

1 学时分配总览

表 1: 课程内容与学时分配表

部分	内容	学时
I	绪论与基础	4
II	非线性方程的数值解法	6
III	线性方程组的数值解法	8
IV	插值方法与数值逼近	8
V	数值积分	5
VI	矩阵特征值与特征向量的计算	5
VII	常微分方程初值问题的数值解法	8
VIII	课程复习与综合应用	4
总计		48

2 详细教学内容

2.1 第一部分：绪论与基础 (4 学时)

1. 第 1-2 学时：课程导论与误差分析

- 数值分析的研究对象与意义（科学与工程中的计算问题举例）。
- 误差的来源：模型误差、观测误差、截断误差、舍入误差。
- 误差的基本概念：绝对误差、相对误差、有效数字。
- 数值计算的稳定性与病态问题。条件数的概念（以线性方程组为例）。
- 重点难点：理解条件数是问题本身固有的属性，与算法无关。

2. 第 3-4 学时：浮点数系统与数值计算中的原则

- IEEE 浮点数标准简介（舍入、上溢、下溢）。
- 数值计算中应注意的若干问题（避免相近数相减、防止大数吃小数、注意除法分母、简化计算步骤）。
- （可选）算法复杂度的简单介绍（ $O(n)$ notation）。
- 实践环节：演示一个由于数值不稳定导致计算失败的经典案例（如：递归计算积分）。

2.2 第二部分：非线性方程的数值解法 (6 学时)

1. 第 5-6 学时：非线性方程求根

- **二分法**：思想、算法、收敛性分析（线性收敛）、误差估计。
- **不动点迭代法**：构造迭代格式，收敛性定理（局部收敛性、压缩映射原理）。
- **重点难点**：理解不动点迭代的收敛条件与收敛阶的定义。

2. 第 7-8 学时：高效求根算法

- **Newton 法**：几何推导、迭代公式、局部平方收敛性。
- **割线法**：思想、迭代公式、超线性收敛性（收敛阶为黄金比例）。
- **重点难点**：Newton 法对初值的敏感性以及导数难以获取时的处理。

3. 第 9-10 学时：非线性方程组的 Newton 法简介与算法比较

- 将 Newton 法推广到非线性方程组情形，介绍其矩阵形式。
- 各种方法的比较：收敛速度、计算成本、robustness。
- （可选）MATLAB/Python 中 `fzero`, `fsolve` 函数的使用。
- **实践环节**：编程实现 Newton 法求解一个非线性方程，并绘制收敛过程。

2.3 第八部分：课程复习与综合应用 (4 学时)

1. 第 45-48 学时：课程复习与综合应用

- **课程总复习 (2 学时)**：梳理各章节知识脉络，强调不同领域算法之间的联系与对比。
- **课程项目展示与答疑 (2 学时)**：学生分组展示其课程项目的成果，交流学习心得，教师进行点评和总结。
- **前沿简介 (可选)**：简要介绍当今数值分析领域的热点，如有限元法、快速多极子算法、随机数值方法等，激发学生进一步学习的兴趣。

教学建议

- **理论联系实际**：每个章节都应配有从物理、工程、金融等领域引出的实际案例。
- **编程实践**：鼓励学生使用 MATLAB 或 Python (SciPy 库) 实现核心算法，这不仅加深理解，也培养了必备的科研技能。
- **批判性思维**：引导学生不仅仅“会算”，更要“会选”和“会评”，即能根据问题特性选择最合适的算法，并能批判性地分析计算结果的可靠性。
- **利用现代工具**：教学中可以演示如何使用专业的数值计算软件/库来高效解决问题，让学生了解“造轮子”和“用轮子”的平衡。