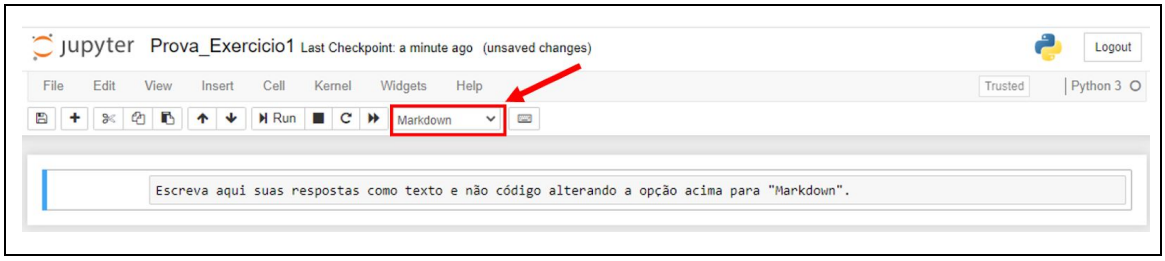
TP555 - AI/ML

Prova (1S2020)

Orientações

- Crie um notebook do Jupyter diferente para cada um dos exercícios, mesmo para os teóricos. Para os exercícios teóricos ou mesmo exercícios que requerem respostas textuais, crie um nova célula e mude o tipo da célula para “Markdown” conforme mostrado na figura.



- Desenhos podem ser feitos à mão ou qualquer outro SW de sua preferência. Colocar na pasta **prova** uma figura ou pdf do desenho.
- Crie uma pasta chamada **prova** no seu repositório e coloque todos os notebooks lá.
- A prova deve ser resolvida **individualmente**.
- Todas as questões tem o mesmo peso.
- A interpretação faz parte da prova.
- Boa sorte!

Questões

1) **Exercício sobre regressão polinomial:** Neste exercício, você irá deve descobrir qual o polinômio que melhor aproxima um conjunto de pontos ruidosos. Utilize o arquivo ***poly_reg_p.csv*** onde a primeira coluna contém os valores de x e a segunda de y. O arquivo contém a versão ruidosa da função original, ou seja o modelo gerador ao qual ruído é adicionado. Em seguida
    A. Apresente o gráfico de x versus y, mostrando os **pontos** amostrados do modelo gerador.
    B. Encontre uma ***aproximação polinomial*** que represente bem os dados do arquivo. Para encontrar a melhor aproximação, utilize os seguintes métodos: validação cruzada holdout (com 70% do conjunto original para treinamento e 30% para validação), validação cruzada k-fold (com k=10 folds), validação cruzada leave-p-out (com p=1). Plote a ***curva do erro quadrático médio versus ordem do polinômio*** para cada um dos métodos de validação cruzada. (**Dica**: Analise polinômios com ordem variando de 1 até 20.)

(**Dica**: Observe que para os métodos do k-fold e leave-p-out você vai plotar um gráfico com a ***curva da média erro quadrático médio versus ordem do polinômio***).

C. Plote as ***curvas de aprendizado*** (i.e., ***erro quadrático médio para os conjuntos de treinamento e de validação versus a variação do tamanho do conjunto de treinamento***) para as ordens de polinômio que melhor aproximam o modelo gerador, inclua também entre as ordens que melhor aproximam o modelo gerador as ordens 1, 2 e 20. O que você pode concluir após analisar estes resultados?
(**Dica**: Não se esqueça de dividir o conjunto em conjuntos de treinamento e validação. Use uma proporção de 70%/30% para a divisão do conjunto.)

D. Em seguida, de posse da melhor ordem de polinômio que aproxima os dados do modelo gerador, treine o modelo com todos os dados do arquivo. Utilize padronização de atributos com a classe StandardScaler da biblioteca SciKit-Learn.

E. Plote um gráfico que mostre os pontos ruidosos do arquivo ***poly_reg_p.csv*** e os valores encontrados com o modelo para os valores de x vindos do arquivo csv, ou seja, use o modelo para "prever" os valores de y com os valores de x vindos do arquivo.

2) **Exercício sobre classificação de bayes**: Usando a teoria Bayesiana de decisão e os dados de treinamento abaixo, encontre a probabilidade de uma pessoa com os seguintes atributos: **idade <= 30**, **renda = Média**, **estudante = Sim** e **classificação de crédito = boa**, comprar ou não um personal computer (PC). Baseado nas probabilidades encontradas, esta pessoa compraria ou não o PC? Apresente todos os cálculos necessários para se calcular as probabilidades.

Exemplo	Idade	Renda	Estudante	Classificação de crédito	Classificação: Compra o PC?
1	<= 30	Alta	Não	Boa	Não
2	<= 30	Alta	Não	Excelente	Não
3	31 a 40	Alta	Não	Boa	Sim
4	> 40	Média	Não	Boa	Sim
5	> 40	Baixa	Sim	Boa	Sim
6	> 40	Baixa	Sim	Excelente	Não
7	31 a 40	Baixa	Sim	Excelente	Sim
8	<= 30	Média	Não	Boa	Não
9	<= 30	Baixa	Sim	Boa	Sim
10	> 40	Média	Sim	Boa	Sim
11	<= 30	Média	Sim	Excelente	Sim
12	31 a 40	Média	Não	Excelente	Sim

13	31 a 40	Alta	Sim	Boa	Sim
14	> 40	Média	Não	Excelente	Não

3) **Exercício sobre regressão logística**: Utilizando a seguinte função hipótese $h_a(x) = f(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2)$, onde $f(.)$ é a função de limiar sigmóide (ou logística), e o algoritmo do ***gradiente descendente em batelada com early-stopping*** que você implementou para a lista #5, treine um classificador de regressão logística para classificar os dados gerados através da execução do código abaixo.

```
# Import all necessary libraries.
import numpy as np
from sklearn.model_selection import train_test_split

# Create the dataset.
X = np.random.randn(1000, 2)
y = np.array(np.logical_xor(x[:, 0] > 0, x[:, 1] > 0), dtype=int)

# Split array into random train and test subsets.
x_train, x_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, random_state=42)
```

Em seguida, faça o seguinte

a. Plote um gráfico mostrando as diferentes classes.
b. Analisando o gráfico do item (a), que tipo de fronteira de decisão seria necessária para separar essas classes (linear ou não-linear)?
c. Plote um gráfico com número de épocas versus os erros de treinamento e validação.
d. Plote a matriz de confusão.
e. Plote uma figura com as fronteiras de decisão para a função hipótese do enunciado.
f. Plote o gráfico com a curva característica de operação do receptor (ROC).
g. Imprima as ***métricas de classificação*** utilizando a função ***classification_report***.
h. Encontre uma ***função hipótese*** que melhor separe os dados do exercício.
i. Repita os itens (c) até (g), agora com a ***função hipótese*** que você encontrou no item (h).
j. Qual a diferença na performance do classificador entre as duas funções hipóteses? (**Dica**: qual das 2 hipóteses confere ao classificador maior precisão de classificação?)

(**Dica**: utilize como base o notebook ClassificationOfTwoLinearlySeparableClasses.ipynb, nele você vai encontrar a implementação do algoritmo do ***gradiente descendente em batelada com early-stopping***).

(**Dica**: não se esqueça de encontrar o melhor valor para o ***passo de aprendizagem***).

4) **Exercício sobre k-NN**: Detecção 16QAM com k-NN. Neste exercício você irá utilizar o classificador k-NN, para realizar a detecção de símbolos 16QAM. Os símbolos 16QAM são dados pelo trecho de código abaixo. O trecho de código também apresenta uma função que deve ser utilizada para modular os bits em símbolos 16QAM.

```
mapping_table = [-3-3j, -3-1j, -3+3j, -3+1j, -1-3j, -1-1j, -1+3j, -1+1j, 3-3j, 3-1j, 3+3j, 3+1j, 1-3j, 1-1j, 1+3j, 1+1j]

def mod(bits):
    symbols =  np.zeros((len(bits),),dtype=complex)
    for i in range(0,len(bits)): symbols[i] = mapping_table[bits[i]]/np.sqrt(10)
    return symbols
```

Um exemplo de código para gerar símbolos 16QAM é dado à seguir

```
# Generate N 4-bit symbols.
bits = np.random.randint(0,16,N)

# Modulate the binary stream into 16QAM symbols.
symbols = mod(bits)
```

O resultado do seu classificador (neste caso, um detector) deve ser comparado com a curva da taxa de erro de símbolo (SER) teórica do 16QAM, a qual é dada por

$$\text{SER} = 2\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right) erfc\left(k\sqrt{\frac{Es}{N0}}\right) - \left(1-\frac{2}{\sqrt{M}}+\frac{1}{M}\right) erfc\left(k\sqrt{\frac{Es}{N0}}\right)^2,$$

onde M é a ordem da modulação, i.e., 16, e $k = \sqrt{\frac{3}{2(M-1)}}$ é o fator de normalização da energia dos símbolos. Utilizando a classe ***KNeighborsClassifier*** do módulo ***neighbors*** da biblioteca ***sklearn***, faça o seguinte

A. Construa um classificador, utilizando o classificador k-NN, para realizar a detecção dos símbolos 16QAM.
    a. Gere N = 100000 símbolos 16QAM aleatórios.
    b. Passe os símbolos através de um canal AWGN.
    c. Detecte a probabilidade de erro de símbolo para cada um dos valores do vetor Es/N0 = [0, 2, 4, 6, 8, 10,12, 14, 16, 18, 20].
B. Apresente um gráfico comparando a SER simulada e a SER teórica versus os valores de Es/N0 definidos acima.
C. Podemos dizer que a curva simulada se aproxima da curva teórica da SER?
    (**Dica**: A função ***erfc*** pode ser importada da seguinte forma: *from scipy.special import erfc*).
    (**Dica**: Uma rápida revisão sobre a taxa de erro de símbolo para modulações M-QAM pode ser encontrada no link: http://www.dsplog.com/2012/01/01/symbol-error-rate-16qam-64qam-256qam/).

5) **(Opcional) Exercício sobre árvores de decisão utilizando a métrica ID3**: Neste exercício você criar uma árvore de decisões para prever se o senhor Jair pagará o empréstimo que ele está solicitando junto à um banco para montar uma indústria

farmacêutica especializada na produção de hidroxicloroquina. Jair possui os seguintes atributos: **Possui casa própria? Não - Estado civil: Casado - Experiência de trabalho: 3**. Portanto, dado estes três atributos sobre o senhor Jair, e a árvore montada acima, deve-se emprestar ou não o dinheiro a ele?

OBS.: Todos os atributos são discretos, ou seja, assumem valores de um conjunto finito de valores. Por exemplo, o atributo experiência de trabalho assume apenas os seguintes valores: 0, 1, 2, 3, 4 e 5.

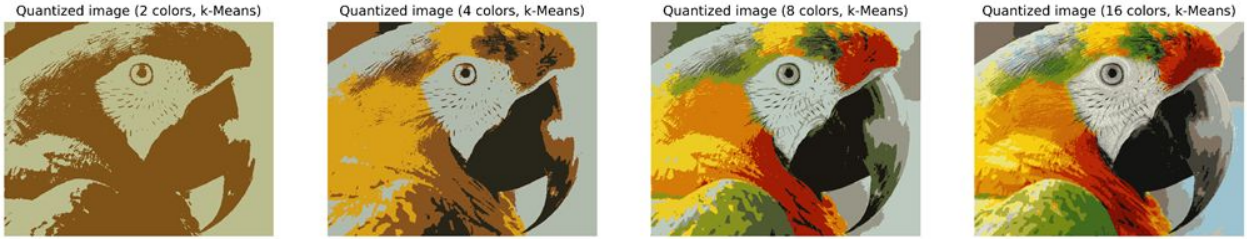
Possui casa própria?	**Estado civil**	**Experiência de trabalho (0-5)**	**Pagou?**
Sim	Solteiro	3	Sim
Não	Casado	4	Sim
Não	Solteiro	5	Sim
Sim	Casado	4	Sim
Não	Divorciado	2	Não
Não	Casado	4	Sim
Sim	Divorciado	2	Sim
Não	Casado	3	Não
Não	Casado	4	Sim
Não	Casado	2	Não
Sim	Casado	2	Sim
Não	Solteiro	2	Sim
Não	Divorciado	3	Não
Não	Solteiro	3	Sim
Sim	Divorciado	3	Sim
Sim	Solteiro	2	Não
Sim	Casado	3	Sim

6) **Exercício sobre k-Means**: Quantização de cores de uma imagem. Neste exercício, os pixels da imagem img2.jpg são representados em um espaço 3D e o k-Means será usado para reduzir o número de cores necessárias para mostrar a imagem. Na literatura de processamento de imagens, o ***codebook*** obtido pelo k-Means (i.e., os centros dos clusters) é chamado de paleta de cores. Usando um único byte, é possível endereçar até 256 cores, enquanto uma codificação RGB requer 3 bytes por pixel, o que dá um total de 256*256*256 =.16777216 cores, ou seja, mais de 16 milhões de cores diferentes. Uma cor em codificação RGB geralmente é codificada como uma tupla de 3 elementos com 8 bits cada, portanto, cada dimensão assume um valor dentro do

intervalo [0, 255], em que 0 representa a ausência de cor, enquanto 255 representa a presença total da cor.

A quantização de cores encontra um pequeno número de cores representativas em uma determinada imagem. Cada pixel produz um padrão tridimensional no espaço de cores RGB. Usando ***k-Means***, podemos agrupar todos os pixels de uma imagem em k clusters e atribuir a cada pixel da imagem original a cor representada pelo centro do cluster mais próximo. Assim, uma imagem contendo milhões de cores pode ser compactada em uma imagem contendo k cores diferentes. Após ler as referências abaixo, faça o seguinte

A. Carregue a imagem img2.jpg e verifique as dimensões da array carregada.
B. Exiba a imagem original em seu notebook.
C. Torne os dados da imagem, i.e., a array carregada no item (A), em uma array 2D.
D. Treine 4 clusterizadores k-Means para 2, 4, 8 e 16 cores, respectivamente, ou seja, 2, 4, 8 e 16 clusters. Treine cada clusterizador com apenas 1000 elementos tomados aleatoriamente da imagem original, ou seja, uma array com 1000 x 2 elementos.
E. Faça a predição com a array 2D contendo a imagem original para cada um dos clusterizadores k-Means.
F. Para cada um dos 4 clusterizadores treinados, atribua a cada pixel da imagem original o valor do centroide do cluster mais próximo.
G. Visualize a imagem quantizada para cada um dos 4 clusterizadores, conforme mostrado na figura abaixo.



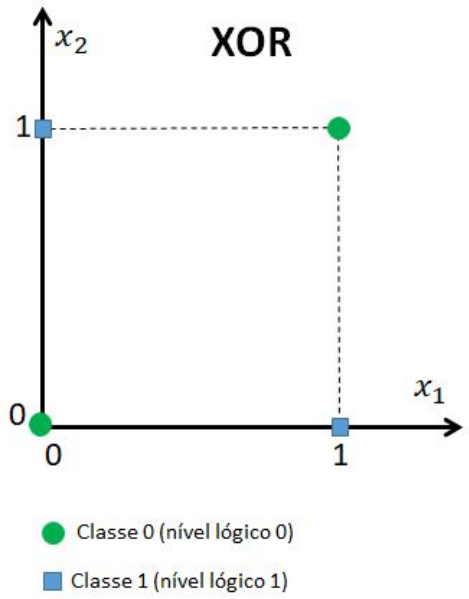
H. Se cada uma das 3 cores do RGB é representada por 1 byte (i.e., 8 bits) qual o tamanho aproximado da imagem original e de cada uma das 4 imagens quantizadas?

Referências

[1] https://lmcaraig.com/color-quantization-using-k-means
[2] https://github.com/adityaguptai/Color-Quantization-using-K-Means/blob/master/Color%20Quantization%20Using%20K-Means.ipynb
[3] https://scikit-learn.org/stable/auto_examples/cluster/plot_color_quantization.html#sphx-glr-auto-examples-cluster-plot-color-quantization-py
[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Color_quantization
[5] https://www.idtools.com.au/segmentation-k-means-python/

7) **Exercício sobre multi-layer perceptrons**: Neste exercício você irá realizar a classificação da função lógica XOR com uma rede multi-layer perceptron (MLP). A tabela verdade e o gráfico com as classes dos elementos da tabela são mostrados abaixo. Como você deve se lembrar das listas de exercício, classificadores lineares, entre eles o perceptron, não conseguem separar classes que não são linearmente separáveis, ou seja, no caso abaixo, uma linha reta não conseguiria criar regiões que classifiquem os elementos corretamente.

XOR		
x1	x2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



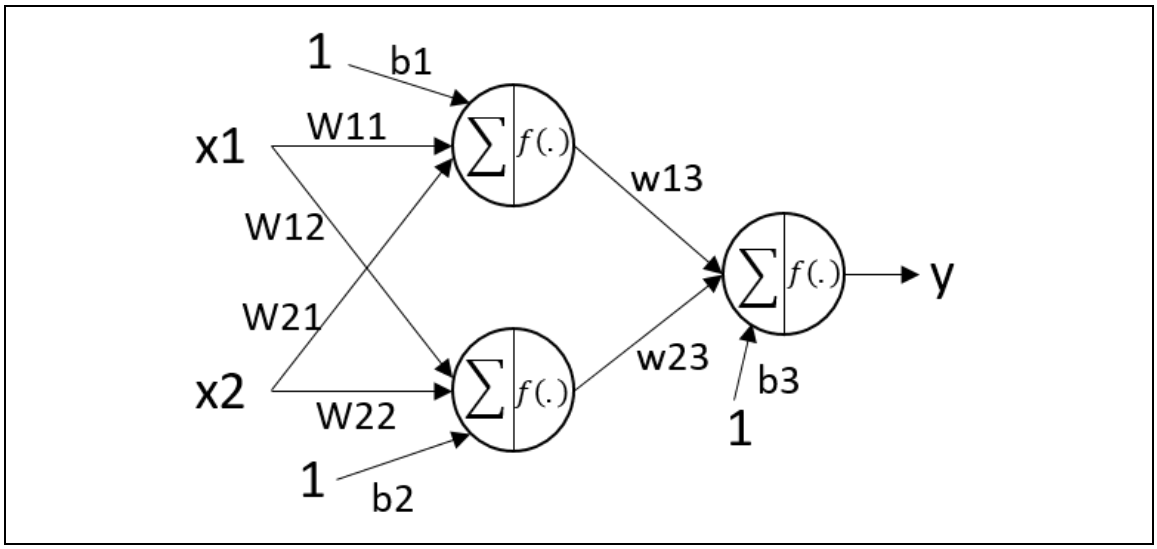
Após ler a referência abaixo, faça o seguinte

A. Treine um ***classificador*** utilizando um ***conjunto de perceptrons*** que separe (classifique) os dados da tabela acima com precisão de 100%. **Use o menor número possível de perceptrons** (ou seja, de nós/neurônios) para implementar tal classificador com precisão de 100%.
   (**Dica**: Você pode utilizar uma das classes de multilayer perceptron disponibilizadas pela biblioteca SciKit-Learn.)
B. Plote uma figura mostrando as fronteiras de decisão.
C. Plote a matriz de confusão.
D. Plote a curva ROC.
E. Baseado na curva ROC, qual a área sob a curva?

Referências

[1] https://medium.com/@jayeshbahire/the-xor-problem-in-neural-networks-50006411840b
[2] http://home.agh.edu.pl/~vlsi/AI/xor_t/en/main.htm

8) **Exercício sobre multi layer perceptrons com TensorFlow**: Utilizando o TensorFlow, implemente um Multi Layer Perceptron (MLP) com 3 unidades (i.e., perceptrons), mostrada na figura abaixo, que classifique a função lógica XOR.



Se nós imaginarmos este classificador MLP da figura em forma matricial, então nós temos a seguinte equação:

$$y = f(f(W*X + B)*w + b3),$$

onde:

- X é o vetor de entrada com dimensão 2x1.
- W é uma matriz de coeficientes para a primeira camada da MLP, com dimensão 2x2.
- B é um vetor de bias para a primeira camada, com dimensão 2x1.
- w é um vetor de coeficientes para a segunda camada da MLP, com dimensão 2x1.
- b3 é um escalar de bias para a segunda camada, com dimensão, 1x1.
- y é o valor de saída da MLP.
- f(.) é a função de ativação sigmóide.

Use 40000 épocas e imprima o erro a cada 100 épocas, em seguida, faça o seguinte:

a) Crie um grafo utilizando o **GradientDescentOptimizer**
(**Dica**: verifique a documentação deste otimizador no seguinte link: https://www.tensorflow.org/api_docs/python/tf/compat/v1/train/GradientDescentOptimizer)
b) Treine o modelo.
c) Crie um segundo grafo utilizando o **AdamOptimizer**. Não se esqueça de resetar o grafo com ***tf.reset_default_graph()***.
(**Dica**: verifique a documentação deste otimizador no seguinte link: https://www.tensorflow.org/api_docs/python/tf/compat/v1/train/AdamOptimizer)
d) Treine o modelo.
e) Qual dos 2 otimizadores tem melhor performance?