

UNIVERSITÉ LAVAL

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE, GÉNIE PHYSIQUE ET OPTIQUE

Sur la détermination de la masse des neutrinos
dans le modèle standard

PHY-3501 PHYSIQUE DES PARTICULES

Gbeasor BORIS

111 124 531

Cardinal AMÉLIE

111 188 901

Godin-Fortier ANTOINE

111 165 940

Travail présenté à :

Luc MARLEAU

22 avril 2020



UNIVERSITÉ
LAVAL

Table des figures

1	Hélicité d'une particule	2
2	Expérience de Goldhaber sur l'hélicité du neutrino	3
3	Interaction de différentes particules élémentaires avec le boson de Higgs. . . .	4
4	Caractéristiques des leptons dans le modèle standard	5
5	Forme du potentiel de Higgs	11
6	Oscillation des saveurs d'un neutrino à partir d'un neutrino électronique . .	14
7	Oscillation des saveurs d'un neutrino à partir d'un neutrino muonique	14
8	Oscillation des saveurs d'un neutrino à partir d'un neutrino taunique	14
9	Les trois variantes du mécanisme de seesaw	22

Liste des tableaux

1	Isospin faible et hypercharge faible des leptons et quarks	9
---	--	---

Table des matières

1	Introduction	1
2	Amélie Cardinal	2
2.1	Concept de bases	2
2.1.1	Caractéristiques des neutrinos dans le modèle standard	2
2.1.2	Théorie des champs	5
2.2	Brisure spontanée de symétrie	10
2.2.1	Masse des bosons de gauge	11
3	Boris Gbeasor	12
3.1	Masse des leptons chargés	12
3.2	Masse des neutrinos et extension du modèle standard :	13
3.2.1	Oscillations des neutrinos	13
3.2.2	Extension minimale du modèle standard	15
3.3	Mécanisme de seesaw	16
3.3.1	Mécanisme de seesaw de type I	17
3.3.2	Mécanisme de seesaw de type II	17
3.3.3	Mécanisme de seesaw de type III	20
4	Antoine Godin-Fortier	23
4.1	Conséquences et alternatives du mécanisme de seesaw	23
5	Conclusion	24

1 Introduction

L'astronomie des neutrinos vit le jour en 1987 avec l'effondrement de la supernova 1987A dans le Grand Nuage de Magellan. Trois heures avant que le rayonnement produit par l'explosion atteigne la Terre, deux laboratoires avaient déjà détectés des neutrinos : le détecteur Kamiokande au Japon et le IMB en Ohio aux États-Unis. Malgré l'abondante recherche ayant mené à 3 prix Nobel, les neutrinos demeurent parmi les domaines les plus mystérieux de la physique.

Les premiers indices de l'existence du neutrino remontent aux alentours de l'année 1930. À cette époque, les physiciens étaient perplexes par rapport à la désintégration β qui semblait violer le principe de conservation de l'énergie. Lors d'une désintégration β , un neutron se transforme en proton et émet un électron. Des débats entourant le phénomène, il fut admis que l'énergie de l'électron éjecté possédait un spectre continu, ce qui a provoqué les protestations de la communauté scientifique considérant que les autres processus radioactifs impliquent des particules à l'énergie quantifiée. Bohr émit donc l'hypothèse que les noyaux atomiques pourraient ne pas obéir à la conservation de l'énergie dans une tentative pour expliquer cette incohérence. De son côté, Pauli suggéra ce qu'il appela lui-même un remède désespéré : l'existence d'une particule neutre de moment angulaire $\hbar/2$, le neutrino. Si celui-ci est émis au même moment que l'électron, l'énergie est conservée. Puisque cette particule n'interagit que très peu avec la matière (seulement à travers les interactions faibles et gravitationnelles), Pauli avait la certitude qu'elle ne serait jamais détectée. C'est en 1956 que des chercheurs du réacteur nucléaire de Savannah River en Caroline du Sud détectèrent le premier neutrino, prouvant ainsi que Pauli s'était trompé.

D'après le modèle standard, les neutrinos n'interagissent pas avec le boson de Higgs, du fait que le neutrino de chiralité droite n'a pas encore été observé expérimentalement jusqu'à présent, il a donc été conclu que le neutrino ne possédait pas de masse dans le modèle standard au même titre que le photon et le gluon. Cependant, la découverte des oscillations de neutrinos atmosphériques par la collaboration Super Kamiokande au Japon en 1998 a remis en cause certaines propriétés et mécanismes du modèle standard actuel. Plusieurs hypothèses ont alors été proposées afin de pallier à cette difficulté.

2 Amélie Cardinal

2.1 Concept de bases

2.1.1 Caractéristiques des neutrinos dans le modèle standard

Le neutrino est une particule élémentaire, sans charge, de la famille des fermions leptoniques. Il existe sous différentes saveurs : électronique, muonique, taunique telles que présentées à la figure 4. Le nombre leptonique est conservé pour chaque saveur.

En 1957, Goldhaber, Grodzins et Sunyar ont mesuré l'hélicité du neutrino [2]. L'hélicité d'une particule décrit la direction de son moment cinétique intrinsèque (spin) le long de la direction du mouvement. Le spin d'une particule d'hélicité gauche, par exemple, pointe toujours dans la direction opposée à sa quantité de mouvement comme exposé à la figure 1. Goldhaber et ses collègues ont étudié ce qui s'est passé lorsqu'un noyau d'euprasiu-152 a capturé un électron atomique. L'euprasiu-152 a subi une désintégration bêta inverse pour produire un noyau de samarium-152 instable et un neutrino. Le noyau de samarium-152 s'est ensuite désintégré en émettant un rayon gamma ainsi illustré à la figure 2.

Lorsque le neutrino et le rayon gamma étaient émis dos à dos, la chiralité des deux particules devait être la même afin de conserver la quantité de mouvement angulaire. En mesurant l'hélicité des rayons gamma à l'aide d'un filtre polarisé en fer, l'équipe de Brookhaven a montré que les neutrinos sont toujours gauchers. Ce résultat important implique que les neutrinos doivent être exactement sans masse. Pour comprendre pourquoi, supposons que les neutrinos ont une masse et qu'ils sont toujours d'hélicité gauche. Selon la relativité restreinte, une particule massive ne peut jamais voyager à la vitesse de la lumière. En principe, il existe un référentiel dans lequel un observateur pourrait se déplacer à une certaine vitesse (proche de celle de la lumière ou plus grande que celle du neutrino) de telle manière à percevoir la direction du mouvement du neutrino massif dans le sens opposé et ainsi voir son hélicité changer. Pour l'observateur, le neutrino massif apparaîtrait donc droitier. Comme les neutrinos droitiers n'ont jamais été détectés, du fait de la difficulté à se déplacer proche de la vitesse de la lumière, les physiciens des particules ont conclu que les neutrinos devaient être sans masse.

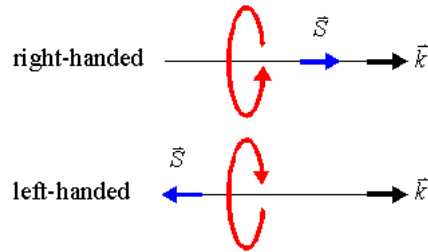


FIGURE 1 – Hélicité d'une particule. Les vecteurs \vec{S} et \vec{k} représentent les vecteurs de Spin et de quantité de mouvement respectivement. En haut, l'hélicité droite est présentée et en bas, l'hélicité gauche est présentée [3].

Pour une particule sans masse, le concept d'hélicité est le même que celui de chiralité.

Pour une particule massique, c'est le contraire, ce sont deux concepts différents.

La chiralité est un concept beaucoup plus abstrait. Physiquement, une particule chirale peut être considéré comme une particule qui n'est pas égale à son image-miroir. Mathématiquement, la chiralité d'une particule est déterminée par sa transformation sous le groupe de Poincaré. Dans la représentation des spineurs de Dirac, ces deux types de composantes chirales peuvent être séparés de telle manière à pouvoir les analyser individuellement. L'opérateur de projection, par exemple, peut être défini, pour un spineur de Dirac ψ , à l'aide des matrices γ :

$$P_{LR} = \frac{1}{2}(\mathbb{I} \pm \gamma_5), \quad (1)$$

où $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, avec

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} \mathbb{I}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Sachant que $\psi_{L,R} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$, les représentations gauches et droites sont donc données :

$$\psi_{L,R} = P_{L,R}\psi \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2}(\mathbb{I} \pm \gamma_5)\psi. \quad (4)$$

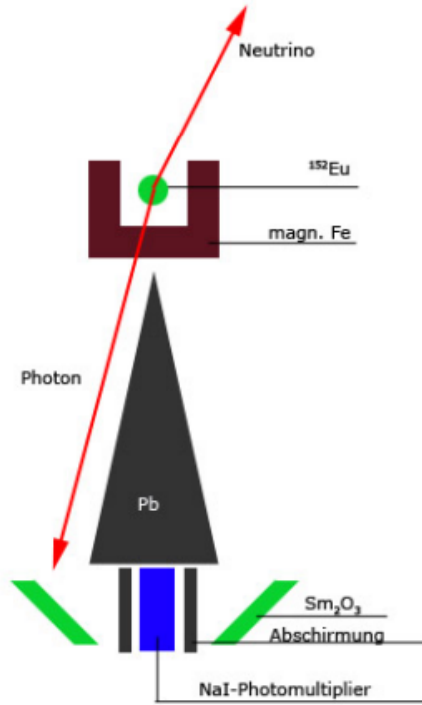


FIGURE 2 – Schéma simplifié de l'expérience de Goldhaber sur l'hélicité du neutrino [2].

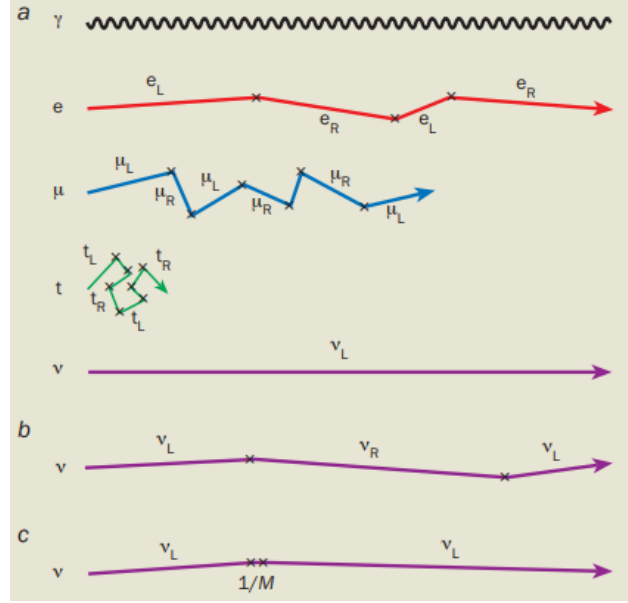


FIGURE 3 – Interaction de différentes particules élémentaires avec le boson de Higgs. Chaque intersection ou changement de direction sur la figure représente une interaction avec le boson de Higgs. Dans le scénario **a**, lequel correspond au modèle standard actuel, toutes les particules interagissant avec ce boson, à l'exception du photon et du neutrino, change de chiralité à chaque collision avec le boson. Dans le scénario **b**, une extension du modèle standard, les neutrinos droits sont introduits dans le modèle standard de manière à ce que les neutrinos interagissent avec le boson de Higgs. Dans une autre extension du modèle standard, scénario **c**, le neutrino droit est créé pendant un bref moment avant de collisionner de nouveau avec ledit boson pour créer un neutrino gauche. [6]

QUARKS	mass → charge → spin →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$ $2/3$ $1/2$ u up	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$ $2/3$ $1/2$ c charm	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$ $2/3$ $1/2$ t top
		$\approx 4.8 \text{ MeV}/c^2$ $-1/3$ $1/2$ d down	$\approx 95 \text{ MeV}/c^2$ $-1/3$ $1/2$ s strange	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$ $-1/3$ $1/2$ b bottom
		$0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 $1/2$ e electron	$105.7 \text{ MeV}/c^2$ -1 $1/2$ μ muon	$1.777 \text{ GeV}/c^2$ -1 $1/2$ τ tau
		$< 2.2 \text{ eV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_e electron neutrino	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_μ muon neutrino	$< 15.5 \text{ MeV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_τ tau neutrino
	LEPTONS			

FIGURE 4 – Caractéristiques des leptons dans le modèle standard [4]

D'après le modèle standard, actuellement, le mécanisme de Higgs explique l'obtention de masse à travers l'interaction avec le boson de Higgs. Cette interaction change la chiralité de chaque particule comme sur la figure 3. Étant donné que le neutrino de chiralité R (droit) n'est pas observé présentement dans le modèle standard, il est supposé que le neutrino n'interagit pas avec le boson de Higgs et est donc considéré sans masse comme le photon.

2.1.2 Théorie des champs

2.1.2.1 QED et invariance de jauge

[10]

En théorie quantique des champs, une théorie de jauge est une théorie des champs basée sur un groupe de symétrie locale, appelé groupe de jauge. Ce groupe de jauge est un groupe dont les éléments ne changent pas les équations du mouvement lorsqu'ils s'appliquent au champ qui figure dans le lagrangien. Ce groupe de jauge permet de définir une invariance de jauge en introduisant un champ de jauge.

Les groupes de jauge les plus connus sont le groupe unitaire $U(1)$ pour le champ électromagnétique et les groupes spéciaux unitaires $SU(3)$ pour la chromodynamique quantique, $SU(2)$ pour l'interaction faible, $SU(2) \times U(1)$ pour l'interaction électrofaible, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ pour le modèle standard.

Considérons le cas de l'électrodynamique quantique. Le lagrangien de base qui décrit la propagation des fermions chargés libres est le suivant :

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x). \quad (5)$$

En considérant $\psi(x)$, le champ associé à ce lagrangien, l'application d'une transformation de jauge global U(1),

$$\psi(x) \xrightarrow{\text{U}(1)} \psi'(x) = e^{i\alpha}\psi(x), \quad (6)$$

avec α une constante, laisse le lagrangien invariant. En effet,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_0 &= i\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi'(x) - m\bar{\psi}'(x)\psi'(x) \\ &= ie^{-i\alpha}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu[e^{i\alpha}\partial_\mu\psi(x)] - (e^{-i\alpha}e^{i\alpha})m\bar{\psi}(x)\psi(x) \\ &= i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) \\ &= \mathcal{L}_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Par contre, dans le cas d'une transformation de jauge locale U(1), c'est à dire que $\alpha = \alpha(x)$, le lagrangien n'est plus invariant. En effet, en appliquant la transformation de jauge local sur le champ $\psi(x)$ dans le lagrangien, avec la même méthodologie que précédemment, on remarque que la dérivée se transforme comme suit :

$$\partial_\mu\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}[\partial_\mu + i\partial_\mu\alpha(x)]\psi(x). \quad (8)$$

Dans le but de maintenir une invariance locale, une "nouvelle dérivée", une dérivée covariante, est construite à l'aide d'un champ de jauge $A_\mu(x)$, lequel remplacera $\partial_\mu\alpha(x)$,

$$D_\mu\psi(x) = [\partial_\mu + ieA_\mu(x)]\psi(x), \quad (9)$$

et ce champ $A_\mu(x)$ se transforme localement sous la forme

$$A_\mu(x) \xrightarrow{\text{U}(1)} A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x). \quad (10)$$

Ainsi cette dérivée covariante se transforme comme

$$D_\mu\psi(x) \xrightarrow{\text{U}(1)} (D_\mu\psi)'(x) = e^{i\alpha(x)}D_\mu\psi(x). \quad (11)$$

Le nouveau lagrangien en terme de la dérivée covariante, invariant sous transformation de jauge local $U(1)$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) \\ &= \mathcal{L}_0 - eA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x).\end{aligned}\tag{12}$$

La théorie de jauge local $U(1)$ a généré un terme d'interaction entre le fermion de dirac et le champ de jauge A_μ . Le terme cinétique invariant de jauge qui caractérise la propagation du champ A_μ se définit comme :

$$\mathcal{L}_{cin} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x),\tag{13}$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Un terme de masse de type $\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ violerait l'invariance de jauge $U(1)$ sous la transformation imposé au champ A_μ à l'équation 10 à cause de la présence du deuxième terme dans cette équation.

2.1.2.2 Théorème de Yangs-Mills

Les théories de Yang-Mills sont des généralisations de la théorie de jauge QED, dans le cas de transformations de jauge non-abélienne dans le but de répéter le succès de cette théorie. Dans la théorie de jauge non-abélienne, $\psi(x)$ représente un ensemble d'états :

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \vdots \\ \psi_N(x) \end{pmatrix}.\tag{14}$$

Les transformations de jauge $U(x)$ sont unitaires et ne commutent pas entre elles. Elles peuvent être représenté de la forme

$$U(x) = e^{-iT^i\theta(x)^i}.\tag{15}$$

L'algèbre de ce groupe de Lie est définie telle que

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c,\tag{16}$$

avec f^{abc} , la constante antisymétrique de structure du groupe. Le lagrangien de Yang-Mills met en jeu des champs de jauge dont le nombre est égal au nombre de générateurs du groupe. Il s'écrit alors de manière généralisée :

$$\mathcal{L}_{YM} = i\bar{\psi}_j \gamma^\mu D_\mu^{ij} \psi_i - m\bar{\psi}_i \psi_i - \frac{1}{4} \text{Tr}[F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a], \quad (17)$$

avec la dérivée covariante :

$$D_\mu^{ij} = \delta^{ij} \partial_\mu + ig A_\mu^a T_a^{ij}, \quad (18)$$

et

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^{a ij} &= D_\mu^{ij} A_\nu^a - D_\nu^{ij} A_\mu^a \\ &= \delta^{ij} \partial_\mu A_\nu^a - \delta^{ij} \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \end{aligned} \quad (19)$$

Ce lagrangien est invariant sous la transformation de jauge $U(x)$. Le champ de jauge A_μ se transforme sous la forme :

$$A_\mu \xrightarrow{U(x)} A'_\mu = U A_\mu U^{-1} + \frac{i}{g} (\partial_\mu U) U^{-1}. \quad (20)$$

Un terme de masse de type $\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} m^2 A^\mu A_\mu$, comme en QED, pour les champs de jauge A_μ briserait la symétrie du lagrangien.

2.1.2.3 Modèle électrofaible

La théorie électrofaible est basée sur l'invariance de jauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [10]. Dans le cas des interactions faibles, seule la particule de chiralité L interagit par paires de particules. Ainsi, pour les leptons, les composantes de chiralité gauche des champs, se transformant comme des doublets sous le groupe de jauge, sont définis :

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad (21)$$

$$L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad (22)$$

$$L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L. \quad (23)$$

De la manière qu'il est défini que $l_{eL} = e_L$, $l_{\mu L} = \mu_L$, $l_{\tau L} = \tau_L$, il est aussi utile d'introduire les quantités $l_{\alpha R}$, représentant les champs de leptons chargés de chiralité droite, lesquels ne

sont pas sensibles à l'interaction faible, et se transformant comme des singulets sous le groupe de jauge :

$$l_{eR} = e_R, \quad (24)$$

$$l_{\mu R} = \mu_R, \quad (25)$$

$$l_{\tau R} = \tau_R. \quad (26)$$

L'hypercharge faible Y^W et l'isospin faible I_3^W sont les générateurs associés aux symétries $U(1)_Y$ et $SU(2)_L$.

Lepton	T	T_3	Y	Quark	T	T_3	Y
$\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	u_L, c_L, t_L	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
e_L, μ_L, τ_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	d_L, s_L, b_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
ν_R	0	0	0	u_R, c_R, t_R	0	0	4/3
e_R, μ_R, τ_R	0	0	-2	d_R, s_R, b_R	0	0	-2/3

TABLE 1 – Isospin et hypercharge faible des leptons et quarks dans le modèle standard [9].

Comme dans toute théorie de jauge, pour maintenir l'invariance de jauge locale, quatre champs de jauge sont introduits. B_μ est le champ de jauge pour Y^W avec un générateur et A_μ^k pour I_3^W avec 3 générateurs τ^k (avec $k = 1, 2, 3$). La dérivée covariante pour cette théorie devient

$$D_\mu = \left(\partial_\mu - i \frac{g'}{2} Y^W B_\mu - i \frac{g}{2} \tau^k A_\mu^k \right). \quad (27)$$

avec g et g' les constantes de couplage associées à B_μ et A_μ^k . Le lagrangien associé à ce modèle, en ne considérant que les interactions entre leptons et sans la brisure de symétrie et les termes de masses, est décrit comme

$$\mathcal{L}_{ef} = \sum_{\alpha=e,\nu,\tau} i \bar{L}_\alpha \gamma^\mu D_\mu L_\alpha + \sum_{\alpha=e,\nu,\tau} i \bar{l}_{\alpha R} \gamma^\mu D_\mu l_{\alpha R} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 (F_a)_{\mu\nu} (F_a)^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (28)$$

où $(F_a)^{\mu\nu} = \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g_w \sum_{b,c} \epsilon_{abc} W_b^\mu W_c^\nu$ et $B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$ sont des tenseurs antisymétriques formant les termes cinétiques du lagrangien.

2.2 Brisure spontanée de symétrie

Le mécanisme de Higgs est le mécanisme généralement accepté dans le modèle standard et qui explique la masse des particules [11]. Dans le but de générer des termes de masses dans le lagrangien 28 tout en maintenant la symétrie du modèle standard, un nouveau mécanisme, dans le contexte de la théorie de jauge, a été introduit.

Le principe repose sur le couplage d'un champ scalaire complexe aux propriétés spécifiques avec les champs de jauge et les particules fermioniques. Ce champ scalaire est le champ de Higgs $\Phi(x)$ et dont l'excitation du champ produit le boson de Higgs, et est défini, sous la forme d'un doublet, par :

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1(x) + i\phi_2(x) \\ \phi_3(x) + i\phi_4(x) \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{29}$$

Avec le refroidissement de l'univers depuis le Big Bang, le champ de Higgs se situe maintenant dans son niveau d'énergie minimale, non-nul, ce qui a induit une brisure de la symétrie électrofaible. Dans le but de décrire de la physique à basse énergie, le champ de Higgs peut être écrit comme une petite perturbation $h(x)$, soit l'état excité de ce champ correspondant au boson de Higgs, autour d'un minimum stable du potentiel $V(\Phi)$ (correspondant à l'état du vide). Dans le modèle de base de Weinberg-Salam, le lagrangien de Higgs est défini tel que :

$$\mathcal{L}_{higgs} = (D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2,\tag{30}$$

où $V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$ représente le potentiel de Higgs. On peut trouver un minimum, bien défini, du potentiel, en choisissant $\lambda > 0$ et $\mu^2 < 0$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \Phi^\dagger \Phi} V(\Phi) &= 0, \\ \mu^2 + 2\lambda (\Phi^\dagger \Phi) &= 0, \\ \Phi^\dagger \Phi &= -\frac{\mu^2}{2\lambda}.\end{aligned}\tag{31}$$

En posant $v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$, cette expression ci-haut peut être réécrit :

$$\frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = \frac{v^2}{2},\tag{32}$$

avec $v \approx 246 \text{ GeV}$ qui représente la valeur moyenne du champ de Higgs dans le vide. Autrement dit, ces calculs montrent qu'il existe une infinité de minimums ϕ sur un rayon v .

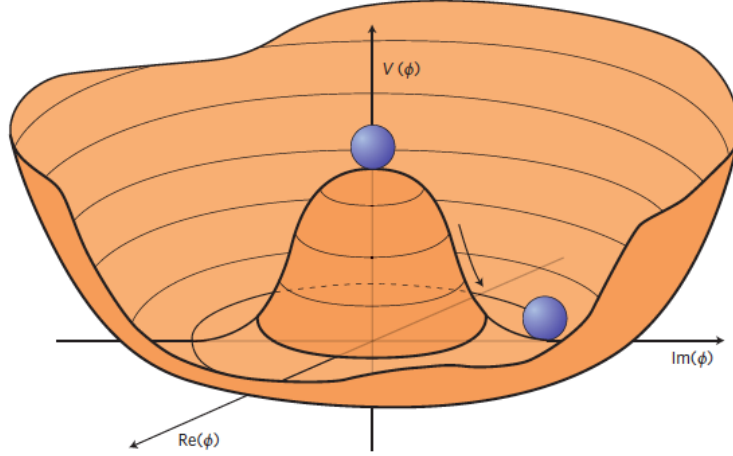


FIGURE 5 – Énergie potentielle du champ de Higgs pour $\mu^2 < 0$. L'énergie fondamentale est dégénérée [5].

Le champ de Higgs, à l'état fondamental, peut être réécrit en spécifiant une certaine direction selon laquelle le champ prend cette valeur. Le choix $(\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0, \phi_3 = v)$ est alors adopté tel que

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (33)$$

représente le champ à l'état fondamental.

2.2.1 Masse des bosons de gauge

En utilisant la dérivée covariante du modèle électrofaible 27, ce calcul

$$\begin{aligned} D_\mu \Phi_0 &= \left(\partial_\mu - i \frac{g'}{2} Y^W B_\mu - i \frac{g}{2} \tau^k A_\mu^k \right) \Phi_0 \\ &= -\frac{i}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \left[g' B_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + g A_\mu^1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + g A_\mu^2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + g A_\mu^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{i}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g A_\mu^1 - i g A_\mu^2 \\ g' B_\mu - i g A_\mu^3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

peut être effectué [8]. Le lagrangien de Higgs à l'équation 30, qui correspond ainsi au terme de masse ($\mathcal{L}_{higgs} = \mathcal{L}_{masse}$) à l'état fondamental, devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masse} &= \frac{v^2}{8} [|g' B_\mu - g A_\mu^3|^2 + |g A_\mu^1 - i g A_\mu^2|^2] \\ &= \frac{v^2}{8} [|g' B_\mu - g A_\mu^3|^2 + g^2 A_\mu^{1\dagger} A^{1\mu} + g^2 A_\mu^{2\dagger} A^{2\mu}]. \end{aligned} \quad (35)$$

En définissant des termes représentant des nouveaux champs de jauge tels que,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \pm iA_\mu^2) \quad (36)$$

$$A^\mu = \frac{g'B_\mu + gA_\mu^3}{\sqrt{2}\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (37)$$

$$Z_\mu^0 = \frac{g'B_\mu - gA_\mu^3}{\sqrt{2}\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad (38)$$

le terme de masse devient :

$$\mathcal{L}_{\text{masse}} = \left[\left(\frac{vg}{2}\right)^2 W^{+\nu\dagger} W_\nu^+ + \left(\frac{vg}{2}\right)^2 W^{-\nu\dagger} W_\nu^- + \left(\frac{v\sqrt{g'^2 + g^2}}{2}\right)^2 Z^{0\nu\dagger} Z_\nu^0 \right]. \quad (39)$$

Pour un champ bosonique réel, la forme général du terme de masse dans le lagrangien est $\frac{1}{2}(\text{masse})^2 \times (\text{champ})^2$. De là, la déduction se fait :

$$m_{W^\pm} = \frac{vg}{2}, \quad (40)$$

$$m_{Z^0} = \frac{v\sqrt{g'^2 + g^2}}{2}, \quad (41)$$

$$m_A = 0. \quad (42)$$

Les masses des bosons de jauge du modèle électrofaible sont donc proportionnelles à v et sont caractérisées par des constantes g et g' . Cependant le modèle standard actuel n'est pas capable de prédire les valeurs numériques de ces constantes ni d'expliquer leur ordre de grandeur, elles sont donc déterminées expérimentalement.

3 Boris Gbeasor

3.1 Masse des leptons chargés

Un terme de masse, singulet invariant de jauge sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$, et couplant le champ de Higgs aux leptons chargés, peut être rajouté au lagrangien à l'équation 28 sous la forme [8]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{l^\pm} &= - \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} (Y_{\alpha\beta}^l \bar{L}_\alpha \Phi_0 l_{\beta R} + Y_{\beta\alpha}^{l*} \bar{l}_{\beta R} \Phi_0^\dagger L_\alpha) \\ &= - \frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} (Y_{\alpha\beta}^l \bar{l}_{\alpha L} l_{\beta R} + Y_{\beta\alpha}^{l*} \bar{l}_{\beta R} l_{\alpha L}) \\ &= - (\bar{l}_L M^l l_R + \bar{l}_R M^{l\dagger} l_L), \end{aligned} \quad (43)$$

où $M^l = \frac{v}{\sqrt{2}}Y^l$ est la matrice de masse des leptons chargés. Les masses des leptons chargés peuvent s'obtenir en diagonalisant M^l , par conséquent en diagonalisant Y^l , laquelle est la matrice des constantes de couplage de Yukawa, par une transformation biunitaire de la forme $Y^l = U_L^l y^l U_R^{l\dagger}$. La réécriture, après diagonalisation, du terme du lagrangien se fait comme suit :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{l^\pm} &= -\frac{v}{\sqrt{2}} \left(\bar{l}_L U_L^l y^l U_R^{l\dagger} l_R + \bar{l}_R U_R^l y^l U_L^{l\dagger} l_L \right) \\ &= - \left(\bar{l}_L m^l \tilde{l}_R + \bar{l}_R m^l \tilde{l}_L \right),\end{aligned}\tag{44}$$

où les masses des leptons chargés sont définies par $m_\alpha = \frac{v}{\sqrt{2}}y_\alpha^l$ avec $\alpha = e, \mu, \tau$, et y_α^l les constantes libres de couplage déterminées expérimentalement. Dans les deux cas, que ce soit avec les bosons de jauge ou les leptons chargés, la valeur v du champ de Higgs fixe l'échelle d'énergie des masses produites et ces masses sont proportionnelles à cette valeur. Évidemment la masse de l'électron est vraiment plus petite que celle du boson W^\pm , alors la constante de couplage de l'électron doit être ajusté.

3.2 Masse des neutrinos et extension du modèle standard :

3.2.1 Oscillations des neutrinos

Le phénomène et l'explication derrière l'oscillation des neutrinos, lequel est un effet de la mécanique quantique, repose sur la relation entre la masse des neutrinos et leurs saveurs.

Seulement le principe et les conséquences de ce phénomène est utile dans le cadre ce travail, mais le développement mathématique a été détaillé dans cette article [12].

En effet chaque particule, comme les neutrinos, peuvent se comporter comme une onde. Dans le cas des neutrinos, par exemple, chacune des ondes associées aux différentes saveurs ν_e, ν_μ, ν_τ peut se décomposer dans les états propres de masse ν_1, ν_2, ν_3 avec différentes probabilités. Ainsi la manière dont les paquets d'onde des neutrinos se propagent dépendent de la vitesse et de la propagation des ondes, entre elles, associées aux états de masse ν_1, ν_2, ν_3 . Le fait que les trois types de neutrinos ont des probabilités de se transformer de l'une vers l'autre implique que ces trois types de neutrinos ont des masses différentes, et indirectement, cela impose qu'au moins deux d'entre elles sont massives.

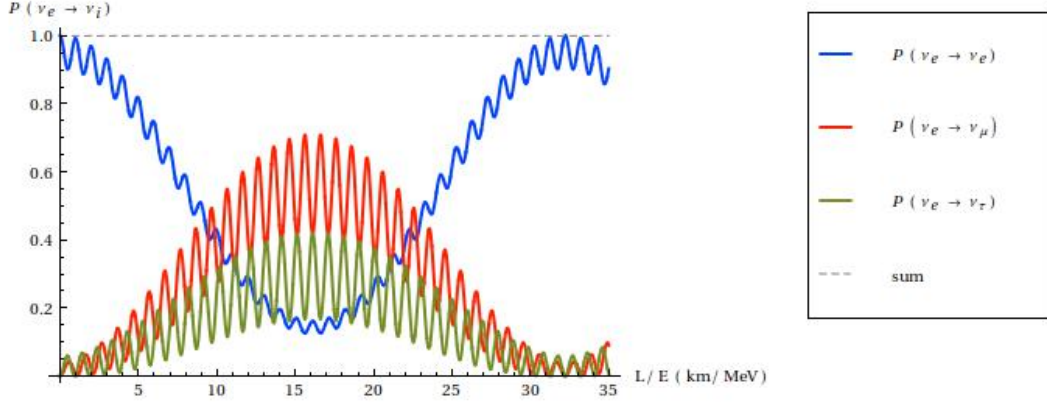


FIGURE 6 – Probabilité de changement de saveurs à partir d'un neutrino de type électronique en fonction de sa distance de propagation [4]

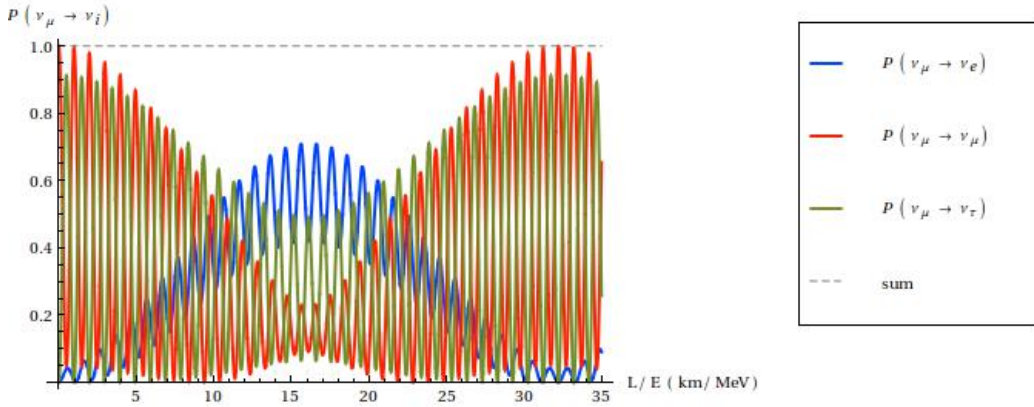


FIGURE 7 – Probabilité de changement de saveurs à partir d'un neutrino de type muonique en fonction de sa distance de propagation [4]

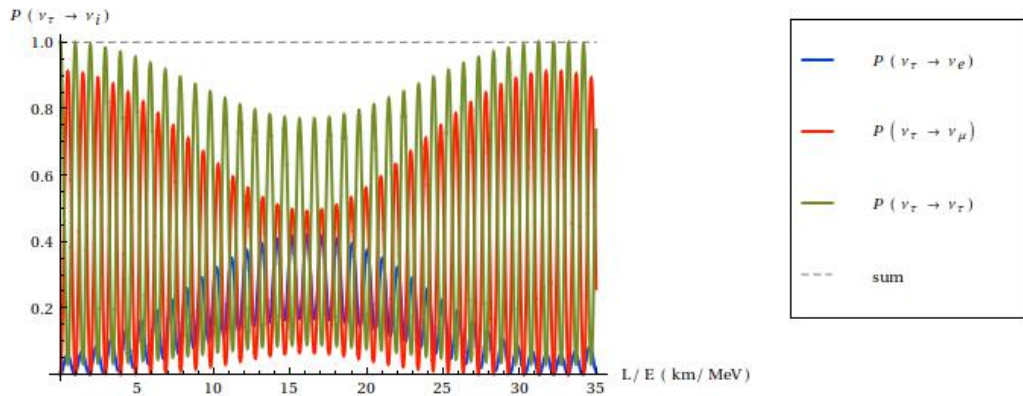


FIGURE 8 – Probabilité de changement de saveurs à partir d'un neutrino de type taunique en fonction de sa distance de propagation [4]

3.2.2 Extension minimale du modèle standard

La caractérisation d'une masse pour les neutrinos implique d'ajouter trois générations de neutrinos droits au modèle standard (ν_{s1R} , ν_{s2R} , ν_{s3R}), lesquelles constituent une extension minimale du modèle standard. Ces neutrinos stériles sont représentés sous forme de singulets dans une représentation la plus basique (isospin nul, hypercharge nulle ...) de telle manière qu'ils ne peuvent interagir avec la matière que par la gravité.

Dans le cas des particules de Dirac, avec la même méthodologie que le cas des leptons chargés, un terme de couplage entre le champ de Higgs et les neutrinos peut être rajouté au lagrangien du modèle électro-faible de telle sorte que la combinaison résultante est un singulet du groupe de jauge (un invariant sous $SU(2) \times U(1)$) et peut s'écrire de la forme :

$$\mathcal{L}_D = - \sum_{\alpha, \beta} (Y_{\alpha\beta}^\nu \bar{L}_\alpha \tilde{\Phi}_0 \nu_{\beta R} + Y_{\beta\alpha}^{\nu*} \bar{\nu}_{\beta R} \tilde{\Phi}_0^\dagger L_\alpha), \quad (45)$$

où $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = s_1, s_2, s_3$, Y^ν est une matrice complexe 3×3 contenant les constantes de couplage de Yukawa. $\tilde{\Phi}_0 = i\sigma^2 \Phi_0^*$, quant à lui, représente le champ de Higgs conjugué :

$$\tilde{\Phi}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (46)$$

En développant le lagrangien 45, il s'en suit que :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= - \frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha, \beta} (Y_{\alpha\beta}^\nu \bar{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} + Y_{\beta\alpha}^{\nu*} \bar{\nu}_{\beta R} \nu_{\alpha L}) \\ &= -(\bar{\nu}_L M^D \nu_R + \bar{\nu}_R M^{D\dagger} \nu_L), \end{aligned} \quad (47)$$

où la matrice de masse de Dirac est défini comme $M^D = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^\nu$. Pour obtenir les masses des champs physiques de neutrinos, il devient utile de diagonaliser M^D par une diagonalisation biunitaire de la matrice de couplage Y^ν sous la forme $Y^D = U_L^\nu y^\nu U_R^{\nu\dagger}$. Le terme masse du lagrangien de Dirac devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= - \frac{v}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L U_L^\nu y^\nu U_R^{\nu\dagger} \nu_R + \bar{\nu}_R U_R^\nu y^\nu U_L^{\nu\dagger} \nu_L) \\ &= -(\tilde{\nu}_L m^D \tilde{\nu}_R + \bar{\tilde{\nu}}_R m^D \tilde{\nu}_L). \end{aligned} \quad (48)$$

Les valeurs propres $m_k^D = \frac{v}{\sqrt{2}} y_k^\nu$ définissent donc les masses des neutrinos. Cependant, comme précédemment avec le cas des bosons de jauge, ces masses dépendent de constantes de couplage de Yukawa y_k^ν , lesquelles ne sont pas prédites par le modèle standard. De plus ces masses sont aussi proportionnelles à v , de la même manière que le cas des bosons de jauge

W, Z ou des leptons chargés et des quarks lorsqu'elles sont couplées avec le champ de Higgs. Cela signifie donc que la masse des neutrinos doit être du même ordre de grandeur que celle des quarks à moins que le modèle puisse expliquer naturellement le faible couplage requis pour obtenir le bon ordre de grandeur, ce qui n'est pas le cas. Encore une fois le mécanisme de Higgs ne nous aide pas beaucoup pour trouver la masse des neutrinos.

Dans le cas d'une particule de type Majorana, où la particule est sa propre antiparticule, le terme de masse du lagrangien ne requiert pas de couplage avec le champ de Higgs $\tilde{\Phi}_0$ car les champs fermioniques adjoints et non-adjoints sont de même type (deux singulets ou deux doublets) qui redonneront nécessairement un terme scalaire.

Dans le cas des équations de Majorana, le champ conjugué de charge ψ^c est défini tel que que :

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T, \quad (49)$$

avec $C = i\gamma^2\gamma^0$. Le lagrangien de masse de Majorana s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M &= -\frac{1}{2} \sum_{\beta, \rho} (\bar{\nu}_{\rho R}^c M_{\rho\beta}^R \nu_{\beta R} + \bar{\nu}_{\beta R} M_{\beta\rho}^{R*} \nu_{\rho R}^c) \\ &= -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_R^c M^R \nu_R + \bar{\nu}_R M^{R\dagger} \nu_R^c), \end{aligned} \quad (50)$$

avec $\beta, \rho = s_1, s_2, s_3$ et M^R une matrice symétrique complexe 3×3 contenant les paramètres de couplage des champs (démonstration symétrie en annexe). La présence de ce terme dans le lagrangien du modèle standard étendu implique que l'échelle de grandeur des coefficients contenus dans M^R (masses des neutrinos stériles définies à l'aide des constantes de couplage) ne possède presque pas de contraintes, et par conséquent, peut être aussi élevée que l'échelle d'énergie de la théorie de grande unification (de l'ordre de 10^{16} GeV).

En diagonalisant M^R tel que $U_R^T M^R U_R = m^R$, seuls des termes de masses pour les neutrinos droits sont présents dans ce secteur du fait que les chiralités sont ici complètement découplées. Cette situation et ce contexte ne sont malheureusement pas très réalistes. Ces problèmes naissent du fait qu'une fois les neutrinos droits introduits dans le modèle standard, tous les termes de masses possibles n'ont pas été ajoutés au lagrangien. Ainsi tous les nouveaux couplages possibles dans le lagrangien avec le neutrino droit doivent être considéré, il n'y a pas de raison d'en écarter une. Dans cette optique, le mécanisme de seesaw tente de résoudre les difficultés introduites par le mécanisme de Higgs.

3.3 Mécanisme de seesaw

Dans la prolongation du raisonnement précédent, l'objectif des mécanismes de seesaw de type I, II et III est d'expliquer la faible masse des neutrinos gauches. [7] [1]

3.3.1 Mécanisme de seesaw de type I

Le mécanisme de seesaw de type I, une des solutions proposées la plus simple, va combiner les termes de masse de Dirac et de Majorana. Le terme de masse hybride suivant est obtenu :

$$\mathcal{L}_{M\nu} = -(\overline{\nu}_L M^D \nu_R + \overline{\nu}_R M^{D\dagger} \nu_L) - \frac{1}{2}(\overline{\nu}_R^c M^R \nu_R + \overline{\nu}_R M^{R\dagger} \nu_R^c) + c.h. \quad (51)$$

où $c.h$ représente une série de termes conjugués hermitiens. Sous forme matricielle, la représentation devient plus condensée :

$$\mathcal{L}_{M\nu} = -\frac{1}{2}(\overline{\nu}_L \quad \overline{\nu}_R^c) \begin{pmatrix} 0 & M^D \\ (M^D)^T & M^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + c.h. \quad (52)$$

On peut diagonaliser la matrice M par blocs par une matrice U unitaire de manière à obtenir la forme suivante :

$$U^\dagger M U = \begin{pmatrix} M_{leger} & 0 \\ 0 & M_{lourd} \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Sachant que

$$U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L^c \\ \tilde{\nu}_R \end{pmatrix}, \quad (54)$$

après diagonalisation, le lagrangien 52 devient

$$\mathcal{L}_{M\nu} = -\frac{1}{2}(\overline{\tilde{\nu}}_L \quad \overline{\tilde{\nu}}_R^c) \begin{pmatrix} M_{leger} & 0 \\ 0 & M_{lourd} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L^c \\ \tilde{\nu}_R \end{pmatrix} + c.h. \quad (55)$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\overline{\tilde{\nu}}_L M_{leger} \tilde{\nu}_L^c + \overline{\tilde{\nu}}_L^c M_{leger} \tilde{\nu}_L \right) - \frac{1}{2} \left(\overline{\tilde{\nu}}_R M_{lourd} \tilde{\nu}_R^c + \overline{\tilde{\nu}}_R^c M_{lourd} \tilde{\nu}_R \right), \quad (56)$$

avec $M_{leger} \approx -M^D (M^R)^{-1} (M^D)^T$, lequel est de l'ordre de 10^{-2} eV , et $M_{lourd} \approx M^R$, de l'ordre de 10^{16} GeV .

Les champs des neutrinos stériles et actifs obtiennent tous les deux une masse de type Majorana. L'ordre de grandeur de la matrice M^R permet précisément de donner une faible masse aux neutrinos actifs et une grande masse aux neutrinos stériles.

3.3.2 Mécanisme de seesaw de type II

Le mécanisme de Seesaw de type II consiste à introduire un terme de masse de Majorana invariant de jauge dont le couplage sera formé du doublet L_β et de son conjugué de charge

L_α^c avec un nouveau champ de Higgs massif Δ tel que $\overline{L}_\alpha^c \Delta L_\beta$. La combinaison d'isospin des champs $\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L}$ permettra de trouver les propriétés de base de ce nouveau champ Δ sachant que le couplage doit redonner un singulet invariant sous $SU(2) \times U(1)$.

Partant de

$$\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c} \otimes \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_{\nu_{\beta L}} = |1, 1\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L}}, \quad (57)$$

alors l'unique représentation possible pour le champ de Higgs à l'état fondamental Δ^0 est $|1, -1\rangle_{\Delta^0}$ telle que

$$|1, 1\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L}} \otimes |1, -1\rangle_{\Delta^0} = \frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L} \Delta^0} + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L} \Delta^0} + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}^c \nu_{\beta L} \Delta^0}. \quad (58)$$

Le but est donc de rajouter un champ scalaire complexe qui se transforme comme un triplet de $SU(2)_L$. Il prend donc la forme :

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 \sigma^i \Delta_i \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} & \frac{\Delta_1 - i\Delta_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Delta_1 + i\Delta_2}{\sqrt{2}} & -\frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (59)$$

Le terme de lagrangien associé à ce champ se définit :

$$\mathcal{L}_\Delta = \text{tr}((D_\rho \Delta)^\dagger D^\rho \Delta) - V(\Phi, \Delta) - \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} (Y_{\alpha\beta}^\Delta \overline{L}_\alpha^c i\sigma^2 \Delta L_\beta + Y_{\beta\alpha}^{\Delta*} \overline{L}_\beta (i\sigma^2 \Delta)^\dagger L_\alpha^c), \quad (60)$$

avec l'expression la plus générale pour le potentiel :

$$\begin{aligned} V(\Phi, \Delta) &= \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 + M_\Delta^2 \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) - \lambda_\Delta M_\Delta \frac{1}{2} (\Phi^\dagger \Delta \tilde{\Phi} + \tilde{\Phi}^\dagger \Delta^\dagger \Phi) \\ &\quad + \lambda_1 \Phi^\dagger \Phi \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_2 \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta)^2 + \lambda_3 \text{tr}((\Delta^\dagger \Delta)^2) + \lambda_4 \Phi^\dagger \Delta \Delta^\dagger \Phi. \end{aligned} \quad (61)$$

Comme précédemment avec Higgs, sachant que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Phi} V(\Phi, \Delta) &= \mu^2 \Phi^* + 2\lambda \Phi^\dagger \Phi \Phi^* + \lambda_\Delta M_\Delta \frac{1}{2} (i\sigma^2 \Delta^\dagger - \Delta i\sigma^2) \Phi \\ &\quad + \lambda_1 \Phi^* \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_4 \Delta^* \Delta^T \Phi^* \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Delta} V(\Phi, \Delta) = & M_\Delta^2 \Delta^* - \lambda_\Delta M_\Delta \frac{1}{2} \Phi^* \tilde{\Phi}^T + \lambda_1 \Phi^\dagger \Phi \Delta^* + 2\lambda_2 \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) \Delta^* \\ & + 2\lambda_3 \Delta^* \Delta^T \Delta^* + \lambda_4 \Phi^* \Phi^T \Delta^*, \end{aligned} \quad (63)$$

la minimisation du potentiel permet de trouver les champs scalaires Δ et Φ à l'état fondamental suivant les conditions :

$$\left. \frac{\partial}{\partial \Phi} V(\Phi, \Delta) \right|_{\Delta=\Delta_0, \Phi=\Phi_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (64)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial \Delta} V(\Phi, \Delta) \right|_{\Delta=\Delta_0, \Phi=\Phi_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (65)$$

et où

$$\Delta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_\Delta & 0 \end{pmatrix}, \quad (66)$$

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Des contraintes sont alors imposées sur la masse M_Δ et le paramètre μ^2 :

$$-2\mu^2 = 2\lambda v^2 - \sqrt{2}\lambda_\Delta M_\Delta v_\Delta + (\lambda_1 + \lambda_4)v_\Delta^2, \quad (68)$$

$$M_\Delta = \frac{\lambda_\Delta v^2}{4\sqrt{2}v_\Delta} \pm \frac{v^2}{4\sqrt{2}v_\Delta} \sqrt{\lambda_\Delta^2 - 16\frac{v_\Delta^2}{v^2}(\lambda_1 + \lambda_4) - 32\frac{v_\Delta^4}{v^4}(\lambda_2 + \lambda_3)}. \quad (69)$$

En considérant la limite $v_\Delta \ll v$, v_Δ peut être défini :

$$v_\Delta \approx \frac{\lambda_\Delta v^2}{2\sqrt{2}M_\Delta}. \quad (70)$$

La faible valeur de v_Δ peut être expliqué à l'aide de la grande masse du triplet de M_Δ .

Le dernier terme de l'équation 60 qui représente le terme de masse et donc le couplage du nouveau champ Δ_0 avec les leptons de chiralité gauche :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\Delta masse} &= -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} (Y_{\alpha\beta}^{\Delta} \overline{L}_{\alpha}^c i\sigma^2 \Delta_0 L_{\beta} + Y_{\beta\alpha}^{\Delta*} \overline{L}_{\beta} (i\sigma^2 \Delta_0)^{\dagger} L_{\alpha}^c) \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \left[Y_{\alpha\beta}^{\Delta} (\overline{\nu}_{\alpha L}^c \quad \overline{l}_{\alpha L}^c) \begin{pmatrix} \frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{\beta L} \\ l_{\beta L} \end{pmatrix} + Y_{\beta\alpha}^{\Delta*} (\overline{\nu}_{\beta L} \quad \overline{l}_{\beta L}) \begin{pmatrix} \frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L}^c \\ l_{\alpha L}^c \end{pmatrix} \right] \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \left[Y_{\alpha\beta}^{\Delta} \overline{\nu}_{\alpha L}^c \left(\frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} \right) \nu_{\beta L} + Y_{\beta\alpha}^{\Delta*} \overline{\nu}_{\beta L} \left(\frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} \right) \nu_{\alpha L}^c \right].
\end{aligned} \tag{71}$$

Sous forme matricielle cela donne :

$$\mathcal{L}_{\Delta masse} = -\frac{1}{2} (\overline{\nu}_L^c M^L \nu_L + \overline{\nu}_L M^{L\dagger} \nu_L^c), \tag{72}$$

avec la matrice de masse de Majorana pour les neutrinos gauches $M^L = \frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} Y^{\Delta} \approx \frac{\lambda_{\Delta} v^2}{4M_{\Delta}} Y^{\Delta}$.

La faible masse des neutrinos gauches est donc causée par la grande masse du triplet Δ .

3.3.3 Mécanisme de seesaw de type III

Dans ce dernier cas , il s'agit de reprendre la même démarche qu'avec les termes de masses de Dirac lors de l'extension minimale du modèle standard sauf qu'au lieu de rajouter trois générations de neutrinos de chiralité droite , il s'agit d'ajouter trois triplets de neutrinos de chiralité droite Σ^a (avec $a = 1, 2, 3$) de telle manière à obtenir un terme de masse la forme $\overline{L}_{\alpha} \Sigma^a \tilde{\Phi}_0$. Avec la même approche que dans le cas du mécanisme de seesaw de type II, certaines propriétés du champ Σ^a peuvent être déduites par la combinaison d'isospin.

Sachant que

$$\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L}} \otimes \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_{\tilde{\Phi}_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0} + \frac{1}{\sqrt{2}} |0, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0}, \tag{73}$$

les deux possibilités de couplage de telle manière à reproduire un singulet sont :

$$|0, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0} \otimes |0, 0\rangle_{\nu_{\beta R}} = |0, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0 \nu_{\beta R}}, \tag{74}$$

$$|1, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0} \otimes |1, 0\rangle_{\Sigma^{0a}} = \sqrt{\frac{2}{3}} |2, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0 \Sigma^{0a}} - \sqrt{\frac{1}{3}} |0, 0\rangle_{\overline{\nu}_{\alpha L} \tilde{\Phi}_0 \Sigma^{0a}}. \tag{75}$$

Le premier cas correspond au cas du mécanisme de seesaw de type I alors que le deuxième cas est celui que l'on retrouve dans le cas du mécanisme de seesaw de type III.

Le champ Σ^{0a} jouant le rôle du neutrino droit correspond à la composante $I^3 = 0$ d'un triplet Σ^a (d'isospin $I = 1$). En considérant la notation $\Sigma^a = (\Sigma_1^a, \Sigma_2^a, \Sigma_3^a)$, la représentation prend la forme :

$$\begin{aligned}\Sigma^a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 \sigma^i \Sigma_i^a \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_3^a}{\sqrt{2}} & \frac{\Sigma_1^a - i\Sigma_2^a}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Sigma_1^a + i\Sigma_2^a}{\sqrt{2}} & -\frac{\Sigma_3^a}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (76)$$

Pour faciliter le calcul, de nouveaux champs physiques peuvent être définis tels que

$$\Sigma^{-a} = \frac{\Sigma_1^a + i\Sigma_2^a}{\sqrt{2}}, \quad \Sigma^{0a} = \Sigma_3^a, \quad \Sigma^{+a} = \frac{\Sigma_1^a - i\Sigma_2^a}{\sqrt{2}}. \quad (77)$$

Le terme de masse à introduire dans le lagrangien du modèle électrofaible est le suivant :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\Sigma &= -\sqrt{2} \sum_{\alpha,a} \left(Y_{\alpha a}^\Sigma \bar{L}_\alpha \Sigma^a \tilde{\Phi}_0 + Y_{a\alpha}^{\Sigma*} \tilde{\Phi}_0^\dagger \bar{\Sigma}^a L_\alpha \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{a,b} \text{tr} \left((\bar{\Sigma}^a)^c M_{ab}^\Sigma \Sigma^b + \bar{\Sigma}^b M_{ba}^{\Sigma*} (\Sigma^a)^c \right),\end{aligned}\quad (78)$$

où $(\Sigma^a)^c = C \bar{\Sigma}^{aT}$, autrement dit :

$$(\Sigma^a)^c = \begin{pmatrix} \frac{(\Sigma^{0a})^c}{\sqrt{2}} & (\Sigma^{-a})^c \\ (\Sigma^{+a})^c & -\frac{(\Sigma^{0a})^c}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (79)$$

C'est le même principe qu'avec le mécanisme de seesaw de type I, le terme de masse hybride est composé d'un terme de masse de Dirac et d'un autre de Majorana. Le développement de ce lagrangien donne directement :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\Sigma &= -\frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha,a} \left[Y_{\alpha a}^\Sigma \left(\bar{\nu}_{\alpha L} \Sigma^{0a} + \sqrt{2} \bar{\ell}_{\alpha L} \Sigma^{-a} \right) + Y_{a\alpha}^{\Sigma*} \left(\bar{\Sigma}^{0a} \nu_{\alpha L} + \sqrt{2} \bar{\Sigma}^{-a} \ell_{\alpha L} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{a,b} \left[(\bar{\Sigma}^{0a})^c M_{ab}^\Sigma \Sigma^{0b} + \bar{\Sigma}^{0b} M_{ba}^{\Sigma*} (\Sigma^{0a})^c + 2 \left((\bar{\Sigma}^{+a})^c M_{ab}^\Sigma \Sigma^{-b} + \bar{\Sigma}^{-b} M_{ba}^{\Sigma*} (\Sigma^{+a})^c \right) \right].\end{aligned}\quad (80)$$

Sous forme matricielle compacte, cela devient :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma &= - \left(\bar{\nu}_L M^D \Sigma^0 + \bar{\Sigma}^0 M^{D\dagger} \nu_L \right) - \frac{1}{2} \left(\overline{(\Sigma^0)^c} M^\Sigma \Sigma^0 + \bar{\Sigma}^0 M^{\Sigma\dagger} (\Sigma^0)^c \right) \\
&= -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L, \overline{(\Sigma^0)^c}) \begin{pmatrix} 0 & M^D \\ (M^D)^T & M^\Sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \Sigma^0 \end{pmatrix} + \text{c.h.}
\end{aligned} \tag{81}$$

En diagonalisant par blocs comme précédemment avec le mécanisme de seesaw de type I, cela donne directement une matrice de masse légère pour les neutrinos actifs de la forme :

$$M^\nu = M_{\text{leger}} \approx -M^D (M^\Sigma)^{-1} (M^D)^T, \tag{82}$$

avec $M^D = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^\Sigma$. La même structure est retrouvée dans les deux types de mécanismes de seesaw (type I et III), mais les matrices de masses, contenant les couplages de Yukawa, sont différentes.

Ici, la faible masse des neutrinos gauches est due à l'ordre de grandeur élevé de la matrice de masse M^Σ

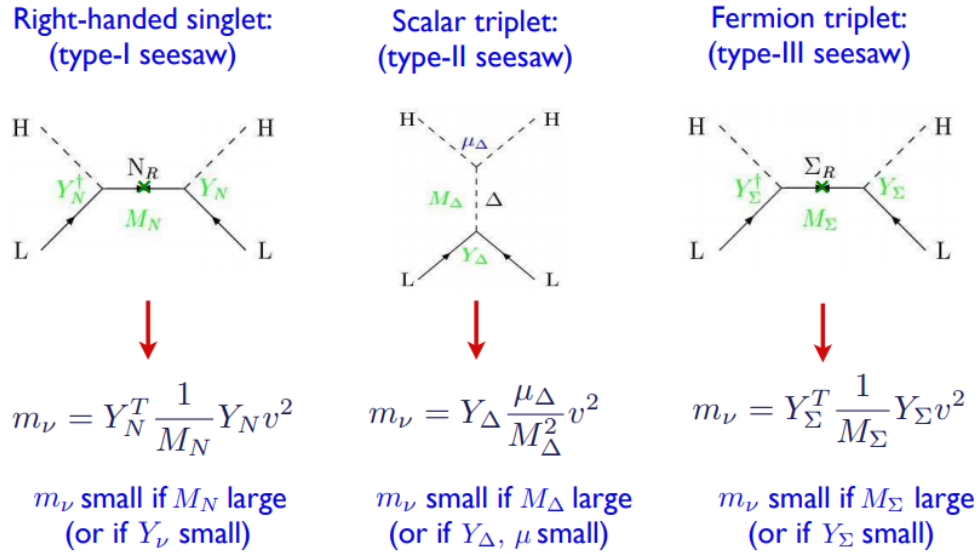


FIGURE 9 – Résumé des trois variantes du mécanisme de seesaw [1].

4 Antoine Godin-Fortier

4.1 Conséquences et alternatives du mécanisme de seesaw

Comme expliqué précédemment, le mécanisme de seesaw prédit des neutrinos de masse plus élevée et de faible interaction qu'on appelle des neutrino stériles. Ces neutrino stériles et leur faible interaction constituent des candidats intéressants dans la théorie de la matière sombre.

Par contre, bien que le mécanisme de seesaw soit le modèle le plus simple et le plus naturel pour expliquer des neutrinos de faibles masses présentement, il possède quelques lacunes. Premièrement, il n'y a pas d'évidence claire du mécanisme dans la manière dont la masse des neutrinos et les leptons se mélangent. Également, si l'existence de neutrinos stériles légers venait à être prouver le mécanisme de seesaw serait encore plus à mettre en doute. Le mécanisme de seesaw se mêle aussi très mal à d'autres théories montantes telles que la théorie des cordes ou encore la supersymétrie.

Ps : L'étudiant n'a pas réussi à finir correctement sa partie de 10 pages mais il a essayé de résumer l'essentiel des recherches qu'il avait mené dans le but de ne pas pénaliser la structure du projet.

5 Conclusion

Ainsi le problème de la masse des neutrinos demeure toujours une des énigmes du modèle standard actuel.

Le boson de Higgs, impliqué dans le mécanisme responsable de la masse des particules du modèle standard, semblent imparfait dans la détermination de la masse des neutrinos du fait de l'absence d'observations de neutrinos droits. Il est donc nécessaire d'étendre le modèle standard en ajoutant une nouvelle génération de neutrinos droits ou un nouveau champ de Higgs dans les termes de couplage pour la masse. Ces extensions génèrent une faible masse pour les neutrinos gauches et généralement une grande masse pour les neutrinos droits. Tel est l'objectif du mécanisme de seesaw qui vient corriger le mécanisme de Higgs en tentant d'expliquer la faible masse des neutrinos actifs. Malgré le charme du mécanisme de seesaw, celui-ci soulève plusieurs questionnements. Il n'explique pas vraiment les mécanismes responsables de la grande échelle d'énergie des matrices de masses M^R , M^Σ , M^Δ , ni les attributs des constantes de couplage associées à ces matrices. Il est aussi nécessaire de se demander, si outre le fait de donner une masse aux neutrinos, il existe une raison particulière qui justifient d'introduire de nouvelles particules au modèle standard.

Références

- [1] Evgeny AKHMEDOV. “Neutrino physics”. In : (août 2017). URL : <https://indico.mitp.uni-mainz.de/event/88/sessions/706/attachments/2183/2292/mainz1.pdf>.
- [2] “Determination of the helicity of neutrinos.” In : (oct. 2011). URL : http://www3.mpifr-bonn.mpg.de/old_mpifr/imprs/retreat/downloads/2011/talks/schmidt.pdf.
- [3] “Ether, relativité et quantum, nouvelles interprétations.” In : (déc. 2016). URL : http://sys.theme.free.fr/4_physique.html.
- [4] IBRIVIO. “The ceaseless transformation of the three neutrinos”. In : (jan. 2014). URL : <http://www.elusives.eu/outreach/entry/ceaseless-transformation-three-neutrinos>.
- [5] Dimitri V. Nanopoulos JOHN ELLIS Mary K. Gaillard. “A Historical Profile of the Higgs Boson”. In : (jan. 2012). URL : <https://arxiv.org/pdf/1201.6045.pdf>.
- [6] Hitoshi MURAYAMA. “The origin of neutrino mass”. In : *Physics world* 15.5 (2002), p. 35.
- [7] Riccardo NICOLETTI. “Neutrino Masses and the See-saw Mechanism”. In : (sept. 2008). URL : http://personalpages.to.infn.it/~nicolett/RN_Neutrini2008.pdf.
- [8] P.PAGANINI. “The Standard Model.” In : (). URL : <https://llr.in2p3.fr/~paganini/ch7.pdf>.
- [9] “Particle Physics.” In : (juil. 2012). URL : https://www2.ph.ed.ac.uk/~vjm/Lectures/SHParticlePhysics2012_files/PPLecture17.pdf.
- [10] Antonio PICH. “The Standard Model of Electroweak Interactions”. In : *CERN-2012-001* (jan. 2012). URL : <https://arxiv.org/pdf/1201.0537.pdf>.
- [11] A.V. Bednyakov V.A. BEDNYAKOV N.D. Giokaris. “On Higgs mass generation mechanism in the Standard Model”. In : *CERN-2012-001* (mar. 2007). URL : <https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0703280.pdf>.
- [12] Shawn WESTERDALE. “Neutrino Mass Problem : Masses and Oscillations”. In : (avr. 2010). URL : <http://web.mit.edu/shawest/Public/8.06/termPaperDraft.pdf>.