

Engine and Refrigerators

Written by Eun Taek Kang^{*1}

¹*Department of Physics, Sogang University, Seoul 04107, Korea*

Summer 2025, Sogang University

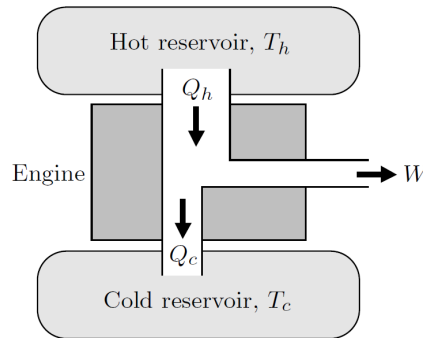
Abstract

백현준 교수님께서 2025년 1학기에 진행하는 열역학 기말고사 대비를 위해 만든 Note입니다. 이 문서는 Daniel V. Schroeder 저 An Introduction to Thermal Physics의 Chapter 4. Engine and Refrigerators를 다루고 있습니다.

^{*}email: etkang03@gmail.com

1 Heat Engines

열기관(Heat engines)은 기본적으로 열을 흡수하여 에너지의 일부를 일로 변환하는 기기이다.



열기관의 구조는 위 그림과 같다. 여기서, 효율성(Efficiency)은 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon = \frac{\text{benefit}}{\text{cost}} = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \quad (1.1)$$

여기서 W 는 열역학 제1법칙에 의해 전개된다. 또한, 열역학 제2법칙에 의해 engine과 주변의 총 엔트로피는 증가만 하고, 감소하진 않는다. 열기관이 1회 순환하면 엔트로피 변화는 다음과 같다.

$$\Delta S_{\text{engine}} = 0, \quad \Delta S_{\text{hot}} = -\frac{Q_h}{T_h}, \quad \Delta S_{\text{cold}} = \frac{Q_c}{T_c} \quad (1.2)$$

동일 state이므로 엔트로피 총 변화는 0이다. 여기서, 열역학 제2법칙을 부등호로 나타내면 다음을 얻는다.

$$\Delta S_{\text{tot}} = \frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_h}{T_h} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_c}{Q_h} \geq \frac{T_c}{T_h} \quad (1.3)$$

따라서, Efficiency의 최대치는 다음과 같이 결정된다.

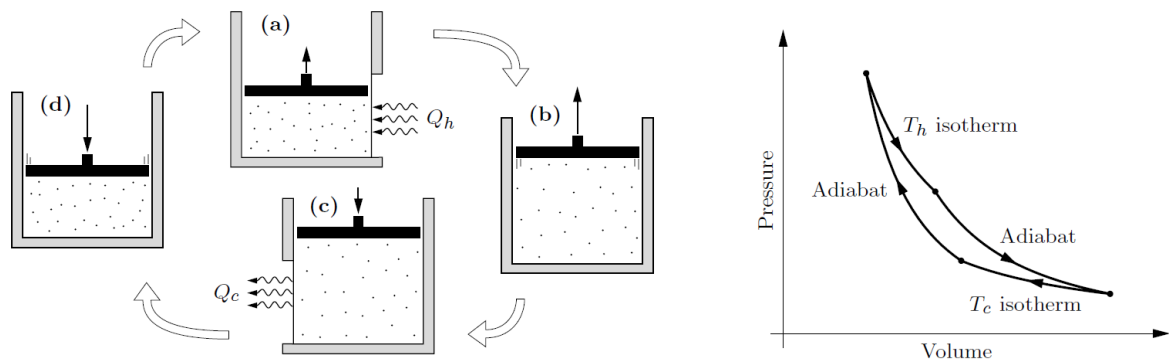
$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \leq 1 - \frac{T_c}{T_h} = \eta \quad (1.4)$$

예를 들어, 고온원이 500K, 저온원이 300K이면, 열효율은 최대 0.4이다. 이처럼, 우리가 최대 열효율을 **카르노 효율** η 로 정의하자. 열효율을 η 보다 내리는 것은 간단한데, 작동 중에 추가적인 엔트로피를 생성하기만 하면 되기 때문이다. 이상적인 열효율과 다른 경우를 비교해보자.

	Best efficiency	Other case
열량	Q_h, Q_c	$Q'_h (= Q_h), Q'_c$
온도	T_h, T_c	T'_h, T'_c
엔트로피 변화(고온)	$\Delta S_h = -\frac{Q_h}{T_h}, \Delta S_{\text{eng.in}} = \frac{Q_h}{T_h}$	$\Delta S_h = -\frac{Q_h}{T'_h}, \Delta S_{\text{eng.in}} = \frac{Q_h}{T'_h}$
엔트로피 변화(저온)	$\Delta S_c = \frac{Q_c}{T_c}, \Delta S_{\text{eng.out}} = -\frac{Q_c}{T_c}$	$T'_h < T_h$ 일 때, $\Delta S_h + \Delta S_{\text{eng.in}} > 0$
엔트로피 변화 경향	고온, 저온에서 전부 변화 0	카르노 X \rightarrow 총 엔트로피 증가, 엔진 S 증가 많이함.

우리는 사실 비가역 과정에서 $T'_h < T_h$ 인 것도 있고, 엔트로피 증가에 의하여 $Q'_c/T'_c > Q_c/T_c$ 가 성립함을 잘 알고 있다. 따라서 $Q'_c > Q_c$ 를 얻는다. 결론적으로, 같은 양의 열을 가해줬을 때($Q_{\text{in}} = Q_h$), output heat에서 $Q'_c > Q_c$ 가 성립함을 알 수 있다. 따라서, 작동 과정에서 추가적인 엔트로피가 생성되면, 열기관은 비효율적이 된다.

Carnot cycle

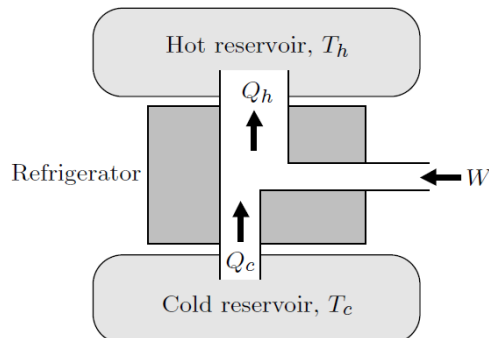


엔트로피를 생성하지 않는 이상적인 열기관을 어떻게 만들까? 바로 엔진과 열원 간의 온도 T 가 저온과 고온끼리 서로 같아야한다. 근데, 온도가 같으면 열 흐름이 없어지지 않는가? 그래서 나온 것이 카르노 순환(Carnot cycle)이다. 바로, 엔진 온도를 T_h 보다 살짝 낮게, 또는 T_c 보다 살짝 높게 설정해서 등온 팽창/압축 과정을 거친다. 그리고 기체의 온도를 바꾸는 과정에서 단열 팽창/압축을 사용한다. (열의 출입도 없어서 엔트로피도 변하지 않거든)

카르노 순환은 열효율이 제일 높은 순환을 하는 순환이다. 그러나 ~~안습해도 매우~~ 비실용적이다. 왜냐면, 이건 단열 과정에서 열 흐름이 매우 느린 순환이기 때문이다.

2 Refrigerator

냉장고(Refrigerator)는 열기관을 반대로 작동시키는 것이다. (어떻게 단원 이름이 ‘냉장고’? ㅋㅋㅋㅋㅋㅋ)



앞서 열기관에선 열효율 ε 을 사용했다면, 여기서 성능계수(COP)를 사용하고 다음과 같이 정의한다.

$$\text{COP} = \frac{\text{benefit}}{\text{cost}} = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{Q_h/Q_c - 1} \quad (2.1)$$

여기서, 열역학 제2법칙에 의해 ΔS_{tot} 는 다음과 같다.¹

$$\Delta S_{\text{tot}} = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c} \geq 0 \Rightarrow \frac{Q_h}{Q_c} \geq \frac{T_h}{T_c} \quad (2.2)$$

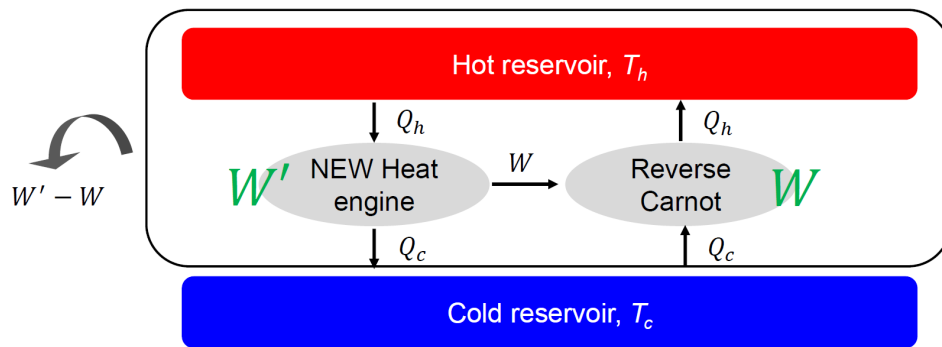
따라서, Efficiency의 최대치는 다음과 같이 결정된다.

$$\text{COP} \leq \frac{1}{T_h/T_c - 1} = \frac{T_c}{T_h - T_c} \quad (2.3)$$

예를 들어, 고온원이 298K, 저온원이 255K이면, COP는 최대 5.9이다. 따라서 1J의 전기 에너지를 뽑으려고 냉장 고에 1+5.9=6.9J의 에너지를 태우게 되는 것이다. COP는 $T_h \approx T_c$ 일 때, 매우 커진다.

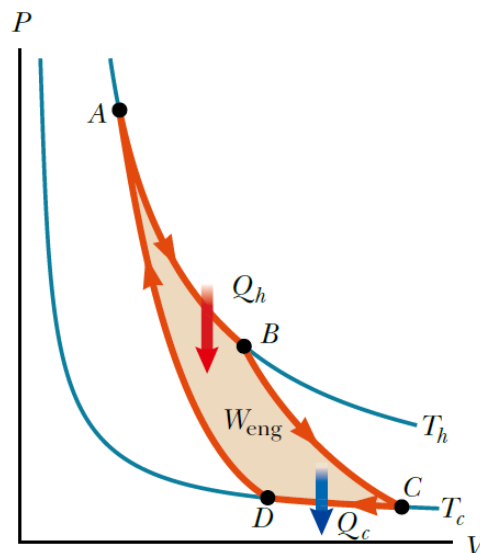
¹열기관과 정확히 반대!

Carnot engine is the most efficient



위 그림에서 $W' - W$ 는 0보다 클 수 없다. 왜냐하면 다른 변화 없이 단일 온도에서 저수지로부터 유용한 일을 얻는 것은 불가능하기 때문이다. (열역학 제2법칙)

The efficiency of the Carnot engine



이상기체 상태 방정식이 $PV = NkT$ 였고, 단열 과정에서 $TV^{\gamma-1} = C$ 였음을 기억하자.²

(1) $A \rightarrow B$ (등온) : $Q_h = \int_A^B P dV = \int_A^B NkT_h \frac{dV}{V} = NkT_h \ln(V_B/V_A)$

(2) $C \rightarrow D$ (등온) : $Q_c = -NkT_c \ln(V_D/V_C) = NkT_c \ln(V_C/V_D)$

(3) $B \rightarrow C$ (단열) : $T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1}$

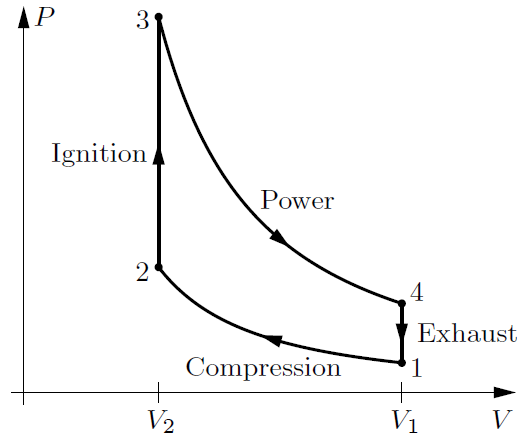
(4) $D \rightarrow A$ (단열) : $T_c V_D^{\gamma-1} = T_h V_A^{\gamma-1}$

(5) (3), (4)로부터 $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$ 이고, (1), (2)는 다음으로 묶어 나타낼 수 있다. $\frac{Q_h}{T_h} = \frac{Q_c}{T_c}$

² C 는 당연히 상수이다. γ 는 비열의 비다!! 까먹지 말자.

3 The Real Heat Engines

Gasolin engine (Otto cycle)



가솔린 엔진은 공기와 기화된 휘발유의 혼합 기체를 연료로 하여 작동하는 열기관이다. 이 열기관이 따르는 사이클을 오토 사이클(Otto cycle)이라 부르는데, 4단계의 과정을 따라 작동한다.

- (1) **단열 압축**: 혼합 기체가 실린더 안으로 주입되어 단열 압축한다.
- (2) **등적 가열**: 스파크 플러그가 혼합 기체에 점화해 온도와 압력을 증가시킨다.
- (3) **단열 팽창**: 고압의 기체가 피스톤을 밀어내면서, 기계적 일을 한다. (주 출력!!)
- (4) **등적 냉각**: 뜨거운 배기가스는 배출되고, 온도와 압력이 더 낮은 새로운 혼합 기체로 교체된다.

여기서, 이 열기관의 열효율(efficiency)를 계산하는 과정은 다음과 같다.

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}, \quad \text{where } Q_h = \frac{f}{2} Nk(T_3 - T_2), \quad Q_c = \frac{f}{2} Nk(T_4 - T_1) \quad (3.1)$$

여기서, 단열 압축/팽창 과정에서 다음이 성립한다.

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \quad \text{and} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (3.2)$$

(3.2)를 (3.1)에 끼워맞출 수 있게 아주 잘 변형해주면 다음처럼 e 를 표현할 수 있다.

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{e = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}} \quad (3.3)$$

(3.1)에서 구한 e 를 단열 과정의 일 관점에서도 구해보자. 단열 과정에선 $W = -\Delta U$ 임을 기억하자.

$$\text{Expansion : } W_{34} = \frac{f}{2} Nk(T_3 - T_4) \quad (3.4)$$

$$\text{Compression : } W_{12} = -\frac{f}{2} Nk(T_2 - T_1) \quad (3.5)$$

$$W_{\text{tot}} = \frac{f}{2} Nk(T_3 - T_4 - T_2 + T_1) \quad (3.6)$$

따라서, e 는 다음과 같다.

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{T_3 - T_2} = \frac{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (3.7)$$

예를 들어보자. 이론적으로 공기에 대해 $\gamma = 7/5$ 이다. 그리고 압축률 (V_1/V_2)는 8이라 가정한다.

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{7/5-1} = 0.56 \quad (3.8)$$

열효율은 온도에 대한 항으로 나타낼 수도 있는데, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{cases} T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \\ T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow e = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3} \quad (3.9)$$

(3.9)의 온도비는 카르노 공식의 극단 온도비 T_1/T_3 보다 항상 크기 때문에, Otto 엔진은 카르노 엔진보다 덜 효율적이다. 물론, 실제로 열 손실이나 불완전 연소 등의 이유로 Otto의 열효율은 약 20%이다.

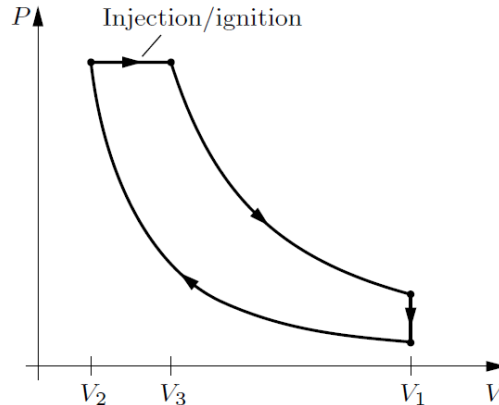
Warning! : Interpreting of T terms in efficiency

우리가 유도했던 otto cycle의 열효율을 잘 보다보면 다음과 같은 의문이 들 수 있다.

$$e = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}, \quad e = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \quad (??) \quad (3.10)$$

우리가 T 를 통해 e 를 표현한 것을 보면 오른쪽 등식의 첫 번째 등호가 성립하지 않을까 생각이 든다. 결론부터 말하자면, **일반적으로 같지 않다!!** (어쩌다 우연히 같아질 순 있어도) 왼쪽 분수식은 가열과 냉각 상황의 온도 변화를 묶어서 비교한거고, 나머지 두개는 개별 단열 상황에서의 온도끼리 묶어 비교했기 때문에 일반적으로 같다고 볼 수 없다. (필자는 처음에 여기를 이해하는데 꽤 오래 걸렸다.) 그냥 온도차의 비율과 온도의 비율은 서로 독립적인 state에 있다고 생각하는게 어쩌면 편할지도..?

Diesel engine

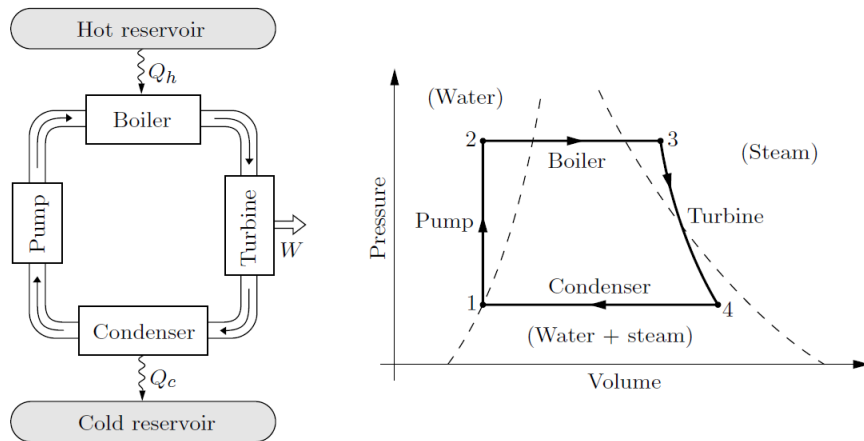


엔진의 효율을 높이기 위해선 압축비가 더 높으면 되지만, 가솔린은 그러면 압축하다가 지 혼자 i펑! 터져버림!! 그 대안으로 나온게 디젤 엔진(Diesel engine)이다. 공기가 뜨거워지면 연료를 뿌려서 지 혼자 터지는걸 막는다.

$$\text{efficiency} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma} - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}}{\left(\frac{V_3}{V_1}\right) - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \quad (3.11)$$

여기서, 압축률은 (V_1/V_2)이고, cutoff 비율은 (V_1/V_3)이다. 이론적으로 디젤 엔진이 otto 사이클보다 열효율이 낮지만, 실제로 압축률이 약 20정도로 매우 높아서 열효율이 otto보다 잘 나온다.

The steam engine

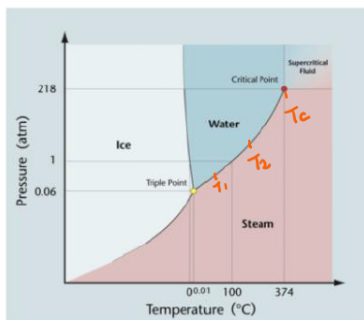


증기 기관은 우리가 산업 혁명 다루면서 한 번쯤 들어봤을 친구다.. 물과 수증기를 이용해 작동하는데, 작동 원리는 다음과 같다. 이 과정에서 쓰이는 순환 사이클의 이름은 Rankine cycle이다.

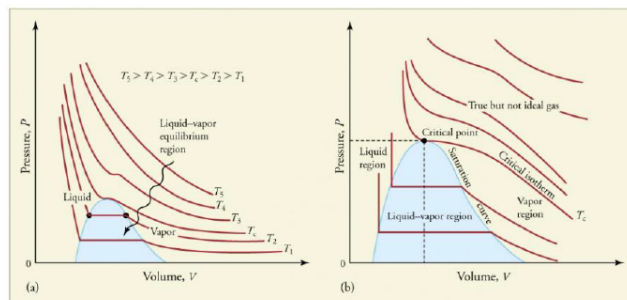
- (1) → (2) : 물은 고압으로 펌프를 통해 압축된다.
- (2) → (3) : 보일러에서 일정 압력하에 열이 공급된다.
- (3) → (4) : 수증기는 터빈을 통과하며 단열 팽창하고, 이 과정에서 냉각된다.
- (4) → (1) : 부분적으로 응축된 유체는 콘덴서에서 더 냉각된다.

Phase diagram of water

■ P-T diagram



■ P-V diagram



물의 여러가지 상(phase)에 따라서 열기관에 쓰일 때 성질들이 달라진다. 실제로 증기 기관도 두 가지 상의 물을 쓰고 있으니깐. 엔탈피의 식이 $H = U + PV$ 였다는 것을 기억하자.³ 등압 조건 하에선 $\Delta Q = \Delta H$ 이다.

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_2} \approx 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_1} \quad (3.12)$$

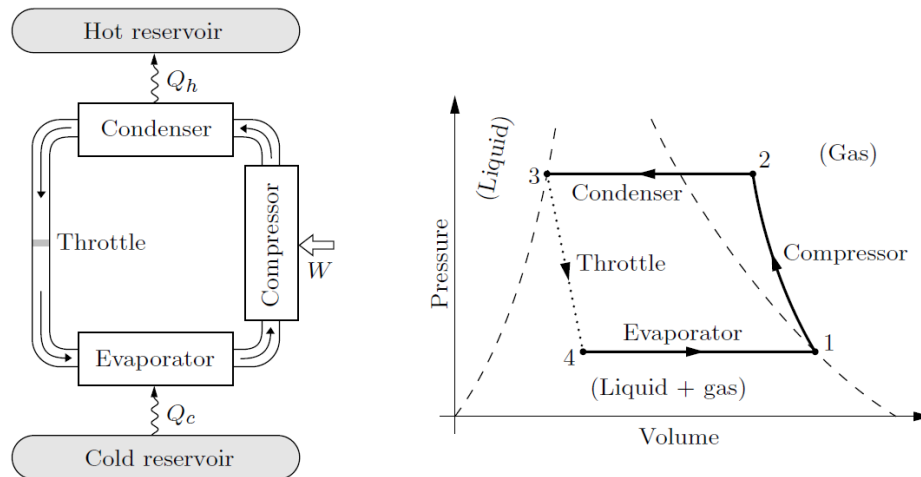
이다. $H_2 \approx H_1$ 이 성립하는 이유는 간단하게 아래와 같다.

$$\Delta H_{21} = \Delta U + P\Delta V + V\Delta P \approx V\Delta P \quad (3.13)$$

이 페이지는 그냥 간단히 원리정도만 알아둬도 되지 않을까...!

³자세한 얘기는 Chapter 5에서 진행한다.

4 The Real Refrigerator



아까 냉장고는 열기관 역작용이라 했으니, 실재 냉장고는? 실재 열기관의 사이클인 Rankine 사이클의 역작용과 거의 비슷할 것이다. 작동 물질은 냉매(프레온, HFC)같이 끓는점이 낮은 친구들이어야 하고..

- (1) → (2) : 냉매는 단열 압축되어 압력과 온도가 올라간다.
- (2) → (3) : 냉매가 열을 방출하면서 서서히 액화된다.
- (3) → (4) : **스로틀 밸브**를 통해 냉매가 압력, 온도 낮추며 팽창
- (4) → (1) : 냉매가 열을 흡수하면서 다시 기체로 증발 (냉각효과 발생)

The Throttling Process

