nghiêng góc  $\alpha$  so với phương ngang. Người ta châm ngòi cho viên đạn bay đi với vận tốc  $v_1$ . Xác định vận tốc giật lùi của súng.

*Giải.*

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang cho hệ {súng + đạn}.

$$0 = -m_2 v_2 + m_1 v_1 \cos \alpha$$

Suy ra

$$v_2 = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m_2}$$

### 3.11. (Bổ sung)

Một đĩa tròn đồng chất khối lượng  $m$ , bán kính  $R$  đang quay đều với vận tốc góc  $\omega$ . Tác dụng lên đĩa một momen hãm. Đĩa quay chậm dần và sau khoảng thời gian  $\Delta t$  thì dừng lại. Tính momen hãm đó.

*Giải.*

Áp dụng định lý biến thiên momen động lượng :

$$0 - I\omega = \mathcal{M}\Delta t$$

Suy ra

$$\mathcal{M} = -\frac{I\omega}{\Delta t} \quad \text{trong đó} \quad I = \frac{1}{2}mR^2$$

### 3.12. (Bổ sung)

Một thanh đồng chất chiều dài  $l$  khối lượng  $m_1$  có thể quay tự do xung quanh một trục nằm ngang đi qua đầu  $O$  của thanh. Viên đạn khối lượng  $m_2$  bay ngang với vận tốc  $\vec{v}_0$  tới xuyên vào đầu tự do  $A$  của thanh và mắc vào thanh ở đó. Tính vận tốc của thanh ngay khi viên đạn đập vào thanh.

*Giải.*

Momen quán tính của thanh đối với  $O$  :

$$I = \frac{1}{12}m_1l^2 + m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}m_1l^2$$

Xét hệ {thanh + đạn}. Ngay lúc va chạm, các ngoại lực tác dụng đều đi qua  $O$ , vì vậy tổng momen các ngoại lực tác dụng đối với  $O$  đều bằng 0. Vậy lúc đó có sự bảo toàn momen động lượng đối với  $O$ .

Trước va chạm :  $L_{\text{trước}} = lm_2v_0$

Sau va chạm :  $L_{\text{sau}} = I\omega + m_2l^2\omega$

Suy ra

$$\omega = \frac{lm_2v_0}{\frac{1}{3}m_1l^2 + m_2l^2} = \frac{m_2v_0}{l\left(\frac{1}{3}m_1 + m_2\right)}$$

### 3.13. (Bổ sung)

Một vật hình trụ đặc khối lượng  $m$  bán kính  $R$  được quán bằng một sợi dây không giãn và khối lượng không đáng kể (hình 3.8). Đầu kia của dây gắn cố định và do đó vật rơi xuống dưới tác dụng của trọng lực. Tính gia tốc tịnh tiến của vật và lực căng của dây.

*Giải.*

Khảo sát chuyển động tịnh tiến của khối tâm

$$ma = mg - T \quad (1)$$

và chuyển động quay xung quanh trục của khối trụ

$$\frac{1}{2}mR^2\beta = RT \quad (2)$$

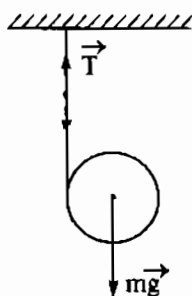
với  $a = R\beta \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) suy ra :

$$\begin{cases} ma = mg - T \\ \frac{1}{2}mR\beta = T \end{cases}$$

Ta có :  $\frac{3}{2}ma = mg \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$

và  $T = \frac{1}{2}ma = \frac{1}{3}mg$ .



Hình 3.8



1. Một hệ cô lập gồm hai chất điểm khối lượng  $m_1$  và  $m_2 = 2m_1$ , chuyển động lần lượt với vận tốc  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2 = -\frac{\vec{v}_1}{2}$ . Động lượng của hệ là :

A.  $2m_1v_1$  ;

B.  $-2m_1v_1$  ;

C. 0 ;

D.  $m_1v_1$ .

2. Hai xe đua có cùng khối lượng  $m$ , cùng chuyển động trên một đường tròn với vận tốc cùng độ lớn  $v$ . Hai xe cách nhau  $\frac{1}{4}$  đường tròn, động lượng của hai xe đó là :

A. 0 ;

B.  $mv$  ;

C.  $\sqrt{2}mv$  ;

D.  $2mv$ .

3. Trên mặt phẳng ngang, một hòn bi va chạm xuyên tâm theo hướng về bên phải với hòn bi thứ hai ban đầu đứng yên. Sau va chạm, hòn bi thứ nhất phải :

A. có động lượng bằng 0 ;

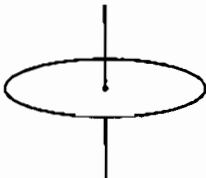
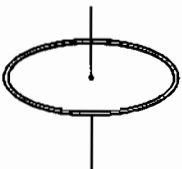
B. chuyển động về bên trái ;

C. chuyển động về bên phải nhưng độ lớn vận tốc giảm ;

D. có động lượng giảm đi so với trước.



4. Điền các công thức của momen quán tính :

Vật rắn đồng chất có trục đối xứng	I (đối với trục đối xứng)
 <p>đĩa tròn (m, R)</p>	
 <p>vành tròn (m, R)</p>	
trụ tròn đặc (m, R)	
quả cầu đặc (m, R)	
mặt cầu rỗng (m, R)	
thanh đồng chất (m, 2l)	

## *Chương 4*

# NĂNG LƯỢNG



### 1. Công và công suất

#### a) Công của một lực

- Công nguyên tố (công vi phân) :

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds\cos\alpha$$

- Công thực hiện bởi một lực trên đoạn đường MN :

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

#### b) Công suất

- Công suất trung bình

$$P_{tb} = \frac{A_{MN}}{\Delta t}$$

- Công suất tức thời

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

#### c) Trường hợp vật chuyển động quay xung quanh một trục

- Công  $dA = \vec{M} \cdot d\vec{\alpha}$

- Công suất  $P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

### 2. Động năng

#### a) Trong chuyển động cơ học :

- Công là đại lượng đặc trưng cho sự thay đổi (trao đổi) của cơ năng.
- Dạng cơ năng ứng với một vật chuyển động gọi là *động năng*.
- + Trường hợp vật chuyển động tịnh tiến :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

+ Trường hợp vật chuyển động quay xung quanh một trục

$$W_d = \frac{1}{2} I \omega^2$$

b) Định lí biến thiên động năng

Công của các ngoại lực tác dụng lên vật trong quá trình chuyển động nào đó thì bằng độ biến thiên động năng của vật trong quá trình ấy.

### 3. Trường lực thế

a) Thế năng

Khi một vật chuyển động trong trường lực thế thì công của trường lực thế không phụ thuộc đường đi và có giá trị bằng hiệu thế năng giữa điểm đầu và điểm cuối của quá trình chuyển động :

$$A_{\text{thế}} = W_t (\text{đầu}) - W_t (\text{cuối})$$

Thế năng tại mỗi điểm được xác định sai khác một hằng số cộng.

Trường lực thế	Thế năng $W_t$
Trọng trường đều (tác dụng lên vật có khối lượng $m$ )	$mgz + C$
Trường hấp dẫn Niuton (tác dụng lên vật có khối lượng $m$ )	$-G \frac{Mm}{r} + C$
Điện trường Culông (tác dụng lên hạt điện tích $q_0$ )	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{qq_0}{r} + C$

b) Cơ năng

– Cơ năng của một vật chuyển động trong trường lực thế :

$$W = W_d + W_t$$

– Khi một vật chuyển động dưới tác dụng duy nhất của trường lực thế thì cơ năng của vật được bảo toàn :

$$W = W_d + W_t = \text{const}$$

– Khi một vật chuyển động dưới tác dụng của nhiều trường lực thế thì cơ năng của vật bằng tổng động năng và các thế năng. Nếu không có tác dụng của các lực khác thì cơ năng đó cũng bảo toàn.

– Khi một vật chuyển động trong trường lực thế và có thêm tác dụng của các lực khác (ví dụ lực cản, lực ma sát...) thì *độ biến thiên cơ năng* của vật bằng công của các lực khác đó.



**1. Các bài toán cơ học của một hệ thường được giải quyết bằng hai phương pháp :**

a) Phương pháp động lực học : Chia hệ thành những vật nhỏ (chất điểm) rồi áp dụng phương trình Niuton cho từng vật nhỏ ấy.

b) Phương pháp các định luật bảo toàn : Nếu hệ đang xét là một hệ cô lập thì có thể áp dụng các định luật bảo toàn (động lượng, momen động lượng, cơ năng). Nếu hệ chuyển động trong một trường thế thì có thể áp dụng định luật bảo toàn cơ năng.

**2. Với chuyển động của các vật rắn, có thể xét các trường hợp sau :**

a) Vật rắn tịnh tiến : Chuyển động của vật rắn khi đó quy về chuyển động của khối tâm.

b) Vật rắn quay xung quanh một trục cố định : Áp dụng phương trình cơ bản của chuyển động quay xung quanh một trục ( $I\ddot{\varphi} = \overline{M}$ ).

c) Khi vật rắn vừa tịnh tiến vừa quay thì động năng của vật rắn :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Trường hợp lăn không trượt trên một mặt phẳng, động năng của vật rắn :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

trong đó  $v = R\omega$ , có dạng :

$$W_d = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2$$



#### 4.1.

a) Công suất tức thời cho bởi :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha$$

$$\text{Suy ra vận tốc } v = \frac{P}{F \cos \alpha}$$

b) Vật chịu tác dụng của bốn lực : trọng lực  $m\vec{g}$ , phản lực pháp tuyến  $\vec{N}$ , lực ma sát trượt  $\vec{F}_{ms}$  và lực kéo  $\vec{F}$ . Vì vật chuyển động đều nên :

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = \vec{0}$$

Chiếu đẳng thức vector trên theo phương ngang và phương thẳng đứng, ta được :

$$0 + 0 - F_{ms} + F \cos \alpha = 0$$

$$-mg + N + 0 + F \sin \alpha = 0$$

Suy ra :

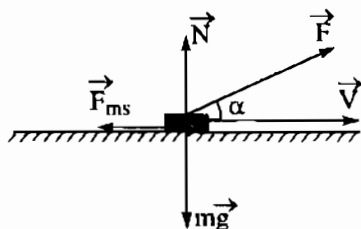
$$F_{ms} = F \cos \alpha$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

Hệ số ma sát trượt  $\mu$  cho bởi

$$F_{ms} = \mu N$$

$$\mu = \frac{F_{ms}}{N} = \frac{F \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha}$$



Hình 4.1

#### 4.2. Gia tốc của vật $a = \frac{v_m}{\tau}$

Quãng đường đi được của vật :

$$s = \frac{v_m^2}{2a} = \frac{1}{2} v_m \tau$$

Lực tác dụng lên vật :

$$F - \mu mg = ma = m \frac{v_m}{\tau}$$

$$F = \mu mg + m \frac{v_m}{\tau}$$

Công của lực  $\vec{F}$  :

$$F_s = \left( \mu mg + m \frac{v_m}{\tau} \right) \frac{1}{2} v_m \tau$$

Trường hợp  $\mu = 0$  :

$$F_s = \frac{1}{2} m v_m^2$$

Có thể thu được kết quả trên bằng cách áp dụng định lý về động năng.

**4.3. Khi rơi xuống đất, vật có vận tốc :**

$$v = \sqrt{2gh}$$

Trong quá trình chuyển động chui vào đất một đoạn  $s$ , vật chịu tác dụng của trọng lực  $m\vec{g}$  và lực cản  $\vec{F}_c$ . Áp dụng định lý về động năng

$$(mg - F_c)s = 0 - \frac{mv^2}{2}$$

Ta suy ra  $F_c$  :

$$F_c = mg + \frac{mv^2}{2s}$$

**4.4. a) Động năng của quả cầu khi tới chân dốc bằng cơ năng của quả cầu khi tới chân dốc**  $= \frac{1}{2} \left( m + \frac{I}{R^2} \right) v^2$ . ( $I$  : momen quán tính của quả cầu).  
Cơ năng đó cũng là thế năng của quả cầu ở đỉnh dốc  $= mgh$ .

Vậy

$$\frac{1}{2} \left( m + \frac{I}{R^2} \right) v^2 = mgh$$

Độ dài  $s$  của mặt dốc cho bởi  $s = \frac{h}{\sin \alpha}$

Ta có :

$$v^2 = \frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2mg s \sin \alpha}{m + \frac{I}{R^2}}$$

$$v^2 = 2 \frac{g s \sin \alpha}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

b) Gia tốc tịnh tiến của quả cầu (gia tốc khối tâm) cho bởi :

$$v^2 = 2as$$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

*Chú ý :* Kết quả này có thể áp dụng cho vật rắn đối xứng tròn xoay bất kì lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng xung quanh trục đối xứng của nó.

#### 4.5. (Bổ sung)

a) Một viên đạn khối lượng  $m$ , bay ngang với vận tốc  $v$ , chui vào một tấm gỗ thẳng đứng, đi sâu vào trong gỗ một đoạn  $s$ . Xác định lực cản trung bình của gỗ.

b) Vẫn tấm gỗ cùng loại đó nhưng mỏng hơn. Lần này viên đạn chui qua tấm gỗ bề dày  $s'$  và bay ra ngoài. Xác định vận tốc của viên đạn khi bay ra khỏi tấm gỗ.

*Giải.*

a) Áp dụng định lý về động năng

$$0 - \frac{mv^2}{2} = A = -Fs$$

$$F = \frac{mv^2}{2s}$$

$$b) \quad \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = -Fs' = -\frac{mv^2 \cdot s'}{2s}$$

$$\text{Suy ra} \quad v'^2 = v^2 \left( 1 - \frac{s'}{s} \right)$$

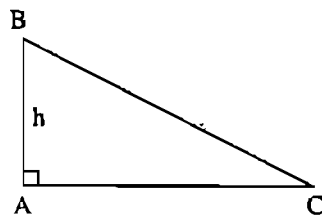
$$v' = v \sqrt{1 - \frac{s'}{s}}$$

#### 4.6. (Bổ sung)

Một mặt dốc BC có độ cao AB = h (hình 4.2). Một vật khối lượng m trượt không vận tốc đầu từ đỉnh dốc B xuống đến chân dốc C. Vận tốc của vật khi đến

C là  $v = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$  (g : gia tốc trọng trường).

Chứng tỏ rằng trên mặt dốc có ma sát. Xác định công của lực ma sát trong quá trình chuyển động của vật.



Hình 4.2

*Giải.*

Cơ năng của vật tại B là mgh, tại C là :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{4}mgh$$

Vậy cơ năng không bảo toàn. Công của lực ma sát :

$$\frac{3}{4}mgh - mgh = -\frac{1}{4}mgh$$

#### 4.7. (Bổ sung)

Hòn bi khối lượng  $m_1$ , chuyển động trên mặt phẳng ngang nhẵn với vận tốc  $\vec{v}$ , đến va chạm xuyên tâm với hòn bi khối lượng  $m_2$  ban đầu đứng yên.

Biết rằng sau va chạm vận tốc chuyển động của hai hòn bi đó lần lượt là  $\vec{v}'_1$  và  $\vec{v}'_2$  sao cho  $\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2 = 0$ .

Tính tỉ số  $\frac{m_1}{m_2}$ . Các lực cản, lực ma sát đều bỏ qua ; va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

*Giải.* Các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng cho :

$$m_1 \vec{v}_1 + \vec{0} = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad (\text{giá trị đại số})$$



$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

Suy ra

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2' \\ m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \end{cases}$$


---


$$v_1 + v_1' = v_2'$$

Kết quả

$$\begin{cases} v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{cases}$$

Theo đầu bài

$$v_1' + v_2' = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = 0$$

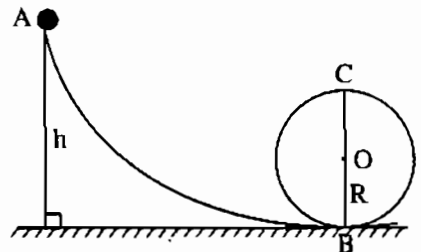
Suy ra  $3m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

#### 4.8. (Bổ sung)

Một đường ray cong AB, từ A ở phía trên đi xuống đến B thì nối vào vành tròn tâm O, bán kính OB = R (hình 4.3). Thả một vật nhỏ không vận tốc đầu từ A (độ cao h) cho chạy xuống theo đường ray rồi đi tiếp vào vành tròn. Hỏi độ cao h phải thỏa mãn điều kiện gì để vật đó đi hết vòng tròn ? Tất cả đều nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát.

*Giải.*

Vật từ A đi xuống đến B tiếp tục đi theo vành tròn. Muốn đi hết vành tròn, vật phải lên được đến C (điểm cao nhất của vành tròn) ; ngoài ra khi đến C vật phải có vận tốc khác 0 để tiếp tục đi hết vành tròn. Vì không có lực ma sát tại A nên  $W(A) = mgh$  ; cơ năng tại C là



Hình 4.3

$mg(2R) + \frac{mv^2}{2}$  (giả thiết B ở độ cao  $h = 0$ ). Ta có :

$$mg(2R) + \frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v^2 = 2g(h - 2R)$$

Tại C vật chịu hai lực tác dụng là trọng lực  $m\vec{g}$  hướng xuống và phản lực  $\vec{N}$  của vành hướng lên. Tổng hợp hai lực này tạo ra lực hướng tâm  $\vec{F}_{ht}$ .

$$m\vec{g} + \vec{N} = \vec{F}_{ht}$$

$$mg + N = m \frac{v^2}{R}$$

$$N = \frac{mv^2}{R} - mg$$

$$= \frac{m}{R} 2g(h - 2R) - mg$$

$$= mg \left( 2 \left( \frac{h}{R} - 2 \right) - 1 \right)$$

$$N = mg \left( 2 \frac{h}{R} - 5 \right)$$

Để cho vật tiếp tục đi theo vành tròn ta phải có điều kiện :

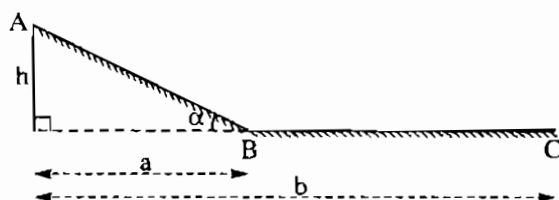
$$N \geq 0$$

$$mg \left( \frac{2h}{R} - 5 \right) \geq 0$$

$$h \geq \frac{5R}{2}$$

#### 4.9. (Bổ sung)

Một vật nhỏ trượt không vận tốc đầu từ đỉnh A của một mặt dốc AB (hình 4.4) ; khi xuống đến chân dốc B, vật tiếp tục trượt trên mặt phẳng ngang đến C thì dừng. Biết rằng hệ số ma sát trượt trên AB và BC là như nhau, xác định hệ số ma sát đó.



Hình 4.4

*Giải.*

Cơ năng ban đầu của vật tại A là thế năng mgh. Khi vật chuyển động từ A đến B rồi đến C, cơ năng của vật giảm xuống đến 0. Độ giảm cơ năng đó là do công cản của lực ma sát trên quãng đường ABC. Công của lực ma sát trên :

a) Đoạn AB là :  $- kmg \cos \alpha \cdot AB = - kmg a$

b) Đoạn BC là :  $- kmg(b - a)$

Tổng công của lực ma sát

$$- [kmg a + kmg(b - a)] = - kmg b$$

bằng độ biến thiên cơ năng  $= - mgh$

$$- kmg b = - mgh$$

$$k = \frac{h}{b}$$

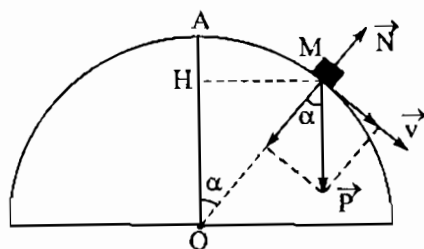
#### 4.10. (Bổ sung)

Một vật nhỏ trượt không ma sát từ đỉnh A của một mặt cầu xuống dưới (hình 4.5). Hỏi tại vị trí nào vật bắt đầu rời khỏi mặt cầu ? Cho bán kính mặt cầu là R.

*Giải.*

Giả sử vật trượt xuống đến vị trí M có  $\widehat{AOM} = \alpha$  ; tại đó trọng lực  $\vec{P}$  tác dụng lên vật được phân tích ra hai thành phần, pháp tuyến và tiếp tuyến.

Thành phần pháp tuyến  $P_n = P \cos \alpha$   
 $= mg \cos \alpha$  , tổng hợp với phản lực pháp



Hình 4.5

tuyến  $\vec{N}$  của mặt cầu tạo ra lực hướng tâm  $F_{ht} = \frac{mv^2}{R} = mg\cos\alpha - N$ , trong đó vận tốc  $v$  của vật có thể tính được dựa vào định luật bảo toàn cơ năng  $W$ .

Cơ năng tại A :  $W_A = mgR$ .

Cơ năng tại M :  $W_M = mgR\cos\alpha + \frac{mv^2}{2}$

Ta có

$$mgR\cos\alpha + \frac{mv^2}{2} = mgR$$

suy ra

$$v^2 = 2gR(1 - \cos\alpha)$$

Lực hướng tâm

$$F_{ht} = \frac{mv^2}{R} = mg\cos\alpha - N$$

cho ta tính được phản lực pháp tuyến  $N$

$$\begin{aligned} N &= mg\cos\alpha - \frac{mv^2}{R} \\ &= mg\cos\alpha - 2mg(1 - \cos\alpha) \\ N &= mg(3\cos\alpha - 2) \end{aligned}$$

Khi phản lực  $N$  triệt tiêu thì vật bắt đầu rời khỏi mặt cầu. Tại đó

$$\cos\alpha = \frac{2}{3}$$

nghĩa là  $OH = \frac{2R}{3}$ .

#### 4.11. (Bổ sung)

Ở đầu một sợi dây độ dài  $l$  có gắn một vật nhỏ, đầu kia của dây cố định tại O. Hỏi khi vật ở vị trí thấp nhất A (OA thẳng đứng), phải truyền cho vật vận tốc tối thiểu bằng bao nhiêu để vật có thể quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng ?

*Giải.* (Hình 4.6)

Cơ năng của vật tại vị trí A (thấp nhất, ta gọi đó là gốc thế năng) :

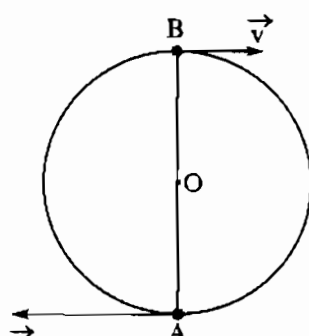
$$W_A = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Cơ năng của vật tại vị trí B (cao nhất) :

$$W_B = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2l)$$

Từ  $W_B = W_A$

ta có 
$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(2l) = \frac{1}{2}mv_0^2$$



Hình 4.6

Suy ra 
$$v^2 = v_0^2 - 4gl$$

Tại B, tổng hợp hai lực là trọng lực  $\vec{mg}$  và lực căng  $\vec{T}$  tạo ra lực hướng tâm

$$mg + T = \frac{m}{l}v^2 = \frac{m}{l}(v_0^2 - 4gl)$$

Suy ra lực căng của dây :

$$\begin{aligned} T &= \frac{m}{l}(v_0^2 - 4gl) - mg \\ &= m\left(\frac{v_0^2}{l} - 4g - g\right) = \frac{m}{l}(v_0^2 - 5gl) \end{aligned}$$

Điều kiện để cho vật quay tròn là lực căng phải  $> 0$ , suy ra :

$$v_0^2 - 5gl > 0 \Rightarrow v_0 > \sqrt{5gl}$$

#### 4.12. (Bổ sung)

Một con lắc đơn được đưa ra khỏi vị trí cân bằng đến vị trí lệch  $90^\circ$  so với phương thẳng đứng, sau đó được thả tự do. Xác định lực căng của dây khi con lắc qua vị trí cân bằng.

*Giải.*

Khi qua vị trí cân bằng, hai lực tác dụng lên vật là trọng lực  $\vec{P}$  và lực căng  $\vec{T}$  của dây tạo thành lực hướng tâm :

$$F_{ht} = T - P$$

suy ra  $T = F_{ht} + P$

trong đó  $F_{ht} = \frac{mv^2}{l}$

và  $v^2 = 2gl \Rightarrow F_{ht} = 2mg$

Vậy

$$T = 2mg + mg = 3mg$$

#### 4.13. (Bổ sung)

Một vật nhỏ khối lượng  $m$  được gắn vào đầu một thanh cứng độ dài  $l$ , khối lượng không đáng kể, đầu kia của thanh cố định tại O (hình 4.7). Vật được đưa lên vị trí cao nhất A (OA thẳng đứng) và thả xuống với vận tốc  $v_0$ .

a) Xác định động năng và thế năng của vật tại vị trí thanh nghiêng góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng.

b) Xác định lực T do quả cầu tác dụng lên thanh (tính theo  $\alpha$ ).

*Giải.*

a) Cơ năng tại A ( $\alpha = 0$ )

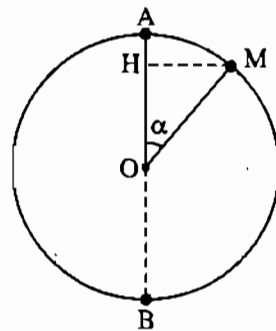
$$W_A = \frac{mv_0^2}{2} + mg(2l)$$

Cơ năng tại M

$$\begin{aligned} W_M &= \frac{mv^2}{2} + mg(l + l\cos\alpha) \\ &= \frac{mv^2}{2} + mgl(1 + \cos\alpha) \end{aligned}$$

Cơ năng tại B ( $\alpha = \pi$ )

$$W_B = \frac{mv_m^2}{2}$$



Hình 4.7

b) Lực do quả cầu tác dụng lên thanh cứng trực đối với lực do thanh cứng tác dụng lên quả cầu.

Lực do thanh cứng tác dụng lên quả cầu T hợp với thành phần pháp tuyến của trọng lực P tạo ra lực hướng tâm :

$$F_{ht} = P \cos \alpha - T$$

Suy ra

$$T = P \cos \alpha - F_{ht} = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{l}$$

trong đó 
$$\begin{cases} \frac{mv^2}{2} + mgl(1 + \cos \alpha) = \frac{mv_0^2}{2} + mg2l \\ v^2 = v_0^2 + 2gl(1 - \cos \alpha) \end{cases}$$

Suy ra

$$T = -\frac{mv_0^2}{l} + 3mg \cos \alpha - 2mg$$

Lực do quả cầu tác dụng lên thanh cứng

$$T' = \frac{mv_0^2}{l} - 3mg \cos \alpha + 2mg$$

Tại điểm cao nhất  $\alpha = 0$

$$T' = \frac{mv_0^2}{l} - mg$$

Tại điểm thấp nhất  $\alpha = \pi$

$$T' = \frac{mv_0^2}{2} + 5mg$$

#### 4.14.\* (Bổ sung)

*Chuyển động lăn không trượt*

Một vật rắn đối xứng tròn xoay được gọi là chuyển động lăn không trượt trên một mặt S (mặt phẳng, mặt trụ, mặt cầu...) ; nếu trong quá trình chuyển động, tại mỗi thời điểm, vận tốc tức thời của tiếp điểm giữa một vật rắn và một mặt S luôn bằng 0 (điểm này thường được gọi là tâm quay tức thời).

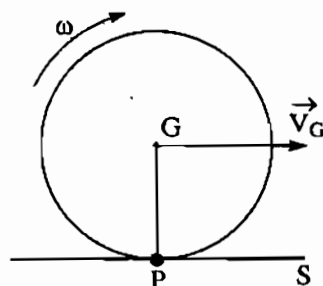
Áp dụng cho trường hợp một mặt trụ đồng chất khối lượng  $m$ , bán kính  $R$ , lăn không trượt trên một mặt ngang  $S$ . Gọi  $\vec{v}_G$  là vận tốc khối tâm  $G$  của mặt trụ, hãy xác định động năng của mặt trụ ấy. Viết công thức tổng quát cho một vật rắn tròn xoay có momen quán tính đối với trục là  $I_G$ .

*Giải.*

Tại thời điểm  $t$ , mặt trụ có thể coi là chuyển động xung quanh  $P$  (đúng ra là quay xung quanh trục đi qua  $P$  song song với trục mặt trụ).

Động năng quay của mặt trụ đối với  $P$

$$W_d = \frac{1}{2} I \omega^2$$



Hình 4.8

trong đó  $I$  là momen quán tính của mặt trụ đối với  $P$  và  $\omega$  là vận tốc góc. Ta tính  $I$  theo định lí Steiner-Huyghens :

$$\begin{aligned} I &= I_G + mR^2 \\ &= mR^2 + mR^2 = 2mR^2 \end{aligned}$$

Vậy

$$W_d = \frac{1}{2} (2mR^2) \omega^2 = m(R\omega)^2$$

Mặt khác gọi  $\vec{v}_G$  là vận tốc khối tâm  $G$  (khối tâm  $G$  chuyển động trên một đường nằm ngang song song với mặt  $S$ ), ta có :

$$v_G = R\omega$$

Vậy

$$W_d = mv_G^2$$

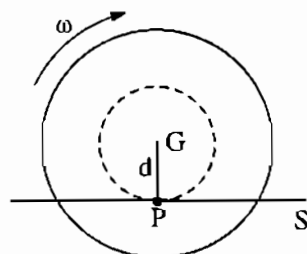
Với một vật rắn đối xứng tròn xoay có momen quán tính đối với trục đối xứng là  $I_G$ , ta có :

$$I = I_G + md^2 \quad (d \text{ là khoảng cách } PG).$$



và

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{2} (I_G + md^2) \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} (I_G + md^2) \frac{v_G^2}{d^2} \\ W_d &= \frac{1}{2} \left[ \frac{I_G}{d^2} + m \right] v_G^2 \\ &= \frac{1}{2} m \left[ \frac{I_G}{md^2} + 1 \right] v_G^2 \end{aligned}$$



Hình 4.9

#### 4.15.\* (Bổ sung)

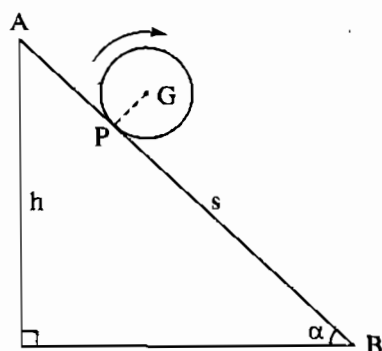
Một vật rắn hình trụ đặc đồng chất, bán kính  $R$ , khối lượng  $m$ , lăn không trượt không vận tốc đầu, từ đỉnh  $A$  của mặt dốc  $AB$  có độ dài  $s$ ; góc nghiêng giữa mặt dốc và mặt ngang là  $\alpha$ . Xác định gia tốc của khối tâm  $G$  của vật rắn ấy.

*Giải.*

Trước hết ta tính động năng hình trụ chuyển động trên mặt dốc. Theo kết quả đã chứng minh trong bài tập 4.14.

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{2} m \left[ \frac{I_G}{md^2} + 1 \right] v_G^2 \\ &= \frac{1}{2} m \left[ \frac{\frac{1}{2} m R^2}{m R^2} + 1 \right] v_G^2 \quad (d = R) \end{aligned}$$

$$W_d = \frac{3}{4} m v_G^2$$



Hình 4.10

Vật rắn hình trụ ngoài trọng lực, còn chịu tác dụng của lực ma sát tại tiếp điểm  $P$ . Tuy nhiên tiếp điểm  $P$  này luôn đứng yên tại mỗi thời điểm, do đó công của lực ma sát bằng 0. Kết quả cơ năng của vật rắn trong trọng trường bảo toàn.

Cơ năng vật rắn tại đỉnh dốc A

$$W = W_{\text{thế}} = mgh \quad (h = \text{độ cao của A ; } h = s \sin \alpha)$$

và tại chân dốc B

$$W = W_d = \frac{3}{4}mv_G^2$$

Ta có

$$\frac{3}{4}mv_G^2 = mgh$$

Vậy

$$\frac{3}{4}mv_G^2 = mg s \sin \alpha$$

$$v_G^2 = \frac{4}{3}g(\sin \alpha)s$$

So sánh với hệ thức quen thuộc của chuyển động nhanh dần đều :

$$v^2 = 2as$$

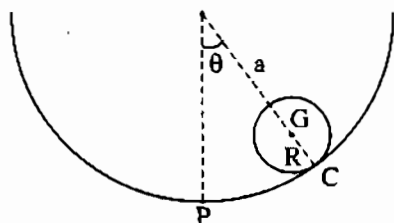
ta suy ra

$$2a = \frac{4}{3}g \sin \alpha$$

$$a = \frac{2}{3}g \sin \alpha$$

#### 4.16.\* (Bổ sung)

Một vật rắn hình trụ đồng chất, bán kính  $R$ , khối lượng  $m$ , lăn không trượt trên một máng cố định hình trụ bán kính  $R + a$ . Trục của vật và trục của máng cố định đều nằm ngang và song song nhau, cách nhau một khoảng  $OG = a$ . Hình 4.11 là tiết diện của hệ, vuông góc với các trục và đi qua



Hình 4.11

khối tâm G của vật. O nằm trên trục máng hình trụ và OP là đường thẳng đứng đi qua O. Đặt góc  $(OP, OG) = \theta$ .

a) Tính theo  $\theta$  động năng của vật rắn trong chuyển động lăn không trượt.

b) Với  $\theta$  nhỏ, xác định chu kỳ các dao động nhỏ của vật rắn hình trụ ở hai bên vị trí cân bằng.

*Giải.*

a) Tiếp điểm C giữa mặt của vật rắn và máng hình trụ, trong điều kiện lăn không trượt, là tâm quay tức thời. Động năng vật rắn hình trụ cho bởi :

$$W_d = \frac{1}{2} I \omega^2$$

(trong đó I là momen quán tính đối với C)

$$= I_G + mR^2 \quad (\text{định lí Steiner-Huyghens})$$

$$= \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2$$

$$\text{Vậy } W_d = \frac{3}{4} mR^2 \omega^2.$$

Đối với tâm quay tức thời C, vận tốc khối tâm G cho bởi  $v = R\omega$  ( $R = CG$ ). Mặt khác, khối tâm G chuyển động trên đường tròn (O, a), vậy  $v = a \dot{\theta}$  ( $\dot{\theta}$  là đạo hàm theo t của  $\theta$ ). Do đó

$$R\omega = a \dot{\theta} \Rightarrow \omega = \frac{a}{R} \dot{\theta}$$

và động năng vật rắn có biểu thức :

$$W_d = \frac{3}{4} mR^2 \frac{a^2}{R^2} \dot{\theta}^2$$

$$W_d = \frac{3}{4} ma^2 \dot{\theta}^2$$

b) Chọn gốc thế năng là điểm P, điểm thấp nhất của máng hình trụ. Để dàng suy ra thế năng của vật rắn hình trụ :

$$W_t = mga(1 - \cos\theta)$$

Cơ năng của vật rắn :

$$W = W_d + W_t = \frac{3}{4}ma^2\dot{\theta}^2 + mga(1 - \cos\theta) = \text{const}$$

Đạo hàm theo t :

$$\frac{3}{4}ma^2 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mga(\sin\theta)\dot{\theta} = 0$$

Khi  $\theta$  nhỏ,  $\sin\theta \approx \theta$ , ta có :

$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{3a}\theta = 0$$

Tần số  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{3a}}$

Chu kì  $T = 2\pi \sqrt{\frac{3a}{2g}}$



1. Biểu thức của công có thể biểu thị bằng tích của :

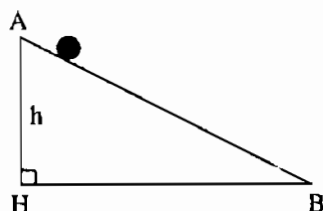
- A. năng lượng và thời gian ;      B. lực, độ dời và thời gian ;  
C. lực và độ dời ;      D. lực và vận tốc.

2. Chất điểm khối lượng m chuyển động với vận tốc v. Ba chất điểm có cùng khối lượng m, cùng vận tốc chuyển động bằng  $\frac{1}{3}v$  sẽ có động năng tổng cộng là :

- A.  $\frac{1}{3}mv^2$       B.  $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$       C.  $3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$       D.  $3mv^2$ .

3. Chất điểm chuyển động trên mặt phẳng nghiêng từ A đến B (hình 4.12). Công của trọng lực trong quá trình đó là :

- A.  $mg \cdot AB$  ;      B.  $mg \cdot AH$  ;  
C.  $mg \cdot HB$  ;      D.  $mg \cdot (AH + HB)$ .



Hình 4.12

4. Công suất tức thời của lực  $\vec{F}$  tác dụng lên một chất điểm có vận tốc tức thời  $\vec{v}$  là :

- A.  $Fv$  ;                      B.  $Fv\cos\alpha$  ;                       $\left(\alpha = \widehat{\vec{F}, \vec{v}}\right)$   
C.  $F\frac{s}{t}$  ;                      D.  $F\frac{s}{t}\cos\alpha$  .

5. Một vật nằm cân bằng có thể có :

- A. động năng ;                      B. thế năng ;  
C. vận tốc ;                      D. động lượng.

6. Một vật chuyển động không nhất thiết phải có :

- A. động lượng ;                      B. vận tốc ;  
C. thế năng ;                      D. động năng.

7. Một quả bom nổ trong không gian, vào lúc đó :

- A. động năng tổng cộng của hệ tăng ;  
B. động năng tổng cộng của hệ giảm ;  
C. vectơ động lượng của hệ tăng lên (về độ lớn) ;  
D. vectơ động lượng của hệ giảm đi (về độ lớn).

8. Một vật có khối lượng 1kg rơi từ đỉnh tháp cao 12m ; vào đúng lúc đó một vật thứ hai khối lượng 24kg rơi từ đỉnh tháp cao 4m. Khi rơi xuống đến cùng một điểm cách mặt đất 1m, hai vật đó sẽ có cùng :

- A. động lượng ;                      B. động năng ;  
C. thế năng ;                      D. gia tốc.

# TRƯỜNG HẤP DẪN



## 1. Định luật vạn vật hấp dẫn Niuton

$$F = G \frac{mm'}{r^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\approx \frac{1}{15} \cdot 10^{-9} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

(hằng số hấp dẫn Niuton)

## 2. Các ví dụ điển hình về trường hấp dẫn

– Trọng trường đều :  $F = P = mg$  (trọng trường Trái Đất trong một khoảng không gian không lớn).

– Trọng trường của Trái Đất (trường hấp dẫn của Trái Đất) :

$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

$$P = \frac{F}{m} = G \frac{M}{R^2}$$

## 3. Tính chất của trường hấp dẫn Niuton

a) Trường lực xuyên tâm  $\rightarrow$  momen

Động lượng bảo toàn

$$L = mr^2\omega = \text{const}$$

b) Trường lực thế

$$W_I(r) = -G \frac{Mm}{r} + \text{const}$$

## 4. Chuyển động trong trường hấp dẫn của Trái Đất

a) Vận tốc vũ trụ cấp I

$$v_I = \sqrt{g_0 R}$$

b) Vận tốc vũ trụ cấp II (vận tốc thoát)

$$v_{II} = \sqrt{2g_0 R}$$

## 5. Trường hấp dẫn của Mặt Trời

*Định luật Kêpler I* : Quỹ đạo hành tinh là những elip có một tiêu điểm là Mặt Trời.

*Định luật Kêpler II* : Sự bất biến của tốc độ diện tích (suy ra từ định luật bảo toàn momen động lượng) :

$$mr^2\omega = \text{const.}$$

$$\text{Tốc độ diện tích} = r^2\omega = \text{const.}$$

*Định luật Kêpler III* : Liên hệ giữa chu kỳ và kích thước quỹ đạo hành tinh :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const}$$

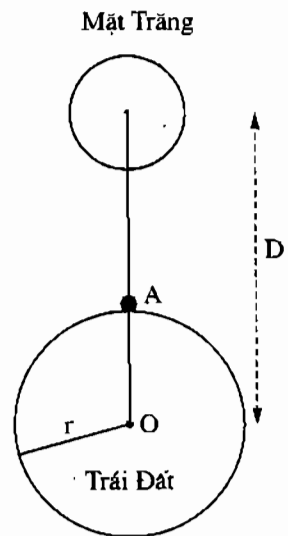
Ứng dụng : tính khối lượng  $M$  của Mặt Trời.



**5.1.** Một con tàu khối lượng  $m = 2.10^7 \text{ kg}$  đặt tại vị trí A trên mặt Trái Đất. So sánh lực hút do Mặt Trăng tác dụng lên con tàu khi Mặt Trăng ở hai vị trí nằm trên đường thẳng nối tâm O của Trái Đất với A. Biết hai vị trí đó của Mặt Trăng đối xứng nhau qua O (hình 5.1).

*Giải.*

Hiệu số cường độ lực hút do Mặt Trăng tác dụng lên con tàu tại hai vị trí khác nhau của Mặt Trăng cho bởi :



Hình 5.1

$$\Delta F = GmM \left( \frac{1}{(D-r)^2} - \frac{1}{(D+r)^2} \right)$$

Trong đó  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$

$$M = 7,34 \cdot 10^{22} \text{kg}$$

$$m = 2 \cdot 10^7 \text{kg}$$

$$r = 6,37 \cdot 10^6 \text{m}$$

Tính được :

$$\Delta F = \frac{4GMmDr}{(D^2 - r^2)^2} \approx 44 \text{N}.$$

5.2. a) Khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất là  $r_m = 3,84 \cdot 10^8 \text{m}$ . Chu kỳ quay trên quỹ đạo của Mặt Trăng là 27,3 ngày. Xác định vận tốc chuyển động của Mặt Trăng trên quỹ đạo và gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng.

b) Theo định luật hấp dẫn Niuton, gia tốc của một vật trong trọng trường của Trái Đất cho bởi :

$$g = G \frac{M_D}{r^2}$$

( $M_D$  là khối lượng Trái Đất)

Hãy tính gia tốc của Mặt Trăng theo công thức đó và so sánh với kết quả tìm được trong câu a).

*Giải.*

a) Vận tốc chuyển động của Mặt Trăng trên quỹ đạo :

$$v = \frac{2\pi r_m}{T} = \frac{2\pi \cdot 3,84 \cdot 10^8}{27,3 \cdot 86400} = 10,2 \cdot 10^3 \text{m/s}$$

Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng là :

$$a_n = \frac{v^2}{r_m} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{m/s}^2$$



b) Theo định luật hấp dẫn của Niuton, gia tốc (hướng tâm) của một vật trong trường hấp dẫn của Trái Đất (trọng trường của Trái Đất) cho bởi :

$$a = g = \frac{F}{m} = G \frac{M_D}{r^2}$$

Tại một điểm ngay trên mặt đất :

$$g_0 = G \frac{M_D}{R_D^2}$$

( $R_D$  : bán kính Trái Đất). Tại vị trí của Mặt Trăng :

$$g = G \frac{M_D}{r_m^2}$$

Suy ra :

$$\frac{g}{g_0} = \left( \frac{R_D}{r_m} \right)^2 = \left( \frac{6,4 \cdot 10^6}{3,84 \cdot 10^8} \right)^2 = \frac{1}{3600}$$

Suy ra :

$$g = \frac{g_0}{3600} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Kết quả này chứng tỏ rằng định luật hấp dẫn của Niuton phù hợp với thực nghiệm.

**5.3.** Dựa vào định luật hấp dẫn Niuton, xác định gia tốc trọng trường trên Mặt Trăng. Cho biết :

	<i>Trái Đất</i>	<i>Mặt Trăng</i>
Khối lượng (kg)	$5,98 \cdot 10^{24}$	$7,34 \cdot 10^{22}$
Bán kính (m)	$6,37 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$

*Giải.* Ta sử dụng kết quả tìm được trong bài 5.2.

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

$$\left. \begin{aligned} g_{TĐ} &= G \frac{M_{TĐ}}{R_{TĐ}^2} \\ g_{MT} &= G \frac{M_{MT}}{R_{MT}^2} \end{aligned} \right\} \frac{g_{MT}}{g_{TĐ}} = \frac{M_{MT}}{M_{TĐ}} \cdot \left( \frac{R_{TĐ}}{R_{MT}} \right)^2$$

$$\frac{g_{MT}}{g_{TĐ}} \approx 0,17$$

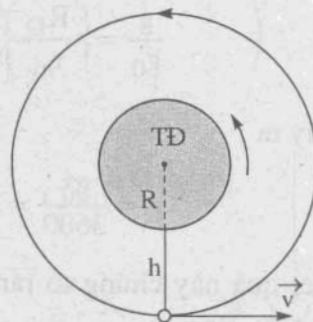
Giá trị cụ thể :

$$g_{TĐ} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$g_{MT} = 1,67 \text{ m/s}^2$$

#### 5.4. Vệ tinh địa tĩnh.

Trong hệ quy chiếu O gắn liền với hệ Mặt Trời, Trái Đất quay xung quanh trục của nó với chu kỳ bằng một ngày (86400s). Từ một điểm có độ cao h so với mặt đất bắn đi một vật theo phương song song với mặt đất theo hướng từ Tây sang Đông (hình 5.2) sao cho vật đó chuyển động tròn xung quanh trục Trái Đất với chu kỳ bằng một ngày. Khi đó trong hệ quy chiếu gắn liền với Trái Đất, vật sẽ nằm yên (vệ tinh địa tĩnh). Xác định độ cao h và vận tốc của vật trên quỹ đạo.



Hình 5.2

*Giải.*

Vận tốc của vệ tinh được xác định bởi :

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Trong đó  $r = R + h$

$$T = 1 \text{ ngày}$$

Vận tốc đó cũng được xác định bởi :

$$a = g = G \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Suy ra :

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \frac{R^2}{r}} = \sqrt{g_0 \frac{R^2}{r}}$$

$g_0$  : gia tốc trọng trường trên Mặt Đất.

Ta có :

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{g_0 \frac{R^2}{r}}$$

Suy ra  $r = 4,23.10^7 \text{ m}$

$$\begin{aligned} h &= r - R = (42,3 - 6,4)10^6 \text{ m} \\ &= 35,9.10^6 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vận tốc vệ tinh trên quỹ đạo

$$\begin{aligned} v &= \frac{2\pi r}{T} = \frac{2.3,14.42,3.10^6}{86400.10^4} \\ v &= 30,7.10^2 \text{ m/s} \approx 3,07 \text{ km/s}. \end{aligned}$$



1. Lực hướng tâm giữ cho Trái Đất chuyển động trên quỹ đạo được tạo bởi :

- A. quán tính ;
- B. chuyển động quay xung quanh trục ;
- C. lực hấp dẫn của Mặt Trời ;
- D. lực hấp dẫn của Mặt Trăng.

2. Lực hấp dẫn Niuton không thể giải thích được :

- A. các định luật Képler ;
- B. kích thước Trái Đất ;

- C. hình dạng Trái Đất ;
- D. chuyển động của Mặt Trăng.

3. Vận tốc bán một tên lửa lên quỹ đạo không phụ thuộc :

- A. bán kính quỹ đạo ;
- B. hình dạng quỹ đạo ;
- C. giá trị của  $g$  trên quỹ đạo ;
- D. khối lượng tên lửa.

4. Theo định luật Képler III, thời gian một hành tinh đi một vòng quanh Mặt Trời :

- A. phụ thuộc khối lượng hành tinh ;
- B. phụ thuộc bán kính trung bình của quỹ đạo ;
- C. phụ thuộc vận tốc quay ;
- D. giống nhau đối với mọi hành tinh.

5. Vận tốc của một hành tinh trên quỹ đạo elip :

- A. không thay đổi ;
- B. càng lớn khi hành tinh càng gần Mặt Trời ;
- C. càng nhỏ khi hành tinh càng gần Mặt Trời ;
- D. thay đổi nhưng không phụ thuộc khoảng cách đến Mặt Trời.

6. Vệ tinh A của Trái Đất có bán kính quỹ đạo bằng 4 lần bán kính quỹ đạo của vệ tinh B. Vận tốc trên quỹ đạo của A bằng :

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| A. $\frac{1}{4}v_B$ ; | B. $\frac{1}{2}v_B$ ; |
| C. $2v_B$ ;           | D. $4v_B$ .           |

7. Vệ tinh có khối lượng 200kg, chuyển động vòng quanh Trái Đất trên một quỹ đạo bán kính  $7,0.10^6\text{m}$  ; tại độ cao đó  $g = 8,2\text{m/s}^2$ . Vận tốc vệ tinh là :

- |              |               |
|--------------|---------------|
| A. 38m/s ;   | b) 0,85km/s ; |
| C. 7,6km/s ; | D. 7,9km/s.   |