LƯƠNG DUYÊN BÌNH

GIÁO TRÌNH

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

TẬP MỘT

DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LƯƠNG DUYÊN BÌNH

GIÁO TRÌNH
VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Tập một

(DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

BÀI MỞ ĐẦU

§1. ĐỐI TƯỢNG VÀ PHƯƠNG PHÁP CỦA VẬT LÝ HỌC

Mục đích của các khoa học tự nhiên là nghiên cứu thế giới tự nhiên, nắm được các tính chất, các quy luật và bản chất các quy luật của tự nhiên để tìm những ứng dụng trong thực tế hoặc "chung sống hoà bình" với các quy luật ấy. Thế giới tự nhiên vận động không ngừng, nghiên cứu thế giới tự nhiên nhất định không thể tách rời nó khỏi trạng thái vận động. Vì vậy, một trong những đối tượng nghiên cứu của các khoa học tự nhiên là nghiên cứu *các dạng vận động của thế giới tự nhiên, thế giới vật chất*. Vận động của thế giới vật chất có nhiều dạng, muôn hình muôn vẻ. Theo Ăngghen, "hiểu theo nghĩa chung nhất, nghĩa là hiểu nó là phương thức tồn tại của vật chất, là thuộc tính bên trong của vật chất thì *vận động bao gồm mọi biến đổi, mọi quá trình xảy ra trong vũ trụ từ sự di chuyển giản đơn đến tư duy"*.

Vật lý học là một môn khoa học tự nhiên nghiên cứu các dạng vận động tổng quát nhất của thế giới vật chất, từ đó suy ra những tính chất tổng quát nhất của thế giới vật chất, những kết luận tổng quát về cấu tạo và bản chất của các đối tượng vật chất ; *mục đích của vật lý học là nghiên cứu những đặc trưng tổng quát, những quy luật tổng quát về cấu tạo và vận động của vật chất.*

Thế giới vật chất tồn tại trước hết dưới dạng các *vật thể*, các vật thể thông thường có thể ở trạng thái *rắn, lỏng* và *khí*. Tuyệt đại đa số các vật thể xung quanh ta đều cấu tạo bởi các *phân tử*. Các phân tử của một nguyên chất đều giống hệt nhau ; kích thước của một phân tử rất nhỏ, vào cỡ $10^{-7} \div 10^{-8}$cm. Một phân tử cấu tạo bởi một hay nhiều *nguyên tử* giống nhau hoặc khác nhau. Kích thước của một nguyên tử vào cỡ 10^{-8}cm.

Một nguyên tử cấu tạo bởi hai phần : *hạt nhân* tích điện dương và các *điện tử* (êlectron) tích điện âm.

Các êlectron đều giống nhau, mỗi êlectron có khối lượng và điện tích là :

$$m_e = 9{,}103334.10^{-31}\text{kg} ;$$
$$q = -e = -1{,}602109.10^{-19}\text{C}.$$

Số êlectron trong nguyên tử (ở trạng thái bình thường) là Z : Z là số thứ tự của nguyên tố tương ứng trong bảng hệ thống tuần hoàn Menđêlêép. Vì nguyên tử ở trạng thái bình thường là một hệ trung hoà về điện, nên điện tích hạt nhân là +Ze.

Kích thước hạt nhân vào cỡ 10^{-13}cm, nghĩa là nhỏ hơn kích thước nguyên tử 10^5 lần.

Những kích thước vào cỡ kích thước của phân tử, nguyên tử trở xuống (nghĩa là những kích thước $\approx 10^{-7}$cm) được gọi là *kích thước vi mô*, khác với kích thước của những vật thể thông thường xung quanh ta được gọi là *kích thước vĩ mô*.

Thực nghiệm và lý thuyết chứng tỏ rằng, các quy luật của thế giới tự nhiên trong phạm vi kích thước vi mô, khác hẳn với các quy luật của tự nhiên trong phạm vi kích thước vĩ mô, vì vậy trước hết vật lý học chia làm hai phần tuỳ theo đối tượng nghiên cứu :

\+ *Vật lý vĩ mô* nghiên cứu các quy luật vận động của vật chất trong thế giới vĩ mô.

\+ *Vật lý vi mô* nghiên cứu các quy luật vận động của vật chất trong thế giới vi mô.

Một trong những đặc tính tổng quát của các vật thể là chúng luôn luôn *tương tác* với nhau. Những tương tác của các đối tượng vật chất là biểu hiện của một dạng tồn tại thứ hai của vật chất : đó là các *trường vật lý*, gọi tắt là các *trường*. Ví dụ : trọng lực là biểu hiện của *trường hấp dẫn* của vật chất ; lực tương tác Culông là biểu hiện của *điện trường tĩnh* ; lực từ là biểu hiện của *từ trường*.

Vật lý học nghiên cứu tính chất, bản chất, cấu tạo và sự vận động của các *vật thể*, đồng thời cũng nghiên cứu tính chất, bản chất và quá trình vận động của các *trường vật lý*.

Vật lý học, trước hết là một môn *khoa học thực nghiệm*. Phương pháp nghiên cứu của vật lý học bao gồm các khâu sau đây :

1. *Quan sát* : Quan sát trực tiếp bằng giác quan hoặc thông qua dụng cụ máy móc các hiện tượng, quá trình vật lý.

2. *Thí nghiệm* : Các hiện tượng tự nhiên nhiều khi xảy ra cùng một lúc, lẫn lộn với nhau và thường bị chi phối bởi nhiều yếu tố khác nhau, hoặc có hiện tượng hãn hữu mới xảy ra một lần. Vì vậy nếu chỉ dựa vào quan sát thì không thể hiểu hết được các tính chất, nắm được bản chất của từng hiện tượng. Muốn nghiên cứu các hiện tượng đó một cách đầy đủ, phải tìm cách lặp lại các hiện tượng đó nhiều lần, trong những điều kiện xác định tuỳ theo ý muốn. Công việc đó gọi là *thí nghiệm*, có *thí nghiệm định tính* và *thí nghiệm định lượng*.

3. Sau khi tiến hành quan sát và thí nghiệm đối với các hiện tượng cùng loại và xử lý các kết quả, người ta sẽ rút ra các *định luật vật lý*.

Các định luật vật lý nêu lên :

– hoặc là *thuộc tính đặc trưng* của một hiện tượng, một đối tượng vật lý nào đó ;

– hoặc là mối *liên hệ ổn định* giữa các thuộc tính của một hay nhiều đối tượng, một hay nhiều hiện tượng vật lý.

Có những định luật mà phạm vi ứng dụng rất rộng rãi, làm cơ sở cho một lý thuyết nào đó, được gọi là các *nguyên lý*.

4. Để giải thích những tính chất, những quy luật của một hiện tượng, người ta thường đưa ra những *giả thuyết* nêu lên cơ chế và bản chất của hiện tượng đó. Sự đúng đắn của giả thuyết dựa vào mức độ phù hợp với thực nghiệm của những kết quả suy ra từ giả thuyết đó.

5. Hệ thống các giả thuyết, khái niệm, định luật và các kết quả của chúng về một loạt các hiện tượng vật lý cùng loại hợp thành một *thuyết*.

6. Khâu cuối cùng trong quá trình nghiên cứu vật lý là việc *ứng dụng* các kết quả của vật lý vào thực tiễn, chỉ có thông qua việc ứng dụng vào thực tiễn, ngành vật lý mới đứng vững và phát triển.

Gần đây, trong quá trình phát triển của vật lý học, bên cạnh *phương pháp thực nghiệm* cổ truyền, còn nảy sinh *phương pháp tiên đề* của môn *vật lý lý thuyết*. Nội dung của phương pháp này là xuất phát từ chỗ thừa nhận một số mệnh đề nêu lên đặc tính, bản chất... của một số đối tượng vật lý nào đó, suy ra những kết quả giải thích được các tính chất, các quy luật vận động... của những đối tượng vật lý ấy. Nói cách khác, quá trình nghiên cứu của phương pháp tiên đề là một *quá trình diễn dịch*, trong khi quá trình nghiên cứu của phương pháp thực nghiệm là một *quá trình quy nạp*.

Do mục đích là nghiên cứu các tính chất tổng quát nhất của thế giới vật chất, vật lý học đứng về một khía cạnh nào đó có thể coi là *cơ sở của nhiều môn khoa học tự nhiên khác*.

Những kết quả của vật lý học đã được dùng làm cơ sở để giải thích cấu tạo nguyên tử, phân tử, liên kết hoá học... trong hoá học. Vật lý học cũng cung cấp những cơ sở để khảo sát các quá trình của sự sống. Môn kĩ thuật điện được xây dựng trên cơ sở lý thuyết điện từ trường trong vật lý.

Vật lý học có tác dụng hết sức to lớn trong cuộc cách mạng khoa học kĩ thuật hiện nay. Nhờ những thành tựu vật lý học, cuộc cách mạng khoa học kĩ thuật đã tiến những bước dài trong các lĩnh vực sau :

– Khai thác và sử dụng những nguồn *năng lượng mới*, đặc biệt là năng lượng hạt nhân.

– Chế tạo và nghiên cứu tính chất các *vật liệu mới* (siêu dẫn nhiệt độ cao, vật liệu vô định hình...).

– Tìm ra những quá trình *công nghệ mới* (công nghệ các mạch tổ hợp...).

– Cuộc *cách mạng về tin học* và sự *xâm nhập của tin học* vào các ngành khoa học kĩ thuật.

Mục đích của việc học môn vật lý trong các trường đại học kĩ thuật công nghiệp là :

– Hình thành cho sinh viên những *kiến thức cơ bản về vật lý*, góp phần tạo nền tảng khoa học ở bậc đại học.

– Hình thành cho sinh viên những *cơ sở để học và nghiên cứu các ngành kĩ thuật, công nghiệp tiên tiến*.

– Góp phần rèn luyện phương pháp suy luận khoa học, tư duy lôgic, phương pháp nghiên cứu thực nghiệm, tác phong khoa học đối với người kĩ sư tương lai.

– Góp phần xây dựng thế giới quan khoa học duy vật biện chứng.

§2. CÁC ĐẠI LƯỢNG VẬT LÝ

Mỗi thuộc tính của một đối tượng vật lý (một vật thể, một hiện tượng, một quá trình...) được đặc trưng bởi một hay nhiều đại lượng vật lý. Ví dụ : khối lượng, điện tích, lực, năng lượng, cảm ứng từ...

$\boxed{\text{A}}$ Các đại lượng vật lý có thể là *đại lượng vô hướng* hoặc *đại lượng vectơ* (hữu hướng).

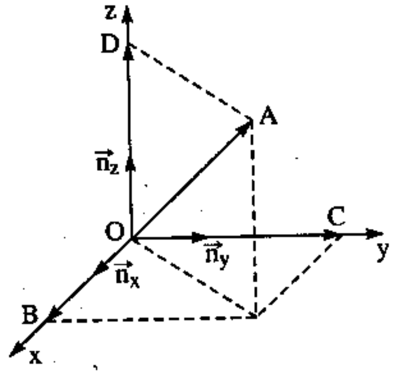
1. Xác định một đại lượng vô hướng nghĩa là xác định giá trị của nó ; có những đại lượng vô hướng không âm, như thể tích, khối lượng..., có những đại lượng vô hướng mà giá trị có thể dương hay âm, như điện tích, hiệu điện thế...

2. Xác định một đại lượng hữu hướng (vectơ) trong vật lý nghĩa là xác định điểm đặt, phương, chiều và độ lớn của vectơ đặc trưng cho đại lượng đó. Ví dụ : lực, cường độ điện trường, từ cảm.

Một vectơ có thể được xác định bởi ba toạ độ của nó trên ba trục toạ độ trực giao Oxyz (toạ độ Đêcac).

3. Toạ độ của vectơ

Trong không gian, ta vẽ một hệ trục toạ độ Đêcac gồm ba trục định hướng Ox, Oy, Oz vuông góc nhau từng đôi một (h. M-1). Giả sử có vectơ $\overrightarrow{OA}$, chiếu $\overrightarrow{OA}$ lên ba trục Ox, Oy, Oz ; lần lượt ta được các vectơ $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$. Dễ dàng thấy rằng $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ là ba thành phần của vectơ $\overrightarrow{OA}$ trên ba trục Ox, Oy, Oz. Ta quy ước độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{OB}$ trên trục định hướng Ox là một số đại số có giá trị tuyệt đối bằng độ dài OB và có dấu dương hay âm tuỳ theo $\overrightarrow{OB}$ cùng chiều hay ngược chiều với Ox ; độ dài đại số của $\overrightarrow{OB}$ được ký hiệu là $\overline{OB}$. Tương tự, ta có thể xác định các độ dài đại số của $\overrightarrow{OC}$ và $\overrightarrow{OD}$ trên các trục Oy và Oz. Ba độ dài đại số $\overline{OB}, \overline{OC}, \overline{OD}$ được gọi là các toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ trong hệ trục toạ độ Đêcac Oxyz. Nếu ta ký hiệu $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và ký hiệu các toạ độ



Hình M-1

$$\overline{OB} = a_x ; \ \overline{OC} = a_y ; \ \overline{OD} = a_z ;$$

ta thường viết

$$\vec{a} \begin{cases} a_x \\ a_y \\ a_z \end{cases}$$

hay $\vec{a} = a_x\vec{n}_x + a_y\vec{n}_y + a_z\vec{n}_z$;

$\vec{n}_x, \vec{n}_y, \vec{n}_z$ là ba vectơ đơn vị trên trục toạ độ.

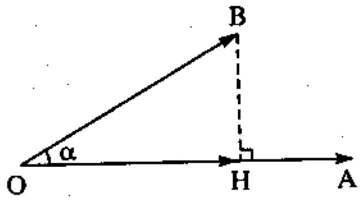
Độ dài của $\vec{a}$ được tính theo công thức

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

4. Tích của hai vectơ

a) Tích vô hướng (nội tích) của hai vectơ

Cho hai vectơ cùng gốc $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$, ta gọi tích vô hướng của $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là một số đại số ký hiệu là $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$, được định nghĩa như sau :



Hình M-2

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = OA.OB.\cos\alpha$$

trong đó α là góc nhỏ nhất hợp bởi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ (h. M-2).

Tích vô hướng $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ bằng 0 khi $\overrightarrow{OA}$ hoặc $\overrightarrow{OB}$ bằng 0, hay khi $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ ($\alpha = \frac{\pi}{2}$, nghĩa là $\cos\alpha = 0$).

Trường hợp $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}$ ta có :

$$(\overrightarrow{OA})^2 = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA} = OA.OA = |\overrightarrow{OA}|^2.$$

Chiếu vectơ $\overrightarrow{OB}$ lên phương của $\overrightarrow{OA}$ ta được vectơ $\overrightarrow{OH}$. Nếu ta coi đường thẳng chứa $\overrightarrow{OA}$ là một trục định hướng theo $\overrightarrow{OA}$ thì có thể xác định độ dài đại số $\overline{OH}$ của vectơ $\overrightarrow{OH}$. Khi đó

$$OB\cos\alpha = \overline{OH}$$

và ta có thể viết tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ như sau :

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overline{OH}.\overline{OA}.$$

Bài tập. Ứng dụng tích vô hướng để tính độ dài vectơ tổng hợp của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cho trước.

Ta gọi :

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Bình phương vô hướng hai vế, ta được :

$$\vec{c}^{\,2} = (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$$

hay $$= \vec{a}^{\,2} + \vec{b}^{\,2} + 2\vec{a}.\vec{b}$$

nghĩa là $$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\alpha$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}$$

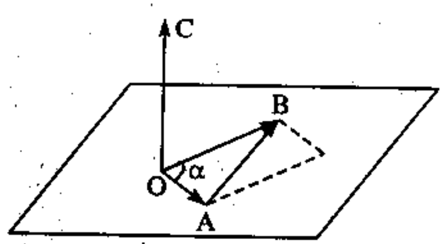
trong đó α là góc tạo bởi hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

b) Tích vectơ (ngoại tích) của hai vectơ

Người ta gọi tích vectơ của hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là một vectơ $\overrightarrow{OC}$ (h. M-3) :

– có phương vuông góc với $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$;

– có chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ $\overrightarrow{OA}$ sang $\overrightarrow{OB}$ (chiều tiến của đinh ốc nằm dọc theo $\overrightarrow{OC}$ quay theo chiều từ $\overrightarrow{OA}$ sang $\overrightarrow{OB}$) ;



Hình M-3

– có độ dài $OC = OA.OB\sin\alpha$, với α là góc nhỏ nhất hợp bởi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$.

Dễ dàng nhận thấy OC = OA.OBsinα, về giá trị bằng diện tích hình bình hành tạo bởi $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$, hoặc bằng hai lần diện tích hình tam giác OAB. Ta viết ký hiệu tích vectơ :

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$$

Tích vectơ của $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ bằng $\vec{0}$ khi $\overrightarrow{OA}$ hoặc $\overrightarrow{OB}$ bằng $\vec{0}$ hay khi $\overrightarrow{OA} \,//\, \overrightarrow{OB}$ (α = 0, tức là sinα = 0). Nói riêng

$$\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OA} = \vec{0}.$$

Bài tập. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, tích vectơ :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c})$$

được gọi là *tích vectơ kép* của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Hãy chứng minh rằng :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$$

B Các đại lượng vật lý có thể là một *đại lượng không đổi* hoặc *đại lượng biến thiên.*

1. Một đại lượng vô hướng φ biến thiên (theo thời gian) nghĩa là giá trị của φ là hàm số của thời gian t :

$$\varphi = \varphi(t).$$

Hàm số này thường là một hàm số xác định hữu hạn và liên tục của thời gian t. Sự biến thiên của φ theo t (tăng hay giảm) được đặc trưng bởi đạo hàm của nó theo t :

$$\varphi'(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

về mặt vật lý, φ'(t) được gọi là *tốc độ biến thiên* của φ theo t.

2. Một đại lượng vectơ $\vec{F}$ biến thiên nghĩa là phương, chiều và độ lớn của $\vec{F}$ thay đổi theo thời gian. Ta nói $\vec{F}$ là hàm của thời gian t : $\vec{F} = \vec{F}(t)$.

Khi đó ba toạ độ của $\vec{F}$ trên ba trục của hệ toạ độ trực giao Oxyz cũng là những hàm số xác định, hữu hạn và liên tục của thời gian t :

$$\vec{F}\begin{cases}F_x = F_x(t)\\ F_y = F_y(t)\\ F_z = F_z(t)\end{cases}$$

Sự biến thiên của $\vec{F}$ theo t được đặc trưng bởi đạo hàm của $\vec{F}$ theo t

$$\overrightarrow{F(t)}' = \frac{d\vec{F}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{F}}{\Delta t}$$

Đạo hàm của vectơ $\vec{F}$ theo t cũng là một vectơ. Từ biểu thức

$$\vec{F} = F_x\vec{n}_x + F_y\vec{n}_y + F_z\vec{n}_z$$

ta suy ra :
$$\frac{d\vec{F}}{dt} = \frac{dF_x}{dt}\vec{n}_x + \frac{dF_y}{dt}\vec{n}_y + \frac{dF_z}{dt}\vec{n}_z$$

Từ phương trình đó ta có thể kết luận : *đạo hàm theo t của vectơ* $\vec{F}$ *là một vectơ mà các thành phần trên ba trục Oxyz lần lượt bằng đạo hàm theo t của các thành phần tương ứng của* $\vec{F}$.

§3. ĐƠN VỊ VÀ THỨ NGUYÊN CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG VẬT LÝ

1. Đơn vị vật lý

Đo một đại lượng vật lý là chọn một đại lượng cùng loại làm chuẩn gọi là *đơn vị* rồi so sánh đại lượng phải đo với đơn vị đó, giá trị đo sẽ bằng tỉ số : đại lượng phải đo/đại lượng đơn vị.

Muốn định nghĩa đơn vị của tất cả các đại lượng vật lý, người ta chỉ cần chọn trước một số đơn vị gọi là *đơn vị cơ bản* – các đơn vị khác suy ra được từ các đơn vị cơ bản gọi là *đơn vị dẫn xuất*.

Ví dụ : nếu chọn đơn vị độ dài *mét* là đơn vị cơ bản, thì có thể suy ra các đơn vị dẫn xuất là diện tích (*mét vuông*), thể tích (*mét khối*).

Tuỳ theo các đơn vị cơ bản chọn trước sẽ suy ra các đơn vị dẫn xuất khác nhau. Tập hợp các đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn xuất tương ứng hợp thành một *hệ đơn vị*.

Năm 1960, nhiều nước trên thế giới đã chọn một hệ đơn vị thống nhất gọi là hệ SI (système international).

Hệ đơn vị đo lường hợp pháp của nước ta ban hành từ 1965 cũng dựa trên cơ sở hệ SI, với các đơn vị cơ bản và dẫn xuất chính sau :

Hệ SI

Đơn vị cơ bản :

– Độ dài	mét (m)
– Khối lượng	kilôgam (kg)
– Thời gian	giây (s)
– Cường độ dòng điện	ampe (A)
– Độ sáng	candela (Cd)
– Nhiệt độ tuyệt đối	kelvin (K)
– Lượng chất	mol (mol)

Đơn vị phụ :

– Góc phẳng	rađian (rad)
– Góc khối	sterađian (sr)

Một số đơn vị dẫn xuất :

– Diện tích	mét vuông (m^2)
– Thể tích	mét khối (m^3)
– Chu kì	giây (s)
– Tần số	héc (Hz)
– Vận tốc	mét trên giây (m/s)
– Gia tốc	mét trên giây bình phương (m/s^2)
– Lực	niutơn (N)
– Năng lượng	jun (J)
– Công suất	oát (W)
– Áp suất	pascan (Pa)
– Điện tích	culông (C)
– Hiệu điện thế	vôn (V)

– Cường độ điện trường	vôn trên mét (V/m)
– Điện dung	fara (F)
– Từ cảm	tesla (T)
– Từ thông	vêbe (Wb)
– Độ tự cảm	henry (H)

2. Thứ nguyên : Từ các đơn vị cơ bản, ta định nghĩa được các đơn vị dẫn xuất. Việc định nghĩa này dựa vào một khái niệm gọi là thứ nguyên. *Thứ nguyên của một đại lượng là quy luật nêu lên sự phụ thuộc của đơn vị đo đại lượng đó vào các đơn vị cơ bản.*

Ví dụ, ta xét thể tích của các vật : giá trị thể tích của các vật hình hộp chữ nhật, hình trụ thẳng, hình cầu lần lượt được tính bởi các công thức :

$$V = abc\ ;\ \ V = \pi R^2 h\ ;\ \ V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Nếu không để ý đến các hệ số, ta thấy trong mọi trường hợp : thể tích = độ dài × độ dài × độ dài, ta nói : thứ nguyên của (đại lượng) thể tích là $(\text{độ dài})^3$ và ký hiệu như sau $[\text{thể tích}] = [\text{độ dài}]^3$.

Ví dụ khác $\quad [\text{vận tốc}] = [\text{độ dài}]\,[\text{thời gian}]^{-1}$

$$[\text{gia tốc}] = [\text{độ dài}]\,[\text{thời gian}]^{-2}$$

Để cho cách viết đơn giản, ta ký hiệu :

$$[\text{độ dài}] = L$$
$$[\text{thời gian}] = T$$
$$[\text{khối lượng}] = M$$

Khi đó :

$$[\text{diện tích}] = L^2$$
$$[\text{thể tích}] = L^3$$
$$[\text{vận tốc}] = LT^{-1}$$
$$[\text{gia tốc}] = LT^{-2}$$
$$[\text{khối lượng riêng}] = ML^{-3}$$
$$[\text{lực}] = MLT^{-2}$$
$$[\text{công}] = ML^2T^{-2}.$$

Khi viết biểu thức và công thức vật lý, ta cần chú ý các quy tắc sau :

a) Các số hạng của một tổng (đại số) phải có cùng thứ nguyên.

b) Hai vế của cùng một công thức, một phương trình vật lý phải có cùng thứ nguyên.

Ví dụ : Công thức chu kì của con lắc :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Thứ nguyên của vế đầu là T, thứ nguyên của vế sau là :

$$\left(\frac{[\text{độ dài}]}{[\text{gia tốc}]}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{L}{LT^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} = T\,.$$

Bài tập. Chứng minh rằng hai vế của các công thức sau đây đều có cùng thứ nguyên :

– Chu kì con lắc lò xo : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (k : độ cứng của lò xo).

– Điện trở dây dẫn kim loại $R = \rho\frac{l}{S}$.

– Năng lượng tụ điện $W = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$.

Phần thứ nhất

CƠ HỌC

Cơ học nghiên cứu dạng vận động cơ (chuyển động) tức là sự chuyển dời vị trí của các vật vĩ mô. Cơ học gồm những phần sau :

1. Động học : Nghiên cứu những đặc trưng của chuyển động và những dạng chuyển động khác nhau.

2. Động lực học : Nghiên cứu mối liên hệ của chuyển động với sự tương tác giữa các vật. Tĩnh học là một phần của động lực học nghiên cứu trạng thái cân bằng của các vật.

Phần cơ học trình bày trong giáo trình này chủ yếu là những cơ sở của *cơ học cổ điển Niutơn* ; nội dung chủ yếu của nó bao gồm : các định luật cơ bản của động lực học ; các định luật Niutơn và nguyên lý tương đối Galilê ; ba định luật bảo toàn của cơ học là định luật bảo toàn động lượng, định luật bảo toàn momen động lượng và định luật bảo toàn năng lượng ; hai dạng chuyển động cơ bản của vật rắn là chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

Chương 1

ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

§1.1. NHỮNG KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

1. Chuyển động và hệ quy chiếu

Chuyển động là một khái niệm cơ bản của cơ học. Chuyển động của một vật là sự chuyển dời vị trí của vật đó đối với các vật khác trong không gian và thời gian. Muốn xác định vị trí của một vật trong không gian ta phải tìm những khoảng cách từ vật đó tới một hệ vật khác mà ta quy ước là đứng yên. Hệ vật mà ta quy ước là đứng yên dùng là mốc để xác định vị trí của các vật trong không gian gọi là *hệ quy chiếu*. Để xác định thời gian của vật khi chuyển động, ta gắn vào hệ quy chiếu một cái *đồng hồ*. Khi một vật chuyển động thì những khoảng cách từ vật đó đến hệ quy chiếu thay đổi theo thời gian.

Rõ ràng, một vật chuyển động hay đứng yên là tuỳ theo hệ quy chiếu ta chọn. Một vật có thể là chuyển động đối với hệ quy chiếu này nhưng có thể là đứng yên đối với hệ quy chiếu khác, ta nói rằng chuyển động của một vật có *tính tương đối*.

2. Chất điểm và hệ chất điểm

Chất điểm là một vật có kích thước nhỏ không đáng kể so với những khoảng cách, những kích thước mà ta đang khảo sát. Ví dụ : Khi xét chuyển động của viên đạn trong không khí, chuyển động của Trái Đất xung quanh Mặt Trời... ta có thể coi viên đạn, Trái Đất... là những chất điểm. Như vậy việc xem một vật có là chất điểm hay không, phụ thuộc vào điều kiện bài toán ta nghiên cứu.

Một tập hợp chất điểm được gọi là *hệ chất điểm*. *Vật rắn* là một hệ chất điểm, trong đó khoảng cách tương hỗ giữa các chất điểm của hệ không thay đổi.

3. Phương trình chuyển động (phương trình động học) của chất điểm

Để xác định chuyển động của một chất điểm người ta thường gắn vào hệ quy chiếu một *hệ toạ độ*. *Hệ toạ độ Đêcac* gồm có ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một hợp thành tam diện thuận Oxyz ; O gọi là *gốc toạ độ*. Vị trí của một chất điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi ba toạ độ x, y, z của nó đối với hệ toạ độ Đêcac, ba toạ độ này cũng là ba toạ độ của bán kính vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ trên ba trục.

Khi chất điểm M chuyển động, các toạ độ x, y, z của nó thay đổi theo thời gian t ; nói cách khác x, y, z là các hàm của thời gian t :

$$M\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases} \qquad (1.1)$$

Nói gọn hơn, bán kính vectơ $\vec{r}$ của chất điểm chuyển động là hàm của thời gian t :

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.2)$$

Phương trình (1.1) hay (1.2) gọi là *những phương trình chuyển động* của chất điểm M. Vì ở mỗi thời điểm t, chất điểm M có một vị trí xác định và khi t biến thiên thì M chuyển động một cách liên tục nên các hàm f(t), g(t), h(t), hay nói gọn hơn hàm $\vec{r}(t)$, sẽ là các hàm xác định, đơn trị và liên tục của t.

Bài tập. Viết những phương trình chuyển động của một chất điểm chuyển động trong một mặt phẳng.

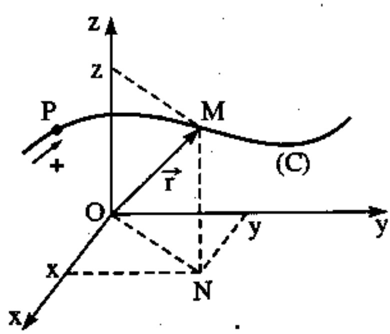
4. Quỹ đạo

Quỹ đạo của chất điểm chuyển động là đường tạo bởi tập hợp tất cả các vị trí của nó trong không gian, trong suốt quá trình chuyển động. Để xác định quỹ đạo, người ta có thể dùng các phương trình chuyển động (1.1). Các phương trình này có thể coi là các phương trình tham số của quỹ đạo. Muốn tìm liên hệ giữa các toạ độ của M, ta phải khử t trong các phương trình chuyển động (1.1).

5. Hoành độ cong

Giả thiết chất điểm M chuyển động trên đường cong quỹ đạo (C) (h. 1-1), trên (C) ta chọn một điểm P nào đó cố định làm gốc và một chiều dương. Khi đó, ở mỗi thời điểm t, vị trí của M trên (C) sẽ được xác định bởi trị đại số của cung PM, ký hiệu là :

$$\overset{\frown}{PM} = s$$



Hình 1-1

Hệ toạ độ Đêcac và quỹ đạo

s gọi là *hoành độ cong* của M. Khi M chuyển động, s là hàm của thời gian t :

$$s = s(t) \qquad (1.3)$$

§1.2. VẬN TỐC

Vận tốc là một đại lượng đặc trưng cho phương, chiều và sự nhanh chậm của chuyển động.

1. Định nghĩa vận tốc

Xét chuyển động của một chất điểm trên đường cong (C), trên (C) ta chọn gốc P và một chiều dương. Giả thiết tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M xác định bởi :

$$\overset{\frown}{PM} = s$$

Tại thời điểm t' = t + Δt, chất điểm ở vị trí M' xác định bởi :

$$\overset{\frown}{PM'} = s' = s + \Delta s$$

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian t' – t = Δt sẽ là :

$$\overset{\frown}{MM'} = s' - s = \Delta s$$

Quãng đường trung bình chất điểm đi được trong đơn vị thời gian $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, theo định nghĩa gọi là vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt, được ký hiệu là :

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1.4)$$

Vận tốc trung bình chỉ đặc trưng cho độ nhanh chậm trung bình của chuyển động chất điểm trên quãng đường $\overset{\frown}{MM'}$; trên quãng đường này, độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm nói chung mỗi chỗ một khác, nghĩa là mỗi thời điểm một khác. Để đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm, ta phải tính tỉ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ trong những khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ. Theo định nghĩa, khi cho $\Delta t \to 0$ ($t' \to t$), tỉ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ dần tới một giới hạn, gọi là *vận tốc tức thời* (gọi tắt là *vận tốc*) của chất điểm tại thời điểm t, và được ký hiệu là :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa của đạo hàm, ta có thể viết :

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad (1.5)$$

Vậy : *Vận tốc của chất điểm có giá trị bằng đạo hàm hoành độ cong của chất điểm đối với thời gian.*

Đặc biệt, nếu ta chọn gốc hoành độ cong P là vị trí ban đầu của chất điểm (vị trí lúc t = 0) thì $\overset{\frown}{PM} = s$ chính là quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 đến t. Như vậy, (1.5) có thể phát biểu :

Vận tốc của chất điểm có giá trị bằng đạo hàm quãng đường đi của chất điểm đối với thời gian.

Vận tốc v cho bởi (1.5) là một đại lượng đại số :

– Dấu của v xác định chiều chuyển động : $v > 0$, chất điểm chuyển động theo chiều dương của quỹ đạo ; $v < 0$, chất điểm chuyển động theo chiều ngược lại.

– Trị tuyệt đối của v xác định độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm.

Tóm lại, vận tốc đặc trưng cho chiều và độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm.

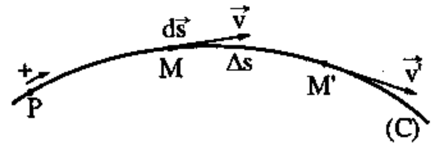
Chú ý : Trên hình 1-1, ta giả sử chất điểm chuyển động theo chiều dương. Nếu chất điểm chuyển động theo chiều âm, ta vẫn thu được cùng một kết quả như trên.

2. Vectơ vận tốc

Để đặc trưng một cách đầy đủ về cả phương, chiều và độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm, người ta đưa ra một vectơ gọi là *vectơ vận tốc.*

Theo định nghĩa, vectơ vận tốc tại vị trí M là một vectơ $\vec{v}$ có phương nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M, có chiều theo chiều chuyển động và có giá trị bằng trị tuyệt đối của v (h.1-2).

Để có thể viết được biểu thức của vectơ vận tốc $\vec{v}$, người ta thường định nghĩa một *vectơ vi phân cung* $d\vec{s}$ nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M, hướng theo chiều chuyển động và có độ lớn bằng trị tuyệt đối của vi phân hoành độ cong đó. Khi đó, ta có



Hình 1-2. Vectơ vận tốc

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}} \tag{1.6}$$

3. Vectơ vận tốc trong hệ toạ độ Đêcac

Giả thiết ở thời điểm t, vị trí chất điểm được xác định bởi bán kính vectơ (h.1-3) :

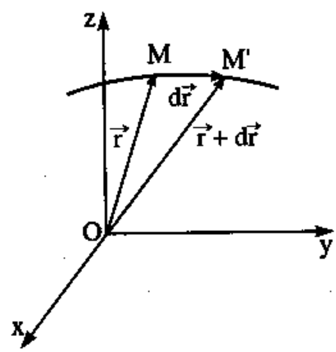
$$\overrightarrow{OM} = \vec{r}$$

Ở thời điểm t + dt, vị trí chất điểm được xác định bởi bán kính vectơ :

$$\overrightarrow{OM}' = \vec{r} + d\vec{r}$$

Rõ ràng là khi dt vô cùng nhỏ thì vectơ chuyển dời :

$$\overrightarrow{MM}' = \overrightarrow{OM}' - \overrightarrow{OM} = d\vec{r}$$



Hình 1-3. Sự tương đương của hai vectơ $d\vec{s}$ và $d\vec{r}$

có độ dài :

$$|d\vec{r}| = MM' \approx \overset{\frown}{MM'} = ds$$

Ngoài ra vì $d\vec{r}$ và $d\vec{s}$ cùng chiều nên ta có :

$$d\vec{r} \approx d\vec{s} \tag{1.7}$$

nghĩa là (1.6) có thể viết :

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \tag{1.8}$$

Vậy : *Vectơ vận tốc bằng đạo hàm của bán kính vectơ đối với thời gian.*

Kết quả là ba thành phần $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$, $\vec{v}_z$ của vectơ vận tốc $\vec{v}$ theo ba trục sẽ có độ dài đại số lần lượt bằng đạo hàm ba thành phần tương ứng của bán kính vectơ $\vec{r}$ theo ba trục, nghĩa là :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases} \tag{1.9}$$

Độ lớn vận tốc được tính theo công thức

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

§1.3. GIA TỐC

Gia tốc là một đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc.

1. Định nghĩa và biểu thức của vectơ gia tốc

Giả thiết tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M có vectơ vận tốc $\vec{v}$ (h.1-2) : tại thời điểm t' = t + Δt, chất điểm ở vị trí M' có vectơ vận tốc $\vec{v}\,' = \vec{v} + \Delta\vec{v}$. Trong khoảng thời gian Δt = t' – t, vectơ vận tốc của chất điểm biến thiên một lượng :

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{v}$$

Độ biến thiên trung bình của vectơ vận tốc trong một đơn vị thời gian $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, theo định nghĩa, gọi là *vectơ gia tốc trung bình* của chuyển động trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu là :

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1.10}$$

Cũng lý luận như trường hợp vận tốc, ta thấy rằng muốn đặc trưng cho độ biến thiên của vectơ vận tốc ở từng thời điểm, ta phải xác định tỉ số $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ trong khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ, nghĩa là cho $\Delta t \to 0$.

Theo định nghĩa, khi cho $\Delta t \to 0$ ($t' \to t$), tỉ số $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ dần tới một giới hạn gọi là *vectơ gia tốc tức thời* (gọi tắt là *vectơ gia tốc*) của chất điểm tại thời điểm t, và được ký hiệu là :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa của đạo hàm, ta có thể viết :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \tag{1.11}$$

Vậy : *Vectơ gia tốc bằng đạo hàm của vectơ vận tốc đối với thời gian.*

Theo (1.11) và (1.9) ta có thể tính ba toạ độ của vectơ gia tốc theo ba trục toạ độ Đêcac :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases} \tag{1.12}$$

Độ lớn của gia tốc được tính theo công thức :

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

§1.4. GIA TỐC TIẾP TUYẾN VÀ GIA TỐC PHÁP TUYẾN

1. Gia tốc trong chuyển động thẳng

Xét chất điểm chuyển động trên một đường thẳng từ gốc O. Giả sử trong khoảng thời gian từ 0 đến t, chất điểm đi được đoạn đường

$$\overline{OM} = s$$

(nghĩa là khi t = 0 thì chất điểm có vị trí tại O, t = t thì chất điểm có vị trí tại M). Vận tốc (tức thời) của chất điểm tại t cho bởi

$$v = \frac{ds}{dt} \tag{1.13}$$

Chọn một chiều dương trên quỹ đạo (chiều dương cho s) ta thấy $v > 0$ khi s tăng theo t và $v < 0$ khi s giảm theo t.

Gia tốc (tức thời) của chất điểm tại t cho bởi

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \tag{1.14}$$

– Giả sử $v > 0$, ta nhận thấy khi v tăng thì $a > 0$ nghĩa là $av > 0$, khi v giảm thì $a < 0$ nghĩa là $av < 0$.

– Giả sử $v < 0$, ta nhận thấy khi v tăng thì $a > 0$ và $av < 0$; khi đó $|v|$ giảm (số âm tăng có giá trị tuyệt đối giảm). Khi v giảm thì $a < 0$ và $av > 0$; khi đó $|v|$ tăng lên (số âm giảm có giá trị tuyệt đối tăng).

Kết luận :

+ Khi $av > 0$ (a, v cùng dấu) thì $|v|$ tăng theo thời gian, chuyển động được gọi là nhanh dần ;

+ Khi $av < 0$ (a, v trái dấu) thì $|v|$ giảm theo thời gian, chuyển động được gọi là chậm dần.

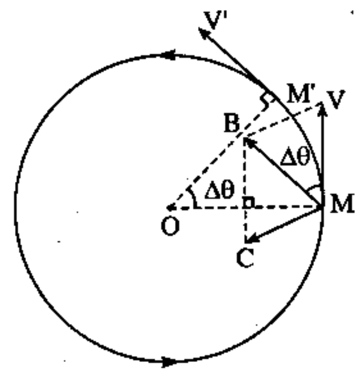
Ta nói *gia tốc a đặc trưng cho mức độ nhanh dần hay chậm dần của chuyển động, nghĩa là mức độ biến thiên độ lớn của vận tốc.*

2. Gia tốc trong chuyển động tròn đều

Xét một chất điểm chuyển động đều trên quỹ đạo tròn (O, R) : vận tốc của chất điểm không đổi chiều và có độ lớn v không đổi. Ta hãy xét gia tốc của chuyển động này.

Giả sử trong khoảng thời gian từ t đến t + Δt, chất điểm chuyển động từ vị trí M đến vị trí M', tương ứng với các vectơ vận tốc $\vec{v} = \overrightarrow{MV}$ và $\vec{v}\,' = \overrightarrow{M'V'}$ (MV = M'V' = v) (h.1-4). Vậy trong khoảng thời gian Δt, độ biến thiên của vận tốc là

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{v} = \overrightarrow{M'V'} - \overrightarrow{MV}.$$



Hình 1-4. Gia tốc trong chuyển động tròn

Vẽ $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{M'V'} = \vec{v}\,'$ và vẽ $\overrightarrow{MC}$ sao cho MVBC tạo thành một hình bình hành. Khi đó

$$\overrightarrow{MV} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$$

nghĩa là $\vec{v} + \overrightarrow{MC} = \vec{v}\,' \Rightarrow \overrightarrow{MC} = \vec{v}\,' - \vec{v} = \Delta\vec{v}$. Gia tốc trung bình trong khoảng Δt cho bởi :

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{MC}}{\Delta t} \qquad (1.15)$$

Về độ lớn, $MC = VB = 2MV\sin\frac{\widehat{VMB}}{2}$ (đáy của một tam giác cân) trong đó MV = v ; $\widehat{VMB} = \widehat{MOM'} = \Delta\theta$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc).

Nghĩa là

$$\Delta\vec{v} = VB = 2v\sin\frac{\Delta\theta}{2}$$

trong đó

$$\Delta\theta = \frac{\overset{\frown}{MM'}}{R} = \frac{\Delta s}{R}$$

Vậy $$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{VB}{\Delta t} = \frac{2v}{\Delta t}\sin\frac{\Delta s}{2R}$$

Khi $\Delta t \to 0$ thì $\Delta s \to 0$, $\Delta\theta \to 0$, vậy vectơ gia tốc $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$:

+ có phương tiến tới VB ⊥ MV (vì $\Delta\theta \to 0$) nghĩa là MC → MO ; nói cách khác $\vec{a}$ *có phương nằm theo bán kính MO và có chiều hướng vào O.*

+ có độ lớn :

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \approx \frac{2v}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta s}{2R} = \frac{v}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

ký hiệu là :

$$a = \frac{v^2}{R} \tag{1.16}$$

Trong chuyển động tròn đều, vận tốc $\vec{v}$ có độ lớn không đổi nhưng có phương luôn thay đổi. Trong trường hợp này vectơ gia tốc $\vec{a}$ được gọi là *gia tốc hướng tâm* (hay gia tốc pháp tuyến), đặc trưng cho *sự biến đổi phương của vectơ vận tốc*, ký hiệu là :

$$\boxed{a_n = a_{ht} = \frac{v^2}{R}} \tag{1.17}$$

Trong biểu thức của a_{ht}, đại lượng $\dfrac{1}{R}$ được gọi là độ cong của quỹ đạo (R càng nhỏ thì quỹ đạo càng cong nhiều).

Vậy : *Gia tốc hướng tâm có độ lớn tỉ lệ với bình phương vận tốc và với độ cong của quỹ đạo.*

3. Tổng quát

Trong chuyển động tròn không đều, có thể chứng minh được rằng vectơ gia tốc $\vec{a}$ của chất điểm chuyển động có thể phân tích ra hai thành phần

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

trong đó thành phần $\vec{a}_t$ nằm theo phương tiếp tuyến gọi là *gia tốc tiếp tuyến*, có độ lớn

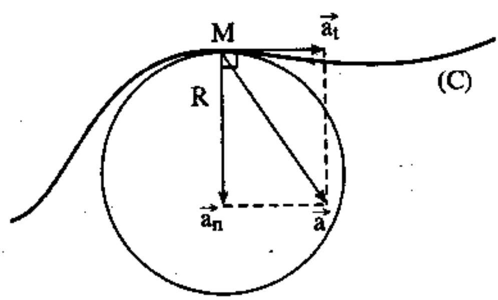
$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}} \tag{1.18}$$

đặc trưng cho sự biến thiên của độ lớn vận tốc và thành phần $\vec{a}_n$ nằm theo phương pháp tuyến với quỹ đạo, hướng vào tâm gọi là *gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm)*, có độ lớn

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

đặc trưng cho sự biến đổi phương của vectơ vận tốc.

4. Trong trường hợp tổng quát hơn nữa, *quỹ đạo của chất điểm là một đường cong bất kì*, người ta chứng minh được rằng tại mỗi vị trí, vectơ gia tốc $\vec{a}$ cũng có thể phân tích ra hai thành phần tiếp tuyến và pháp tuyến, cho bởi cùng những biểu thức như trên, nhưng ở đây chú ý rằng trong biểu thức của a_n (1.17), R là bán kính cong của quỹ đạo tại M (tức là bán kính của vòng tròn mật tiếp của quỹ đạo tại M) (h.1-5). Hình học vi phân đã chứng minh rằng R càng nhỏ thì quỹ đạo càng cong nhiều và ngược lại ; nói cách khác, $\frac{1}{R}$ đặc trưng cho *độ cong* của quỹ đạo.



Hình 1-5. Phân tích vectơ gia tốc

Một số trường hợp đặc biệt :

a) a_n luôn luôn bằng 0 : Vectơ vận tốc không thay đổi phương, chất điểm *chuyển động thẳng.*

b) a_t luôn luôn bằng 0 : Vectơ vận tốc không thay đổi chiều và độ lớn, chất điểm *chuyển động cong đều.*

c) a luôn luôn bằng 0 : Vectơ vận tốc không đổi về phương, chiều và độ lớn, *chất điểm chuyển động thẳng đều.*

§1.5. ỨNG DỤNG : MỘT SỐ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ ĐẶC BIỆT

Chúng ta hãy áp dụng những kết quả thu được ở các mục trên để khảo sát một số dạng chuyển động cơ đặc biệt.

1. Chuyển động thẳng thay đổi đều

Đó là một chuyển động thẳng với vectơ gia tốc không đổi

$$\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}} \tag{1.19}$$

Vì là chuyển động thẳng nên $a_n = 0$ do đó :

$$a = a_t = \frac{dv}{dt} = \text{const}\,.$$

Kết quả : Sau những khoảng thời gian bằng nhau, vận tốc thay đổi những lượng bằng nhau. Nếu trong khoảng thời gian từ 0 đến t, vận tốc biến thiên từ v_0 đến v thì theo định nghĩa của gia tốc, ta có :

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \text{const} \tag{1.20}$$

Từ (1.20) ta suy ra :

$$v = at + v_0 \tag{1.21}$$

Theo (1.5) ta có thể viết :

$$v = \frac{ds}{dt} = at + v_0$$

do đó

$$ds = (at + v_0)dt \tag{1.22}$$

Giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến t, chất điểm đi được quãng đường s, tích phân hai vế của (1.22), ta được :

$$\int_0^s ds = \int_0^t (at + v_0)dt$$

hay

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \tag{1.23}$$

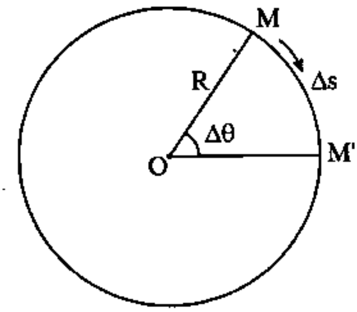
Khử t trong (1.21) và (1.23) ta được hệ thức thông dụng sau :

$$v^2 - v_0^2 = 2as \tag{1.24}$$

2. Chuyển động tròn

Trong chuyển động tròn, người ta còn dùng các đại lượng vận tốc góc và gia tốc góc để đặc trưng cho chuyển động ấy.

a) Vận tốc góc



Hình 1-6. Định nghĩa vận tốc góc

Giả thiết quỹ đạo là vòng tròn tâm O bán kính R.

Trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$, giả sử chất điểm đi được quãng đường $\Delta s = \overset{\frown}{MM'}$ ứng với góc quay của bán kính $\widehat{MOM'} = \Delta\theta$ (h.1-6). Theo định nghĩa, đại lượng $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ gọi là vận tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu là :

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1.25}$$

Giá trị của ω_{tb} biểu thị góc quay trung bình của bán kính trong đơn vị thời gian. Nếu cho $\Delta t \to 0$ theo định nghĩa $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ gọi là vận tốc góc của chất điểm tại thời điểm t, và được ký hiệu là :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Ta có

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1.26}$$

Vậy : *Vận tốc góc có giá trị bằng đạo hàm của góc quay đối với thời gian*. Vận tốc góc đo bằng *rađian trên giây*, ký hiệu là *rad/s*. Đối với chuyển động tròn đều (ω = const), người ta còn định nghĩa chu kì là thời gian chất điểm đi được một vòng :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

và tần số là số chu kì trong một đơn vị thời gian :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Người ta biểu diễn vận tốc góc bằng vectơ $\vec{\omega}$ gọi là vectơ vận tốc góc, nằm trên trục của vòng tròn quỹ đạo, thuận chiều đối với chiều quay của chuyển động và có giá trị bằng ω (h.1-7).

Hệ quả 1. Liên hệ giữa vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ và vectơ vận tốc dài $\vec{v}$ của chuyển động.

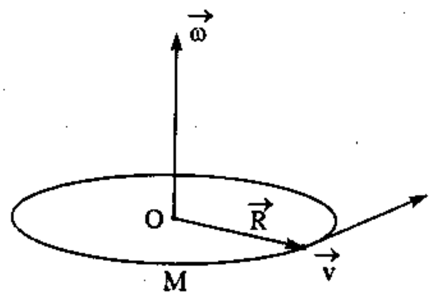
Ta có :

$$\overset{\frown}{MM'} = \Delta s = R\Delta\theta,$$

do đó : $$\frac{\Delta s}{\Delta t} = R\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Cho $\Delta t \to 0$, theo (1.5) và (1.26) ta được :

$$v = R\omega \qquad (1.27)$$



Hình 1-7. Vectơ vận tốc góc

Ngoài ra nếu đặt $\overline{OM} = \vec{R}$, ta thấy rằng, theo hình 1-7 ba vectơ $\vec{v}$, $\vec{\omega}$, $\vec{R}$ (theo thứ tự đó) tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông ; ngoài ra, căn cứ thêm vào hệ thức (1.27) ta có thể kết luận :

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R} \qquad (1.28)$$

Hệ quả 2. Liên hệ giữa a_n và ω.

Theo (1.17) và (1.27) ta suy ra :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R}$$

hay $$a_n = R\omega^2 \qquad (1.29)$$

b) Gia tốc góc

Giả thiết trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$, vận tốc góc của chất điểm chuyển động tròn biến thiên một lượng $\Delta\omega = \omega' - \omega$, theo định nghĩa, lượng $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ gọi là gia tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu là :

$$\beta_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{1.30}$$

giá trị của β_{tb} biểu thị độ biến thiên trung bình của vận tốc góc trong đơn vị thời gian.

Nếu cho $\Delta t \to 0$, theo định nghĩa, $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ gọi là gia tốc góc của chất điểm tại thời điểm t và được ký hiệu là :

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Ta có

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

hay theo (1.26)

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1.31}$$

Vậy : *Gia tốc góc có giá trị bằng đạo hàm của vận tốc góc đối với thời gian và bằng đạo hàm bậc hai của góc quay đối với thời gian.*

Gia tốc góc đo bằng *radian trên giây bình phương* (rad/s^2).

Khi $\beta > 0$, ω tăng, chuyển động tròn nhanh dần ;

$\beta < 0$, ω giảm, chuyển động tròn chậm dần ;

$\beta = 0$, ω không đổi, chuyển động tròn đều.

Trong trường hợp β = const, ta có chuyển động tròn thay đổi đều. Tương tự như (1.21), (1.23) và (1.24) ta chứng minh được các hệ thức :

$$\omega = \beta t + \omega_0 \tag{1.32}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t \tag{1.33}$$

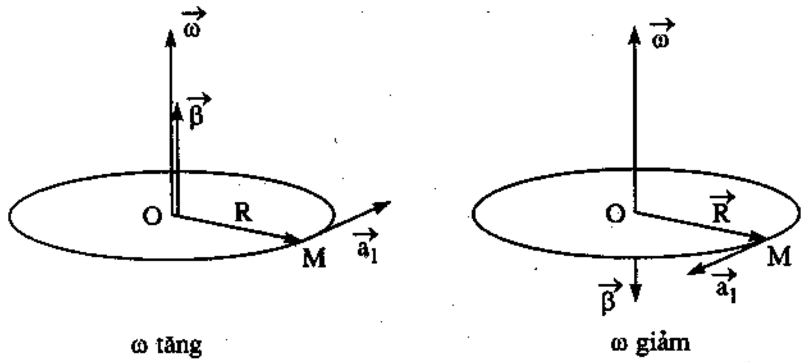
$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta \tag{1.34}$$

Người ta biểu diễn gia tốc góc bằng một vectơ gọi là *vectơ gia tốc góc*, vectơ này :

– Nằm trên trục của quỹ đạo tròn.

– Cùng chiều với $\vec{\omega}$ khi $\beta > 0$ và ngược chiều với $\vec{\omega}$ khi $\beta < 0$.

– Có giá trị bằng β (h.1-8).



Hình 1-8. Vectơ gia tốc góc

Như vậy ta có thể viết hệ thức vectơ như sau :

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \tag{1.35}$$

Hệ quả : Liên hệ giữa vectơ gia tốc góc và vectơ gia tốc tiếp tuyến.

Thay $v = R\omega$ vào (1.15) ta được :

$$a_t = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

do đó theo (1.31)

$$a_t = R\beta \tag{1.36}$$

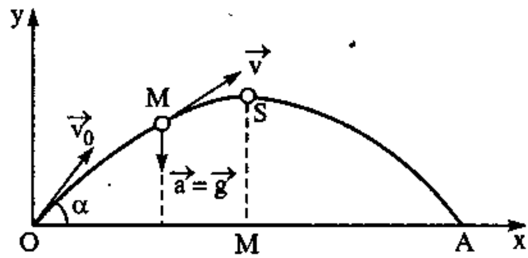
Ta thấy rằng, do quy ước về chiều của các vectơ $\vec{\beta}$ và $\vec{a_t}$, theo hình 1-8, trong mọi trường hợp ba vectơ $\vec{a_t}$, $\vec{\beta}$, $\vec{R}$ (theo thứ tự đó) luôn luôn tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông ; ngoài ra căn cứ thêm vào (1.35) ta có thể kết luận rằng :

$$\vec{a_t} = \vec{\beta} \wedge \vec{R} \tag{1.37}$$

3. Chuyển động với gia tốc không đổi

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, trong một phạm vi không lớn lắm, mọi chất điểm đều rơi với cùng một gia tốc g theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới với giá trị không đổi.

Ta hãy khảo sát chuyển động của một viên đạn xuất phát từ điểm O trên mặt đất với vectơ vận tốc ban đầu (t = 0) là $\vec{v}_0$ hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α (h.1-9) (bài toán bắn pháo). Trong trường hợp này ta coi viên đạn là một chất điểm.



Hình 1-9. Chuyển động của viên đạn

Ở đây chọn mặt phẳng hình vẽ là mặt phẳng thẳng đứng chứa $\vec{v}_0$; đó cũng là mặt phẳng chứa quỹ đạo chất điểm, hai trục toạ độ là Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng hướng lên trên. Tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M(x, y), có gia tốc là vectơ $\vec{a} = \vec{g}$ song song với Oy hướng xuống dưới. Do đó hai thành phần của $\vec{a}$ trên hai trục là :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \tag{1.38}$$

Theo (1.12) ta có thể viết :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

Lấy nguyên hàm theo t của hai vế ta được :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

với

$$C_1 = v_x = v_{x(t=0)} = v_{0x} = v_0\cos\alpha$$

$$C_2 = v_{y(t=0)} = v_{0y} = v_0\sin\alpha$$

Vậy

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \tag{1.39}$$

Theo (1-9) ta có thể viết :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0 \cos\alpha \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Lại lấy nguyên hàm theo t ta được :

$$M \begin{cases} x = v_0 t \cos\alpha + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2} gt^2 + v_0 t \sin\alpha + C_4 \end{cases}$$

với

$$C_3 = x_{(t=0)} = 0$$

$$C_4 = y_{(t=0)} = 0$$

Cuối cùng ta tìm được các phương trình chuyển động :

$$M \begin{cases} x = v_0 t \cos\alpha \\ y = -\dfrac{1}{2} gt^2 + v_0 t \sin\alpha \end{cases} \tag{1.40}$$

Khử t trong hai phương trình (1.40) để tìm phương trình quỹ đạo, ta được :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\,tg\alpha \tag{1.41}$$

Căn cứ vào phương trình (1.41), ta kết luận rằng quỹ đạo là một parabol OSA (h.1-9) đỉnh S, trục đối xứng song song với trục tung, quay bề lõm về phía dưới.

Ta hãy tìm toạ độ của đỉnh S, vị trí cao nhất của chất điểm. Từ (1.39) ta suy ra

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 \cos^2\alpha + (-gt + v_0 \sin\alpha)^2$$

$$= v_0^2 - 2g\left(-\frac{1}{2} gt^2 + v_0 t \sin\alpha\right)$$

nghĩa là, theo (1.40) :

$$v^2 = v_0^2 - 2gy \tag{1.42}$$

Tại S, vectơ vận tốc nằm ngang, $v_y = 0$.

Vậy khi đó : $v = v_x = v_0\cos\alpha$ và kết hợp với (1.42) ta được

$$v_0^2\cos^2\alpha = v_0^2 - 2gy_S$$

$$y_S = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \tag{1.43}$$

Chất điểm đến S vào thời điểm t, ứng với $v_y = 0$ cho bởi :

$$v_y = v_0\sin\alpha - gt_S = 0$$

$$t_S = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

Vậy theo (1.40) hoành độ của S là :

$$x_S = v_0 t_S\cos\alpha$$

$$x_S = \frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{2g} \tag{1.44}$$

Từ đó, ta có thể tính được khoảng cách OA từ chỗ xuất phát đến chỗ rơi xuống đất (tầm xa của viên đạn bay)

$$OA = 2x_S = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \tag{1.45}$$

4. Dao động điều hoà thẳng

Một chất điểm chuyển động thẳng gọi là thực hiện một dao động điều hoà nếu đường đi x của nó là một hàm số sin (hay cosin) của thời gian t. Thông thường, phương trình chuyển động của một chất điểm dao động điều hoà có dạng sau

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

với $A > 0$, $\omega > 0$ và φ là những hằng số. Ta nhận thấy

$$x\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \varphi\right]$$
$$= A\cos(\omega t + \varphi + 2\pi) = A\cos(\omega t + \varphi) = x(t)$$

nghĩa là, cứ sau mỗi khoảng thời gian $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, quãng đường đi x (còn gọi là *độ dời*) lại trở về giá trị cũ ; nói cách khác, độ dời x là hàm số tuần hoàn theo thời gian t với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Sự biến thiên của x trong một chu kì diễn ra như sau (để đơn giản ta giả thiết $\varphi = 0$).

	0	$\dfrac{\pi}{2\omega}$	$\dfrac{\pi}{\omega}$	$\dfrac{3\pi}{2\omega}$	$\dfrac{2\pi}{\omega}$
$x = A\cos\omega t$	A	$\searrow 0$	$\searrow -A$	$\nearrow 0$	$\nearrow A$

Ta nhận thấy rằng :

$$-A \le x \le A$$

nghĩa là $|x| \le A$; hằng số A là giá trị lớn nhất của $|x|$ được gọi là biên độ dao động.

Vận tốc và gia tốc của chất điểm dao động điều hoà, theo (1.5) và (1.11) được tính bởi các biểu thức

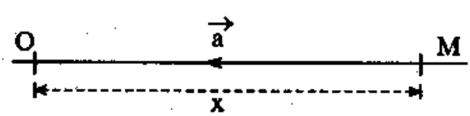
$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

nghĩa là

$$a = -\omega^2 x$$

gia tốc a luôn luôn ngược chiều với độ dời x (h.1-10).



Hình 1-10

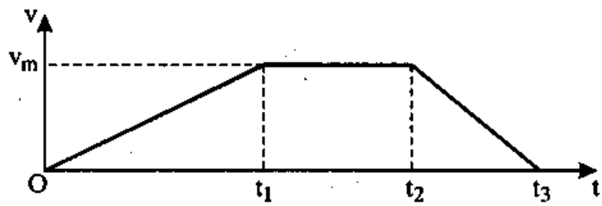
Ta nhận thấy v và a cũng là những hàm tuần hoàn của thời gian t với chu kì $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Nghịch đảo của chu kì

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

gọi là tần số của dao động ; hằng số ω được gọi là tần số góc của dao động.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

1.1. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương x bắt đầu từ thời điểm $t = 0$. Đồ thị vận tốc của chất điểm ấy được cho trên hình 1-11.



Hình 1-11

Xác định tính chất của chuyển động trong các giai đoạn $(0, t_1)$; (t_1, t_2) ; (t_2, t_3).

1.2. Các chuyển động thẳng sau đây là nhanh dần, chậm dần hay đều ?

a) $x = -t^2 + 20t$.

b) $x = t^3 - 6t^2 + 20$.

(đơn vị độ dài : cm ; thời gian : s).

1.3. Từ điểm O trên mặt đất nằm ngang bắn lên một viên đạn với vận tốc nghiêng góc α so với phương ngang và có độ lớn v_0.

a) Cho trước vị trí điểm rơi là D (khoảng OD = b gọi là tầm bắn) và góc bắn là α. Xác định độ lớn vận tốc bắn v_0.

b) Cho trước vận tốc bắn v_0 và tầm bắn b, xác định góc bắn α. Chứng tỏ rằng với v_0 cho trước, tầm bắn b không thể vượt qua một giới hạn mà ta phải xác định.

Chương 2

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Động lực học nghiên cứu chuyển động của các vật và mối liên hệ của chúng với tương tác giữa các vật. Cơ sở của động lực học vĩ mô là các định luật Niutơn và nguyên lý Galilê.

§2.1. CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTƠN

Các định luật Niutơn nêu lên quan hệ giữa chuyển động của một vật với tác dụng bên ngoài và quan hệ giữa các tác dụng tương hỗ của các vật.

1. Định luật Niutơn thứ nhất (I)

Phát biểu : *Khi một chất điểm cô lập* (không chịu một tác động nào từ bên ngoài) *nếu đang đứng yên, nó sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động thì chuyển động của nó là thẳng đều.*

Chất điểm đứng yên có vận tốc $\vec{v} = 0$; *chất điểm chuyển động thẳng đều có vận tốc v không đổi* ; trong cả hai trường hợp đó, vận tốc $\vec{v}$ đều không thay đổi ; ta cũng nói *trạng thái chuyển động* của nó được bảo toàn. Vậy :

Một chất điểm cô lập bảo toàn trạng thái chuyển động của nó.

Tính chất bảo toàn trạng thái chuyển động gọi là *quán tính*, vì vậy định luật Niutơn I còn gọi là *định luật quán tính.*

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, định luật quán tính cũng đúng đối với chất điểm chịu tác dụng của các ngoại lực cân bằng nhau.

2. Định luật Niutơn thứ hai (II)

Định luật Niutơn II xét chất điểm ở trạng thái không cô lập, nghĩa là chịu tác dụng của những lực từ bên ngoài.

Phát biểu : *1. Chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của các lực có tổng hợp* $\vec{F} \neq 0$ *là một chuyển động có gia tốc.*

2. Gia tốc chuyển động của chất điểm tỉ lệ với tổng hợp lực tác dụng $\vec{F}$ *và tỉ lệ nghịch với khối lượng của chất điểm ấy :*

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m}$$

k là một hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào các đơn vị ; trong hệ SI, k = 1 và

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.1)$$

3. Phương trình cơ bản của cơ học chất điểm

Phương trình Niutơn :

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}} \qquad (2.2)$$

là phương trình cơ bản của cơ học chất điểm. Phương trình này thâu tóm cả hai định luật Niutơn I và II.

Với định luật Niutơn I :

$$\vec{F} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{a} = 0 \Rightarrow\; \vec{v} = \text{const.}$$

Với định luật Niutơn II :

$$\vec{F} \neq 0 \;\Rightarrow\; \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \neq 0.$$

4. Hệ quy chiếu quán tính

Thực nghiệm chứng tỏ rằng phương trình (2.2) chỉ nghiệm đúng đối với những hệ quy chiếu đặc biệt gọi là *hệ quy chiếu quán tính* (hệ quy chiếu Galilê).

5. Lực tác dụng lên chuyển động cong

Theo (1.8), gia tốc của chất điểm chuyển động cong phân tích ra hai thành phần :

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

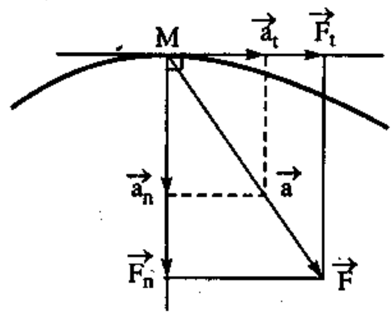
Do đó, lực tác dụng lên chất điểm :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

cũng phân tích ra hai thành phần :

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n \tag{2.3}$$

trong đó : $\vec{F}_t = m\vec{a}_t$ gọi là lực *tiếp tuyến*, lực này gây ra gia tốc tiếp tuyến, nghĩa là làm độ lớn vận tốc thay đổi ; $\vec{F}_n = m\vec{a}_n$ gọi là *lực pháp tuyến* (lực hướng tâm), lực này gây ra gia tốc pháp tuyến, nghĩa là làm cho vận tốc đổi hướng.



Hình 2-1

Nói cách khác, để cho một chất điểm chuyển động cong, điều kiện cần là phải tác dụng lên nó một *lực hướng tâm* có độ lớn bằng :

$$\boxed{F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R}} \tag{2.4}$$

6. Định luật Niutơn thứ ba (III)

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, không bao giờ có tác dụng một phía. Khi A tác dụng lên vật B thì ngược lại vật B cũng tác dụng lên vật A. Ta nói chúng tương tác với nhau.

Định luật Niutơn thứ ba xét mối liên hệ giữa các tương tác của hai vật.

Phát biểu : *Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực* $\vec{F}$ *thì chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực* $\vec{F}'$ *: hai lực* $\vec{F}$ *và* $\vec{F}'$ *tồn tại đồng thời, cùng phương, ngược chiều và cùng cường độ.*

Nói cách khác, tổng hình học các lực tương tác giữa hai chất điểm bằng 0 :

$$\vec{F} + \vec{F}' = 0$$

Chú ý, tuy tổng của hai lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ bằng 0 nhưng tác dụng của chúng không khử nhau vì *điểm đặt của chúng khác nhau.*

Trường hợp tổng quát, ta xét một hệ chất điểm cô lập, nghĩa là một hệ không chịu tác dụng của ngoại lực, trong hệ chỉ có các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ. Khi đó, nếu xét từng đôi chất điểm của hệ thì tổng hai lực tương tác giữa chúng bằng 0. Bây giờ nếu lấy tổng của tất cả các lực đó, ta được kết quả :

Tổng các nội lực của một hệ chất điểm cô lập (còn gọi là hệ kín) bằng 0.

§2.2. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ ĐỘNG LƯỢNG

Từ phương trình Niutơn, ta có thể suy ra một số phát biểu tương đương, đó là các định lý về động lượng.

1. Thiết lập các định lý về động lượng

Theo định luật Niutơn thứ hai, nếu một chất điểm khối lượng m chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$ (hay của nhiều lực, tổng hợp là $\vec{F}$) thì sẽ có gia tốc $\vec{a}$ cho bởi :

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Theo (1.11) ta có thể viết :

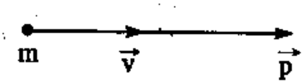
$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

hay vì m không đổi :

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \qquad (2.5)$$

Vectơ $\vec{p} = m\vec{v}$ *gọi là vectơ động lượng* của chất điểm (h.2-2). Vậy (2.5) có thể viết :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}} \qquad (2.6)$$



Hình 2-2. Vectơ động lượng

Định lý 1. *Đạo hàm động lượng của một chất điểm đối với thời gian có giá trị bằng lực (hay tổng hợp các lực) tác dụng lên chất điểm đó.*

Từ (2.6) ta suy ra :

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \tag{2.7}$$

Tích phân hai vế của (2.7) trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ứng với sự biến thiên của động lượng từ $\vec{p}_1$ đến $\vec{p}_2$, ta được :

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt \tag{2.8}$$

Theo định nghĩa, tích phân của lực $\vec{F}$ theo t từ t_1 đến t_2 gọi là *xung lượng* của $\vec{F}$ trong khoảng thời gian đó. Vậy (2.8) có thể phát biểu :

Định lý 2. *Độ biến thiên động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó có giá trị bằng xung lượng của lực (hay tổng hợp lực) tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.*

Trong trường hợp $\vec{F}$ không đổi theo thời gian, (2.8) thành :

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \tag{2.9}$$

hay

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F} \tag{2.10}$$

Theo (2.10) ta có thể phát biểu :

Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong đơn vị thời gian có giá trị bằng lực tác dụng lên chất điểm đó.

Các định lý về động lượng (2.6) và (2.8) là những phát biểu tương đương của phương trình Niutơn, nhưng ở các chương sau, khi ra khỏi phạm vi của cơ học Niutơn, ta thấy các công thức (2.5), (2.6) vẫn đúng. Vì vậy ta có thể nói rằng : Về một mặt nào đó, các định lý về động lượng tổng quát hơn các định luật Niutơn.

2. Ý nghĩa của động lượng và xung lượng

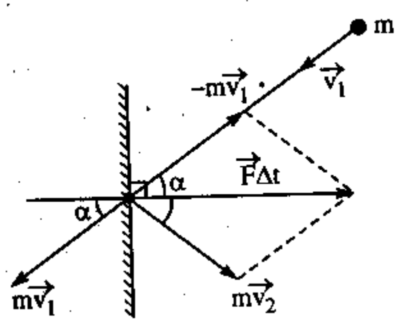
Ý nghĩa của động lượng. Như ta đã biết trong chương 1, vectơ vận tốc là một đặc trưng cơ bản của chuyển động về mặt động học. Nhưng về mặt động lực học, khi khảo sát chuyển động của các vật, ta không thể xét riêng vận tốc mà không để ý đến khối lượng của chúng, vì vận tốc có liên quan chặt chẽ với khối lượng (đối với một lực tác dụng nhất định). Nói cách khác, vận tốc không đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học. Chính động lượng, đại lượng kết hợp các khối lượng và vận tốc, mới *đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học.*

Có thể nêu một ví dụ minh hoạ điều này. Giả thiết có một quả cầu khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ đến đập thẳng vào một quả cầu khối lượng m_2 ban đầu đứng yên. Sau va chạm, giả thiết quả cầu thứ hai chuyển động với vận tốc $\vec{v}_2$. Thực nghiệm chứng tỏ rằng nói chung $\vec{v}_2 \neq \vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ không những phụ thuộc $\vec{v}_1$ mà còn phụ thuộc m_1, nói đúng hơn là phụ thuộc vào động lượng $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$ của quả cầu thứ nhất. Như thế nghĩa là sự truyền chuyển động do va chạm của quả cầu thứ nhất đến quả cầu thứ hai phụ thuộc vào động lượng của quả thứ nhất. Cụ thể, người ta thấy $\vec{v}_2$ càng lớn khi $\vec{p}_1$ càng lớn. Vậy, trong các hiện tượng va chạm, *động lượng là một đại lượng đặc trưng cho khả năng truyền chuyển động.*

Ý nghĩa của xung lượng. Xung lượng của một lực trong khoảng thời gian Δt đặc trưng cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó. Quả vậy, theo (2.8) hay (2.9) ta thấy rằng, tác dụng của lực không những phụ thuộc vào cường độ lực mà còn phụ thuộc thời gian tác dụng. Cùng một lực nhưng thời gian tác dụng lâu thì động lượng của vật biến thiên nhiều và ngược lại, nếu thời gian tác dụng rất ngắn thì dù lực lớn, động lượng cũng biến thiên ít.

Các định lý về động lượng và xung lượng thường dùng để giải quyết các bài toán va chạm.

Bài tập ví dụ : Có một quả cầu nhỏ khối lượng m chuyển động trên một mặt bàn nằm ngang đập vào một bức tường thẳng đứng với vận tốc $\vec{v}_1$ hợp với pháp tuyến của tường một góc α (h.2-3). Giả sử sự va chạm đó có tính chất đàn hồi, nghĩa là sau va chạm vận tốc $\vec{v}_2$ của quả cầu nằm



Hình 2-3. Bài toán va chạm vào tường

6VLĐẠI CƯƠNG/1 B

theo phương đối xứng với phương của vận tốc $\vec{v}_1$ qua pháp tuyến và vẫn giữ nguyên trị số ($|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1| = v$). Giả sử thời gian va chạm là Δt, hãy xác định lực $\vec{F}$ do tường tác dụng lên quả cầu khi va chạm.

Ta dùng định lý về động lượng (2.9) để xác định $\vec{F}$:

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t$$

hay

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 + (-m\vec{v}_1) \qquad (2.10a)$$

Như vậy $\vec{F}\Delta t$ là vectơ tổng hợp của hai vectơ $m\vec{v}_2$ và $-m\vec{v}_1$.

Để xác định $\vec{F}\Delta t$, ta vẽ vectơ $(-m\vec{v}_1)$ trực đối với vectơ $m\vec{v}_1$ rồi tạo hình bình hành có hai cạnh là $|m\vec{v}_2|$ và $|(-m\vec{v}_1)|$. Hình bình hành đó là một hình thoi vì $|m\vec{v}_2| = |-m\vec{v}_1| = mv$, và vectơ tổng $\vec{F}\Delta t$ nằm trên đường chéo, theo giả thiết va chạm đàn hồi, sẽ vuông góc với mặt tường và hướng ra ngoài. Để tính cường độ F của lực, ta chiếu đẳng thức vectơ (2.10a) xuống phương của lực $\vec{F}$, ta được :

$$F\Delta t = mv\cos\alpha + mv\cos\alpha = 2mv\cos\alpha$$

từ đó suy ra :

$$F = \frac{2mv\cos\alpha}{\Delta t} \qquad (2.11)$$

§2.3. ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CƠ HỌC ĐỂ KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC VẬT

Phương trình cơ bản của cơ học Niutơn

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

cho phép ta xác định gia tốc chuyển động của một chất điểm.

Trong thực tế, phương trình Niutơn được áp dụng để xét chuyển động của các vật có kích thước nhỏ hoặc chuyển động tịnh tiến của các vật rắn – được gọi chung là *các vật*.

Khâu cơ bản ở đây là xác định tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật, và trước hết phải phân tích xem vật chịu tác dụng của những ngoại lực nào. Thường các ngoại lực tác dụng lên một vật chia thành hai loại :

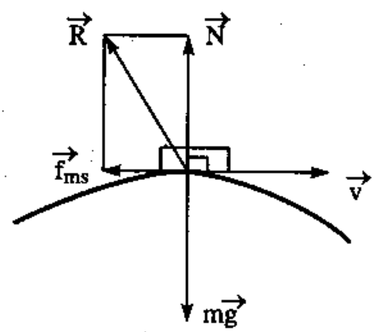
– Các lực tác dụng (hút, kéo, đẩy...) từ bên ngoài.

– Các lực liên kết.

1. Các lực liên kết

Ta ứng dụng định luật Niutơn thứ ba để khảo sát các lực liên kết, nghĩa là các lực tương tác giữa một vật đang chuyển động với các vật khác có liên kết với nó.

a) Phản lực và lực ma sát. Khi một vật chuyển động trên một mặt thì vật này tác dụng lên mặt đó một lực nén. Ngược lại theo định luật Niutơn thứ ba, mặt sẽ tác dụng lên vật một lực $\vec{R}$ gọi là phản lực của mặt.



Hình 2-4

Thực nghiệm chứng tỏ rằng trong trường hợp tổng quát, phản lực $\vec{R}$ có thể phân tích ra hai thành phần (h.2-4) :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_{ms} \qquad (2.12)$$

Thành phần $\vec{N}$ vuông góc với mặt gọi là phản lực pháp tuyến.

Thành phần $\vec{f}_{ms}$ cùng phương và ngược chiều với vận tốc gọi là lực *ma sát*, lực ma sát biểu hiện sự cản trở của mặt đối với chuyển động của vật trên mặt đó. Thực nghiệm đã chứng tỏ, nếu vận tốc v không lớn lắm thì giữa f_{ms} và N có hệ thức :

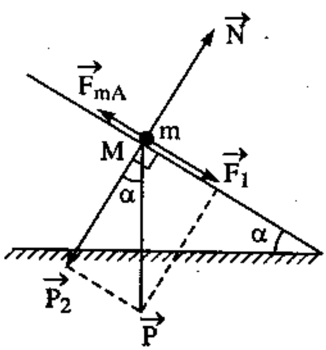
$$f_{ms} = kN \qquad (2.13)$$

trong đó k là hệ số gọi là hệ số ma sát trượt ; hệ số ma sát phụ thuộc vào bản chất của vật chuyển động và mặt, đồng thời phụ thuộc vào tính chất tiếp xúc giữa chúng. Sau đây là một vài giá trị của k.

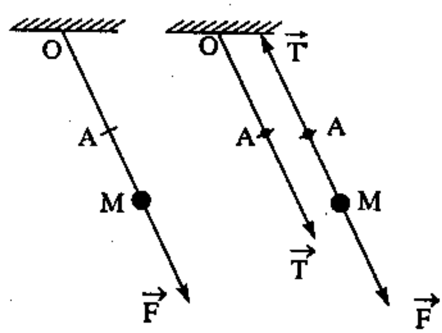
Hai mặt tiếp xúc đã mài nhẵn	*k*
Thép – thép	0,17
Sắt – sắt	0,34
Gạch – gạch	0,7
Thép – sắt	0,2 ÷ 0,4

Ví dụ : Cho một chất điểm khối lượng m trượt theo hướng đi xuống trên một mặt phẳng nghiêng một góc α với mặt phẳng ngang. Biết hệ số ma sát là k, tính lực ma sát của mặt tác dụng lên chất điểm chuyển động.

Trên hình 2-5 ta thấy rằng, phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ của mặt cân bằng với thành phần vuông góc với mặt $\vec{P}_2$ của trọng lực $\vec{P}$; $N = P_2 = P\cos\alpha = mg\cos\alpha$. Vậy theo (2.13), lực ma sát cho bởi $f_{ms} = kN = kmg\cos\alpha$.



Hình 2-5

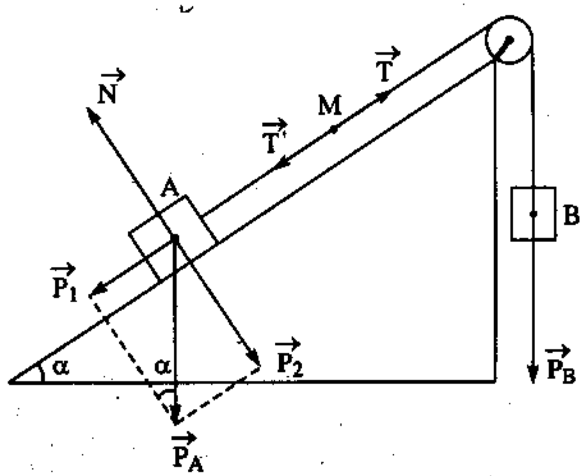


Hình 2-6

b) Lực căng. Giả sử có một vật M bị buộc vào một sợi dây, dưới tác dụng của ngoại lực $\vec{F}$ (h.2-6) vật M có một trạng thái động lực nào đó (đứng yên hay chuyển động với một gia tốc xác định) ; giả thiết rằng khi đó dây bị căng, tại những điểm trên dây sẽ xuất hiện những lực gọi là *lực căng*. Lực căng tại một điểm A trên dây là lực tương tác giữa hai nhánh của dây hai bên điểm A. Muốn xác định lực căng tại điểm A ta tưởng tượng dây bị cắt tại A ; để cho hai nhánh dây AO và AM vẫn căng và cho vật M vẫn giữ nguyên trạng thái động lực như cũ thì trên những nhánh AM, AO phải lần lượt tác dụng những lực $\vec{T}, \vec{T}'$, cùng phương, ngược chiều và cùng cường độ (định luật Niutơn III) : đó chính là các lực căng tại A. Trong các bài toán thông thường, lực căng có cường độ không đổi dọc theo một sợi dây.

2. Các ví dụ khảo sát chuyển động

Ví dụ 1. Xác định gia tốc chuyển động của hệ hai vật A, B và sức căng của dây kéo hai vật đó (h.2-7), hai vật lần lượt có khối lượng m_A, m_B. Vật A trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc α với phương nằm ngang, khối lượng ròng rọc và dây căng không đáng kể, dây không co giãn.



Hình 2-7

Bài giải. Phân tích ngoại lực tác dụng lên hệ :

– Trọng lực $\vec{P}_B$ của vật B.

– Trọng lực $\vec{P}_A$ của vật A.

– Phản lực pháp tuyến N của mặt phẳng nghiêng tác dụng lên vật A.

Trọng lực $\vec{P}_A$ phân tích ra 2 thành phần :

$$\vec{P}_A = \vec{P}_1 + \vec{P}_2,$$

trong đó $\vec{P}_2$ vuông góc với mặt phẳng nghiêng, triệt tiêu với phản lực pháp tuyến $\vec{N}$:

$$\vec{P}_2 + \vec{N} = 0$$

Vậy, các ngoại lực tác dụng lên hệ A + B còn lại là $\vec{P}_B$ và $\vec{P}_1$, do tác dụng của ròng rọc, hai lực $\vec{P}_B$ và $\vec{P}_1$ tác dụng lên hệ *cùng phương* nhưng *ngược chiều*. Ta so sánh độ lớn của hai lực đó :

$$P_B = m_B g \; ; \qquad P_1 = P_A \sin\alpha = m_A g \sin\alpha.$$

Nếu $m_B g > m_A g\sin\alpha$ nghĩa là $\frac{m_B}{m_A} > \sin\alpha$ thì gia tốc của hệ theo hướng $\vec{P}_B$ và có độ lớn :

$$a = \frac{(m_B - m_A \sin\alpha)g}{m_B + m_A}$$

Nếu $\frac{m_B}{m_A} < \sin\alpha$ thì gia tốc của hệ theo hướng $\vec{P}_1$ và có độ lớn

$$a = \frac{(m_A \sin\alpha - m_B)g}{m_B + m_A}$$

Ta tính sức căng của dây A :

Xét một điểm M (thực nghiệm chứng tỏ nếu khối lượng ròng rọc không đáng kể, sức căng của dây có độ lớn như nhau tài mọi điểm trên dây), muốn tính sức căng tại M ta tưởng tượng dây bị cắt tại đó. Muốn cho dây căng đảm bảo cho hai vật A, B vẫn chuyển động với gia tốc a như cũ, ta phải tác dụng lên hai nhánh của dây ở M những sức căng $\vec{T}$ và $\vec{T}'$ (cùng độ lớn, ngược chiều nhau), khi đó xét riêng vật A thì lực tác dụng lên A gồm $\vec{P}_1$ và $\vec{T}$.

Phương trình cơ bản của cơ học áp dụng đối với vật A là

$$m_A \vec{a} = \vec{P}_1 + \vec{T}.$$

Xét trường hợp $\vec{a}$ hướng theo $\vec{P}_1$, khi đó

$$m_A a = P_1 - T = m_A g \sin\alpha - T$$

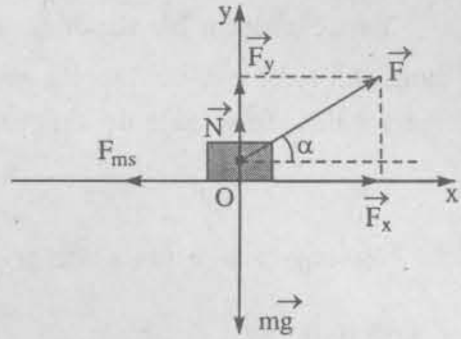
suy ra : $$T = g m_A \sin\alpha - m_A a.$$

Trong biểu thức của T thay a bằng biểu thức của nó ta tìm được

$$T = \frac{m_A m_B (1 + \sin\alpha) g}{m_A + m_B}$$

Kết quả này vẫn đúng khi $\vec{a}$ hướng theo $\vec{P}_B$.

Ví dụ 2. Một vật đặt trên một mặt ngang (hệ số ma sát trượt là k) được kéo bằng lực $\vec{F}$ không đổi ; hướng của $\vec{F}$ nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang. Xác định cường độ F để kéo vật chuyển động thẳng đều.



Bài giải. Vật chịu tác dụng của bốn lực $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{ms}$ và $\vec{F}$. Vật chuyển động thẳng đều nên :

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = \vec{0}$$

Chọn hai trục toạ độ là Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng hướng lên ; chiếu đẳng thức vectơ trên lần lượt lên hai trục Ox và Oy ta được :

$$\begin{cases} 0 + 0 - F_{ms} + F\cos\alpha = 0 \\ -mg + N + 0 + F\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

Từ đó suy ra
$$\begin{cases} F_{ms} = F\cos\alpha \\ N = mg - F\sin\alpha \end{cases}$$

Thay vào hệ thức $F_{ms} = kN$ ta được

$$F\cos\alpha = k(mg - F\sin\alpha)$$

$$F = \frac{kmg}{\cos\alpha + k\sin\alpha}$$

§2.4. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Định lý về động lượng (2.5), (2.6)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \qquad (2.5,6)$$

là một trong những định luật cơ bản của cơ học chất điểm. Trong nhiều trường hợp (nhất là khi xét chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của một trường lực xuyên tâm) người ta diễn tả định luật trên đây dưới dạng khác, đó là định lý về momen động lượng.

1. Momen của một vectơ đối với một điểm

Cho một vectơ $\vec{V} = \overrightarrow{MA}$ gốc tại M và một điểm O cố định trong không gian (h.2-8). Theo định nghĩa : momen của $\vec{V}$ đối với O là một vectơ ký hiệu là $\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V})$ xác định bởi :

$$\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{V} = \vec{r} \wedge \vec{V} \qquad (2.14)$$

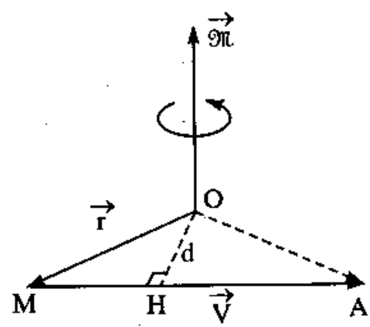
Theo định nghĩa của tích vectơ, momen $\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V})$ là một vectơ có :

– Gốc tại O.

– Phương vuông góc mặt phẳng xác định bởi O và $\vec{V}$.

– Chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ $\overrightarrow{OM}$ sang $\overrightarrow{MA}$.

– Độ lớn bằng hai lần diện tích tam giác OMA.



Hình 2-8

Nếu OH = d là khoảng cách từ O đến MA thì

$$|\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V})| = d.MA \qquad (2.15)$$

Tính chất

a) $\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}) = 0$ khi $\vec{V} = 0$ hay khi $d = 0$, nghĩa là V có phương đi qua O.

b) Momen của một vectơ đối với O là một hàm tuyến tính của vectơ đó :

$$\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = \vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}_1) + \vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}_2)$$

$$\vec{\mathfrak{M}}/_O(\lambda\vec{V}) = \lambda\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V})$$

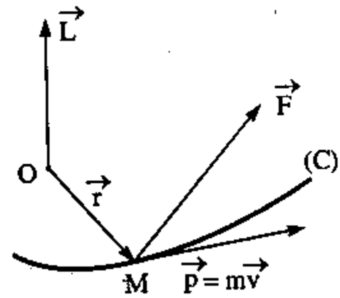
c) Khi hai vectơ $\vec{V}_1$ và $\vec{V}_2$ cùng phương ngược chiều và cùng độ lớn

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 0$$

thì $\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}_1) + \vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{V}_2) = 0$.

2. Định lý về momen động lượng

Xét một chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo (C) dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ (h.2-9). Theo (2.5, 2.6) đạo hàm của vectơ động lượng $\vec{p} = m\vec{v}$ của chất điểm $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$.



Hình 2-9

Nhân hữu hướng hai vế của phương trình này với $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ (O là điểm cố định, chọn làm gốc toạ độ)

$$\vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F}.$$

Chú ý rằng vế đầu có thể viết :

$$\vec{r} \wedge \frac{(dm\vec{v})}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{p})$$

vì
$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

trong đó

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} = 0 \text{ vì } \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \,/\!/\, m\vec{v}.$$

Vậy ta có thể viết

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{p}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \tag{2.16}$$

Trong phương trình trên,

$\vec{r} \wedge \vec{p}$ = momen đối với O của vectơ động lượng $\vec{p}$, được gọi là vectơ momen động lượng của chất điểm đối với O, ký hiệu $\vec{L}$,

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

Còn tích hữu hướng $\vec{r} \wedge \vec{F}$ = momen của lực $\vec{F}$ đối với O = $\overrightarrow{\mathcal{M}}/_O(\vec{F})$.

Phương trình (2.16) có thể viết :

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F})} \tag{2.17}$$

Định lý về momen động lượng : Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng đối với O của một chất điểm chuyển động bằng tổng momen đối với O của các lực tác dụng lên chất điểm.

Hệ quả : Trong trường hợp chất điểm chuyển động luôn luôn chịu tác dụng của một lực xuyên tâm (phương của lực tác dụng $\vec{F}$ luôn luôn đi qua O cố định) thì :

$$\vec{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F}) \text{ luôn luôn} = 0$$

do đó $$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \ \Rightarrow \ \vec{L} = \text{không đổi.}$$

Nói riêng, phương của vectơ $\vec{L}$ không thay đổi theo thời gian, nhưng $\vec{L}$ luôn luôn vuông góc với mặt phẳng tạo bởi O và vectơ $\vec{p} = m\vec{v}$. Nói cách khác mặt phẳng chứa O và $\vec{p} = m\vec{v}$ là một mặt phẳng cố định, nghĩa là *chất điểm M luôn luôn chuyển động trong một mặt phẳng cố định.*

3. Trường hợp chuyển động tròn

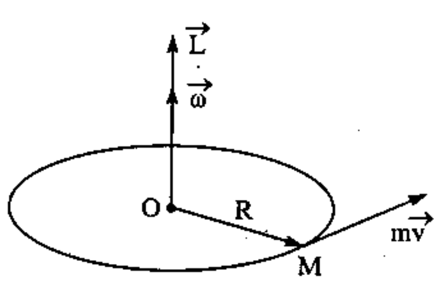
Momen động lượng $\vec{L}$ của chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo tròn (O, R) có thể tính như sau

$|\vec{L}| = OM.mv = Rmv$

$|\vec{L}| = (mR^2)\omega$; $(v = R\omega)$

Đặt $mR^2 = I$ (2.18)

I được gọi là momen quán tính của chất điểm đối với O, ta có $|\vec{L}| = I\omega$, chú ý rằng vận tốc góc ω cũng được biểu diễn bằng một vectơ $\vec{\omega}$, vectơ này theo cách xác định ở trên, có cùng phương chiều với $\vec{L}$, do đó ta có thể viết



Hình 2-10

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{2.19}$$

Vectơ momen động lượng $\vec{L}$ của một chất điểm chuyển động tròn bằng tích của momen quán tính của chất điểm với vectơ vận tốc góc của chất điểm ấy.

Mặt khác theo (2.3), lực tác dụng $\vec{F}$ có thể phân tích ra hai thành phần :

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

trong đó lực $\vec{F}_n$ luôn luôn hướng tâm. Vậy :

$$\overrightarrow{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F}_n) = 0$$

nghĩa là $\overrightarrow{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F}) = \overrightarrow{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F}_t)$.

Vậy định lý về momen động lượng (2.17) đối với chất điểm chuyển động tròn, có dạng :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \overrightarrow{\mathfrak{M}}_{/O}(\vec{F}_t) \qquad (2.20)$$

Bài tập ví dụ

Ví dụ 3. Khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất là $3{,}82.10^8$m. Chu kì quay của Mặt Trăng xung quanh Trái Đất là 27,3 ngày ; khối lượng Mặt Trăng là $7{,}36.10^{22}$kg. Xác định :

a) Tần số và tần số góc trong chuyển động tròn của Mặt Trăng.

b) Gia tốc hướng tâm và lực hướng tâm trong chuyển động tròn của Mặt Trăng.

c) Momen động lượng trong chuyển động tròn của Mặt Trăng.

Giải.

a) $f = \dfrac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$

b) $a_n = \omega^2 R$.

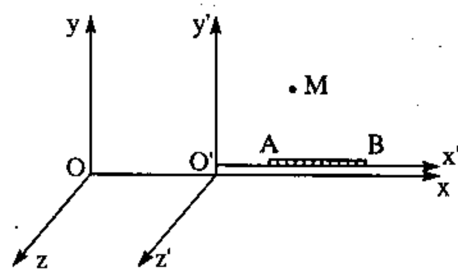
$F_n = m\omega^2 R$.

c) $L = (mR^2)\omega$.

§2.5. CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI VÀ NGUYÊN LÝ GALILÊ

1. Không gian và thời gian theo cơ học cổ điển

Cơ học cổ điển xây dựng trên cơ sở những quan điểm của Niutơn về không gian, thời gian và chuyển động. Để cụ thể, chúng ta hãy xét hai hệ toạ độ : Hệ Oxyz đứng yên, hệ O'x'y'z' chuyển động với vận tốc V so với hệ O. Để đơn giản, ta giả thiết chuyển động của hệ O' thực hiện sao cho O'x' luôn luôn trượt dọc theo Ox ; O'y' song song và cùng chiều với Oy ; O'z' song song và cùng chiều với Oz (h.2-11). Với mỗi hệ toạ độ, ta gắn vào một đồng hồ để chỉ thời gian. Ta hãy xét một điểm M bất kì : Tại thời điểm t chỉ bởi đồng hồ của hệ O, M có toạ độ trong hệ O là x, y, z ; các toạ độ thời gian và không gian tương ứng của M trong hệ O' là t', x', y', z'. Theo các quan điểm của Niutơn :



Hình 2-11

a) Thời gian chỉ bởi các đồng hồ trong hai hệ O và O' là như nhau :

$$t = t' \qquad (2.21)$$

Nói cách khác : *Thời gian có tính tuyệt đối không phụ thuộc hệ quy chiếu.*

Cũng có thể nói thêm rằng *khoảng thời gian của một quá trình, một biến cố có tính tuyệt đối,* không phụ thuộc hệ quy chiếu.

b) Vị trí của M trong không gian được xác định tuỳ theo hệ quy chiếu. Cụ thể là các toạ độ không gian của M phụ thuộc hệ quy chiếu, rõ ràng theo hình (2-11) ta có :

$$x = x' + \overline{OO'},\ y = y',\ z = z' \qquad (2.22)$$

Như vậy : *Vị trí không gian có tính tương đối, phụ thuộc hệ quy chiếu.* Do đó : *Chuyển động có tính tương đối, phụ thuộc hệ quy chiếu.*

c) Khoảng cách giữa hai điểm bất kì trong không gian là một đại lượng không phụ thuộc hệ quy chiếu. Giả thiết có một cái thước AB đặt dọc theo trục O'x', gắn liền với hệ O'. Chiều dài của thước đo trong hệ O' cho bởi :

$$l_0 = x_B' - x_A'$$

Chiều dài của thước đo trong hệ O cho bởi :

$$l = x_B - x_A$$

nhưng theo (2.22) :

$$x_A = \overline{OO'} + x_A'$$

$$x_B = \overline{OO'} + x_B'$$

do đó $$x_B - x_A = x_B' - x_A'$$

nghĩa là : $$l = l_0$$

Nói cách khác : *Khoảng cách không gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ quy chiếu.*

Chúng ta xét một trường hợp riêng : Chuyển động của hệ O' là thẳng và đều. Nếu tại t = 0, O' trùng với O thì :

$$\overline{OO'} = Vt$$

Theo (2.21) và (2.22) ta suy ra :

$$x = x' + Vt', \ y = y', \ z = z', \ t = t' \tag{2.23}$$

và ngược lại :

$$x' = x - Vt, \ y' = y, \ z' = z, \ t' = t \tag{2.24}$$

Các công thức (2.23) và (2.24) gọi là các phép *biến đổi Galilê* ; chúng cho ta cách chuyển các toạ độ không gian, thời gian từ hệ quy chiếu O' sang hệ quy chiếu O và ngược lại.

2. Tổng hợp vận tốc và gia tốc

Vì chuyển động có tính tương đối, nên vận tốc và gia tốc chuyển động của một chất điểm phụ thuộc hệ quy chiếu. Chúng ta hãy tìm những công thức liên hệ vận tốc và gia tốc của một chất điểm M đối với hai hệ toạ độ Oxyz và O'x'y'z' khác nhau. Giả thiết hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến đối với hệ Oxyz, sao cho ta luôn luôn có :

$$O'x' \uparrow\uparrow Ox ; \ O'y' \uparrow\uparrow Oy ; \ O'z' \uparrow\uparrow Oz.$$

Đặt $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$; $\overrightarrow{O'M} = \vec{r}'$, theo hình (2.11) ta có :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$$

hay
$$\vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'} \qquad (2.25)$$

Ta đạo hàm hai vế của (2.25) đối với thời gian t :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d(\overrightarrow{OO'})}{dt} \qquad (2.26)$$

Ta thấy rằng theo (1.8) và (2.21)

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} =$ vectơ vận tốc của M đối với hệ O ;

$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{v}' =$ vectơ vận tốc của M đối với hệ O' ;

$\frac{d(\overrightarrow{OO'})}{dt} = \vec{V} =$ vectơ vận tốc tịnh tiến của hệ O' đối với hệ O.

Như vậy (2.26) thành

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}} \qquad (2.27)$$

Vectơ vận tốc của một chất điểm đối với một hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vectơ vận tốc của chất điểm đó đối với hệ quy chiếu O' chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu O và vectơ vận tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu O' đối với hệ quy chiếu O.

Lấy đạo hàm (2.27) theo t ta được

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

hay
$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}} \qquad (2.28)$$

trong đó

$\vec{a}$ là gia tốc của M đối với hệ O ;

$\vec{a}'$ là gia tốc của M đối với hệ O' ;

$\vec{A}$ là gia tốc tịnh tiến của hệ O' đối với hệ O.

Vậy :

Vectơ gia tốc của một chất điểm đối với hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vectơ gia tốc của chất điểm đó đối với hệ quy chiếu O' chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu O và vectơ gia tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu O' đối với hệ quy chiếu O.

Công thức (2.27) và (2.28) gọi là các công thức tổng hợp vận tốc và gia tốc.

3. Nguyên lý tương đối Galilê

Bây giờ chúng ta hãy xét chuyển động của một hệ chất điểm trong hai hệ quy chiếu khác nhau : Hệ Oxyz quy ước là đứng yên, hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến đối với hệ Oxyz. Ta giả thiết rằng hệ O là một hệ quán tính, trong đó các định luật Niutơn được thoả mãn. Như vậy phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O cho bởi định luật Niutơn là :

$$m\vec{a} = \vec{F} \tag{2.29}$$

$\vec{a}$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O, $\vec{F}$ là tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm.

Gọi $\vec{a}'$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O', theo (2.28) ta có :

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

trong đó $\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ O' đối với hệ O.

Nếu hệ O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O thì $\vec{A} = 0$ và

$$\vec{a} = \vec{a}' \tag{2.30}$$

Vậy (2.29) có thể viết :

$$m\vec{a}' = \vec{F} \tag{2.31}$$

Đó là phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O' : phương trình này cùng một dạng như (2.29). Nói cách khác định luật Niutơn cũng thoả mãn trong hệ O', kết quả hệ O' cũng là một hệ quán tính. Ta có thể phát biểu như sau :

Mọi hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với một hệ quy chiếu quán tính cũng là hệ quy chiếu quán tính ; hay là :

Các định luật Niutơn được nghiệm đúng trong hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ quy chiếu quán tính.

Điều đó có nghĩa là :

Các phương trình động lực học Niutơn trong các hệ quy chiếu quán tính có dạng như nhau.

Đó là những cách phát biểu khác nhau của nguyên lý tương đối Galilê. Vì các phương trình động lực học là cơ sở để mô tả và khảo sát các hiện tượng cơ học nên ta cũng có thể phát biểu :

Các hiện tượng, các quá trình cơ học trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau đều xảy ra giống nhau.

Do đó nếu có người quan sát và thí nghiệm các hiện tượng, các quá trình cơ học trong một hệ quy chiếu quán tính nào đó thì người đó sẽ không thể phát hiện được hệ quy chiếu đó đứng yên hay chuyển động thẳng đều, vì trong cả hai trường hợp những kết quả thu được giống nhau.

4. Lực quán tính

Bây giờ ta hãy xét các định luật động lực học trong một hệ quy chiếu O_1 tịnh tiến có gia tốc $\vec{A}$ đối với hệ quy chiếu quán tính O. Gọi $\vec{a}_1$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O_1 thì :

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{A}$$

nhân hai vế với m :

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{A}$$

vì O là hệ quy chiếu quán tính nên trong đó định luật Niutơn nghiệm đúng

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

do đó :

$$\vec{F} = m\vec{a}_1 + m\vec{A}$$

hay :

$$\boxed{m\vec{a}_1 = \vec{F} + (-m\vec{A})} \qquad (2.32)$$

ta thấy phương trình này không cùng dạng như (2.29), nói cách khác, khi khảo sát chuyển động chất điểm trong một hệ O_1 tịnh tiến có gia tốc đối với hệ quán tính O, ngoài các lực tác dụng lên chất điểm phải kể thêm lực $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$.

Lực $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ gọi là *lực quán tính*. Hệ quy chiếu O_1 gọi là *hệ quy chiếu không quán tính*. Phương trình động lực của chất điểm trong hệ O_1 được viết là :

$$m\vec{a}_1 = \vec{F} + \vec{F}_{qt} \tag{2.33}$$

Như vậy, lực quán tính là một lực ảo, chỉ quan sát được trong hệ quy chiếu không quán tính. Lực quán tính luôn luôn *cùng phương* và *ngược chiều với gia tốc chuyển động của hệ quy chiếu không quán tính.*

Nhờ khái niệm lực quán tính, ta có thể giải thích nhiều hiện tượng trong thực tế, chẳng hạn như giải thích hiện tượng tăng trọng lượng trong con tàu vũ trụ lúc xuất phát.

Lúc xuất phát, con tàu bay thẳng lên, nhanh dần với gia tốc $\vec{A}$ hướng về phía trên. Đối với Trái Đất (coi như hệ quán tính) con tàu là một hệ quy chiếu không quán tính. Một người khối lượng m ở trong con tàu sẽ chịu tác dụng của hai lực : Trọng lực $m\vec{g}$ hướng xuống dưới và lực quán tính $-m\vec{A}$ cũng hướng xuống dưới (vì $\vec{A}$ hướng lên trên). Vậy lực tổng hợp tác dụng lên người

$$m\vec{g} + (-m\vec{A})$$

có cường độ lớn hơn trọng lượng mg của người đó. Ta nói rằng người ở trong trạng thái tăng trọng lượng.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

2.1. Vật nhỏ đặt không vận tốc đầu trên đỉnh một mặt phẳng tạo góc α so với mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát trượt trên mặt dốc phải thoả mãn điều kiện gì để :

a) Vật nằm yên ?

b) Vật chuyển động thẳng đều ?

c) Vật đi xuống có gia tốc ?

2.2. Ôtô khối lượng m đi lên một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang (hệ số ma sát trượt là k). Xác định lực kéo của động cơ ôtô khi :

a) Ôtô chuyển động thẳng đều.

b) Ôtô lên dốc nhanh dần với gia tốc $a = \frac{1}{20}g$.

2.3. Tính tỉ số các momen động lượng của Trái Đất và Sao Kim ; cho biết các số liệu tỉ đối sau đây của hai hành tinh đó trong chuyển động xung quanh Mặt Trời.

	Chu kỳ quay	Khoảng cách đến bề mặt Mặt Trời	Khối lượng
Trái Đất	1	150	1
Sao Kim	0,615	108	0,815

2.4. Một hòn bi nhỏ khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v_1}$ trên mặt phẳng ngang không ma sát đến va chạm vào một bức tường thẳng đứng, theo hướng vuông góc với tường. Sau va chạm hòn bi bắn ra với vận tốc $\vec{v_2}$ có độ lớn $v_2 = \frac{3}{4}v_1$. Xác định xung lượng của lực do bức tường tác dụng lên hòn bi trong quá trình va chạm.

2.5. Một người khối lượng m = 60kg đứng trong một thang máy đang đi xuống với gia tốc $\vec{a} = \lambda\vec{g}$. Xác định lực tổng hợp tác dụng lên người đó trong các trường hợp :

a) $\lambda = \frac{1}{20}$

b) $\lambda = -\frac{1}{20}$

c) $\lambda = 1$ (rơi tự do).

Các phép tính thực hiện trong hệ quy chiếu gắn với thang máy.

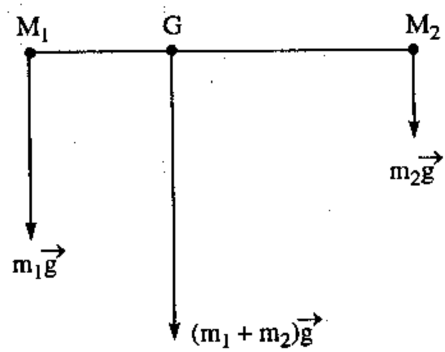
Chương 3

ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM
ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

§3.1. KHỐI TÂM

1. Định nghĩa

Giả thiết có một hệ gồm hai chất điểm M_1 và M_2 khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 đặt trong trọng trường đều. Trọng lực tác dụng lên các chất điểm M_1 và M_2 là hai vectơ $m_1\vec{g}$ và $m_2\vec{g}$ song song cùng chiều (h.3-1). Điểm đặt của tổng hợp hai trọng lực đó là một điểm G nằm trên M_1M_2 sao cho :



Hình 3-1. Khối tâm

$$\frac{\overline{M_1G}}{\overline{M_2G}} = -\frac{m_2g}{m_1g} = -\frac{m_2}{m_1}$$

hay :
$$m_1\overline{M_1G} + m_2\overline{M_2G} = 0.$$

Ta có thể viết đẳng thức trên dưới dạng vectơ sau :

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} = 0 \qquad (3.1)$$

Điểm G thỏa mãn (3.1) được gọi là *khối tâm* của hệ hai chất điểm M_1M_2.

Trong trường hợp tổng quát, ta định nghĩa khối tâm của một hệ như sau :

Khối tâm của một hệ chất điểm M_1, M_2, ..., M_n lần lượt có khối lượng m_1, m_2, ..., m_n là một điểm G xác định bởi đẳng thức :

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} + ... + m_n\overrightarrow{M_nG} = 0$$

hay $$\boxed{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{M_iG} = 0} \qquad (3.2)$$

Ta hãy xác định toạ độ của khối tâm G đối với một gốc toạ độ O nào đó. Ta có :

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_iG} \qquad (3.3)$$

Nhân hai vế của (3.3) với m_i ($i = 1, 2, ..., n$) rồi cộng các phương trình nhận được vế với vế từ 1 đến n ta được :

$$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i} + \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{M_iG}$$

hay theo (3.2) : $$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i}$$

từ đó suy ra vị trí của khối tâm :

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}} \qquad (3.4)$$

Ghi chú :

1) Theo những kết quả trên đây, ta thấy khối tâm của một hệ cũng là điểm đặt của trọng lực tác dụng lên hệ đó. Vì vậy, khối tâm của hệ cũng được coi là *trọng tâm*. Kết quả này *chỉ đúng khi hệ nằm trong một trọng trường đều*, nghĩa là vectơ gia tốc trọng trường $\vec{g}$ là như nhau tại mọi nơi.

2) Trong những trường hợp đặc biệt, nếu hệ có một tâm đối xứng thì khối tâm của hệ chính là tâm đối xứng ấy ; nếu hệ có một trục đối xứng thì khối tâm của hệ nằm trên trục đối xứng ấy.

Bài tập. Xác định khối tâm của :

a) Vật rắn đồng chất hình cầu, hình trụ, hình lập phương, hình hộp.

b) Vật rắn phẳng không đồng chất hình đĩa tròn, hình bình hành, hình tam giác, hình thang.

2. Vận tốc của khối tâm

Ta hãy tính vận tốc $\vec{V}$ của khối tâm.

Ta có

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt}$$

hay theo (3.4) :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{\sum\limits_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum\limits_i m_i}$$

trong đó : $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i$ = vectơ vận tốc của chất điểm M_i.

Vậy : $$\vec{V} = \frac{\sum\limits_i m_i \vec{v}_i}{\sum\limits_i m_i} \tag{3.5}$$

nhưng $\sum\limits_i m_i \vec{v}_i = \sum\limits_i \vec{p}_i$ = tổng động lượng $\vec{p}$ của hệ, do đó vận tốc khối tâm cho bởi :

$$\vec{V} = \frac{\vec{p}}{\sum\limits_i m_i} \tag{3.6}$$

Từ (3.6) ta suy ra :

$$\vec{p} = \left(\sum_i m_i\right)\vec{V} \tag{3.7}$$

Vậy, *tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ, có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.*

3. Phương trình chuyển động của khối tâm

Giả thiết các chất điểm $M_1, M_2, ..., M_n$ của hệ lần lượt chịu tác dụng của những lực :

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$$

và chuyển động với những vectơ gia tốc :

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$$

thỏa mãn các phương trình :

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 \; ; \; m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2 \; ; \; ... \; ; \; m_a\vec{a}_n = \vec{F}_n \tag{3.8}$$

Muốn tìm phương trình chuyển động của khối tâm, ta đạo hàm (3.5) theo t :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_i m_i} \tag{3.9}$$

hay :

$$\left(\sum_i m_i\right)\frac{d\vec{V}}{dt} = \sum_i m_i\vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

hay :

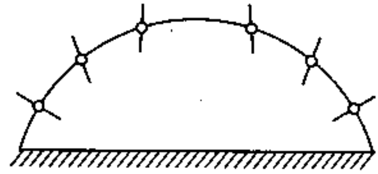
$$\left(\sum_i m_i\right)\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \tag{3.10}$$

trong đó $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ là vectơ gia tốc của khối tâm. Từ (3.10) ta kết luận rằng :

Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.

Chú thích. Trong (3.10), vế phải chỉ là tổng hợp các ngoại lực tác dụng vì theo định luật Niutơn thứ ba, tổng hợp các nội lực tương tác của hệ bằng 0.

Chuyển động khối tâm của một hệ được gọi là *chuyển động toàn thể* của hệ. Ví dụ : Ném một cái thước lên cao ; khối tâm của thước sẽ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng của thước, chịu tác dụng lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên thước, nghĩa là chịu tác dụng của trọng lực. Đó chính là chuyển động của một chất điểm trong trọng trường đều, quỹ đạo là một parabol (h.3-2).



Hình 3-2. Chuyển động của khối tâm

§3.2. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

1. Thiết lập

Đối với một hệ chất điểm chuyển động, ta có định lý về động lượng

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}$$

trong đó $\vec{F}$ là *tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ* (vì theo định luật Niutơn III, tổng các nội lực tương tác trong hệ bằng 0).

Nếu hệ ta đang xét là một hệ cô lập, nghĩa là $\vec{F} = 0$ thì

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = 0$$

nghĩa là

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = \overrightarrow{const} \tag{3.11}$$

Phát biểu : *Tổng động lượng của một hệ cô lập là một đại lượng bảo toàn.* Mặt khác, ta biết rằng, vận tốc chuyển động của khối tâm của hệ theo (3.5) cho bởi

$$\vec{V} = \frac{\sum_i m_i\vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

Vậy đối với một hệ chất điểm cô lập

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{const}} \tag{3.12}$$

Khối tâm của một hệ cô lập hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

2. Bảo toàn động lượng theo phương

Trong trường hợp một hệ chất điểm không cô lập, nghĩa là $\vec{F} \neq 0$, nhưng hình chiếu của $\vec{F}$ lên một phương x nào đó *luôn luôn* bằng 0, thì nếu chiếu phương trình vectơ

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}$$

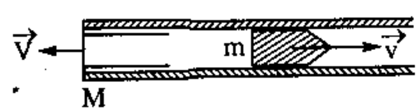
lên phương x ta được

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} + ... + m_xv_{nx} = \text{const} \tag{3.11a}$$

khi đó *hình chiếu của tổng động lượng của hệ lên phương x là một đại lượng bảo toàn.*

3. Ứng dụng

a) Giải thích hiện tượng súng giật lùi (h.3-3)



Hình 3-3

Giả sử có một khẩu súng khối lượng M đặt trên giá nằm ngang, trong nòng súng có một viên đạn khối lượng m. Nếu không có ma sát thì tổng ngoại lực tác dụng lên hệ (súng + đạn) tức là tổng hợp của trọng lượng (súng + đạn) và phản lực pháp tuyến của giá sẽ triệt tiêu, do đó tổng động lượng của hệ bảo toàn. Trước khi bắn, tổng động lượng của hệ bằng 0. Khi bắn, đạn bay về phía trước với vận tốc $\vec{v}$, súng giật lùi về phía sau với vận tốc $\vec{V}$. Động lượng của hệ sau khi bắn sẽ là $m\vec{v} + M\vec{V}$. Vì động lượng của hệ bảo toàn nên :

Động lượng của hệ sau khi bắn bằng động lượng của hệ trước khi bắn

$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0$$

Do đó $\vec{V} = -\dfrac{m\vec{v}}{M}$

Dấu – chứng tỏ $\vec{V}$ ngược chiều $\vec{v}$. Ta thấy rằng, về giá trị V tỉ lệ thuận với m và tỉ lệ nghịch với M.

b) Chuyển động phản lực

Định luật Niutơn thứ ba cũng như định luật bảo toàn động lượng là cơ sở để giải thích các chuyển động phản lực. Chúng ta hãy vận dụng các định luật đó để khảo sát chuyển động phản lực của các tên lửa.

Giả thiết có một vật chứa hỗn hợp khí nóng, ban đầu đứng yên. Nếu hỗn hợp khí được phụt ra phía sau thì theo định luật bảo toàn động lượng, vật sẽ tiến lên phía trước. Đó là nguyên tắc chuyển động của tên lửa. Ta gọi khối lượng tổng cộng ban đầu của tên lửa là M_0. Trong quá trình chuyển động, tên lửa luôn luôn phụt khí ra phía sau, khối lượng của nó giảm dần, vận tốc của nó tăng dần.

Ta hãy xác định vận tốc $\vec{v}$ của tên lửa tại một thời điểm t, khối lượng của nó là M. Động lượng tên lửa lúc đó là $\vec{p}_1 = M\vec{v}$. Tại thời điểm tiếp theo t + dt (dt > 0) khối lượng tên lửa là M + dM (dM < 0) và lúc đó tên lửa phục ra khối khí bằng $dM_{ph} = -dM$ (> 0). Giả sử vận tốc phụt khí đối với tên lửa luôn luôn không đổi bằng $\vec{u}$ thì vận tốc phụt khí đối với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là $\vec{v} + \vec{u}$. Động lượng của hệ sau khi phụt khí là

$$\vec{p}_2 = dM_{ph}(\vec{v} + \vec{u}) + (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v})$$
$$= -dM(\vec{v} + \vec{u}) + (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v})$$

Giả sử không có thành phần lực tác dụng theo phương chuyển động của tên lửa, định luật bảo toàn động lượng cho ta

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1$$
$$(-dM)(\vec{v} + \vec{u}) + (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v}) = M\vec{v}$$

Khai triển các phép tính và bỏ qua đại lượng vô cùng bé bậc hai $dMd\vec{v}$, ta được :

$$Md\vec{v} = +\vec{u}dM$$
$$d\vec{v} = +\vec{u}\frac{dM}{M}$$

Tích phân hai vế của phương trình trên từ t = 0, vận tốc bằng $\vec{0}$ đến t > 0 vận tốc bằng $\vec{v}$, ta được

$$\vec{v} = +\vec{u}\ln\frac{M_0}{M} \tag{3.13}$$

hay
$$v \equiv |\vec{v}| = |\vec{u}|\ln\frac{M_0}{M}$$

Công thức (3.13) gọi là công thức Xiôncôpxki. Theo công thức này, muốn cho vận tốc tên lửa lớn thì vận tốc phụt khí (đối với tên lửa) $|\vec{u}|$ phải lớn và tỉ số $\frac{M_0}{M}$ cũng phải lớn.

§3.3. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Vật rắn là một hệ chất điểm, trong đó khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn không đổi. Chuyển động của một vật rắn nói chung phức tạp, nhưng người ta chứng minh được rằng, mọi chuyển động của vật rắn bao giờ cũng có thể quy về hai chuyển động cơ bản là chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

1. Chuyển động tịnh tiến

Khi một vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của nó chuyển động theo những quỹ đạo giống nhau ; tại mỗi thời điểm, các chất điểm của vật rắn tịnh tiến đều có cùng vectơ vận tốc và vectơ gia tốc. Giả thiết $\vec{a}$ là vectơ gia tốc chung của các chất điểm M_1, M_2, M_3, ..., M_i... của vật rắn, các chất điểm này lần lượt có khối lượng m_1, m_2, m_3, ..., m_i ... và lần lượt chịu các ngoại lực tác dụng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, ..., \vec{F}_i$ ...... Theo phương trình Niutơn ta có

$$\begin{aligned} m_1\vec{a} &= \vec{F}_1 \\ m_2\vec{a} &= \vec{F}_2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ m_i\vec{a} &= \vec{F}_i \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{3.14}$$

Các phương trình đó chứng tỏ những ngoại lực tác dụng lên vật rắn $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2, ..., \vec{F}_i$ ... song song và cùng chiều : đó là điều kiện cần để một vật rắn chuyển động tịnh tiến. Cộng các phương trình (3.14) vế với vế :

$$\left(\sum_i m_i\right)\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \tag{3.15}$$

Đó là phương trình chuyển động của vật rắn tịnh tiến ; nó giống như phương trình chuyển động của một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng tổng cộng của vật rắn và chịu tác dụng một lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên vật rắn. Dễ dàng thấy rằng, đó cũng là phương trình chuyển động của khối tâm vật rắn. Như vậy, muốn khảo sát chuyển động tịnh tiến của một vật rắn, ta chỉ cần xét chuyển động của khối tâm của nó.

2. Chuyển động quay

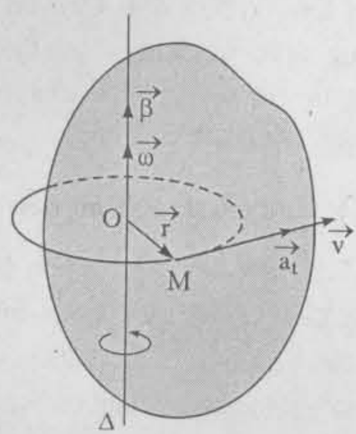
Khi một vật rắn chuyển động quay xung quanh một đường thẳng cố định Δ (gọi là trục quay) thì :

a) Mọi điểm của vật rắn vạch ra những vòng tròn có cùng trục Δ (những vòng tròn mà mặt phẳng vuông góc với Δ và có tâm nằm trên Δ).

b) Trong cùng một khoảng thời gian, mọi điểm của vật rắn đều quay được cùng một góc θ.

c) Tại cùng một thời điểm, mọi điểm của vật rắn đều có cùng vận tốc góc $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ và cùng gia tốc góc

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



Hình 3-4. Chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục

d) Tại một thời điểm, vectơ vận tốc thẳng và vectơ gia tốc tiếp tuyến của một chất điểm bất kì của vật rắn cách trục quay một khoảng r được xác định bởi những hệ thức

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \qquad (\vec{r} = \overline{OM}) \tag{3.16}$$
$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$

§3.4. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

1. Momen động lượng của một hệ

Một hệ chất điểm

$$M_1, M_2, ..., M_i, ...$$

lần lượt có khối lượng $m_1, m_2, ..., m_i, ...$ chuyển động với những vận tốc $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ..., $\vec{v}_i$ ... đối với một hệ quy chiếu gốc O cố định. Momen động lượng của hệ đối với O được định nghĩa bởi

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \overrightarrow{OM}_i \wedge m\vec{v}_i$$

$$= \sum_i \vec{r}_i \wedge m\vec{v}_i \qquad (3.17)$$

2. Định lý về momen động lượng của một hệ

Đối với chất điểm (m_i, r_i) của hệ, khi áp dụng định lý về momen động lượng ta được

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{F}_i)$$

$\vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{F}_i)$ là tổng momen đối với gốc O của các lực tác dụng lên chất điểm m_i. Cộng các phương trình trên theo i ta được :

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_i \vec{\mathfrak{M}}/_O(\vec{F}_i)$$

Vế đầu

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{L}_i = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

là đạo hàm theo thời gian của tổng momen động lượng của hệ ; vế thứ hai biểu thị tổng momen đối với gốc O của các lực tác dụng lên các chất điểm của hệ. Các lực tác dụng lên các chất điểm của hệ bao gồm các ngoại lực tác dụng và các nội lực tương tác của các chất điểm trong hệ. Chú ý rằng các nội lực tương tác của các chất điểm trong hệ từng đôi một đối nhau (cùng phương ngược chiều, cùng cường độ) do đó tổng momen đối với O của những lực này sẽ bằng 0. Vậy vế thứ hai của phương trình trên chỉ còn là *tổng momen đối với O của các ngoại lực tác dụng lên hệ*. Kết quả ta được công thức sau :

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_i \overrightarrow{\mathfrak{M}}/_O(\vec{F}_i) = \overrightarrow{\mathfrak{M}} \qquad (3.18)$$

Định lý : Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng của một hệ bằng tổng momen các ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với một điểm gốc O cố định bất kì).

Chú ý quan trọng. Trong định lý trên, ta phải tính momen động lượng của hệ đối với một điểm O cố định. Người ta chứng minh được rằng định lý ấy vẫn đúng nếu ta thay O bằng khối tâm G của hệ (mặc dù lúc xét, G đang chuyển động).

§3.5. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Trong bài này, chúng ta sẽ thiết lập những phương trình cơ bản mô tả chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục. Trước hết ta xét một đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay.

1. Momen lực đối với một trục

a) Tác dụng của lực trong chuyển động quay : Giả thiết có lực $\vec{F}$ tác dụng lên vật rắn quay xung quanh trục Δ, đặt tại điểm M. Trước hết ta phân tích $\vec{F}$ ra hai thành phần :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

trong đó $\vec{F}_1 \perp$ trục ; $\vec{F}_2 \parallel$ trục. Lực $\vec{F}_1$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ đi qua M lại được phân tích ra hai thành phần :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

trong đó $\vec{F}_t \perp$ bán kính OM, nghĩa là nằm theo tiếp tuyến của vòng tròn tâm O bán kính OM, còn $\vec{F}_n$ nằm theo bán kính OM. Kết quả ta có :

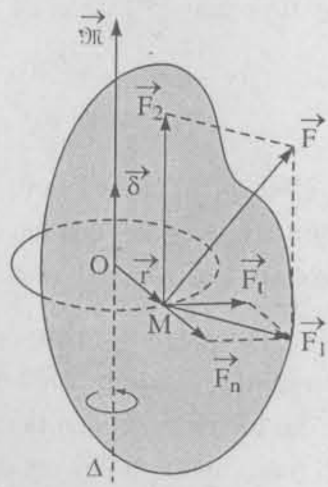
$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n + \vec{F}_2$$

Trên hình 3-5 ta thấy rằng :

– Thành phần $\vec{F}_2$ không gây ra chuyển động quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn trượt dọc theo trục quay, chuyển động này không thể có vì theo giả thiết vật rắn chỉ quay xung quanh trục A.

– Thành phần $\vec{F}_n$ không gây ra chuyển động quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn rời khỏi trục quay, chuyển động này cũng không thể có.

– Như vậy trong chuyển động quay, tác dụng của lực $\vec{F}$ tương đương với tác dụng của thành phần $\vec{F}_t$ của nó. Ta kết luận :



Hình 3-5. Tác dụng của lực trong chuyển động quay

Trong chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục, chỉ những thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng thực sự.

Vì vậy trong các phần sau đây, để đơn giản, ta có thể giả thiết rằng các lực tác dụng lên vật rắn chuyển động quay đều là lực tiếp tuyến.

b) Momen của lực đối với trục quay : Ta hãy xét tác dụng của lực tiếp tuyến $\vec{F}_t$ đặt tại điểm M ứng với bán kính OM = r của quỹ đạo của M. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, tác dụng của lực $\vec{F}_t$ không những phụ thuộc cường độ của nó mà còn phụ thuộc khoảng cách r, khoảng cách này càng lớn thì tác dụng của lực càng mạnh. Để đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay, người ta đưa ra một đại lượng gọi là *momen lực*.

Định nghĩa : Momen của lực $\vec{F}_t$ đối với trục quay Δ là một vectơ $\vec{\mathfrak{M}}$ xác định bởi (h.3-5) :

$$\vec{\mathfrak{M}} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t \tag{3.19}$$

trong đó $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$, với O là giao điểm của trục quay Δ và mặt phẳng quỹ đạo của M.

Theo định nghĩa này, vectơ $\vec{\mathfrak{M}}$ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{r}$ và $\vec{F}_t$, nghĩa là phương của trục quay, có chiều thuận đối với chiều quay từ $\vec{r}$ sang $\vec{F}_t$ có trị số :

$$\mathfrak{M} = rF_t \sin(\vec{r}, \vec{F}_t) \tag{3.20}$$

$$\mathfrak{M} = rF_t$$

Chú thích : a) Vì trong chuyển động quay, tác dụng của lực $\vec{F}$ tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}_1$ và tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}_t$ nên người ta cũng định nghĩa $\vec{\mathfrak{M}}$ là vectơ momen của $\vec{F}_1$ hay của $\vec{F}$ đối với Δ.

b) Trong khi xét chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục Δ (trên đó đã xác định chiều dương của Δ thuận với chiều quay của vật rắn) ; các đại lượng ta xét đều là *các vectơ nằm trên cùng một trục*. Vì vậy, để tiện tính toán, người ta chỉ xét các đại lượng đại số trên trục Δ, đó là *hình chiếu của các đại lượng vectơ* trên Δ

– vận tốc góc $\vec{\omega} \longrightarrow \overline{\omega} = \vec{\omega}.\vec{\delta}$

– gia tốc góc $\vec{\beta} \longrightarrow \overline{\beta} = \vec{\beta}.\vec{\delta}$

Momen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ bây giờ được định nghĩa là

$$\overline{\mathfrak{M}} = \vec{\mathfrak{M}}.\vec{\delta}$$

trong đó $\vec{\delta}$ *là vectơ đơn vị của trục quay Δ.*

Mặt khác ta có $\vec{\mathfrak{M}} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$

Vậy : $\overline{\mathfrak{M}} = (\vec{r} \wedge \vec{F}_t).\vec{\delta}$

Tổng quát : Dễ dàng chứng minh được momen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ là :

$$\overline{\mathfrak{M}} = (\overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}).\vec{\delta}$$

trong đó O là một điểm bất kỳ trên Δ (đứng yên) còn M là điểm đặt của $\vec{F}$.

2. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

Ta áp dụng phương trình diễn tả định lý về momen động lượng của một hệ

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{L}_i\right) = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}/_O(\vec{F}_i)$$

Cho một vật rắn chuyển động quay xung quanh một trục cố định với vận tốc góc $\vec{\omega}$. Ta xét một phần tử khối lượng dm của vật rắn, cách trục quay một đoạn r. Theo (2.18) và (2.19), momen động lượng của dm có biểu thức

$$d\vec{L} = (r^2 dm)\vec{\omega}$$

trong đó $r^2dm = dI$ = momen quán tính của dm đối với Δ.

Vậy momen động lượng của cả vật rắn cho bởi

$$\vec{L} = \int dI\vec{\omega} = I\vec{\omega}$$

Và định lý biến thiên momen động lượng cho ta phương trình :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \tag{3.21}$$

trong đó $I = \int r^2 dm$ = momen quán tính của vật rắn đối với Δ ; còn $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\beta}$ là gia tốc góc của chuyển động quay của vật rắn.

Vậy (3.21) có thể được viết thành :

$$I\vec{\beta} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \tag{3.22}$$

Phương trình này gọi là phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục. Từ (3.22) ta cũng có thể viết :

$$\vec{\beta} = \frac{\overrightarrow{\mathcal{M}}}{I} \tag{3.23}$$

và có thể phát biểu :

Gia tốc góc trong chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục tỉ lệ thuận với tổng hợp momen các ngoại lực đối với trục và tỉ lệ nghịch với momen quán tính của vật rắn đối với trục.

Phương trình (3.22) nêu lên mối liên hệ giữa ngoại lực tác dụng đối với vật rắn quay, đặc trưng bởi vectơ momen $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ với sự thay đổi trạng thái chuyển động của vật rắn quay, đặc trưng bởi vectơ gia tốc góc $\vec{\beta}$. Phương trình đó tương tự như phương trình của định luật Niutơn đối với chuyển động tịnh tiến $m\vec{a} = \vec{F}$; $\mathcal{M}$ có ý nghĩa tương tự như $\vec{F}$; $\vec{\beta}$ có ý nghĩa tương tự như $\vec{a}$ và momen quán tính I có ý nghĩa tượng tự như khối lượng m. Vậy I là đại lượng đặc trưng cho quán tính của vật rắn trong chuyển động quay. Căn cứ vào biểu thức của momen quán tính :

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \tag{3.24}$$

ta thấy rằng quán tính của vật rắn quay không những phụ thuộc vào khối lượng mà còn phụ thuộc vào khoảng cách từ các chất điểm của vật rắn đến trục quay. Hai vật cùng một khối lượng nhưng khối lượng của vật nào được phân bố cách trục quay càng xa thì quán tính của vật đó càng lớn. Điều này đã được thực nghiệm xác nhận.

Ghi chú. Các phương trình (3.21) và (3.22) có thể viết đối với các giá trị đại số $\overline{L}$, $\overline{\mathcal{M}}$, $\overline{\omega}$ và $\overline{\beta}$:

$$\frac{d\overline{L}}{dt} = \overline{\mathcal{M}} \ ; \quad I\overline{\beta} = \overline{\mathcal{M}}$$

3. Tính momen quán tính

Momen quán tính I của vật rắn đối với một trục Δ được tính theo công thức :

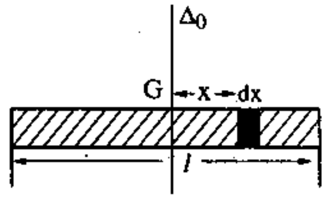
$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

trong đó $m_i r_i^2$ *là momen quán tính của chất điểm* M_i của vật rắn đối với trục và phép cộng lấy cho tất cả các chất điểm của vật rắn. Nếu khối lượng của vật rắn phân bố một cách liên tục, muốn tính momen quán tính I, ta chia vật rắn thành những phần tử vô cùng nhỏ, mỗi phần tử có khối lượng vi phân dm và cách trục Δ một khoảng r ; khi đó phép cộng ở vế phải của (3.24) trở thành phép lấy tích phân :

$$I = \int r^2 dm \tag{3.25}$$

(tích phân cho toàn bộ vật rắn). Dưới đây ta hãy xét một số ví dụ về tính I.

Ví dụ 1 (h.3-6) : Tính momen quán tính I của một thanh đồng chất chiều dài l, khối lượng M đối với trục Δ_0 đi qua trung điểm G của thanh và vuông góc với thanh.



Hình 3-6. Tính mômen quán tính của thanh

Ta xét một phần tử của thanh khối lượng dm, chiều dài dx cách G một đoạn x. Mômen quán tính của dm đối với trục Δ_0 là :

$$dI = x^2 dm \tag{3.26}$$

Vì thanh là đồng chất nên khối lượng của các đoạn trên thanh tỉ lệ với chiều dài của các đoạn đó :

$$\frac{dm}{M} = \frac{dx}{l} \text{ hay } dm = \frac{M}{l}dx$$

do đó (3.26) thành :

$$dI = \frac{M}{l}x^2 dx$$

Momen quán tính I của thanh đối với trục Δ_0 là :

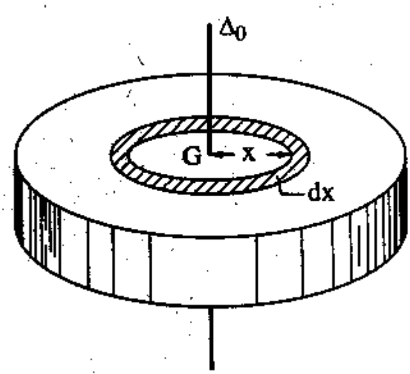
$$I = \int dI = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M}{l}x^2 dx = \frac{Ml^2}{12} \tag{3.27}$$

Ví dụ 2 (h.3-7) : Tính momen quán tính của một đĩa đồng chất bán kính R, khối lượng M đối với trục Δ_0 của đĩa :

Ta phân tích đĩa thành những phần tử hình vành khăn bán kính x, bề rộng dx. Diện tích vành khăn là :

$$dS = d(\pi x^2) = 2\pi x dx$$

Gọi khối lượng của phần tử hình vành khăn là dm, momen quán tính của nó (coi như tập hợp những điểm cùng cách Δ_0 một khoảng x) là :



Hình 3-7. Tính mômen quán tính của đĩa

$$dI = x^2 dm \qquad (3.28)$$

Vì đĩa đồng chất nên khối lượng của các phần tử trên đĩa tỉ lệ với diện tích của phần tử :

$$\frac{dm}{M} = \frac{dS}{\pi R^2} = \frac{2\pi x dx}{\pi R^2} = \frac{2xdx}{R^2}$$

và
$$dm = \frac{2M}{R^2} x dx$$

Do đó (3.28) thành :

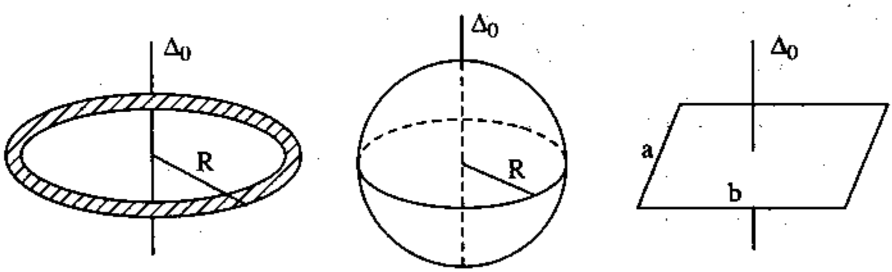
$$dI = \frac{2M}{R^2} x^3 dx \qquad (3.29)$$

Momen quán tính I của đĩa đối với trục Δ_0 bằng :

$$I = \int_{\text{toàn bộ đĩa}} dI = \int_0^R \frac{2M}{R^2} x^3 dx = \frac{MR^2}{2} \qquad (3.30)$$

Chú thích : Biểu thức I trong (3.30) không phụ thuộc chiều dày của đĩa, vì vậy công thức (3.30) cũng áp dụng được để tính I của một vật đồng chất hình trụ tròn khối lượng M, bán kính R.

Bằng những phép tính tương tự, ta có thể tìm được momen quán tính của những vật đồng chất có hình dạng đối xứng với trục của chúng (h.3-8).



$I = MR^2$ — a) Vành tròn

$I = \frac{2}{5}MR^2$ — b) Khối cầu

$I = \frac{1}{12}(a^2 + b^2)$ — c) Mặt chữ nhật

Hình 3-8. Mômen quán tính của một số vật rắn

Định lý Stêne - Huyghen

Ở trên ta tìm được momen quán tính của các vật đối với trục đối xứng Δ_0 (đi qua khối tâm G) của chúng. Trong nhiều trường hợp, ta phải tìm momen quán tính đối với một trục bất kì. Khi đó ta có thể áp dụng định lý Stêne - Huyghen sau :

Momen quán tính của một vật rắn đối với một trục Δ bất kỳ bằng momen quán tính của một vật đối với trục Δ_0 song song với Δ đi qua khối tâm G của vật cộng với tích của khối lượng M của vật với khoảng cách d giữa hai trục :

$$I = I_0 + Md^2 \tag{3.31}$$

§3.6. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Thiết lập

Giả sử có một hệ chất điểm không chịu tác dụng của các ngoại lực (hệ chất điểm cô lập) hoặc có chịu tác dụng của các ngoại lực nhưng tổng momen các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng 0. Khi đó theo định lý về momen động lượng

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overline{\mathcal{M}} = 0 \tag{3.32}$$

nghĩa là $\vec{L} = \overrightarrow{\text{const}}$.

Vậy : *Đối với một hệ chất điểm cô lập và chịu tác dụng của các ngoại lực sao cho tổng momen các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng 0, thì tổng momen động lượng của hệ là một đại lượng bảo toàn.*

2. Trường hợp hệ quay xung quanh một trục cố định

Định lý về momen động lượng đối với hệ trong trường hợp này

$$\frac{d}{dt}(I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + ... + I_i\vec{\omega}_i + ...) = \overrightarrow{\mathcal{M}}$$

Cần chú ý rằng, các vectơ vận tốc góc và vectơ momen lực đều nằm trên trục quay khi $\overrightarrow{\mathcal{M}} = 0$, ta được kết quả

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + ... + I_i\vec{\omega}_i + ... = \overrightarrow{\text{const}} \tag{3.33}$$

3. Một vài ứng dụng của định luật bảo toàn momen động lượng

Đối với một hệ quay xung quanh một trục với vận tốc góc ω, nếu tổng hợp momen ngoại lực tác dụng bằng 0 thì momen động lượng của hệ bảo toàn :

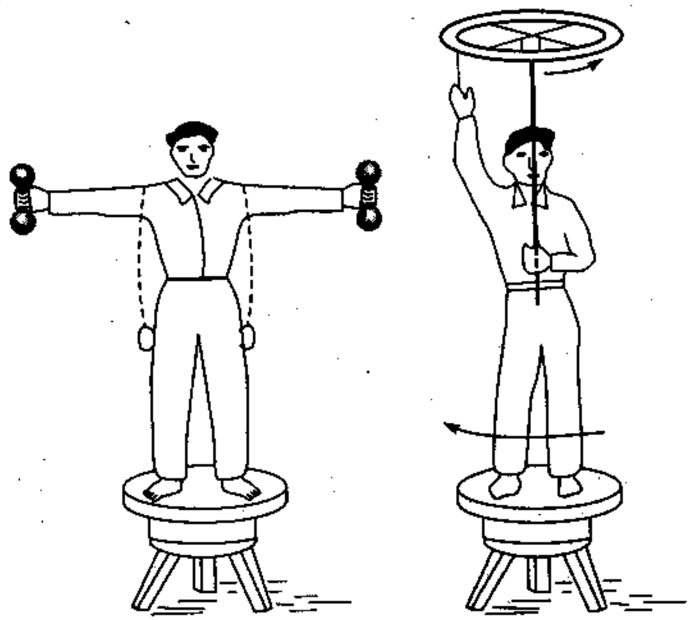
$$I\omega = const$$

Nếu vì một lý do nào đó, momen quán tính I của hệ tăng thì ω giảm, hệ quay chậm lại ; ngược lại nếu I giảm thì ω tăng, hệ quay nhanh lên. Ta có thể nêu một vài ví dụ minh hoạ tính chất đó.

Ví dụ 1 : Một người múa quay tròn (ở đây ngoại lực tác dụng là trọng lực và phản lực của đất ; nếu bỏ qua ma sát thì chúng đều có phương thẳng đứng, nghĩa là song song với trục quay, vậy momen của chúng đối với trục quay bằng 0). Nếu giang hai tay ra (r tăng tức là I tăng) thì vận tốc quay sẽ giảm, nếu hạ hai tay xuống và thu người lại (I giảm) thì vận tốc quay sẽ tăng.

Ví dụ 2 : Những thí nghiệm về ghế Giucôpxki. Ghế Giucôpxki là một cái ghế có thể quay tròn xung quanh một trục thẳng đứng.

Thí nghiệm 1 : Một người cầm hai quả tạ đứng trên ghế Giucôpxki đang quay, nếu người đó giang hai tay ra ghế sẽ quay chậm lại, hạ hai tay xuống ghế sẽ quay nhanh lên (h.3-9).



Hình 3-9. Thí nghiệm ghế Giucôpxki

Thí nghiệm 2 : Một người đứng thẳng trên ghế Giucôpxki, tay cầm trục thẳng đứng của một bánh xe. Ban đầu người, bánh xe và ghế đứng yên, nghĩa là momen động lượng của hệ bằng 0. Nếu người đó cho bánh xe quay với vận tốc góc $\vec{\omega}_1$ thì ghế sẽ quay với vận tốc góc $\vec{\omega}_2$ theo chiều ngược lại. Đó là vì momen động lượng của hệ lúc này là

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2,$$

I_1 là momen quán tính của bánh xe, I_2 là momen quán tính của người và ghế, phải bằng momen động lượng của hệ lúc đầu, nghĩa là bằng 0 :

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0$$

Từ đó :

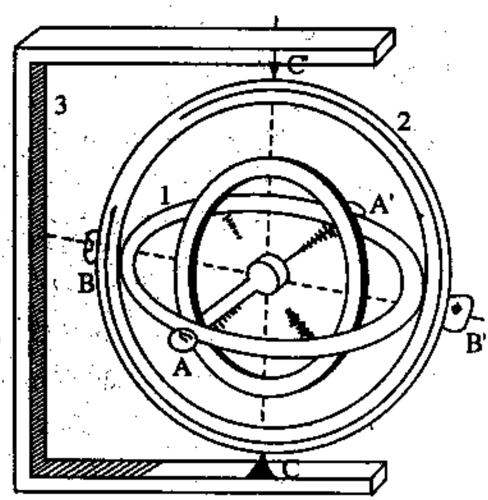
$$\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1\vec{\omega}_1}{I_2}$$

kết quả này chứng tỏ $\vec{\omega}_1$ và $\vec{\omega}_2$ ngược chiều nhau (h.3-11).

§3.7. CON QUAY

1. Định nghĩa

Con quay là một vật rắn đối xứng tròn xoay có thể quay xung quanh trục đối xứng của nó. Thông thường, người ta chế tạo con quay dưới dạng một cái vô lăng. Tuỳ theo yêu cầu sử dụng, người ta có thể làm cho trục con quay hoặc hoàn toàn cố định, hoặc có một điểm cố định, hoặc hoàn toàn tự do. Trong trường hợp thứ ba này, trục con quay được treo trong một cái khung đặc biệt gồm có nhiều vành lồng vào nhau (h.3-10). Trục AA' của



Hình 3-10. Con quay trục tự do

con quay gắn vào vành 1 ; vành 1 có thể quay xung quanh một trục BB' vuông góc với AA' ; trục BB' gắn liền với vành 2, vành 2 có thể quay xung quanh một trục CC' vuông góc với BB' ; trục CC' gắn liền vào giá 3 cố định. Cách treo này gọi là cách treo Cacđăng. Người ta chế tạo con quay và các vành treo sao cho khối tâm của cả hệ trùng với tâm của con quay. Với điều kiện đó, trục của con quay có thể nằm theo mọi phương tuỳ ý.

2. Tính chất của con quay trục tự do

Trong điều kiện khối tâm của hệ (con quay + các vành treo Cacđăng) trùng với tâm của con quay thì trọng lực tác dụng lên hệ đặt tại tâm con quay sẽ triệt tiêu với các phản lực. Khi đó thực nghiệm và lý thuyết chứng tỏ rằng :

Trục con quay giữ một phương không đổi trong không gian chừng nào chưa có ngoại lực tác dụng lên nó.

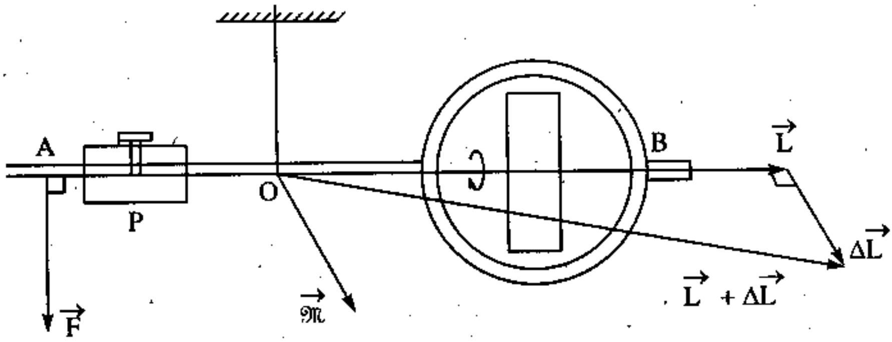
Ta có thể giải thích tính chất này bằng định luật bảo toàn momen động lượng. Vì momen động lượng $\vec{L} = \overrightarrow{const}$, mà phương của $\vec{L}$ chính là phương của trục con quay, nên phương của trục con quay không đổi trong không gian. Tính chất này được ứng dụng để xác định phương hướng. Trong các tàu biển người ta dùng con quay có trục quay tự do làm la bàn. Nếu ban đầu người ta cho con quay chuyển động với vận tốc ω xác định và hướng trục của nó theo phương Bắc – Nam thì trong quá trình tàu chạy, trục của nó vẫn chỉ phương Bắc – Nam. Trong các con tàu vũ trụ hay tên lửa vũ trụ, người ta dùng con quay có trục quay tự do để xác định phương hướng.

3. Tính chất của các con quay có trục tì lên một điểm cố định. Hiệu ứng con quay

Ta giả thiết tâm O của trục con quay AB là một điểm cố định. Ta hãy làm thí nghiệm sau :

Ban đầu ta cho trục con quay ở vị trí thăng bằng nằm ngang (trọng lực tác dụng lên con quay được cân bằng bởi một đối trọng P). Bây giờ tác dụng lên trục con quay một lực $\vec{F}$ thẳng đứng hướng từ trên xuống dưới. Khi đó có hai trường hợp :

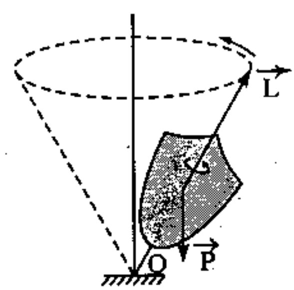
a) Nếu con quay không quay thì một đầu A của trục con quay sẽ đi xuống (còn đầu kia B sẽ đi lên).



Hình 3-11. Hiệu ứng con quay

b) Nếu con quay quay (nhanh) thì người ta thấy rằng đầu A chuyển động trong *mặt phẳng ngang theo phương vuông góc với* $\vec{F}$. *Vậy khi con quay đang quay (nhanh) nếu tác dụng lên trục con quay một lực* $\vec{F}$ *thì đầu trục con quay dịch chuyển theo phương vuông góc với* $\vec{F}$. *Tính chất đó gọi là hiệu ứng hồi chuyển.* Chuyển động của trục con quay dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ gọi là *chuyển động tuế sai*. Ta giải thích tính chất này như sau :

Ban đầu con quay có momen động lượng $\vec{L} = I\vec{\omega}$ nằm theo trục con quay (nằm ngang). Khi tác dụng lực $\vec{F}$ vào trục con quay thì momen của lực $\vec{F}$ đối với O là vectơ $\vec{\mathfrak{M}}$ có phương vuông góc lực $\vec{F}$. Dưới tác dụng của lực $\vec{F}$, momen động lượng $\vec{L}$ của con quay biến thiên một lượng $\Delta\vec{L} = \vec{\mathfrak{M}}\Delta t$, $\Delta\vec{L}$ sẽ song song với $\vec{\mathfrak{M}}$, nghĩa là vuông góc với $\vec{F}$, momen động lượng của con quay bây giờ là $\vec{L} + \Delta\vec{L}$. Như thế trục con quay ban đầu nằm theo phương của $\vec{L}$ bây giờ nằm theo phương $\vec{L} + \Delta\vec{L}$, điều này chứng tỏ đầu trục con quay đã dịch chuyển trong mặt phẳng nằm ngang theo phương của $\Delta\vec{L}$, nghĩa là theo phương vuông góc với phương của lực $\vec{F}$.

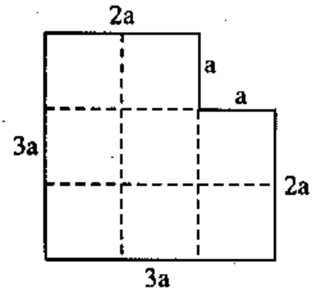


Hình 3-12.
Chuyển động tuế sai

Ứng dụng : Dùng hiệu ứng hồi chuyển có thể giải thích chuyển động của con cù. Con cù là một con quay, trục có một điểm cố định O, đó là điểm mà đầu đinh của con cù tì lên mặt đất. Ở đây lực tác dụng là trọng lực $\vec{P}$ (thẳng đứng). Dưới tác dụng của lực $\vec{P}$, đầu trục con quay dịch chuyển theo phương nằm ngang, trục của con quay sẽ tạo nên một mặt nón tròn xoay đỉnh O (h.3.12).

BÀI TẬP TỰ GIẢI

3.1. Xác định khối tâm của hình phẳng đồng chất ở hình 3-13.



Hình 3-13

3.2. Vật nhỏ khối lượng m rơi không vận tốc đầu từ độ cao h ; khi chạm đất vật nảy lên với vận tốc có độ lớn bằng $\frac{3}{5}$ vận tốc chạm đất. Xác định xung lượng của phản lực do mặt đất tác dụng lên vật.

3.3. Đĩa tròn đồng chất (m, R) quay xung quanh một trục thẳng đứng cố định đi qua tâm đĩa. Trong khoảng thời gian τ vận tốc góc của đĩa tăng đều từ ω_1 đến ω_2. Xác định momen lực tác dụng lên bánh xe.

3.4. Vật đồng chất hình trụ (m, R) đang quay đều xung quanh trục của nó với vận tốc góc ω. Tác dụng lên vật một momen lực hãm, vật dừng lại sau khoảng thời gian τ. Tính độ lớn của momen hãm.

Chương 4

NĂNG LƯỢNG

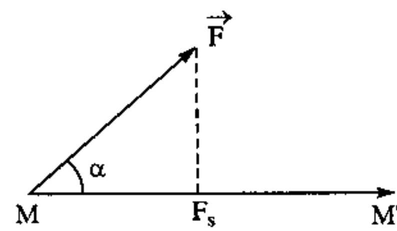
§4.1. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

1. Công

Khái niệm công đã có trong thực tế ; khi ta kéo một gầu nước hay đẩy một toa xe, ta nói đã sinh ra một công, nghĩa là ta đã tác dụng lên gầu nước hoặc xe một lực và lực đó sinh công ; cường độ lực càng lớn, chuyển dời càng dài thì công sinh ra càng lớn.

Vậy ta nói rằng : Một lực sinh công khi điểm đặt của nó chuyển dời.

Định nghĩa : Giả thiết có một lực $\vec{F}$ không đổi, điểm đặt của nó chuyển dời một đoạn thẳng $\overrightarrow{MM'} = \vec{s}$ (h.4.1). Theo định nghĩa, công A do lực $\vec{F}$ sinh ra trong chuyển dời $\overrightarrow{MM'}$ là đại lượng có trị số cho bởi :



Hình 4-1

$$A = F.\overline{MM'}\cos(\vec{F}, \overrightarrow{MM'})$$

$$A = Fs\cos\alpha \quad (\alpha = \widehat{\vec{F}.\overrightarrow{MM'}}) \tag{4.1}$$

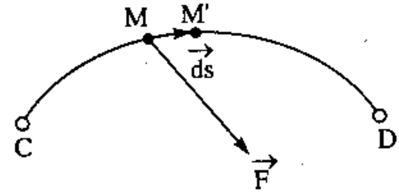
hay $$A = \vec{F}\vec{s} \tag{4.2}$$

Ta nhận thấy Fcosα chính là hình chiếu F_s của $\vec{F}$ trên phương chuyển dời nên ta cũng có thể viết :

$$A = F_s s \tag{4.3}$$

Theo định nghĩa (4.1) và (4.2) ; công A do lực $\vec{F}$ sinh ra là một đại lượng vô hướng : $A > 0$ khi α nhọn, ta nói lực $\vec{F}$ sinh công phát động, $A < 0$ khi α tù, ta nói lực $\vec{F}$ sinh công cản. Đặc biệt $\alpha = \frac{\pi}{2}$, nghĩa là khi lực $\vec{F}$ vuông góc với phương chuyển dời, công A do lực sinh ra sẽ bằng 0.

Định nghĩa trên chỉ ứng dụng cho lực $\vec{F}$ không đổi và chuyển dời $\vec{s}$ là thẳng. Trong trường hợp tổng quát, điểm đặt của lực $\vec{F}$ chuyển dời trên một đường cong từ C đến D, trong quá trình đó lực $\vec{F}$ thay đổi. Để tính công trong trường hợp này ta chia đường cong CD thành những đoạn chuyển dời vô cùng nhỏ sao cho mỗi đoạn chuyển dời $\overline{MM'} = d\vec{s}$ có thể coi như thẳng và trên mỗi đoạn đó lực $\vec{F}$ coi như không đổi (h.4.2). Công của lực $\vec{F}$ trong đoạn chuyển dời vô cùng nhỏ $d\vec{s}$ có thể tính được bằng công thức định nghĩa :



Hình 4-2

$$dA = \vec{F}d\vec{s} \tag{4.3a}$$

Công dA gọi là công nguyên tố hay công vi phân. Công tổng cộng A của $\vec{F}$ trong chuyển dời CD sẽ bằng tích phân của dA từ C đến D :

$$A = \int_{\overset{\frown}{CD}} dA = \int_{\overset{\frown}{CD}} \vec{F}d\vec{s} \tag{4.4}$$

2. Công suất

Khi xét sức mạnh của một máy, dùng khái niệm công chưa đủ, vì rõ ràng nếu hai máy cùng sinh một công thì máy nào thực hiện công đó trong thời gian ít hơn sẽ mạnh hơn. Do đó ta đưa ra khái niệm công suất để đặc trưng cho sức mạnh của các máy.

Giả thiết trong khoảng thời gian Δt, một lực nào đó sinh công ΔA. Tỉ số :

$$P_{tb} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \tag{4.5}$$

được gọi là công suất trung bình của lực đó trong khoảng thời gian Δt. Về mặt ý nghĩa, công suất trung bình có giá trị bằng công trung bình của lực sinh ra trong đơn vị thời gian.

Để tính công suất tại từng thời điểm, ta cho $\Delta t \to 0$. Giới hạn của $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ khi $\Delta t \to 0$, theo định nghĩa gọi là công suất tức thời (gọi tắt là công suất) của lực, được ký hiệu là :

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

hay
$$P = \frac{dA}{dt}$$

Công suất có giá trị bằng đạo hàm của công theo thời gian. Theo (4-3a) ta có

$$dA = \vec{F}d\vec{s}$$

Vậy
$$P = \vec{F}\frac{d\vec{s}}{dt}$$

ta suy ra :
$$\boxed{P = \vec{F}\vec{v}} \qquad (4.6)$$

Công suất bằng tích vô hướng của lực tác dụng với vectơ vận tốc của chuyển dời.

3. Công và công suất của lực tác dụng trong chuyển động quay

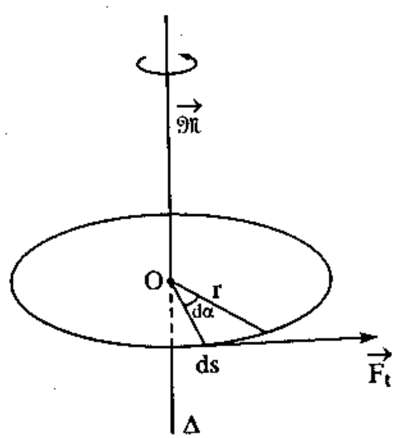
Trong trường hợp vật rắn quay xung quanh một trục Δ, các lực tác dụng đều là lực tiếp tuyến (h.4-3), công vi phân của một lực tiếp tuyến $\vec{F}_t$ cho bởi

$$dA = F_t ds$$

(ta giả sử F_t hướng theo chiều chuyển động), nhưng $ds = rd\alpha$, $d\alpha$ là góc quay ứng với chuyển dời $d\vec{s}$, vậy $dA = rF_t d\alpha$.

Theo định nghĩa $rF_t = \mathfrak{M}$ = momen của lực $\vec{F}_t$ đối với trục quay Δ, do đó

$$dA = \mathfrak{M}d\alpha \qquad (4.7)$$



Hình 4-3

Từ đó có thể suy ra biểu thức của công suất

$$P = \frac{dA}{dt} = \mathfrak{M}\frac{d\alpha}{dt}$$

hay
$$\boxed{P = \vec{\mathfrak{M}}\,\vec{\omega}} \qquad (4.8)$$

§4.2. NĂNG LƯỢNG

Tất cả các dạng cụ thể của vật chất vận động đều có năng lượng. Năng lượng là một đại lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật chất.

Một vật ở trạng thái xác định thì có một năng lượng xác định. Khi một vật không cô lập, nghĩa là có tương tác với các vật bên ngoài, thì vật đó sẽ biến đổi trạng thái và trao đổi năng lượng với các vật bên ngoài. Sự trao đổi năng lượng này có thể thực hiện bằng nhiều cách. Nếu chỉ xét chuyển động cơ, thì sự trao đổi năng lượng thực hiện như sau : Vật đang khảo sát tác dụng lực lên các vật bên ngoài và những lực này sinh công. Như vậy công là một đại lượng đặc trưng cho quá trình trao đổi năng lượng giữa vật này và vật khác. Nói cách khác, khi một hệ thực hiện công thì năng lượng của nó biến đổi. Ví dụ : Đầu máy xe lửa tiêu tốn năng lượng sinh công thắng công của lực ma sát giữa đường sắt và bánh xe lăn ; cần trục tốn năng lượng sinh công thắng công của trọng lực để kéo vật nặng lên cao... Rõ ràng là khi một hệ sinh công cho bên ngoài thì năng lượng của hệ giảm, hệ nhận công từ bên ngoài thì năng lượng của hệ tăng.

Giả thiết trong một quá trình nào đó hệ biến đổi từ trạng thái 1 (có năng lượng W_1) sang trạng thái 2 (có năng lượng W_2) ; quá trình này hệ nhận từ bên ngoài một công A (công A là một lượng đại số có thể dương hay âm tùy theo hệ thực sự nhận công từ bên ngoài hay thực sự sinh công cho bên ngoài). Thực nghiệm chứng tỏ rằng, độ biến thiên năng lượng $W_2 - W_1$ của hệ có giá trị bằng công A :

$$W_2 - W_1 = A \tag{4.9}$$

Ta có thể phát biểu : *Độ biến thiên năng lượng của một hệ trong quá trình nào đó, có giá trị bằng công mà hệ nhận được từ bên ngoài trong quá trình đó.*

Nếu hệ thực sự nhận công từ bên ngoài, $A > 0$ năng lượng của hệ tăng, còn khi hệ thực sự sinh công cho bên ngoài, $A < 0$ năng lượng của hệ giảm.

Trong trường hợp một hệ cô lập (tức không tương tác với bên ngoài, không trao đổi năng lượng với bên ngoài) ta có $A = 0$, khi đó (4.9) cho ta :

$$W_2 = W_1 = \text{const} \tag{4.10}$$

Năng lượng của một hệ cô lập được bảo toàn.

Các phát biểu (4.9) hay (4.10) chính là *nội dung của định luật bảo toàn năng lượng* ; như thế có nghĩa là : *Năng lượng không tự mất đi mà cũng không tự sinh ra, năng lượng chỉ chuyển từ hệ này sang hệ khác.*

Cần phân biệt hai khái niệm *công* và *năng lượng*. Một trạng thái của hệ tương ứng với một giá trị xác định của năng lượng của hệ ; ta nói năng lượng là một hàm trạng thái. Còn công đặc trưng cho độ biến thiên năng lượng của hệ trong một quá trình nào đó. Công bao giờ cũng tương ứng với một quá trình cụ thể. Ta nói rằng công là hàm của quá trình.

Mỗi hình thức vận động cụ thể tương ứng với một dạng năng lượng cụ thể. Chẳng hạn như : Vận động cơ tương ứng với cơ năng ; vận động nhiệt tương ứng với nội năng ; vận động điện từ tương ứng với năng lượng điện từ. Tuy năng lượng được bảo toàn về số lượng nhưng do tương tác giữa các hệ, do sự trao đổi năng lượng giữa hệ này và hệ khác, năng lượng luôn luôn chuyển hoá từ dạng này sang dạng khác.

Định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng là sự phản ánh về mặt khoa học tự nhiên tính không thể tiêu diệt được sự vận động của vật chất. Ănghen gọi định luật đó là "quy luật cơ bản vĩ đại của sự vận động".

Từ định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, chúng ta có thể rút ra một kết luận có tính thực tiễn. Theo (4.9), ta thấy rằng một hệ khi sinh công thực sự (ví dụ như một động cơ) thì năng lượng của hệ giảm đi. Vì năng lượng của hệ hữu hạn cho nên bản thân hệ không thể tự sinh công mãi mãi được. Muốn cho hệ tiếp tục sinh công, nhất thiết phải cung cấp thêm năng lượng cho hệ để bù lại phần năng lượng đã bị giảm trong quá trình làm việc. Như vậy theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, *không thể có một hệ sinh công mãi mãi mà không nhận thêm năng lượng từ một nguồn bên ngoài.*

Một hệ sinh công mãi mãi mà không nhận năng lượng từ một nguồn bên ngoài gọi là một *động cơ vĩnh cửu*. Định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng khẳng định sự không tồn tại của động cơ vĩnh cửu.

Trong phần cơ học, ta chỉ xét cơ năng, tức là dạng năng lượng tương ứng với chuyển động cơ của các vật. Cơ năng gồm 2 phần : *Động năng* ứng với sự chuyển động của các vật, *thế năng* ứng với sự tương tác giữa các vật.

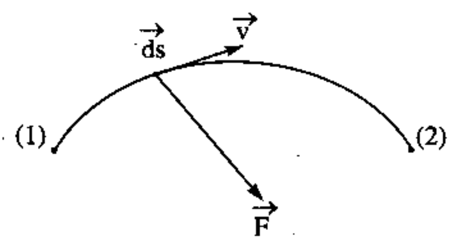
§4.3. ĐỘNG NĂNG

1. Định lý về động năng

Động năng là phần cơ năng tương ứng với sự chuyển động của các vật. Muốn xác định biểu thức của động năng, ta hãy tính công của lực ngoài tác dụng lên vật.

Xét một chất điểm khối lượng m, chịu tác dụng của lực $\vec{F}$ và chuyển dời từ vị trí 1 sang vị trí 2 (h.4-4). Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời từ 1 sang 2 là :

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} d\vec{s}$$



Hình 4-4

Nhưng theo (2.2) và (1.11)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Thay vào biểu thức của A :

$$A = \int_{(1)}^{(2)} m\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{s} = \int_{(1)}^{(2)} m\frac{d\vec{s}}{dt}d\vec{v}$$

do $$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}$$

nên : $$A = \int_{(1)}^{(2)} m\vec{v}d\vec{v} = \int_{(1)}^{(2)} md\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right)$$

hay $$A = \int_{(1)}^{(2)} d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

Thực hiện phép tích phân ta được :

$$\boxed{\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A} \tag{4.11}$$

trong đó v_1 và v_2 là vận tốc của chất điểm tại các vị trí 1 và 2.

Theo (4.9), công A có trị số bằng độ biến thiên cơ năng (ở đây là động năng). Vậy ta có thể định nghĩa :

$\dfrac{mv_1^2}{2}$ = động năng của chất điểm tại vị trí 1 = $W_{đ_1}$;

$\dfrac{mv_2^2}{2}$ = động năng của chất điểm tại vị trí 2 = $W_{đ_2}$.

Tổng quát, biểu thức động năng của chất điểm có khối lượng m vận tốc v cho bởi :

$$W_đ = \frac{mv^2}{2} \tag{4.12}$$

Phương trình (4.11) thành :

$$W_{đ_2} - W_{đ_1} = A \tag{4.13}$$

Định lý động năng : *Độ biến thiên động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó, có giá trị bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm sinh ra trong quãng đường đó.*

Kết quả, khi động năng của vật giảm thì ngoại lực tác dụng lên vật sinh công cản ; như thế nghĩa là vật đó tác dụng lên vật khác một lực và lực đó sinh công dương. Ví dụ, trong quá trình một viên đạn xuyên vào tường, động năng của đạn giảm đi ; đạn đã tác dụng lên tường một lực thắng lực cản của tường, lực của đạn đã sinh một công có trị số bằng độ giảm động năng của đạn.

2. Động năng trong trường hợp vật rắn quay

Phương trình biểu thị định lý về động năng trên đây áp dụng đối với một chất điểm hay một vật rắn chuyển động tịnh tiến. Đối với một vật rắn quay xung quanh một trục Δ, phương trình biểu thị định lý về động năng có một dạng khác.

Trong chuyển động quay xung quanh một trục, biểu thức của công vi phân :

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = \vec{\mathfrak{M}}\vec{\omega}dt$$

Theo phương trình cơ bản của chuyển động quay

$$\vec{\mathfrak{M}} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Vậy $dA = I\dfrac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{\omega}dt$,

nghĩa là : $$dA = I\vec{\omega}.d\vec{\omega} = Id\left(\frac{\vec{\omega}^2}{2}\right)$$

$$dA = Id\left(\frac{\omega^2}{2}\right)$$

Tích phân hai vế trong một khoảng thời gian hữu hạn, trong đó vận tốc góc ω biến thiên từ ω_1 đến ω_2, ta được công của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay trong khoảng thời gian ấy bằng :

$$\boxed{A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}} \qquad (4.14)$$

Ta suy ra biểu thức sau của động năng của vật rắn quay :

$$W_d = \frac{I\omega^2}{2} \qquad (4.15)$$

Chú thích : Trong trường hợp tổng quát, vật rắn vừa quay vừa tịnh tiến, động năng toàn phần của vật rắn bằng tổng động năng quay và động năng tịnh tiến

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (4.16)$$

Trường hợp riêng : Vật rắn đối xứng tròn xoay lăn không trượt ; khi đó vận tốc tịnh tiến liên hệ với vận tốc quay bởi hệ thức v = Rω với R là bán kính tiết diện vật rắn (ở điểm tiếp xúc với mặt phẳng trên đó vật rắn lăn không trượt). Vậy ta có thể viết biểu thức động năng toàn phần

$$W_d = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2 \qquad (4.16a)$$

§4.4. VA CHẠM

Ta hãy khảo sát bài toán *va chạm* của hai quả cầu nhỏ chuyển động trên đường thẳng nối liền hai tâm của chúng (va chạm xuyên tâm).

Giả thiết hai quả cầu có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 ; trước va chạm chúng có vectơ vận tốc là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ (cùng phương) ; sau va chạm, chúng có vectơ vận tốc $\vec{v}'_1$ và $\vec{v}'_2$. (cùng phương như ban đầu). Giả thiết hệ $(m_1 + m_2)$ cô lập, tính $\vec{v}'_1$ và $\vec{v}'_2$.

Trước hết, ta hãy viết phương trình biểu diễn sự bảo toàn động lượng của hệ trước và sau va chạm :

$$m_1v'_1 + m_2v'_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \qquad (4.17)$$

(ta chỉ viết phương trình đối với *trị đại số* của các vectơ vận tốc vì chúng cùng phương).

Ta tìm thêm một phương trình nữa đối với v'_1 và v'_2. Muốn vậy phải xác định điều kiện va chạm. Ta xét hai trường hợp :

1. Va chạm đàn hồi

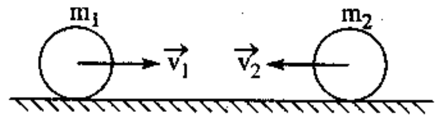
Động năng của hệ $(m_1 + m_2)$ trước và sau va chạm bảo toàn. Khi đó ta có :

$$\frac{m_1v'^2_1}{2} + \frac{m_2v'^2_2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} \qquad (4.18)$$

Từ (4.17), (4.18) ta rút ra :

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (4.19)$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$



Hình 4-5. Va chạm của hai quả cầu

Theo các kết quả (4.19), ta thấy rằng trong trường hợp đặc biệt $m_1 = m_2$ thì $v_1' = v_2$; $v_2' = v_1$: Ta nói rằng khi đó hai quả cầu *trao đổi vận tốc* với nhau.

Nếu ban đầu quả cầu (2) đứng yên ($v_2 = 0$), ta sẽ có :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 \tag{4.20}$$

Trong trường hợp $m_1 = m_2$ thì $v_1' = 0$; $v_2' = v_1$. Chúng trao đổi vận tốc với nhau (đã nói trên), quả cầu (1) sẽ đứng yên, quả cầu (2) sẽ chuyển động với vận tốc bằng vận tốc của quả cầu (1) trước va chạm.

Trong trường hợp $m_1 << m_2$, thì theo (4.20)

$$v_1' \approx - v_1$$

$$v_2' \approx 0$$

nghĩa là quả cầu (2) vẫn đứng yên, quả cầu (1) bắn ngược trở lại với vận tốc có giá trị bằng vận tốc tức thời của nó trước va chạm.

2. Va chạm mềm

Sau va chạm hai quả cầu dính vào nhau và chuyển động với cùng vận tốc. Khi đó ta có :

$$v_1' = v_2' = v.$$

Vậy (4.17) thành :

$$(m_1 + m_2)v = m_1v_1 + m_2v_2$$

Từ đó ta suy ra :

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \tag{4.21}$$

Trong va chạm mềm, nói chung động năng không được bảo toàn mà bị giảm đi. Độ giảm động năng của hệ có sị trố bằng :

$$-\Delta W_d = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

$$-\Delta W_d = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)^2 \qquad (4.22)$$

Độ giảm động năng này có giá trị bằng công làm biến dạng hai quả cầu.

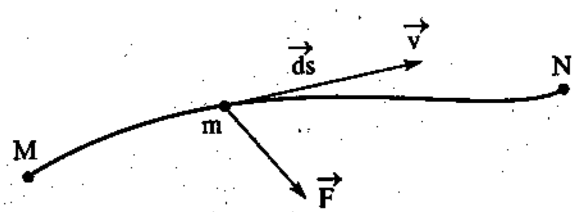
§4.5. TRƯỜNG LỰC THẾ

1. Định nghĩa

Một chất điểm được gọi là chuyển động trong một *trường lực* nếu tại mỗi vị trí của chất điểm đều xuất hiện lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm ấy.

Lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm nói chung phụ thuộc vào vị trí của chất điểm. Nói cách khác, $\vec{F}$ là một hàm của các toạ độ của chất điểm và cũng có thể là một hàm của thời gian t. Trong bài này ta không xét trường hợp $\vec{F}$ là hàm của t. Vậy nói chung ta có :

$$\vec{F} = \vec{F}_{(\vec{r})} = \vec{F}_{(x,y,z)} \qquad (4.23)$$



Hình 4-6

Khi chất điểm chuyển động từ vị trí M đến vị trí N bất kì (h.4-6) thì công của lực $\vec{F}$ là :

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F}d\vec{s}$$

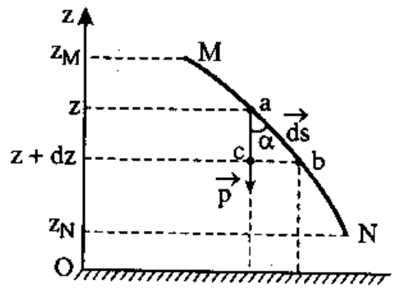
Nếu công A_{MN} của lực $\vec{F}$ không phụ thuộc đường dịch chuyển MN mà chỉ phụ thuộc vị trí của điểm đầu M và điểm cuối N thì ta nói rằng $\vec{F}(\vec{r})$ là lực của *một trường lực thế.*

2. Những ví dụ về trường lực thế

Ví dụ 1. Chất điểm m luôn luôn chịu tác dụng của trọng lực (h.4-7)

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

trong phạm vi không gian không lớn, $\vec{g}$ luôn thẳng đứng, hướng xuống và có độ lớn không đổi. Khi đó ta có *trọng trường đều.* Ta chứng minh rằng *trọng trường đều là một trường lực thế.*



Hình 4-7

Muốn vậy, ta tính công của trọng lực $\vec{P}$ khi chất điểm chuyển dịch từ M đến N

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{P}d\vec{s}$$

trong một chuyển dời nhỏ $\vec{ab} = d\vec{s}$.

Công vi phân $\quad dA = \vec{P}d\vec{s} = P.ab\cos\alpha$

$$dA = P.ac = -Pdz$$

dz là độ chênh lệch chiều cao z giữa a và b, $dz = z_b - z_a$; dấu – ở vế thứ hai có nghĩa là khi $dz < 0$ (độ cao giảm) thì $dA > 0$.

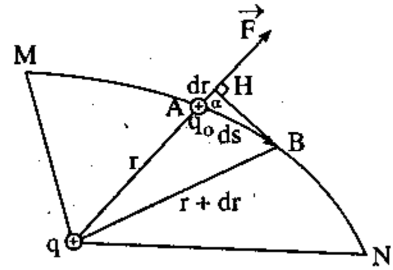
Công của trọng lực khi chất điểm chuyển dời từ M đến N là :

$$A_{MN} = \int_M^N -Pdz = Pz_M - Pz_N \tag{4.24}$$

$$\boxed{A_{MN} = mgz_M - mgz_N}$$

Ta thấy A_{MN} chỉ phụ thuộc z_M và z_N, nghĩa là chỉ phụ thuộc vị trí của M, N mà không phụ thuộc đường dịch chuyển.

Ví dụ 2. Trường tĩnh điện culông (h.4-8).



Hình 4-8

Một điện tích q đặt tại một điểm O cố định sinh ra một điện trường xung quanh nó ; một điện tích q_0 đặt tại một vị trí bất kì cách q một khoảng r chịu tác dụng một lực điện culông $\vec{F}$ có phương là đường thẳng nối qq_0 và có độ lớn là :

$$|F| = k\frac{q_0q}{\varepsilon r^2} \tag{4.25}$$

ở đây ta giả thiết $q_0 > 0$ và $q > 0$: $\vec{F}$ sẽ là lực đẩy. Ta giả sử q_0 dịch chuyển từ M đến N và tính công của lực điện culông $\vec{F}$ trong dịch chuyển ấy.

Công vi phân trong chuyển dời nhỏ AB = ds cho bởi :

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F}\,d\vec{s} \\ &= |\vec{F}|\,AB\cos\alpha \\ &= |\vec{F}|\,AH \end{aligned}$$

AH là hình chiếu thẳng góc của AB lên phương của $\vec{F}$.

Mặt khác ta có gần đúng

$$OA = r, \;\; OB = r + dr \approx OH$$

Vậy $AH \approx OB - OA = dr$

và
$$\begin{aligned} dA &= |\vec{F}|\,dr \\ &= k\frac{q_0q}{\varepsilon r^2}dr \end{aligned}$$

Công của lực điện culông trong quá trình chuyển dời của q_0 từ M đến N

$$A_{MN} = \int_M^N |\vec{F}|\,dr = \int_{r_M}^{r_N} k\frac{q_0q}{\varepsilon r^2}dr$$

$$\boxed{A_{MN} = k\frac{q_0q}{\varepsilon r_M} - k\frac{q_0q}{\varepsilon r_N}} \qquad (4.26)$$

Ta thấy A_{MN} chỉ phụ thuộc vị trí hai điểm đầu và cuối là M và N, *trường tĩnh điện culông là một trường thế.*

§4.6. THẾ NĂNG

1. Định nghĩa

Khi một chất điểm dịch chuyển từ vị trí M sang vị trí N trong trường lực thế thì công A_{MN} của trường lực chỉ phụ thuộc vào hai vị trí đầu và cuối M, N. Từ tính chất này ta có thể định nghĩa :

Thế năng của chất điểm trong trường lực thế là một hàm W_t phụ thuộc vị trí của chất điểm sao cho

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N) \qquad (4.27)$$

Từ định nghĩa này ta thấy ngay rằng, nếu đồng thời cộng $W_t(M)$ và $W_t(N)$ với cùng một hằng số thì hệ thức định nghĩa trên vẫn được nghiệm đúng, nói cách khác : *Thế năng của chất điểm tại một vị trí được định nghĩa sai khác một hằng số cộng.*

Ví dụ 1 : Trong trọng trường đều, dựa vào biểu thức của A_{MN} (4.24) ta suy ra biểu thức của thế năng chất điểm trong trọng trường tại vị trí có độ cao z

$$W_t(z) = mgz + C \qquad (4.28)$$

Ví dụ 2 : Trong điện trường culông, dựa vào biểu thức của A_{MN} (4.26) ta suy ra biểu thức thế năng của điện tích q_0 tại vị trí cách q một đoạn r

$$\boxed{W_t(r) = k\frac{q_0q}{\varepsilon r} + C} \qquad (4.29)$$

2. Tính chất

a) Thế năng tại một vị trí được xác định sai khác một hằng số cộng, nhưng hiệu thế năng giữa hai vị trí thì hoàn toàn xác định.

b) Giữa trường lực và thế năng có hệ thức sau :

$$\boxed{A_{MN} = \int_{MN} \vec{F}d\vec{s} = W_{t_M} - W_{t_N}} \quad (4.30)$$

Nếu cho chất điểm dịch chuyển theo một vòng kín (điểm cuối N trùng với điểm đầu M) thì hệ thức trên đây thành

$$\oint \vec{F}d\vec{s} = 0 \quad (4.31)$$

3. Ý nghĩa của thế năng

Thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác.

Ví dụ 1 : Dạng thế năng của chất điểm trong trọng trường của Trái Đất là năng lượng đặc trưng cho tương tác giữa Trái Đất với chất điểm ; ta cũng nói đó là thế năng tương tác của Trái Đất và chất điểm.

Ví dụ 2 : Thế năng của điện tích q_0 trong điện trường culông của điện tích q là thế năng tương tác giữa q và q_0.

§4.7. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG TRONG TRƯỜNG LỰC THẾ

1. Cơ năng

Khi chất điểm khối lượng m chuyển động từ vị trí M đến vị trí N trong một trường lực thế thì công của trường lực cho bởi

$$A_{MN} = W_{t_M} - W_{t_N}$$

nhưng theo định lý về động năng (nếu chất điểm chỉ chịu tác dụng của trường lực thế), ta có

$$A_{MN} = W_{đ_N} - W_{đ_M}$$

Vậy $\quad W_{t_M} - W_{t_N} = W_{đ_N} - W_{đ_M}$

nghĩa là : $\quad (W_đ + W_t)_N = (W_đ + W_t)_M \quad (4.32)$

Vậy tổng :

$$W = W_đ + W_t = \text{const} \tag{4.32a}$$

tổng này có giá trị không đổi, không phụ thuộc vị trí của chất điểm.

Tổng động năng và thế năng của chất điểm trong trường lực thế được gọi là cơ năng của chất điểm. Ta có kết quả :

Khi chất điểm chuyển động trong một trường lực thế (mà không chịu tác dụng của một lực nào khác) *thì cơ năng của chất điểm trong trường lực thế đó là một đại lượng bảo toàn.*

Phát biểu đó gọi là *định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế.*

Ví dụ : Khi chất điểm khối lượng m chuyển động trong trọng trường đều thì

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const} \tag{4.33}$$

Hệ quả : Vì $W = W_đ + W_t = \text{const}$ nên trong quá trình chuyển động của chất điểm trong trường lực thế, nếu động năng $W_đ$ tăng thì thế năng W_t giảm và ngược lại ; ở chỗ nào $W_đ$ cực đại thì W_t cực tiểu và ngược lại.

Chú ý : Khi chất điểm chuyển động trong trường lực thế còn chịu tác dụng của một lực khác $\vec{F}$ (ví dụ lực ma sát), thì nói chung cơ năng của chất điểm không bảo toàn, độ biến thiên của cơ năng chất điểm sẽ bằng công của lực $\vec{F}$ đó.

2. Sơ đồ thế năng

Thế năng W_t của một chất điểm trong trường lực thế là hàm của ba toạ độ x, y, z của chất điểm đó :

$$W_t = W_t(x, y, z)$$

Trong trường hợp thế năng chỉ phụ thuộc vào một toạ độ (x chẳng hạn) thì

$$W_t = W_t(x)$$

Ta có thể vẽ đồ thị của hàm W_t theo x ; đồ thị đó gọi là sơ đồ thế năng. Khảo sát sơ đồ thế năng của chất điểm trong trường lực thế, ta có thể suy ra một số kết luận định tính về chuyển động của chất điểm đó.

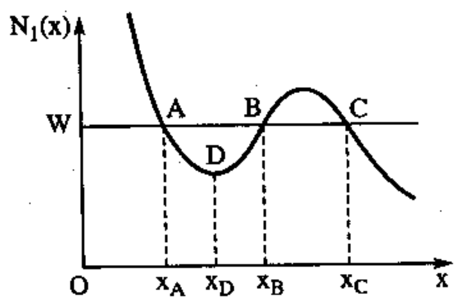
Trước hết, ta xác định giới hạn của chuyển động. Giả thiết cơ năng của chất điểm trong trường lực thế có một trị số xác định bằng W. Như thế nghĩa là tổng động năng và thế năng của chất điểm :

$$\frac{mv^2}{2} + W_t(x) = W = \text{const}$$

với $\frac{mv^2}{2} \geq 0$ nên ta có điều kiện :

$$W_t(x) \leq W \tag{4.34}$$

Bất đẳng thức đó có nghĩa là trong quá trình chuyển động, chất điểm chỉ đi qua những vị trí tại đó thế năng của chất điểm không vượt quá cơ năng của nó. Nói cách khác, từ (4.34) ta suy ra rằng toạ độ x của chất điểm chỉ biến thiên trong một phạm vi nào đó, ta nói (4.34) xác định giới hạn của chuyển động.



Hình 4-9

Xét trường hợp đường cong thế năng $W_t = W_t(x)$ có dạng như hình 4-9. Trên hình ta thấy thế năng W_t có một cực tiểu và một cực đại.

Giả thiết cơ năng của chuyển động có trị số W, đường thẳng W = const cắt đường cong thế năng tại ba điểm A, B, C. Theo hình vẽ, ta thấy rằng để thoả mãn điều kiện :

$$W_t(x) \leq W$$

thì toạ độ của chất điểm phải nằm trong phạm vi :

$$x_A \leq x \leq x_B \ ; \ x \geq x_C \tag{4.35}$$

Các điều kiện (4.35) xác định giới hạn chuyển động của chất điểm. Trường hợp $x_A \leq x \leq x_B$: Chất điểm chuyển động trong phạm vi hữu hạn của x ; trường hợp $x \geq x_C$: Chất điểm chuyển động ra vô cực. Tại các điểm ứng với toạ độ x_A, x_B, x_C thế năng có trị số bằng cơ năng, kết quả tại những chỗ đó động năng bằng 0, nghĩa là vận tốc bằng 0. Tại những điểm đó, vận tốc theo phương x của chất điểm đổi chiều. Trường hợp chất điểm chuyển động trong một phạm vi hữu hạn của x, thế năng đạt cực tiểu tại điểm ứng với $x = x_D$, tại đây động năng chất điểm sẽ đạt cực đại.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

4.1. Vật nhỏ khối lượng m chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ nghiêng góc α so với phương ngang, công suất tức thời của lực không đổi và bằng P. Xác định vận tốc của vật và hệ số ma sát trượt trên mặt nằm ngang.

4.2. Vật khối lượng m đang nằm yên trên một mặt phẳng ngang, lúc t = 0 vật chịu tác dụng của lực $\vec{F}$ nằm ngang. Sau khoảng thời gian τ, vận tốc của vật tăng đều và đạt giá trị v_m. Xác định công của lực $\vec{F}$ trong hai trường hợp :

a) Không có ma sát ;

b) Hệ số ma sát trượt là μ.

4.3. Vật nhỏ khối lượng m rơi từ độ cao h không vận tốc đầu. Khi tới đất, nó chui vào đất đến độ sâu bằng s thì dừng. Xác định lực cản trung bình của đất ở chỗ đó.

4.4. Một quả cầu nhỏ (m, R) được đặt không vận tốc đầu trên một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt ngang. Quả cầu đó lăn không trượt xuống dốc. Biết độ cao tại vị trí ban đầu là h, xác định :

a) Cơ năng của vật khi tới chân dốc.

b) Gia tốc của khối tâm của vật.

Chương 5

TRƯỜNG HẤP DẪN

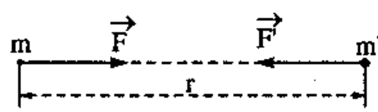
Nhiều hiện tượng trong tự nhiên chứng tỏ rằng các vật có khối lượng luôn luôn tác dụng lên nhau những lực hút. Trọng lực là lực hút của Trái Đất đối với các vật xung quanh nó. Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời là do lực hút của Mặt Trời ; Mặt Trăng quay xung quanh Trái Đất là do lực hút của Trái Đất. Giữa các sao trong vũ trụ cũng có lực hút lẫn nhau... Các lực hút đó gọi là *lực hấp dẫn vũ trụ*. Giữa các vật xung quanh ta cũng có lực hấp dẫn vũ trụ nhưng như sau sẽ thấy, giá trị những lực này nhỏ quá, ta không quan sát được.

Niutơn là người đầu tiên nêu lên định luật cơ bản về lực hấp dẫn vũ trụ (hay vạn vật hấp dẫn).

§5.1. ĐỊNH LUẬT NIUTƠN VỀ LỰC HẤP DẪN VŨ TRỤ

1. Định luật Niutơn

Hai chất điểm khối lượng m và m' đặt cách nhau một khoảng r sẽ hút nhau bằng những lực có phương là đường thẳng nối hai chất điểm đó, có cường độ tỉ lệ thuận với hai khối lượng m, m' và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r.



Hình 5-1

$$\boxed{F = F' = G\frac{mm'}{r^2}} \qquad (5.1)$$

Trong công thức trên, G là hệ số tỉ lệ, phụ thuộc vào sự chọn các đơn vị và gọi là *hằng số hấp dẫn vũ trụ*.

Trong hệ đơn vị SI, thực nghiệm cho ta trị số của G là :

$$G = 6{,}67.10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2 \approx \frac{1}{15}.10^{-9}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2 \qquad (5.2)$$

Ví dụ : Cho m = m' = 1kg ; r = 0,1m ; ta tính được :

$$F = F' = 6{,}67.10^{-11}\frac{1.1}{0{,}1^2} = 6{,}67.10^{-9}\text{N}.$$

Trị số này quá nhỏ, khó phát hiện được.

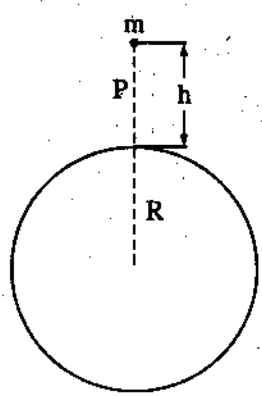
Chú thích : + Công thức (5.1) chỉ áp dụng cho trường hợp chất điểm. Muốn tính lực hấp dẫn vũ trụ giữa các vật có kích thước lớn, ta phải dùng phương pháp tích phân.

+ Người ta đã chứng minh rằng, vì lý do đối xứng, công thức (5.1) cũng áp dụng được cho trường hợp hai quả cầu đồng chất, khi đó r là khoảng cách giữa hai tâm của hai quả cầu đó.

2. Vài ứng dụng

a) Sự thay đổi gia tốc trọng trường theo độ cao

Lực hút của Trái Đất đối với một chất điểm khối lượng m (lực trọng trường) chính là lực hấp dẫn vũ trụ.



Hình 5-2

Nếu m ở ngay trên mặt đất thì theo (5.1) lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên m là :

$$P_0 = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (5.3)$$

trong đó M là khối lượng của Trái Đất, R là bán kính Trái Đất. Nhưng lực trọng trường P_0 cũng bằng :

$$P_0 = mg_0 \qquad (5.4)$$

với g_0 là giá trị của gia tốc trọng trường ở ngay trên mặt đất. So sánh (5.3) và (5.4), ta được :

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \qquad (5.4a)$$

Tại điểm cách mặt đất một độ cao h (h.5-2), lực trọng trường tác dụng lên chất điểm khối lượng m tính bởi :

$$P = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = mg \quad (5.5)$$

Từ đó suy ra giá trị của gia tốc trọng trường ở độ cao h :

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2} \quad (5.6)$$

Từ (5.4a) và (5.6) cho

$$g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Nhưng :

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

ta chỉ xét độ cao h << R, do đó $\frac{h}{R} \ll 1$, ta có thể viết gần đúng :

$$\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \approx 1 - 2\frac{h}{R}$$

và (5.6) thành ra : $$g = g_0\left(1 - 2\frac{h}{R}\right) \quad (5.7)$$

Công thức này cho ta sự phụ thuộc của gia tốc trọng trường theo độ cao h. Theo công thức đó, càng lên cao, g càng giảm.

b) Tính khối lượng của các thiên thể. Từ (5.3) ta có thể tính khối lượng M của Trái Đất :

$$M = \frac{gR^2}{G}$$

ở đây R là bán kính Trái Đất, có giá trị trung bình là 6370km = $6{,}370.10^6$m ; g là gia tốc trọng trường trên mặt đất, lấy trung bình bằng $9{,}8\text{m/s}^2$. Vậy :

$$M = \frac{9{,}8.(6{,}370.10^6)^2}{6{,}67.10^{-11}} \approx 6.10^{24}\,\text{kg}.$$

Nhờ công thức về lực hấp dẫn vũ trụ, ta cũng có thể tính khối lượng Mặt Trời. Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời là do lực hấp dẫn của Mặt Trời đối với Trái Đất, lực này đóng vai trò lực hướng tâm :

$$F = G\frac{MM'}{R'^2} \tag{5.8}$$

trong đó M' là khối lượng Mặt Trời, R' là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời ; nếu quỹ đạo của Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời coi như tròn (R' coi như không đổi và lấy bằng khoảng cách trung bình từ Trái Đất đến Mặt Trời) thì lực hướng tâm $\vec{F}$ cho bởi công thức :

$$F = M\frac{v^2}{R'} \tag{5.9}$$

v là vận tốc chuyển động của Trái Đất trên quỹ đạo. Vận tốc v của Trái Đất có liên hệ với chu kỳ quay T của nó :

$$v = \frac{2\pi R'}{T} \tag{5.10}$$

Thay (5.10) vào (5.9) rồi so sánh với (5.8) ta được :

$$G\frac{MM'}{R'^2} = M\frac{(2\pi R')^2}{R'T^2}$$

Từ đó suy ra khối lượng Mặt Trời

$$M' = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{R'^3}{G}$$

Tính cụ thể bằng số, ta tìm được $M' \approx 2.10^{30}$kg.

§5.2. TRƯỜNG HẤP DẪN NIUTƠN

1. Khái niệm trường hấp dẫn

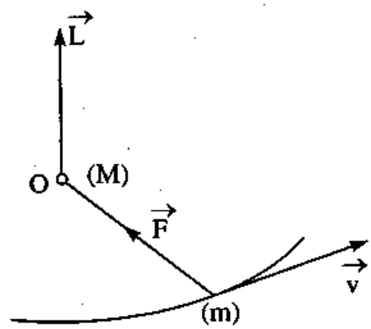
Để giải thích lực hấp dẫn, người ta cho rằng xung quanh một vật có khối lượng tồn tại một trường hấp dẫn. Biểu hiện cụ thể của trường hấp dẫn là bất kì vật nào có khối lượng đặt tại một vị trí trong không gian của trường hấp dẫn đều chịu tác dụng của lực hấp dẫn. *Ví dụ* : Trường hấp dẫn của Trái Đất chính là trọng trường của nó.

Trong phần này ta xét những tính chất tổng quát của trường hấp dẫn của một chất điểm khối lượng M (hay một quả cầu đồng chất khối lượng M).

2. Bảo toàn momen động lượng trong trường hấp dẫn

Ta khảo sát chuyển động của một chất điểm khối lượng m trong trường hấp dẫn của một chất điểm khối lượng M đặt cố định tại một điểm O. Ta chọn O làm gốc toạ độ. Định lý về momen động lượng áp dụng đối với chất điểm m cho ta :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}}/_O(\vec{F})$$



Hình 5-3

Nhưng $\vec{F}$ là lực luôn luôn hướng tâm O nên $\overrightarrow{\mathcal{M}}/_O(\vec{F}) = 0$ và $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$.

$$\vec{L} = \overrightarrow{\text{const}}$$

Vậy khi một chất điểm m chuyển động trọng trường hấp dẫn của một chất điểm M thì momen động lượng của m là một đại lượng bảo toàn.

Hệ quả : m chuyển động trên một quỹ đạo phẳng, mặt phẳng quỹ đạo của (m) vuông góc vectơ $\vec{L}$ (có phương không đổi).

Ví dụ : Trái Đất chuyển động xung quanh Mặt Trời dưới tác dụng của trường hấp dẫn của Mặt Trời, quỹ đạo của Trái Đất là một quỹ đạo phẳng.

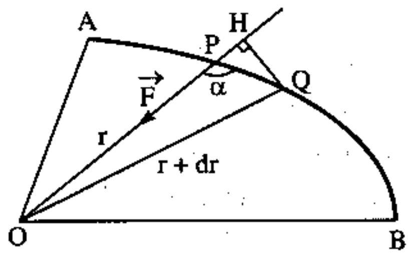
Mặt khác, biểu thức momen động lượng của Trái Đất cho bởi

$$L = mr^2\omega = \text{const} \tag{5.11}$$

chứng tỏ khi Trái Đất chuyển động càng gần Mặt Trời, vận tốc góc càng lớn và ngược lại.

3. Tính chất thế của trường hấp dẫn

Ta hãy tính công của lực hấp dẫn $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm m chuyển động trong trường hấp dẫn của chất điểm M, khi m chuyển dời từ một điểm A đến một điểm B trên quỹ đạo của nó.



Hình 5-4

Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời vi phân $d\vec{s} = \overrightarrow{PQ}$ là

$$dA = \vec{F}.\overrightarrow{PQ} = F\overline{PQ}\cos\alpha$$

Nếu ta vẽ QH ⊥ OP thì theo hình vẽ $PQ\cos\alpha = -\overline{PH}$ ($\overline{PH}$ là độ dài đại số với quy ước chiều dương là chiều O → P).

Vậy $dA = -F.\overline{PH}$, nhưng vì $\overrightarrow{PQ}$ là một chuyển dời vi phân nên nếu ta đặt

$$\overline{OP} = r \text{ thì } \overline{OH} \approx \overline{OQ} = r + dr$$

và

$$\overline{PH} = \overline{OH} - \overline{OP} = r + dr - r = dr$$

Vậy

$$dA = -Fdr = -G\frac{Mm}{r^2}dr$$

Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời của m từ A đến B cho bởi tích phân :

$$A_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} Fdr = \int_{r_A}^{r_B} -G\frac{Mm}{r^2}dr$$

$$A_{AB} = G\frac{Mm}{r_B} - G\frac{Mm}{r_A}$$

$$A_{AB} = \left(-G\frac{Mm}{r_A}\right) - \left(-G\frac{Mm}{r_B}\right) \qquad (5.12)$$

Công của lực hấp dẫn $\vec{F}$ không phụ thuộc đường dịch chuyển AB mà chỉ phụ thuộc vị trí điểm đầu A và điểm cuối B.

Vậy, trường hấp dẫn của chất điểm M là một trường lực thế.

Tổng quát, người ta chứng minh được rằng : *Trường hấp dẫn Niutơn là một trường thế.*

Hệ quả : Ta có thể định nghĩa thế năng của chất điểm m trong trường hấp dẫn của chất điểm M. Thế năng của m tại vị trí A :

$$W_{t_A} = -G\frac{Mm}{r_A} + C$$

tại vị trí B :

$$W_{t_B} = -G\frac{Mm}{r_B} + C$$

thoả mãn hệ thức

$$A_{BA} = W_{t_A} - W_{t_B}$$

Tổng quát : Thế năng của chất điểm m tại vị trí cách O một khoảng r là :

$$W_t(r) = -G\frac{Mm}{r} + C \qquad (5.13)$$

C là một hằng số tuỳ ý chọn, có giá trị bằng thế năng tại ∞ :

$$C = W_t(\infty) \qquad (5.14)$$

4. Bảo toàn cơ năng trong trường hấp dẫn

Vì trường hấp dẫn là một trường thế nên khi chất điểm m chuyển động trong trường hấp dẫn, cơ năng của nó được bảo toàn

$$W = W_đ + W_t$$

$$= \frac{mv^2}{2} + \left(-G\frac{Mm}{r}\right) = \text{const} \qquad (5.15)$$

(để đơn giản ta chọn C = 0).

Hệ quả : Khi r tăng, thế năng tăng thì động năng giảm và ngược lại.

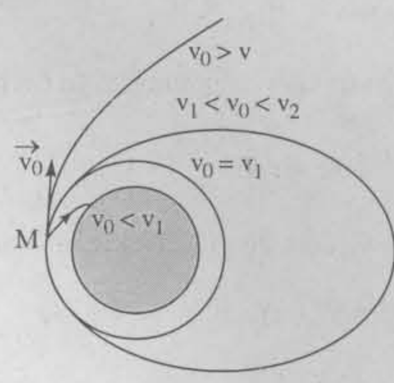
§5.3. CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN CỦA TRÁI ĐẤT

Nếu từ một điểm A nào đó trong trường hấp dẫn của Trái Đất, ta bắn đi một viên đạn khối lượng m với vận tốc ban đầu là v_0 thì lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng tuỳ theo trị số của v_0 có thể xảy ra một trong những trường hợp sau (h.5-5) :

a) Viên đạn rơi trở về Trái Đất.

b) Viên đạn bay vòng quanh Trái Đất theo một quỹ đạo kín (tròn hay elip).

c) Viên đạn bay ngày càng xa Trái Đất.



Hình 5-5

Trị số vận tốc ban đầu v_0 cần thiết để bắn viên đạn bay vòng quanh Trái Đất theo một quỹ đạo tròn gọi là *vận tốc vũ trụ cấp I.*

Trị số tối thiểu của vận tốc ban đầu v_0 cần thiết để bắn viên đạn bay ngày càng xa Trái Đất gọi là *vận tốc vũ trụ cấp II*. Dưới đây chúng ta tính hai vận tốc đó.

1. Tính vận tốc vũ trụ cấp I

Ta tính vận tốc v_I khi viên đạn chuyển động tròn xung quanh Trái Đất. Giả thiết viên đạn bay cách mặt đất không xa lắm để ta có thể coi bán kính quỹ đạo của nó bằng bán kính R của Trái Đất. Vận tốc v_I của viên đạn trong chuyển động tròn có liên hệ với gia tốc hướng tâm, (ở đây là gia tốc trọng trường) bởi (5.4a).

$$a_0 = g_0 = \frac{v_I^2}{R}$$

Từ đó suy ra :

$$v_I = \sqrt{g_0 R} \tag{5.16}$$

Tính cụ thể bằng số : $v_I = 7{,}9\text{km/s} \approx 8\text{km/s}$.

Nếu bắn với vận tốc đầu $v_0 < 8$km/s viên đạn sẽ rơi trở về Trái Đất, nếu với vận tốc đầu $v_0 > 8$km/s (nhưng nhỏ hơn v_{II}) thì viên đạn chuyển động xung quanh Trái Đất theo quỹ đạo elip.

2. Tính vận tốc vũ trụ cấp II

Giả sử viên đạn xuất phát từ A cách tâm của Trái Đất một khoảng bằng bán kính Trái Đất R, với vận tốc đầu v_0 và bay ngày càng xa Trái Đất đến vô cùng. Định luật bảo toàn cơ năng áp dụng đối với viên đạn cho ta :

$$\frac{mv_0^2}{2} + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = \frac{mv_\infty^2}{2} + \underbrace{\left(-\frac{GMm}{\infty}\right)}_{0}$$

vì $$\frac{mv_\infty^2}{2} \geq 0$$

nên $$\frac{mv_0^2}{2} \geq G\frac{Mm}{R}$$

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{GM.2}{R}}$$

Nhưng theo (5.4a)

$$\frac{GM}{R^2} = g_0$$

vậy

$$v_0 \geq \sqrt{2g_0R}$$

Giá trị tối thiểu của v_0 chính là vận tốc vũ trụ cấp II

$$v_{II} = \sqrt{2g_0R} \tag{5.17}$$

Giá trị cụ thể

$$v_{II} = 11,2 km/s.$$

§5.4. CHUYỂN ĐỘNG HÀNH TINH

1. Hệ Mặt Trời

Mặt Trời cùng với 9 hành tinh chính (Thuỷ tinh, Kim tinh, Trái Đất, Hoả tinh, Mộc tinh, Thổ tinh, Thiên Vương tinh, Hải Vương tinh, Diêm Vương tinh) chuyển động xung quanh, tạo thành hệ Mặt Trời.

Sau đây là một vài số liệu về Mặt Trời và các hành tinh đó.

	Mặt Trời	*Trái Đất*	*Mặt Trăng*
Khối lượng (kg)	$1,99.10^{30}$	$5,98.10^{24}$	$7,36.10^{22}$
Bán kính (m)	$6,96.10^{8}$	$6,37.10^{6}$	$1,74.10^{6}$
Vận tốc thoát (km/s)	618	11,2	2,38

	Thuỷ tinh	*Kim tinh*	*Trái Đất*	*Hoả tinh*	*Mộc tinh*	*Thổ tinh*	*Thiên Vương tinh*	*Hải Vương tinh*	*Diêm Vương tinh*
Khoảng cách đến Mặt Trời ($.10^6$km)	57,9	108	150	228	778	1430	2870	4500	5900
Chu kỳ quỹ đạo (năm)	0,241	0,675	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165	248
Đường kích xích đạo (km)	4880	12100	12800	6790	143000	12000	51800	49500	2300
Khối lượng (tỉ đối)	0,0558	0,815	1,000	0,107	318	95,1	14,5	17,2	0,002
g (m/s^2)	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,05	7,77	11,0	0,5
$U_{thoát}$ (km/s)	4,3	10,3	11,2	5,0	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1

2. Chuyển động của các hành tinh

Brahê (T.Brahe 1546 – 1601), nhà thiên văn lớn cuối cùng quan sát bầu trời không qua kính viễn vọng, trong khoảng 20 năm đã để nhiều công sức gom góp nhiều dữ liệu về chuyển động của các hành tinh. Nhờ những dữ liệu này Kêple (J. Kepler, 1571 – 1630) sau 16 năm tính toán đã suy ra ba định luật nổi tiếng về chuyển động của các hành tinh. Sau này Niutơn đã chứng minh (bằng tính toán lý thuyết) được rằng ba định luật Kêple là hệ quả của định luật hấp dẫn vũ trụ của Niutơn. Các định luật Kêple cũng áp dụng được cho các vệ tinh chuyển động xung quanh Trái Đất hay xung quanh một hành tinh khác.

Định luật Kêple I (định luật về quỹ đạo).

Mọi hành tinh đều chuyển động trên các quỹ đạo hình elip trong đó Mặt Trời nằm tại một tiêu điểm.

Định luật Kêple II (định luật về tốc độ diện tích)

Trong chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời, vectơ bán kính từ Mặt Trời đến hành tinh quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau.

Định luật Kêple III (định luật về chu kỳ quay)

Đối với các hành tinh khác nhau, bình phương chu kỳ quay của mỗi hành tinh tỉ lệ với lập phương bán trục lớn của quỹ đạo elip của hành tinh đó

$$\frac{T^2}{a^3} = const$$

Để giải thích định luật này một cách đơn giản, ta coi quỹ đạo hành tinh là một đường tròn bán kính a, tâm là Mặt Trời. Khi đó lực hấp dẫn đóng vai trò lực hướng tâm

$$G\frac{mM}{a^2} = m\omega^2 a$$

Chu kỳ T đi hết một vòng trên quỹ đạo đó cho bởi :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Vậy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{G\frac{M}{a^3}}$$

Suy ra

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const.}$$

Phần thứ hai

NHIỆT HỌC

Trong phần Cơ học ta đã nghiên cứu dạng chuyển động cơ – sự thay đổi vị trí của các vật thể trong không gian – các vật thể này tuy rằng có trường hợp kích thước nhỏ (coi như chất điểm) nhưng vẫn chứa vô số các phân tử, nguyên tử. Các phân tử, nguyên tử được gọi là các phần tử vi mô hay các vi hạt. Các vật thể cấu tạo bởi một số rất lớn các vi hạt được gọi là vật thể vĩ mô. Các vi hạt trong một vật thể vĩ mô luôn luôn chuyển động hỗn độn – chuyển động này được gọi là *chuyển động nhiệt.*

Để nghiên cứu các hiện tượng, các hiệu ứng xảy ra trong các vật thể vĩ mô có liên quan đến chuyển động nhiệt của các vi hạt, người ta dùng hai phương pháp :

1) Phương pháp thống kê – đó là nội dung của vật lý thống kê cổ điển.

2) Phương pháp nhiệt động – nội dung của nhiệt động lực học.

Để việc theo dõi bài học được dễ dàng, ta nhắc lại một số khái niệm cơ bản.

* *Đơn vị năng lượng, nhiệt lượng*

1 BTU (Bristish Thermal Unit)

= 1,055kJ ;

1 calo = 4,18J ;

1J = 0,24cal.

* Các định luật về chất khí

Định luật Boyle - Mariotte : Trong quá trình đẳng nhiệt của một khối khí, áp suất và thể tích tỉ lệ nghịch với nhau.

Định luật Gay Lussac I : Trong quá trình đẳng tích của một khối khí, áp suất và nhiệt độ (kelvin) tỉ lệ với nhau.

Định luật Gay Lussac II : Trong quá trình đẳng áp của một khối khí, thể tích và nhiệt độ (kelvin) tỉ lệ với nhau.

* Khí lý tưởng là chất khí tuân theo ba định luật nói trên. Phương trình trạng thái khí lý tưởng :

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

R là hằng số khí lý tưởng R = 8,31J/molK

$\frac{m}{\mu}$ = số mol khí.

Từ phương trình trạng thái có thể suy ra mật độ chất khí :

$$V = 1 \Rightarrow m = \rho = \frac{p\mu}{RT}$$

Chương 6

VẬT LÝ THỐNG KÊ CỔ ĐIỂN

Vật lý thống kê nghiên cứu các hệ gồm một số rất lớn các hạt giống hệt nhau (đồng nhất) (phân tử, nguyên tử, êlectron, phôtôn...) bằng công cụ của phương pháp thống kê.

Vật lý thống kê cổ điển quan niệm chuyển động của mỗi hạt trong hệ tuân theo các định luật của cơ học cổ điển Niutơn. Tuy nhiên, nếu ta viết các phương trình chuyển động cho từng hạt của hệ thì với hệ N hạt, ta phải viết và giải 3N phương trình. Ví dụ, với 1 mol khí có $N_A = 6{,}02.10^{23}$ phân tử thì số phương trình là $\approx 18.10^{23}$ phương trình ! Số này quá lớn, không một máy tính nào (ở trình độ hiện nay) giải được. Vì vậy, tất yếu phải dùng phương pháp thống kê.

Trong chương này, ta dùng phương pháp của vật lý thống kê cổ điển để nghiên cứu một hệ đơn giản nhất là khí lý tưởng. Cấu tạo của khí lý tưởng được mô tả bằng những nội dung sau đây gọi là thuyết động học phân tử khí lý tưởng.

§6.1. THUYẾT ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ KHÍ LÝ TƯỞNG

Thuyết động học phân tử các chất khí là thuyết dựa trên cấu tạo phân tử của chất khí và sự chuyển động hỗn loạn không ngừng của các phân tử để giải thích tính chất của các chất khí. Dựa vào các sự kiện thực nghiệm, người ta đã xây dựng nên thuyết động học phân tử các chất khí, gồm các giả thuyết sau đây :

1. Các chất khí có cấu tạo gián đoạn và gồm một số rất lớn phân tử.

2. Các phân tử chuyển động hỗn loạn không ngừng. Khi chuyển động, chúng va chạm vào nhau và va chạm vào thành bình.

3. Cường độ chuyển động phân tử biểu hiện ở nhiệt độ của khối khí. Chuyển động phân tử càng mạnh thì nhiệt độ càng cao. Nhiệt độ tuyệt đối tỉ lệ với động năng trung bình của phân tử.

4. Kích thước của các phân tử rất nhỏ so với khoảng cách giữa chúng.

5. Các phân tử không tương tác với nhau trừ lúc va chạm. Sự va chạm giữa các phân tử và giữa phân tử với thành bình tuân theo những quy luật của va chạm đàn hồi.

Những giả thuyết này dựa trên cơ sở thực nghiệm. Tuy nhiên, một số giả thuyết cũng chỉ đúng khi áp suất khối khí không lớn quá và nhiệt độ khối khí không bé quá (giả thuyết 3, 4, 5). Vì vậy, *những giả thuyết này chỉ hoàn toàn đúng đối với khí lý tưởng.*

§6.2. PHƯƠNG PHÁP THỐNG KÊ.
ĐỊNH LUẬT PHÂN BỐ PHÂN TỬ THEO VẬN TỐC CỦA MĂCXOEN

1. Xác suất và giá trị trung bình

Số phân tử trong chất khí rất lớn. Chúng chuyển động hỗn loạn không ngừng. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, những đại lượng vật lý đặc trưng cho chuyển động của các phân tử như vận tốc, động lượng, động năng... rất khác nhau đối với các phân tử. Và vì số phân tử rất lớn nên người ta không thể khảo sát chuyển động của từng phân tử mà xét chuyển động của cả tập thể phân tử, trong đó người ta đã lấy *giá trị trung bình* của các đại lượng vật lý đặc trưng cho chuyển động phân tử.

Để hiểu rõ khái niệm giá trị trung bình, ta xét một ví dụ đơn giản dưới đây (ví dụ này chỉ có tính chất minh hoạ). Giả sử ta có n = 1000 phân tử trong đó giá trị vận tốc của chúng như sau :

$n_1 = 100$ phân tử có vận tốc $v_1 = 100$m/s,

$n_2 = 300$ phân tử có vận tốc $v_2 = 200$m/s,

$n_3 = 400$ phân tử có vận tốc $v_3 = 300$m/s,

$n_4 = 200$ phân tử có vận tốc $v_4 = 400$m/s.

Giá trị trung bình của vận tốc phân tử ký hiệu là $\overline{v}$ được tính như sau :

$$\overline{v} = \frac{\overbrace{(100+...+100)}^{100 \text{ lần}} + \overbrace{(200+...+200)}^{300 \text{ lần}} + \overbrace{(300+...+300)}^{400 \text{ lần}} + \overbrace{(400+...+400)}^{200 \text{ lần}}}{1000}$$

$$\overline{v} = \frac{(100.100) + (300.200) + (400.300) + (200.400)}{1000}$$

$$\overline{v} = 270\text{m/s}.$$

Ta có thể viết công thức

$$\overline{v} = \frac{n_1v_1 + n_2v_2 + n_3v_3 + n_4v_4}{n} = \frac{n_1v_1 + n_2v_2 + n_3v_3 + n_4v_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}$$

hay tổng quát hơn

$$\overline{v} = \frac{1}{n}\sum_i n_i v_i = \frac{\sum_i n_i v_i}{\sum_i n_i} \tag{6.1}$$

Trở lại ví dụ trên, nếu ta lấy một phân tử bất kì trong số n = 1000 phân tử đã cho thì ta không thể xác định chắc chắn rằng phân tử đó có vận tốc bằng bao nhiêu (điều này càng hiển nhiên khi n rất lớn), nhưng biết rằng vận tốc của phân tử đó có thể lấy một trong các giá trị v_1, v_2, v_3, v_4. Và chắc chắn rằng, chẳng hạn như vận tốc của phân tử đó có *nhiều khả năng* lấy giá trị v_3 hơn là lấy giá trị v_1. Trong toán học, đại lượng đặc trưng cho khả năng xảy ra của một sự kiện được gọi là *xác suất* của sự kiện đó. Ở ví dụ trên đây, xác suất P để vận tốc của một phân tử bất kì lấy giá trị v_1, v_2, v_3, v_4 lần lượt là

$$P_{(v_1)} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}\ ; \qquad P_{(v_2)} = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10}\ ;$$

$$P_{(v_3)} = \frac{400}{1000} = \frac{4}{10}\ ; \qquad P_{(v_4)} = \frac{200}{1000} = \frac{2}{10}.$$

Theo định nghĩa, xác suất là một đại lượng bao hàm giữa 0 và 1 ; xác suất 0 ứng với sự kiện không thể xảy ra còn xác suất 1 ứng với sự kiện chắc chắn xảy ra. Ta có thể viết công thức (6.1) dưới dạng sau

$$\overline{v} = \sum_i \frac{n_i}{n} v_i$$

hay

$$\overline{v} = \sum_{v_i} P_{(v_i)} v_i \tag{6.2}$$

Chú ý rằng giữa các xác suất $P_{(v_i)}$ ta có hệ thức

$$\sum_{v_i} P_{(v_i)} = 1 \tag{6.3}$$

Muốn tính giá trị trung bình của một hàm của v, chẳng hạn như v^2 ta cũng tiến hành tương tự như trên. Phép tính cho kết quả sau đây :

$$\overline{v^2} = \sum_{v_i} P_{(v_i)} v_i^2 \tag{6.2a}$$

Trong ví dụ cụ thể đã nêu ở trên, ta có

$$\overline{v^2} = \frac{1}{10}100^2 + \frac{3}{10}200^2 + \frac{4}{10}300^2 + \frac{2}{10}400^2$$

$$\overline{v^2} = 81000.$$

Chú ý rằng : $\overline{v^2} = (\overline{v})^2$

Người ta chứng minh được rằng :

$$\overline{v^2} \geq (\overline{v})^2 \qquad (6.4)$$

Trên đây, ta đã định nghĩa khái niệm xác suất và giá trị trung bình thông qua một đại lượng vật lý cụ thể là vận tốc của phân tử. Dĩ nhiên, những định nghĩa đó là tổng quát, nghĩa là có thể áp dụng đối với một đại lượng động lực bất kì đặc trưng cho chuyển động của phân tử.

2. Định luật phân bố Măcxoen

Nhiều thí nghiệm đã xác định vận tốc của các phân tử (chẳng hạn như thí nghiệm của Stern). Kết quả cho thấy rằng, vận tốc của các phân tử của một khối khí lấy mọi giá trị từ 0 đến những giá trị rất lớn. Vì vận tốc của phân tử có thể lấy các giá trị biến thiên một cách liên tục cho nên không thể xác định số phân tử mà vận tốc có một giá trị nhất định mà chỉ có thể xác định số phân tử mà vận tốc có giá trị nằm trong một khoảng nào đó. Ví dụ với khí ôxi ở 0°C, thực nghiệm đã đo được số phần trăm phân tử có vận tốc lấy giá trị trong các khoảng khác nhau ; kết quả được ghi trong bảng 6.1 sau :

Bảng 6.1

Khoảng vận tốc (m/s)	*Số % phân tử có vận tốc trong khoảng đó*
0 – 100	1,4
100 – 200	8,1
200 – 300	16,5
300 – 400	21,4
400 – 500	20,6
500 – 600	15,1
600 – 700	9,2
700 – 800	4,8
800 – 900	2,0
900 – 1000	0,6
lớn hơn 1000	0,3

Nhìn vào kết quả đó, ta có một số nhận xét sau :

a) Vận tốc của các phân tử có thể lấy mọi giá trị biến thiên một cách liên tục :

$$0 < v < \infty$$

b) Đa số phân tử có vận tốc trong khoảng từ $(200 \div 600)$m/s, đặc biệt nếu so sánh tương đối, khoảng vận tốc $(300 \div 400)$m/s tương ứng với số phân tử nhiều hơn cả.

c) Số phân tử có vận tốc gần 0 và số phân tử có vận tốc lớn chiếm một tỉ số rất ít.

Trong số n phân tử, gọi dn là số phân tử có giá trị vận tốc ở trong khoảng $(v \div v + dv)$ thì số % phân tử $\frac{dn}{n}$ có vận tốc trong khoảng $(v \div v + dv)$ có thể viết dưới dạng

$$\frac{dn}{n} = F(v)dv \tag{6.5}$$

trong đó F(v) là một hàm phụ thuộc vận tốc v (và phụ thuộc nhiệt độ) ; hàm F(v) gọi là *hàm phân bố*. Ta nhận thấy tỷ số $\frac{dn}{n}$ có thể xem là *xác suất để vận tốc của một phân tử có giá trị nằm trong khoảng $(v \div v + dv)$.*

Hàm phân bố F(v) phải thỏa mãn một hệ thức mà ta sẽ thiết lập dưới đây. Từ (6.5) ta suy ra

$$dn = nF(v)dv \tag{6.6}$$

Muốn tính số phân tử có giá trị vận tốc trong một khoảng bất kì $(v_1 \div v_2)$ ta tích phân vế phải theo v từ v_1 đến v_2 :

$$\Delta n(v_1 \leq v \leq v_2) = n\int_{v_1}^{v_2} F(v)dv \tag{6.7}$$

Nếu ta tích phân theo v từ 0 đến ∞ thì ta lại được tổng số phân tử n

$$\Delta n\,(0 \leq v \leq \infty) = n\int_0^{\infty} F(v)dv = n$$

Từ đó ta suy ra hệ thức :

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = 1 \qquad (6.8)$$

Hệ thức này (gọi là *điều kiện chuẩn hoá* của xác suất) có ý nghĩa tương tự như hệ thức (6.3) đã viết ở đoạn trên.

Măcxoen đã tìm ra dạng cụ thể của hàm phân bố F(v) như sau :

$$F(v) = 4\pi\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{\alpha v^2}{2}} v^2 \qquad (6.9)$$

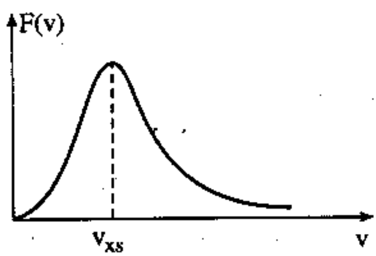
trong đó α là một đại lượng phụ thuộc nhiệt độ được xác định bằng thực nghiệm. Hàm phân bố Măcxoen hoàn toàn phù hợp với những kết quả về thí nghiệm đo vận tốc phân tử. Ta có thể viết lại (6.9) như sau

$$\frac{dn}{n} = 4\pi\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{\alpha v^2}{2}} v^2 dv \qquad (6.10)$$

Công thức này được gọi là *định luật phân bố phân tử theo vận tốc Măcxoenl.*

Việc khảo sát sự biến thiên của hàm phân bố F(v) theo v cho kết quả sau đây (với điều kiện α không đổi).

v	0		$\sqrt{\frac{2}{\alpha}}$		∞
F'(v)	0	+	0	-	0
F(v)	0	↗	cực đại	↘	0



Hình 6-1

Đồ thị của F(v) theo v có một điểm cực đại ứng với giá trị sau đây của vận tốc :

$$v_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \qquad (6.11)$$

v_{xs} gọi là *vận tốc có xác suất lớn nhất* ; đó là giá trị vận tốc ứng với đa số phân tử.

3. Động năng trung bình của phân tử

Từ định luật phân bố phân tử theo vận tốc của Măcxoen, ta có thể tính được những giá trị trung bình của v và của v^2 theo những công thức sau đây, tương tự như các công thức (6.2), (6.2a)

$$\overline{v} = \int_0^\infty F(v)v\,dv \tag{6.12}$$

$$\overline{v^2} = \int_0^\infty F(v)v^2 dv \tag{6.12a}$$

Các phép tính tích phân cho ta những kết quả

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi\alpha}} \tag{6.13}$$

$$\overline{v^2} = \frac{3}{\alpha} \tag{6.14}$$

Từ (6.14) ta có thể suy ra biểu thức động năng trung bình của phân tử :

$$\overline{W}_đ = \overline{\frac{mv^2}{2}} = \frac{m\overline{v^2}}{2}$$

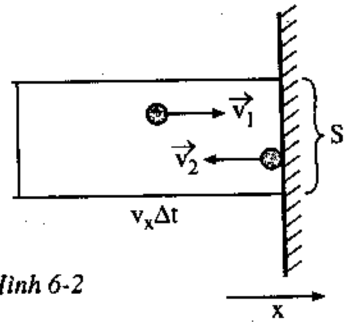
m là khối lượng của một phân tử :

$$\overline{W}_đ = \frac{3}{2}\frac{m}{\alpha} \tag{6.15}$$

4. Tính thừa số α

Trong công thức trên đây, α là một hệ số phụ thuộc nhiệt độ. Để xác định hệ số này, ta xác định mối liên hệ giữa $W_đ$ với các thông số trạng thái của chất khí như áp suất, nhiệt độ... trên cơ sở thuyết động học phân tử. Các phân tử khí trong chuyển động hỗn loạn luôn va chạm vào thành bình. Tổng hợp áp lực do các phân tử khí tác dụng lên thành bình khi va chạm tạo nên áp lực của chất khí tác dụng lên thành bình.

Xét một phân tử khí chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = \vec{v}_x$ theo hướng x đến va chạm vuông góc vào một diện tích S của thành bình. Trong trường hợp phân tử khí có cấu tạo đơn nguyên tử, mỗi phân tử khí có thể được biểu thị bằng một quả cầu nhỏ khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$. Sau va chạm phân tử khí bắn ra với vận tốc $\vec{v}_2$; va chạm ở đây được giả thiết là hoàn toàn đàn hồi. Do đó



Hình 6-2

$$\vec{v}_2 = -\vec{v}_1 = -\vec{v}_x$$

Gọi $\vec{f}$ là lực do thành bình tác dụng lên phân tử khí khi va chạm và Δt là thời gian va chạm, theo định lý về động lượng, ta có :

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = -m\vec{v}_x - m\vec{v}_x = \vec{f}\Delta t$$

$$\vec{f} = -\frac{2m\vec{v}_x}{\Delta t}$$

Áp lực do phân tử khí tác dụng lên thành bình

$$\vec{f'} = -\vec{f} = \frac{2m\vec{v}_x}{\Delta t}$$

Trong khoảng thời gian Δt, số phân tử đập vuông góc vào diện tích S của thành bình nằm trong một hình trụ đáy S, chiều cao $v_x\Delta t$. Gọi n_x là mật độ phân tử có vận tốc v_x, số phân tử chứa trong hình trụ nói trên bằng

$$n_x(v_x\Delta t.S)$$

Tuy nhiên trong số n_x phân tử chứa trong một đơn vị thể tích, số phân tử trung bình chuyển động theo phương x đến đập vào thành bình S chỉ bằng $\frac{n_x}{2}$ (vì trên phương x có 2 chiều chuyển động ngược nhau). Vậy số phân tử có vận tốc v_x đến va chạm vào diện tích S của thành bình đã gây nên áp lực

$$f'_x = \frac{n_x}{2}(v_x\Delta t.S)\frac{2mv_x}{\Delta t}$$

$$= n_x m v_x^2 S$$

Nhưng các phân tử có vận tốc v_x khác nhau, do vậy chúng gây nên áp lực tổng cộng lên thành bình S là

$$F = \sum_{v_x} n_x m v_x^2 S$$

Đặt

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum n_x v_x^2}{\sum n_x}$$

trong đó $\sum n_x = n_0$ là tổng số phân tử trong một đơn vị thể tích có các vận tốc v_x giá trị khác nhau ; $\overline{v_x^2}$ là giá trị trung bình của v_x^2. Ta có thể viết

$$F = n_0 m \overline{v_x^2} S$$

Thực ra vận tốc của các phân tử có mọi phương hướng hỗn loạn ; mỗi vectơ vận tốc $\vec{v}$ có ba thành phần v_x, v_y, v_z sao cho

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Lấy giá trị trung bình của 2 vế :

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Do tính chất hỗn loạn của chuyển động phân tử ta có

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

Vậy biểu thức của áp lực $\vec{F}$ tác dụng lên diện tích S của thành bình có thể viết :

$$F = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2} S$$

Giá trị của áp suất $p = \dfrac{F}{S}$ cho bởi công thức

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2}$$

Ta có thể viết $p = \dfrac{2}{3} n_0 \left(\dfrac{m\overline{v^2}}{2} \right)$

trong đó $\dfrac{m\overline{v^2}}{2} = \overline{W}_đ$ = động năng tịnh tiến trung bình của các phân tử.

Vậy
$$\boxed{p = \frac{2}{3}n_0\overline{W}_đ}$$

Theo (6.15) : $\overline{W}_đ = \dfrac{3}{2}\dfrac{m}{\alpha}$

Ta suy ra

$$p = \frac{2}{3}n_0\frac{3}{2}\frac{m}{\alpha} = n_0\frac{m}{\alpha}$$

Với một mol khí lý tưởng, ta có phương trình trạng thái :

$$pV = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V}$$

Ta có $n_0\dfrac{m}{\alpha} = \dfrac{RT}{V} \Rightarrow \alpha = \dfrac{n_0 mV}{RT}$

trong đó n_0V = số phân tử khí trong 1 mol = số Avôgađrô N_A

Vậy

$$\boxed{\alpha = \frac{mN_A}{RT}}$$

Kết quả $\overline{W}_đ = \dfrac{3}{2}\dfrac{m}{\alpha} = \dfrac{3}{2}\dfrac{R}{N_A}T$

hay :

$$\boxed{\overline{W}_đ = \frac{3}{2}k_BT} \tag{6.16}$$

trong đó $k_B = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}38.10^{-23}$ J/K được gọi là hằng số Bônzman.

Vậy ta có thể đặt $\dfrac{m}{\alpha} = k_BT \Rightarrow \alpha = \dfrac{m}{k_BT}$.

Với biểu thức đó của α, ta có thể viết lại các công thức (6.10), (6.11), (6.13), (6.14) như sau

$$\boxed{\frac{dn}{n} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_BT}}v^2dv} \tag{6.10'}$$

$$\boxed{v_{xs} = \sqrt{\frac{2k_B}{m}}} \qquad (6.11')$$

$$\boxed{\overline{v} = \sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}} \qquad (6.13')$$

$$\boxed{\overline{v^2} = \frac{3k_BT}{m}} \qquad (6.14')$$

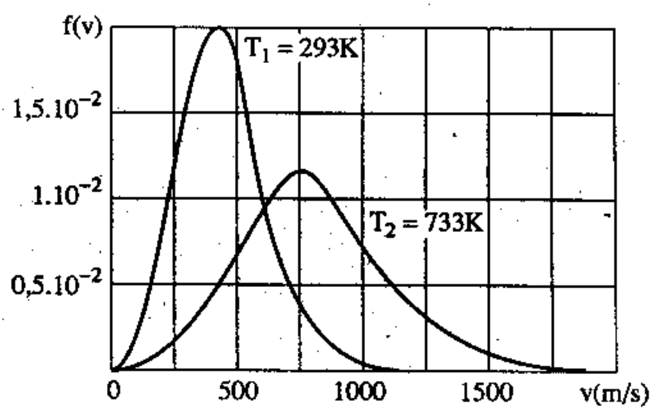
Căn bậc hai của $\overline{v^2}$ là một đại lượng có thứ nguyên vận tốc, được gọi là *vận tốc căn quân phương v_c.*

$$\boxed{v_c = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}}} \qquad (6.17)$$

Chu ý rằng :

$$v_{xs} < \overline{v} < v_c \qquad (6.18)$$

Ta nhận thấy các giá trị vận tốc v_{xs}, $\overline{v}$ và v_c đều tăng khi nhiệt độ tăng. Nếu vẽ trên cùng đồ thị những đường cong biểu diễn hàm phân bố ứng với những nhiệt độ khác nhau thì thấy rằng khi nhiệt độ tăng, số phân tử có vận tốc lớn tăng lên và số phân tử có vận tốc gần v_{xs} giảm xuống (h.6-3).



Hình 6-3.
Đường cong phân bố ứng với hai nhiệt độ khác nhau

Trong các công thức (6.11'), (6.12') và (6.17) nếu thay $k_B = \frac{R}{N_A}$ và chú ý $N_A m = \mu$ = khối lượng một mol khí, ta còn có thể viết $v_{xs} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$, $\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$, $v_c = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

§6.3. ĐỊNH LUẬT PHÂN BỐ BÔNZMAN

1. Công thức khí áp

Ta hãy xét trường hợp khí lý tưởng đặt trong một trường lực, ví dụ như trọng trường đều. Vì có ngoại lực tác dụng lên các phân tử nên áp suất của chất khí không đồng đều và thay đổi từ điểm này đến điểm khác.

Ta chọn phương Oz thẳng đứng và hướng lên. Xét hai điểm có độ cao z và z + dz : Giữa hai điểm này có một hiệu áp suất dp, về giá trị bằng trọng lượng của một cột khí chiều cao dz và đáy bằng một đơn vị diện tích

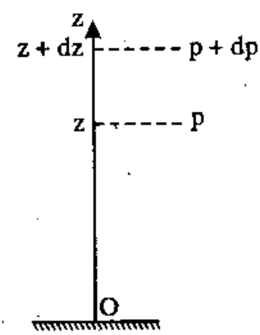
$$dp = -\rho g dz.$$

Trong công thức trên, ρ là khối lượng riêng của chất khí ; dấu – biểu thị rằng khi z tăng thì p giảm. Theo phần đầu chương ta có biểu thức của ρ :

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}$$

Vậy
$$dp = -\frac{p\mu}{RT} g dz$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dz$$



Hình 6-3

Tích phân hai vế từ chiều cao 0 đến chiều cao z tương ứng với các áp suất p(0) và p(z) ta được

$$\int_{p(0)}^{p(z)} \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} z$$

$$p(z) = p(0)e^{-\frac{\mu gz}{RT}} \qquad (6.19)$$

Công thức này là công thức khí áp ; nó cho ta biết sự thay đổi của áp suất p (chẳng hạn của không khí) theo độ cao z ; khi z tăng thì p giảm theo hàm số mũ của z.

2. Định luật phân bố Bônzman

Ta biết rằng, áp suất khí tỉ lệ với mật độ phân tử (trong điều kiện nhiệt độ không đổi). Vì vậy, khi chất khí đặt trong một trường lực, áp suất khí thay đổi từ điểm này sang điểm khác thì kết quả là mật độ phân tử khí cũng thay đổi từ điểm này sang điểm khác. Gọi $n_0(0)$ và $n_0(z)$ là các mật độ phân tử khí tương ứng với các áp suất p(0) và p(z) ta có

$$\frac{n_0(z)}{p(z)} = \frac{n_0(0)}{p(0)}$$

nghĩa là (6.19) có thể viết thành :

$$n_0(z) = n_0(0)e^{-\frac{\mu g}{RT}z} \qquad (6.20)$$

Nhận xét rằng $\frac{\mu}{R} = \frac{mN}{R} = \frac{m}{k}$ nên ta có

$$n_0(z) = n_0(0)e^{-\frac{mgz}{kT}} \qquad (6.21)$$

Nhưng mgz = W_t = thế năng của một phân tử (coi như một chất điểm khối lượng m) trong trọng trường và

$n_0(z) = n_0(W_t)$ = mật độ phân tử tại vị trí thế năng W_t ;

$n_0(0) = n_0(W_t = 0)$ = mật độ phân tử tại vị trí thế năng

$W_t = 0$

Vậy ta có thể viết

$$n_0(W_t) = n_0(0)e^{-\frac{W_t}{kT}} \qquad (6.22)$$

Công thức này gọi là định luật phân bố Bônzman : nó biểu thị sự thay đổi của mật độ phân tử theo thế năng khi chất khí đặt trong một trường lực thế. Công thức này được thiết lập trong một trường hợp riêng là trọng trường đều ; tuy nhiên người ta chứng minh rằng nó vẫn đúng khi chất khí đặt trong một trường lực thế bất kì. Nếu gọi $n_0(1)$ và $n_0(2)$ là các mật độ phân tử tại hai vị trí thế năng tương ứng là W_{t_1} và W_{t_2}, từ (6.22) dễ dàng suy ra :

$$\frac{n_0(1)}{n_0(2)} = e^{\frac{W_{t_2} - W_{t_1}}{kT}} \tag{6.23}$$

Như vậy khi chất khí đặt trong một trường lực thế, *chỗ nào thế năng càng nhỏ thì mật độ phân tử càng lớn.*

BÀI TẬP TỰ GIẢI

6.1. Có một mol khí lý tưởng ở trạng thái 300K ; 10^5Pa ; 0,025m^2. Hãy xác định :

a) Hằng số khí R.

b) Hằng số Bônzman.

c) Động năng tịnh tiến trung bình của một phân tử khí.

6.2. Một bình khí heli có các thông số : $1{,}0.10^{-3}m^3$; $2{,}0.10^5$Pa ; 300K.

a) Tính khối lượng khí heli chứa trong bình.

b) Xác định số nguyên tử heli chứa trong bình.

c) Tính vận tốc căn quân phương của phân tử khí heli.

6.3. Chứng minh hệ thức $3\frac{p}{\rho} = \overline{v^2}$ ($\overline{v^2}$: giá trị trung bình của v^2) (ρ : mật độ khí).

6.4. Khí heli chứa trong một xilanh có các thông số : $1{,}0.10^{-3}m^3$; 300K ; $1{,}0.10^5$Pa.

a) Xác định số nguyên tử heli và động năng toàn phần của tất cả các phân tử heli.

b) Khi heli dãn đẳng nhiệt thì các đại lượng nội năng, $\sqrt{\overline{v^2}}$, ρ thay đổi thế nào ?

Chương 7

CƠ SỞ NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Nhiệt động lực học nghiên cứu các hệ nhiệt động – hệ tạo bởi một số rất lớn các vật thể vi mô (các vật thể có kích thước từ phân tử trở xuống). Ví dụ : một khối khí, một khối lỏng, một hỗn hợp...

Các vật thể vi mô (phân tử, nguyên tử, ion...) của hệ nhiệt động luôn chuyển động hỗn độn – chuyển động nhiệt. Tuy nhiên, mục tiêu của nhiệt động lực học không đi sâu vào nghiên cứu chuyển động nhiệt, nhiệt động lực học nghiên cứu sự biến đổi năng lượng, sự trao đổi nhiệt và công... trong các quá trình biến đổi của hệ. Nói cách khác, trong nhiệt động lực học, người ta thiết lập những hệ thức vĩ mô của hệ nhiệt động mà không quan tâm nhiều đến việc giải thích vi mô của các đại lượng ấy.

§7.1. HỆ NHIỆT ĐỘNG

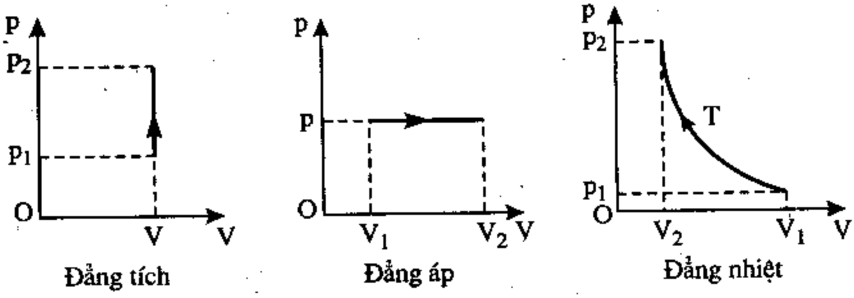
1. Các thông số trạng thái

– *Trạng thái* của một hệ nhiệt động được xác định bởi một số đại lượng gọi là *thông số trạng thái*. Ví dụ, với một chất khí, các thông số trạng thái là thể tích, áp suất, nhiệt độ, mật độ khối lượng...

– *Trạng thái cân bằng* được xác định bởi những thông số trạng thái không thay đổi.

– *Quá trình cân bằng* là một quá trình biến đổi của hệ trải qua liên tiếp các trạng thái cân bằng. Để một quá trình biến đổi là cân bằng cần phải tạo điều kiện để quá trình tiến hành thật chậm, sao cho mỗi trạng thái trải qua là một trạng thái cân bằng. Quá trình cân bằng được diễn tả trên đồ thị trạng thái bằng một đường cong xác định.

Ví dụ : Một số quá trình cân bằng của một khối khí trên đồ thị (V, p) (hình 7-1).



Hình 7-1

2. Phương trình trạng thái

Các thông số xác định trạng thái của một hệ nhiệt động, nói chung không biến đổi độc lập ; giữa các thông số trạng thái đó có những liên hệ gọi là *phương trình trạng thái*.

Ví dụ : phương trình trạng thái của :

a) 1 mol khí lý tưởng

$$pV = RT$$

b) 1 khối lượng (m) khí lý tưởng

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

trong đó : R = 8,31J/mol.K là hằng số khí lý tưởng ; μ là khối lượng một mol của chất khí.

c) 1 khối lượng (m) của chất khí thực Vanđơvan

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT$$

§7.2. NỘI NĂNG, CÔNG VÀ NHIỆT

1. Nội năng của một hệ nhiệt động

Mỗi trạng thái của một hệ nhiệt động tương ứng với một giá trị xác định của năng lượng của hệ. Năng lượng này được biểu hiện ở hai mặt là ngoại năng và nội năng.

a) *Ngoại năng* là phần năng lượng tương ứng với những chuyển động, những tương tác bên ngoài của hệ như động năng trong chuyển động có hướng của toàn bộ hệ, thế năng tương tác của hệ với bên ngoài (như thế năng trong trọng trường, trong điện trường...) ; phần năng lượng này được *giả thiết là không thay đổi*.

b) *Nội năng* là phần năng lượng tương ứng với những chuyển động hỗn loạn bên trong của các phân tử, nguyên tử... bao gồm động năng của các phần tử vi mô, thế năng tương tác giữa các phần tử đó.

Như vậy, khi khảo sát các quá trình nhiệt động, ta quan tâm đến sự biến thiên nội năng U của hệ.

Ta hãy xét một khối khí lý tưởng đơn nguyên tử có N_A * phân tử trong một mol ; nội năng khối khí đó là tổng động năng của các phân tử khí. Ở đây không có thế năng vì đối với khí lý tưởng, các phân tử không tương tác nhau. Biểu thức (6.16) đã tính được động năng trung bình của phân tử khí lý tưởng ở nhiệt độ T. Giá trị này tỉ lệ với T :

$$\overline{W}_đ = \frac{3}{2}k_B T \qquad (k_B \text{ là hằng số Bônxman})$$

Vậy nội năng của một mol khí lý tưởng :

$$U_{mol} = N_A \overline{W}_đ = \frac{3}{2}N_A k_B T$$

trong đó

$$N_A k_B = R = \text{hằng số khí lý tưởng}$$

Vậy

$$U_{mol} = \frac{3}{2}RT$$

Công thức trên chỉ đúng đối với các phân tử đơn nguyên tử.

Người ta chứng minh được công thức tổng quát của nội năng của một mol khí lý tưởng cho bởi :

$$\boxed{U_{mol} = \frac{i}{2}RT} \qquad (7.1)$$

* N_A là số Avôgađrô

với i là một hệ số, tuỳ thuộc vào cấu tạo phân tử, gọi là *số bậc tự do.*

Phân tử	Đơn nguyên tử	Hai nguyên tử	Ba nguyên tử trở lên
i	3	5	7

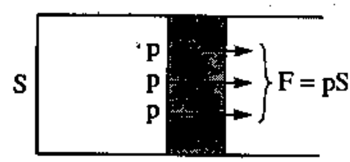
Nội năng của một khối lượng m bất kì của khí lý tưởng

$$\boxed{U = \frac{m}{\mu}\left(\frac{i}{2}RT\right)} \qquad (7\text{-}1a)$$

2. Công và nhiệt

Trong quá trình biến đổi, một hệ nhiệt động có thể trao đổi năng lượng với môi trường ngoài theo hai cách : công và nhiệt.

a) Trao đổi công : Giả sử có một khối khí nhốt trong xilanh, khi dãn nở áp lực tác dụng lên pittông đẩy pittông chuyển động và sinh công.



Hình 7-2

Giả sử khối khí tác dụng áp lực $\vec{F}$ lên pittông diện tích S (hình 7-2) :

$$F = pS$$

Khi pittông dịch chuyển một đoạn Δl, áp lực $\vec{F}$ sinh công bằng :

$$\Delta A' = F\Delta l = pS\Delta l$$

trong đó $S\Delta l = \Delta V$ = độ biến thiên thể tích khối khí. Vậy :

$$\Delta A' = p\Delta V$$

Biểu thức trên cho ta công $\Delta A'$ do khối khí *sinh ra*. Nếu ta tính công ΔA do khối khí *nhận vào* thì

$$\Delta A = -\Delta A' = -p\Delta V$$

Trong trường hợp hệ biến đổi theo một quá trình hữu hạn AB thì công do hệ nhận được là tích phân :

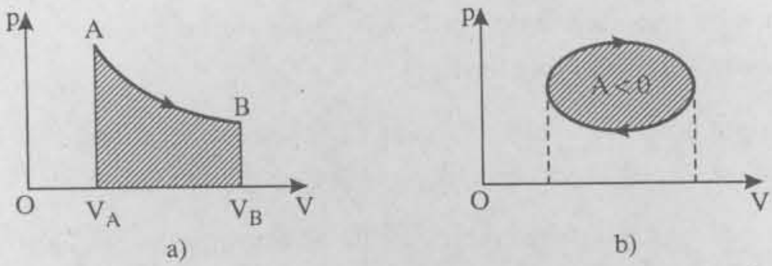
$$A_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} p\,dV$$

Nếu quá trình biến đổi AB được diễn tả bằng đồ thị của p theo V

$$p = f(V)$$

thì A_{AB} có giá trị tuyệt đối bằng diện tích trên đồ thị p = f(V) nằm giữa trục hoành, hai đường thẳng $V = V_A$, $V = V_B$ và đồ thị p = f(V) (hình 7-3a).

Nếu hệ biến đổi theo một quá trình khép kín (chu trình) thì công A nhận được trong một chu trình có giá trị bằng diện tích đồ thị nằm trong chu trình (hình 7-3b). Dễ dàng thấy khi chiều chu trình cùng chiều kim đồng hồ thì A < 0 và ngược lại.



Hình 7-3

b) Trao đổi nhiệt

Trong quá trình biến đổi, hệ nhiệt động có thể tiếp xúc nhiệt hoặc cách nhiệt đối với môi trường ngoài.

Nếu hệ cách nhiệt đối với môi trường ngoài thì ta nói hệ cô lập về nhiệt ; quá trình biến đổi khi đó gọi là *đoạn nhiệt**.

Nếu hệ có tiếp xúc nhiệt với bên ngoài thì trong quá trình biến đổi nó có thể nhận nhiệt (Q > 0) hay toả nhiệt (Q < 0) (hay nhận một nhiệt lượng âm).

Trường hợp tổng quát, trong một quá trình biến đổi, hệ vừa trao đổi công vừa trao đổi nhiệt với môi trường ngoài thì ta đi tới kết luận trình bày trong mục sau đây.

---

* Thường những quá trình biến đổi rất nhanh cũng có thể coi là *đoạn nhiệt*, vì trong quá trình đó hệ chưa kịp trao đổi nhiệt với bên ngoài.

§7.3. NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Theo những kết quả đã phân tích ở trên, *một hệ nhiệt động biến đổi từ trạng thái 1 đến trạng thái 2, qua đó nội năng biến đổi từ giá trị U_1 đến giá trị U_2 ; trong đó hệ nhận công A và nhiệt lượng Q từ môi trường ngoài thì độ biến thiên nội năng của hệ bằng tổng công (đại số) và nhiệt lượng (đại số) mà hệ nhận được trong quá trình đó*

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = A + Q} \tag{7.2}$$

Phát biểu trên đây được gọi là *nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học* (hay nguyên lý I nhiệt động lực học).

2. Trong công thức trên, nội năng U tuỳ thuộc vào trạng thái (hàm của trạng thái) còn công A và nhiệt lượng Q là hàm của quá trình.

Nếu một hệ nhiệt động có thể biến thiên từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 theo những quá trình khác nhau thì tổng công và nhiệt mà hệ nhận được trong từng quá trình đó sẽ bằng nhau

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = A_a + Q_a = A_b + Q_b} \tag{7.2a}$$

(nguyên lý trạng thái đầu và trạng thái cuối).

3. Trường hợp riêng : Hệ biến đổi theo một chu trình

$$\boxed{(U_2 - U_1)_{\text{chu trình}} = 0 = A + Q} \tag{7.3}$$

Khi hệ biến đổi theo một chu trình thì tổng công và nhiệt (đại số) mà hệ nhận được trong chu trình có giá trị đại số đối nhau : Nếu hệ nhận công thì sẽ toả nhiệt và ngược lại.

4. Trong một quá trình vô cùng nhỏ, nội năng của hệ biến thiên từ giá trị U đến giá trị U + dU ; tổng công và nhiệt mà hệ nhận được trong quá trình ấy được ký hiệu là δA + δQ. Ta có

$$dU = \delta A + \delta Q \tag{7.2b}$$

5. Hệ cô lập (hệ kín)

Một hệ gọi là *cô lập* hay *kín* khi hệ đó không trao đổi công và nhiệt với môi trường ngoài. Theo nguyên lý I nhiệt động lực học, ta có thể kết luận

Nội năng của hệ kín là một đại lượng bảo toàn

$$\Delta U_{(\text{hệ kín})} = 0 \qquad (7.2c)$$

§7.4. ÁP DỤNG NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC ĐỂ KHẢO SÁT CÁC QUÁ TRÌNH BIẾN ĐỔI CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

Trong mục này, ta áp dụng nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học :

$$\Delta U = A + Q$$

$$dU = \delta A + \delta Q$$

để khảo sát các quá trình biến đổi (cân bằng) cơ bản của một khối khí lý tưởng có khối lượng m xác định. Phương trình trạng thái của khối khí lý tưởng này được viết dưới dạng :

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = xRT$$

trong đó $x = \dfrac{m}{\mu}$ = số mol trong khối khí lý tưởng đó.

Với các quá trình biến đổi cân bằng của khối khí, trong đó thể tích biến thiên từ V đến V + dV, biểu thức công vi phân mà khối khí nhận được cho bởi

$$\delta A = -pdV$$

Nếu trong quá trình đó, nhiệt độ (tuyệt đối) biến thiên từ T đến T + dT thì biểu thức của nhiệt lượng mà khối khí nhận được có thể viết dưới dạng

$$\delta Q = \mathscr{C}dT$$

trong đó $\mathscr{C}$ được gọi là nhiệt dung của khối khí ; nói chung $\mathscr{C}$ tuỳ thuộc quá trình biến đổi. Theo nguyên lý I nhiệt động lực học, áp dụng cho quá trình biến đổi của khối khí đó, ta có thể viết

$$dU = \delta A + \delta Q = -pdV + \mathscr{C}dt$$

Theo (7.1a), nội năng của một khối khí lý tưởng cho bởi $U = \frac{m}{\mu}\left(\frac{i}{2}RT\right)$, vậy có thể viết

$$\boxed{\frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RdT = -pdV + \mathscr{C}dT} \tag{7.2d}$$

Ta nhắc lại rằng :

* Nếu $\delta A > 0$ thì khối khí thực sự nhận công, nếu $\delta A < 0$ thì khối khí thực sự sinh công, $\delta A' = -\delta A > 0$.

* Nếu $\delta Q > 0$ thì khối khí thực sự nhận nhiệt, nếu $\delta Q < 0$ thì khối khí thực sự tỏa nhiệt, $\delta Q' = -\delta Q > 0$.

Ta lần lượt xét các quá trình cơ bản sau đây :

1. Quá trình đẳng tích (thể tích không đổi), khi đó

$$\delta A = 0$$

và
$$dU = \delta Q = \mathscr{C}_V dT$$

$\mathscr{C}_V$ gọi là nhiệt dung đẳng tích của khối khí, được xác định bởi :

$$dU = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RdT = \mathscr{C}_V dT$$

$$\boxed{\mathscr{C}_V = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R} \tag{7.4a}$$

Nếu khối khí là 1 mol thì $\frac{m}{\mu} = 1$ và lúc đó nhiệt dung được gọi là *nhiệt dung mol đẳng tích* ký hiệu là C_V

$$\boxed{C_V = \frac{i}{2}R} \tag{7.4}$$

2. Quá trình đẳng áp (áp suất không đổi)

Trong quá trình này

$$\delta A = -pdV \quad \text{với p không đổi}$$

Vậy (7.2d) được viết thành

$$\frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT = -pdV + \mathscr{C}_p dT \tag{7.2e}$$

$\mathscr{C}_p$ được gọi là nhiệt dung đẳng áp. Vì quá trình là đẳng áp nên từ phương trình trạng thái

$$\frac{m}{\mu}RT = pV$$

ta suy ra

$$\frac{m}{\mu}RdT = pdV$$

Phương trình (7.2e) cho ta tính được $\mathscr{C}_p$:

$$\frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT = -\frac{m}{\mu}RdT + \mathscr{C}_p dT$$

$$\boxed{\mathscr{C}_p = \frac{m}{\mu}\left(\frac{i}{2}+1\right)R} \tag{7.5a}$$

Với khối khí lý tưởng bằng 1 mol ($m = \mu$), ta có *nhiệt dung mol đẳng áp.*

$$\boxed{C_p = \left(\frac{i}{2}+1\right)R} \tag{7.5}$$

Chú ý rằng

$$\frac{iR}{2} = C_V$$

ta suy ra $$C_p = C_V + R$$

hay

$$\boxed{C_p - C_V = R} \tag{7.6}$$

Hệ thức này được gọi là hệ thức Meyer. Thường người ta hay ký hiệu

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{7.7}$$

γ được gọi là hệ số Poisson.

Ta nhận thấy C_V và C_p là những hằng số phụ thuộc số bậc tự do i, một hệ số tuỳ thuộc cấu tạo phân tử (bảng 7.1).

Bảng 7.1

Phân tử	i	C_V	C_p	γ
Đơn nguyên tử	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
Hai nguyên tử	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$
Ba nguyên tử trở lên	6	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$	$\frac{4}{3}$

3. Quá trình đẳng nhiệt (nhiệt độ không đổi)

Vì nhiệt độ không đổi dT = 0, nên độ biến thiên nội năng của khối khí lý tưởng

$$dU = \frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT = 0$$

Trong quá trình đẳng nhiệt, nội năng của khối khí lý tưởng không đổi.

Kết quả, (7.2b) cho ta

$$dU = \delta A + \delta Q = 0$$

Công A mà khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt được tính bởi

$$A = \int_{V_1}^{V_2} -pdV$$

trong đó

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \rightarrow p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$$

Vậy

$$A = \int_{V_1}^{V_2} -\frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V}$$

$$\boxed{A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_1}{V_2}} \tag{7.8}$$

Từ phương trình

$$\Delta U = A + Q = 0$$

ta suy ra nhiệt lượng khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt :

$$\boxed{Q = -A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}} \tag{7.9}$$

Từ (7.8) và (7.9) ta suy ra : Trong quá trình đẳng nhiệt của một khối khí lý tưởng :

a) Nếu quá trình là nén khí, khối khí nhận công $A > 0$ và toả nhiệt ($Q = -A < 0$).

b) Nếu quá trình là dãn khí, khối khí sinh công $A' = -A > 0$ và nhận nhiệt ($Q > 0$).

Chú ý : Từ hệ thức $\delta Q = \mathscr{C} dT$ áp dụng cho quá trình đẳng nhiệt $dT = 0$, ta suy ra $\mathscr{C} = \infty$: nhiệt dung trong quá trình đẳng nhiệt lớn vô cùng.

4. Quá trình đoạn nhiệt (quá trình hệ không trao đổi nhiệt với môi trường ngoài), $Q = 0$.

Phương trình diễn tả quá trình đoạn nhiệt theo nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học viết cho một khối khí lý tưởng

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} dT = \delta A + 0 = -pdV \tag{7.2f}$$

Công mà khối khí nhận được trong một quá trình đoạn nhiệt

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \left(T_2 - T_1\right) \tag{7.10}$$

Hệ quả : Trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt của một khối khí lý tưởng :

a) Nếu là nén khí, $A > 0$ thì $\Delta T > 0$: Nhiệt độ khối khí tăng lên.

b) Nếu là dãn khí, $A < 0$ thì $\Delta T < 0$: Nhiệt độ khối khí giảm đi.

Chú ý : Với quá trình đoạn nhiệt :

$$\delta Q = \mathscr{C}dT = 0$$

mà $dT \neq 0$, vậy $\mathscr{C} = 0$: *Trong quá trình đoạn nhiệt, nhiệt dung bằng 0.*

Bài tập ví dụ : Phương trình đoạn nhiệt của khí lý tưởng.

Ta hãy thiết lập sự biến thiên của p, V, T của một khí lý tưởng trong quá trình đoạn nhiệt. Theo (7.2f) ta có

$$\frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT = -pdV$$

$$\frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT + pdV = 0$$

Thay $\quad p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$ ta được

$$\frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT + \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}dV = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{2}{i}\frac{dV}{V} = 0$$

trong đó $\quad \frac{2}{i} = \left(\frac{2}{i} + 1\right) - 1 = \gamma - 1$ (γ : hệ số Poisson)

Ta được $\quad \frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = 0$

Lấy nguyên hàm của hai vế

$$\ln T + \ln V^{\gamma - 1} = \text{const}$$

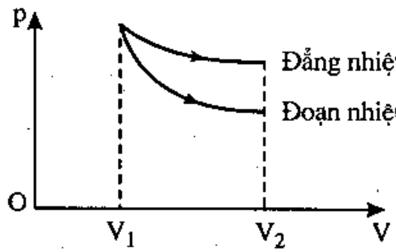
$$\boxed{TV^{\gamma-1} = \text{const}} \tag{7.11}$$

Có thể thay $T = \dfrac{pV}{\frac{m}{\mu}R}$ ta được

$$\boxed{pV^{\gamma} = \text{const}} \tag{7.12}$$

Các phương trình (7.11), (7.12) là những dạng khác nhau của phương trình đoạn nhiệt của khí lý tưởng.

Bài tập : Trên đồ thị V, p (h.7-4) ta khảo sát hai quá trình dãn đẳng nhiệt và dãn đoạn nhiệt của một khối khí lý tưởng cùng xuất phát từ trạng thái đầu (V_1, p_1). Chứng tỏ rằng đường đoạn nhiệt dốc hơn đường đẳng nhiệt.



Hình 7-4

Gợi ý : Dựa vào tính chất, khi dãn đoạn nhiệt thì nhiệt độ khối khí giảm đi.

Bảng 7.2 ***Các quá trình của khí lý tưởng***

Quá trình	Phương trình	A	Q	C	ΔU	Ghi chú
Đẳng tích	$\frac{p}{T}$ = const	0	$\frac{m}{\mu}C_V\Delta T$	$\frac{iR}{2}$	$\frac{m}{\mu}C_V\Delta T$	$C_p - C_V = R$
Đẳng áp	$\frac{V}{T}$ = const	$-p(V_2 - V_1)$	$\frac{m}{\mu}C_p\Delta T$	$\frac{i+2}{2}R$	$\frac{m}{\mu}C_V\Delta T$	$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$
Đẳng nhiệt	pV = const	$\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_1}{V_2}$	$\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$	∞	0	
Đoạn nhiệt	pV^{γ} = const	$\frac{m}{\mu}C_V\Delta T$	0	0	$\frac{m}{\mu}C_V\Delta T$	

§7.5. SỰ XUẤT HIỆN TẤT YẾU CỦA NGUYÊN LÝ HAI

1. Những hạn chế của nguyên lý I nhiệt động lực học

Nguyên lý I nêu lên mối quan hệ giữa độ biến thiên nội năng của hệ và các đại lượng công, nhiệt mà hệ trao đổi với môi trường ngoài. Nói riêng, nếu hệ biến đổi theo một chu trình thì tổng số công và nhiệt mà hệ trao đổi với bên ngoài là bằng 0, cụ thể :

(1) – Nếu hệ nhận công (thực sự) thì sẽ toả nhiệt,

(2) – Nếu hệ nhận nhiệt thì sẽ sinh công, độ lớn của công và nhiệt đó bằng nhau.

Theo nguyên lý I nhiệt động lực học, hai quá trình trên đây đều có thể xảy ra với xác suất như nhau. Trong thực tế, quá trình thứ nhất luôn luôn có thể dễ dàng xảy ra còn quá trình thứ hai hầu như không thể xảy ra.

Ví dụ 1. Quả cầu nhỏ bằng chì rơi từ độ cao h xuống đất và nằm lại trên mặt đất. Trong quá trình này, cơ năng quả cầu giảm và chuyển hoá thành nhiệt toả ra làm nóng quả cầu. Nhưng nếu quả cầu đang ở trên mặt đất được cung cấp nhiệt lượng như trên thì nhiệt lượng này không chuyển hoá thành cơ năng và quả cầu không thể bay lên.

Ví dụ 2. Hai vật có nhiệt độ T_1 và T_2 khác nhau, đặt tiếp xúc nhau trong một bình kín cách nhiệt với môi trường ngoài. Hai vật nhận nhiệt δQ_1 và δQ_2 trong một quá trình trao đổi nhiệt. Vì không có trao đổi nhiệt với bên ngoài nên

$$\delta Q_1 + \delta Q_2 = 0$$

$$\delta Q_1 = -\delta Q_2$$

Nếu $\delta Q_1 > 0$ thì $\delta Q_2 < 0$ và ngược lại. Theo nguyên lý I nhiệt động lực học, hai quá trình :

$\delta Q_1 > 0$ (vật 1 nhận nhiệt) $\Rightarrow$ $\delta Q_2 < 0$ (vật 2 toả nhiệt)

hoặc $\delta Q_1 < 0 \Rightarrow \delta Q_2 > 0$ đều có thể xảy ra.

Trong thực tế, tuỳ theo quan hệ so sánh giữa các nhiệt độ T_1 và T_2, chỉ có thể xảy ra một quá trình, cụ thể :

– nếu $T_1 < T_2$ thì $\delta Q_1 > 0$, $\delta Q_2 < 0$: vật 1 nhận nhiệt, vật 2 toả nhiệt.

– nếu $T_1 > T_2$ thì ngược lại.

Nói cách khác : *Khi có sự trao đổi nhiệt giữa hai vật khác nhiệt độ tiếp xúc nhau thì nhiệt chỉ truyền từ vật có nhiệt độ cao đến vật có nhiệt độ thấp.*

Ở đây, cố nhiên ta phải giả thiết không có những can thiệp của môi trường ngoài vào quá trình trao đổi nhiệt đó.

Kết luận : Nếu chỉ dựa vào nguyên lý I nhiệt động lực học thì chưa thể xác định được chiều diễn biến của một quá trình và khả năng chuyển hoá giữa công và nhiệt.

2. Quá trình thuận nghịch

* *Định nghĩa* : Quá trình thuận nghịch của một hệ là quá trình có hai tính chất sau :

1) Có thể diễn biến theo hai chiều qua cùng các trạng thái ở quá trình đi và quá trình về.

2) Khi hệ biến đổi theo quá trình thuận từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 rồi theo quá trình nghịch từ trạng thái 2 về trạng thái 1 thì môi trường ngoài không thay đổi (nhiệt độ không thay đổi, không nhận thêm công hoặc toả nhiệt...).

* *Ghi chú* : 1) Để cho một quá trình là thuận nghịch, *điều kiện cần* là quá trình đó phải là một quá trình cân bằng.

2) Các quá trình trong thực tế thường có ma sát, lực cản hoặc sự hao tổn năng lượng do toả nhiệt... đều là các *quá trình không thuận nghịch*.

3) Quá trình nhiệt truyền từ vật nóng sang vật lạnh tiếp xúc nhiệt với nhau trong bình kín cách nhiệt là một quá trình không thuận nghịch.

§7.6. NGUYÊN LÝ THỨ HAI NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Hàm entropy

Nguyên lý I nhiệt động lực học đã khảo sát sự biến thiên của một hàm trạng thái của hệ là nội năng.

Nguyên lý II nhiệt động lực học cũng khảo sát sự biến thiên của một hàm trạng thái khác của hệ là entropy.

Định nghĩa : Entropy là một hàm trạng thái của hệ, ký hiệu là S, sao cho độ biến thiên của hàm S đó trong một quá trình thuận nghịch trao đổi nhiệt δQ của hệ với môi trường ngoài được tính theo công thức

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \qquad (7.13)$$

T là nhiệt độ của hệ tại trạng thái đang xét. Nếu hệ biến đổi theo một quá trình cân bằng thuận nghịch bất kì từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 thì độ biến thiên của hàm entropy của hệ trong quá trình đó được cho bởi tích phân

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{(1)(tn)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T} \qquad (7.14)$$

(hai chữ tn có ý nghĩa là tích phân đối với quá trình thuận nghịch).

2. Entropy của khí lý tưởng

Để có một ví dụ cụ thể, ta hãy tính độ biến thiên entropy của một khối khí lý tưởng.

Trong tích phân

$$\Delta S = \int_{(1)(tn)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}$$

ta có, đối với khí lý tưởng

$$\delta Q = dU - \delta A = \frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT + pdV$$

trong đó

$$p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$$

$$\delta Q = \frac{m}{\mu}\frac{iR}{2}dT + \frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V}$$

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu}R\left(\frac{i}{2}\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V}\right)$$

Độ biến thiên entropy của khí lý tưởng

$$\Delta S = \int_{(1)(tn)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu}R\left(\frac{i}{2}\ln\frac{T_2}{T_1} + \ln\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (7.15)$$

$$S_2 - S_1 = \left[\frac{m}{\mu}R\left(\frac{i}{2}\ln T_2 + \ln V_2\right)\right] - \left[\frac{m}{\mu}R\left(\frac{i}{2}\ln T_1 + \ln V_1\right)\right] \quad (7.16)$$

Hàm entropy tại mỗi trạng thái được xác định sai khác một hằng số cộng :

$$S = \frac{m}{\mu}R\left(\frac{i}{2}\ln T + \ln V\right) + S_0$$

hay $$S = \frac{m}{\mu}(C_V \ln T + R\ln V) + S_0 \quad (7.17)$$

trong đó $\frac{iR}{2} = C_V$ = nhiệt dung mol đẳng tích.

Trong quá trình biến đổi của một hệ kín, hàm entropy của hệ luôn luôn tăng.

Phát biểu này được gọi là *nguyên lý tăng entropy*, một dạng khác của nguyên lý II nhiệt động lực học.

Hệ quả. Khi hàm entropy của hệ kín đạt giá trị cực đại thì hệ kín đạt tới một trạng thái cân bằng.

Chú ý. 1) Nguyên lý tăng entropy chỉ áp dụng cho các hệ kín ; các hệ nhiệt động không kín khi biến đổi thì hàm entropy có thể tăng hoặc giảm.

2) Với hệ kín lý tưởng biến đổi theo các quá trình *thuận nghịch cân bằng* thì

$$T_2 \approx T_1$$

$$\Rightarrow \quad dS \approx 0$$

Độ biến thiên entropy của hệ xấp xỉ bằng 0.

(nếu hai nhiệt độ khác nhau nhiều thì quá trình là không thuận nghịch).

Thống nhất cả hai trường hợp trên đối với hệ kín, ta có thể viết

$$\boxed{dS_{(\text{hệ kín})} \geq 0} \quad (7.18a)$$

$dS > 0$ khi hệ biến đổi theo quá trình không thuận nghịch.

$dS = 0$ khi hệ biến đổi theo quá trình thuận nghịch.

Bài tập

Xác định độ biến thiên entropy của khí lý tưởng trong các quá trình đặc biệt (bảng 7.3).

Bảng 7.3

Quá trình	*ΔS*	*Ghi chú*
Đẳng tích	$\frac{m}{\mu}C_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	
Đẳng áp	$\frac{m}{\mu}C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	
Đẳng nhiệt	$\frac{m}{\mu}R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$= \frac{Q}{T}$
Đoạn nhiệt	0	Quá trình này còn gọi là đẳng entropy

3. Phát biểu thứ nhất của nguyên lý II nhiệt động lực học

Cách phát biểu thứ nhất của nguyên lý II chính là phát biểu về quá trình trao đổi nhiệt giữa hai vật có nhiệt độ khác nhau.

"Khi có sự trao đổi nhiệt giữa hai vật khác nhiệt độ, tiếp xúc nhau trong một bình kín cách nhiệt so với môi trường ngoài thì nhiệt chỉ truyền từ vật có nhiệt độ cao hơn đến vật có nhiệt độ thấp hơn" (phát biểu của Clausius).

4. Phát biểu thứ hai của nguyên lý II nhiệt động lực học

Ta hãy khảo sát sự biến đổi hàm entropy của hệ hai vật khác nhiệt độ tiếp xúc nhau trong bình kín cách nhiệt. Hai vật đó tạo thành một hệ nhiệt động đặc biệt gọi là *hệ kín*, hay hệ *cô lập về nhiệt*.

Độ biến thiên entropy của hệ trong quá trình trao đổi nhiệt giữa hai vật :

$$dS = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = -\frac{\delta Q_2}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} \quad (\delta Q_1 = -\delta Q_2)$$

$$dS = \delta Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

Nếu $T_2 < T_1$ thì $\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} > 0$ và $\delta Q_2 > 0$: Vật 2 nhận nhiệt.

Nếu $T_1 < T_2$ thì $\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} < 0$ và $\delta Q_2 < 0$: Vật 2 toả nhiệt.

Trong cả hai trường hợp : $dS > 0$ nghĩa là hàm entropy của hệ luôn luôn tăng trong quá trình biến đổi của hệ.

Kết quả này được mở rộng cho một hệ kín bất kì, biến đổi theo các quá trình không thuận nghịch.

Với một hệ kín biến đổi theo quá trình không thuận nghịch, entropy của hệ là một hàm luôn luôn tăng.

Vì các hệ nhiệt động trong thực tế luôn biến đổi theo các quá trình không thuận nghịch, nên có thể phát biểu :

• Đối với một hệ kín biến đổi theo quá trình bất kì, qua đó độ biến thiên entropy của hệ là ΔS thì nguyên lý tăng entropy được viết dưới dạng

$$\Delta S_{(\text{hệ kín})} \geq 0 \tag{7.18}$$

Ghi chú. Hàm entropy S là một hàm trạng thái cơ bản, có vai trò quan trọng như hàm nội năng U của hệ nhiệt động.

Trong phần trên đã trình bày hàm entropy của một hệ chỉ được xác định qua độ biến thiên của hàm S đó trong một quá trình :

$$\Delta S = \int_{(1)(\text{tn})}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}$$

Nernst đã chứng minh được định lý sau :

Khi nhiệt độ (tuyệt đối) của một hệ nhiệt động dần tới 0 thì entropy của hệ dần tới 0 :

$$\lim_{T \to 0} S = 0$$

Nhờ đó có thể tính được giá trị hàm entropy S tại một trạng thái ứng với nhiệt độ T

$$S = \int_{0(\text{tn})}^{T} \frac{\delta Q}{T}$$

§7.7. ÁP DỤNG CÁC NGUYÊN LÝ NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC ĐỂ KHẢO SÁT CÁC MÁY NHIỆT

1. Định nghĩa

Một cách tổng quát, người ta định nghĩa máy nhiệt là một hệ thực hiện chức năng biến đổi nhiệt thành công (động cơ nhiệt) hoặc công thành nhiệt (máy làm lạnh). Trong một máy nhiệt thường có hai bộ phận chính là *nguồn nhiệt* và *tác nhân* (chất làm việc).

Nguồn nhiệt là một vật có nhiệt dung rất lớn và có nhiệt độ được duy trì không đổi. Tác nhân (thường là một hỗn hợp không khí và hơi xăng hoặc diesel) trong quá trình biến đổi sẽ trao đổi nhiệt với nguồn và trao đổi công với môi trường ngoài. Vì lý do kỹ thuật, khi làm việc tác nhân tác dụng áp lực lên pittông làm cho pittông chuyển động tuần hoàn và chuyển động này biến đổi thành chuyển động quay của bánh xe. Do đó *tác nhân phải biến đổi theo một chu trình* ; nói một cách đầy đủ là tác nhân biến đổi theo một chuỗi các chu trình giống nhau và kế tiếp nhau. Khi tính toán biện luận, ta chỉ xét một chu trình biến đổi của tác nhân.

Trong phần sau đây, chủ yếu chỉ xét các động cơ nhiệt với chức năng nhận nhiệt, sinh công ($A < 0, Q > 0$).

Vì tác nhân biến đổi theo chu trình nên theo nguyên lý I :

$$\Delta U_{\text{tác nhân}} = A + Q = 0$$

A và Q là công và nhiệt mà tác nhân nhận được sau một chu trình. Đối với một động cơ nhiệt ta phải có

$$A \le 0$$

nghĩa là công sinh ra $A' = -A \ge 0$.

2. Động cơ vĩnh cửu loại 1

Động cơ vĩnh cửu loại 1 là động cơ nhiệt không sử dụng nguồn nhiệt nào cả.

Kết quả $Q = 0$ và từ $\Delta U_{\text{tác nhân}} = A + Q = 0$ suy ra $A = 0 \rightarrow$ không có công sinh ra.

Kết luận : Không tồn tại động cơ vĩnh cửu loại 1.

3. Động cơ vĩnh cửu loại 2

Động cơ vĩnh cửu loại 2 là động cơ nhiệt chỉ sử dụng một nguồn nhiệt (hình 7-5).

Động cơ vĩnh cửu loại 2 = {một nguồn nhiệt và tác nhân}

Ta xác định độ biến thiên entropy của động cơ vĩnh cửu loại 2 :

$\Delta S_{\text{động cơ}} = \Delta S_{\text{nguồn}} + \Delta S_{\text{tác nhân}}$

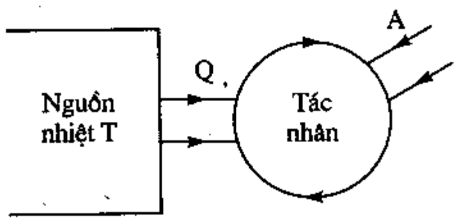
trong đó $\Delta S_{\text{tác nhân}} = 0$ (vì tác nhân biến đổi theo chu trình)

và $\Delta S_{\text{nguồn}} = \dfrac{-Q}{T}$

Theo nguyên lý tăng entropy (7.18)

$$\Delta S_{\text{động cơ}} = \frac{-Q}{T} \geq 0$$

Vậy $Q \leq 0$



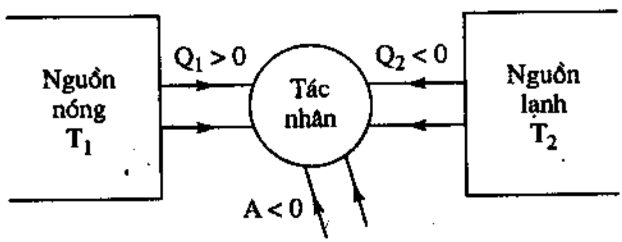
Hình 7-5

nghĩa là $A \geq 0$; Tác nhân phải nhận công từ bên ngoài (nghĩa là không sinh được công).

Kết luận : Không tồn tại động cơ vĩnh cửu loại 2.

Hệ quả : Muốn tạo ra một động cơ nhiệt phải sử dụng *ít nhất hai nguồn nhiệt* với nhiệt độ T_1 và T_2 khác nhau. Nguồn có nhiệt độ cao hơn gọi là *nguồn nóng*, nguồn kia là *nguồn lạnh*.

4. Động cơ nhiệt hai nguồn được mô tả trong sơ đồ hình 7-6.



Hình 7-6

Trong một chu trình biến đổi, tác nhân nhận được nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng, Q_2 từ nguồn lạnh và nhận được công A từ bên ngoài. Theo nguyên lý I :

$$\Delta U_{\text{tác nhân}} = Q_1 + Q_2 + A = 0$$

Chức năng của động cơ là sinh công :

$$A' = -A > 0 \Leftarrow A < 0$$

Vậy $$A' = Q_1 + Q_2 > 0 \qquad (7.19a)$$

Độ biến thiên entropy của động cơ, *một hệ kín* bao gồm hai nguồn và tác nhân, được cho bởi :

$$\Delta S_{\text{động cơ}} = \Delta S_{\text{nguồn } T_1} + \Delta S_{\text{nguồn } T_2} + \Delta S_{\text{tác nhân}}$$

$$= \frac{-Q_1}{T_1} + \frac{-Q_2}{T_2} + 0$$

Theo nguyên lý tăng entropy (7.18) :

$$\Delta S_{\text{động cơ}} = \frac{-Q_1}{T_1} + \frac{-Q_2}{T_2} \geq 0 \qquad (7.19)$$

nghĩa là $$-\frac{Q_1 T_2}{T_1} + (-Q_2) \geq 0 \qquad (7.20)$$

Cộng hai bất đẳng thức (7.19a) và (7.20) ta được

$$Q_1 - \frac{Q_1 T_2}{T_1} > 0$$

$$Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) > 0$$

Ta suy ra nếu $T_1 > T_2$ thì $1 - \frac{T_2}{T_1} > 0$ và $Q_1 > 0$.

Vậy trong chu trình biến đổi, tác nhân sẽ nhận nhiệt từ nguồn nóng ($Q_1 > 0$) và toả nhiệt cho nguồn lạnh ($Q_2 < 0$).

Hiệu suất của động cơ nhiệt là tỉ số giữa công sinh ra và nhiệt nhận từ nguồn nóng của tác nhân. Hiệu suất được ký hiệu là :

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{-A}{Q_1}$$

Theo (7.19a) : $A' = Q_1 + Q_2$, ta có thể viết

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}} \qquad (7.21)$$

Theo (7.19) ta có

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0$$

$$\frac{Q_2}{T_2} \le -\frac{Q_1}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} \le -\frac{T_2}{T_1} \qquad (Q_1 > 0)$$

Kết quả

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \le 1 - \frac{T_2}{T_1}} \tag{7.22}$$

Để hiểu rõ ý nghĩa vật lý của kết quả này, ta hãy xét một động cơ nhiệt đặc biệt gọi là động cơ Carnot.

5. Động cơ Carnot là một động cơ hai nguồn, trong đó tác nhân là một khối khí lý tưởng biến đổi theo chu trình thuận nghịch ABCD. Trong chu trình này :

AB là chu trình đẳng nhiệt (T_1) qua đó tác nhân tiếp xúc với nguồn nóng ;

BC là quá trình đoạn nhiệt ;

CD là quá trình đẳng nhiệt (T_2) qua đó tác nhân tiếp xúc với nguồn lạnh ;

DA là quá trình đoạn nhiệt.

Dễ dàng tính được nhiệt nhận vào bởi tác nhân trong hai quá trình đẳng nhiệt

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C} = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_C}{V_D}$$

Hiệu suất của động cơ Carnot

$$\eta_C = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 \ln\frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}}$$

Dễ dàng chứng minh được $\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$, vậy hiệu suất động cơ Carnot :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{7.23}$$

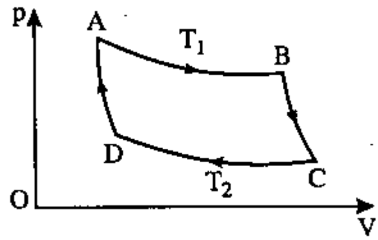
và (7.22) thành ra

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \le 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_C} \tag{7.24}$$

Định lý Carnot. *Trong số những động cơ nhiệt có cùng nguồn nóng, nguồn lạnh :*

1) Các động cơ thuận nghịch có hiệu suất bằng nhau và bằng hiệu suất của động cơ Carnot.

2) Các động cơ không thuận nghịch có hiệu suất nhỏ hơn hiệu suất động cơ nhiệt Carnot.



Hình 7-7

Chu trình Carnot (h.7-7)

3) Với mọi động cơ nhiệt dù là thuận nghịch hay không thuận nghịch, hiệu suất luôn nhỏ hơn 1

$$\boxed{\eta < 1} \tag{7.25}$$

Như vậy, nếu từ nguồn nóng ta cung cấp cho tác nhân nhiệt lượng Q_1 thì *công do tác nhân sinh ra luôn luôn nhỏ hơn Q_1* :

$$A' = \eta Q_1 < Q_1 \tag{7.26}$$

Nói cách khác : *Công có thể biến đổi hoàn toàn thành nhiệt ; trái lại nhiệt không thể biến đổi hoàn toàn thành công.*

Ý nghĩa thực tế của định lý Carnot. Muốn nâng cao hiệu suất của một động cơ nhiệt, phải tìm cách giảm thiểu các lực cản, lực ma sát, các hao tổn do toả nhiệt... nghĩa là tạo ra các quá trình biến đổi của tác nhân gần đạt tiêu chuẩn của một quá trình thuận nghịch.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

7.1. Một mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử nhốt trong xilanh, thể tích khí $V_1 = 22{,}4$ lít, nhiệt độ $T_1 = 300K$. Tính công do khối khí đó sinh ra khi dãn đến thể tích $V_2 = 2V_1$, theo các quá trình :

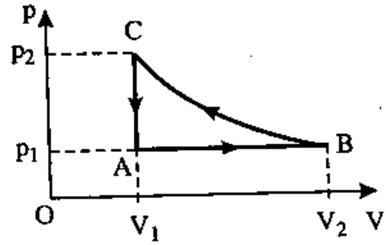
a) Đẳng áp.

b) Đẳng nhiệt.

c) Đoạn nhiệt.

Chú ý : $i = 5$.

7.2. Hình 7-8 mô tả các quá trình biến đổi AB (đẳng tích), BC (đẳng nhiệt), CA (đẳng áp) của một mol không khí. Cho : $V_1 = 1000cm^3$; $p_1 = 1,10.10^5Pa$; $T_1 = 300K$ và trạng thái B có nhiệt độ 375K.



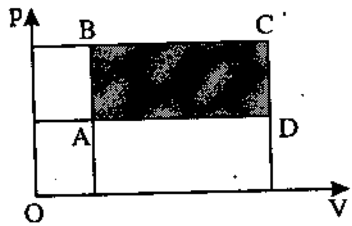
Hình 7-8

a) Tính V_2.

b) Tính p_2 ứng với trạng thái C.

c) Tính công khối khí nhận được trong quá trình ABC.

7.3. Hình 7-9



Hình 7-9

a) Một khối khí đi theo quá trình ABC hấp thụ nhiệt 180J và sinh công 130J. Cho khối khí đó đi theo quá trình ADC. Tính nhiệt lượng nhận được trong quá trình đó, biết công do khối khí đó sinh ra bằng 40J.

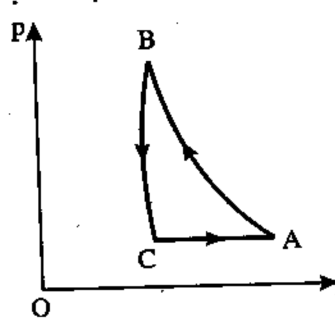
b) Độ giảm nội năng của khối khí khi biến đổi từ D về A bằng 30J. Xác định nhiệt lượng hấp thu bởi khối khí khi đi từ A đến D và khi đi từ D đến C.

7.4. Xét sự biến đổi trạng thái của một mol khí lý tưởng ở hình 7-10, biết các quá trình như sau : AB là đẳng nhiệt, BC là đoạn nhiệt, CA là đẳng áp.

a) Quá trình nào nhiệt độ thay đổi ? Nhận nhiệt hay toả nhiệt ? Nhận công hay sinh công ?

b) Cho biết V_A, T_A và V_B, xác định p_B, T_C, V_C và p_C.

c) Xác định công mà khối khí nhận được trong chu trình ABC.



Hình 7-10

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập nội dung :

PHẠM THỊ NGỌC THẮNG

Trình bày bìa :

BÙI QUANG TUẤN

Sửa bản in :

PHẠM THỊ NGỌC THẮNG

Chế bản :

TRẦN LAN ANH

GIÁO TRÌNH VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG – TẬP MỘT

Mã số: 7K617M5 - DAI

In 2.000 bản, khổ 16 x 24cm, tại Xí nghiệp in Hà Tây.

Số in: 06/ĐH; Giấy phép XB số: 89/115 - 05.

In xong và nộp lưu chiểu Quý IV năm 2005

HEVOBCO
25 HÀN THUYÊN – HÀ NỘI

TÌM ĐỌC SÁCH GIÁO TRÌNH DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

1. Giáo trình toán học cao cấp T1	Nguyễn Đình Trí (Chủ biên)
2. Giáo trình toán học cao cấp T2	Nguyễn Đình Trí (Chủ biên)
3. Bài tập toán học cao cấp T1	Nguyễn Đình Trí (Chủ biên)
4. Bài tập toán học cao cấp T2	Nguyễn Đình Trí (Chủ biên)
5. Giáo trình vật lý đại cương T1	Lương Duyên Bình
6. Giáo trình vật lý đại cương T2	Lương Duyên Bình
7. Bài tập vật lý đại cương T1	Lương Duyên Bình
8. Bài tập vật lý đại cương T2	Lương Duyên Bình
9. Hoá học đại cương	Lê Mậu Quyền
10. Bài tập hóa học đại cương	Lê Mậu Quyền
11. Vẽ kỹ thuật	Trần Hữu Quế Nguyễn Văn Tuấn
12. Bài tập vẽ kỹ thuật	Trần Hữu Quế Nguyễn Văn Tuấn

Bạn đọc có thể mua tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở địa phương hoặc các Cửa hàng của Nhà xuất bản Giáo dục :

Tại Hà Nội : 25 Hàn Thuyên ;

Tại Đà Nẵng : 15 Nguyễn Chí Thanh ;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh : 240 Trần Bình Trọng – Quận 5.

8 934980 534274

Giá: 14.500đ