

Задача Капицы о разбивании стекла

И. И. Кравченко, 25 сентября, 2024.

Есть такая задача П. Л. Капицы.

С какой скоростью должен лететь теннисный мячик, чтобы он разбил стекло?

Пусть имеем дело с центральным ударом в оконное стекло нормальных размеров. Понятно, что при столкновении мяча со стеклом, мяч действует на стекло с некоторой силой, а стекло при небольших скоростях мяча испытывает деформацию изгиба.

Максимальная сосредоточенная сила, которую выдерживает стекло в форме пластины зависит от его прочности на изгиб и его размеров. Учитывая, что наибольшая грань стекла имеет соотношение сторон порядка 1 : 2, сила F , при которой изгиб будет разрушающим, предположительно удовлетворяет такому оценочному условию:

$$F \gtrsim \frac{\sigma_{\text{изг}} b h^2}{l}, \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{изг}}$ — прочность на изгиб, b — ширина стекла (меньшее ребро наибольшей грани), h — толщина стекла, l — длина стекла (большее ребро наибольшей грани). Эта формула является следствием формулы по ГОСТ [1] на случай сосредоточенной нагрузки.

Пусть сила F развивается к моменту остановки мяча после удара. На сам мяч в этот момент действует такая же сила, которую оценим как скорость изменения импульса за время его торможения:

$$F \sim \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad (2)$$

где Δp — изменение импульса мяча за время Δt от начала удара до остановки мяча.

Ясно, что

$$\Delta p = mv, \quad (3)$$

где m и v — масса и скорость мяча перед ударом.

Время Δt соударения мяча со стенкой найдем с использованием модели, описанной в комментарии к задаче № 9 в книге [2]:

$$\Delta t \sim \sqrt{\frac{m}{R P_{\text{изб}}}}, \quad (4)$$

где R — радиус мяча, $P_{\text{изб}}$ — избыточное давление внутри мяча относительно атмосферного давления.

Совмещая формулы (1)–(4), получаем условие для скоростей, «разбивающих» стекло:

$$v \gtrsim \frac{\sigma_{\text{изг}} b h^2}{l \sqrt{m R P_{\text{изб}}}}.$$

Сделаем численные оценки. Пусть $\sigma_{\text{изг}} \sim 10^8$ Па (см. [3]), $b \sim 1$ м, $h \sim 10^{-3}$ м, $l \sim 1$ м, $m \sim 10^{-2}$ кг, $R \sim 10^{-1}$ м, $P_{\text{изб}} \sim 10^5$ Па. Тогда:

$$v \gtrsim 10 \text{ м/с}.$$

Осталось проверить этот результат в безвредном опыте.

Литература

- [1] ГОСТ 32281.3 — 2013. Стекло и изделия из него. Определение прочности на изгиб. Испытание на образце, опирающемся на две точки (четыре точки изгиба). 2014.
- [2] А. П. Кузнецов и др. *Физика: от оценок к исследованию*. Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.
- [3] Н. В. Никоноров и С. К. Евстропьев. *Оптическое материаловедение: основы прочности оптического стекла*. СПбГУ ИТМО, 2009.