

Цепь с конденсатором

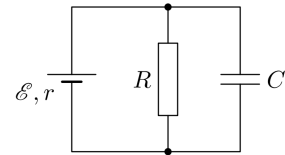
И. И. Кравченко

<https://physfor.github.io>

Порешаем задачи по физике из листка «Цепь с конденсатором» с сайта <https://mathus.ru/>.

Этот документ на https://physfor.github.io/dop/mu_sol.pdf.

1. Источник тока с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r замкнут на резистор сопротивлением R . Параллельно резистору подключён конденсатор ёмкостью C (см. рисунок). Найдите абсолютную величину и знак заряда, установившегося на верхней пластине конденсатора.



$$q = \frac{C\mathcal{E}R}{R+r} > 0$$

Решение. В установившемся режиме ток через C не течет. Тогда рассматриваем схему, отключив C . Найдём ток в «оставшейся» цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}.$$

Для расчета величин на конденсаторе найдём напряжение на нем. Оно равно напряжению на резисторе, равному

$$U = IR = \frac{\mathcal{E}}{R+r}R.$$

Теперь заряд конденсатора:

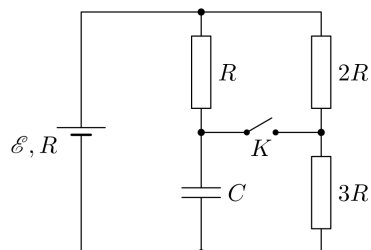
$$q = CU = \frac{\mathcal{E}RC}{R+r}.$$

Ток течет через R сверху вниз — значит, потенциал верхнего узла схемы больше потенциала нижнего узла. Из этого следует, что напряженность

внутри конденсатора направлена вниз; следовательно, верхняя пластина заряжена положительно: $q > 0$.

2. (МФТИ, 1995) При замкнутом ключе K (см. рисунок) установившееся напряжение на конденсаторе $V_1 = 27$ В.

1. Найти ЭДС источника тока.
2. Определить установившееся напряжение V_2 на конденсаторе после размыкания ключа.



1) $\mathcal{E} = \frac{14}{9}V_1 = 42$ В; 2) $V_2 = \frac{35}{27}V_1 = 35$ В

Решение.

1. Участок с C снова не работает в установившемся токораспределении. Считаем цепь без C . Найдем ток общий (через источник):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} + 3R} = \frac{\mathcal{E}}{4R + \frac{2}{3}R} = \frac{3\mathcal{E}}{14R}.$$

Отсюда возьмем ЭДС:

$$\mathcal{E} = \frac{14IR}{3}.$$

Напряжение на C равно напряжению на $3R$:

$$V_1 = I3R,$$

здесь учтено, что через $3R$ течет ток I .

Теперь решаем совместно предыдущие два уравнения:

$$\mathcal{E} = \frac{14V_1}{9}.$$

2. После размыкания ключа «неработающий» конденсатор еще и не дает работать резистору R . Исключаем их из расчетной схемы. Находим ток общий¹:

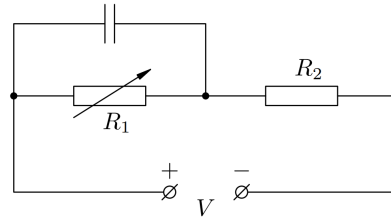
$$I = \frac{\mathcal{E}}{6R}.$$

¹Начинать с нахождения токов — универсальный метод развития решения задачи с цепью.

Потенциал с верхнего узла схемы «приходит» на верхнюю обкладку конденсатора (на резисторе R нет напряжения), потенциал с нижнего узла схемы «приходит» на нижнюю обкладку конденсатора. Разность этих потенциалов равна напряжению на конденсаторе. С другой стороны, разность этих потенциалов есть напряжение на участке $2R-3R$. Таким образом,

$$V_2 = I5R = \frac{\mathcal{E}}{6R}5R = \frac{14V_1}{9 \cdot 6} \cdot 5 = \frac{35V_1}{27}.$$

3. (МФТИ, 1996) На схему подано постоянное напряжение $V = 70$ В (см. рисунок). Найти пределы изменения напряжения на конденсаторе при медленных изменениях сопротивления резистора R_1 в пределах от $R/4$ до $6R$. Сопротивление резистора R_2 постоянно и равно R .



От $V/5 = 14$ В до $6V/7 = 60$ В

Решение. Покажите самостоятельно (может, качественно), почему при минимуме R_1 на нем минимум напряжения и соответственно почему при максимуме — максимум.

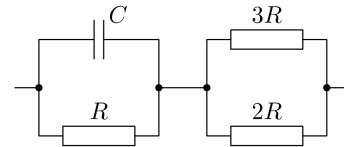
Найдем напряжение на C при $R_1 = R/4$:

$$U_{\min} = \frac{V}{R/4 + R} \frac{R}{4} = \frac{V}{5}.$$

Найдем напряжение на C при $R_1 = 6R$:

$$U_{\max} = \frac{V}{6R + R} 6R = \frac{6V}{7}.$$

4. (МФТИ, 2008) Параллельно соединённые резистор с сопротивлением $R = 50$ Ом и конденсатор ёмкостью $C = 15$ мкФ соединены последовательно с параллельно соединёнными резисторами с сопротивлениями $2R$ и $3R$ (см. рисунок).



Цепь подключена к сети с постоянным напряжением. В установившемся режиме заряд конденсатора $q = 0,75$ мКл.

1. Найдите ток через резистор с сопротивлением R .
2. Какая мощность выделяется на резисторе с сопротивлением $2R$?

1) $I = \frac{q}{CR} = 1$ А; 2) $P = \frac{18}{25} I^2 R = 36$ Вт

Решение.

1. Привычным образом токи не найдем — вообще не заданы напряжения. Но резистор параллелен конденсатору — их напряжения равны:

$$IR = \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{q}{CR}.$$

2. Мощность найдем по выражению

$$P_2 = \frac{U_{23}^2}{2R},$$

где $U_{23} = I \frac{3R \cdot 2R}{3R + 2R}$ — напряжение на блоке «правых» параллельных резисторов.

Перепишем

$$P_2 = \frac{I^2 36R^2}{25 \cdot 2R} = \frac{I^2 18R}{25}.$$