Решения олимпиадных задач по физике с сайта $m\vec{a}th\,us$!

И. И. Кравченко

2025

Набросанные решения задач по физике из листков Игоря Яковлева. Группировка решений в соответствии с компоновкой листков [1] на сайте указанного автора (от механики до квантовой физики).

Этот документ на `https://physfor.github.io/pfe/mu_sol.pdf`.

Содержание

Предисловие **2**

1 Механика **3**

1.1 Равномерное движение 3

Предисловие

Пару слов для тех, кто *самостоятельно* осваивает искусство решения олимпиадных задач. Изложенные ниже мысли, возможно, могут быть полезными в отношении олимпиадных решений по любому другому предмету, потому что будут даны рекомендации общего характера. Здесь будет, конечно, излагаться все с субъективной позиции касательно физических олимпиад.

Решить олимпиадную задачу — значит решить ее просто, *максимально(!)* просто. Только в таком случае развивается олимпиадное мышление, особенностью которого является *свободный* подход к процессу решения задачи. Разумеется, базой для этого является почти *безупречное* владение базовыми законами физики.

Итак, коротко: *дух олимпиады — это атмосфера свободы*, интеллектуальной свободы. Возможно, путь к такой свободе будет не простым. Но именно простота и свободный стиль играют первостепенную роль в олимпиадном движении. Только эти качества позволяют выходить за рамки навороченных формулировок задач и делать условия задач такими, чтобы *мозгу нравился или хотя бы не составлял труда процесс решения.*

Свободный стиль размышления над задачами лучше «увидеть» вживую от «мастеров» олимпиад — то есть от составителей олимпиад и преподавателей олимпиадных школ, которые в нашей стране представлены почти исключительно московской(!) интеллигенцией. Заочное знакомство с физической свободой мысли можно провести как минимум через:

- статьи журнала «Квант» (см. подборку И. В. Яковлева [2]),
- видеозаписи олимпиадных занятий от сотрудников МФТИ(!).

Надеюсь что-то из «олимпиадной простоты» читатель почерпнет из решений, составляющих содержание всех следующих разделов этой брошюры.

И для справки: *теоретическая подготовка олимпиадников — статьи журнала «Квант»* [2] (Игорь Яковлев сделал специальную тематическую подборку статей по всему курсу физики).

1 Механика

1.1 Равномерное движение

Листок этой темы → `https://mathus.ru/phys/ravnomer.pdf`.

1. *(Всеросс., 2015, ШЭ, 7–9)* Школьники Вася и Петя играли в салочки. Вася вероломно подкрался к стоящему Пете и сделал его ведущим, после чего Вася сразу же побежал со скоростью 5 м/с. Петя 2 секунды думал, что же случилось, а потом пустился в погоню со скоростью 7,5 м/с. Через сколько секунд после своего старта Петя догнал Васю?

$\boxed{4\text{ с}}$

Решение. Координата Васи в момент встречи равна:

$$x_1 = x_0 + v_1 t,$$

где $x_0 = v_1 \Delta t$ — расстояние, на которое Вася успел отбежать.

Координата Пети к моменту встречи:

$$x_2 = v_2 t.$$

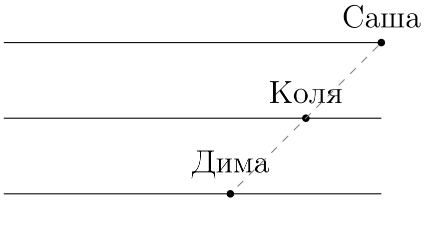
При встрече $x_1 = x_2$, так что

$$v_1 \Delta t + v_1 t = v_2 t \quad \Rightarrow \quad t = 4\text{ с}.$$

2. *(Всеросс., 2018, ШЭ, 9)* Саша, Коля и Дима приняли участие в соревнованиях по бегу на дистанцию $L = 200$ м. На старте друзья располагались на соседних дорожках. Саша, стартовавший на первой дорожке, финишировал первым через $t = 40$ с, а Дима на третьей дорожке отстал от победителя на $\Delta t = 10$ с. Определите скорость Коли на второй дорожке, если известно, что в момент финиша Саши все три бегуна располагались на одной прямой. Скорости бега спортсменов можно считать постоянными на всей дистанции, а беговую дорожку прямой.

$$\boxed{v = \frac{L}{2}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t + \Delta t}\right) = 4{,}5\text{ м/с}}$$

Решение. Ясно, что к моменту финиша Саши тела располагались схематиески так, как показано ниже.

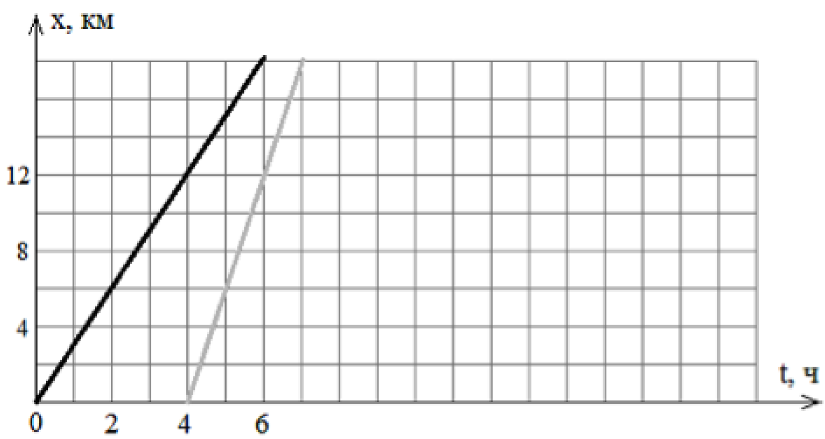


Скорость Саши $v_S = L/t = 5$ м/с. Скорость Димы $v_D = L/(t + \Delta t) = 4$ м/с.

Видно что к моменту финиша Саши Дима «не дошел» $v_D \Delta t = 40$ м. Тогда также видно из рисунка, что Коля «не дошел» половину этого расстояния, то есть 20 м.

Значит, Коля преодолел 180 м за 40 с; следовательно, его скорость $v_K = 180/40 = 4{,}5$ м/с.

3. *(Всеросс., 2020, ШЭ, 10)* Двое туристов выходят с турбазы в разные моменты времени и идут по одной прямой дороге с постоянными скоростями (но каждый — со своей скоростью). На рисунке показаны графики зависимостей их координат x (ось OX направлена вдоль дороги) от времени t. Турбаза находится в начале координат.



1. Чему равна скорость туриста, который идёт быстрее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.

2. Чему равна скорость туриста, который идёт медленнее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.

3. На каком расстоянии от турбазы туристы встретятся? Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

1) 6; 2) 3; 3) 24

Решение. Пойдем по пунктам:

1. Быстрее идет тот турист, координата которого растет вверх «круче»: подходит серый график (правый), скорость его роста 6 км/ч.

2. Соответственно, скорость роста другого графика — 3 км/ч — скорость более медленного туриста.

3. Формулы координат туристов к моменту встречи (в км и ч):

$$x_1 = 3t \quad \text{и} \quad x_2 = 6(t-4),$$

откуда время встречи при равенстве $x_1 = x_2$ найдется из уравнения

$$3t = 6(t-4) \quad \Rightarrow \quad t = 8 \text{ ч.}$$

Координата встречи дается подстановкой этого t в любое из уравнений координат: $x_1 = 3 \cdot 8 = 24$ км.

4. *(Всеросс., 2010, РЭ, 9)* От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках».
К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга — теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки».
Сколько времени плыла моторная лодка против течения, если всё плавание заняло 32 минуты?
Мотор лодки в течение всего плавания работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака, пренебрежимо мало.

20 минут

Решение. На плоту между пристанями пройдено относительно планеты расстояние

$$S = vt,$$

где $t = 1$ час.

На моторке в той же системе *против течения* пройдено

$$S = (V - v)t_{\text{пр}}.$$

На моторке в той же системе *по течению* пройдено

$$S = (V + v)t_{\text{по}}.$$

И по условию:

$$T = t_{\text{пр}} + t_{\text{по}},$$

где $T = 32$ мин.

Четыре этих уравненения надо решать совместно, чтобы найти $t_{\text{пр}}$ (хотя количество неизвестных превышает количество уравнений на 1, система все равно решается — что-то сокращается).

Олимпиадность задачи в том, что нахождение $t_{\text{пр}}$ в общем виде получается громоздким; если хотя бы использовать прямо указанное значение $t = 1$ час в этой системе (все времена полагать в часах), то все становится гораздо легче (подстановку $T = 32/60$ час уже сделать в самом конце для получения численного ответа)!

5. *(Всеросс., 2012, РЭ, 9)* Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвёртого этажа и вернуться на первый этаж за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж.
На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

$\boxed{\text{На 13-й}}$

Решение. Первому случаю отвечает равенство

$$\frac{3 \cdot 6S}{v} = \frac{15S}{V},$$

где S — расстояние между этажами, v и V — скорости Чебы и Гены.

Случаю из вопроса задачи отвечает равенство

$$\frac{10S}{V} = \frac{X}{v}$$

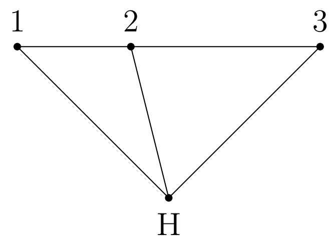
Решение этой системы дает $X = 12S$, что означает, что Чеба дошел до 13 этажа. Олимпиадность — составить два уравнения максимально просто, чтобы не запутаться в их совместном решении.

6. *(Всеросс., 2006, ОЭ, 9)* Экспериментатор Глюк наблюдал с безопасного расстояния за движением грозовой тучи. Увидев первую молнию, он засёк время и обнаружил, что услышал гром от неё только через $t_1 = 20$ с. Через $\tau_1 = 3$ мин после первой вспышки произошла вторая, а гром грянул с опозданием на $t_2 = 5$ с. Подождав ещё $\tau_2 = 4$ мин после второй вспышки, Глюк увидел, как сверкнула последняя молния, и услышал звук грома от неё через $t_3 = 20$ с. Предполагая, что туча двигалась с постоянной скоростью, определите скорость v её движения и минимальное расстояние h от Глюка за время наблюдения. Скорость звука в воздухе $u \approx 330$ м/с, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

$$v = u\sqrt{\frac{t_1^2 - t_2^2}{\tau_1\tau_2}} \approx 32 \text{ м/с}; \quad h = u\sqrt{t_1^2 - \frac{(t_1^2 - t_2^2)(\tau_1 + \tau_2)^2}{4\tau_1\tau_2}} \approx 1{,}4 \text{ км}$$

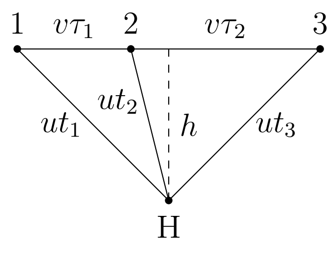
(учтено, что $t_3 = t_1$)

Решение. Видно, что туча находилась на одинаковых расстояниях на первой и третьей вспышках, тогда схематически ситуация изображается нижеследующим рисунком.



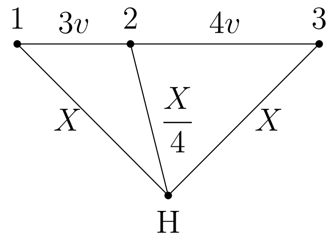
Туча двигалась из точки 1 в точку 3 через т. 2. Точка 2 ближе к т. 1, так как учтено, что между второй и третьей вспышками времени прошло больше, чем между 1-ой и 2-ой вспышками (участок 2–3 больше участка 1–2). Наблюдатель обозначен Н.

Теперь на этом рисунке обозначим расстояния удобным образом; появятся искомые величины на рисунке.



Тут $v\tau_2$ — длина участка 2–3!

Задача видится геометрической, поэтому максимально упростим обозначения на рисунке предыдущем с использованием данных (пока забудем h).



Тут скорость тучи — неизвестная, которую измеряем в [м/мин] для удобства. Запишем уравнения по теореме косинусов для левого и правого треугольников 12H и 23H.

$$\begin{cases} \dfrac{X^2}{16} = 9v^2 + X^2 - 2 \cdot 3vX \cos\alpha, \\ \dfrac{X^2}{16} = 16v^2 + X^2 - 2 \cdot 4vX \cos\alpha, \end{cases}$$

где через α обозначены углы при вершинах 1 и 3 (эти углы равны, так как треугольник 13H равнобедренный).

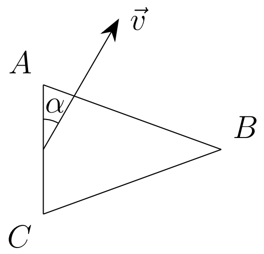
Решение этой системы даст v, но в [м/мин], если X подсчитывали в метрах! Переводим в метры в секунду, и ответ получается в интервале $(30; 31)$ м/с. (Ответ 32 м/с приводился в официальной методичке ВСОШ).

Ну а h из наших рисунков по теореме Пифагора равна

$$h = \sqrt{X^2 - \left(\frac{7v}{2}\right)^2},$$

здесь v также в м/мин для удобства.

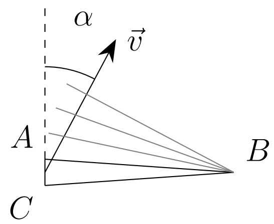
7. *(Всеросс., 1997, ОЭ, 9)* На гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной вертикальными стенками, образующими равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC = L$, $\angle ABC \ll 1$), у середины стенки AC находится маленькая шайба (рис.). Шайбе сообщают скорость $\vec{v}$, направленную под углом α к AC. Оцените время между последовательными ударами шайбы о стенку AC. Удары шайбы о стенки считайте абсолютно упругими.



$$\boxed{\tau = \frac{2L\sin\alpha}{v}}$$

Решение. Можно начать анализировать движение после первого, второго и т. д. столкновений, но выглядеть это будет сложно. Столкновения рассматривать очень неудобно. Но если понять, что после столкновения тело движется по прямой, являющейся зеркальным отражением мнимого продолжения, по которому двигалось бы тело в отсутствие стенки, то становится проще.

Можно каждое столкновение представлять как переход в мнимый треугольник, отзеркаленный относительно стенки столкновения!



Эта идея проиллюстрирована вышеприведенным рисунком. Когда тело встретит поперек стоящую стенку, то далее тело начнет идти обратно к стенке AC.

Так как при отражениях и переходах в мнимый треугольник скорость сохраняется, то возвращение к AC происходит за двойное время, необходимое для достижения «поперечной» стенки (крайняя верхняя серая стенка на рисунке).

До поперечной стенки по схеме рисунка тело идет по времени $\dfrac{L\sin\alpha}{v}$ (учтено, что медиана узкого треугольника ABC примерно равна длинной стороне L). Значит, возвращение в AC будет через двойное такое время!

Литература

[1] И. В. Яковлев. *Материалы по физике*. https://mathus.ru/phys/index.php.

[2] И. В. Яковлев. *«Квант». Материалы по физике. 1970–2016*. https://mathus.ru/phys/kvartphys.pdf.