

Модуль сдвига и крутильные колебания

Роман Ухоботов, Николай Грузинов

Используемое оборудование

1. динамометр (max 1 Н, цена деления 0.1 Н);
2. 8 стержней разных длин, масс, диаметров и материалов;
3. крутящаяся платформа с встроенным транспортером;
4. 2 груза для изменения момента инерции платформы;
5. оптические ворота (для измерения периода, погрешность: 0.01 с);

Цели и задачи

Цель: изучить крутильные колебания различных стержней, измеряя период колебаний и крутильный коэффициент жесткости. Задачи:

1. измерить момент инерции крутящейся платформы без грузов
2. измерить диаметры стержней (точнее, чем в паспорте)
3. для каждого из восьми стержней измерить динамометром крутильный коэффициент жесткости в статике.
4. для каждого стержня измерить период колебаний оптическими воротами
5. среди стержней есть 3 стержня из одного материала и одного диаметра, но разной длины — посмотреть на зависимость периода колебаний и крутильного коэффициента жесткости от длины;
6. есть два стержня из одного материала и одинаковой длины, но разных диаметров — посмотреть на зависимость от диаметра;
7. вычислить модуль сдвига (или модуль Юнга) стали, алюминия, меди и латуни; сравнить с табличными значениями.

Теоретическая модель

В первом приближении для крутильных колебаний работает “закон Гука”: момент силы M пропорционален углу поворота платформы α с крутильным коэффициентом жесткости k . Колебания платформы на стержне описываются вторым законом Ньютона для вращательного движения, что позволяет легко связать период колебаний T , момент инерции платформы (с грузами или без) I и крутильный коэффициент жесткости k :

$$M = I\ddot{\alpha} \implies -k\alpha = I\ddot{\alpha}.$$

Крутильный коэффициент жесткости k связан с модулем сдвига G уравнением

$$k = \frac{\pi d^4 G}{32l}. \quad (d — диаметр, l — длина стержня)$$

Также известна связь модуля сдвига G с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

Моменты инерции при добавлении грузов складываются: если момент инерции платформы без дополнительных грузов I_0 , масса одного груза m , продольная длина груза b , а расстояние от оси до центра груза a , то суммарный момент инерции составит

$$I = I_0 + 2 \frac{m}{b} \int_{a-\frac{b}{2}}^{a+\frac{b}{2}} r^2 dr = I_0 + \frac{2m}{3b} \left(\left(a + \frac{b}{2}\right)^3 - \left(a - \frac{b}{2}\right)^3 \right) = I_0 + 2m \left(a^2 + \frac{b^2}{12} \right).$$

Методика измерений

Диаметр d стержней измеряли микрометром, параметры a и b для грузов — линейкой. Коэффициент k в статике получали косвенно измерением 4–5 точек зависимости силы от угла, тянув динамометром за плечо платформы. Период колебаний измерялся в соответствующем режиме оптическими воротами.

Результаты

Выводы

Таблица 1: Измерения динамометром для стержней 1-8, слева направо, снизу вверх

Сила, Н	Угол, °	Сила, Н	Угол, °
0.00	1	0.00	0
0.30	10	0.30	29
0.50	17	0.50	48
0.60	19	0.80	80
0.90	30	1.00	100
1.00	34		
Сила, Н	Угол, °	Сила, Н	Угол, °
0.00	0	0.00	0
0.30	23	0.30	18
0.50	40	0.60	36
0.70	58	0.90	55
0.90	79	1.00	61
Сила, Н	Угол, °	Сила, Н	Угол, °
0.00	0	0.00	0
0.30	6	1.00	6
0.60	12	1.40	9
0.90	19	1.60	10
1.00	21	2.00	13
Сила, Н	Угол, °	Сила, Н	Угол, °
0.00	0	0.00	0
0.20	14	0.20	10
0.40	30	0.40	21
0.60	44	0.60	34
0.80	63	0.80	48