Определение коэффициента вязкости глицерина

Роман Ухоботов, Николай Грузинов

Цель работы

Определить коэффициент вязкости жидкости (глицерина) при помощи исследования падающих в нем тел.

Используемое оборудование

- 1. Мерный цилиндр с глицерином
- 2. Набор калиброванных шариков из стали и свинца
- 3. Измерительные приборы весы, микрометр, линейка
- 4. Оборудование для съёмки камера телефона и фонарь

Теория

Для падения тел сферической формы в вязких жидкостях действует формула Стокса:

$$F(v) = -6\pi r \eta v$$

Поэтому II закон Ньютона для шарика с установившейся скоростью выглядит следующим образом:

$$mq = 6\pi r \eta v + \rho q V$$

Выразим из него вязкость глицерина:

$$\eta = \frac{mg - \rho gV}{6\pi rv}$$

Мгновенную скорость шариков мы сможем без проблем получить из видео, но нужно понять, как быстро она устанавливается (спойлер: очень быстро). Попробуем грубо это оценить.

Так выглядит II закон Ньютона для шарика в произвольный момент падения, вертикальная ось направлена вверх:

$$ma = -6\pi\eta rv - \rho g \frac{\pi d^3}{6} + mg$$

Решив дифференциальное уравнение относительно скорости, мы получаем:

$$\tau = \frac{m}{6\pi r \eta} \ln \frac{mg - \rho gV - 6\pi r \eta v_0}{mg - \rho gV - 6\pi r \eta v}$$

Так по абсолютно любой скорости мы сможем узнать, когда падающий шарик её имеет.

Ожидания от наблюдений

Мы предполагаем, что установившаяся скорость шарика будет зависеть от параметров самого шарика, а вязкость глицерина будет одинаковой независимо от наблюдаемого шарика.

Методика измерений

Мы решили, что точнее всего получится проанализировать видео падающего шарика с помощью алгоритма, чтобы установить его скорость и, соответственно, вязкость жидкости. Проделаем эксперимент 10 раз, используя 3 стальных и 7 свинцовых шаров трёх разных размеров:

Number	Diameter (mm)	Mass (g)
1	3.972	0.2570
2	3.974	0.2575
3	3.964	0.2556
4	2.181	0.0834
5	2.430	0.0929
6	2.984	0.1705
7	3.003	0.1584
8	4.042	0.3882
9	4.013	0.3824
10	4.098	0.3864

Далее поочерёдно бросаем шарики в глицерин, записывая всю картину на видео. Полученную из видео зависимость позиции шариков от времени мы выложили здесь.

Расчёт

Сначала давайте оценим сверху, как быстро устанавливается скорость.

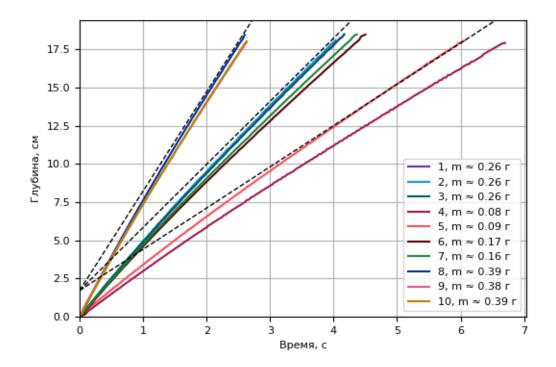
Роняли мы шарики с 5см, откуда $v_0 = \sqrt{2g \cdot 0.05} \approx 1$ м/с Возьмём из них самый лёгкий, с параметрами m=0.0834 г, r=2.181 мм Также допустим, что вязкость будет больше 1 Па \cdot с Плотность глицерина $\rho=1261$ кг/м3 Посчитаем время, которое понадобится скорости, чтобы приблизиться к установившейся с точностью хотя бы до 1%

Если подставить все приведённые значения в формулу из теории, мы получим $au \approx 0.02 \; \mathrm{c.}$

То есть не пройдёт и 0.02 секунд, как скорость шарика установится! Этот результат чрезвычайно мал, достаточно мал, чтобы считать скорость установившейся **с самого начала падения**, а значит и на всём протяжении падения тоже. Далее мгновенную скорость будем считать установившейся.

Анализ

Построим по данным шариков зависимость глубины падения от времени:



На графике отчётливо видно разделение кривых на 3 группы: сверху зависимость, характерная большим свинцовым шарам (8-10), снизу малым свинцовым шарам (4-5), а средние свинцовые (6-7) и стальные шары (1-3) слились в одну группу посередине.

Теперь, импользуя зависимости вязкости глицерина от скорости, выведенную в теории, построим график, отновываясь на мгновенной скорости шариков при данной глубине:

