

# 第一章 绪论

略

# 第二章 控制系统的设计流程

1. 需求分析
2. 方案设计
3. 采购、设计、安装
4. 数学建模（简化和处理）
5. 控制器设计
6. 系统调试
7. 系统测试

## 需求设计

- 功能分析
  - 控制对象、工作方式.....
- 指标分析
  - 带宽、阶跃、精度、速度、加速度.....
  - 阶跃 -> 执行器能力，传感器精度
  - 带宽 -> 执行器和传感器动态性能，处理器速度，采样周期
  - 失真度 -> 传感器选型，驱动传动方式
  - 位置精度 -> 传感器精度，驱动传动方式
  - 最大加速度 -> 执行器能力
  - 最大速度 -> 执行器能力，传感器量程
  - 最低速度 -> 分辨率，采样周期
  - 速率精度 -> 传感器精度，时钟精度
  - 速率平稳性 -> 执行器和机械特性
- 工作条件
  - 环境、工况、约束.....

## 方案设计

- 驱动方案
  - 传动带来的非线性：机械谐振
- 结构方案
  - 低耦合

- 高耦合
- 测量方案
  - 直接测量
  - 间接测量
- 控制方案
  - 系统控制的第一要务：安全
- 考虑因素：指标、成本、可靠性、维护性、安全性……

## 数学建模

### 机理模型推导（理论分析和实验建模）

- 模型降阶
- 非线性处理
- 不确定性描述
- 平均化

### 模型验证及参数辨识

- 正弦扫频测试
- 最小二乘拟合

## 控制器设计

### 控制系统类型

- 输入输出：单变量系统、多变量系统
- 复杂度：简单系统、复杂系统、大系统
- 确定性：确定系统、不确定系统（随机系统）
- 参数确定性：定常系统、时变系统
- 信号特性：连续系统、离散系统、混杂系统
- 功能特性：伺服系统、调节系统
- 系统组成：机电系统、电路系统、通信网络系统、电力系统
- 系统数量：个体系统、多智能体系统

### 控制理论/方法介绍

- 古典控制（根轨迹、频域、PID）
- 鲁棒控制
- 自适应控制
- 滑模控制
- 最优控制
- 预测控制
- ADRC
- 智能控制（模糊控制、神经网络控制）

## **基本原则 (SISO系统、频域)**

- 低频确定高增益（由性能指标给定）
- 确定带宽（由性能指标给定）
- 压低噪声

## **常用控制器设计方法**

### **$H_\infty$ 混合灵敏度控制设计方法**

- 适用于外部扰动较强，模型摄动较大的系统

### **自适应控制**

- 在线辨识参数变化和扰动，可获得更好的性能，但算法复杂

### **多控制器切换**

- 适用于具有不同工作状态的系统，需保证切换的平滑性

### **干扰观测器**

- 抑制摩擦力矩、电机波动力矩、负载力矩变化等

### **顺馈和前馈滤波**

- 提高系统的动态性能
- 干扰前馈
- 前置滤波改善响应特性

### **串级控制**

### **数字控制方案 (s域、z域)**

- 方案一：被控对象z变换后，在z域设计控制器
- 方案二：先在s域进行设计。然后对得到的控制器  $K(s)$  进行离散化
- 方案二更灵活

### **仿真验证**

## **系统调试**

## **系统测试**

- 一般利用第三方设备，参考一些标准和规范来进行测试

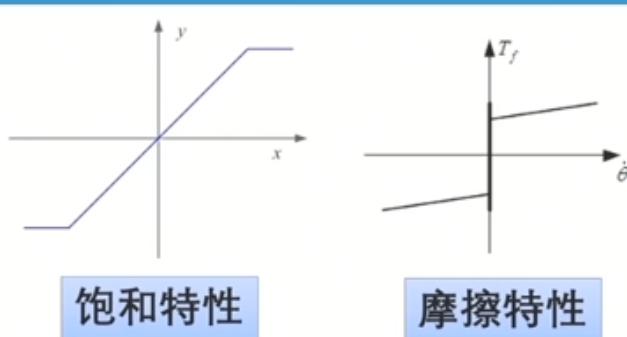
# 第三章 控制系统的输入条件分析

- 控制系统的性能主要是指系统在实际工作时的误差大小，具体设计时可以有不同的评价指标
- 分为稳态性能指标
  - 静态误差  $e_s$
  - 速度误差  $e_v$
  - 最大跟踪误差  $e_m$
  - 最低平稳跟踪角速度  $\Omega_{min}$
  - 最大跟踪角速度  $\Omega_{max}$
  - 最大跟踪角加速度  $\alpha_{max}$
- 动态性能指标
  - 时域指标
    - 最大超调量  $\delta\%$
    - 过渡时间  $t_s$
    - 振荡次数
  - 频域指标
    - 最大振荡  $M_r$
    - 系统带宽  $w_b$
  - 承扰能力
    - 动态过程最大误差  $e_t$
    - 过渡过程时间  $t_{f_s}$
  - 鲁棒性

## 输入信号和跟踪误差

### 输入信号的分析

- 饱和特性
- 摩擦特性



### 经典信号的频谱特性

- **频域特性分析**是输入信号分析的重要内容
- 理想脉冲信号
  - 可获得系统的**频率特性**
- 实际脉冲信号

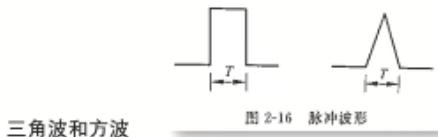


图 2-16 脉冲波形

三角波和方波

$$|F(j\omega)| = \left| \frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega T / 2} \right|$$

$$|F(j\omega)| = \left| \frac{\sin^2(\omega T / 4)}{(\omega T / 2)^2} \right|$$

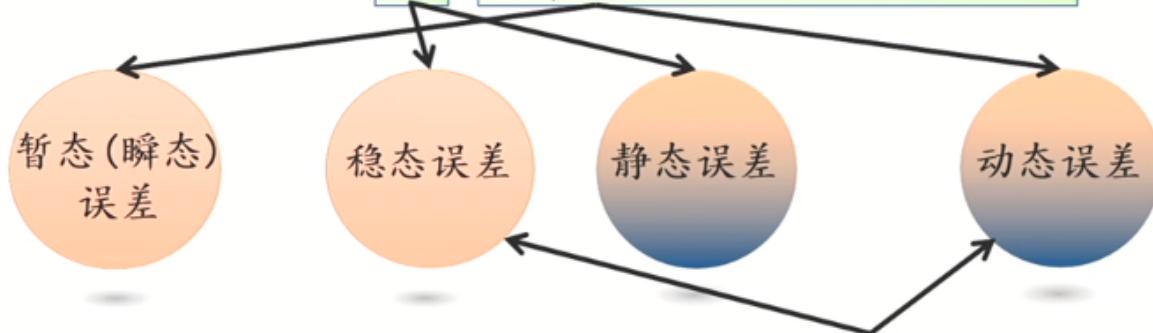
- 若选用脉冲信号作为系统的经典输入信号，可由给定T对应的频率特性确定实际系统的**带宽指标**
- 若选择脉冲信号对系统进行测试，可根据**要求测试的频率**选择T的宽度

- 阶跃信号
  - 只能用于测量系统的**低频模型**

## 误差计算 (重点)

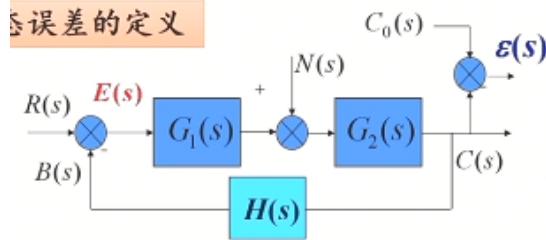
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$y(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + 2\beta)$$



- 跟踪误差性能指标形式
  - ISE  $J = \int_0^\infty e^2(t) dt$  (平方误差积分)
  - ITSE  $J = \int_0^\infty te^2(t) dt$  (时间乘平方误差积分)
  - IAE  $J = \int_0^\infty |e(t)| dt$  (绝对误差积分)
  - ITAE  $J = \int_0^\infty t|e(t)| dt$  (时间乘绝对误差积分)
- 稳态误差的分类
  - **原理性误差** (由系统结构、输入作用形式产生)
  - **附加稳态误差或结构性稳态误差** (由于摩擦、间隙、死区等非线性因素引起)
- 误差系数
  - **静态**误差系数 (输入：阶跃、斜坡、加速度的线性组合)
  - **动态**误差系数
- 误差定义
  - **误差** (输出量的期望和实际值之差) :  $\epsilon(t) = c_0(t) - c(t)$
  - **偏差** (输入信号和反馈信号之差) :  $e(t) = r(t) - b(t)$
  - 稳态误差:  $\epsilon_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t)$
  - 稳态偏差:  $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} sE(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{s^{v+1}R(s)}{s^v + k}$
  - 稳态误差与给定的**外部输入**有关；与时间常数形式下的**开环增益k**有关；与**积分环节个数v**有关；

- 注意：只有稳定的系统才讨论稳态误差/偏差



- 静态误差系数

- 当输入是单位阶跃信号时

当输入为  $R(s) = \frac{1}{s}$  时 ( $r(t) = 1(t)$ )

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G_k(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^\nu} \cdot G_0(s)} = \frac{1}{1 + K_p}$$

式中： $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_k(s)$  称为静态位置误差系数；

当  $\nu = 0$  时

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} kG_0(s) = k$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+k}$$

当  $\nu \geq 1$  时， $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^\nu} G_0(s) = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$

- 当输入是单位斜坡信号时

当输入为  $R(s) = \frac{1}{s^2}$  时 ( $r(t) = t \cdot 1(t)$ )

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_k(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^{\nu-1}} \cdot G_0(s)} = \frac{1}{K_v}$$

式中： $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_k(s)$  称为静态速度误差系数；

当  $\nu = 1$  时，

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} kG_0(s) = k,$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k}$$

当  $\nu = 0$  时， $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} skG_0(s) = 0, \Rightarrow e_{ss} = \infty$

当  $\nu \geq 2$  时， $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^{\nu-1}} G_0(s) = \infty, \Rightarrow e_{ss} = 0$

- 当输入是加速度信号时

当输入为  $R(s) = \frac{1}{s^3}$  时 ( $r(t) = \frac{1}{2}t^2 \cdot 1(t)$ )

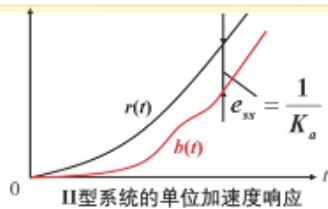
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot G_k(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^{v-2}} \cdot G_0(s)} = \frac{1}{K_a}$$

式中:  $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G_k(s)$  称为静态加速度误差系数;

当  $v = 2$  时,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} kG_0(s) = k,$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k}$$



当  $v = 0$ , 即  $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^{(2,1)} kG_0(s) = 0$ ,  $\Rightarrow e_{ss} = \infty$

当  $v \geq 3$  时,  $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k}{s^{v-2}} G_0(s) = \infty$ ,  $\Rightarrow e_{ss} = 0$

○ 总结

### 典型输入作用下的稳态误差

系统类型	稳态误差系数			稳态偏差		
	$K_p$	$K_v$	$K_a$	单位阶跃输入 $1(t)$	单位速度输入 $t$	单位加速度输入 $t^2/2$
0型	$k$	0	0	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$
I型	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$
II型	$\infty$	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$

上表中,  $k$  为开环放大系数(开环传递函数写成时间常数形式时的开环增益)。

$$G_k(s) = \frac{k}{s^v} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^v} \cdot G_0(s)$$

## 几点说明

### 静态误差系数适用条件:

- 系统是稳定的
- 输入必须是3种典型信号之一或者是它们的线性组合

### 与静态误差相关的因素:

- 系统的增益
- 信号的形式和幅值
- 系统的型别

### 减小静态误差的方法:

- 提高增益
- 提高型别

### 减小静态误差的方法总结

- 对于给定典型信号输入下静态误差为**无穷大**的系统，必须通过**提高系统型别**来解决；
- 对于静差为**非零常数**的系统：  
I型系统可以直接加**积分环节**解决；  
II型系统可以**提高增益或加比例+积分环节**或者**滞后环节**来解决或改善；  
III型系统则一般只能通过**提高增益或加入滞后环节**来改善；
- 顺馈也可用来减小**原理性误差**，但对非线性因素引起的附加性误差无效，而且它的物理可实现性、对参数摄动的敏感性需要考虑，顺馈也会抬高系统闭环谐振峰；
- 系统型别和增益都提高到极限时，一般只能通过**补偿**方法来减小系统误差（**开环补偿**，要求误差必须有**重复性**）。

- 动态误差系数（广义误差系数）
  - 公式法（泰勒展开后求各阶导数的系数 $C_i$ ）

## 静态误差系数与动态误差系数对比

系统 类型	静态误差系数			动态误差系数		
	$1/(1+K_P)$	$1/K_V$	$1/K_A$	$C_0$	$C_1$	$C_2/2!$
0型	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$	$\frac{1}{1+k}$	$\frac{k(a_1-b_1)}{(1+k)^2}$	$\frac{(a_2-b_2)k}{(1+k)^3} + \dots$
I型	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$	0	$\frac{1}{k}$	$\frac{a_1-b_1}{k} - \frac{1}{k^2}$
II型	0	0	$\frac{1}{k}$	0	0	$\frac{1}{k}$

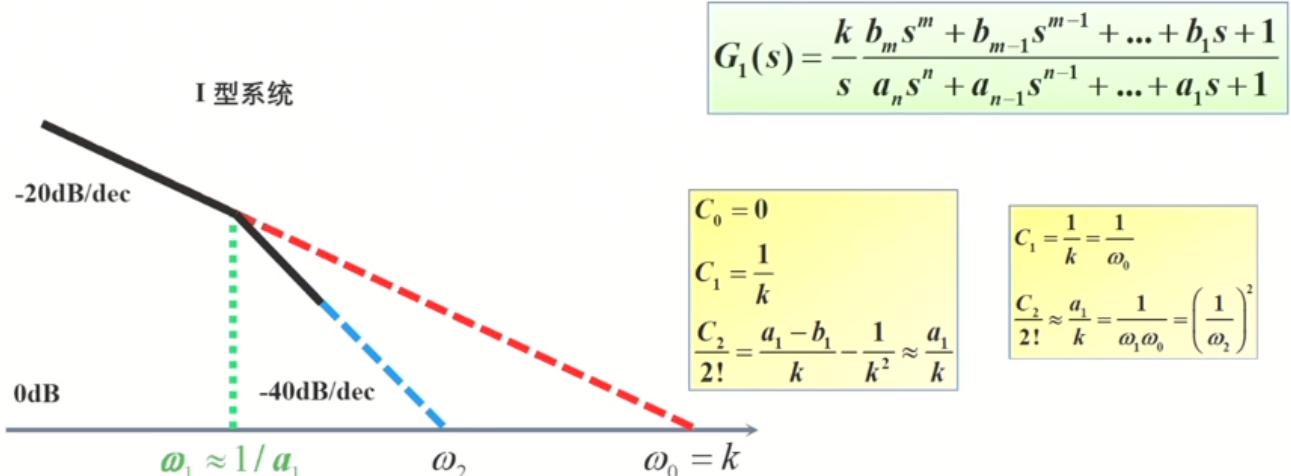
$$r(t) = A \cdot 1(t) + Bt \cdot 1(t) + C \frac{t^2}{2} \cdot 1(t)$$

$$e_{ss} = \frac{A}{1+K_P} + \frac{B}{K_V} + \frac{C}{K_A}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

- 图解法 (结合 Bode 图)

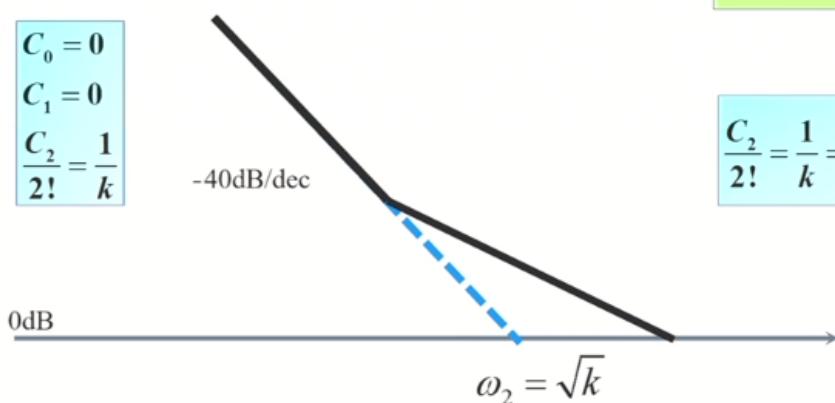
### 三、动态误差系数——图解法 (I型系统)



### 三、动态误差系数—图解法 (II型系统)

II型系统

$$\begin{aligned} C_0 &= 0 \\ C_1 &= 0 \\ \frac{C_2}{2!} &= \frac{1}{k} \end{aligned}$$



$$G_2(s) = \frac{k}{s^2} \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + 1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1}$$

$$\frac{C_2}{2!} = \frac{1}{k} = \left( \frac{1}{\omega_2} \right)^2$$

总结：用-20dB延长线求 $C_1$ ，用-40dB延长线求 $C_2$ 。

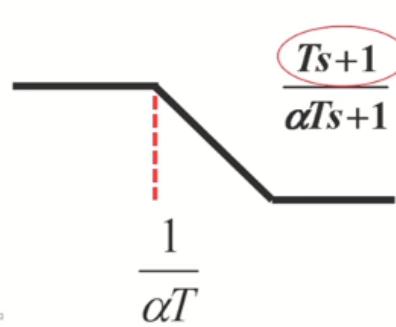
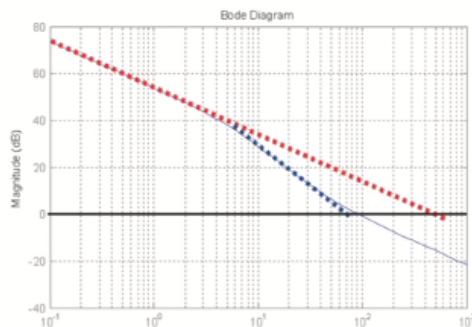
- 低频模型法（精度不高）

### 三、动态误差系数—低频模型法

假定系统输入信号的频谱完全处于系统的低频段，系统开环传函为

$$G_k = \frac{K}{s} \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \quad \alpha > 1$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_k(s)} \approx \frac{1}{G_k(s)}$$



$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{K} \frac{\alpha Ts^2 + s}{Ts + 1}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{\alpha Ts^2 + s}{K}$$

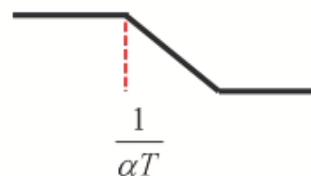


输入信号的频谱完全处于系统的低频段时，动态误差系数就是低频模型的各次系数。

若输入信号频谱延伸至高频段，模型精度降低。

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{K} s + \frac{\alpha T}{K} s^2$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = C_1 s + \frac{C_2}{2!} s^2$$



## 噪声和它引起的误差

- 量测噪声
- 量化噪声

# 正态随机变量和正态随机向量

略

## 随机过程及相关函数

- 随机过程
  - 随时间变换而且随机取值的时间随机函数为随机过程
- 马尔科夫随机过程
  - 随机线性离散系统
- **平稳随机过程**
  - 形状不随时间轴上的计时起点而变化
- 遍历性
  - 从随机过程的任意一个样本函数中可以获得各种统计特性
  - 满足遍历性的随机过程必须是平稳的，但并非所有的平稳随机过程都满足遍历性

## 谱密度

- 定义（在某个频率处的平均功率）

### 谱密度的定义

定义：设  $x(t)$  为平稳随机过程，取  $-T \sim T$  段，有

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t), & -T \leq t \leq T \\ 0, & t < -T, t > T \end{cases} \quad X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau,$$

对  $x_T$  进行傅里叶变换

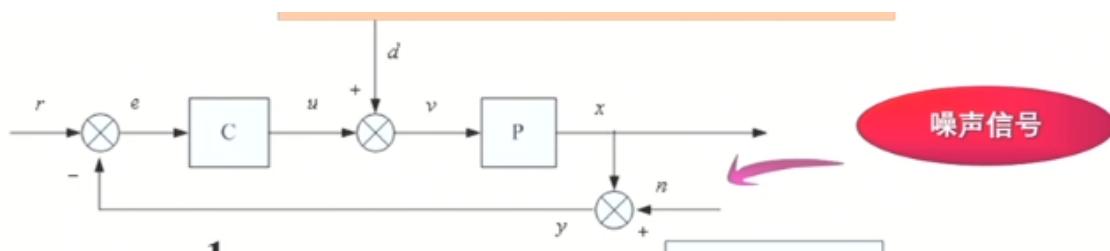
$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^{T} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad x_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_T(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

当  $T \rightarrow \infty$  时，定义  $\frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2$  的极限值为  $x(t)$  的谱密度函数，即

$$\Phi(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 \quad \Phi(j\omega)$$

- 经典谱密度函数
  - 白噪声
    - $\Phi(w) = 1$

## 均方误差



$$\bar{e^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega$$

$$\Phi_e(\omega) = |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega)$$

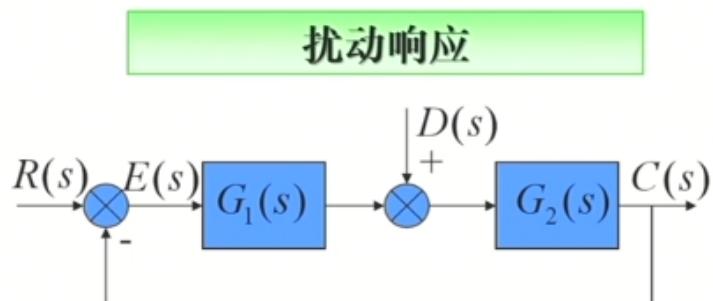
$$G_{en} = \frac{-1}{1 + PC}$$

## 系统的等效噪声带宽

略

## 扰动响应

- 内部干扰
  - 产生在系统内部
- 外部干扰
  - 产生在系统外部，是系统的输入量
- 干扰与噪声的区别
  - 作用点不同：干扰作用在控制量，噪声作用于测量元件
  - 作用机理不同：干扰一般作用于被控对象，噪声一般混入反馈信号
  - 特性不同：干扰多数可测可估、频带窄，噪声一般为随机信号、频带宽



**扰动响应定义：**系统输出  $C(s)$  对扰动  $D(s)$  的响应

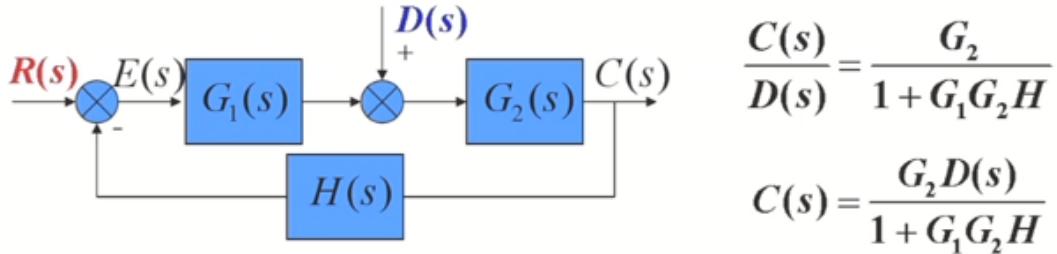
$$T(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

**理想的扰动响应：**  $T(s)=0$

## 扰动输入作用下系统的误差分析

通常，给定输入作用产生的误差为系统的**给定误差**，扰动作用产生的误差为**扰动误差**。

$R(s) = 0, D(s) \neq 0$  时产生的  $-C(s)H(s)$  称为扰动误差。



$$E(s) = -C(s)H(s) = -\frac{G_2 H}{1 + G_1 G_2 H} D(s)$$

$$\therefore e_{ssd} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2 H}{1 + G_1 G_2 H} D(s)$$

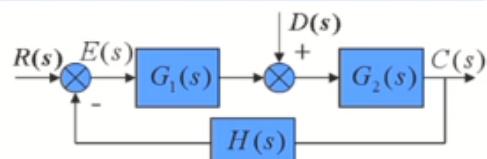
减小扰动作用下误差的方法

□ 为了减小扰动误差，可以增加偏差点到扰动作用点之间积分环节个数或放大系数；

□ 放大系数不能任意放大，积分环节也不能太多（一般2个），否则将影响系统的稳定性；

□ 可以采用比例加积分，滞后环节减小扰动产生的误差。

□ 可以采用顺馈环节或扰动观测器减小扰动产生的误差。



## 第四章 控制系统的设计约束

### 灵敏度和Bode积分约束

#### 控制系统的灵敏度

- 系统闭环函数的变化率与对象传递函数的变化率之比

## 灵敏度定义

系统灵敏度函数定义为：系统闭环传递函数的变化率与对象传递函数的变化率之比。  $\frac{\Delta T(s)}{T(s)} \quad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$

闭环传递函数为： $T = \frac{Y(s)}{R(s)}$   
则灵敏度函数定义为： $S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)}$

补灵敏度函数定义为： $1-S$

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)}$$

取微小增量的极限形式，则：

$$d \ln x = \frac{1}{x} dx$$

$$S = \frac{dT(s)/T(s)}{dG(s)/G(s)} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)}$$

- 开环系统被控对象的灵敏度  $S_G^T = 1$
- 单位反馈系统被控对象的灵敏度  $S_G^T = \frac{1}{1+GK}$
- 非单位负反馈被控对象的灵敏度  $S_G^T = \frac{GK}{1+HGK}$
- 非单位负反馈反馈因子  $H(s)$  的灵敏度  $S_H^T = \frac{-HGK}{1+HGK}$

四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1+GK}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1+HGK}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-HGK}{1+HGK}$

- 设计时要尽量压低其灵敏度

## Bode积分约束

### Bode积分定理

Bode积分定理表明，对数灵敏度的积分是一个常数

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v > 1$$

如果开环传函是稳定的，那么这个积分等于零

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$

## 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

### 对象的不确定性

- 设计所用的数学模型（标称系统）与实际物理系统之间的差别
  - $\Delta G(s) = G(s) - G_0(s)$
- 产生的原因
  - 系统中参数的变化
  - 高频的未建模动态
  - 模型的简化处理
  - 控制系统实现时引入
- 加性不确定性
  - $G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$
- 乘性不确定性
  - $G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega)$
- 鲁棒性（鲁棒稳定性）
  - 模型不精确或模型变化后，系统仍然保持**稳定**
  - 若模型不精确或模型变化造成的闭环系统性能改变是可接受的，则称之为**鲁棒控制系统**
  - 即  $|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$ ，则系统仍能保持稳定。

## 鲁棒稳定性条件

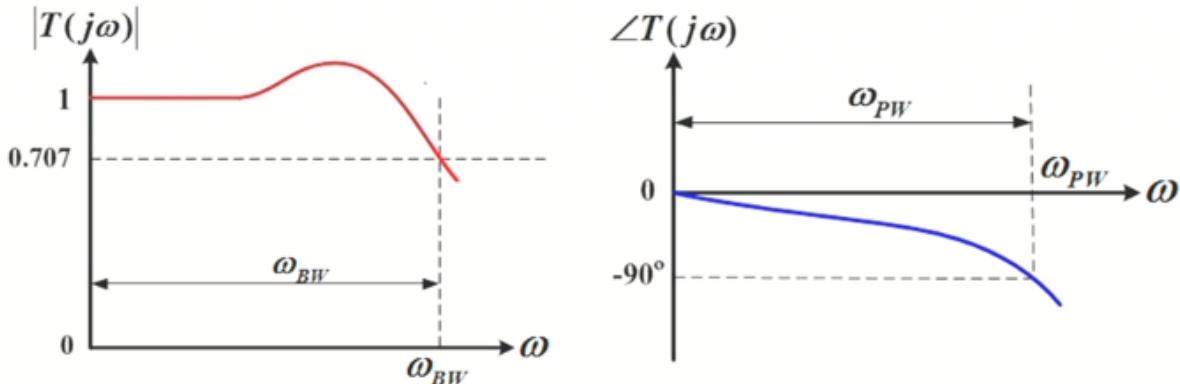
$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}$$

## 带宽设计约束

### 控制系统的带宽

#### 与带宽相关的性能指标要求

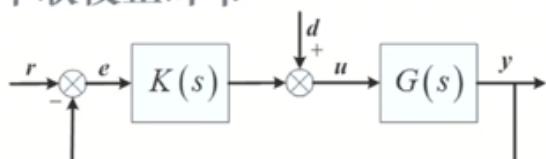
幅值首次衰减到-3dB对应的频率为  $\omega_{BW}$   
相角滞后首次达到-90度对应的频率为  $\omega_{PW}$



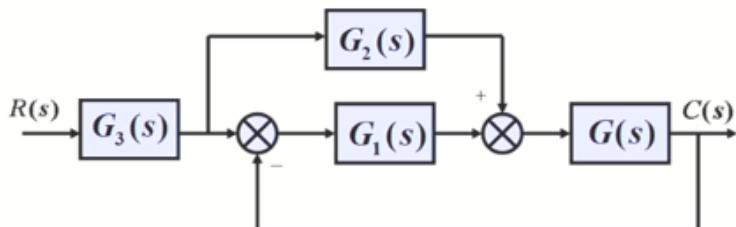
#### 如何满足带宽的要求

### ◆ 两种扩展系统带宽的方法

#### 1. 反馈校正：串联校正环节



#### 2. 开环校正：顺馈环节，开环补偿环节



- 响应特性
  - 对输入信号的响应能力，可用输入输出的传递函数特性来表征
- 反馈特性（**重要**）
  - 由反馈校正引起，反映了稳定性、干扰抑制、指令跟踪、不确定性、灵敏度等性质
- 

## 控制系统带宽的设计原则

反馈特性好的前提是  $\omega < \omega_c, |KG| > 1$

因此开环系统的带宽越宽，系统性能越好，设计原则为：

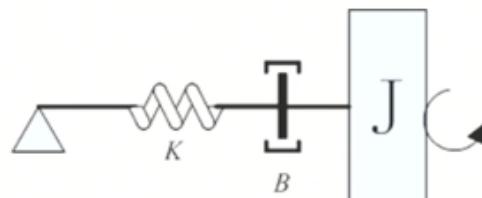
最大限度地通过反馈校正环节来拓展系统的带宽，  
少用顺馈和前置滤波这样的开环校正方式。

## 带宽设计的影响因素

- 主要因素
  - 系统元件的带宽
  - 传动间隙、负载惯量
  - 未建模动态特性
    - 机械谐振
- 

## 未建模动态特性——机械谐振

### 等效结构图



### 运动方程

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$

### 固有频率

$$\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}} \quad B \rightarrow 0 \text{ 时？}$$

## 机械谐振——谐振频率与带宽的关系

固有频率:  $\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$

一般来说系统的带宽应限制为:

谐振频率较高，作为未建模的高频动态处理时，选择这个频率来近似表征对象的谐振特性，因为在对象可能具有的多个振荡模态中，这个值最小，而且容易计算。

$$\omega_m > 5\omega_{BW} \quad \omega_{BW} < \frac{\omega_m}{5}$$

如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出上面的要求。

如果机械系统已经设计完成，则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。

## 带宽设计

- **比例或积分环节**降低剪切频率
- **惯性环节**降低剪切频率
- **滞后环节**降低剪切频率
- **反馈校正**降低剪切频率
- **超前校正环节**提高剪切频率
- 近似微分/PD控制器/PID控制器提高剪切频率

## 第五章 Anti-Windup设计

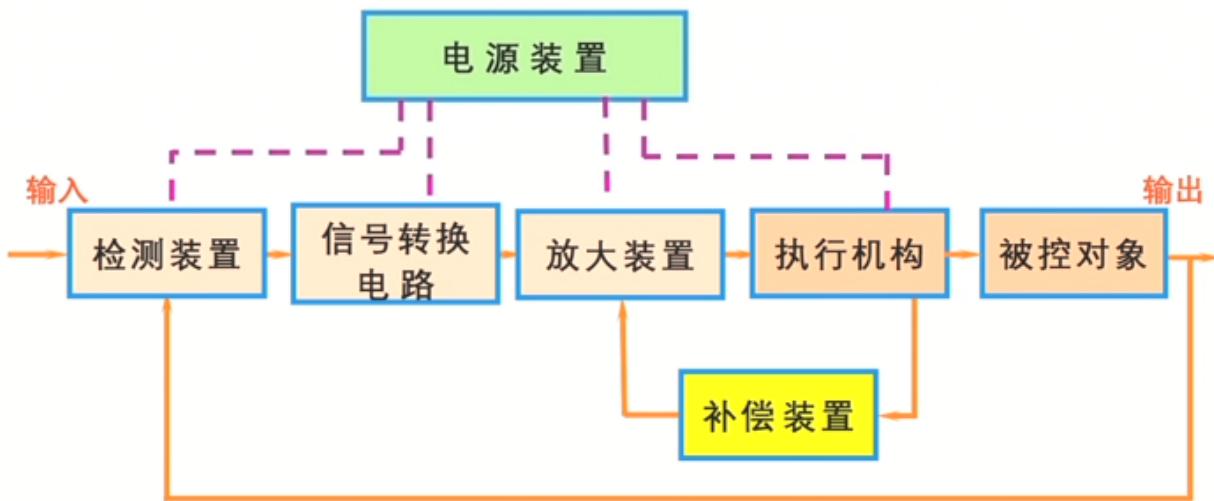
略（听不懂）

## 第六章 伺服系统的设计

### 伺服系统的数学模型

- 伺服系统又称随动系统，是用来**精确**跟随或者复现某个过程的**反馈控制系统**

## ◆ 伺服系统的基本组成



- 特点：

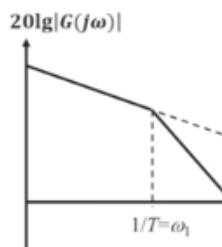
- 稳定性好
- 精度高
- 快速响应性好
- 节能高
- 机械运动

## I型系统

- 只有一个转折频率的I型系统： $G(s) = \frac{K_v}{s(Ts+1)}$
- $\omega_1 = \frac{1}{T}$
- $\omega_0 = K_v$
- 综上， $G(j\Omega) = \frac{K}{j\Omega(j\Omega+1)}$ ,  $K = \frac{\omega_0}{\omega_1}$ ,  $\Omega = \omega T = \frac{\omega}{\omega_1}$
- 

### ◆ 基本I型系统

$$G(j\Omega) = \frac{K}{j\Omega(j\Omega+1)}$$



$$K = \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

$$\Omega = \omega T = \frac{\omega}{\omega_1}$$

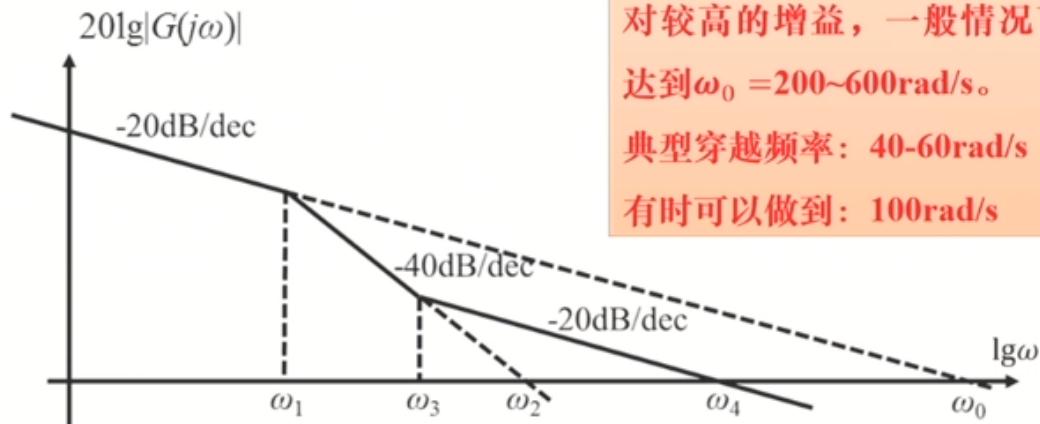
闭环频率特性： $G_c(j\Omega) = \frac{G(j\Omega)}{1+G(j\Omega)} = \frac{K}{(j\Omega)^2 + j\Omega + K}$

$K$	0.5	1	2
单位阶跃输入下输出的峰值	1.05	1.15	1.3
阻尼比 $\zeta = \frac{1}{2\sqrt{K}}$	0.707	0.5	0.35
相位裕度	66°	52°	39°
闭环谐振峰值 $M_p$	$\leq 1$	1.15	1.5

$$\frac{1}{2} \leq K \leq 1$$

# 改进 I 型系统

## ◆ 改进I型系统



频率特性由三段构成：-20, -40, -20 (dB/dec)

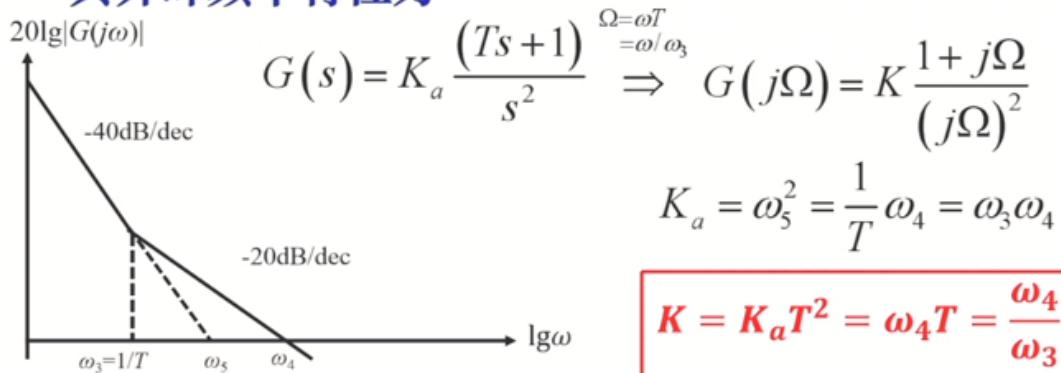
优越性：带宽与增益分开！

# II 型系统

## ◆ 基本II型系统

基本II型系统是指只有一个转折频率的系统。

其开环频率特性为



### • 应用场合

- 高精度、重载
- 高性能、低带宽（大型系统）

# 伺服系统的校正

- 相位滞后校正：串联校正 ( $D(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ )
  - 利用高频衰减来压低系统的带宽

- 保持带宽不变的情况下提高系统增益
- 反馈校正：并联校正 ( $T(s) = \frac{G}{1+GH}$ )
  - 取代系统的局部结构
  - 可以压低系统带宽
  - 降低对参数的敏感性。且不会受到负载的影响

# 第七章 调节系统的设计

## 调节系统的特点及控制规律

- 被调量（系统的输出量）保持在设定值上的控制系统
- 特点：
  - 输出量保持在某个设定值
  - 无跟踪误差要求
  - 主要考虑稳定性和抑制扰动
- 控制规律
  - P
  - PD
  - PI
  - PID

## 调节系统的类型

- 积分 + 一阶模型  $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$
- 一阶系统 + 滞后  $G(s) = \frac{K}{Ts+1}e^{-\tau s}$

## PID 系统的设计

略

## 过程控制系统的设计

### 对象特性

- 定义：略
- 要求
  - 安全性
  - 经济性
  - 稳定性
- 性能指标
  - 衰减比  $n = \frac{y_1}{y_3}$
  - 衰减率  $\psi = \frac{y_1 - y_3}{y_1}$
  - 调节时间

- 振荡频率

## 设计特点

- 微分控制
  - 若采用 PD 控制，则应该用其幅频特性增加比较平缓的频段
- 增益低、带宽窄导致静差大：引入积分

## 整定

- 临界比例度法
- 自整定

# 第八章 多回路系统的设计

## 多回路系统

- 对于多回路系统：  
矛盾

- 以宽带内回路抑制干扰；
- 以窄带外回路保证精度；
- 调试时先调试内回路，再调试外回路；
- 调试外回路时，将内回路当做一个比例环节；
- 每个回路都可以按照单回路进行设计。

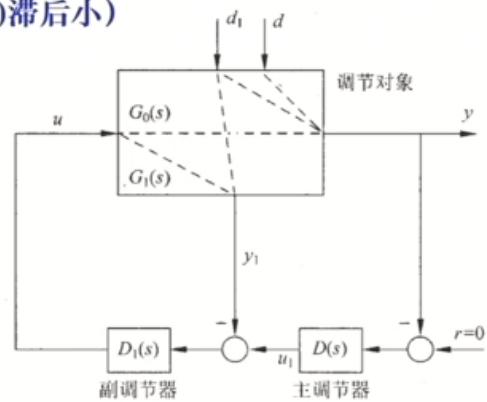
# 串级系统

## ◆ 串级调节系统

- ◆ 过程控制中的多回路控制
- ◆ 过程控制中的大滞后对象
- ◆ 辅助变量能够保证比较快地反映扰动和控制作用 ( $G_1(s)$  滞后小)
- ◆ 利用辅助变量构成调节系统，镇定辅助变量
- ◆ 内外环带宽错开
- ◆ 主调节器的输出作为副调节器的设定值

串级调节的特点：

- ◆ 对象的主要扰动在输入端
- ◆ 串级调节对于辅助变量之后的扰动无作用



# 复合控制系统

- 顺馈补偿

# 期末复习重点

## ◆ 期末考试

考试形式：闭卷笔试

最终成绩：作业10%，实验40%，笔试50%

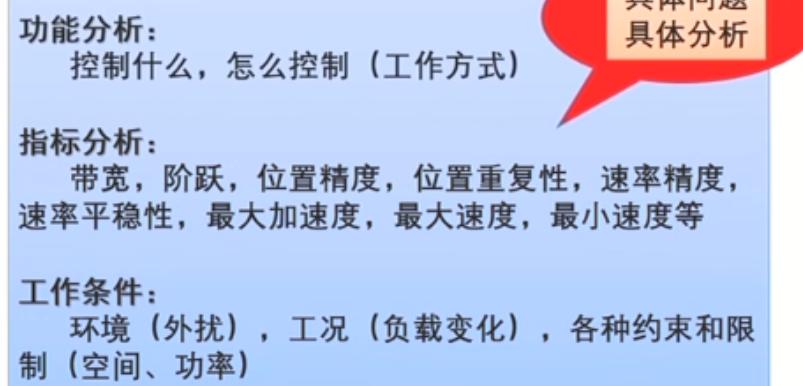
- 填空  
 选择  
 判断题  
 计算题或简答题  
 系统设计题

题型

## ◆ 需掌握的内容

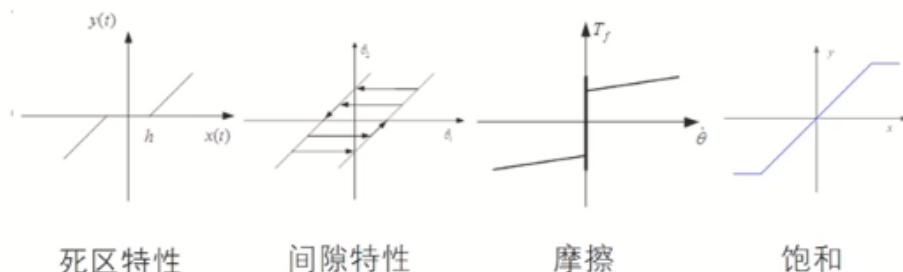
- 第一章（绪论），知识性内容，了解；
- 第二章（控制系统的流程设计），深入理解；
- 第三章~第八章，掌握，范围限于课堂讲授的、课件上内容（参考教材上相关内容）。

### 1 需求分析

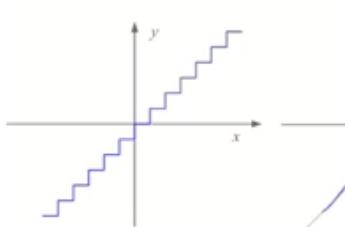


### 2.2 驱动方式（传动）

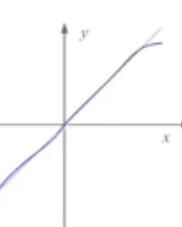
驱动传动系统引入的非线性环节，机械谐振



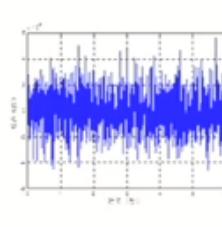
## 2.3 测量方案 测量引入的控制问题



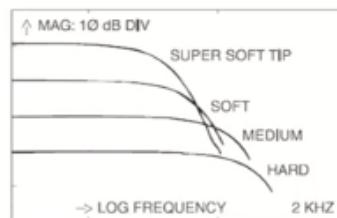
量化噪声



非线性



白噪声



频带

控制：精度（重复性）、噪声（量化，白）、带宽（延迟）



## 2.4 控制方案

安全是系统控制的第一要务！

- 大量产热 Large amounts of heat
- 过高电压 High-voltage Potential
- 可能导致人员伤亡的机械运动 Mechanisms that can cause harm
- 有害化学物质泄漏 Harmful Chemicals
- 火焰 Flames
- 爆炸或者内爆 Explosions or implosions

安全提示！

## 2.4 控制方案

- 开环控制、闭环控制
- 连续、开关、程序
- 反馈的形式
- 控制器的实现方式



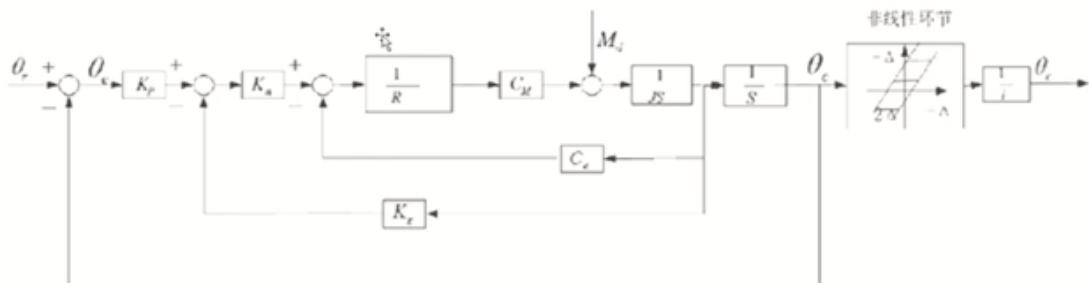
开环控制系统的结构



安全提示！

## 2.4 控制方案-反馈的形式

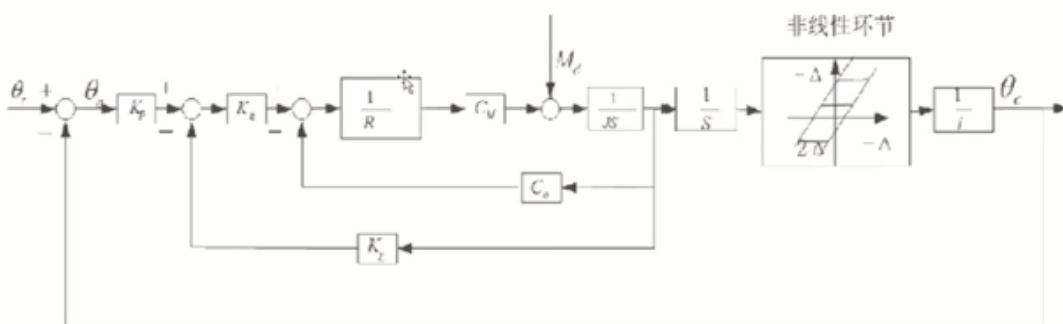
- 系统精度主要取决于机械加工精度：传动齿隙误差、环节累计误差、传动间隙等，控制设计相对简单。



半闭环控制

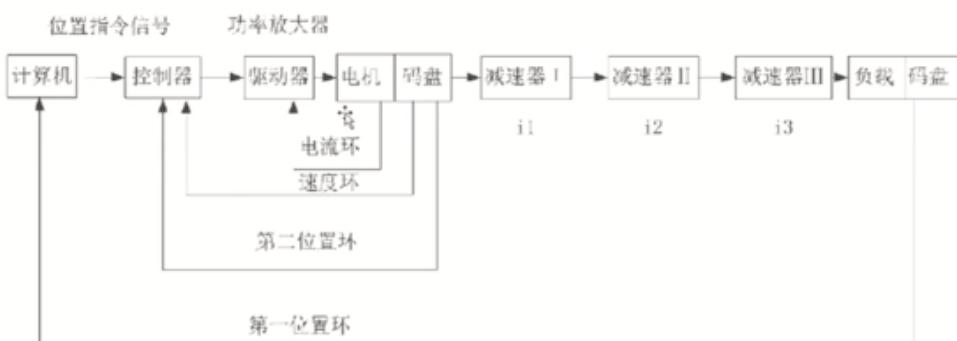
## 2.4 控制方案-反馈的形式

- 可实现较高精度，控制设计相对复杂。



全闭环控制

## 2.4 控制方案-反馈的形式

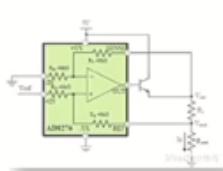


双位置闭环控制



## 2.4 控制方案-控制器的实现形式

- 简单机构或电路
- 专用控制器 PLC/PAC/ DCS/ FCS
- 嵌入式系统 (DSP, 单片机)
- 工业控制计算机

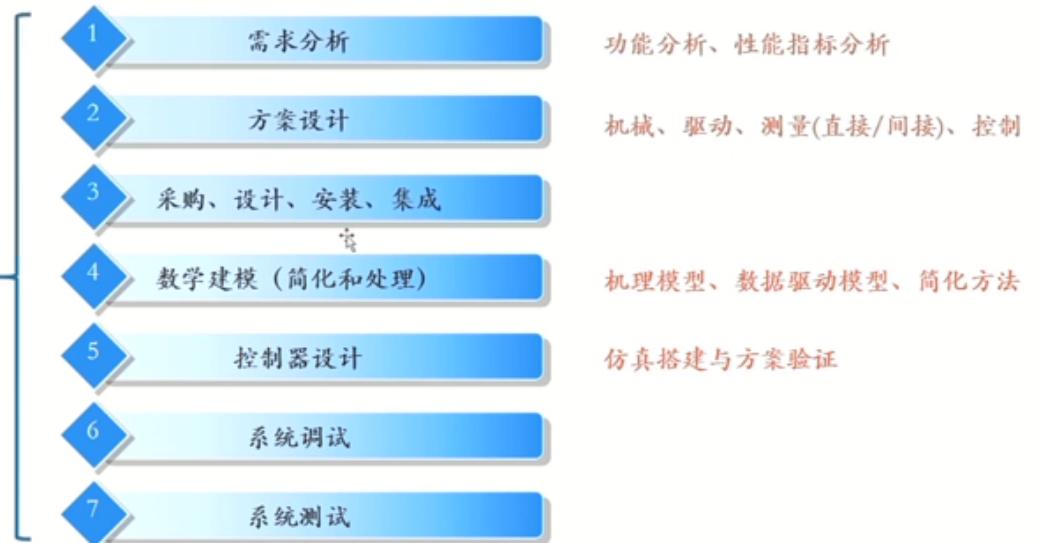


模拟或数字 (组合)



# 控制系统设计流程

控制系统设计流程



## 5 控制器设计

### 5.1 控制系统类型

输入输出: 单变量系统、多变量系统  
复杂度: 简单系统、复杂系统、大系统  
线性特性: 线性系统、非线性系统  
确定性: 确定系统、不确定系统(随机系统)  
参数确定性: 定常系统、时变系统  
信号特性: 连续系统、离散系统、混杂系统  
功能特性: 伺服系统、调节系统  
系统组成: 机电系统、电路系统、通信网络系统、电力系统  
系统数量: 个体系统、多智能体系统

Controller  $\longleftrightarrow$  Control law



### 第二章 控制系统的设计流程

此处添加备注

## 5 控制器设计

### 5.2 控制理论/方法介绍

非线性控制方法!

古典控制 (根轨迹、频域、PID)

鲁棒控制

自适应控制

最优控制

变结构控制 (滑模控制)

智能控制 (模糊, 神经网络)

预测控制

数据驱动控制

自抗扰控制 (ADRC)



### 第二章 控制系统的设计流程

44

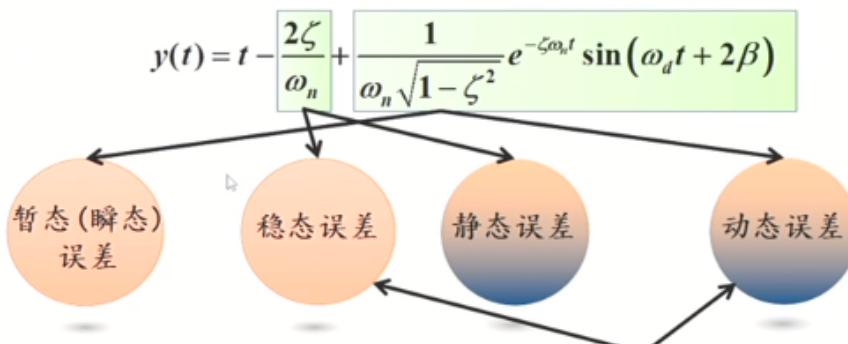
此处添加备注



## 3.1.2 误差系数

### 引言

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad R(s) = \frac{1}{s^2}$$



## 3.1.2 误差系数



### 引言

#### ➤ 跟踪误差性能指标形式

性能指标的提法也是控制理论研究的一个方向。性能指标是评价系统标准，也是控制系统设计的依据。理想的指标函数不仅能更好地刻画（反映）设计者关心的系统性能，还可以方便控制系统的设计。

ISE       $J = \int_0^\infty e^2(t) dt$  (平方误差积分)

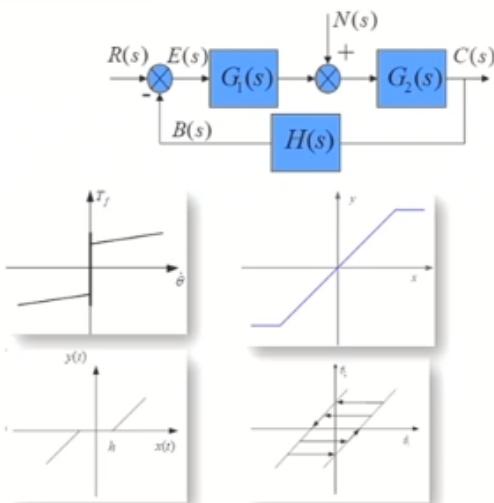
ITSE      $J = \int_0^\infty t e^2(t) dt$  (时间乘平方误差的积分)

IAE       $J = \int_0^\infty |e(t)| dt$  (绝对误差积分)

ITAE      $J = \int_0^\infty t |e(t)| dt$  (时间乘绝对误差的积分)

由于系统结构、输入作用形式所产生的稳态误差称为原理性稳态误差。

由于摩擦、间隙、死区等非线性因素所引起的系统稳态误差称为附加稳态误差或结构性稳态误差。



### 3.1.2 误差系数

#### 典型输入作用下的稳态误差

系统类型	稳态误差系数			稳态偏差		
	$K_p$	$K_v$	$K_a$	单位阶跃输入 $1(t)$	单位速度输入 $t$	单位加速度输入 $t^2/2$
0型	$k$	0	0	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$
I型	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$
II型	$\infty$	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$

上表中,  $k$ 为开环放大系数(开环传递函数写成时间常数形式时的开环增益)。

$$G_k(s) = \frac{k}{s^v} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{n_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{n_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{m_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{m_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^v} \cdot G_0(s)$$

### 3.1.2 误差系数

#### 几点结论

$$G_1(s) = \frac{k}{s^r} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{n_1} (T_i s + 1) \prod_{i=1}^{n_2} (T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_3} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_4} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^r} G_0(s)$$

- 给定作用下的稳态误差与外部输入作用有关：对同一系统加入不同的输入，稳态误差不同。
- 与时间常数形式的开环增益  $k$  有关：对有差系统， $k$  越大，稳态误差越小，但同时系统的稳定性会变差。
- 与积分环节的个数有关：积分环节的个数越多，稳态误差越小，但同时系统的稳定性和动态特性变差。所以III型及III型以上的系统几乎不用。

由此可见对稳态误差的要求往往与系统的稳定性和动态特性的要求是矛盾的。



### 3.1.2 误差系数

#### 静态误差系数与动态误差系数对比

系统类型	静态误差系数			动态误差系数		
	$1/(1+K_p)$	$1/K_V$	$1/K_A$	$C_0$	$C_1$	$C_2/2!$
0型	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$	$\frac{1}{1+k}$	$\frac{k(a_1 - b_1)}{(1+k)^2}$	$\frac{(a_2 - b_2)k}{(1+k)^3} + \dots$
I型	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$	0	$\frac{1}{k}$	$\frac{a_1 - b_1}{k} - \frac{1}{k^2}$
II型	0	0	$\frac{1}{k}$	0	0	$\frac{1}{k}$

$$r(t) = A \cdot 1(t) + Bt \cdot 1(t) + C \frac{t^2}{2} \cdot 1(t)$$

$$e_{ss} = \frac{A}{1+K_p} + \frac{B}{K_V} + \frac{C}{K_A}$$

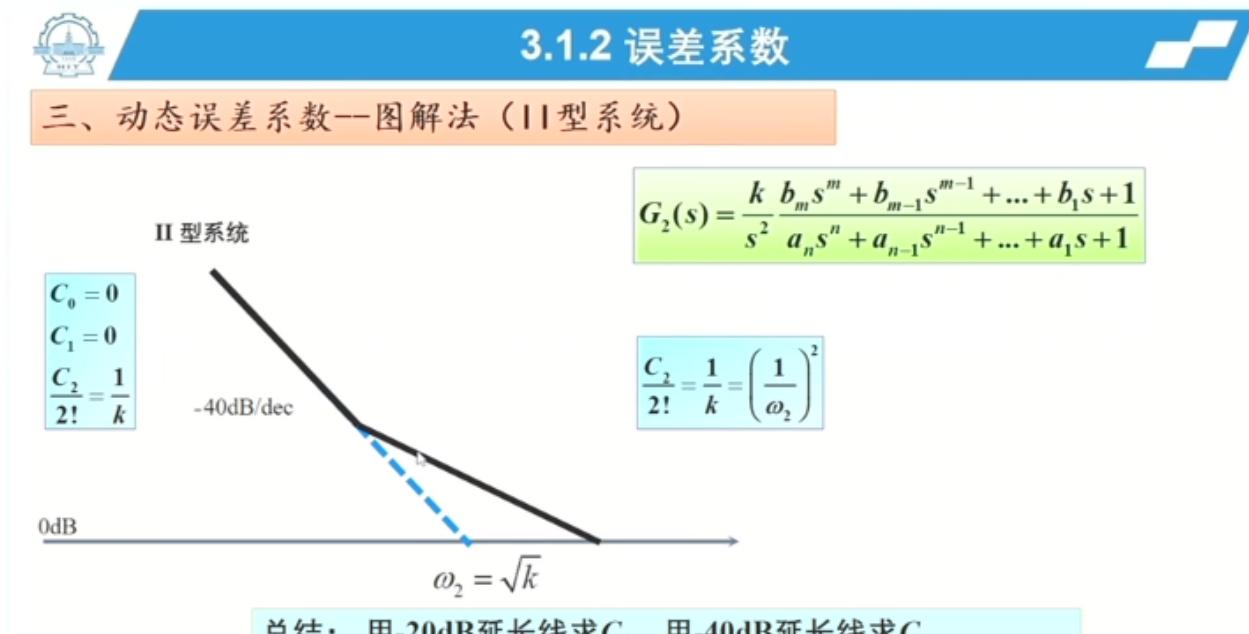
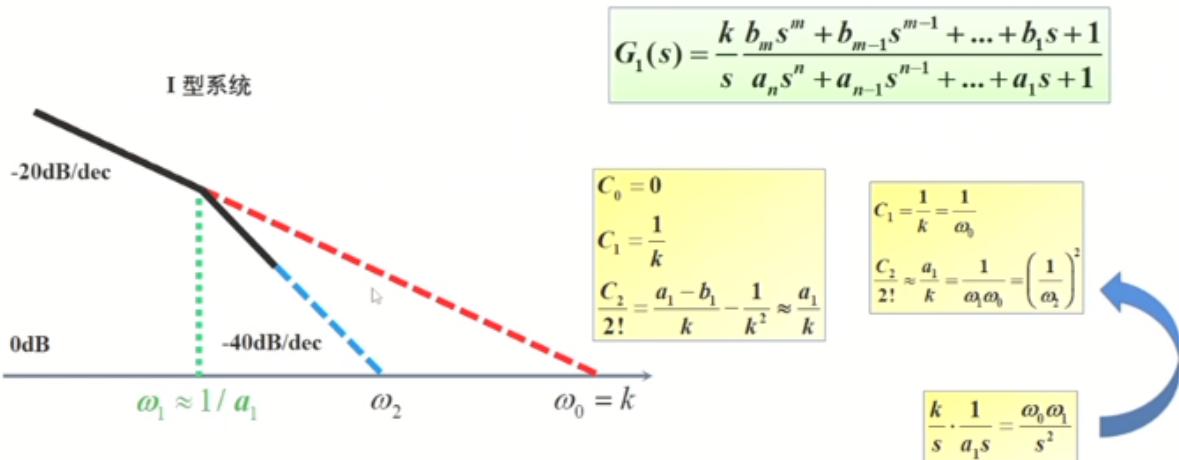
$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$



## 3.1.2 误差系数



### 三、动态误差系数——图解法（I型系统）



## 3.2.4 均方误差

### 均方误差

$$n(t) \rightarrow G_{en}(s) \rightarrow e(t) \quad G_{en} = \frac{-1}{1+PC}$$

误差信号的谱密度  $\Phi_e(\omega)$  表示为

$$\Phi_e(\omega) = |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega)$$

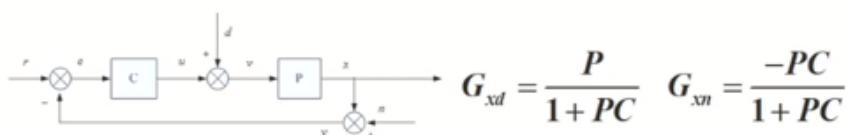
则均方误差  $\overline{e^2}$  表示为

$$\overline{e^2} = R_e(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega) d\omega$$

## 3.3.1 扰动分析

### 干扰与噪声的区别

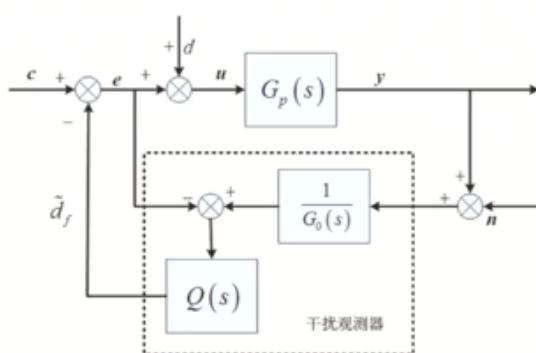
- **作用点不同：**干扰一般和控制量的作用点相同，而噪声更多作用于测量元件上，使测量结果变差；
- **作用机理不同：**干扰一般直接作用于被控对象，使被控量发生改变，而噪声一般通过混入反馈信号而间接地影响被控量；
- **特性不同：**干扰信号多数是可以测量或估计的，频带较窄，噪声一般为随机信号，频谱范围很宽；
- **抑制方法不同：**噪声一般只能通过降低带宽（等效噪声带宽）来抑制，这往往与系统跟踪性能矛盾，而干扰的抑制方法很多。



## 3.3.3 扰动的观测与补偿

### 低通滤波器的设计原则

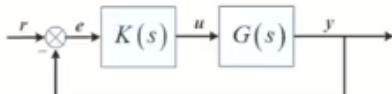
- **相对阶：**为了保证物理可实现， $Q$ 的相对阶（分母与分子之差）应当大于或等于  $G_0$  的相对阶；
- **低频幅值限制：**为使  $G_{yc}$  尽可能地逼近被控对象的标称模型，在工作频段内（指令和干扰的频谱范围）幅值应接近1；
- **高频幅值限制：**为使噪声对输出的影响尽可能小，在高频段其幅值应接近0；
- **鲁棒稳定性：**如果假定模型摄动为乘性摄动，即  $G_p = G_0(1+\Delta)$ ，那么系统保持鲁棒稳定性的条件是  $\|\Delta(s)Q(s)\|_\infty \leq 1$





灵敏度定义

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)}$$



取微小增量的极限形式，则：

$$d \ln x = \frac{1}{x} dx$$

$$S = \frac{dT(s)/T(s)}{dG(s)/G(s)} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)}$$

系统灵敏度是当变化量为微小的增量时，系统传递函数的变化率与对象传递函数在标称模型处的**变化率之比**。

注



## 4.1.1 控制系统的灵敏度



灵敏度定义

四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1+GK}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1+HGK}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-HGK}{1+HGK}$



## 4.1.2 Bode积分定理

## Bode积分定理

Bode积分定理表明，对数灵敏度的积分是一个常数



$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v > 1$$

如果开环传函是稳定的，那么这个积分等于零

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$





## 4.2.2 鲁棒稳定性约束

### 鲁棒稳定性条件

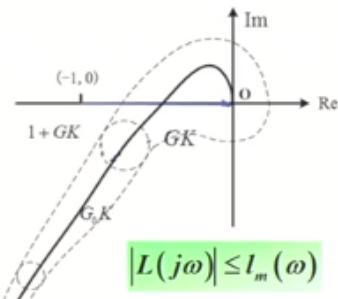
$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0 \quad \text{乘性摄动}$$

$$|1 + (1 + \varepsilon L(j\omega))G_0K| > 0, |\varepsilon| \leq 1$$

$$|1 + G_0K + \varepsilon L(j\omega)G_0K| > 0$$

$$\left| \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| \geq 1 - l_m \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0 \rightarrow \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$



## 4.2.2 鲁棒稳定性约束

### 鲁棒稳定性条件

若不确定性为加性摄动:

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

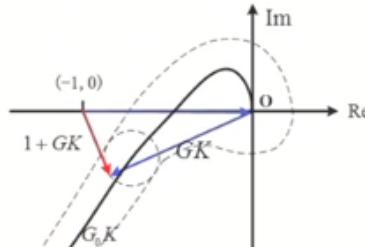
$$|\Delta G(j\omega)| \leq l_a(\omega)$$

则鲁棒稳定的充要条件为:

$$\left| \frac{K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_a} \quad (\text{加性摄动})$$

设计的便利性?

$$\left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m} \quad (\text{乘性摄动})$$



$$\left| \frac{l_a K}{1 + G_0 K} \right| < 1$$



## 4.3.2 带宽设计的影响因素

### 影响控制系统拓展带宽的主要因素

#### ◆ 主要因素有

- 系统元部件的带宽（执行器、传感器、控制器）；
- 传动间隙、负载惯量等；
- 未建模动态特性。

执行器有时间常数限制  
传感器测量有延迟和滞后  
采样带来延迟

如果只把谐振当做不确定来处理，则会增大系统的不确定性界 $L_m$ ，增加控制系统设计难度（增大保守性）。

机械谐振是拓展伺服系统频带的一个主要瓶颈。机械谐振的特性一般比较容易分析和测试，因此可以采取有效的措施对谐振进行抑制，从而达到拓展系统频带的目的（增大 $\omega_c$ ）。

### 机械谐振



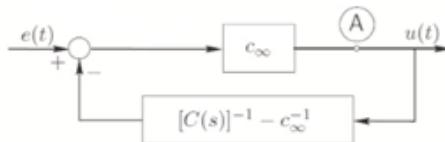
## 5.2.1 Anti-Windup的设计策略

#### ◆ Anti-Windup的基本结构

假设控制器是双正则的最小相位系统，将其分解为

比例项和严格正则项：  $C(s) = c_\infty + \bar{C}(s)$

$$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= \frac{c_\infty}{1 + ([C(s)]^{-1} - c_\infty^{-1})c_\infty} \\ &= \frac{c_\infty}{[C(s)]^{-1}c_\infty} \\ &= C(s) \end{aligned}$$



设计策略：

严格正则的最小相位控制器可通过适当添加远离虚轴的最小相位零点变为双正则的形式。

- (1) 控制器的动态由对象的实际输入信号来驱动；
- (2) 由对象的实际输入信号驱动时，控制器的动态是稳定的。



## 5.2.2 Anti-Windup设计原理分析

### ◆ Anti-Windup设计思路

假设控制器是最小相位、双正则的，将其分解为比例项和严格正则项：

$$C(s) = C_{\infty} + \bar{C}(s)$$

期望的控制量

$$\hat{u} = \bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e$$

期望的误差信号满足

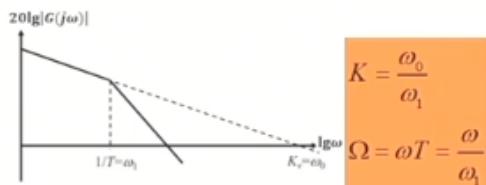
$$u(t) = \text{sat}(\hat{u}(t)) = \bar{C}\bar{e} + C_{\infty}\bar{e}$$



## 6.2 I型系统

### ◆ 基本I型系统

$$G(j\Omega) = \frac{K}{j\Omega(j\Omega + 1)}$$



$$\text{闭环频率特性: } G_c(j\Omega) = \frac{G(j\Omega)}{1 + G(j\Omega)} = \frac{K}{(j\Omega)^2 + j\Omega + K}$$

$K$	0.5	1	2
单位阶跃输入下输出的峰值	1.05	1.15	1.3
阻尼比 $\zeta = \frac{1}{2\sqrt{K}}$	0.707	0.5	0.35
相位裕度	66°	52°	39°
闭环谐振峰值 $M_p$	$\leq 1$	1.15	1.5

$\frac{1}{2} \leq K \leq 1$



## 6.2 I型系统



### ◆ 基本I型系统

传递函数：

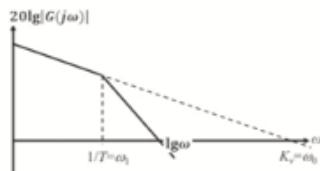
$$G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$$

$$G_{en}(s) = \frac{K_v}{Ts^2 + s + K_v}$$

等效噪声带宽：(表4-1)

$$\omega_{BN} = \frac{\pi}{2} K_v = \frac{\pi}{2} \omega_0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &\leq K \leq 1 \\ K = 1 &\Leftrightarrow \omega_0 = \omega_1 \end{aligned}$$



$$K = \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

$$\Omega = \omega T = \frac{\omega}{\omega_1}$$

一阶系统： $G(s) = \frac{K_v}{s}$ ,  $G_{en}(s) = \frac{1}{Ts + 1}$

等效噪声带宽： $\omega_{BN} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{T_1}$ ,  $T_1 = \frac{1}{K_v}$

为抑制可能的高频噪声，纯积分被控对象应引入惯性环节使之成为基本I型系统！



单击此处添加备注

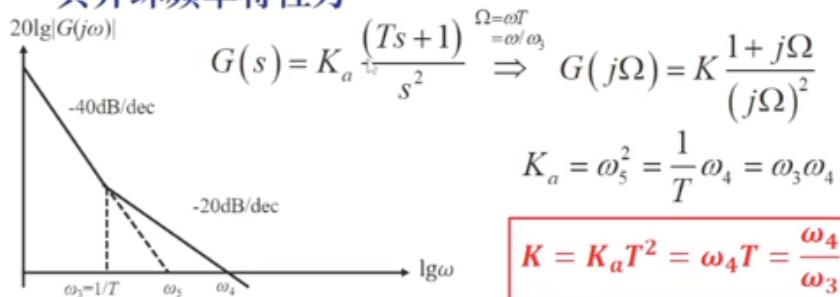


## 6.3 II型系统

### ◆ 基本II型系统

基本II型系统是指只有一个转折频率的系统。

其开环频率特性为



单击此处添加备注

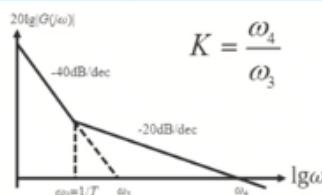


## 6.3 II型系统



### ◆ 基本II型系统

闭环频率特性:



$$K = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

$$G_c(j\Omega) = \frac{G(j\Omega)}{1+G(j\Omega)} = \frac{K(j\Omega+1)}{(j\Omega)^2 + K(j\Omega) + K}$$

$K = \omega_4/\omega_3$	1	2
单位阶跃输入下输出的峰值	1.3	1.22
阻尼比	$\zeta = \frac{\sqrt{K}}{2}$	0.5

$$0.707$$

$$1 \leq K \leq 2$$

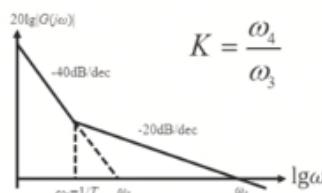
此处添加备注



## 6.3 II型系统

### ◆ 基本II型系统

闭环频率特性:



$$K = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

$$G_c(j\Omega) = \frac{G(j\Omega)}{1+G(j\Omega)} = \frac{K(j\Omega+1)}{(j\Omega)^2 + K(j\Omega) + K}$$

等效噪声带宽:

当  $K=1$  时系统的等效噪声带宽最小，当  $K=2$  时，系统的等效噪声增大到 1.06 倍，增加并不多。

基于稳定性和噪声两方面的分析，一般取:

$$1 \leq K \leq 2$$

添加备注



## 7.1.2 调节系统的控制规律

### ◆ 比例积分微分(PID)控制作用

例：二阶对象分析

