

# Решения олимпиадных задач по физике с сайта *math us!*

И. И. Кравченко

Набросанные решения задач по физике из листков Игоря Яковлева. Группировка решений в соответствии с компоновкой основных тематических листков [1] на сайте указанного автора (от механики до квантов).

Этот документ на [https://physfor.github.io/pfe/mu\\_sol.pdf](https://physfor.github.io/pfe/mu_sol.pdf).

## Содержание

<b>Предисловие</b>	<b>2</b>
<b>1 Механика</b>	<b>3</b>
1.1 Равномерное движение . . . . .	3

## Предисловие

Решения следуют простоте и естественности в выкладках и рассуждениях. Для теории и практики решений базой являются статьи журнала «Квант» (см. подборку [2] от И. В. Яковлева).

# 1 Механика

## 1.1 Равномерное движение

Листок этой темы → <https://mathus.ru/phys/ravnomer.pdf>.

**1.** (Всеросс., 2015, ШЭ, 7–9) Школьники Вася и Петя играли в салочки. Вася вероломно подкрался к стоящему Пете и сделал его ведущим, после чего Вася сразу же побежал со скоростью 5 м/с. Петя 2 секунды думал, что же случилось, а потом пустился в погоню со скоростью 7,5 м/с. Через сколько секунд после своего старта Петя догнал Васю?

4 с

*Решение.* Координата Васи в момент встречи равна:

$$x_1 = x_0 + v_1 t,$$

где  $x_0 = v_1 \Delta t$  — расстояние, на которое Вася успел отбежать.

Координата Пети к моменту встречи:

$$x_2 = v_2 t.$$

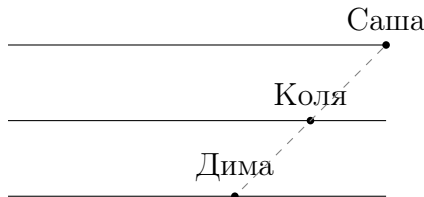
При встрече  $x_1 = x_2$ , так что

$$v_1 \Delta t + v_1 t = v_2 t \quad \Rightarrow \quad t = 4 \text{ с.}$$

**2.** (Всеросс., 2018, ШЭ, 9) Саша, Коля и Дима приняли участие в соревнованиях по бегу на дистанцию  $L = 200$  м. На старте друзья располагались на соседних дорожках. Саша, стартовавший на первой дорожке, финишировал первым через  $t = 40$  с, а Дима на третьей дорожке отстал от победителя на  $\Delta t = 10$  с. Определите скорость Коли на второй дорожке, если известно, что в момент финиша Саши все три бегуна располагались на одной прямой. Скорости бега спортсменов можно считать постоянными на всей дистанции, а беговую дорожку прямой.

$$v = \frac{L}{2} \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t + \Delta t} \right) = 4,5 \text{ м/с}$$

*Решение.* Ясно, что к моменту финиша Саши тела располагались схематически так, как показано ниже.

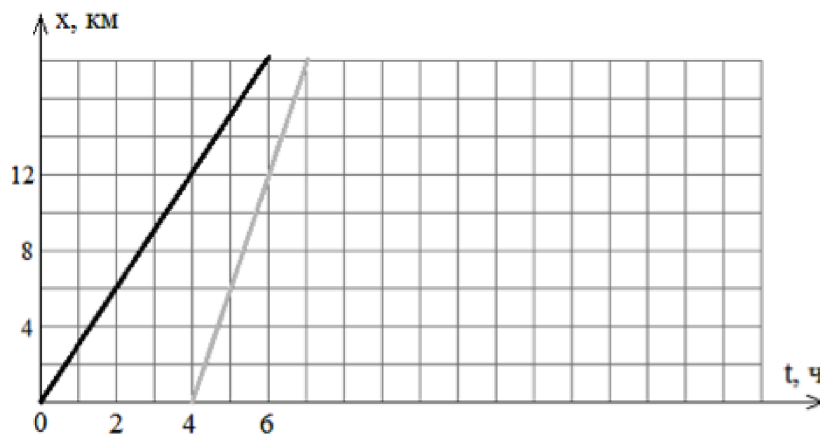


Скорость Саши  $v_S = L/t = 5$  м/с. Скорость Димы  $v_D = L/(t + \Delta t) = 4$  м/с.

Видно что к моменту финиша Саши Дима «не дошел»  $v_D \Delta t = 40$  м. Тогда также видно из рисунка, что Коля «не дошел» половину этого расстояния, то есть 20 м.

Значит, Коля преодолел 180 м за 40 с; следовательно, его скорость  $v_K = 180/40 = 4,5$  м/с.

**3.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 10) Двое туристов выходят с турбазы в разные моменты времени и идут по одной прямой дороге с постоянными скоростями (но каждый — со своей скоростью). На рисунке показаны графики зависимостей их координат  $x$  (ось  $OX$  направлена вдоль дороги) от времени  $t$ . Турбаза находится в начале координат.



1. Чему равна скорость туриста, который идёт быстрее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
2. Чему равна скорость туриста, который идёт медленнее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
3. На каком расстоянии от турбазы туристы встретятся? Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

1) 6; 2) 3; 3) 24

*Решение.* Пойдем по пунктам:

1. Быстрее идет тот турист, координата которого растет вверх «круче»: подходит серый график (правый), скорость его роста 6 км/ч.

2. Соответственно, скорость роста другого графика — 3 км/ч — скорость более медленного туриста.
3. Формулы координат туристов к моменту встречи (в км и ч):

$$x_1 = 3t \quad \text{и} \quad x_2 = 6(t - 4),$$

откуда время встречи при равенстве  $x_1 = x_2$  найдется из уравнения

$$3t = 6(t - 4) \quad \Rightarrow \quad t = 8 \text{ ч.}$$

Координата встречи дается подстановкой этого  $t$  в любое из уравнений координат:  $x_1 = 3 \cdot 8 = 24$  км.

**4.** (*Всеросс., 2010, РЭ, 9*) От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках».

К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга — теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки».

Сколько времени плыла моторная лодка против течения, если всё плавание заняло 32 минуты?

Мотор лодки в течение всего плавания работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака, пренебрежимо мало.

20 минут
----------

*Решение.* На плоту между пристанями пройдено относительно планеты расстояние

$$S = vt,$$

где  $t = 1$  час.

На моторке в той же системе *против течения* пройдено

$$S = (V - v)t_{\text{пр}}.$$

На моторке в той же системе *по течению* пройдено

$$S = (V + v)t_{\text{по}}.$$

И по условию:

$$T = t_{\text{пр}} + t_{\text{по}},$$

где  $T = 32$  мин.

Четыре этих уравнения надо решать совместно, чтобы найти  $t_{\text{пр}}$  (хотя количество неизвестных превышает количество уравнений на 1, система все равно решается — что-то сокращается).

Олимпиадность задачи в том, что нахождение  $t_{\text{пр}}$  в общем виде получается громоздким; если хотя бы использовать прямо указанное значение  $t = 1$  час в этой системе (все времена полагать в часах), то все становится гораздо легче (подстановку  $T = 32/60$  час уже сделать в самом конце для получения численного ответа)!

**5.** (Всеросс., 2012, РЭ, 9) Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвёртого этажа и вернуться на первый этаж за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж. На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

На 13-й

*Решение.* Первому случаю отвечает равенство

$$\frac{3 \cdot 6S}{v} = \frac{15S}{V},$$

где  $S$  — расстояние между этажами,  $v$  и  $V$  — скорости Чебы и Гены.

Случаю из вопроса задачи отвечает равенство

$$\frac{10S}{V} = \frac{X}{v}$$

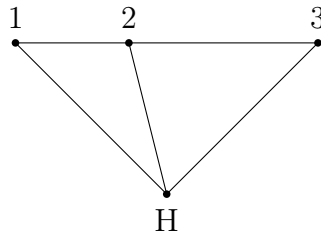
Решение этой системы дает  $X = 12S$ , что означает, что Чеба дошел до 13 этажа. Олимпиадность — составить два уравнения максимально просто, чтобы не запутаться в их совместном решении.

**6.** (Всеросс., 2006, ОЭ, 9) Экспериментатор Глюк наблюдал с безопасного расстояния за движением грозовой тучи. Увидев первую молнию, он засёк время и обнаружил, что услышал гром от неё только через  $t_1 = 20$  с. Через  $\tau_1 = 3$  мин после первой вспышки произошла вторая, а гром грянул с опозданием на  $t_2 = 5$  с. Подождав ещё  $\tau_2 = 4$  мин после второй вспышки, Глюк увидел, как сверкнула последняя молния, и услышал звук грома от неё через  $t_3 = 20$  с. Предполагая, что туча двигалась с постоянной скоростью, определите скорость  $v$  её движения и минимальное расстояние  $h$  от Глюка за время наблюдения. Скорость звука в воздухе  $u \approx 330$  м/с, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

$$v = u \sqrt{\frac{t_1^2 - t_2^2}{\tau_1 \tau_2}} \approx 32 \text{ м/с}; h = u \sqrt{t_1^2 - \frac{(t_1^2 - t_2^2)(\tau_1 + \tau_2)^2}{4\tau_1 \tau_2}} \approx 1,4 \text{ км}$$

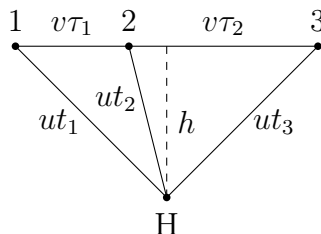
(учтено, что  $t_3 = t_1$ )

*Решение.* Видно, что туча находилась на одинаковых расстояниях на первой и третьей вспышках, тогда схематически ситуация изображается нижеследующим рисунком.



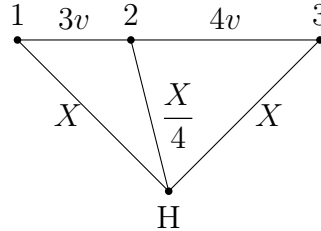
Туча двигалась из точки 1 в точку 3 через т. 2. Точка 2 ближе к т. 1, так как учтено, что между второй и третьей вспышками времени прошло больше, чем между 1-ой и 2-ой вспышками (участок 2–3 больше участка 1–2). Наблюдатель обозначен Н.

Теперь на этом рисунке обозначим расстояния удобным образом; появятся искомые величины на рисунке.



Тут  $v\tau_2$  — длина участка 2–3!

Задача видится геометрической, поэтому максимально упростим обозначения на рисунке предыдущем с использованием данных (пока забудем  $h$ ).



Тут скорость тучи — неизвестная, которую измеряем в [м/мин] для удобства. Запишем уравнения по теореме косинусов для левого и правого треугольников 12Н и 23Н.

$$\begin{cases} \frac{X^2}{16} = 9v^2 + X^2 - 2 \cdot 3vX \cos \alpha, \\ \frac{X^2}{16} = 16v^2 + X^2 - 2 \cdot 4vX \cos \alpha, \end{cases}$$

где через  $\alpha$  обозначены углы при вершинах 1 и 3 (эти углы равны, так как треугольник 13Н равнобедренный).

Решение этой системы даст  $v$ , но в [м/мин], если  $X$  подсчитывали в метрах! Переводим в метры в секунду, и ответ получается в интервале (30; 31) м/с. (Ответ 32 м/с приводился в официальной методичке ВСОШ).

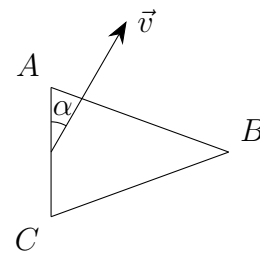
Ну а  $h$  из наших рисунков по теореме Пифагора равна

$$h = \sqrt{X^2 - \left(\frac{7v}{2}\right)^2},$$

здесь  $v$  также в м/мин для удобства.



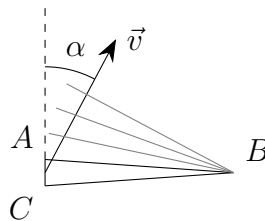
7. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) На гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной вертикальными стенками, образующими равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC = L$ ,  $\angle ABC \ll 1$ ), у середины стенки  $AC$  находится маленькая шайба (рис.). Шайбе сообщают скорость  $\vec{v}$ , направленную под углом  $\alpha$  к  $AC$ . Оцените время между последовательными ударами шайбы о стенку  $AC$ . Удары шайбы о стенки считайте абсолютно упругими.



$$\tau = \frac{2L \sin \alpha}{v}$$

*Решение.* Можно начать анализировать движение после первого, второго и т. д. столкновений, но выглядеть это будет сложно. Столкновения рассматривать очень неудобно. Но если понять, что после столкновения тело движется по прямой, являющейся зеркальным отражением мнимого продолжения, по которому двигалось бы тело в отсутствие стенки, то становится проще.

Можно каждое столкновение представлять как переход в мнимый треугольник, отзеркаленный относительно стенки столкновения!



Эта идея проиллюстрирована вышеприведенным рисунком. Когда тело встретит поперек стоящую стенку, то далее тело начнет идти обратно к стенке  $AC$ .

Так как при отражениях и переходах в мнимый треугольник скорость сохраняется, то возвращение к  $AC$  происходит за двойное время, необходимое для достижения «поперечной» стенки (крайняя верхняя серая стенка на рисунке).

До поперечной стенки по схеме рисунка тело идет по времени  $\frac{L \sin \alpha}{v}$  (учтено, что медиана узкого треугольника  $ABC$  примерно равна длинной стороне  $L$ ). Значит, возвращение в  $AC$  будет через двойное такое время!

8. (МОШ, 2014, 8–11) На берегу реки на расстоянии 10 км друг от друга расположены деревни Липовка и Дёмушкино. В 12:00 от Липовки к Дёмушкино стартовали плот и катер. Доплыв до Дёмушкино, катер развернулся и повернул обратно, встретившись с плотом в 14:00. Плот при этом проплыл 4 км. Постройте графики движения (зависимость расстояния до Липовки от времени) для плота и катера. В какой момент времени катер прибыл в Дёмушкино? Найдите скорость течения реки и скорость катера в стоячей воде, считая эти скорости постоянными.

13:00, 8 км/ч, 2 км/ч

*Решение.* Оптимально, пожалуй, не прям по порядку отвечать на вопросы. Сначала легко найти скорость течения реки.

Скорость реки совпадает со скоростью плота в системе земли (плот просто переносится водой). Плот прошел 4 км за два часа; скорость реки и плота:

$$v = 2 \text{ км/ч.}$$

Далее можно пытаться найти скорость катера из системы уравнений в системе земли, но это — нелегкое занятие. В задачах, где тела переносятся другими телами надо пробовать переходить в подвижную систему, чтобы упростить решение!

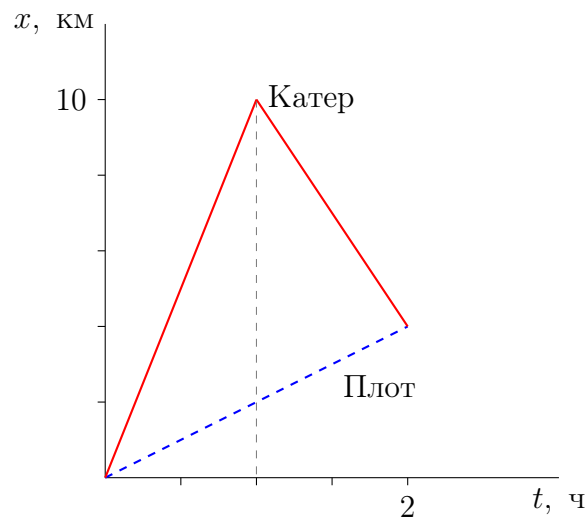
Так, перейдем в систему реки. В этой системе происходит все так, как это происходило бы в стоячей воде. Плот неподвижен вначале, а катер, разумеется, удаляется от него пусть со скоростью  $V$  в стоячей воде (это как бы его собственная скорость). Но чтобы опять прийти к плоту в этой системе катеру нужно пройти обратно тот же путь, на который он удалился, с той же скоростью  $V$  (они же как бы в стоячей воде)!

Рассуждения предыдущего абзаца приводят к тому, что время  $t_1$  удаления катера от плота равно времени  $t_2$  приближения катера к плоту:

$$t_1 = t_2.$$

Конечно, в системе земли катер удалялся также пока шел до Дёмушкино. Значит, он прибыл через час в Дёмушкино — то есть в 13:00.

Начнем строить графики в системе земли.



Сначала построили график плота — он удаляется со скоростью реки 2 км/ч. А вот график катера построили из условия равенства времени удаления от плота и приближения к нему (что равносильно равенству времен удаления от Липовки и приближения к ней для катера).

Скорость катера уже найдем по его графику:

$$V + v = \frac{10}{1} \Rightarrow V = 8 \text{ км/ч.}$$

Решению значительно помог переход в подвижную систему отсчета.

## Литература

- [1] И. В. Яковлев. *Материалы по физике*. <https://mathus.ru/phys/index.php>.
- [2] И. В. Яковлев. «Квант». *Материалы по физике. 1970–2016*. <https://mathus.ru/phys/kvartphys.pdf>.