«Приближенный» куб суммы

И. И. Кравченко

https://physfor.github.io

Решаем задачу по физике из листка «Сферический слой» с сайта https://mathus.ru/.

Этот документ на https://physfor.github.io/dop/mu_sol.pdf.

1. Задача 1. Покажите, что $(1+x)^3 \approx 1 + 3x$ при $x \ll 1$.

Решение. Распишем куб суммы так:

$$(1+x)(1+x)^2$$

и раскроем квадрат суммы:

$$(1+x)(1+2x+x^2),$$

где пренебрежем слагаемым x^2 второго порядка малости, так что имеем

$$(1+x)(1+2x).$$

Далее раскрываем скобки

$$1 + 2x + x + 2x^2$$

и снова пренебрегаем слагаемым второго порядка малости $(2x^2)$, получая после упрощения

$$1 + 3x$$
.