

作业要求：说明思路与符号，清晰简洁的伪代码，必要的时间复杂度分析和必要的正确性分析。可以直接调用基本的数据库和已讨论过的算法/程序（如排序、找中位数、二分查找等）。

问题 1 (20 分). 给定有向图 $G = (V, E)$ ，对每个点 v ，输出两个 $\{0, 1\}$ 值来指示 (1) 是从任何点出发都能到达 v ；(2) 是否 v 能抵达其它任何点。

提供清晰的伪代码，时间复杂度分析和必要的正确性证明。获得全部分数需保证算法时间为线性 $O(n + m)$ 。

问题 2 (40 分). 给定无向的带权图，已知 Prim 算法和 Kruskal 算法能找出最小生成树 (MST)。

1. 设计算法尽可能快的找到代价最小的生成树 T 。同时在与 T 不同的生成树中，找出代价最小的一颗 T_1 。注意 T_1 的权重 $w(T_1)$ 可能等于 T 的权重，保证 $T_1 \neq T$ 即可。
2. 找到 T 后，请在 T 上设计数据结构使得找出 T_1 的时间为 $O(m \log n)$ 。提供清晰的伪代码、时间复杂度分析和必要的正确性分析。
3. 对 (1) 的 T ，求严格次小的生成树 T_2 ，需保证 $w(T_2) > w(T)$ 。请严格证明算法的正确性。

问题 3 (20 分). 给定 n 中货币 C_1, \dots, C_n 中 m 对的汇率，请问能否存在套利的循环？即将 C_1 兑换成 C_2 ，再兑换成 C_3, \dots ，最后换回 C_1 后，可获得更多的 C_1 。

如果有，请输出任何一个套利的循环。

提供清晰的伪代码，时间复杂度分析和必要的正确性证明。获得全部分数需保证算法时间为 $O(nm)$ 。

问题 4 (20 分). 给定一个带权的无向图，其中所有边的权重都为正，找到包含节点 1 的最小非平凡圈。非平凡指该圈的所有边都不相同。

修改 Dijkstra 算法在 $O(m \log n)$ 的时间内找到包含节点 1 的最小非平凡圈。提供清晰的伪代码，时间复杂度分析和完整的正确性证明。