

# Модуль сдвига и крутильные колебания

Роман Ухоботов, Николай Грузинов

## Используемое оборудование

1. динамометр (max 1 Н, цена деления 0.1 Н);
2. 8 стержней разных длин, масс, диаметров и материалов;
3. крутящаяся платформа с встроенным транспортером;
4. 2 груза для изменения момента инерции платформы;
5. оптические ворота (для измерения периода, погрешность: 0.01 с);

## Цели и задачи

Цель: изучить крутильные колебания различных стержней, измеряя период колебаний и крутильный коэффициент жесткости. Задачи:

1. измерить момент инерции крутящейся платформы без грузов
2. измерить диаметры стержней (точнее, чем в паспорте)
3. для каждого из восьми стержней измерить динамометром крутильный коэффициент жесткости в статике.
4. для каждого стержня измерить период колебаний оптическими воротами
5. среди стержней есть 3 стержня из одного материала и одного диаметра, но разной длины — посмотреть на зависимость периода колебаний и крутильного коэффициента жесткости от длины;
6. есть два стержня из одного материала и одинаковой длины, но разных диаметров — посмотреть на зависимость от диаметра;
7. вычислить модуль сдвига (или модуль Юнга) стали, алюминия, меди и латуни; сравнить с табличными значениями.

## Теоретическая модель

В первом приближении для крутильных колебаний работает “закон Гука”: момент силы  $M$  пропорционален углу поворота платформы  $\alpha$  с крутильным коэффициентом жесткости  $k$ . Колебания платформы на стержне описываются вторым законом Ньютона для вращательного движения, что позволяет легко связать период колебаний  $T$ , момент инерции платформы (с грузами или без)  $I$  и крутильный коэффициент жесткости  $k$ :

$$M = I\beta \quad \Longrightarrow \quad -k\alpha = I\ddot{\alpha}.$$

Крутильный коэффициент жесткости  $k$  связан с модулем сдвига  $G$  уравнением

$$k = \frac{\pi d^4 G}{32l}. \quad (d — диаметр, l — длина стержня)$$

Также известна связь модуля сдвига  $G$  с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

Моменты инерции при добавлении грузов складываются: если момент инерции платформы без дополнительных грузов  $I_0$ , масса одного груза  $m$ , продольная длина груза  $b$ , а расстояние от оси до центра груза  $a$ , то суммарный момент инерции составит

$$I = I_0 + 2 \frac{m}{b} \int_{a-\frac{b}{2}}^{a+\frac{b}{2}} r^2 dr = I_0 + \frac{2m}{3b} \left( \left(a + \frac{b}{2}\right)^3 - \left(a - \frac{b}{2}\right)^3 \right) = I_0 + 2m \left( a^2 + \frac{b^2}{12} \right).$$

## Методика измерений

Диаметр  $d$  стержней измеряли микрометром, параметры  $a$  и  $b$  для грузов — линейкой. Коэффициент  $k$  в статике получали косвенно измерением 4–5 точек зависимости силы от угла, тянув динамометром за плечо платформы. Период колебаний измерялся в соответствующем режиме оптическими воротами.

## Результаты

## Выводы