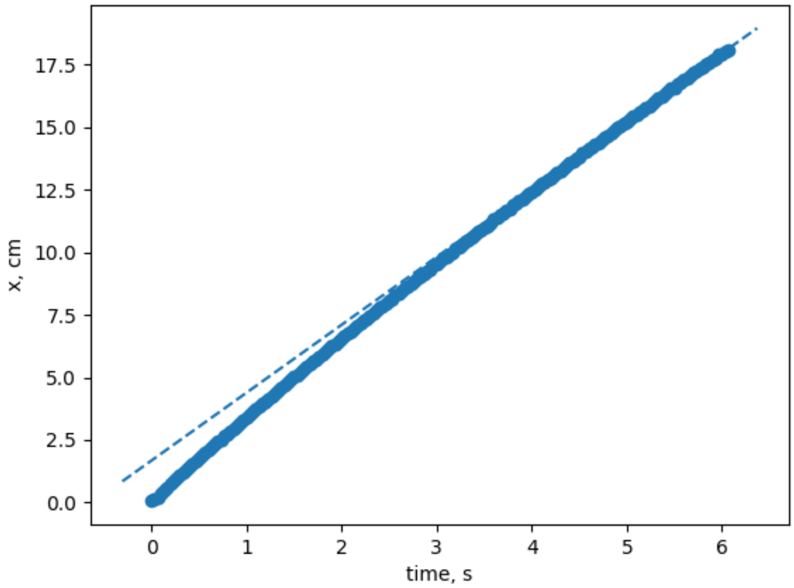
Теор модель

Николай Грузинов

Вначале шарик падает с какой-то скоростью. Как мы убедились, эта скорость больше той, которая должна установится, поэтому скорость будет постепенно замедлятся. Можно считать, что под конец скорость уже установилась.

Из наших данных $x(t)$ можно извлечь установившуюся скорость V, вычислив угловой коэффициент прямой, проходящей через последние точки:



По V можно найти вязкость η. Возьму уравнение из методички, и немного перепишу. Пусть d — диаметр шарика.

$$mg = 3\pi d\eta V + \rho g\frac{\pi d^3}{6}$$

$$\eta = \frac{mg - \rho g\frac{\pi d^3}{6}}{3\pi dV}$$

Текст ниже про то, как это стоило бы делать, если бы не большая погрешность при численном дифференцировании

Пусть диаметр шарика d, масса m, плотность глицерина ρ, вязкость η. Второй закон Ньютона для шарика, в проекции на ось OX, направленную вниз $(v_x > 0)$

$$m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -3\pi\eta d v_x - \rho g\frac{\pi d^3}{6} + mg$$

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\pi\eta d}{m}v_x - \frac{\rho g\pi d^3}{6m} + g$$
$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\pi\eta d}{m}\left(v_x + \frac{\frac{\rho g\pi d^3}{6} - mg}{3\pi\eta d}\right)$$

Обозначу $c = \frac{mg - \frac{\rho g\pi d^3}{6}}{3\pi\eta d}$, $v_x' = v_x - c$, $k = \frac{3\pi\eta d}{m}$. Тогда $c > 0$, $k > 0$, и

$$\frac{\mathrm{d}v_x'}{\mathrm{d}t} = -kv_x' \qquad \Longrightarrow \qquad v_x'(t) = \big(v_{x_0} - c\big)\exp(-kt)$$

$$v_x(t) = \big(v_{x_0} - c\big)\exp(-kt) + c.$$

$$x(t) = \int_0^t v_x(t')\mathrm{d}t' = \int_0^t \Big((v_{x_0} - c)\exp(-kt') + c\Big)\mathrm{d}t' = \frac{(v_{x_0} - c)}{-k}\exp(-kt') + ct + x_0$$

Видно, что из $x(t)$ вытащить k (и затем из k выразить η) будет трудно, потребуется анализировать нелинейную регрессию. Поэтому я предлагаю численно продифференцировать исходные данные $x(t)$, получить оттуда $v_x(t)$. Это упростит задачу следующим образом. Если считать, что в конце пути скорость установилась, то c — среднее из нескольких последних точек $v_x(t)$. Тогда можно линеаризовать $v(t)$ следующим образом:

$$\ln(v_x(t) - c) = \ln(v_{x_0} - c) - kt.$$

Угловой коэффициент графика будет равен $-k$.

Чтобы получить c более точно, можно попробовать поподбирать такие значения, при которых прологарифмированная зависимость будет лучше ложиться на прямую. Из c можно получить плотность глицерина ρ и сравнить ее с табличными значениями.

При взгляде на данные видно, что ничего хорошего из этой идеи не выйдет, потому что качественно посчитать скорость в каждой точке не представляется возможным.