

Задача Капицы о температуре Земли

И. И. Кравченко, 16 октября, 2024.

В этой заметке решим такую задачу
П. Л. Капицы.

Требуется вычислить среднюю температуру поверхности земного шара, считая, что он излучает как черное тело и энергия этого излучения находится в равновесии с получаемой от Солнца. Принять, что при вертикальном освещении на квадратный метр Земли падает 2 кВт солнечной энергии.

Решение схожей задачи приводится в статье [1]. Ясно, что за одну секунду диск Земли площадью πR^2 «перехватывает» от Солнца энергию

$$Q = q\pi R^2,$$

где $q = 2$ кВт — мощность излучения, падающего от Солнца на квадратный метр Земли перпендикулярно ее поверхности.

В свою очередь вся «перехваченная» энергия Q излучается Землей со всей ее поверхности. По закону Стефана—Больцмана один квадратный метр поверхности Земли за одну секунду излучает энергию σT_3^4 (где $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴) — постоянная Стефана—Больцмана, T_3 — температура поверхности Земли); значит, со всей поверхности $4\pi R^2$ Земли излучается в единицу времени энергия

$$Q_{\text{изл}} = \sigma T_3^4 \cdot 4\pi R^2.$$

Приравнявая падающую на Землю энергию Q Солнца и энергию $Q_{\text{изл}}$, излучаемую Землей, получим

$$q\pi R^2 = \sigma T_3^4 \cdot 4\pi R^2.$$

Температура Земли отсюда равна:

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{q}{4\sigma}}. \quad (1)$$

Вычисления дают:

$$T_3 \approx 300 \text{ K} \approx 30^\circ \text{C}.$$

Интересно отметить, что фигурируемая в условии задачи величина q обратно пропорциональна квадрату расстояния r от Солнца до планеты (покажите самостоятельно):

$$q \sim \frac{1}{r^2}.$$

С учетом (1) отношение температуры T произвольной планеты Солнечной системы к температуре T_3 Земли равно:

$$\frac{T}{T_3} = \sqrt{\frac{r_3}{r}},$$

где r_3 и r — расстояния от Солнца до Земли и до произвольной планеты.

Тогда температура любой планеты Солнечной системы может вычисляться по формуле:

$$T = \sqrt{\frac{r_3}{r}} T_3.$$

Эта формула работает удовлетворительно для большинства планет за исключением Венеры, температура которой значительно выше за счет парникового эффекта (см. решение задачи на определение зависимости температуры поверхности планеты от расстояния до Солнца в книге [2]).

Литература

- [1] А. Стасенко. «Струна рояля и солнечный свет». В: *Квант* 4 (1999).
- [2] А. П. Кузнецов и др. *Физика: от оценок к исследованию*. Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.