

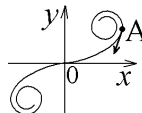
Примеры тестовых заданий по физике (семестр 2)

В этом разделе приводятся примеры тестовых заданий, предлагаемых студентам в процессе тестирования при проведении двух текущих аттестаций, а также во время экзамена или зачета. Тестовые вопросы разбиты по темам, соответствующим порядку изучения учебного материала. Формулировка тестовых заданий, проверяющих приобретенные умения и навыки, предусматривает выбор ответа, но эти же задания могут быть предложены на экзамене (зачете) без вариантов ответа. Задания, предлагавшиеся в процессе проверки остаточных знаний ФЭПО отмечены символом (*).

Для ответа на данные тесты необходимо иметь представления об основных явлениях и законах механики, молекулярной физики и основ термодинамики. Для этого необходимо ознакомиться с этими законами и формулами физики в любом учебном пособии или на лекционных занятиях. Предполагается, что при подготовке студент будет самостоятельно искать правильный ответ, но для контроля правильные ответы приведены в конце раздела.

3.1. Кинематика криволинейного поступательного движения

1.1*. На рисунке изображена плоская кривая, называемая клотоидой (спиралью Корню). Точка А движется вдоль этой кривой в направлении, указанном стрелкой, с постоянной по величине скоростью. При этом величина её полного ускорения:



- а) равна нулю;
б) постоянна и не равна нулю; в) увеличивается; г) уменьшается;

1.2. Частица движется по криволинейной траектории с постоянной по величине (модулю) скорости, а величина её ускорения уменьшается со временем. При этом (выберите ответ): а) эти условия невозможны; б) растёт величина нормального ускорения частицы; в) радиус кривизны траектории увеличивается; г) величина нормального ускорения частицы не изменяется; д) радиус кривизны траектории уменьшается;

1.3. Материальная точка М свободно без трения скользит в поле силы тяжести по гладким стенкам сферической симметричной ямы (А и В - наивысшие точки подъема). При этом величина полного ускорения точки М (укажите правильный ответ):



- а) равна нулю в точке В; б) равна нулю в нижней точке траектории О; в) равна ускорению свободного падения g во всех точках траектории; г) не равна нулю и не равна g ;

Решение.

В верхней точке траектории В частица останавливается ($v=0$), и её нормальное ускорение $a_n = v^2/R$ равно нулю. Но величина скорости частицы меняется и в этой точке частица имеет ускорение совпадающее с тангенциальным a_τ , и направленное по касательной вниз (рис.3.1).

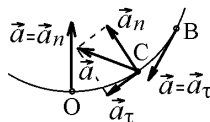


Рис.3.1

В нижней точке О величина скорости частицы максимальна, и условие экстремума означает, что $a_\tau = dv/dt = 0$. Полное ускорение совпадает с нормальным.

В промежуточной точке С полное ускорение складывается из нормального и тангенциального, имеет величину $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ и не равно g , поскольку на частицу кроме силы тяжести действует сила реакции со стороны опоры. Правильный ответ – г.

1.4. Камень бросили под углом к горизонту со скоростью \vec{v}_0 . Его траектория в поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Величина нормального ускорения a_n на участке А-В-С:



- а) уменьшается; б) увеличивается; в) не изменяется;

Решение.

Полное ускорение камня совпадает с ускорением свободного падения и раскладывается на тангенциальную a_τ и нормальную a_n составляющие (рис.3.2). Так как угол α наклона траектории камня к горизонтальной оси на участке А-В-С уменьшается, то величина $a_n = g \cos \alpha$ будет возрастать (ответ -б).

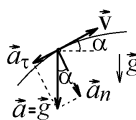
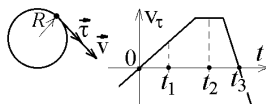


Рис.3.2

1.5. Материальная точка движется по криволинейной траектории, причем в некоторый момент времени величина её скорости равна $v = 2$ м/с, величина тангенциального ускорения равна $a_\tau = 1$ м/с², величина радиуса кривизны траектории равна $R = 4$ м. Величина полного ускорения точки в данный момент времени равна:

- а) 0; б) 2м/с²; в) $\sqrt{3}$ м/с²; г) $\sqrt{2}$ м/с²; д) $\sqrt{5}$ м/с²; е) $\sqrt{6}$ м/с²;

1.6. Частица движется по окружности радиуса R с переменной скоростью. Временной график зависимости проекции v_τ этой скорости на касательное к траектории направление



$\vec{\tau}$ показан на рисунке. В какой из указанных на рисунке моментов времени величина полного ускорения частицы a равна нулю?

а) при $t=0$; б) при t_1 ; в) при t_2 ; г) при t_3 ; д) при 0 и t_3 ; е) $a \neq 0$;

1.7. Материальная точка движется вдоль криволинейной траектории, причем величина (модуль) скорости этой точки меняется со временем t по закону $v(t) = 2t^2 - 6t + 4$, м/с. В какой момент времени t вектор полного ускорения точки будет перпендикулярен траектории?

а) 1 с или 2 с; б) 1,5 с; в) 3 с; г) 4 с; д) 0 с; е) никогда;

1.8. Материальная точка начинает двигаться по круговой траектории с постоянным по величине тангенциальным ускорением $a_\tau = \text{const}$. При этом величина тангенса $\text{tg } \theta$



угла между вектором \vec{v} скорости точки и вектором её полного ускорения \vec{a} будет изменяться со временем по закону:

а) $\sim \frac{1}{t}$; б) $\sim t^2$; в) $\sim t$; г) $\sim \frac{1}{t^3}$; д) $\sim \frac{1}{t^2}$; е) $\sim t^3$; ж) $\text{tg } \theta = \text{const}$;

1.9. Точка начинает двигаться по криволинейной траектории, причем и тангенциальное, и нормальное ускорение точки возрастают со временем t по линейному закону: $a_\tau = \text{const} \cdot t$, $a_n = \text{const} \cdot t$. По какому закону будет изменяться со временем радиус кривизны R траектории? а) $R \sim 1/t$; б) $R \sim t^2$; в) $R \sim t$; г) $R \sim 1/t^2$; д) $R \sim t^3$;

Решение.

Из определения тангенциального ускорения находим величину скорости $v = \int_0^t a_\tau dt \sim \int_0^t t dt \sim t^2$. Радиус траектории находим из определения нормального ускорения $R = v^2/a_n \sim (t^2)^2/t \sim t^3$ (ответ – д).

1.10. Материальная точка начинает двигаться по круговой траектории с радиусом R , причем величина её полного ускорения возрастает со временем t по закону, $a = \sqrt{\alpha + \beta t^4}$, где α и β – постоянные величины. Как будет зависеть от времени t величина скорости точки?

а) $v = \text{const} \cdot \sqrt{t}$; б) $v = \text{const} \cdot t^2$; в) $v = \text{const} \cdot t$; г) $v = \text{const}$;

1.11. Частица движется по криволинейной траектории со скоростью, величина которой уменьшается со временем t по закону $v(t) = A/t$. При этом радиус кривизны траектории в месте нахождения частицы возрастает со временем t по закону $R(t) = B \cdot t^2$. Здесь A и B – посто-

янные величины. Что с течением времени происходит с величиной полного ускорения частицы? Она: а) увеличивается; б) не изменяется; в) уменьшается; г) для ответа недостаточно данных;

3.2. Кинематика вращательного движения

2.1. Частица движется вдоль окружности с радиусом 1 м в соответствии с уравнением $\varphi(t) = 2\pi(t^3 - 12t^2 + 12t - 24)$, где φ – угол в радианах, t – время в секундах. Отношение величин её нормального и тангенциального ускорений a_n/a_τ в момент $t = 1$ с равно:

- а) 0; б) 2π ; в) 3π ; г) 6π ; д) 9π ; е) 18π ; ж) 36π ;

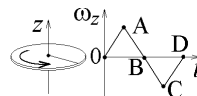
Решение.

Так как $a_n = \omega^2 R$, $a_\tau = \varepsilon R$, а угловая скорость и угловое ускорение определяются производными $\omega = d\varphi/dt = 2\pi(3t^2 - 24t + 12)$, $\varepsilon = d\omega/dt = 2\pi(6t - 24)$, то при $t = 1$ с получим $a_n/a_\tau = 9\pi$ (ответ д).

2.2. Частица движется вдоль окружности в соответствии с уравнением $\varphi(t) = 2\pi(t^2 - 6t + 12)$, где φ – угол в радианах, t – время в секундах. Чему равен радиус окружности (в метрах), если в момент $t = 6$ с величина скорости частицы равна 1 м/с?

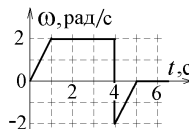
- а) $1/\pi$; б) $1/2\pi$; в) $1/4\pi$; г) $1/8\pi$; д) $1/12\pi$;

2.3. Диск вращается вокруг оси z , изменяя проекцию угловой скорости, как показано на рисунке. На каком участке графика зависимости $\omega_z(t)$ и



вектор угловой скорости $\vec{\omega}$, и вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлены по оси z ? а) 0-A; б) A-B; в) B-C; г) C-D;

2.4. Диск вращается вокруг закрепленной оси с угловой скоростью, зависимость проекции которой на ось вращения от времени t показана на рисунке. На какой угол повернется диск за время $0 \leq t \leq 6$ с?



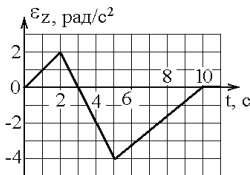
- а) 0 рад; б) 1 рад; в) 2 рад; г) 3 рад; д) 4 рад; е) 5 рад; ж) 6 рад; з) 7 рад; и) нет правильного ответа;

Решение.

Угол поворота $\varphi = \int \omega dt$, согласно определению интеграла, равен площади под графиком подынтегральной функции $\omega(t)$. Эта площадь

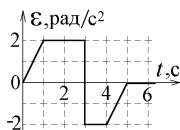
(площадь трапеции, равная 7 рад) положительна при $0 \leq t \leq 4$ с и отрицательна (площадь треугольника, равная 1 рад) при $4 \leq t \leq 5$ с, когда диск вращается в противоположную сторону. Суммарный угол поворота $\varphi = 7 - 1 = 6$ рад (ответ ж).

2.5. Тело начинает вращаться из состояния покоя вокруг оси z с угловым ускорением, проекция которого изменяется со временем, как показано на графике. В какой момент времени угловая скорость вращения тела достигнет максимальной величины?



- а) 2 с; б) 3 с; в) 5 с; г) 10 с;

2.6. Тело начинает вращаться без начальной скорости вокруг закрепленной оси. Зависимость проекции углового ускорения на ось вращения от времени t показана на рисунке. Какой будет величина угловой скорости вращения тела в момент времени $t = 4$ с?

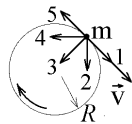


- а) 1 рад/с; б) 2 рад/с; в) 3 рад/с; г) 4 рад/с; д) 5 рад/с;

2.7. Материальная точка начинает вращаться по круговой траектории без начальной скорости вокруг закрепленной оси с постоянным угловым ускорением ε , и имеет в некоторый момент времени угловую скорость вращения, равную ω . Чему в этот момент времени равно отношение v/a скорости v точки к величине её полного ускорения a ?

- а) $\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}$; б) $\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}{\omega^2}$; в) $\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}}{\varepsilon}$; г) $\frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}$; д) $\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}{\omega}$;

2.8. Точка m начала вращаться по окружности радиуса R , двигаясь по часовой стрелке. Проекция её угловой скорости на ось вращения меняется со временем t по закону $\omega(t) = \alpha t - \beta t^2$, где $\alpha = 2$ рад/с², $\beta = 1$ рад/с³.



Укажите направления вектора ускорения \vec{a} точки в моменты времени $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с: а) 2 и 4; б) 3 и 2; в) 3 и 4; г) 4 и 2; д) 3 и 5;

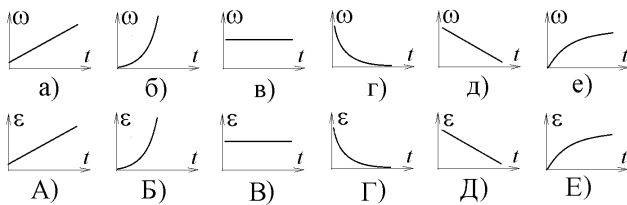
Решение.

В момент времени t_1 проекция углового ускорения на ось вращения $\varepsilon = d\omega/dt = \alpha - 2\beta t$ становится равной нулю, как и тангенциальное ускорение $a_\tau = \varepsilon R$. Ускорение точки будет совпадать с её нормальным ускорением, направленным вдоль линии “3”.

В дальнейшем проекция $\varepsilon < 0$ и тангенциальное ускорение будет

направлено вдоль линии “5”. Вращение тормозится и в момент $t_2 = 2$ с нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R = 0$ (точка останавливается и её ускорение $\vec{a} = \vec{a}_\tau$ направлено вдоль линии “5”). Правильный ответ – в.

2.9. Величина угла поворота диска вокруг закрепленной оси вращения зависит от времени t по закону $\varphi(t) = \alpha t - \beta t^2$, где α - положительная, а β - отрицательная константы. Укажите правильные графики временной зависимости проекции угловой скорости ω и углового ускорения ε на ось вращения:

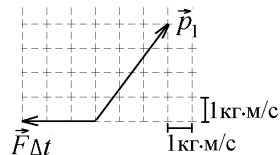


3.3. Динамика поступательного движения и закон сохранения импульса

3.1. На тело, имевшее импульс \vec{p}_1 , в течение короткого времени

Δt действовал импульс силы $\vec{F}\Delta t$ (см. рисунок). Чему стала равна после этого величина импульса тела?

- а) 7 кг·м/с; б) 3 кг·м/с; в) 2 кг·м/с; г) 4 кг·м/с; д) 5 кг·м/с;



Решение.

Второй закон Ньютона $\Delta \vec{p} / \Delta t = \vec{F}$ позволяет найти изменение вектора импульса при быстром ударе: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}\Delta t$. Сумма векторов

$\vec{p}_2 = \vec{F}\Delta t + \vec{p}_1$ показана на рис.3.3. Катет p_2 треугольника на этом рисунке должен быть равен 4 кг·м/с (ответ г).

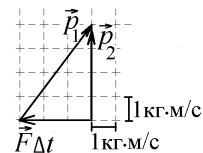
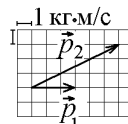


Рис.3.3

3.2. Теннисный мяч летел с импульсом \vec{p}_1 в горизонтальном направлении, когда теннисист произвел по мячу резкий удар со средней силой 42,4 Н. Изменившийся импульс мяча стал равным \vec{p}_2 (масштаб указан на рисунке).

Время удара равно: а) 0,2 с; б) 0,3 с; в) 0,01 с; г) 0,02 с; д) 0,1 с;



3.3. Материальная точка М движется по окружности со скоростью \vec{v} . На рис.1 показан график зависимости проекции скорости v_τ на ка-

сательное к окружности направление $\vec{\tau}$. На рис.2 укажите направление силы, действующей на точку М в момент времени t_1 :

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;

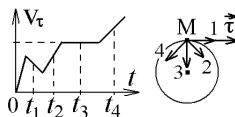


Рис.1

Рис.2

3.4. Материальная точка М движется по параболе в указанном на рис.1 направлении.

График изменения со временем величины её скорости приведен на рис.2. На рис.1 показано положение точки М в момент времени t_2 . Укажите на этом рисунке направление силы, действующей на точку М в момент времени t_2 :

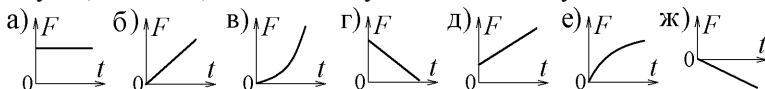
- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;



Рис.1

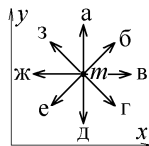
Рис.2

3.5. Вектор импульса частицы изменяется со временем t по закону $\vec{p} = \vec{i} \alpha t^{3/2}$, где \vec{i} – орт декартовой системы координат, α – положительная константа. Укажите правильный график временной зависимости модуля (величины) силы, действующей на частицу:



3.6. Импульс частицы с массой m , находящейся в момент времени $t = 1$ с в точке с координатами $x=y=1$ м, меняется со временем по закону $\vec{p} = \vec{i} \alpha t^3 + \vec{j} \beta t^3$, где \vec{i}, \vec{j} – орты декартовой системы координат $\alpha = -1$ кг·м/с⁴,

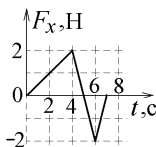
$\beta = +1$ кг·м/с⁴. Укажите на рисунке правильное направление вектора силы \vec{F} , действующей на частицу в момент времени $t = 1$ с.



Решение.

Из уравнения динамики $\vec{F} = d\vec{p}/dt = \vec{i} 3\alpha t^2 + \vec{j} 3\beta t^2 = (\vec{j} - \vec{i}) \cdot 1$ Н видно, что правильным ответом будет направление “з”.

3.7. Зависимость от времени проекции на ось x силы, действующей на физическое тело, показана на рисунке. В начальный момент времени $t_0 = 0$ проекция импульса тела на ось x была равна нулю. В момент $t = 7$ с она будет равна: а) 1 кг·м/с; б) 2 кг·м/с; в) 3 кг·м/с; г) 4 кг·м/с; д) 4 кг·м/с; е) 6 кг·м/с;



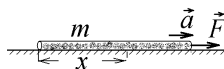
Решение.

Изменение проекции импульса $p_x - p_{0x} = \int F_x dt$ вычисляется как $=0$

площадь под графиком подынтегральной функции, которая положительна при $0 \leq t \leq 5$ с и отрицательна при $5 \leq t \leq 7$ с. Вычитая площади треугольников на рисунке, получим $p_x = 3$ кг·м/с (ответ в).

3.8. Массивный шнур тянут с силой \vec{F} , и он движется без трения по горизонтальной плоскости с ускорением \vec{a} . При этом в сечении, находящемся на указанном на рисунке расстоянии x от противоположного конца шнура, сила натяжения шнура:

а) одинакова при любом x ;
б) уменьшается с увеличением x ;
в) возрастает с увеличением x ;
г) для ответа надо знать величины m и a ;

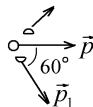


3.9. После столкновения двух пластилиновых шаров, имеющих одинаковые массы m , и летевших во взаимно перпендикулярных направлениях с одинаковыми по величине скоростями, величина импульса слипшихся шаров оказалась равной p . Величина скорости каждого из шаров до столкновения была



равна: а) $\frac{p}{2m}$; б) $\frac{2p}{m}$; в) $\frac{\sqrt{3}p}{2m}$; г) $\frac{\sqrt{2}p}{m}$; д) $\frac{p}{m}$; е) $\frac{p}{\sqrt{2}m}$;

3.10. Снаряд разрывается на два осколка. Первый летит под углом 60° к направлению движения снаряда, а величина его импульса равна величине импульса снаряда до разрыва:



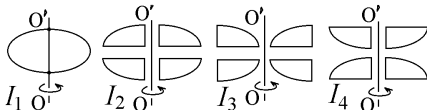
$|\vec{p}_1| = |\vec{p}|$. При этом величина импульса второго осколка рав-

на: а) 0; б) p ; в) $2p$; г) $p/2$; д) $p \sin 60^\circ$; е) $p \cos 60^\circ$;

3.4. Вычисление моментов инерции

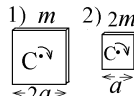
4.1. Взяли четыре одинаковые тонкие металлические пластинки, имеющие вид эллипса.

Три пластинки разрезали на четыре одинаковые части, которые отодвинули на одинаковые расстояния друг от друга и расставили симметрично относительно оси OO' (см. рисунок). Укажите правильное соотношение между моментами инерции этих деталей относительно оси OO' :



а) $I_1 < I_2 < I_4 < I_3$; б) $I_1 < I_2 = I_4 < I_3$; в) $I_1 > I_2 = I_4 > I_3$;

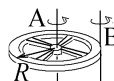
4.2. Две тонкие квадратные пластинки вращаются вокруг перпендикулярных к их плоскостям осей, проходящих через центры С. Пластика (1) имеет массу m и длину стороны $2a$. Пластика (2) имеет массу $2m$ и длину стороны a . Укажите соотношение между моментами инерции пластинок относительно данных осей: а) $I_1 > I_2$; б) $I_1 = I_2$; в) $I_1 < I_2$;



Решение.

Момент инерции вычисляется по формуле $I = \sum m_i r_i^2$. По сравнению с пластиной (1) массы всех участков пластинки (2) увеличены в 2 раза $m_i \rightarrow 2m_i$, а их расстояния до оси вращения уменьшены в 2 раза $r_i \rightarrow r_i/2$. Легко видеть, что $I_2 = I_1/2$ (ответ а).

4.3. Колесо с радиусом $R = 2$ м может вращаться либо вокруг оси симметрии А, проходящей через его центр, либо вокруг параллельной оси В, проходящей через край колеса.



Моменты инерции колеса относительно этих осей равны $I_A = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и $I_B = 12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ соответственно. Чему равна масса m колеса? а) 0,5 кг; б) 1 кг; в) 2 кг; г) 2,5 кг; д) 4 кг; е) 5 кг;

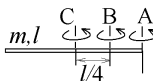
Решение.

Согласно теореме Штейнера $I_B = I_A + mR^2$, откуда $m = (I_B - I_A)/R^2 = 2,5 \text{ кг}$ (ответ г).

4.4. Цилиндр массы m , радиуса R и высотой h может вращаться вокруг оси А, параллельной оси симметрии цилиндра и проходящей через его боковую поверхность (см. рисунок). Массу m цилиндра уменьшили в 4 раза, а его радиус R и высоту h увеличили в 4 раза. Во сколько раз увеличился момент инерции данного тела относительно оси А? а) не изменился; б) в 2 раза; в) в 4 раза; г) в 8 раз; д) в 16 раз; е) в 32 раза;



4.5. Ось С проходит перпендикулярно тонкому стержню массы m и длины l через его центр масс, а параллельная ось А – через край стержня. Момент инерции относительно параллельной оси В, проходящей посередине между осями С и А будет равен:

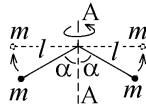


а) $\frac{7}{24} ml^2$; б) $\frac{5}{24} ml^2$; в) $\frac{3}{8} ml^2$; г) $\frac{5}{16} ml^2$; д) $\frac{3}{16} ml^2$; е) $\frac{7}{48} ml^2$;

4.6. Два одинаковых крохотных шарика массы m каждый были подвешены в одной точке на двух невесомых нитях длины l и враща-

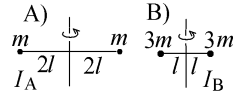
лись вокруг вертикальной оси AA , проходящей через точку подвеса.

При этом нити отклонялись на угол $\alpha = 60^\circ$ от вертикали (см. рисунок). Угловую скорость вращения увеличили до такой величины, что нити приняли практически горизонтальное положение. При этом момент инерции шариков



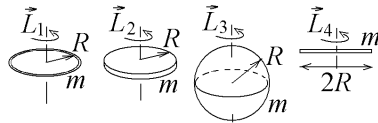
относительно оси AA увеличился: а) в 3 раза; б) в $3/2$ раз; в) в $\frac{4}{3}$ раз; г) в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ раз; д) в 4 раза; е) в $\frac{8}{\sqrt{3}}$ раз; ж) в $\frac{8}{3}$ раз;

4.7. Две системы из крохотных шариков, размерами которых можно пренебречь, вращаются вокруг осей, как показано на рисунке. Массы шариков и их удаления от оси указаны на рисунке. Отношение моментов инерции I_A/I_B равно:



а) $1/4$; б) $1/2$; в) $3/4$; г) 1; д) $4/3$; е) 2; ж) 4;

4.8. Тонкий обруч, диск, шар с одинаковыми радиусами R и тонкий стержень длины $2R$ имеют одинаковые массы m и вращаются вокруг осей симметрии, проходящих через

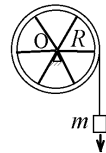


центры масс с одинаковыми угловыми скоростями. Расставьте величины моментов импульса этих тел (см. рисунок) в порядке возрастания:

а) $L_4 < L_3 < L_2 < L_1$; б) $L_1 < L_3 < L_2 < L_4$; в) $L_4 < L_2 < L_3 < L_1$; г) $L_1 < L_4 < L_2 < L_3$; д) $L_1 < L_2 < L_3 < L_4$; е) $L_2 < L_3 < L_4 < L_1$;

3.5. Динамика вращательного движения

5.1. Шкив радиуса R может вращаться без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии, проходящей через его центр O . К намотанной на шкив нити прикреплен груз массы m , падающий под действием силы тяжести $m\vec{g}$. Момент инерции шкива равен $I = 3mR^2$. Запишите



уравнение динамики вращательного движения для шкива и уравнение динамики поступательного движения для груза. Каким будет вытекающее из этих уравнений выражение для силы натяжения нити?

а) $T = mg/2$; б) $T = mg/4$; в) $T = 2mg/3$; г) $T = 3mg/4$;

Следуйте указаниям, которые даются в условиях. Это – подсказка, позволяющая найти правильный ответ. Если имеется тело, вращающееся вокруг закрепленной оси, то для него необходимо записать уравнение динамики вращательного движения



$I\epsilon = \sum M_z$. Для всех тел, движущихся поступательно вдоль оси x , надо записать уравнения динамики поступательного движения $ma = \sum F_x$. Затем надо решить полученную систему уравнений, учитывая связь между угловым и линейным ускорением $a = \epsilon R$.

Решение.

Шкив приводится во вращение моментом силы натяжения нити $M = T \cdot R$ (рис.3.4). Ускорение груза a связано с угловым ускорением шкива ϵ и может быть выражено из уравнения динамики вращательного движения:

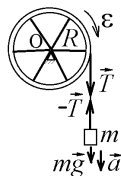
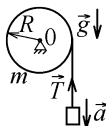


Рис.3.4

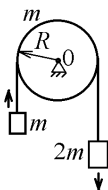
$I\epsilon = 3mR^2 \cdot \frac{a}{R} = M = TR$, откуда $a = \frac{T}{3m}$. Подстановка в уравнение динамики поступательного движения груза $ma = mg - T$ даёт результат $T = 3mg/4$ (ответ г).

5.2. Цилиндр массы m и радиуса R может вращаться без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии O . К нити, намотанной на цилиндр, прикреплен груз падающий вниз под действием силы тяжести. Сила натяжения нити, на которой висит груз, равна $T = mg/3$, где g – ускорение свободного падения. С помощью уравнений динамики определите, каким может быть ускорение a груза:



- а) g ; б) $\frac{g}{2}$; в) $\frac{g}{3}$; г) $\frac{2g}{3}$; д) $\frac{3g}{4}$; е) $\frac{2g}{5}$; ж) $\frac{3g}{5}$; з) $\frac{4g}{5}$;

5.3. Цилиндр массы m и радиуса R может вращаться без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии O . К концам перекинутой через цилиндр и не проскальзывающей нити прикреплены грузы с массами m и $2m$, движущиеся под действием силы тяжести. Силы натяжения нити различаются с разных сторон цилиндра на величину ΔT . Нить не проскальзывает по поверхности цилиндра. Величина ускорения груза m будет равна:

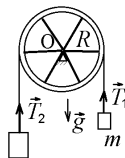


- а) $a = \frac{\Delta T}{m}$; б) $a = \frac{\Delta T}{2m}$; в) $a = \frac{\Delta T}{3m}$; г) $a = \frac{3\Delta T}{m}$; д) $a = \frac{2\Delta T}{m}$;

Решение.

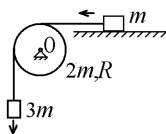
Достаточно записать уравнение динамики вращательного движения цилиндра, имеющего момент инерции $I = mR^2/2$ (рис.1.8), вращающегося с угловым ускорением $\epsilon = a/R$: $I\epsilon = mRa/2 = (T_2 - T_1) \cdot R = \Delta TR$, чтобы получить $a = 2\Delta T/m$ (ответ д).

5.4. Шкив радиуса R может вращаться без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии O . Через шкив перекинута не проскальзывающая по шкиву нить, к концам которой подвешены грузы. Масса меньшего груза равна m , а нить тянет его с силой $T_1 = 5mg/4$, где g – ускорение свободного падения. Сила натяжения нити, действующая на второй груз равна $T_2 = 2mg$. Записав уравнения динамики вращательного и поступательного движения, получите с их помощью выражение момента инерции I шкива, и укажите ответ:



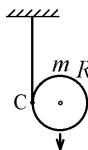
- а) $I = 3mR^2/2$; б) $I = 5mR^2/2$; в) $I = mR^2/3$; г) $I = 3mR^2$;

5.5. Цилиндр массы $2m$ и радиуса R может вращаться без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии O . К концам нити, перекинутой через цилиндр, прикреплены грузы с массами $3m$ и m . Левый груз $3m$, висающий на нити, движется вниз с ускорением a под действием силы тяжести, а правый груз m скользит без трения по горизонтальной плоскости. Укажите правильное выражение разности сил натяжения нити с разных сторон цилиндра:



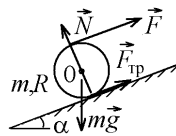
- а) $T_2 - T_1 = ma$; б) $T_2 - T_1 = 2ma$; в) $T_2 - T_1 = ma/2$; г) $T_2 - T_1 = 3ma$;

5.6. Цилиндр массы m и радиуса R прикреплен за намотанную нить к потолку и падает под действием силы тяжести. Определите величину ускорения a цилиндра из уравнения динамики его вращательного движения относительно горизонтальной оси, проходящей через точку C (см. рисунок) и укажите правильный ответ:



- а) $a = g/3$; б) $a = g/2$;
в) $a = 2g/3$; г) $a = g/6$; д) $a = 3g/4$; е) $a = g/4$;

5.7. Вдоль наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, тянут с силой F за тонкую намотанную нить цилиндр массы m и радиуса R . Цилиндр катится без проскальзывания. На него действует сила тяжести mg , сила трения $F_{\text{тр}}$ и сила реакции

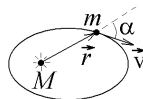


N со стороны плоскости. Укажите выражение для углового ускорения цилиндра относительно его горизонтальной оси симметрии O .

- а) $\varepsilon = \frac{2(F - F_{\text{тр}})}{mR}$; б) $\varepsilon = \frac{F}{mR}$; в) $\varepsilon = \frac{F - F_{\text{тр}}}{mR}$; г) $\varepsilon = \frac{F + F_{\text{тр}}}{mR}$;

3.6. Закон сохранения момента импульса

6.1. Планета массой m движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится звезда массы M . \vec{r} – радиус-вектор планеты (см. рисунок). Укажите **неправильное** утверждение:



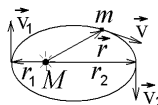
- а) вектор момента импульса планеты относительно центра звезды перпендикулярен вектору \vec{r} и лежит в плоскости орбиты;
- б) момент силы тяготения, действующей на планету (относительно центра звезды), равен нулю;
- в) в точке наименьшего удаления планеты от звезды величина скорости движения планеты по орбите максимальна;
- г) величина момента импульса планеты относительно центра звезды определяется выражением $L = mvr \sin \alpha$;

6.2. Небольшой метеорит массы m движется по прямой линии мимо планеты П и пролетает мимо неё на минимальном расстоянии R от центра планеты. В точке А, указанной на рисунке, величина момента импульса метеорита относительно центра планеты равна L . Чему равна при этом величина скорости метеорита?



- а) $\frac{L}{mR \cos \alpha}$; б) $\frac{mR \sin \alpha}{L}$; в) $\frac{L}{mR}$; г) $\frac{mR \cos \alpha}{L}$; д) $\frac{L}{m}$; е) $\frac{L}{mR \operatorname{tg} \alpha}$;

6.3. Планета массой m движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится звезда массы M . \vec{r} – радиус-вектор планеты. Величины скорости планеты в наиболее удаленной и наиболее близкой к звезде точке орбиты равны $v_2 = 24$ км/с и $v_1 = 36$ км/с соответственно (см. рисунок). Отношение r_1/r_2 равно:



- а) 0,667; б) 1,225; в) 0,8165; г) 1,5; д) 0,75; е) 1,33;

6.4. Спутник массы m движется по круговой траектории радиуса R вокруг планеты П под действием силы гравитационного притяжения \vec{F} . При этом величина момента импульса спутника пропорциональна:



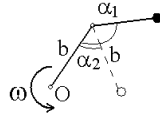
- а) $1/R^3$; б) $1/R^2$; в) $1/\sqrt{R^3}$; г) $1/R$; д) R^3 ; е) \sqrt{R} ; ж) $\sqrt{R^3}$;

Решение.

При движении в поле центральной силы $\vec{F} = GmM_{\text{П}}/R^2$ момент этой силы относительно точки П равен нулю, и сохраняется момент

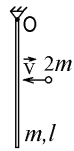
импульса спутника, равный $L = mvR$. Выражение для центростремительного ускорения $a_{ц} = v^2/R = F/m$ позволяет определить величину скорости (первой космической скорости спутника) $v = \sqrt{GM_{П}/R}$, откуда $L = m\sqrt{GM_{П}R} \sim \sqrt{R}$ (ответ е).

6.5. Два невесомых стержня длины b соединены под углом $\alpha_1 = 120^\circ$ и вращаются без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси O с угловой скоростью ω . На конце одного из стержней прикреплен очень маленький массивный шарик. В некоторый момент угол между стержнями самопроизвольно уменьшился до $\alpha_2 = 60^\circ$. С какой угловой скоростью стала вращаться такая система?



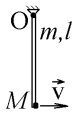
- а) 2ω ; б) $\frac{\omega}{3}$; в) $\frac{\omega}{2}$; г) $\frac{2\omega}{3}$; д) 3ω ; е) ω ; ж) $\frac{4\omega}{3}$; з) $\frac{3\omega}{2}$;

6.6. В неподвижно висащий тонкий стержень с массой m и длиной l , который может вращаться вокруг оси O , проходящей через точку подвеса на краю стержня, врезается летевший горизонтально со скоростью \vec{v} пластилиновый шарик, имеющий вдвое большую массу $2m$, и прилипает к центральной точке стержня. Рассчитайте на основании приведенных данных их общую угловую скорость сразу после удара и укажите ответ:



- а) $\frac{3v}{2l}$; б) $\frac{3v}{4l}$; в) $\frac{2v}{3l}$; г) $\frac{3v}{5l}$; д) $\frac{6v}{5l}$; е) $\frac{7v}{6l}$; ж) $\frac{6v}{7l}$; з) $\frac{12v}{7l}$;

6.7. В нижней точке неподвижно висевшего тонкого стержня массы m и длины l сидел жук массы M . Чему будет равна величина угловой скорости вращения стержня вокруг горизонтальной оси O , проходящей через точку подвеса на другом конце стержня, сразу после того, как жук улетит со скоростью \vec{v} в горизонтальном направлении (см. рисунок)?

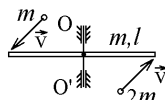


- а) $\frac{Mv}{ml^2}$; б) $\frac{3Mv}{ml}$; в) $\frac{ml^2}{3Mv}$; г) $\frac{12Mv}{ml}$; д) $\frac{12Mv}{ml^2}$; е) $\frac{Mv}{ml}$; ж) $\frac{ml^2}{Mv}$;

Решение.

Стержень начинает вращаться противоположно направлению полёта жука, чтобы момент импульса системы, первоначально равный нулю, не изменился: $0 = I_{ст}\omega - Mv \cdot l$. Учитывая, что момент инерции стержня равен $I_{ст} = ml^2/3$, получим $\omega = 3Mv/ml$ (ответ б).

6.8. Покоящийся стержень массы m и длины l способен вращаться вокруг перпендикулярной закрепленной оси OO' , проходящей через его центр. В противоположные края стержня одновременно врезаются маленькие пластилиновые шарики, летевшие навстречу друг другу с одинаковыми по величине скоростями \vec{v} перпендикулярно как к стержню, так и к оси вращения. Один из шариков имел ту же массу m , а другой – вдвое большую массу $2m$. Шарики прилипают к стержню. Рассчитайте на основании приведенных данных угловую скорость стержня с прилипшими шариками сразу после удара и укажите ответ:



- а) $\frac{v}{l}$; б) $\frac{2v}{3l}$; в) $\frac{3v}{2l}$; г) $\frac{3v}{8l}$; д) $\frac{5v}{6l}$; е) $\frac{6v}{5l}$; ж) $\frac{9v}{5l}$; з) $\frac{7v}{12l}$;

Решение.

До удара векторы моментов импульса летевших шариков были направлены вдоль оси OO' в одну сторону, а их сумма была равна

$$L = mv \cdot \frac{l}{2} + 2mv \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{2} mvl.$$

После удара стержень с прилипшими ша-

риками имеет момент инерции $I = \frac{1}{12} ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + 2m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{5}{6} ml^2$ и

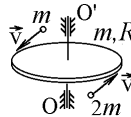
вращается с угловой скоростью ω , которую можно найти из закона сохранения момента импульса $I\omega = L$, откуда $\omega = 9v/5l$ (ответ ж).

6.9. На ободе неподвижного диска массы M и радиуса R сидел жук массы m . Диск может вращаться без трения вокруг закрепленной оси симметрии (см. рисунок), причем момент инерции диска относительно этой оси равен I . Чему будет равна величина угловой скорости вращения диска после того, как жук улетит со скоростью \vec{v} , направленной по касательной к ободу диска?



- а) $\frac{Mv}{I}$; б) $\frac{MvR^2}{I}$; в) $\frac{mvR^2}{I}$; г) $\frac{mv}{I}$; д) $\frac{MvR}{I}$; е) $\frac{mvR}{I}$;

6-10. В покоящийся диск массы m и радиуса R , способный вращаться вокруг закрепленной оси симметрии OO' , одновременно врезаются два маленьких пластилиновых шарика, один из которых имеет такую же массу m , а второй – вдвое большую массу $2m$. Шарики летят по касательным к ободу диска с одинаковыми по величине



скоростями \vec{v} и прилипают к ободу. Рассчитайте угловую скорость диска с прилипшими шариками сразу после удара и укажите ответ:

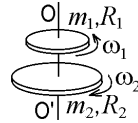
- а) $\frac{v}{2R}$; б) $\frac{v}{R}$; в) $\frac{2v}{R}$; г) $\frac{4v}{R}$; д) $\frac{3v}{2R}$; е) $\frac{2v}{3R}$; ж) $\frac{7v}{6R}$; з) $\frac{6v}{7R}$;

6-11. Два диска могут вращаться вокруг общей вертикальной оси. Верхний диск с массой m_1 и радиусом R_1 вращался с угловой скоростью $\omega_1 = \omega$ и упал на нижний диск, вращавшийся в противоположную сторону с той же угловой скоростью $\omega_2 = \omega$, и имевший массу $m_2 = 2m_1$ и радиус $R_2 = 2R_1$ и Диски слипаются. Рассчитайте на основании приведенных данных их общую угловую скорость и укажите ответ:

- а) ω ; б) $\frac{7\omega}{9}$; в) $\frac{5\omega}{9}$; г) $\frac{9\omega}{5}$; д) $\frac{\omega}{9}$; е) $\frac{3\omega}{5}$; ж) $\frac{7\omega}{5}$; з) $\frac{5\omega}{3}$;

Решение.

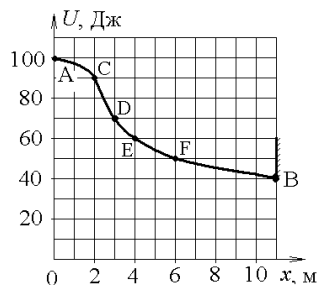
В момент слипания двух дисков с моментами инерции $I_1 = m_1 R_1^2$ и $I_2 = m_2 R_2^2 = 8m_1 R_1^2 = 8I_1$ сохраняется их общий момент импульса относительно оси вращения $I_2 \omega - I_1 \omega = (I_1 + I_2) \omega'$ (диски вращались в разные стороны). Отсюда угловая скорость после слипания $\omega' = 7\omega/9$ (б).



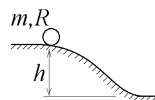
3.7. Механическая энергия и закон её сохранения и изменения. Работа силы и момента силы

7.1. Небольшая шайба начала движение без начальной скорости по гладкой ледяной горке из точки А. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость потенциальной энергии шайбы от координаты x изображена на графике $U(x)$. В точке В при столкновении со стенкой выделилось 40 Дж тепла и шайба отскочила назад. Шайба остановится в точке ...

- а) С; б) Е; в) D; г) F;



7.2. С горки с одинаковой высоты h без проскальзывания скатывается или обруч (тонкое кольцо), или диск (цилиндр), или шар, имеющие одинаковые массы m и радиусы R . Какое из этих тел, первоначально поко-



ившихся на вершине горки, будет иметь у её подножия **наибольшую** скорость?
 а) обруч; б) диск; в) шар;
 г) все три тела после скатывания имеют одинаковую скорость;

7.3. По горизонтальной поверхности без проскальзывания с одинаковой скоростью катятся шар и цилиндр с одинаковыми массами m и радиусами R . Отношение кинетической энергии цилиндра к кинетической энергии шара равно:

- а) 2; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{7}{10}$; г) $\frac{15}{14}$; д) $\frac{3}{4}$; е) $\frac{3}{2}$; ж) $\frac{10}{7}$; з) $\frac{2}{3}$; и) $\frac{5}{2}$; к) 2;

7.4. По горизонтальной поверхности катится диск (цилиндр), имеющий массу m и радиус R . С какой минимальной скоростью v должен катиться без проскальзывания диск, чтобы перекатиться через горку высоты h (g – ускорение свободного падения)?

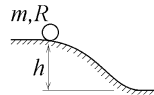


- а) $\sqrt{\frac{3gh}{2}}$; б) $\sqrt{2gh}$; в) $\sqrt{\frac{4gh}{3}}$; г) $\sqrt{\frac{gh}{2}}$; д) $\sqrt{\frac{2gh}{3}}$; е) $\sqrt{\frac{3gh}{4}}$;

Решение.

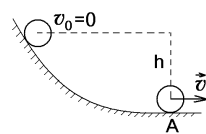
Кинетическая энергия диска складывается из кинетической энергии поступательного и вращательного движений $E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$. При качении без проскальзывания $\omega = v/R$, момент инерции диска $I = mR^2/2$. Подставляя, находим $E_{\text{кин}} = 3mv^2/4$. В верхней точке подъёма, на высоте h вся кинетическая энергия диска должна превратиться в потенциальную энергию $E_{\text{кин}} = mgh$, откуда $v = \sqrt{4gh/3}$.

7.5. С горки высоты h без проскальзывания скатывается шар массы m и радиуса R , первоначально покоившийся на вершине горки. Если g – ускорение свободного падения, то у подножия горки катящийся шар имеет скорость v , равную:



- а) $\sqrt{\frac{5gh}{7}}$; б) $\sqrt{2gh}$; в) $\sqrt{\frac{7gh}{10}}$; г) \sqrt{gh} ; д) $\sqrt{\frac{10gh}{7}}$; е) $\sqrt{\frac{gh}{2}}$;

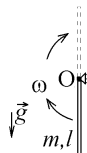
7.6. Цилиндр с массой $m = 0,3$ кг и с радиусом $R = 0,5$ м без начальной скорости и без проскальзывания скатывается с высоты $h = 1$ м. $g = 10$ м/с². В нижней точке A кинетическая



энергия его **поступательного** движения равна:

- а) 1 Дж; б) 1,5 Дж; в) 0,5 Дж; г) 2 Дж; д) 3 Дж; е) 2,5 Дж;

7.7. Тонкий стержень массы m и длины l может без трения вращаться вокруг закрепленной оси подвеса О, проходящей через его край. Сначала стержень покоился в вертикальном положении. С какой минимальной угловой скоростью ω надо толкнуть стержень влево, чтобы он повернулся на 180° и поднялся в вертикальное положение, указанное на рисунке (g – ускорение свободного падения)?

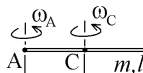


- а) $\sqrt{\frac{g}{l}}$; б) $\sqrt{\frac{6g}{l}}$; в) $\sqrt{\frac{g}{3l}}$; г) $\sqrt{\frac{2g}{l}}$; д) $\sqrt{\frac{g}{6l}}$; е) $\sqrt{\frac{3g}{l}}$; ж) $\sqrt{\frac{g}{2l}}$;

Решение.

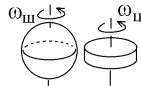
Кинетическая энергия вращательного движения, которую сразу после толчка имел стержень с моментом инерции $I_O = ml^2/3$, переходит в потенциальную энергию, определяемую по положению центра масс, который поднимется на высоту $h=l$. Из условия сохранения энергии $I_O \omega^2/2 = mgl$ находим $\omega = \sqrt{6g/l}$ (ответ б).

7.8. Тонкий стержень массы m и длины l сначала вращался с кинетической энергией E_A и угловой скоростью ω_A вокруг закрепленной оси А, проходящей через его край, а затем начал вращаться с кинетической энергией E_C и угловой скоростью ω_C вокруг закрепленной оси С, проходящей через его центр. Оси перпендикулярны к стержню (см. рисунок). Указать правильное отношение энергий E_A/E_C , если $\omega_C = 4\omega_A$:



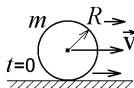
- а) 0,25; б) 0,333; в) 0,5; г) 0,75; д) 1; е) 2; ж) 3; з) 4;

7.9. Шар и цилиндр имеют одинаковые массы и радиусы и вращаются вокруг закрепленных осей симметрии, проходящих через их центры. При этом кинетическая энергия шара в 2 раза больше кинетической энергии цилиндра. Во сколько раз угловая скорость вращения шара $\omega_{\text{ш}}$ больше угловой скорости вращения цилиндра $\omega_{\text{ц}}$?



- а) в 2 раза; б) в $\sqrt{5/2}$ раза; в) в $\sqrt{5/2}$ раз; г) в 3 раза; д) они равны;

7.10. В начальный момент времени $t=0$ тонкий обруч с массой $m=0,1$ кг и с радиусом $R=0,5$ м не вращается, а поступательно скользит по горизонтальной по-



верхности с кинетической энергией 1200 Дж. Под действием силы трения он начал катиться без проскальзывания с кинетической энергией вращательного движения 300 Дж. Сила трения совершила работу:

- а) 300 Дж; б) 600 Дж; в) 500 Дж; г) 400 Дж; д) 200 Дж;

Решение.

Сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, возникающая при скольжении обруча в точке его опоры, будет замедлять скорость v поступательного движения и создавать момент силы $M = F_{\text{тр}}R$, раскручивающий обруч вокруг его оси О (рис.3.5), увеличивая угловую скорость ω . В момент, когда скорости окажутся связанными соотношением $v = \omega R$, обруч начнет катиться без проскальзывания, а его кинетическая энергия, уменьшившаяся на величину работы силы

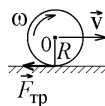


Рис.3.5

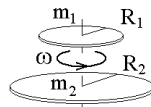
трения, будет равна $E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = E_{\text{кин}0} - A_{\text{тр}}$, где $I = mR^2$ - момент инерции обруча (рис.1.8). Видно, что кинетические энергии поступательного и вращательного движения катящегося без проскальзывания обруча одинаковы: $mv^2/2 = I\omega^2/2$. Поэтому

$$A_{\text{тр}} = E_{\text{кин}0} - 2 \cdot I\omega^2/2 = 1200 \text{ Дж} - 2 \cdot 300 \text{ Дж} = 600 \text{ Дж} \text{ (ответ б).}$$

7.11. Цилиндр с массой m и с радиусом R катится без проскальзывания и имеет в начальный момент времени кинетическую энергию 1800 Дж. Момент сил трения совершил работу 600 Дж. Кинетическая энергия **поступательного** движения цилиндра, продолжающего катиться без проскальзывания, стала после этого равна: а) 1200 Дж; б) 800 Дж; в) 400 Дж; г) 600 Дж;



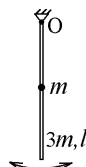
7.12. Чтобы раскрутить диск массы m_1 и радиуса R_1 вокруг своей оси до угловой скорости ω , необходимо совершить работу A_1 . Какую работу надо совершить, чтобы раскрутить до той же угловой скорости диск массы $m_2 = 2m_1$ и радиуса $R_2 = 2R_1$? Трением пренебречь.



- а) $A_2 = A_1/8$; б) $A_2 = A_1/2$; в) $A_2 = 8A_1$; г) $A_2 = 2A_1$; д) $A_2 = A_1/4$;

3.8. Собственные механические колебания

8.1. Тонкий стержень массы $3m$ и длины l может совершать незатухающие колебания вокруг горизонтальной оси подвеса О, проходящей через край стержня. В центре стержня прикреплен маленький грузик массы m . Рассчитайте на основании этих данных величину периода малых колебаний тако-



го маятника и укажите правильный ответ (g – ускорение свободного падения):

- а) $2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$; б) $2\pi\sqrt{\frac{3l}{4g}}$; в) $2\pi\sqrt{\frac{7l}{12g}}$; г) $2\pi\sqrt{\frac{5l}{8g}}$; д) другой ответ;

Решение.

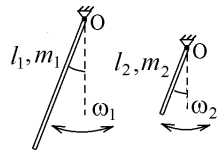
Период колебаний этого физического маятника рассчитывается по формуле $T = 2\pi\sqrt{I_0/m_{\text{м}}gd}$, где $I_0 = I_{\text{стерж}} + I_{\text{груза}} = \frac{1}{3}3m \cdot l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = 5ml^2/4$ – момент инерции маятника относительно оси подвеса О, $m_{\text{м}} = 4m$ – суммарная масса маятника, а $d = l/2$ – расстояние от центра масс маятника, находящегося в центре стержня, до оси подвеса. Подстановка даёт $T = 2\pi\sqrt{5l/8g}$ (ответ г).

8.2. Тонкий диск массы m и радиуса R совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси подвеса О, проходящей перпендикулярной к плоскости диска на расстоянии $x = R/2$ от его центра. Рассчитайте на основании этих данных величину периода малых колебаний такого маятника и укажите правильный ответ (g – ускорение свободного падения):



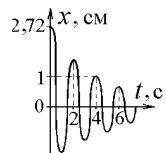
- а) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{3g}}$; б) $2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$; в) $2\pi\sqrt{\frac{R}{4g}}$; г) $2\pi\sqrt{\frac{3R}{4g}}$; д) $2\pi\sqrt{\frac{3R}{g}}$; е) $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$;

8.3. Два тонких стержня совершают незатухающие гармонические колебания вокруг горизонтальных осей подвеса О, проходящих через их край. Их длины и массы связаны соотношениями $l_1 = 2l_2$, $m_1 = 4m_2$. Отношение частот их колебаний ω_1/ω_2 равно:



- а) 8; б) 4; в) 2; г) $\sqrt{2}$; д) 1; е) $1/\sqrt{2}$; ж) $1/2$; з) $1/4$; и) $1/8$;

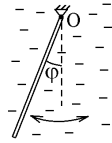
8.4. Маленький грузик совершает затухающие собственные колебания. Зависимость координаты грузика от времени t имеет вид $x(t) = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi)$, а график этой зависимости показан на рисунке. Логарифмический декремент затухания таких колебаний равен:



8.5. Стержень, подвешенный за верхний край, совершает малые колебания в вязкой жидкости, причем угол его отклонения от положе-

ния равновесия меняется со временем t по закону $\varphi(t) = Ae^{-at} \cos(bt)$, где $b = a/3$. Если жидкость убрать, то циклическая частота ω_0 незатухающих малых колебаний такого маятника будет равна:

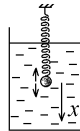
- а) $\sqrt{17}a/4$; б) $\sqrt{10}a/3$; в) $\sqrt{3}a$; г) $\sqrt{5}a/2$; д) $\sqrt{8}a$;



Решение.

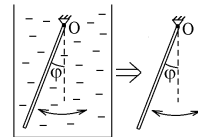
Приведенное в условии уравнение собственных затухающих колебаний маятника должно иметь вид $\varphi(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t)$, т.е. $\beta = a$ – коэффициент затухания колебаний, а $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = b$ – их циклическая частота. Отсюда $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10}a/3$ (ответ б).

8.6. Координата x грузика на пружинке, совершающего собственные затухающие колебания в вязкой среде, меняется со временем t по закону $x(t) = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$, где $\beta = 4\omega_0/5$, ω_0 – циклическая частота собственных незатухающих колебаний этого маятника в воздухе. Во сколько раз изменится период T затухающих колебаний, если коэффициент затухания колебаний β уменьшить в $4/3 = 1,33$ раз (определите и укажите ответ)?



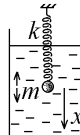
- а) не изменится; б) увеличится в 1,33 раза; в) уменьшится в 1,2 раз; г) уменьшится в 1,33 раз; д) увеличится в 1,2 раз;

8.7. Физический маятник совершал собственные колебания в вязкой жидкости с циклической частотой 3 с^{-1} . Затем жидкость убрали, и маятник стал колебаться без затухания с частотой 5 с^{-1} . Чему был равен коэффициент затухания β собственных колебаний маятника в данной жидкости?



- а) 1 с^{-1} ; б) 4 с^{-1} ; в) 5 с^{-1} ; г) 3 с^{-1} ; д) $\sqrt{6} \text{ с}^{-1}$; е) $\sqrt{2} \text{ с}^{-1}$; ж) 2 с^{-1} ;

8.8. Маленький грузик массы m на пружинке с жесткостью k совершал вертикальные собственные затухающие колебания в вязкой среде. Массу грузика m увеличили в 4 раза. Как надо изменить коэффициент затухания колебаний, чтобы их период увеличился в 2 раза?



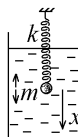
- а) увеличить в 4 раза;
б) увеличить в 2 раза; в) увеличить в $\sqrt{2}$ раз; г) уменьшить в 4 раза;
д) уменьшить в 2 раза; е) уменьшить в $\sqrt{2}$ раз;

Решение.

Период собственных затухающих колебаний вычисляется по формуле $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где $\omega_0^2 = k/m$ для пружинного маятника.

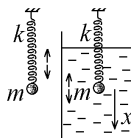
По условию $m' = 4m$, и $\frac{T'}{T} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} / \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4} - \beta'^2} = 2$, откуда $\beta' = \frac{\beta}{2}$ (ответ д).

8.9. Маленький грузик с массой $m = 0,1$ кг на пружинке с жёсткостью $k = 2,5$ Н/м совершает вертикальные собственные колебания в вязкой жидкости. Коэффициент затухания таких колебаний $\beta = 3$ с⁻¹. Во сколько раз надо увеличить коэффициент затухания β , увеличивая вязкость жидкости, чтобы частота собственных колебаний грузика уменьшилась в два раза?



- а) в 2 раза; б) в $\sqrt{7}$ раз; в) в $\frac{\sqrt{7}}{2}$ раз; г) в $\frac{3}{\sqrt{7}}$ раз; д) в $\sqrt{\frac{7}{3}}$ раз;
е) для уменьшения частоты надо уменьшить вязкость жидкости;

8.10. Маленький грузик массы m на пружинке с жёсткостью k совершал незатухающие собственные колебания с циклической частотой $\omega_0 = 2$ с⁻¹ в воздухе. Затем его поместили в вязкую жидкость, и он стал колебаться с коэффициентом затухания колебаний, равным $\beta = 1$ с⁻¹.



Во сколько раз надо уменьшить жесткость пружинки k , чтобы колебания грузика в этой вязкой жидкости прекратились?

- а) в 2 раза; б) в 4 раза; в) в 1,33 раз; г) в 1,67 раз; д) в 1,5 раз;
е) в 3 раза; ж) колебания происходят при любом значении β ;

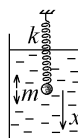
Решение.

Для пружинного маятника $\omega_0^2 = k/m$. С уменьшением жёсткости пружинки циклическая частота собственных затухающих колебаний уменьшается, и колебания не могут возникать, если она станет равной нулю:

$$\omega = \sqrt{\omega_0'^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{k'}{m} - \beta^2} = 0, \text{ откуда } \frac{k'}{m} = \beta^2. \text{ Поэтому } \frac{k}{k'} = \frac{\omega_0^2}{\beta^2} = 4$$

(ответ б).

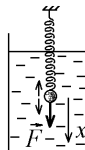
8.11. Маленький грузик массы m на пружинке с жёсткостью k совершает собственные вертикальные колебания в вязкой жидкости. Жесткость пружинки и вязкость жидкости изменили таким образом, что коэффициент затухания колебаний β увеличился в 2 раза, а логарифмический декремент за-



тухания колебаний увеличился в 4 раза. Что при этом произошло с периодом колебаний? Он:
 а) увеличился в 8 раз;
 б) увеличился в 4 раза; в) увеличился в 2 раза; г) не изменился;

3.9. Вынужденные механические колебания

9.1. Грузик на пружинке совершал собственные малые вертикальные затухающие колебания в вязкой жидкости, а его смещение x от положения равновесия менялось со временем t по закону $x(t) = Ae^{-at} \cos(bt)$, причем $b = 3a$. Затем на грузик начали действовать внешней силой, меняющейся со временем по гармоническому закону: $F_x(t) = F_0 \cos(\omega t)$. На основании этих данных рассчитайте величину циклической частоты ω силы в тех случаях, когда 1) максимальна амплитуда смещения грузика из положения равновесия, и 2) максимальна амплитуда его скорости (резонанс). Укажите ответы:



а) a ; б) $\sqrt{2}a$; в) $2a$; г) $\sqrt{3}a$; д) $\sqrt{5}a$; е) $\sqrt{8}a$; ж) $\sqrt{10}a$;

Решение.



Самая распространённая ошибка при ответе на тесты по этой теме – неправильный выбор формул для частот вынужденных и собственных колебаний. Помните, что циклическая частота собственных затухающих колебаний

$\omega_{\text{соб}} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, частота вынужденных колебаний совпадает с частотой внешней силы или момента силы

$\omega_{\text{вын}} = \omega_{\text{внеш}}$, резонансная частота для амплитуды смещения при вынужденных колебаниях

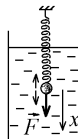
$\omega_{\text{рез смещ}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, а резонансная частота для амплитуды скорости

$\omega_{\text{рез смещ}} = \omega_0$, где ω_0 – циклическая частота собственных незатухающих колебаний маятника, β – коэффициент затухания его собственных колебаний.

Уравнение собственных затухающих колебаний маятника имеет вид $x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t)$. Здесь $a = \beta$ – коэффициент затухания колебаний, а $b = \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – их циклическая частота. Отсюда $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10}a$. Резонансная частота амплитуды

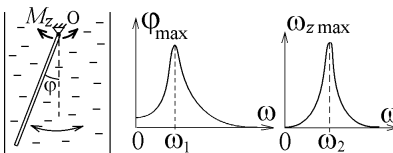
смещения маятника под действием силы F равна $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{8} a$ (ответ е). Резонансная частота амплитуды скорости $\omega = \omega_0 = \sqrt{10} a$.

9.2. Пружинный маятник совершает вертикальные колебания в вязкой жидкости под действием внешней силы, меняющейся со временем по закону $F = F_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Когда период $T = 2\pi/\omega$ этой силы равен $T = T_1$, наблюдается резонанс амплитуды скорости маятника. При величине периода $T = T_2$ наблюдается резонанс амплитуды смещения x маятника. Укажите значение, которое может принимать отношение T_1/T_2 этих периодов:

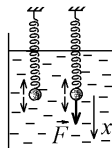


- а) 1; б) 0; в) 9/8; г) 8/9; д) ∞ ;

9.3. Физический маятник совершает в вязкой жидкости вынужденные колебания вокруг горизонтальной оси подвеса Oz под действием внешнего момента сил, проекция которого на ось вращения меняется со временем по гармоническому закону $M_z = M_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Зависимость амплитуды отклонения маятника от положения равновесия ϕ_{\max} и амплитуды его угловой скорости $\omega_{z\max}$ от частоты ω показаны на рисунке. Какой может быть величина отношения ω_2/ω_1 частот, указанных на этом рисунке?



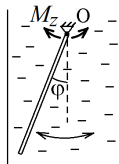
- а) $e^1 = 2,72$; б) 2; в) 0,9; г) 1; д) 1,1; е) 0; ж) ∞ ;



9.4. Пружинный маятник совершал собственные затухающие колебания с циклической частотой ω_1 в вязкой жидкости. Когда на него стали действовать внешней силой, направленной вертикально и меняющейся со временем по гармоническому закону $F = F_0 \cos(\omega t + \alpha)$, то при частоте этой силы, равной $\omega = \omega_2$ амплитуда скорости маятника приняла наибольшее возможное (резонансное) значение. Резонанс амплитуды смещения x вынужденных колебаний этого маятника возникает при частоте ω внешней силы, равной:

- а) $\sqrt{\omega_2^2 - 2\omega_1^2}$; б) $\sqrt{2\omega_1^2 + \omega_2^2}$; в) $\sqrt{\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}}$; г) $\sqrt{2\omega_1^2 - \omega_2^2}$;

9.5. Физический маятник совершает вынужденные колебания вокруг горизонтальной оси подвеса Oz в вязкой жидкости под действием внешнего момента сил, проекция которого на ось вращения меняется со временем по гармоническому закону $M_z = M_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Когда циклическая частота равна $\omega = \omega_1$, наблюдается резонанс угловой скорости маятника, а при частоте $\omega = \omega_2$ наблюдается резонанс амплитуды



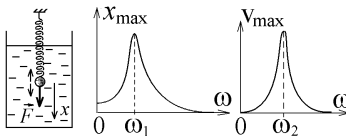
отклонения φ маятника от положения равновесия. Укажите формулу для расчета циклической частоты собственных затухающих колебаний этого маятника при отсутствии внешнего момента сил:

- а) $\sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)}/2$; б) $\sqrt{\omega_2^2 - 2\omega_1^2}$; в) $\sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}/2$; г) $\sqrt{2\omega_1^2 - \omega_2^2}$;

Решение.

Формулы указанных в условии резонансных частот $\omega_1 = \omega_0$ и $\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Отсюда находим величину коэффициента затухания колебаний $\beta = \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)}/2$ и подставляем в выражение для частоты собственных колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{(\omega_2^2 + \omega_1^2)}/2$ (ответ а).

9.6. Грузик массы m на пружинке с коэффициентом жёсткости k совершает вертикальные колебания в вязкой жидкости под действием внешней силы, меняющейся со временем с циклической частотой ω по гармоническому закону $F = F_0 \cos(\omega t + \alpha)$.



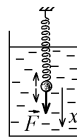
Зависимость амплитуды смещения x_{\max} и амплитуды скорости v_{\max} такого маятника от частоты ω показаны на рисунке, где $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. Коэффициент затухания собственных колебаний грузика в такой жидкости равен $\beta = 2 \text{ с}^{-1}$. Определите и укажите величину частоты ω_2 :

- а) $0,5 \text{ с}^{-1}$; б) 1 с^{-1} ; в) $1,41 \text{ с}^{-1}$; г) $1,73 \text{ с}^{-1}$; д) 2 с^{-1} ; е) 3 с^{-1} ;

Решение.

Резонансные частоты равны $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ и $\omega_2 = \omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 + 2\beta^2} = 3 \text{ с}^{-1}$ (ответ е).

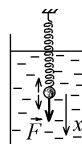
9.7. Грузик массы $m = 0,1$ кг на пружинке с коэффициентом жёсткости $k = 3,6$ Н/м совершает вертикальные колебания в вязкой жидкости под действием внешней силы, меняющейся со временем с циклической частотой $\omega = 2$ с⁻¹ по гармоническому закону $F = F_0 \cos(\omega t + \alpha)$. При каком значении коэф-



фициента затухания β собственных колебаний этого пружинного маятника в данной жидкости амплитуда его смещения x при вынужденных колебаниях будет максимальной?

- а) 1 с⁻¹; б) 1,41 с⁻¹; в) 2 с⁻¹; г) 6 с⁻¹; д) 3 с⁻¹; е) 4 с⁻¹; ж) 8 с⁻¹;

9.8. Коэффициент затухания вертикальных собственных колебаний грузика массы m на пружинке с коэффициентом жесткости k в некоторой жидкости равен β . При некоторой циклической частоте ω внешней силы, действующей на грузик и меняющейся по гармоническому закону, наблюдается резонанс амплитуды смещения x вынужденных колебаний такого пружинного маятника. Вязкость жидкости изменили, уменьшив коэффициент затухания β в 2 раза. Как надо изменить параметры m и k , чтобы резонанс амплитуды смещения грузика наблюдался при вдвое меньшей частоте $\omega' = \omega/2$? Выберите и укажите ответ:



- а) уменьшить и k , и m в 2 раза; б) уменьшить m в 2 раза, k не менять; в) уменьшить k в 2 раза, m не менять; г) уменьшить и k , и m в 4 раза; д) уменьшить k в 4 раза, m не менять;

Решение.

Начальное значение резонансной частоты $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Новое значение этой частоты $\omega' = \omega/2 = \sqrt{\omega_0'^2 - 2\beta^2}/4$. Это равенство выполнено при $\omega_0'^2 = \frac{k'}{m} = \frac{\omega_0^2}{4} = \frac{1}{4} \frac{k}{m}$. Среди приведенных ответов этому соответствует только ответ д.

3.10. Специальная теория относительности

10.1. Ракета с космонавтом X летит мимо наблюдателя Y на неподвижной планете со скоростью $v = 0,8 \cdot c$, где c - скорость света в вакууме. Космонавт X нажимает на кнопку радиопередатчика в течение 60 секунд по часам ракеты. По часам наблюдателя Y этот процесс длится в течение интервала времени:

- а) 36 с; б) 100 с; в) 60 с; г) 48 с; д) 75 с; е) 64 с; ж) 30 с;

10.2. На расстоянии $l = 10^9$ км от Земли была испущена частица, летящая со скоростью v , время жизни которой равно $\tau = 10^{-9}$ с (спустя это время частица распадается). Может ли частица долететь до Земли не распавшись (c – скорость света в вакууме)?

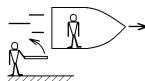
а) да, если $\frac{l}{v} > \tau / \sqrt{1 - v^2/c^2}$; б) да, если $\frac{l}{v} < \tau / \sqrt{1 - v^2/c^2}$;

в) нет, ни при каких обстоятельствах; г) да, при любом значении v ;

Решение.

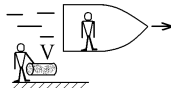
Распад частицы происходит спустя время τ по её собственным часам. До неподвижного наблюдателя на Земле по его часам частица должна долететь за время $\Delta t = l/v$. Но из-за эффекта релятивистского замедления времени все процессы в движущихся объектах замедлены в $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ раз. Поэтому если $\Delta t = l/v < \tau / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, то частица не успеет распасться (ответ б).

10.3. Мимо неподвижного наблюдателя на Земле с большой скоростью, равной $2 \cdot 10^8$ м/с, пролетает ракета. Человек на Земле держал стержень длины l параллельно движению ракеты и повернул его на 90° , направив перпендикулярно движению ракеты. Для космонавта в ракете длина стержня после этого будет равна (c – скорость света в вакууме):



а) $l/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ б) $l \cdot (1 - \sqrt{1 - v^2/c^2})$; в) $l \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$; г) l ;

10.4. Мимо неподвижного наблюдателя на Земле с большой скоростью, равной $v = 2 \cdot 10^8$ м/с, пролетает ракета. Человек на Земле держит заполненный водой цилиндр с объемом V , основание которого перпендикулярно скорости ракеты. Для космонавта в ракете объем воды в цилиндре будет равен (c – скорость света в вакууме):



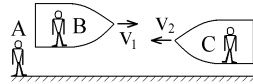
а) $V \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$; б) $V / (1 - \sqrt{1 - v^2/c^2})$; в) V ; г) $V / \sqrt{1 - v^2/c^2}$;

Решение.

Из-за релятивистского эффекта сокращения длины все продольные размеры движущихся со скоростью v тел сокращаются в $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ раз. В данном случае неподвижен космонавт. Длина цилиндра с водой, движущегося относительно него со скоростью $-v$ будет равна $l = l_0 \sqrt{1 - (-v)^2/c^2}$. Поперечные размеры, т.е. площадь основания ци-

линдра S , не меняются. Поэтому объём воды в движущемся цилиндре будет равен $V' = Sl_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = V \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$ (ответ а).

10.5. Две ракеты с космонавтами В и С движутся в противоположных направлениях относительно неподвижного наблюдателя А со скоростями, сравнимыми со скоростью света. Космонавт В удаляется от наблюдателя А со скоростью v_1 , а космонавт С приближается к космонавту В со скоростью v_2 . При этом величина скорости космонавта С относительно наблюдателя А равна:



- а) $\frac{v_1 + v_2}{1 - v_1 v_2 / c^2}$; б) $v_1 - v_2$; в) $\frac{v_1 - v_2}{1 - v_1 v_2 / c^2}$; г) $\frac{v_1 - v_2}{\sqrt{1 - v_1^2 / c^2}}$;

Решение.



Свяжите неподвижную систему отсчета K с наблюдателем А, а движущуюся относительно неё со скоростью v_0 систему K' с одной

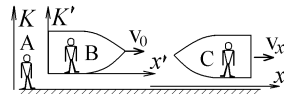


Рис.3.6

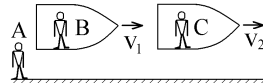
из ракет (на рис.3.6 это ракета с космонавтом В). Тогда скорость второй ракеты с космонавтом С будет равна v_x в системе K и v'_x в системе K' . Эти проекции скорости на направление движения связаны релятивистской теоремой сложения

скоростей:
$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - v_x v_0 / c^2} \quad (\text{обратная формула } v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + v'_x v_0 / c^2}).$$

Осталось подставить величины v_x и v'_x , заданные в условии.

Согласно условию с учетом направления движения ракет $v_0 = v_1$, $v'_x = -v_2$. Тогда скорость космонавта С относительно наблюдателя А будет равна $v_x = \frac{-v_2 + v_1}{1 - v_2 v_1 / c^2}$ (ответ в.)

10.6. Две ракеты с космонавтами В и С движутся в одном направлении. Космонавт В удаляется от наблюдателя А со скоростью $v_1 = c/2$, а космонавт С удаляется от космонавта В со скоростью $v_2 = c/2$, где c – скорость света в вакууме. При этом величина скорости космонавта С относительно наблюдателя А равна: а) c ; б) $c/\sqrt{2}$; в) $2c/3$; г) $c/2$; д) $4c/5$; е) $2c/\sqrt{5}$;



10.7. Первая релятивистская частица летит со скоростью $v_1 = 0,8 \cdot c$, а вторая частица, имеющая ту же массу, – со скоростью $v_2 = 0,6 \cdot c$, где c – скорость света. Во сколько раз величина релятивистской полной энергии E_1 первой частицы больше величины релятивистской полной энергии E_2 второй частицы?

- а) в $\frac{3}{2}$ раз; б) в $\frac{4}{3}$ раз; в) в $\sqrt{\frac{4}{3}}$ раз; г) в $\frac{9}{4}$ раз; д) в $\sqrt{\frac{3}{2}}$ раз

10.8. Релятивистская полная энергия частицы, летящей с огромной скоростью, равна $E = 8 \cdot 10^{-24}$ Дж. Её кинетическая энергия равна $E_{\text{кин}} = 6 \cdot 10^{-24}$ Дж. Во сколько раз энергия покоя данной частицы меньше её кинетической энергии?

- а) в 2 раза; б) в 3 раза; в) в 4 раза; г) в 6 раза; д) в 8 раз;

Решение.

Кинетическая энергия релятивистской частицы равна разности её полной энергии E и энергии покоя $E_{\text{пок}} = mc^2$: $E_{\text{кин}} = E - E_{\text{пок}}$. Отсюда $E_{\text{пок}} = E - E_{\text{кин}} = E_{\text{кин}} = 2 \cdot 10^{-24}$ Дж и $E_{\text{кин}}/E_{\text{пок}} = 3$ (ответ б).

10.9. Энергия покоя некоторой частицы равна $E_{\text{пок}} = 2 \cdot 10^{-24}$ Дж. Время жизни от момента рождения до момента распада этой частицы, если она покоится, равно $\Delta t = 2$ мкс. Когда частица движется в лабораторной системе отсчета со скоростью, близкой к скорости света, то её релятивистская полная энергия равна $E = 8 \cdot 10^{-24}$ Дж. Сколько времени от момента рождения до момента распада просуществует летящая частица по часам неподвижного наблюдателя в лабораторной системе отсчета?

- а) 1 мкс; б) 2 мкс; в) 4 мкс; г) 8 мкс; д) 16 мкс; е) 32 мкс; ж) нет правильного ответа;

Решение.

Для наблюдателя в неподвижной системе отсчета время процессов в движущихся со скоростью v телах замедляется, и по часам такого наблюдателя частица просуществует время $\Delta t_{\text{н}} = \Delta t / \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Исключая $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ из выражения для полной релятивистской энергии частицы $E = E_{\text{пок}} / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, получим $\Delta t_{\text{н}} = \Delta t \cdot E / E_{\text{пок}} = 8$ мкс (ответ г).

10.10. p – величина релятивистского импульса тела, летящего со скоростью, близкой к скорости света c . Известно, что $cp = 2$ Дж, а энергия покоя этого тела $E_{\text{пок}} = 1$ Дж. Чему равна величина релятивистской полной энергии летящего тела?

- а) 1 Дж; б) $\sqrt{2}$ Дж; в) $\sqrt{3}$ Дж; г) 2 Дж; д) $\sqrt{5}$ Дж; е) 3 Дж;

Решение.

Из формулы связи релятивистской полной энергии частицы и её релятивистского импульса $(E/c)^2 = p^2 + m^2 c^2$, где энергия покоя

$$E_{\text{пок}} = mc^2, \text{ находим } E = \sqrt{(pc)^2 + E_{\text{пок}}^2} = \sqrt{5} \text{ Дж (ответ д).}$$

10.11. Частица с нулевой массой (фотон) имеет импульс, равный $6 \cdot 10^{-16}$ кг·м/с, скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с. Полная энергия этой частицы равна:

- а) 0; б) $1,8 \cdot 10^{-7}$ Дж; в) $2 \cdot 10^{-24}$ Дж; г) $5,4 \cdot 10^{-31}$ Дж;

3.11. Уравнение состояния (идеального газа)

11.1. Идеальный газ имеет температуру T . Концентрация молекул этого газа (число молекул в единице объема) равна n . Давление такого газа можно вычислить по формуле (N_A – число Авогадро, R – универсальная газовая постоянная):

- а) $\frac{N_A T}{Rn}$; б) $\frac{RT}{N_A n}$; в) $\frac{N_A n T}{R}$; г) $\frac{N_A n}{RT}$; д) $\frac{Rn}{N_A T}$; е) $\frac{RnT}{N_A}$;

11.2. Из баллона со сжатым идеальным газом выпустили половину массы газа. Как необходимо изменить абсолютную температуру оставшегося в сосуде газа, чтобы его давление уменьшилось в 4 раза?

- а) увеличить в 8 раз; б) увеличить в 4 раза; в) увеличить в 2 раза; г) не менять; д) уменьшить в 2 раза; е) уменьшить в 4 раза;

11.3. Когда из сосуда выпустили некоторое количество идеального газа, давление (в Па) в нем упало на 40%, а температура (в К) на 20%. Какую часть газа выпустили?

- а) 50%; б) 30%; в) 25%; г) 48%; д) 33,3 е) другой ответ;

Решение.

Запишем уравнения состояния идеального газа до и после выпуска: $pV = mRT/\mu$ и $p'V = m'RT'/\mu$ (объём V сосуда не меняется). Отсюда находим $m/m' = pT'/p'T = 4/3$, т.е. была выпущена 1/4 часть находившегося в сосуде газа (ответ в).

11.4. Определите, как изменится температура идеального газа, если увеличить его давление в 4 раза в таком процессе, при котором соотношение между давлением и объемом газа $pV^2 = \text{const}$:

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; в) не изменится;
г) уменьшится в 2 раза; д) уменьшится в 4 раза;

Решение.



Вместе с уравнением процесса, заданным в условии, необходимо использовать уравнение состояния идеального газа, исключая тот термодинамический параметр, изменение которого не дано в условии.

В рассматриваемом случае это объём, который находим из уравнения процесса $V = \sqrt{\text{const}/p}$, и подставляем в уравнение состояния $pV = mRT/\mu = \sqrt{\text{const} \cdot p}$. Отсюда $T \sim \sqrt{p}$ и $T'/T = \sqrt{p'/p} = \sqrt{4} = 2$ (ответ б).

11.5. Как изменится давление идеального газа, если уменьшить его температуру в 4 раза в таком процессе, при котором соотношение между температурой и объемом газа $TV^2 = \text{const}$?

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; в) не изменится;
г) уменьшится в 2 раза; е) уменьшится в 8 раз;

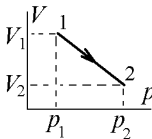
11.6. Как изменится объём идеального газа, если уменьшить его давление в 2 раза в таком процессе, при котором соотношение между температурой и давлением газа $p^2/T = \text{const}$?

- а) увеличится в 8 раз; б) увеличится в 4 раза; в) увеличится в 2 раза;
г) не изменится; д) уменьшится в 2 раза; е) уменьшится в 4 раза;

11.7. Идеальный газ совершает процесс $1 \rightarrow 2$, изображенный на диаграмме $V-p$, где $p_2 = 2p_1$,

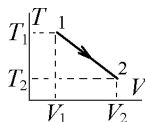
$V_1 = 4V_2$. Что происходит с величиной температуры T газа при таком процессе? Она:

- а) уменьшается в 8 раз; б) уменьшается в 4 раза;
в) уменьшается в 2 раза; г) не изменяется; д) увеличивается в 2 раза;
е) увеличивается в 4 раза; ж) увеличивается в 8 раз;



11.8. Идеальный газ совершает процесс $1 \rightarrow 2$, изображенный на диаграмме $T-V$ (температура-объём), где $V_2 = 2V_1$, $T_1 = 2T_2$. Что происходит с величиной давления p газа при таком процессе? Оно:

- а) уменьшается в 4 раза; б) уменьшается в 2 раза; в) не изменяется;



г) увеличивается в 2 раза; д) увеличивается в 4 раза;

11.9. Имеются 2 сосуда с объемами $V_1=2V$ и $V_2=V$. В первом находится 4 кмоль, а во втором - 1 кмоль газа. Если давление в обоих сосудах одинаковое, то каково соотношение температур этих газов?

- а) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$; б) $\frac{T_1}{T_2} = 2$; в) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$; г) $\frac{T_1}{T_2} = 8$; д) $\frac{T_2}{T_1} = 8$; е) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{2}{3}$;

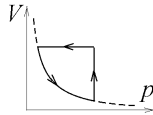
3.12. Изопроцессы идеального газа

12.1. На рисунке изображена зависимость температуры от давления для данной массы газа. Процессы идут в направлении, указанном стрелками. Перечисляются следующие процессы: 1) изобарическое нагревание; 2) изобарическое охлаждение; 3) изохорическое увеличение давления; 4) изохорическое уменьшение давления; 5) изотермическое сжатие газа; 6) изотермическое расширение газа. Укажите, какие процессы из перечисленных изображены на рисунке:

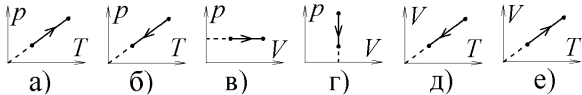


- а) 1, 2, 4; б) 1, 2, 3; в) 1, 3, 4; г) 1, 2, 5;
д) 1, 2, 6; е) 3, 4, 5; ж) 3, 4, 6; з) 2, 3, 4;

12.2. На рисунке изображена зависимость объема данной массы газа от его давления. Процессы идут в направлении, указанном стрелками. Перечисляются следующие процессы: 1) изобарическое нагревание; 2) изобарическое охлаждение; 3) изохорическое нагревание; 4) изохорическое охлаждение; 5) изотермическое сжатие газа; 6) изотермическое расширение газа. Укажите, какие процессы из перечисленных изображены на рисунке:



12.3. Укажите график, характеризующий равновесное изобарическое охлаждение идеального газа:



12.4. При изотермическом сжатии объем идеального газа уменьшился на 1 л. При этом его давление возросло на 20%. На сколько процентов увеличилось бы давление, если бы объем был уменьшен на 2 л: а) на 30%? б) на 40%? в) на 50%? г) на 60%?

Решение.

В первом случае уравнение изотермического процесса имеет вид $pV = 1,2p(V - 1\text{ л})$, откуда легко найти начальный объем газа $V = 6\text{ л}$.

Во втором случае уравнение процесса $pV = p'(V - 2 \text{ л})$ после подстановки значения $V = 6 \text{ л}$ показывает увеличение давления в полтора раза: $p' = 1,5p$ (ответ в).

12.5. Газ расширили изотермически так, что его объем, первоначально равный V , увеличился на величину ΔV , а давление уменьшилось на величину Δp . Каким был первоначальное давление газа?

а) $p = \frac{V \Delta p}{\Delta V}$; б) $p = \frac{(V - \Delta V) \Delta p}{\Delta V}$; в) $p = \frac{(V + \Delta V) \Delta p}{V}$; г) $p = \frac{(V + \Delta V) \Delta p}{\Delta V}$;

12.6. Давление газа адиабатно уменьшают. Как изменяются при этом температура T и объем V газа?

- а) и T , и V увеличиваются; б) T увеличивается, V уменьшается;
в) T уменьшается, V увеличивается; г) и T , и V уменьшаются;
д) V не меняется, T увеличивается; е) V не меняется, T уменьшается;

12.7. При изобарном охлаждении идеального газа от начальной температуры 300 К его плотность увеличилась вдвое. На какую величину изменилась температура газа? а) уменьшилась на 150 К;

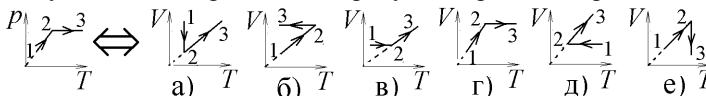
- б) увеличилась на 150 К; в) увеличилась на 300 К; г) не изменилась;

Решение.

Плотность идеального газа находим из уравнения его состояния

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. При $p = \text{const}$ температура газа $T \sim 1/\rho$ уменьшится в 2 раза (ответ а).

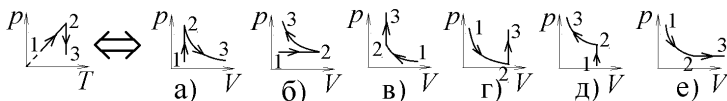
12.8. На графике слева изображены процессы изменения состояния идеального газа в координатах p - T . Укажите график этих же процессов с учетом их направления на рисунке справа в координатах V - T :



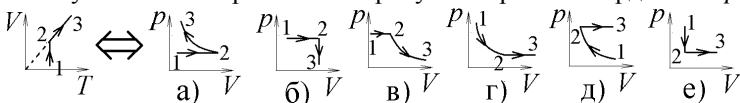
Решение.

Из уравнения состояния идеального газа $pV = mRT/\mu$ видно, что процесс $1 \rightarrow 2$ на левом рисунке выражен уравнением $p = \text{const} \cdot T$, т.е. является изохорическим нагреванием $V = \text{const}$, а процесс $2 \rightarrow 3$ будет изобарическим нагреванием. На диаграммах V - T этим процессам соответствует рисунок в.

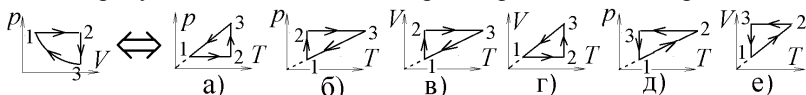
12.9. На графике слева изображены процессы изменения состояния идеального газа в координатах p - T . Укажите график этих же процессов с учетом их направления на рисунке справа в координатах p - V :



12.10. На графике слева изображены процессы изменения состояния идеального газа в координатах V - T . Укажите график этих же процессов с учетом их направления на рисунке справа в координатах p - V :



12.11. На рисунке слева на диаграмме p - V изображен циклический процесс, состоящий из изобары, изохоры и изотермы. Укажите правильный рисунок этого цикла на диаграмме p - T , или на диаграмме V - T :



13.13. Первое начало термодинамики

13.1. Вначале идеальный газ имел давление p_1 , объём V_1 , а его внутренняя энергия была равна U_1 . Некоторый процесс приводит этот газ в состояние с давлением $p_2 = p_1/3$ и с объёмом $V_2 = 2V_1$. На какую величину ΔU изменяется внутренняя энергия газа при этом процессе?

- а) $\Delta U = +\frac{U_1}{2}$; б) $\Delta U = -\frac{U_1}{2}$; в) $\Delta U = +\frac{U_1}{3}$; г) $\Delta U = -\frac{U_1}{3}$; д) $\Delta U = 0$;

Решение.

Зависящую от температуры T величину внутренней энергии идеального газа с числом степеней свободы молекул i легко выразить через его давление и объём с помощью уравнения состояния:

$$U_1 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT_1 = \frac{i}{2} p_1 V_1. \text{ После процесса } U_2 = \frac{i}{2} p_2 V_2 = \frac{i}{2} \frac{p_1}{3} 2V_1 = \frac{2}{3} U_1.$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1 = -U_1/3$ (ответ г).

13.2. Внутренняя энергия гелия (He), находящегося в сосуде с объёмом V под давлением p с температурой T , определяется выражением:

- а) $U = pV$; б) $U = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} RT$; в) $U = \frac{5}{2} pV$; г) $U = 3 \frac{m}{\mu} RT$; д) $U = \frac{3}{2} pV$;

13.3. В процессе расширения газ совершает над внешними телами работу $A = 6$ кДж, причем газ при этом отдаёт этим телам теплоту $\Delta Q = 2$ кДж. Чему равно изменение внутренней энергии газа?

- а) +6 кДж; б) +4 кДж; в) +2 кДж; г) -2 кДж; д) -4 кДж; е) -8 кДж;

Решение.



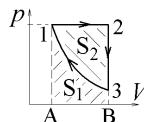
Анализируя уравнение 1-го начала термодинамики для газа, учитывайте, что $\Delta Q > 0$ если газ получает тепло и $\Delta Q < 0$, если он отдаёт тепло; $\Delta U > 0$ если газ нагревается и $\Delta U < 0$ если он охлаждается; $A_{\text{газа}} > 0$ если газ расширяется и совершает работу над внешними телами и $A_{\text{газа}} < 0$ если внешние тела сжимают газ, совершая над ним работу.

Поэтому согласно условию $\Delta Q < 0$ и $A_{\text{газа}} > 0$, а изменение внутренней энергии $\Delta U = \Delta Q - A_{\text{газа}} = -2 \text{ кДж} - 6 \text{ кДж} = -8 \text{ кДж}$ (ответ е).

13.4. В процессе нагревания газа его внутренняя энергия изменяется на величину 6 кДж, а внешние тела при этом сжимают газ, совершая над ним работу 2 кДж. При этом газ в виде тепла энергию....

- а) получает $\Delta Q = 8 \text{ Дж}$; б) получает $\Delta Q = 4 \text{ Дж}$; в) отдаёт $\Delta Q = 2 \text{ Дж}$; г) отдаёт $\Delta Q = 4 \text{ Дж}$; д) отдаёт $\Delta Q = 6 \text{ Дж}$; е) отдаёт $\Delta Q = 8 \text{ Дж}$;

13.5. Идеальный газ совершает циклический процесс 1-2-3-1, показанный на диаграмме p - V , где процесс 3-1 – адиабатический. Площадь S_2 фигуры 1-2-3 равна 10 Дж. На участке 3-1 внутренняя энергия газа увеличилась на 15 Дж. На участке 1-2 газ совершил работу...



- а) 5 Дж; б) 10 Дж; в) 15 Дж; г) 25 Дж; д) другой ответ;

Решение.

Работа газа $A = \int p dV$ равна площади под кривой процесса на диаграмме p - V , т.е. $A_{1 \rightarrow 2} = S_1 + S_2 > 0$. При адиабатическом сжатии $3 \rightarrow 1$ теплота газу не передаётся, и изменение внутренней энергии согласно I началу термодинамики равно работе внешних тел над газом, т.е. площади S_1 под кривой процесса $\Delta U = -A_{3 \rightarrow 1} = A_{1 \rightarrow 3} = S_1 = 15 \text{ Дж}$. Поэтому $A_{1 \rightarrow 2} = S_1 + S_2 = 25 \text{ Дж}$ (ответ г).

13.6. При изотермическом процессе объём 1 моля идеального газа увеличился в 2 раза. При этом газ получил теплоту $\Delta Q = \frac{5}{2} RT \ln 2$, где R – универсальная газовая постоянная, T – температура. Каким может быть данный газ? а) водородом H_2 ; б) углекислым газом CO_2 ; в) аммиаком NH_3 ; г) гелием He ; д) данное условие невозможно;

13.7. Давление 1 моля некоторого идеального газа, имевшего объём V , изохорически увеличилось на Δp . При этом данная масса газа по-

лучила теплоту $\Delta Q = \frac{5}{2} V \Delta p$. Каким может быть данный газ?

а) водородом H_2 ; б) гелием He ; в) метаном CH_4 ; г) данное условие невозможно;

Решение.

Так как $V = \text{const}$, то работа не совершается, и поступающая теплота увеличивает внутреннюю энергию $\Delta Q = \Delta U = \frac{i}{2} R \Delta T$. Согласно уравнению состояния для 1 моля газа $\Delta(pV) = V \Delta p = R \Delta T$. Условие даёт $i = 5$. Такое число степеней свободы имеют молекулы 2-атомного газа H_2 (ответ а).

13.8. Давление 1 моля трехатомного идеального газа, имевшего объём V , изохорически увеличилось на Δp . При этом данная масса газа получила тепло:

а) $\Delta Q = \frac{3}{2} p \Delta V$; б) $\Delta Q = p \Delta V$; в) $\Delta Q = 3 p \Delta V$; г) $\Delta Q = \frac{5}{2} p \Delta V$;

13.9. В процессе изобарного нагрева некоторый идеальный газ получил теплоту Q и совершил работу A , причем $Q/A = 5/2$. Каким может быть данный газ?

а) водородом H_2 ; б) гелием He ;
в) углекислым газом CO_2 ; г) данное условие невозможно;

Решение.

В отличие от изохорического процесса, рассмотренного в вопросе 13.7, при изобарическом процессе газ совершает работу $A = p \Delta V$ и поступающая теплота $\Delta Q = \Delta U + A = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) p \Delta V$. Поэтому $\frac{Q}{A} = \frac{i+2}{2} = \frac{5}{2}$ по условию. $i = 3$ степени свободы имеют молекулы одноатомного гелия.

13.10. Объем 1 моля некоторого идеального газа изобарически (при давлении p) увеличился на ΔV . При этом данная масса газа получила теплоту $\Delta Q = 4 p \Delta V$. Каким может быть данный газ?

а) азотом N_2 ; б) углекислым газом CO_2 ; в) гелием He ;
г) данное условие невозможно;

13.11. При изобарном нагреве гелий (He) получил теплоту Q , а его внутренняя энергия возросла на величину ΔU . При этом отношение $Q/\Delta U$ равно:

а) 1; б) 3/2; в) 4/3; г) 5/2; д) 5/3; е) 5/4; ж) 7/5; з) другой ответ;

13.12. Укажите, как изменяется внутренняя энергия газа при 1) изобарном сжатии и 2) адиабатном повышении давления:

- а) увеличивается в обоих случаях; б) уменьшается в обоих случаях;
в) уменьшается в первом и увеличивается во втором случае;
г) увеличивается в первом и уменьшается во втором случае;

13.13. При протекании адиабатического процесса 1 моль углекислого газа (CO_2) совершил над внешними телами работу A . На какую величину ΔT изменилась при этом температура газа (R – универсальная газовая постоянная)? а) возросла на $\Delta T = 2A/3R$;

б) уменьшилась на $\Delta T = 3A/2R$; в) уменьшилась на $\Delta T = A/3R$;

д) возросла на $\Delta T = A/3R$; е) уменьшилась на $\Delta T = 2A/3R$;

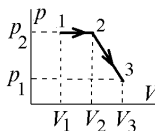
13.14. При адиабатном нагреве углекислый газ (CO_2) совершает работу A , а его внутренняя энергия возрастает на величину ΔU . При этом отношение $\Delta U/A$ равно:

- а) 0; б) 1; в) -3 ; г) 3; д) $-4/3$; е) -1 ; ж) $4/3$; з) ∞ ;

13.15. Идеальный газ совершает процесс $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, изображенный на диаграмме, где $p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$,

$V_3 = 3V_1$, $p_1 = 10^5$ Па, $V_1 = 1$ литр. При этом внутренняя энергия газа возрастает на величину 250 Дж. Какое количество теплоты получает газ за время процесса $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$?

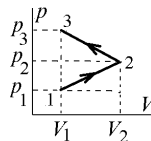
- а) 400 Дж; б) 450 Дж; в) 500 Дж; г) 550 Дж; д) 600 Дж; е) 650 Дж;



13.16. Идеальный газ совершает процесс $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, изображенный на диаграмме, где $p_2 = 2p_1$, $p_3 = 3p_1$,

$V_2 = 2V_1$, $p_1 = 10^5$ Па, $V_1 = 1$ литр. При этом внутренняя энергия газа возрастает на величину 500 Дж. Какое количество теплоты получает газ в течение процессов $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$?

- а) 100 Дж; б) 200 Дж; в) 300 Дж; г) 400 Дж; д) 500 Дж; е) 600 Дж;



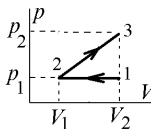
Решение.

Величина работы газа равна площади под кривой процесса на диаграмме p - V . На указанной в условии диаграмме это площади трапеций

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{p_2 + p_1}{2} (V_2 - V_1) = 150 \text{ Дж}, \quad A_{2 \rightarrow 3} = \frac{p_3 + p_2}{2} (V_1 - V_2) = -250 \text{ Дж}$$

(эта работа отрицательна, так как газ сжимается). Из I-го начала термодинамики получаем $\Delta Q = \Delta U + A_{1 \rightarrow 2} + A_{2 \rightarrow 3} = 400$ Дж (ответ г).

13.17. Идеальный газ совершает процесс $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, изображенный на диаграмме, где $p_2 = 3p_1$, $V_2 = 4V_1$, $p_1 = 10^5$ Па, $V_1 = 1$ литр. При этом внутренняя энергия газа возрастает на величину 2400 Дж. Какое количество теплоты получает газ за время процесса $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$?



- а) 2500 Дж; б) 2700 Дж; в) 2800 Дж; г) 3000 Дж; д) 3200 Дж;

3.14. Теплоемкость

14.1. Гелий (He), нагреваясь, совершает политропический процесс, молярная теплоёмкость которого равна $C = 4R/3$, где R – универсальная газовая постоянная. Используя 1-е начало термодинамики, определите, как изменяется объём газа в таком процессе: а) $\Delta V > 0$; б) $\Delta V < 0$; в) $\Delta V = 0$; г) такой процесс невозможен в принципе;

Решение.

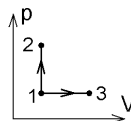
Постоянная теплоемкость политропического процесса связана с получаемой газом теплотой: $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C \Delta T = \Delta U + A_{\text{газа}}$. Изменение

внутренней энергии одноатомного гелия $\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{3}{2} R \Delta T$. Видно, что

работа газа $A_{\text{газа}} = \Delta Q - \Delta U = \frac{m}{\mu} \left(\frac{4}{3} R - \frac{3}{2} R \right) \Delta T < 0$ отрицательна, что происходит при его сжатии (ответ б).

14.2. Молярная теплоёмкость изобарного процесса, совершаемого некоторым идеальным газом равна $2,5R$, где R – универсальная газовая постоянная. Такой газ может быть (укажите все правильные ответы): а) углекислым газом CO_2 ; б) кислородом O_2 ; в) азотом N_2 ; г) метаном CH_4 ; д) водородом H_2 ; е) гелием He;

14.3. Молярные теплоемкости водорода (H_2) в процессах $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$ равны C_1 и C_2 соответственно. Их отношение C_2/C_1 равно:



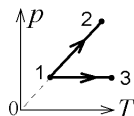
- а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{7}{5}$; г) $\frac{4}{3}$; д) $\frac{7}{3}$; е) $\frac{5}{7}$; ж) $\frac{5}{3}$; з) $\frac{3}{4}$;

Решение.

На рисунке указаны изохорический $1 \rightarrow 2$ и изобарический $1 \rightarrow 3$ процессы, с молярными теплоёмкостями $C_1 = C_V = \frac{i}{2} R$ и $C_2 = C_p = \frac{i+2}{2} R$.

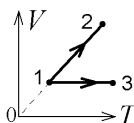
Для двухатомного водорода число степеней свободы молекулы $i = 5$, и отношение $C_2/C_1 = (i + 2)/i = 7/5$ (ответ в).

14.4. Молярные теплоемкости гелия (He) в процессах $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$, указанных на рисунке, равны C_1 и C_2 соответственно. Определив тип процессов, определите правильную величину отношения $(C_2 - C_1)/C_1$:



- а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{3}{5}$; д) $\frac{1}{3}$; е) $\frac{2}{3}$; ж) $\frac{1}{7}$; з) $\frac{2}{7}$;

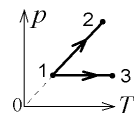
14.5. Молярные теплоемкости идеального газа в процессах $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$, указанных на рисунке, равны C_1 и C_2 соответственно. Их отношение $C_2/C_1 = 0,75$.



Таким газом может быть:

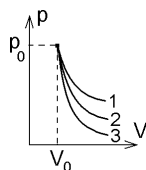
- а) азот N_2 ; б) метан CH_4 ; в) гелий He; г) это условие невозможно;

14.6. Молярные теплоемкости идеального газа в процессах $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$ равны C_1 и C_2 соответственно. Их разность $C_2 - C_1$ имеет наибольшую величину:



- а) для одноатомного газа; б) для двухатомного газа;
в) для трехатомного газа; г) для любого газа эта разность одинакова;

14.7. Три идеальных газа – одноатомный, двухатомный и многоатомный – имеют одинаковое начальное давление p_0 и объем V_0 и совершают процесс адиабатического расширения. Кривые этих процессов показаны на $p-V$ – диаграмме. Расширению многоатомного газа соответствует кривая:

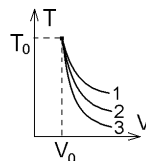


- а) 1; б) 2; в) 3;
г) при адиабатическом расширении p должно расти, и поэтому приведенные графики неверны;

Решение.

Уравнение адиабатного процесса имеет вид $p = \text{const}/V^\gamma$, где показатель адиабаты $\gamma = C_p/C_V = (i + 2)/i$ уменьшается с ростом числа степеней свободы молекулы i . Так как наибольшее число степеней свободы имеют молекулы многоатомного газа, то уменьшение давления p с ростом объема V для такого газа происходит медленнее (кривая 1).

14.8. Три идеальных газа – одноатомный, двухатомный и многоатомный – имеют одинаковые начальные температуру T_0 и объем V_0 и совершают процесс адиабатического расширения. Кривые этих процессов показаны на $T-V$ -диаграмме. Расширению одноатомного газа соответствует кривая: а) 1; б) 2; в) 3;



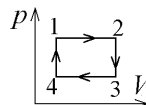
г) при адиабатическом расширении температура T должна расти, и поэтому приведенные графики неверны;

14.9. Показатель адиабаты для некоторого идеального газа равен $\gamma = 1,33$. Такой газ может быть (укажите все правильные ответы):

- а) углекислым газом CO_2 ; б) гелием He ; в) азотом N_2 ;
г) кислородом O_2 ; д) метаном CH_4 ; е) водородом H_2 ;

3.15. Второе начало термодинамики. Энтропия

15.1. Цикл тепловой машины включает две изобары 1-2 и 3-4 и две изохоры 2-3 и 4-1. Как изменится энтропия рабочего тела за один цикл работы тепловой машины? а) возрастет; б) уменьшится; в) не изменится; г) результат зависит от значений термодинамических параметров p и V ;



15.2. Укажите формулу для вычисления приращения энтропии идеального газа при изотермическом сжатии:

- а) $\int \frac{dU}{T}$; б) $-\int p dV$; в) $\int \frac{\nu C_p dT}{T}$; г) $\int \frac{\nu C_V dT}{T}$; д) $\int \frac{p dV}{T}$;

15.3. Изменение энтропии при изотермическом сжатии идеального газа определяется формулой $dS = \frac{p dV}{T} < 0$. Это не противоречит формулировке II начала термодинамики $dS \geq 0$ потому что:

- а) приведенная формула неверна; б) при изотермическом сжатии газ должен получать тепло δQ , что увеличивает его энтропию на $\delta Q/T$;
в) формулировка $dS \geq 0$ не применима к идеальному газу;
г) при изотермическом сжатии газ не является замкнутой системой;
д) формулировка II начала термодинамики не действует при изотермических процессах;

15.4. Реальная тепловая машина с необратимым процессом передачи тепла использует нагреватель с температурой 800 К и холодильник с температурой 200 К. Каким не может быть КПД **реальной** теп-

ловой машины при таких условиях:

- а) 33,3%; б) 50%; в) 60%; г) 66,7% д) 75%;

15.5. Первоначально водяной пар находился при температуре 100°C. Затем его А) сконденсировали в воду при температуре 100°C, Б) полученную воду охладили до температуры 0°C, В) охлажденную воду превратили в лёд при температуре 0°C. Как изменялась энтропия S данного вещества в результате этих процессов?

- а) А – не изменялась, Б – уменьшалась, В – не изменялась;
б) А – возрастала, Б – уменьшалась, В – возрастала;
в) А – возрастала, Б – возрастала, В – возрастала;
г) А – не изменялась, Б – возрастала, В – не изменялась;
д) А – уменьшалась, Б – уменьшалась, В – уменьшалась;

15.6. Какие из приведенных ниже утверждений относятся ко второму началу термодинамики (укажите два правильных ответа)?

- а) Изменение энтропии идеального газа при получении им теплоты δQ равно $dS = \delta Q/T$; б) Энтропия идеального газа должна возрастать при его изотермическом расширении; в) КПД цикла Карно равен $(T_{\text{н}} - T_{\text{х}})/T_{\text{н}} \times 100\%$, где $T_{\text{н}}$ и $T_{\text{х}}$ – температуры “нагревателя” и “холодильника”; г) При переходе системы из неравновесного в равновесное состояние её энтропия должна увеличиваться; д) В процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия убывать не может;
е) Невозможен вечный двигатель, производящий работу без получения теплоты (энергии) от внешних тел;

15.7. Какие из приведенных ниже утверждений относятся ко второму началу термодинамики (укажите два правильных ответа)?

- а) Энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина; б) Энтропия – это функция состояния, которая не зависит от процесса, с помощью которого система пришла в это состояние; в) Энтропия термодинамической системы максимальна, если эта система находится в равновесном состоянии; г) Обратный циклический процесс возможен, если внешние тела совершают работу над рабочим телом тепловой машины;
д) Не существует циклического процесса, КПД которого был бы больше КПД прямого цикла, состоящего из двух изотерм и двух адиабат;
е) Энтропия идеального газа должна убывать при его изобарическом охлаждении;

15.8. Какие из приведенных ниже утверждений относятся ко второму началу термодинамики (укажите два правильных ответа)?

а) Энтропия идеального газа должна возрастать при его изобарическом нагревании; б) В результате циклического процесса энтропия рабочего тела любой тепловой машины не изменяется; в) Одним из результатов происходящих в термодинамической системе процессов может быть передача теплоты от холодного тела к нагретому; г) Единственным результатом процессов, протекающих в термодинамической системе, не может быть передача теплоты от более нагретого тела к менее нагретому; д) Изменение энтропии идеального газа при получении им теплоты δQ равно $dS = \delta Q/T$; е) Работа, произведенная за цикл рабочим телом тепловой машины, всегда меньше полученной за цикл извне теплоты;

15.9. Укажите *неверное* утверждение:

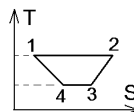
а) Энтропия идеального газа возрастает при его изотермическом расширении; б) Имеется единственный обратимый процесс передачи теплоты от нагревателя к рабочему телу тепловой машины; в) Энтропия идеального газа после совершения им прямого циклического процесса увеличивается; г) Энтропия – это функция состояния, которая не зависит от процесса, с помощью которого система пришла в это состояние; д) Энтропия термодинамической системы максимальна, если эта система находится в равновесном состоянии;

15.10. Укажите *неверное* утверждение:

а) Энтропия идеального газа не меняется при его адиабатическом охлаждении; б) Невозможен циклический процесс, приводящий к превращению в работу всей полученной от внешних тел теплоты; в) Для необратимого термодинамического процесса не применима формула изменения энтропии $dS = \delta Q/T$; г) КПД циклического процесса из двух адиабат и двух изобар, совершаемый рабочим телом тепловой машины, меньше максимально возможного при циклическом процессе КПД; д) Энтропия идеального газа убывает при его адиабатическом сжатии;

3.16. КПД тепловых машин, циклические процессы

16.1. На рисунке представлен прямой цикл тепловой машины в координатах $T-S$, где T – термодинамическая температура, S – энтропия. Укажите участки, на которых теплота поступает в рабочее тело машины от нагревателя, и участки, где теплота отдается холодильнику:

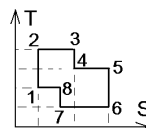


Решение.

Количество полученной или отданной теплоты определяется как

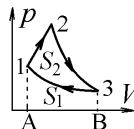
$\delta Q = TdS$. Прямой цикл происходит в направлении $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. При процессе $1 \rightarrow 2$ энтропия S растёт и $\delta Q > 0$ (теплота поступает от нагревателя в рабочее тело машины). При остальных процессах $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$ и $4 \rightarrow 1$ $\delta Q \sim dS < 0$ (теплота отдаётся холодильнику).

16.2. На рисунке представлен прямой цикл тепловой машины в координатах $T-S$, где T – температура, S – энтропия. Укажите участки, на которых теплота поступает (\uparrow) в рабочее тело машины от нагревателя, и участки, где теплота отдаётся (\downarrow) холодильнику:



- а) 12, 78 – \uparrow ; 34, 56 – \downarrow ; б) 12, 23, 34, 45 – \uparrow ; 56, 67, 78, 81 – \downarrow ;
в) 23, 45 – \uparrow ; 67, 81 – \downarrow ; г) 12, 23, 45, 78 – \uparrow ; 34, 56, 67, 81 – \downarrow ;

16.3. Идеальный газ совершает циклический процесс 1-2-3-1, изображённый на рисунке, где процесс 2-3 – адиабатический, а 3-1 – изотермический. Площадь S_2 фигуры 1-2-3 равна 10 Дж, а площадь S_1 фигуры 1-3-B-A равна 15 Дж. Коэффициент полезного действия (КПД) такого цикла равен: а) 20%; б) 25%; в) 30%; г) 40%; д) 50%; е) 75%;



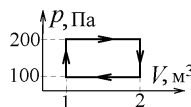
Решение.

Работа, совершаемая газом, равна площади под кривой процесса на диаграмме $p-V$. При изотермическом процессе 3-1 внутренняя энергия не меняется, газ сжимается, его работа отрицательна и по величине равна количеству теплоты, отдаваемой “холодильнику” $Q_x = S_1 = 15$ Дж.

За цикл газ совершает работу, равную площади петли цикла: $A = S_2$. Поступающая газу от “нагревателя” теплота будет равна

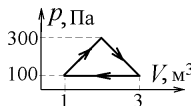
$$Q_H = Q_x + A = S_1 + S_2 = 25 \text{ Дж, а КПД цикла } \eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} \times 100\% = 40\%.$$

16.4. Совершая циклический процесс, изображенный на рисунке, рабочее тело за один цикл отдаёт холодильнику количество теплоты $Q = 100$ Дж. Какое количество теплоты получает рабочее тело за один цикл от нагревателя?



- а) 200 Дж; б) 300 Дж; в) 400 Дж; г) 600 Дж; д) 800 Дж;

16.5. Определить КПД цикла, изображенного на рисунке, если рабочее тело получает от нагревателя за один цикл количество теплоты $Q_H = 1000$ Дж:

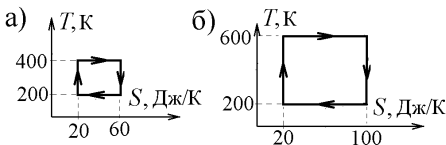


- а) 10%; б) 20%; в) 25%; г) 30%; д) 40%;

Решение.

Работа за цикл равна площади треугольной петли на диаграмме p - V :
 $A = (300 - 100) \cdot (3 - 1) / 2 = 200$ Дж. Холодильнику за цикл отдаётся теплота $= Q_x = Q_n - A = 800$ Дж. КПД цикла $\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n}$ или $\frac{A}{Q_n} \times 100\% = 20\%$ (ответ б).

16.6. На диаграмме T (температура) – S (энтропия) показаны два циклических процесса. Отношение η_a / η_b величины КПД левого цикла



(а) к величине КПД правого цикла (б) равно:

- а) 1/4; б) 1/2; в) 2/3; г) 3/4; д) 1; е) 4/3; ж) 3/2; з) 2; и) 4;

Решение.

Изображены два цикла Карно, КПД которого $\eta = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}} \cdot 100\%$.

Значения температур на рисунке дают $\eta_a = (400 - 200) / 400 = 1/2$,

$\eta_b = (600 - 200) / 600 = 2/3$ и отношение $\eta_a / \eta_b = 3/4$ (ответ г).

16.7. КПД цикла Карно, который совершал идеальный газ, был равен 50%. Температуру нагревателя увеличили в 2 раза, а температуру холодильника уменьшили в 2 раза. Чему стал равен новый КПД цикла Карно?

- а) $\frac{1}{3} \times 100\%$; б) $\frac{5}{8} \times 100\%$ в) $\frac{3}{4} \times 100\%$; г) $\frac{7}{8} \times 100\%$;

Решение.

Первоначально КПД был равен $\eta = (T_n - T_x) / T_n \cdot 100\% = 50\%$, откуда $T_n - T_x = T_n / 2$, и температура холодильника в два раза меньше температуры нагревателя: $T_x = T_n / 2$. После изменений, в соответствии с условием, $\eta' = (T'_n - T'_x) / T'_n \cdot 100\% = (2T_n - T_x / 2) / 2T_n \cdot 100\% = (2T_n - T_n / 4) / 2T_n \cdot 100\% = 7/8 \cdot 100\%$ (ответ г).

16.8. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 3 раза выше температуры холодильника. Газ передал холодильнику количество теплоты $Q = 3$ кДж. Какую работу совершил газ?

- а) 1 кДж; б) 2 кДж; в) 3 кДж; г) 4 кДж; д) 6 кДж; е) 9 кДж;

Решение.



Следите за тем, о какой теплоте говорится в условии - полученной от нагревателя или переданной холодильнику.

В данном случае газ получает от нагревателя теплоту $Q_H = Q + A$, а КПД цикла, получаемый из формулы $\eta = A/Q_H$ будет равен КПД цикла Карно $\eta = (T_H - T_X)/T_H = (3T_X - T_X)/3T_X = 2/3$ (по условию). Приравнявая эти выражения, $\eta = A/(Q + A) = 2/3$, находим $A = 2Q = 6 \text{ кДж}$ (ответ д).

16.9. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 5 раз выше температуры холодильника. Газ совершил работу $A = 20 \text{ кДж}$. Какое количество теплоты получил газ от нагревателя?

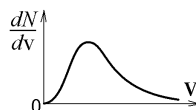
а) 25 кДж; б) 30 кДж; в) 40 кДж; г) 50 кДж; д) 60 кДж; е) 75 кДж;

16.10. Идеальный газ совершает цикл Карно. Газ получил от нагревателя 3 кДж теплоты и совершил работу 1 кДж. Чему равно отношение T_H/T_X температур нагревателя и холодильника?

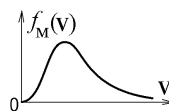
а) 1,2; б) 1,25; в) 1,33; г) 1,5; д) 1,67; е) 2; ж) другой ответ;

3.17. Распределение Максвелла

17.1. На рисунке представлен график зависимости функции dN/dv от величины скорости v молекул идеального газа, где dN – число молекул газа, имеющих скорости в интервале от v до $v + dv$. Если температуру T газа увеличить в 2 раза, то площадь под этим графиком.....: а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; в) увеличится в 1,414 раз; г) уменьшится в 2 раза; ж) не изменится;



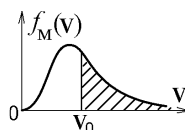
17.2. На рисунке представлен при температуре T график функции распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей. Какие из следующих утверждений являются правильными?



А) если повысить T , то максимум кривой сместится влево, а высота его увеличится; Б) если повысить T , то максимум кривой сместится вправо, а высота его уменьшится; В) с изменением T положение максимума и его высота не изменятся; Г) площадь под кривой графика уменьшается с ростом T ; Д) площадь под кривой графика увеличивается с ростом T ; Е) площадь под кривой графика не зависит от T ;

Ответы: а) А, Г; б) А, Е; в) А, Д; г) Б, Д; д) Б, Е; е) В, Е;

17.3. На рисунке представлен график распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей. Заштрихованная на графике площадь равна (укажите правильный ответ):



- а) концентрации молекул газа, имеющих скорость v_0 ;
- б) числу молекул газа в единице объема со скоростями $v \geq v_0$;
- в) функции распределения Максвелла молекул со скоростями $v \geq v_0$;
- г) вероятности того, что молекулы имеют скорость v_0 ;
- д) вероятности того, что молекулы имеют скорости $v \geq v_0$;

17.4. $f_M(v)$ – функция распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей. N – число молекул газа. Вероятность того, что величина скорости молекулы газа находится в интервале

ле $v_1 \leq v \leq v_2$, равна: а) $f_M(v_2) - f_M(v_1)$; б) $\int_{v_1}^{v_2} f_M(v) dv$;

в) $\frac{1}{N} \int_{v_1}^{v_2} f_M(v) dv$; г) $\frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} f_M(v) dv$; д) $\frac{1}{N} (f_M(v_2) - f_M(v_1))$;

17.5. Известно, что dN – число молекул идеального газа со скоростями от v до $v+dv$. m – масса молекулы; T – температура газа, k – постоянная Больцмана. Что должно происходить с величиной dN при уменьшении величины скорости v при неизменном малом интервале dv (укажите верный ответ): а) увеличивается при $v < \sqrt{2kT/m}$;

б) уменьшается при $v > \sqrt{2kT/m}$; в) уменьшается при $v < \sqrt{2kT/m}$;

г) не изменяется; д) dN может как увеличиваться, так и уменьшаться;

Решение.

Так как $dN = N \cdot f_M(v) dv$, где N – число молекул газа, то для ответа надо нарисовать график функции распределения Максвелла (рис.3.7), где $v_B = \sqrt{2kT/m}$ – наиболее вероятная скорость, на которую приходится максимум графика. Площадь каждой из заштрихованных полосок одинаковой ширины dv на этом графике равна $f_M(v) dv$.

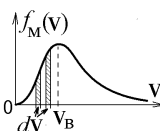
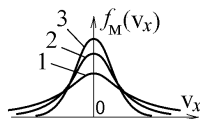


Рис.3.7

Видно, что при $v < v_B$ эта площадь, а вместе с тем и число молекул dN , будет уменьшаться с уменьшением величины v (ответ в). При $v > v_B$ с уменьшением v площадь таких полосок должна расти.

17.6. На рисунке представлены графики функции распределения молекул по проекции скоростей на ось x для трёх различных идеальных газов (водорода, водяного пара и кислорода) при одинаковой температуре. Какой из графиков соответствует распределению Мак-



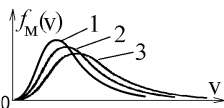
- свелла для кислорода: а) 1; б) 2; в) 3;
 г) при одинаковой температуре графики должны совпадать;

Решение.

Запишем функцию этого распределения $f_M(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2}\right)$.

При $v_x = 0$ её значение $f_M(v_x) = \sqrt{m/2\pi kT}$ максимально для газа с наибольшей массой молекул m . Среди приведенных газов это кислород, которому должна соответствовать кривая 3 (ответ в).

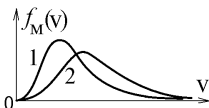
- 17.7*.** На рисунке представлены графики функции распределения молекул по величинам скоростей для трёх различных идеальных газов (водорода, кислорода и азота) при одинаковой температуре. Укажите график, соответствующий распределению Максвелла для водорода: а) 1; б) 2; в) 3;
 г) при одинаковой температуре графики должны совпадать;



Решение.

Максимум такого графика соответствует наиболее вероятной скорости $v_B = \sqrt{2kT/m}$. Водород имеет наименьшую массу молекулы m , и максимум соответствующего ему графика максимально смещен вправо (кривая 3, ответ в).

- 17.8.** На рисунке приведены два графика функции распределения Максвелла по величинам скоростей молекул для одного и того же идеального газа при разных температурах. T – температура газа, v_{KB} – средняя квадратичная скорость молекул газа. Приведены следующие соотношения: А) $T_2 < T_1$; Б) $T_2 = T_1$; В) $T_2 > T_1$; Г) $v_{KB2} < v_{KB1}$; Д) $v_{KB2} = v_{KB1}$; Е) $v_{KB2} > v_{KB1}$. Какие из них верны?
 Ответы: а) А, Г; б) В, Е; в) В, Д; г) А, Е; д) Б, Е; е) А, Г;



- 17.9.** Величина функции распределения Максвелла $f_M(v)$ молекул идеального газа по величинам скоростей равна $4 \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot \exp(-1)$,

если значение скорости v совпадает с:

- а) наиболее вероятной скоростью молекул газа; б) средней скоростью молекул газа; в) средней квадратичной скоростью молекул газа;
 г) такое значение функции распределения Максвелла невозможно;

- 17.10.** Величину (модуль) среднего импульса $\langle p \rangle$ молекулы иде-

ального газа надо вычислять по формуле (m – масса молекулы; T – температура газа, k – постоянная Больцмана, v – скорости молекул):

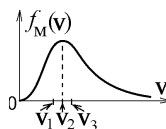
- а) $4\pi m \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot v^3 dv$; б) $4\pi \sqrt{\frac{m^3}{2\pi kT}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot v dv$;
 в) $4\pi m \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$; г) $4\pi m \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot v dv$;
 д) другая формула;

17.11. Приходящуюся на одну степень свободы величину средней кинетической энергии $\langle mv_x^2/2 \rangle$ молекулы идеального газа, имеющей массу m , надо вычислять по формуле (T – температура газа, k – постоянная Больцмана, v_x – проекции скоростей молекул):

- а) $\sqrt{\frac{m^3}{8\pi kT}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) v_x^2 dv_x$; б) $2\pi m \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^\infty \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot v_x^2 dv_x$;
 в) $\sqrt{\frac{m^3}{8\pi kT}} \int_{-\infty}^\infty \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot v_x^4 dv_x$; г) $\sqrt{\frac{m^3}{8\pi kT}} \int_{-\infty}^\infty \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot v_x^2 dv_x$;
 д) другая формула;

3.18. Средние скорости и энергии молекул газа

18.1. На рисунке представлен график функции распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей (μ – молярная масса газа; T – температура, R – универсальная газовая постоянная). При этом величина скорости v_1 может быть равна:

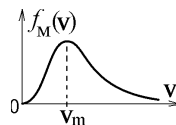


- а) $\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$; б) $\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$; в) $\sqrt{\frac{4RT}{\pi\mu}}$; г) $\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$; д) $\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}}$; е) $\sqrt{\frac{9RT}{\pi\mu}}$;

Решение.

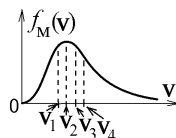
Скорость, на которую приходится максимум графика, является наиболее вероятной скоростью молекул газа $v_2 = \sqrt{2RT/\mu}$. Единственным значением скорости $v_1 < v_2$ среди приведенных будет ответ в.

18.2. На рисунке представлен график функции распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей. При уменьшении температуры этого газа в четыре раза величина скорости v_m , соответствующая максимуму этого графика:



- а) не изменится; б) увеличится в 4 раза; в) увеличится в 2 раза;
г) уменьшится в 1,41 раз; д) уменьшится в 2 раза; е) другой ответ;

18.3. На рисунке представлен график функции распределения Максвелла молекул идеального газа по величинам скоростей. Среди отмеченных на нем скоростей v_1 имеются величины средней, средней квадратичной и наиболее вероятной скорости молекул газа. Безразмерное отношение $v_3 \cdot v_4 / (v_2)^2$ равно:



- а) $\sqrt{\frac{8\pi}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{8}{\pi}}$; в) $\sqrt{\frac{8}{9\pi}}$; г) $\sqrt{\frac{16}{9\pi}}$; д) $\sqrt{\frac{3\pi}{16}}$; е) $\sqrt{\frac{6}{\pi}}$;

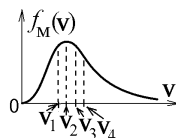


Решение.

Следует помнить, что максимуму графика функции Максвелла $f_M(v)$ соответствует наиболее вероятная скорость молекул $v_2 = v_B = \sqrt{2RT/\mu}$. Тогда следующие значения скоростей соответствуют средней скорости молекул $v_3 = \langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi\mu}$ и средней квадратичной скорости $v_4 = v_{KB} = \sqrt{3RT/\mu}$.

Подстановка даёт $v_3 \cdot v_4 / (v_2)^2 = \sqrt{6/\pi}$ (ответ е).

18.4. Среди отмеченных на графике функции распределения Максвелла молекул газа по величинам скоростей значений v_1 имеются величины средней, средней квадратичной и наиболее вероятной скорости молекул газа. Отношение скоростей v_3/v_4 равно:



- а) $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$; в) $\sqrt{\frac{\pi}{4}}$; г) $\sqrt{\frac{3}{4}}$; д) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; е) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$; ж) $\sqrt{\frac{8}{3\pi}}$;

18.5. Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа равна v_0 . Как надо изменить термодинамическую температуру T газа, чтобы величина средней скорости его молекул стала равной v_0 ?

- а) увеличить в 2 раза; б) увеличить в $6/\pi$ раз; в) увеличить в $3\pi/8$ раз;
г) увеличить в $4/\pi$ раз; д) уменьшить в $6/\pi$ раз; е) уменьшить в $3\pi/8$ раз; и) уменьшить в $4/\pi$ раз; к) уменьшить в 2 раза;

18.6. С некоторым идеальным газом происходит процесс адиабатического сжатия. При этом величина наиболее вероятной скорости его молекул... : а) увеличивается; б) не изменяется; в) уменьшается; г) данных в условии недостаточно для ответа;

18.7. Давление идеального газа уменьшилось в 2 раза, а наиболее вероятная скорость его молекул увеличилась в 4 раза. Как изменилась величина концентрации молекул этого газа?

- а) увеличилась в 4 раза; б) увеличилась в 2 раза; в) не изменилась;
г) уменьшилась в 2 раза; д) уменьшилась в 4 раза; е) другой ответ;

Решение.

Если наиболее вероятная скорость молекул $v_v = \sqrt{2RT/\mu}$ увеличилась в 4 раза, то температура газа возросла в 2 раза: $T' = 2T$. Концентрацию молекул n можно найти из уравнения состояния газа, записанного в виде $p = nkT$. Согласно условию $p' = p/2$. Тогда $n'/n = p'T/pT' = 1/4$ (ответ д).

18.8. Концентрация молекул идеального газа уменьшилась в 2 раза, а его давление увеличилось в 2 раза. Как изменится величина средней скорости молекул этого газа?

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в $\sqrt{2}$ раз; в) не изменится;
г) увеличится в 2 раза; д) уменьшится в $\sqrt{2}$ раз;
е) уменьшится в 2 раза; ж) уменьшится в 4 раза; з) другой ответ;

18.9. Каким выражением определяется средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы водорода, являющегося идеальным двухатомным газом (m – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – температура, $\langle v \rangle$ – средняя скорость молекул газа)?

- а) $m\langle v \rangle^2$; б) $\frac{kT}{2}$; в) $\frac{3kT}{2}$; г) $\frac{1}{2}m\langle v \rangle^2$; д) $3kT$; е) $\frac{5kT}{2}$; ж) kT ;

18.10. Какую долю средней кинетической энергии молекулы водорода H_2 составляет средняя энергия ее поступательного движения?

- а) 100%; б) 20%; в) 40%; г) 50%; д) 60%; е) другой ответ;

18.11. Чему равна сумма модулей (величин) скоростей всех молекул 1 моля одноатомного идеального газа (m – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – температура, $N_{\text{Ав}}$ – число Авогадро, R – универсальная газовая постоянная, μ – молярная масса газа)?

- а) $N_{\text{Ав}}\sqrt{\frac{8RT}{\pi m}}$; б) $N_{\text{Ав}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi \mu}}$; в) $N_{\text{Ав}}\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$; г) $N_{\text{Ав}}\sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$;

Решение.

Так как в 1 моле газа содержится $N_{\text{Ав}}$ молекул, то такую сумму можно записать с помощью среднего значения скорости:

$$\sum v_i = N_{\text{Ав}} \cdot \langle v \rangle = N_{\text{Ав}} \cdot \sqrt{8RT/\pi \mu} \text{ или } N_{\text{Ав}} \cdot \sqrt{8kT/\pi m} \text{ (ответ г).}$$

3.19. Распределение Больцмана

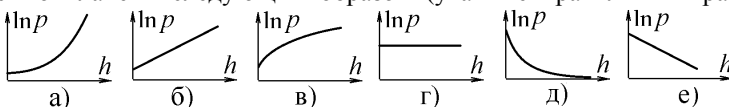
19.1. Равновесная атмосфера с температурой T состоит из газа, молекула которого имеет массу m . Давление такого газа уменьшится в 2 раза, если подняться на высоту (k – постоянная Больцмана, g – ускорение свободного падения):

- а) $h = \frac{mg}{kT \ln 2}$; б) $h = \frac{kT}{mg} \exp(2)$; в) $h = \frac{2kT}{mg}$; г) $h = \frac{kT}{mg} \ln 2$; д) $h = \frac{kT}{mg}$;

Решение.

Согласно барометрической формуле $p = p_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$ при уменьшении давления в 2 раза получим $\ln(p/p_0) = \ln(1/2) = -\ln 2 = -mgh/kT$, откуда $h = kT \ln 2 / mg$ (ответ г).

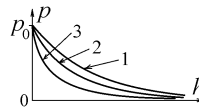
19.2. Логарифм $\ln p$ давления газа, образующего атмосферу с одинаковой во всех точках температурой, зависит от высоты h над поверхностью планеты следующим образом (укажите правильный график):



19.3. Высота h над поверхностью моря, на которой давление воздуха в 2 раза меньше, чем на уровне моря, будет меняться с увеличением температуры T атмосферы по закону:

- а) $h = \text{const}/T$; б) $h = \text{const} \cdot T$; в) $h = \text{const}/\sqrt{T}$; г) $h = \text{const} \cdot \sqrt{T}$; д) эта высота не меняется с ростом T ;

19.4. На поверхности планеты со статической равновесной атмосферой, в которой отсутствует перемешивание газов за счёт конвекции, и которая подчиняется распределению Больцмана, одинаковы парциальные давления p_0 следующих газов: А – азота N_2 , Б – водорода H_2 , В – аммиака NH_3 . На рисунке представлены графики зависимости их давления p от высоты h над поверхностью планеты. Укажите соответствие этих графиков и газов.



- а) 1А 2Б 3В; б) 1А 3Б 2В; в) 2А 1Б 3В; г) 2А 3Б 1В; д) 3А 1Б 2В;

Решение.

Наибольшую массу имеют молекулы N_2 , а наименьшую – молекулы H_2 . Поэтому, согласно барометрической формуле $p = p_0 \exp(-mgh/kT)$, наиболее быстро в такой атмосфере уменьшается парциальное давление

азота (кривая 1), а наименее быстро – водорода (кривая 3)... (ответ д).

В действительности, за счет конвективного перемешивания газов их химический состав практически одинаков вплоть до высоты $h \sim 100$ км, что приводит к выравниванию их парциальных давлений.

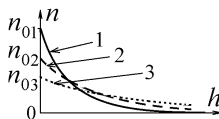
19.5. Какое утверждение, касающееся равновесного состояния атмосферы, *не согласуется* с распределением Больцмана?

а) на малых высотах относительная вероятность встретить лёгкую частицу меньше, чем тяжёлую;...б) с ростом температуры вероятность встретить частицу на большой высоте увеличивается;...в) при температуре $T = 0$ К все молекулы расположились бы плотным слоем на поверхности Земли; г) при исчезновении поля гравитации Земля потеряла бы свою атмосферу; д) на больших высотах вероятность встретить лёгкую частицу меньше, чем тяжёлую;

19.6. На некоторой высоте над поверхностью планеты со статической равновесной атмосферой, в которой отсутствует перемешивание газов за счёт конвекции, и которая подчиняется распределению Больцмана, одинаковы парциальные давления следующих газов: водорода H_2 , кислорода O_2 , водяного пара H_2O и углекислого газа CO_2 . Укажите правильное соотношение между парциальными давлениями этих газов вблизи поверхности планеты:

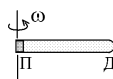
- а) $p_{CO_2} > p_{H_2O} > p_{O_2} > p_{H_2}$;
 б) $p_{H_2} > p_{O_2} > p_{CO_2} > p_{H_2O}$;
 в) $p_{H_2} > p_{O_2} > p_{H_2O} > p_{CO_2}$;
 г) $p_{CO_2} > p_{O_2} > p_{H_2O} > p_{H_2}$;
 д) $p_{CO_2} = p_{O_2} = p_{H_2O} = p_{H_2}$;

19.7. На рисунке представлены графики зависимости концентрации молекул одного и того же идеального газа от высоты h над поверхностью некоторой планеты при разных температурах. Укажите график, соответствующий наименьшей температуре. Считать, что ускорение свободного падения и температура атмосферы с высотой не меняются:



Ответы: а) 1; б) 2; в) 3; г) недостаточно данных;

19.8. Закрытую пробирку, в которой находится водород, вращают с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через пробку П. Концентрация молекул газа в пробирке зависит от расстояния r до оси вращения по закону (m – масса молекулы водорода, k – постоянная Больцмана):



- а) $n = \text{const}$;
 б) $n = n_0 \frac{m \omega^2 r^2}{2kT}$;
 в) $n = n_0 \exp\left(\frac{m \omega^2 r^2}{2kT}\right)$;
 г) $n = n_0 \exp\left(-\frac{m \omega^2 r^2}{2kT}\right)$;

Решение.

Молекулы газа в пробирке находятся в поле центробежной силы $F_{ц} = m\omega^2 r$, которая стремится оттолкнуть молекулу к дну Д пробирки и уменьшить её потенциальную энергию $E_{пот} = -\int_0^r F_{ц} dr = -m\omega^2 r^2/2$. Газ подчиняется распределению Больцмана $n = n_0 \exp(-E_{пот}/kT) = n_0 \exp(m\omega^2 r^2/2kT)$ (ответ в).

19.9. Молекулы идеального газа находятся в поле внешних сил.

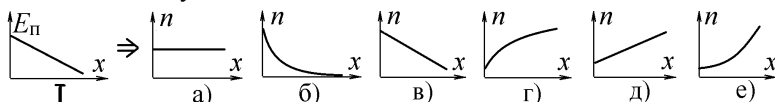


График зависимости потенциальной энергии $E_{п}$ молекулы от координаты x представлен на левом рисунке I. Укажите правильный график зависимости концентрации n молекул газа от координаты x (температура газа всюду одинакова).

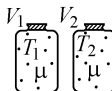
3.20. Частота столкновения молекул со стенкой. Средняя длина свободного пробега

20.1. Газ находится в закрытом сосуде. Как надо изменить температуру T , чтобы число соударений молекул с одним и тем же участком стенки за один и тот же интервал времени уменьшилось в 2 раза?

- а) уменьшить в 16 раз; б) уменьшить в 4 раза; в) уменьшить в 2 раза; г) уменьшить в $\sqrt{2}$ раз; д) увеличить в 2 раза; е) увеличить в 4 раза;

20.2. В двух закрытых сосудах с одинаковым объемом $V_1 = V_2$ при разных температурах $T_1 = 4T_2$ находится разное количество водорода с молярной массой $\mu = 2$ г/моль. В левом сосуде – 8 молей, в правом сосуде – 1 моль. Определить отношение $\Delta N_1/\Delta N_2$ числа соударений молекул с участком стенки сосудов площадью ΔS за одинаковое время Δt в этих сосудах:

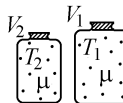
а) 256; б) 16; в) 4; г) 2; д) 1; е) 1/2; ж) 1/4; з) 1/16; и) 1/256;



Решение.

Число таких ударов определяется формулой частоты соударений молекул со стенкой: $\Delta N = (n \langle v \rangle / 4) \cdot \Delta S \Delta t$, где концентрация газа, состоящего из N молекул равна $n = N/V$, а средняя скорость молекул $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi\mu}$. Поэтому $\Delta N_1/\Delta N_2 = N_1 V_2 / N_2 V_1 \cdot \sqrt{T_1/T_2} = 16$ (ответ б)

20.3. В двух закрытых сосудах с разным объемом $V_1 = 4V_2$ при одинаковых температурах $T_1 = T_2$ находится по 1 молю водорода с молярной массой $\mu = 2$ г/моль. Чему равно отношение $\Delta N_1/\Delta N_2$ числа соударений молекул с одинаковым участком стенки сосудов площадью ΔS за одинаковое время Δt в этих сосудах?



- а) 16; б) 4; в) 2; г) 1; д) 1/2; е) 1/4; ж) 1/16; з) другой ответ;

20.4. Идеальный газ совершает процесс, при котором величина частоты соударений его молекул со стенкой сосуда не изменяется. Уравнение такого процесса имеет вид:

- а) $V\sqrt{T} = \text{const}$; б) $V/\sqrt{T} = \text{const}$; в) $VT = \text{const}$; г) $V/T = \text{const}$;

20.5. После изотермического сжатия идеального газа в 4 раза число соударений его молекул о единицу поверхности стенки сосуда за единицу времени: а) уменьшилось в 2 раза; б) увеличилось в 2 раза; в) уменьшилось в 4 раза; г) увеличилось в 4 раза; д) не изменилось;

20.6. Газ находится в сосуде, объём которого может изменяться. При температуре 400 К число соударений молекул газа с участком стенки сосуда с площадью ΔS за время Δt было равно $4 \cdot 10^{23}$. Какой должна стать температура газа при изобарическом процессе, чтобы число соударений молекул с этим же участком ΔS за то же самое время Δt стало равным $8 \cdot 10^{23}$?

- а) 100 К; б) 200 К; в) 800 К; г) 1600 К; д) другой ответ;

Решение.

Отношение числа соударений равно отношению частот соударений молекул со стенкой: $\Delta N_2/\Delta N_1 = v_2/v_1 = n_2 \langle v \rangle_2 / n_1 \langle v \rangle_1$.

Но средняя скорость молекул $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi\mu}$, т.е. $\langle v \rangle_2/\langle v \rangle_1 = \sqrt{T_2/T_1}$,

а концентрацию можно найти из уравнения состояния идеального газа.



Удобно это уравнение использовать в форме, связывающей давление газа и концентрацию его молекул: $p = nkT$.

Для изобарного процесса $p_1 = p_2$, заданного в условии, $n_2/n_1 = T_1/T_2$. Поэтому $\Delta N_2/\Delta N_1 = 2 = \sqrt{T_1/T_2}$ и $T_2 = T_1/4 = 100$ К (а).

20.7*. Укажите **правильное** утверждение, относящееся к средней длине свободного пробега молекул газа. Она:

- а) уменьшается при расширении газа; б) прямо пропорциональна давлению газа при постоянной температуре; в) обратно пропорциональна плотности газа; г) обратно пропорциональна температуре при

постоянном давлении; г) возрастает с увеличением эффективного диаметра молекул;

Решение.

Для анализа предложенных вариантов ответа используем связь $n = p/kT$, подставляя её в формулу для средней длины свободного пробега молекул: $\lambda = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n) \sim T/pd^2$, где $d = \text{const}$ – эффективный диаметр молекул газа. Видно, что ответы б, г и д неверны.

Но если учесть, что для идеального газа $T/p = \mu V/Rm$, то видно, что $\lambda \sim 1/\rho$, где $\rho = m/V$ – плотность газа (ответ в).

20.8. Как изменится длина свободного пробега молекул газа, если его объем адиабатически увеличить в 2 раза (γ – показатель адиабаты)?

- а) увеличится в 2^γ раз; б) уменьшится в 2^γ раз;
в) уменьшится в 2 раза; г) увеличится в 2 раза;

20.9. Газ совершает изотермический процесс, при котором средняя длина свободного пробега молекул газа уменьшается в 2 раза. При этом давление газа: а) уменьшается в 4 раза; б) уменьшается в 2 раза; в) увеличивается в 2 раза; г) увеличивается в 4 раза; д) практически не изменяется;

20.10. В результате некоторого процесса давление p газа уменьшилось в 4 раза, а температура T увеличилась в 2 раза. При этом средняя длина свободного пробега молекулы газа:

- а) увеличилась в 8 раз; б) увеличилась в 4 раза; в) увеличилась в 2 раза; г) почти не изменилась; д) уменьшилась в 2 раза; е) уменьшилась в 4 раза; ж) уменьшилась в 8 раз; з) уменьшилась в 16 раз;

20.11. Газ совершает процесс, при котором величина средней длины свободного пробега его молекул практически не изменяется. Уравнение такого процесса имеет вид:

- а) $p = \text{const}/V$; б) $p = \text{const}/T$; в) $p = \text{const} \cdot T$; г) $T = \text{const}/V$;

3.21. Явления переноса

21.1. Перенос импульса направленного движения газа происходит в направлении вектора $\vec{n} = \vec{i} + \vec{j}$. Скорость потока газа направлена вдоль вектора $\vec{n}' = \vec{j} - \vec{i}$ (где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты) декартовой системы координат). Градиент величины этой скорости направлен вдоль вектора: а) $\vec{i} + \vec{j}$; б) $\vec{i} - \vec{j}$; в) $\vec{j} - \vec{i}$; г) $-\vec{i} - \vec{j}$;

Решение.

Перенос импульса происходит в направлении вектора плотности потока импульса $\vec{j}_p = -\eta \overline{\text{grad}} v$, показанного на рис.3.8. Поэтому градиент величины скорости $\overline{\text{grad}} v$ направлен в противоположную сторону вдоль вектора $-\vec{n} = -\vec{i} - \vec{j}$ (ответ г).

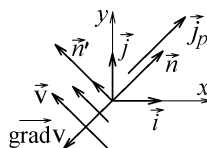
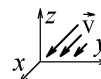


Рис.3.8

В этом направлении возрастает величина скорости v (рис.3.8).

21.2. В потоке газа, направленном вдоль оси x , величина скорости газа растёт в отрицательном направлении оси y . Перенос импульса направленного движения газа происходит:



- а) вдоль оси x ; б) против оси x ; в) вдоль оси y ;
г) против оси y ; д) вдоль оси z ; е) против оси z ;

21.3. Наибольшее возрастание концентрации молекул газа происходит в направлении вектора $\vec{n} = \vec{j} - \vec{i}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты) декартовой системы координат. Это приводит к переносу массы газа в направлении вектора:

- а) $\vec{i} + \vec{j}$; б) $\vec{i} - \vec{j}$; в) $\vec{j} - \vec{i}$; б) $-\vec{i} - \vec{j}$; д) \vec{k} ; е) $-\vec{k}$;

21.4. Коэффициент динамической вязкости газов η зависит от давления газа p как:

- а) $\eta \sim p$; б) $\eta \sim \sqrt{p}$; в) $\eta \sim 1/p$;
г) $\eta \sim 1/\sqrt{p}$; д) η практически не зависит от p ;

21.5. Газ совершает процесс изохорического охлаждения, при котором его температура T уменьшается в 4 раза. После этого коэффициент динамической вязкости η газа:

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; г) уменьшится в 2 раза;
д) уменьшится в 4 раза; ж) практически не изменится;

Решение.

При обычных условиях коэффициент динамической вязкости газа определяется формулой $\eta = \frac{1}{3} n \lambda m \langle v \rangle$, где произведение концентрации молекул на среднюю длину их свободного пробега $n \lambda = 1/\sqrt{2} \pi d^2 \approx \text{const}$ (эффективный диаметр молекул d практически не меняется при нагревании). Видно, что величина η меняется только при изменении температуры T , входящей в выражение средней скорости молекул $\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m}$. По условию величина $\eta \sim \sqrt{T}$ уменьшится в 2 раза.

21.6. Для какого из приведенных газов с одинаковой температурой коэффициент динамической вязкости имеет **наименьшую** величину (учесть, что эффективные диаметры молекул газов имеют приблизительно одну величину)?

- а) гелия He; б) водорода H₂; в) кислорода O₂; г) водяного пара H₂O; д) углекислого газа CO₂;

21.7. Некоторый газ совершает процесс, при котором его коэффициент диффузии в атмосфере не меняется. Уравнением такого процесса будет (T – температура, p – давление атмосферы):

- а) $T = \text{const}$; б) $T^{3/2} = \text{const} \cdot p$; в) $T = \text{const} \cdot p^2$; г) $p = \text{const} \cdot T^2$; д) $p = \text{const} \cdot T$; е) $T = \text{const} \cdot p^{3/2}$; ж) нет правильной зависимости;

21.8. Смесь газов совершает процесс изотермического сжатия, при котором давление p увеличивается в 4 раза. После этого коэффициент диффузии газов D газов:

- а) не изменятся; б) увеличатся в 16 раз; в) увеличатся в 4 раза; г) увеличатся в 2 раза; д) уменьшатся в 2 раза; е) уменьшатся в 4 раза; ж) уменьшатся в 8 раз;

21.9. Газ совершает процесс изотермического сжатия, при котором его давление p уменьшается в 4 раза. После этого коэффициент теплопроводности κ газа:

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; г) уменьшится в 2 раза; д) уменьшится в 4 раза; ж) практически не изменится;

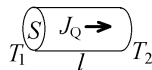
21.10. Для какого из приведенных газов коэффициент теплопроводности имеет при одинаковой температуре наименьшую величину?

- а) гелия He; б) углекислого газа CO₂; в) водорода H₂; г) метана CH₄; д) водяного пара H₂O;

Решение.

При обычных условиях коэффициент теплопроводности газа определяется формулой $\kappa = \frac{i}{6} kn\lambda \langle v \rangle$, где $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi\mu}$, а произведение $n\lambda = 1/\sqrt{2}\pi d^2$ зависит от эффективного диаметра молекул, мало различающегося для указанных газов. Существенной будет зависимость $\kappa \sim i/\sqrt{\mu}$, имеющая наименьшую величину для углекислого газа, имеющего наибольшую молярную массу. Это легко проверить, подставив значение числа степеней свободы i и величины молярных масс газов.

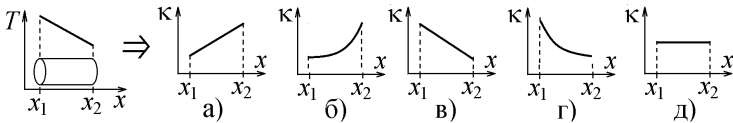
21.11. Концы цилиндрического стержня, материал которого имеет постоянный, не зависящий от темпера-



туры коэффициент теплопроводности κ , поддерживают при разности температур $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$. Площадь поперечного сечения стержня равна S , а его длина равна l . Как изменится величина потока тепла J_Q , переносимого по стержню, если одновременно увеличить разность температур ΔT в 2 раза и уменьшить длину стержня l в 2 раза?

- а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 2 раза; в) не изменится;
г) уменьшится в 2 раза; д) уменьшится в 4 раза; е) другой ответ;

21.12. Как показано на левом рисунке, температура цилиндрического стержня линейно убывает с расстоянием x вдоль его оси. Укажите правильный график зависимости величины коэффициента теплопроводности κ материала стержня от расстояния x :



Решение.

Величина потока тепла $J_Q = \kappa |dT/dx| \cdot S$ одинакова во всех точках стержня. И так как по условию $|dT/dx| = \text{const}$, коэффициент теплопроводности тоже должен быть одинаков во всех точках (ответ д).

3.22. Реальный газ. Фазовые превращения

22.1. Укажите *правильное* утверждение:

- а) уравнение Ван-дер-Ваальса при любой температуре T соответствует только газообразному состоянию реальной среды; б) уравнение Ван-дер-Ваальса описывает все три агрегатные состояния вещества: твердое, жидкое и газообразное; в) согласно уравнению Ван-дер-Ваальса реальная среда будет находиться только в газообразном состоянии при температуре T , большей критической; г) с уменьшением температуры T изотерма Ван-дер-Ваальса приближается к изотерме идеального газа; д) при очень низких температурах T , близких к 0 К, уравнение Ван-дер-Ваальса описывает идеальный газ;

22.2. На диаграмме p - V изображена зависимость давления среды от объёма, соответствующая уравнению Ван-дер-Ваальса при постоянной температуре ($p_0 = 1$ атм). Укажите участок, соответствующий состоянию переохлажденного газа:



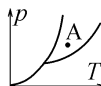
- а) AB; б) BC; в) BDE; г) FK; д) EKG; е) KL;

22.3. Может ли химически чистое вещество (например, H_2O), находящееся в закрытом сосуде в условиях термодинамического равновесия при одной температуре находиться сразу в трех агрегатных состояниях (твёрдом, жидком и газообразном)?



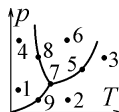
а) не может ни при каких условиях; б) может при любых значениях температуры и давления; в) может при определенной температуре и любой величине давления; г) может при определенном давлении и любой величине температуры; д) может только при единственных значениях как давления, так и температуры;

22.4. На рисунке приведена p - T диаграмма состояний химически чистого вещества с кривыми раздела твердой, жидкой и газообразной фаз. Какому состоянию соответствует точка А на этой диаграмме?



а) твердая фаза; б) жидкая фаза; в) газообразная фаза; г) точка кипения; д) точка плавления; е) точка сублимации (превращения твердого состояния в газообразное); ж) нет правильного ответа;

22.5. На рисунке приведена диаграмма состояний вещества H_2O с кривыми раздела твердой, жидкой и газообразной фаз. Какая точка (или точки) на диаграмме соответствует конденсации водяного пара при температуре кипения?

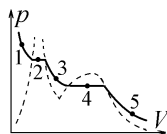


а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5; е) 6;
ж) 7; з) 8; и) 9; к) 2 и 3; л) 1 и 4;

Решение.

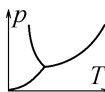
Правильный ответ – точка 5, лежащая на кривой раздела жидкой и газообразной фаз, соответствующей процессу превращения жидкости в пар при кипении или обратному процессу конденсации пара в жидкость. Точка 8 лежит на кривой раздела твердой и жидкой фазы (процессы плавления или отвердевания), а точка 9 – на кривой раздела твердой или газообразной фазы (процесс сублимации).

22.6. На фазовой диаграмме p - V изображена изотерма для чистого вещества H_2O в состоянии термодинамического равновесия (пунктирными линиями указаны границы раздела газообразной, жидкой и твердой фаз). Укажите точку, соответствующую состоянию, при котором лёд плавает в воде:



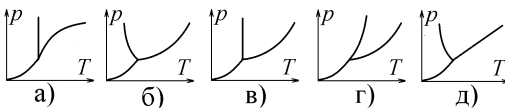
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5;
е) такая точка на изотерме не отмечена;

22.7. На рисунке приведена p - T диаграмма состояний аномального вещества (оксида водорода) с кривыми раздела твердой, жидкой и газообразной фаз. Что происходит с температурой плавления этого вещества при повышении



давления? Она: а) уменьшается; б) не изменяется;
в) увеличивается; г) для ответа недостаточно данных;

22.8. Температура плавления нормального вещества (двуокиси углерода) увеличивается с ростом давления p . Укажите правильную диаграмму состояний с кривыми раздела твердой, жидкой и газообразной фаз для этого вещества.



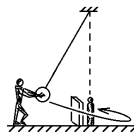
3.23. Задания, проверяющие владение изученным материалом

Такие задания приводятся в открытой форме без выбора варианта ответа. За ответы на них, и даже за правильную попытку ответа, дается максимальное число баллов.



Помните, что большая часть подобных заданий аналогична заданиям с выбором ответа, и только построена в форме, позволяющей проверить умение студента самостоятельно оценить суть вопроса и выбрать подходящий закон или формулу для ответа.

Пример 1. В аттракционе человек должен отвести тяжелый шар, подвешенный на шнуре и толкнуть его так, чтобы во время возвратного движения шар сбил кеглю, стоящую прямо под точкой, в которой шнур подвешен к потолку (перед кеглей стоит препятствие, не позволяющее сбить её прямым ударом). Оценить возможность сбить шаром кеглю в таком аттракционе. Как следует толкать шар? Ответ обоснуйте с помощью физических законов и формул.



Решение.

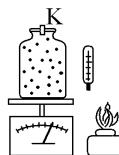
Шар можно толкнуть со скоростью v только в горизонтальном направлении. Его начальный момент импульса $L_z = mv \cdot r$ направлен вдоль вертикальной оси z , проходящей через точку подвеса шнура, где r – расстояние от шара до этой оси, на которой стоит кегля. Если шар попадёт в кеглю со скоростью v' , то его момент импульса должен стать равным нулю: $L'_z = mv' \cdot 0$. Но направление движения шара может изменить только момент силы тяжести $m\vec{g}$: $\vec{M} = [\vec{r}, m\vec{g}]$, перпендикулярный этой силе. Т.е. его проекция на вертикальную ось z равна нулю и вертикальная проекция момента импульса должна сохраняться: $L_z = \text{const}$. При любом броске шар будет описывать эллиптическую траекторию вокруг кегли и не сможет её сбить.

Пример 2. Имеется металлический стержень, который можно повесить за крючок на конце. Линейки под рукой нет, но имеются часы. Предложите процедуру определения длины стержня с помощью имеющихся часов. Обоснуйте предложенную процедуру формулами, позволяющими вычислить требуемую длину стержня.

Решение.

Надо повесить стержень за крючок, превратив его в физический маятник с моментом инерции $I = ml^2/3$ и расстоянием от точки подвеса до центра масс $d = l/2$. С помощью часов можно измерить период малых колебаний такого маятника $T = 2\pi\sqrt{I/mgd} = 2\pi\sqrt{2l/3g}$, откуда находим длину стержня $l = 3gT^2/8\pi^2$.

Пример 3. Газ, который можно считать идеальным, закачан под давлением в трехлитровый стеклянный сосуд, закрытая крышка которого имеет клапан К, выпускающий газ в том случае, когда его давление достигает величины p_0 . Имеются весы, позволяющие точно измерить массу сосуда с газом; горелка, позволяющая нагреть сосуд до большой температуры, и термометр, позволяющий измерить его температуру. Предложите и обоснуйте процедуру определения молярной массы μ газа в сосуде с помощью данных устройств.



Решение.

Известен объём сосуда V и давление p_0 газа в нём. Первоначально при измеренной температуре T_1 газ в сосуде имел массу m_T . После нагревания до температуры T_2 давление возрасти не может и часть газа с массой Δm выходит через клапан. С помощью весов измеряем начальную $m_1 = m_T + m_c$ и конечную $m_1 = m_T - \Delta m + m_c$ массу газа вместе с массой сосуда.

Уравнение состояния позволяет определить начальную и конечную массу газа в сосуде: $m_T = \frac{p_0 V \mu}{RT_1}$ и $m_T - \Delta m = \frac{p_0 V \mu}{RT_2}$.

Исключая отсюда неизвестную массу m_T и измеренную разность масс

$$\Delta m = m_1 - m_2, \text{ находим } \mu = \frac{R(m_1 - m_2)}{p_0 V (T_1^{-1} - T_2^{-1})}.$$

Пример 4. Выскажите свое мнение и с помощью законов физики объясните причину того, что увеличение высоты h печной трубы приводит к увеличению потока воздуха, затягиваемого в дверцу печи и к лучшему горению дров. Ответ обоснуйте полученными вами формулами такой зависимости.

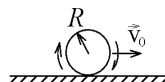


Решение.

На высоте h выравнивается давление нагретого воздуха, выходящего при температуре T_n из трубы и холодного воздуха при температуре T_x снаружи. Согласно барометрической формуле давления p_{0x} и p_{0n} холодного и нагретого воздуха внизу будут различны: $p_n(h) = p_{0n} \exp(-\mu gh/RT_n) = p_x(h) = p_{0x} \exp(-\mu gh/RT_x)$. Их разность создаёт силу давления, затягивающую холодный воздух в печь, $F = (p_{0x} - p_{0n})S = p(h) \left(\exp\left(\frac{\mu gh}{RT_x}\right) - \exp\left(\frac{\mu gh}{RT_n}\right) \right) S$, которая возрастает с увеличением высоты трубы h или разности температур.

Примеры открытых тестов для поиска самостоятельного ответа.

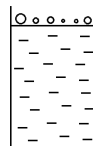
23.1. Диск радиуса R катится по горизонтальной шероховатой поверхности без проскальзывания со скоростью v_0 . Оцените величину наибольшей и наименьшей скорости, которую могут иметь точки на ободе диска. Ответ обоснуйте с помощью формул.



23.2. Стоявшая автомашина начинает двигаться с ускорением \vec{a} . Первый наблюдатель считает, что причиной этого является трение колес о поверхность дороги, поскольку других сил, тянущих автомобиль вперед нет. Второй уверен в том, что трение может только затормозить движение автомобиля. Выскажите своё мнение о том, кто из наблюдателей прав. Оцените роль трения колес о дорогу: будет оно причиной ускорения или замедления автомобиля. Ответ обоснуйте с помощью физических законов и формул.



23.3. В высокий сосуд с растительным маслом одновременно высыпают множество маленьких металлических шариков разного радиуса r . Проанализируйте процесс падения шариков в жидкости и объясните порядок их падения на дно. Ответ обоснуйте с помощью физических законов и формул.



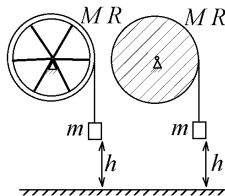
23.4. Футболист бьёт пенальти. В момент удара нога футболиста имеет скорость v , а масса бьющей по мячу ноги во много раз больше массы мяча. Предложите способ, позволяющий с помощью законов механики найти скорость мяча после удара, и найдите эту скорость.



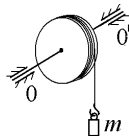
23.5. Сразу после удара кием в центр покоившегося бильярдного шара, он движется поступательно со скоростью v_0 . Проанализируйте дальнейшее движение шара и опишите, какие законы динамики приводят к тому, что шар попадает в лузу со скоростью, меньшей v_0 и с механической энергией, меньшей $mv_0^2/2$. Как найти эту скорость, если известно, что силы трения совершают работу $A_{\text{тр}}$? Обоснуйте свое суждение соответствующими формулами физики.



23.6. На обод колеса со спицами и на обод сплошного диска того же радиуса R и той же массы M намотаны невесомые нити, к которым прикреплены одинаковые грузы массой m . И колесо, и диск могут вращаться вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии без трения и первоначально покоятся, а грузы находятся на одинаковой высоте h над полом. С помощью физических законов и формул оцените, какой из грузов быстрее упадет на пол.



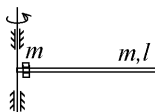
23.7. Шкив может вращаться вокруг своей закрепленной горизонтально оси $00'$ без трения. Под рукой имеется линейка, секундомер, и также грузик массы m , который можно подвесить к нити, намотанной на шкив. Предложите процедуру определения момента инерции шкива относительно оси $00'$ с помощью имеющихся под рукой предметов. Обоснуйте предложенную процедуру формулами, позволяющими вычислить требуемый момент инерции.



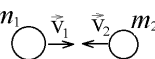
23.8. На неподвижной круговой платформе, способной вращаться без трения вокруг закрепленной вертикальной оси симметрии сидит человек. Первоначально платформа покоится. Предложите способ, которым человек, не вставая, может постепенно раскрутить платформу до большой угловой скорости. Обоснуйте предложенный способ законами механики, подтвердив его записанными формулами и уравнениями физики.



23.9. В начальный момент времени стержень массы m и длины l свободно вращается без трения с угловой скоростью ω_0 в горизонтальной плоскости вокруг закрепленной оси, проходящей через его край. По стержню может свободно без трения скользить надетая на него муфта той же массы m . Сначала муфта находилась вблизи оси вращения. Проанализируйте дальнейшее движение муфты, изменение кинетической энергии, импульса и момента импульса системы со временем и выскажите свое мнение о сохранении этих величин или о причинах их изменения. Обоснуйте свой ответ законами и формулами физики.



23.10. При абсолютно упругом соударении двух металлических шариков с массами m_1 и m_2 , двигавшихся навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 , в момент наиболь-

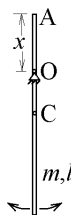


шего сближения шарики движутся с одной скоростью v_0 , определяемой законом сохранения импульса $|m_1 v_1 - m_2 v_2| = (m_1 + m_2) v_0$ и только потом разлетаются в стороны. При этом кинетическая энергия меня-

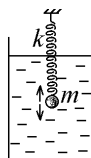
ется на величину $\Delta E_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_0^2}{2} > 0$. Выскажите

своё мнение о причине такого изменения энергии при абсолютно упругом ударе или об ошибках в записанных формулах.

23.11. Однородный тонкий стержень массы m и длины l может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси O , проходящей через точку подвеса на расстоянии x от верхнего конца стержня. Необходимо получить минимальную величину периода колебаний такого физического маятника. Предложите процедуру получения такой величины и порядок необходимых для этого действий. Обоснуйте своё предложение формулами, описывающими процесс колебаний.



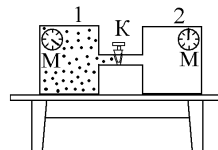
23.12. Шарик, подвешенный на невесомой пружинке, совершает вертикальные колебания в глицерине. Утверждается, что после того, как в глицерин добавили воду, а шарик подвесили на другой пружинке с меньшей жесткостью, он перестал совершать колебания. Выскажите своё суждение о возможности или невозможности такого результата. Найдите причины, которые могли или не могли привести к данному результату. Ответ обоснуйте с помощью физических законов и формул.



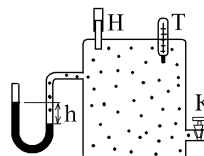
23.13. Футболист пробивает штрафной ударом, обводящим стенку. Выскажите своё мнение о причине, по которой мяч летит по кривой траектории, огибая стенку. Проанализируйте полет мяча и действующие на него силы с точки зрения физических законов.



23.14. Два одинаковых тонкостенных металлических сосуда соединены достаточно широкой трубкой, перекрытой плотно прижатым краном К. Манометр М в левом сосуде 1 показывал давление воздуха $p_1 = 2$ атм, а второй манометр в правом сосуде 2 показывал $p_2 = 0$ атм. Экспериментатор открыл кран К и, когда показания манометров в обоих сосудах сравнялись, снова быстро и плотно закрыл кран, считая, что давление воздуха останется равным $p_3 = 1$ атм. Прав ли он? Проанализируйте процессы, происходящие с газом, и выскажите своё суждение о том, что будет происходить с показаниями манометров в обоих сосудах и почему? Ответ обосновать с помощью физических законов и формул.



23.15. В трубку U-образного манометра, соединенного с сосудом, залита жидкость с неизвестной плотностью $\rho_{\text{ж}}$. Можно измерить разность уровней h жидкости в манометре, но нельзя определить разность давлений $\Delta p = \rho_{\text{ж}} g h$ внутри и вне сосуда. С помощью насоса Н можно закачать в сосуд воздух под большим давлением. С помощью крана К можно быстро выпустить закачанный воздух. Термометр Т позволяет точно определить температуру воздуха в сосуде. Известно, что показатель адиабаты воздуха $\gamma = 1,4$, а атмосферное давление равно $p_{\text{атм}}$. Предложите процедуру определения плотности $\rho_{\text{ж}}$ неизвестной жидкости с помощью данных измерительных приборов. Обоснуйте предложенную процедуру формулами, позволяющими вычислить требуемый результат.



23.16. Некоторое количество газа следует перевести из состояния с давлением p_1 и объемом V_1 в состояние с давлением $p_2 = 2p_1$ и с объемом $V_2 = 2V_1$. Это можно сделать, используя (комбинируя) **только два** обратимых процесса из четырех перечисленных: изотермический, изобарический, изохорический и адиабатический процессы. Предложите такую комбинацию из двух перечисленных процессов, в результате которой газ перейдет из начального в конечное состояние, совершив при этом наибольшую работу. Ответ обоснуйте с помощью физических за-

конов и формул, изобразив выбранную комбинацию процессов на диаграмме $p - V$.

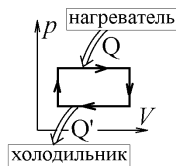
23.17. В комнате включают нагреватель, постепенно повышая его температуру (барометр при этом продолжает показывать атмосферное давление). Выскажите свое мнение о том, приведет ли это нагревание к изменению внутренней энергии воздуха, **находящегося в пределах комнаты**? Обоснуйте ваш вывод с помощью законов и формул физики. Воздух считать идеальным двухатомным газом. На что расходуется та часть энергии, которая поступает в воздух от нагревателя?

23.18. Тепловая машина совершает циклический процесс, забирая тепло Q_1 у нагревателя и отдавая тепло Q_2 холодильнику. Температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2 неизменны. Используя законы физики, сравните величины (модули) изменения энтропии нагревателя, холодильника и рабочего тела машины за один цикл её работы. У какого из данных тел эта величина больше, а у какого меньше и по какой причине. Обоснуйте свой ответ формулами и законами физики.



23.19. Любые массивные частицы (легчайшие частички пыли или сажи, например) со временем должны падать на землю под действием силы тяжести. Однако атмосфера Земли, имеющая значительную массу, не падает на её поверхность. Выскажите свое суждение о том, какие физические законы приводят к этому результату. Изменение каких величин в этих законах надо принять во внимание и почему?

23.20. Монтажник настраивает реальную тепловую машину, использующую нагреватель (источник тепла) с неизменной температурой 227°C , от которого рабочее тело машины получает за цикл работы количество теплоты 200 Дж. Эта машина контактирует с холодильником, температура которого 27°C также постоянна. Монтажник убеждает клиента, что за один цикл работы машина будет отдавать холодильнику не больше 120 Дж теплоты, а клиент считает, что машина за один цикл должна отдавать холодильнику больше 120 Дж теплоты. Выскажите свое мнение о том, кто из них прав. Ответ обоснуйте с помощью физических законов и формул.

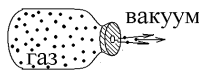


23.21. При 20°C плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность подсолнечного масла 925 кг/м^3 , плотность нефти 830 кг/м^3 , плотность этилового спирта 789 кг/м^3 . Тем не менее, более легкий спирт растворяет-

ся в воде, а более тяжелые масло и нефть всплывают на поверхность воды. Выскажите свое суждение о том, какие физические законы приводят к этому результату. Изменение каких величин в этих законах надо принять во внимание и почему?

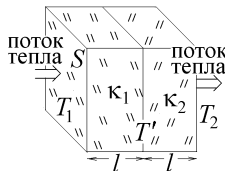
23.22. Три экспериментатора спорят о том, что происходит после нагревания газа с числом его молекул, величины скоростей которых отличаются от скорости v_1 , равной половине средней скорости молекул данного газа, не более, чем на $\Delta v = \pm 1$ м/с. Первый считает, что число таких молекул после нагревания газа увеличится, второй – что не изменится, а третий – что уменьшится. Выскажите свое мнение о том, кто из них прав, и обоснуйте его с помощью физических законов.

23.23. В плотно закрытой крышке банки имеется маленькое отверстие, через которое в окружающий банку вакуум вылетают молекулы газа, заполняющего банку. Давление газа внутри банки при этом меняется со временем t по линейному закону: $p = \text{const} \cdot t$. Чтобы число молекул, ежесекундно вылетающих из банки, не изменялось, экспериментатор предлагает нагревать банку, увеличивая температуру T газа в ней. Как надо менять температуру газа, чтобы число молекул, покидающих её ежесекундно, не менялось? Получите зависимость T от времени.



23.24. Приходя зимой в своё жилище человек может сесть или на железный стул, или в мягкое кресло. В первом случае ему будет холодно, а во втором – тепло, хотя температура и стула, и кресла равна температуре воздуха в комнате. Определите причину такого различия в результатах и объясните её с помощью законов и формул физики.

23.25. Два прижатых друг к другу слоя теплоизоляционного материала имеют одинаковую площадь S и толщину l , но разные коэффициенты теплопроводности κ_1 и $\kappa_2 = 2\kappa_1$. Температуры с разных сторон равны $T_1 = 2T$ и $T_2 = T$. Первый студент считает, что, так как теплопроводность второго материала в 2 раза больше, то он пропускает в 2 раза больший поток тепла, а температура соприкасающейся поверхности слоев равна $T' = 3T/2$. По мнению второго студента, эту температуру надо считать по другой формуле $T' = 5T/3$. Согласны ли вы с ними? Если нет, то предложите процедуру решения, позволяющую найти температуру T' и получите её значение.



23.26. За летательными аппаратами обтекаемой формы, летящими со сравнительно небольшой скоростью, не образуется турбулентных завихрений, и со стороны воздуха на них действует сила вязкого трения. Первый авиапассажир считает, что такие самолеты летают на высоте нескольких километров, поскольку давление воздуха там меньше и сила вязкого трения, тормозящая движения самолета значительно меньше, чем у поверхности земли. Второй авиапассажир возражает ему, считая, что сила вязкого трения на любой высоте практически одинакова, а самолеты летают на большой высоте по другой причине. Выскажите свое мнение о том, кто из них прав. Обоснуйте свой ответ с помощью законов и формул физики. По какой причине, по вашему мнению, самолеты летят на большой высоте?

3.24. Ответы на вопросы тестовых заданий

1.1. г	1.2. в	1.5. г	1.6. е	1.7. б	1.8. б	1.10. в
1.11. в	2.2. д	2.3. а	2.5. г	2.6. в	2.7. а	2.9. а,В
3.2. д	3.3. г	3.4. в	3.5. е	3.8. в	3.9. е	3.10. б
4.1. б	4.4. в	4.5. е	4.6. в	4.7. д	4.8. а	5.2. г
5.4. г	5.5. а	5.6. в	5.7. а	6.1. а	6.2. в	6.3. а
6.5. д	6.6. д	6.9. е	6.10. з	7.1. б	7.2. в	7.3. г
7.5. д	7.6. г	7.8. а	7.9. б	7.11. б	7.12. в	8.2. б
8.3. е	8.4. б	8.6. г	8.7. б	8.9. д	8.11. в	9.2. г
9.3. д	9.4. г	9.7. е	10.1. б	10.3. г	10.6. д	10.7. б
10.11. б	11.1. е	11.2. д	11.5. е	11.6. д	11.7. в	11.8. а
11.9. а	12.1. е	12.2. г	12.3. д	12.5. г	12.6. в	12.9. а
12.10. г	12.11. е	13.2. д	13.4. б	13.6. д	13.8. в	13.10. б
13.11. д	13.12. в	13.13. в	13.14. е	13.15. д	13.17. б	14.2. е
14.4. е	14.5. б	14.6. г	14.8. в	14.9. а,д	15.1. в	15.2. д
15.3. г	15.4. д	15.5. д	15.6. г,д	15.7. в,д	15.8. г,е	15.9. в
15.10. д	16.2. в	16.4. а	16.9. а	16.10. г	17.1. ж	17.2. д
17.3. д	17.4. б	17.8. б	17.9. а	17.10. а	17.11. г	18.2. д
18.4. ж	18.5. в	18.6. а	18.8. г	18.9. ж	18.10. д	19.2. е
19.3. б	19.5. д	19.6. г	19.7. а	19.9. е	20.1. б	20.3. е
20.4. б	20.5. г	20.8. г	20.9. в	20.10. а	20.11. в	21.2. в
21.3. б	21.4. д	21.6. б	21.7. б	21.8. е	21.9. ж	21.11. а
22.1. в	22.2. г	22.3. д	22.4. б	22.6. б	22.7. а	22.8. г

23.1.	$v_{\max} = 2v_0; v_{\min} = 0$
23.4.	$v_{\text{мяча}} = 2v$
23.5.	$v = \sqrt{5\left(v_0^2 - 2A_{\text{тр}}/m\right)}/7$
23.7.	$I = mR^2(g - a)/a$, если измерить ускорение груза a
23.8.	меняя момент инерции, двигать рукой в разные стороны
23.9.	сохраняется момент импульса, часть кинетической энергии вращательного движения перейдёт в энергию поступательного движения
23.10.	$\Delta E_{\text{кин}} = \Delta E_{\text{упр}}$ (энергия упругой деформации шариков)
23.11.	$T_{\min} = 2\pi\sqrt{l/\sqrt{3}g}$
23.12.	маятник не колеблется, если $k/m < \beta^2$
23.13.	воздух обтекает разные стороны вращающегося мяча с разной скоростью, что, по закону Бернулли, создаёт разность давлений $\Delta p = \rho_{\text{возд}} \Delta v^2/2$ с разных сторон мяча
23.14.	процессы адиабатического охлаждения, а затем изохорического нагревания приведут к давлению $p > 1$ атм
23.15.	$\rho_{\text{ж}} = \frac{p_{\text{атм}}}{gh} \left((T_1/T_2)^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right)$
23.16.	$A_{\text{газа}} = \max$ при изохорическом нагревании до p_2 , а затем при адиабатическом расширении до V_2
23.17.	с учетом уравнения состояния идеального газа $U_{\text{ид газа}}$ не изменится, расширяющийся газ уносит энергию наружу
23.18.	$\Delta S_{\text{хол}} > \Delta S_{\text{нагр}} > \Delta S_{\text{раб тела}} = 0$
23.20.	КПД реальной машины меньше КПД цикла Карно, откуда следует, что $Q' > QT'/T = 120$ Дж. Прав клиент
23.21.	при растворении спирта энтропия системы растёт, а растворение поверхностно-активных сред её уменьшает
23.23.	необходимо, чтобы температура росла со временем по квадратичному закону: $T \sim t^2$
23.25.	$T' = 4T/3$
23.26.	коэффициент динамической вязкости газа $\eta \sim \sqrt{T}$, а вместе с тем и сила вязкого трения, практически не зависят от давления, а термодинамическая температура T меняется с высотой незначительно

