# Решения олимпиадных задач по физике с сайта $m\vec{a}th~us!$

## И.И.Кравченко

#### 2025

Набросанные решения задач по физике из листков Игоря Яковлева. Группировка решений в соответствии с компоновкой листков на сайте указанного автора (от механики до квантовой физики).

Этот документ на https://physfor.github.io/pfe/mu\_sol.pdf.

## Содержание

1	Mex	Механика												2									
	1.1	Равномерное движение																					2

### 1 Механика

#### 1.1 Равномерное движение

Листок этой темы  $\rightarrow$  https://mathus.ru/phys/ravnomer.pdf.

**1.** (Bcepocc., 2015, ШЭ, 7–9) Школьники Вася и Петя играли в салочки. Вася вероломно подкрался к стоящему Пете и сделал его ведущим, после чего Вася сразу же побежал со скоростью 5 м/с. Петя 2 секунды думал, что же случилось, а потом пустился в погоню со скоростью 7,5 м/с. Через сколько секунд после своего старта Петя догнал Васю?

4 c

Решение. Координата Васи в момент встречи равна:

$$x_1 = x_0 + v_1 t,$$

где  $x_0 = v_1 \Delta t$  — расстояние, на которое Вася успел отбежать. Координата Пети к моменту встречи:

$$x_2 = v_2 t$$
.

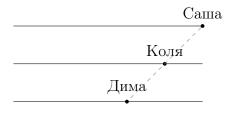
При встрече  $x_1 = x_2$ , так что

$$v_1 \Delta t + v_1 t = v_2 t \quad \Rightarrow \quad t = 4 \text{ c.}$$

**2.** (Bcepocc., 2018, ШЭ, 9) Саша, Коля и Дима приняли участие в соревнованиях по бегу на дистанцию L=200 м. На старте друзья располагались на соседних дорожках. Саша, стартовавший на первой дорожке, финишировал первым через t=40 с, а Дима на третьей дорожке отстал от победителя на  $\Delta t=10$  с. Определите скорость Коли на второй дорожке, если известно, что в момент финиша Саши все три бегуна располагались на одной прямой. Скорости бега спортсменов можно считать постоянными на всей дистанции, а беговую дорожку прямой.

$$v = \frac{L}{2} \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t + \Delta t} \right) = 4.5 \text{ m/c}$$

*Решение.* Ясно, что к моменту финиша Саши тела располагались схематиески так, как показано ниже.

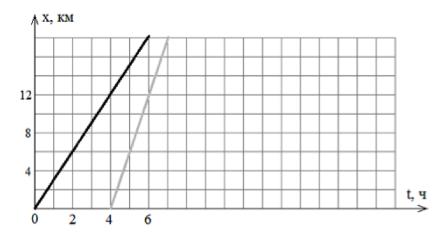


Скорость Саши  $v_S=L/t=5$  м/с. Скорость Димы  $v_D=L/(t+\Delta t)=4$  м/с.

Видно что к моменту финиша Саши Дима «не дошел»  $v_D \Delta t = 40$  м. Тогда также видно из рисунка, что Коля «не дошел» половину этого расстояния, то есть 20 м.

Значит, Коля преодолел 180 м за 40 с; следовательно, его скорость  $v_K=180/40=4,5~\mathrm{m/c}.$ 

**3.** (Bcepocc., 2020, ШЭ, 10) Двое туристов выходят с турбазы в разные моменты времени и идут по одной прямой дороге с постоянными скоростями (но каждый — со своей скоростью). На рисунке показаны графики зависимостей их координат x (ось OX направлена вдоль дороги) от времени t. Турбаза находится в начале координат.



- 1. Чему равна скорость туриста, который идёт быстрее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
- 2. Чему равна скорость туриста, который идёт медленнее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
- 3. На каком расстоянии от турбазы туристы встретятся? Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

1) 6; 2) 3; 3) 24

Решение. Пойдем по пунктам:

1. Быстрее идет тот турист, координата которого растет вверх «круче»: подходит серый график (правый), скорость его роста 6 км/ч.

- 2. Соответственно, скорость роста другого графика 3 км/ч скорость более медленного туриста.
- 3. Формулы координат туристов к моменту встречи (в км и ч):

$$x_1 = 3t$$
 и  $x_2 = 6(t-4)$ ,

откуда время встречи при равенстве  $x_1 = x_2$  найдется из уравнения

$$3t = 6(t-4) \quad \Rightarrow \quad t = 8 \text{ ч.}$$

Координата встречи дается подстановкой этого t в любое из уравнений координат:  $x_1 = 3 \cdot 8 = 24$  км.

**4.** (Bcepocc., 2010, P9, 9) От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках».

К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга — теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки».

Сколько времени плыла моторная лодка против течения, если всё плавание заняло 32 минуты?

Мотор лодки в течение всего плавания работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака, пренебрежимо мало.

20 минут

*Решение.* На плоту между пристанями пройдено относительно планеты расстояние

$$S = vt$$
,

где t = 1 час.

На моторке в той же системе против течения пройдено

$$S = (V - v)t_{\text{np}}.$$

На моторке в той же системе по течению пройдено

$$S = (V + v)t_{\text{TO}}$$

И по условию:

$$T = t_{\text{mp}} + t_{\text{mo}}$$

где T = 32 мин.

Четыре этих уравненения надо решать совместно, чтобы найти  $t_{\rm np}$  (хотя количество неизвестных превышает количество уравнений на 1, система все равно решается — что-то сокращается).

Олимпиадность задачи в том, что нахождение  $t_{\rm np}$  в общем виде получается громоздким; если хотя бы использовать прямо указанное значение t=1 час в этой системе (все времена полагать в часах), то все становится гораздо легче (подстановку T=32/60 час уже сделать в самом конце для получения численного ответа)!

**5.** (*Bcepocc.*, 2012, *PЭ*, 9) Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвёртого этажа и вернуться на первый этаж за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж.

На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

На 13-й

Решение. Первому случаю отвечает равенство

$$\frac{3 \cdot 6S}{v} = \frac{15S}{V},$$

где S — расстояние между этажами, v и V — скорости Чебы и Гены. Случаю из вопроса задачи отвечает равенство

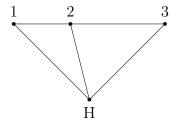
$$\frac{10S}{V} = \frac{X}{v}$$

Решение этой системы дает X=12S, что означает, что Чеба дошел до 13 этажа. Олимпиадность — составить два уравнения максимально просто, чтобы не запутаться в их совместном решении.

6. (Всеросс., 2006, ОЭ, 9) Экспериментатор Глюк наблюдал с безопасного расстояния за движением грозовой тучи. Увидев первую молнию, он засёк время и обнаружил, что услышал гром от неё только через  $t_1=20$  с. Через  $\tau_1=3$  мин после первой вспышки произошла вторая, а гром грянул с опозданием на  $t_2=5$  с. Подождав ещё  $\tau_2=4$  мин после второй вспышки, Глюк увидел, как сверкнула последняя молния, и услышал звук грома от неё через  $t_3=20$  с. Предполагая, что туча двигалась с постоянной скоростью, определите скорость v её движения и минимальное расстояние h от Глюка за время наблюдения. Скорость звука в воздухе  $u\approx 330$  м/с, скорость света  $c=3\cdot 10^8$  м/с.

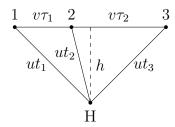
$$v=u\sqrt{\frac{t_1^2-t_2^2}{ au_1 au_2}}pprox 32\,\,\mathrm{m/c};\, h=u\sqrt{t_1^2-rac{(t_1^2-t_2^2)( au_1+ au_2)^2}{4 au_1 au_2}}pprox 1,4\,\,\mathrm{км}$$
 (учтено, что  $t_3=t_1$ )

*Решение*. Видно, что туча находилась на одинаковых расстояниях на первой и третьей вспышках, тогда схематически ситуация изображается нижеследующим рисунком.



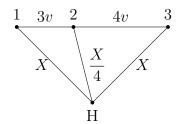
Туча двигалась из точки 1 в точку 3 через т. 2. Точка 2 ближе к т. 1, так как учтено, что между второй и третьей вспышками времени прошло больше, чем между 1-ой и 2-ой вспышками (участок 2-3 больше участка 1-2). Наблюдатель обозначен H.

Теперь на этом рисунке обозначим расстояния удобным образом; появятся искомые величины на рисунке.



Тут  $v\tau_2$  — длина участка 2–3!

Задача видится геометрической, поэтому максимально упростим обозначения на рисунке предыдущем с использованием данных (пока забудем h).



Тут скорость тучи — неизвестная, которую измеряем в  $[{\rm M/muh}]$  для удобства. Запишем уравнения по теореме косинусов для левого и правого треугольников 12H и 23H.

$$\begin{cases} \frac{X^2}{16} = 9v^2 + X^2 - 2 \cdot 3vX \cos \alpha, \\ \frac{X^2}{16} = 16v^2 + X^2 - 2 \cdot 4vX \cos \alpha, \end{cases}$$

где через  $\alpha$  обозначены углы при вершинах 1 и 3 (эти углы равны, так как треугольник 13H равнобедренный).

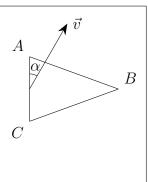
Решение этой системы даст v, но в [м/мин], если X подсчитывали в метрах! Переводим в метры в секунду, и ответ получается в интервале (30; 31) м/с. (Ответ 32 м/с приводился в официальной методичке ВСОШ).

Hy а h из наших рисунков по теореме Пифагора равна

$$h = \sqrt{X^2 - \left(\frac{7v}{2}\right)^2},$$

здесь v также в м/мин для удобства.

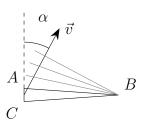
7. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) На гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной вертикальными стенками, образующими равнобедренный треугольник ABC ( $AB = BC = L, \angle ABC \ll 1$ ), у середины стенки AC находится маленькая шайба (рис.). Шайбе сообщают скорость  $\vec{v}$ , направленную под углом  $\alpha$  к AC. Оцените время между последовательными ударами шайбы о стенку AC. Удары шайбы о стенки считайте абсолютно упругими.



$$\tau = \frac{2L\sin\alpha}{v}$$

Решение. Можно начать анализировать движение после первого, второго и т. д. столкновений, но выглядеть это будет сложно. Столкновения рассматривать очень неудобно. Но если понять, что после столкновения тело движется по прямой, являющейся зеркальным отражением мнимого продолжения, по которому двигалось бы тело в отсутствие стенки, то становится проще.

Можно каждое столкновение представлять как переход в мнимый треугольник, отзеркаленный относительно стенки столкновения!



Эта идея проиллюстрирована вышеприведенным рисунком. Когда тело встретит поперек стоящую стенку, то далее тело начнет идти обратно к стенке AC.

Так как при отражениях и переходах в мнимый треугольник скорость сохраняется, то возвращение к AC происходит за двойное время, необходимое для достижения «поперечной» стенки (крайняя верхняя серая стенка на рисунке).

До поперечной стенки по схеме рисунка тело идет по времени  $\frac{L \sin \alpha}{v}$  (учтено, что медиана узкого треугольника ABC примерно равна длинной стороне L). Значит, возвращение в AC будет через двойное такое время!

## Литература

[1] И. В. Яковлев.  $\it Mamepuanu\ no\ \it \phiusu\kappa e.\ https://mathus.ru/phys/index.php.$