Universidade Estadual de Santa Catarina - UDESC
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Física - DFIS

Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento
7 de maio de 2022

Lista de Astronomia: MÓDULO-I (Posições e Movimentos dos Astros)

Solução dos Problemas: P02, P03, P05, P09, P15, P17, P19, P20, P21 e P22.

Sumário

Universidade Estadual de Santa Catarina - UDESC
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Física - DFIS

Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento
7 de maio de 2022

Lista de Astronomia: MÓDULO-I (Posições e Movimentos dos Astros)

Questão 1. Mostre que:

a) 1 ano-luz $= 9,46 \times 10^{12} km$

b) 1 parsec $= 3,26$ anos-luz, i.e. $3,08 \times 10^{13} km$

Solução 1. Considerando $v_l = 299.792.458 m/s$ para a velocidade da luz e $t = 31.557.600 s$ para o período de um ano

a) 1 ano-luz $= (v_l)t = (3,0 \times 10^8 m/s)(3,1 \times 10^7 s) = 9,46 \times 10^{15} m = 9,46 \times 10^{12} km$

b) 1 parsec $= 3,26 \times (9,46 \times 10^{12} km) = 3,08 \times 10^{13} km.$

Questão 2. Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus.

Solução 2. Assumindo um dia em que o sol demora 12 horas entre o nascer e o ocaso temos que

$$\frac{\theta_{sol}}{180°} = \frac{2min}{720min} \quad \therefore \quad \theta_{sol} = 0,5° \tag{1}$$

Questão 3. No dia do solstício de verão (o mais longo do ano), na cidade de Siena, ao meio dia, os raios solares eram exatamente verticais. Neste dia e hora, Eratóstenes mediu a sombra projetada por uma estaca vertical na cidade de Alexandria e descobriu que ela tinha um oitavo da altura da estaca. Além disso, a distância entre as duas cidades já era conhecida como 5000 estádios (1 estádio aproximadamente 157 metros). Com estes dados, calcule o raio da Terra.

Solução 3. Sabe-se que o comprimento C de uma circunferência de raio R é dado por:

$$C = 2\pi R \tag{2}$$

Da eq. (21) é fácil de ver que se soubermos C, então R é imediato. Outro ponto a se considerar é o comprimento do arco de um setor da mesma circunferência dado por

$$c = \alpha R \tag{3}$$

estas grandezas são proporcionais de modo que

$$\frac{C}{c} = \frac{2\pi R}{\alpha R} \tag{4}$$

logo

$$C = c\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) \tag{5}$$

no caso:

- C é o comprimento da circunferência terrestre;
- c é o comprimento do arco de circuferência, que vai de Siena a Alexandria;
- α é o ângulo entre as duas cidades medido a partir do centro da terra, essencialmente o mesmo ângulo que o raio de sol incide na estaca em Alexndria.

Para determinar α (em Alexandria), basta fazer

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{h/8}{h} = \frac{1}{8} \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{1}{8}\right) \\ \alpha &= 7,13^\circ \end{aligned} \tag{6}$$

Assim

$$C = 5000 \times 157m\left(\frac{360^\circ}{7,13^\circ}\right) = 3,96 \times 10^7 m \tag{7}$$

e por fim

$$R = \frac{C}{2\pi} = 6,30 \times 10^6 m \tag{8}$$

Questão 4. O diâmetro angular da Lua pode ser determinado com o auxílio de uma régua. Estique um braço com a régua na mão e alinhe a extremidade superior da régua com a extremidade superior da Lua. Coloque o polegar no ponto da régua que coincide com a extremidade inferior da Lua.

a) Em termos de d e x, quanto vale o diâmetro da Lua? Resultados típicos da razão x/d giram em torno de $1/110$.

b) Como poderímaos utilizar as informações acima para calcular a razão entre a distância da Lua e seu diâmetro.

Questão 5. No século III A.C, o astrônomo Aristarco de Samos estimou a razão d_S/d_L entre a distância d_S da Terra ao Sol e distância d_L da Terra à Lua medindo o ângulo θ entre as retas Terra-Sol e Terra-Lua. O valor obtido foi $\theta = 87°$.

a) Encontre a estimativa de Aristarco para d_S/d_L.

b) Com base nos valores atualmente conhecidos, $d_S/d_L \sim 389$. Determine o valor atual de θ e argumente porque o método de Aristarco não produz um bom resultado.

Solução 4.

a) Dado que

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{d_L}{d_S} \\ \sec\theta &= \frac{d_S}{d_L} \end{aligned} \tag{9}$$

logo, a estimativa de Aristarco para a razão d_S/d_L é simplesmente

$$\frac{d_S}{d_L} = \sec 89° = 19,1 \tag{10}$$

b) Para os valores atuais tem-se

$$
\begin{aligned}
\sec\theta &= 389 \\
\theta &= \sec^{-1} 389 \approx 89,9^\circ
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Ainda que o ângulo obtido por Aristarco difere cerca de 3° do valor de ângulo atual, a razão para d_S/d_L encontrada por Aristarco é da ordem de 20 vezes menor que os resultados atuais, isso de fato deve requerer um instrumento de medida de ângulos altamente preciso, o que evidentemente não existia naquela época, um outro ponto a se destacar é que a execução deste experimento requer alto grau de acurácia do experimentador para identificar o momento exato em que a metade da lua está completamente iluminada, um dia antes ou depois da observação pode alterar minimamente o valor de ângulo observado produzindo assim, alta discrepância na razão d_S/d_L. Por fim, há ainda de se considerar se Aristarco conhecia os trabalhos de Eratóstenes no que diz respeito a medida do raio da terra, visto que supostamente a medida de ângulo obtida por ele, foi realizada na superfíce do planeta e não em seu centro, como inlustra a figura do exercício, medidas mais atuais (OLIVEIRA; LIMA; BERTUOLA, 2016) apontam para uma diferença de $0°3'0''$, diferença pequena mas que pode contribuir para uma melhor aproximação.

Questão 6. Deduza a forma que a latitude de um observador se relaciona com a altura do polo elevado.

Solução 5. (FILHO; SARAIVA, 2004) definem, a latitude geográfica como sendo o ângulo ϕ medido ao longo do meridiano local, com origem no equador E e extremidade no zênite local z_O.

A figura (1), representa um observador localizado no ponto O do planeta (circunferência), e de latitude ϕ. O zênite do observador está representado pelo segmento de reta z_O e o seu horizonte pelo segmento de reta h_O. Um dos pólos do planeta é representado pela segmento de reta P, perpendicular ao equador E. Por fim, obtêm-se a reta auxiliar g transladando h_O paralelarmente até o centro C da circunferência. Deseja-se demostrar que o ângulo β, denominado altura do pólo elevado h_P, é essencialmente igual a latitude local ϕ do observador.

Nota-se de imediato que

$$
\pi = \beta + \alpha + \phi + \theta \tag{12}
$$

$$
\frac{\pi}{2} = \alpha + \phi \tag{13}
$$

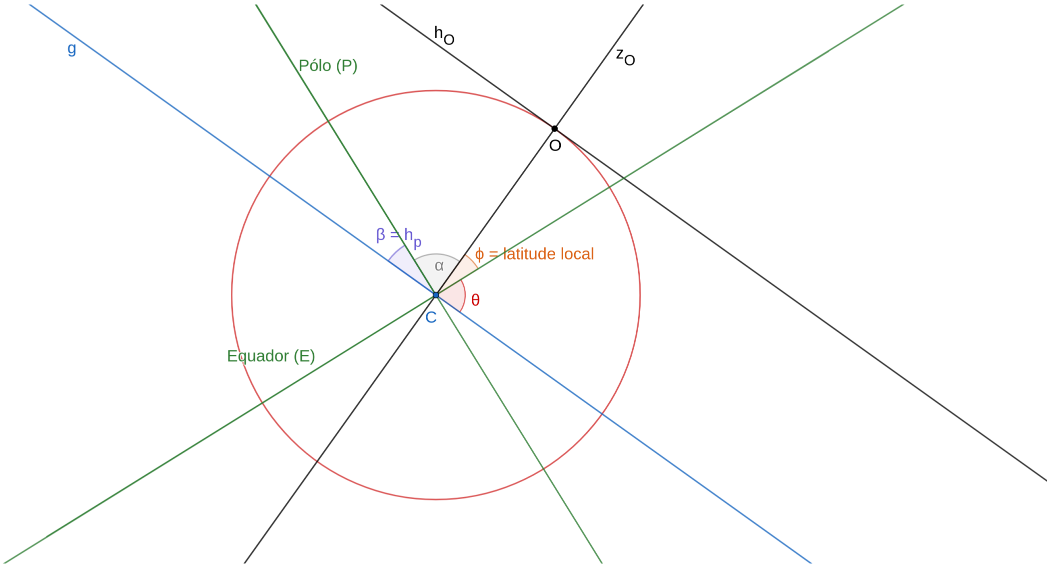


Figura 1 – Diagrama dos ângulos entre as diversas coordenadas geográficas

$$\frac{\pi}{2} = \phi + \theta \tag{14}$$

Resolvendo o sistema de equações tem-se

$$\begin{aligned} \beta + \alpha + \phi + \theta - \alpha - \phi - \phi - \theta &= \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \\ \beta - \phi &= 0 \\ \beta &= \phi \end{aligned} \tag{15}$$

Questão 7. Verifica-se que, em um certo lugar do hemisfério sul, os círculos diurnos das estrelas fazem um ângulo de 50° com o horizonte.

a) Qual a latitude do lugar?

b) Qual o pólo elevado (norte ou sul) e qual a sua altura (elevação acima do horizonte)?

Solução 6. Círculos diurnos são sempre paralelos ao equador celeste, neste caso o horizonte encontra-se a um ângulo de 50° com o equador e portanto:

a) A latitude do local pode ser calculada pelo ângulo de declinação, sendo $\delta = 90° - 50°$ ou seja $\delta = \phi = 40°$

b) Sul é o pólo elevado e por definição $h_p = \phi = 40°$

Questão 8. Para um observador no equador da Terra:

a) Qual a altura do pólo celeste norte?

b) E do pólo celeste sul?

c) Como é o movimento das estrelas nesse lugar, com relação ao horizonte?

d) Existem estrelas circumpolares nesse lugar?

Solução 7.

a) $0°$

b) $0°$

c) O movimento das estrelas se da a um ângulo de $90°$ do horizonte

d) Não há estrelas circumpolares

Questão 9. Desenhe um circulo representando a esfera celeste para um observador localizado em uma lugar de latitude $20°N$. Nesse círculo marque:

a) A localização do zênite

b) A localização do pólo elevado, e o ângulo que ele faz com o horizonte

c) O plano do equador

d) O plano do horizonte, com os pontos cardeais N, S, L, O

e) A calota das estrelas circumpolares visíveis

f) O círculo diurno de uma estrela de declinação $\delta = +40°$

Questão 10. Entre as estrelas da tabela (1), escolha:

a) As que pertencem ao hemisfério sul celeste

b) As que nunca podem ser vista em Oslo ($latitude = 59°N$)

c) A(s) que é(são) circumpolar(es) em Porto Alegre ($latitude = 30°S$)

d) A que faz sua passagem meridiana mais próxima do zênite em Porto Alegre

e) As que estão na faixa do zodíaco

Tabela 1 – Medidas de ascensão reta e ângulo de declinação de algumas constelações

	Ascensão reta (α)		**Declinação** (δ)
Estrela	hora (h)	min ($'$)	graus ($\circ$)
Sírius (α-Cão Maior)	6	45	-17
Canopus (α-Carina)	6	54	-53
Vega (α-Lira)	18	37	+39
Antares (α-Escorpião)	16	29	-26,5
Betelgeuse (α-Orion)	5	55	+7
Deneb (α-Cisne)	20	41	+45
Arcturus (α-Bootis)	14	15	+19
Acrux (α-Crucis)	12	26	-63
Spica (α-Virgem)	13	25	-11
Rigelkent (α-Centauri)	14	39	-61
Rigel (β-Orionis)	5	14	-8

Solução 8.

a) No Sistema Equatorial, pertencem ao hemisfério sul as estrelas cujo ângulo de declinação $\delta < 0$, sendo assim: **Sírius (α-Cão Maior), Canopus (α-carina), Antares (α-Escorpião), Acrux (α-Crucis), Spica (α-Virgem), Rigelkent (α-Centauri) e Rigel (β-Orionis)**.

b) Para que uma estrela seja invisível num ponto do hemisfério norte de latitude ϕ, basta que ela seja circumpolar a uma latitude $-\phi$ do hemisfério sul. A condição para ocorrência de circumpolaridade é dada por

$$|\delta| \geq 90° - |\phi| \tag{16}$$

sendo δ e ϕ de sinais iguais, do contrário, a estrela é circumpolar no hemisfério oposto. Então, em Oslo (ϕ=+59°) qualquer estrela com ângulo de declinação

$$\begin{aligned} |-\delta| &\geq 90° - |+59°| \\ \delta &\leq -31° \end{aligned} \tag{17}$$

será invisível. Logo: **Canopus (α-Carina); Rigelkent (α-Centauri) e Acrux (α-Crucis)** não são visíveis neste local.

c) Em Porto Alegre, as estrelas que serão circumpolares, deverão ter para a coordenada do ângulo de declinção δ a seguinte relação

$$\begin{aligned} |-\delta| &\geq 90° - |-30°| \\ \delta &\leq -60° \end{aligned} \tag{18}$$

ou seja: **Acrux (α-Crucis) e Rigelkent (α-Centauri)**.

d) A que tem o ângulo de declinação $\delta \backsimeq -30°$ é **Antares (α-Escorpião)** ($\delta = -26,5°$)

e) Pelo nome as que pertencem à alguma constelação do zodíaco são: **Rigelkent (α-Centauri); Spica (α-Virgem) e Antares (α-Escorpião).**

Questão 11. Mostre que um dia sideral é aproximadamente $4min$ mais curto que o dia solar.

Solução 9. O dia sideral é definido como duas passagens consecutivas do ponto vernal γ pelo meridiano local. Por decorrência do movimento de translação da Terra em torno do Sol e da distância da Terra em relação ao Sol ser muito menor se comparado à distância da Terra ao primeiro ponto de Áries (ponto vernal - γ), a Terra percorre o equivalente a $0,986°$ por dia a mais para se alinhar novamente ao Sol, completando assim o dia solar. Esta pequena diferença ângular transformada em horas resulta em

$$\begin{aligned} \frac{360°}{0,986°} &= \frac{24h}{x} \\ x &= \frac{(24h)\,(0,986°)}{360°} \\ x &= 0,065733\,(60min) \\ x &= 3,944min \end{aligned} \tag{19}$$

e é o tempo necessário para a Terra completar um dia solar, após ter completado um dia sideal.

Questão 12. A latitude em Montreal é $48°N$

a) Sabendo que a obliquidade da eclíptica é $23,5°$, qual a altura máxima do Sol, no verão, em Montreal Faça um desenho explicativo

b) Se em Porto Alegre a máxima altura do Sol, no verão, é $83,5°$, calcule a razão entre a insolação recebida em Montreal, no verão, com a insolação recebida em Porto Alegre, no verão.

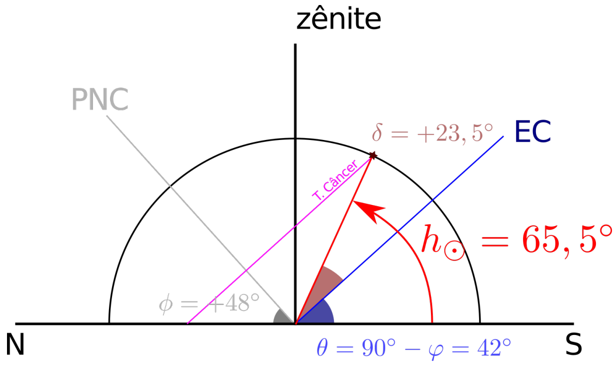
c) Se a obliquidade da eclíptica fosse $33°$, qual seria o efeito nas estações, comparado com a obliquidade real, de $23,5°$,

c.i) em Montreal

c.ii) em uma cidade localizada no equador

Solução 10.

a) Se Montreal está a uma latitude $\phi = 48° N$, o equador celeste está a $42°$ acima do horizonte. No ponto máximo do verão no hemisfério Norte, o Sol está a uma distância ângular de $+23,5°$ do equador celeste. Logo, sua altura máxima é de $+65,5°$



Questão 13. Uma astro realiza, durante o período de um dia, duas passagens meridianas. Considere uma estrela que faz uma passagem meridiana a uma altura de $85°$, ao sul do zênite, e uma segunda passagem a uma altura de $45°$, ao norte do zênite. Calcule a declinação da estrela e a latitude do observador.

Questão 14. Considere a culminação superior de um astro. Deduza uma relação para a distância zenital em termos da declinação dos astro e da latitude do observador. Note que a relação deve ser ligeiramente diferente para culminação ao norte do zênite ou ao sul do zênite.

Questão 15. Encontre uma relação entre o módulo da latitude do observador e o módulo da declinação de uma estrela para que esta seja circumpolar.

Questão 16. A longitude de Porto Alegre é de, aproximadamente, $-51°$. Sabendo que Porto Alegre está no fuso $-3h$, em quanto tempo a sua hora real está atrasada ou adiantada em relação à Hora Legal (hora do fuso).

Questão 17 (ref: P02)**.** Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus.

Solução 11. Assumindo um dia em que o sol demora 12 horas entre o nascer e o ocaso temos que

$$\frac{\theta_{sol}}{180^\circ} = \frac{2min}{720min} \quad \therefore \quad \theta_{sol} = 0,5^\circ \tag{20}$$

Questão 18 (ref: P03)**.** No dia do solstício de verão (o mais longo do ano), na cidade de Siena, ao meio dia, os raios solares eram exatamente verticais. Neste dia e hora, Eratóstenes mediu a sombra projetada por uma estaca vertical na cidade de Alexandria e descobriu que ela tinha um oitavo da altura da estaca. Além disso, a distância entre as duas cidades já era conhecida como 5000 estádios (1 estádio aproximadamente 157 metros). Com estes dados, calcule o raio da Terra.

Solução 12. Sabe-se que o comprimento C de uma circunferência de raio R é dado por:

$$C = 2\pi R \tag{21}$$

Da eq. (21) é fácil de ver que se soubermos C, então R é imediato. Outro ponto a se considerar é o comprimento do arco de um setor da mesma circunferência dado por

$$c = \alpha R \tag{22}$$

estas grandezas são proporcionais de modo que

$$\frac{C}{c} = \frac{2\pi R}{\alpha R} \tag{23}$$

logo

$$C = c\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) \tag{24}$$

no caso:

- C é o comprimento da circunferência terrestre;
- c é o comprimento do arco de circuferência, que vai de Siena a Alexandria;

- α é o ângulo entre as duas cidades medido a partir do centro da terra, essencialmente o mesmo ângulo que o raio de sol incide na estaca em Alexndria.

Para determinar α (em Alexandria), basta fazer

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{h/8}{h} = \frac{1}{8} \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{1}{8}\right) \\ \alpha &= 7,13^\circ \end{aligned} \tag{25}$$

Assim

$$C = 5000 \times 157m \left(\frac{360^\circ}{7,13^\circ}\right) = 3,96 \times 10^7 m \tag{26}$$

e por fim

$$R = \frac{C}{2\pi} = 6,30 \times 10^6 m \tag{27}$$

Questão 19 (ref: P05)**.** No século III A.C, o astrônomo Aristarco de Samos estimou a razão d_S/d_L entre a distância d_S da Terra ao Sol e distância d_L da Terra à Lua medindo o ângulo θ entre as retas Terra-Sol e Terra-Lua. O valor obtido foi $\theta = 87^\circ$.

a) Encontre a estimativa de Aristarco para d_S/d_L.

b) Com base nos valores atualmente conhecidos, $d_S/d_L \sim 389$. Determine o valor atual de θ e argumente porque o método de Aristarco não produz um bom resultado.

Solução 13.

a) Dado que

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{d_L}{d_S} \\ \sec\theta &= \frac{d_S}{d_L} \end{aligned} \tag{28}$$

logo, a estimativa de Aristarco para a razão d_S/d_L é simplesmente

$$\frac{d_S}{d_L} = \sec 89^\circ = 19,1 \tag{29}$$

b) Para os valores atuais tem-se

$$\sec\theta = 389$$
$$\theta = \sec^{-1} 389 \approx 89,9^\circ \tag{30}$$

Ainda que o ângulo obtido por Aristarco difere cerca de 3° do valor de ângulo atual, a razão para d_S/d_L encontrada por Aristarco é da ordem de 20 vezes menor que os resultados atuais, isso de fato deve requerer um instrumento de medida de ângulos altamente preciso, o que evidentemente não existia naquela época, um outro ponto a se destacar é que a execução deste experimento requer alto grau de acurácia do experimentador para identificar o momento exato em que a metade da lua está completamente iluminada, um dia antes ou depois da observação pode alterar minimamente o valor de ângulo observado produzindo assim, alta discrepância na razão d_S/d_L. Por fim, há ainda de se considerar se Aristarco conhecia os trabalhos de Eratóstenes no que diz respeito a medida do raio da terra, visto que supostamente a medida de ângulo obtida por ele, foi realizada na superfíce do planeta e não em seu centro, como inlustra a figura do exercício, medidas mais atuais (OLIVEIRA; LIMA; BERTUOLA, 2016) apontam para uma diferença de $0^\circ 3' 0''$, diferença pequena mas que pode contribuir para uma melhor aproximação.

Questão 20 (ref: P09)**.** Desenhe um circulo representando a esfera celeste para um observador localizado em um lugar de latitude $20^\circ N$. Nesse círculo marque:

a) A localização do zênite

b) A localização do pólo elevado, e o ângulo que ele faz com o horizonte

c) O plano do equador

d) O plano do horizonte, com os pontos cardeais N, S, L, O

e) A calota das estrelas circumpolares visíveis

f) O círculo diurno de uma estrela de declinação $\delta = +40^\circ$

Solução 14.

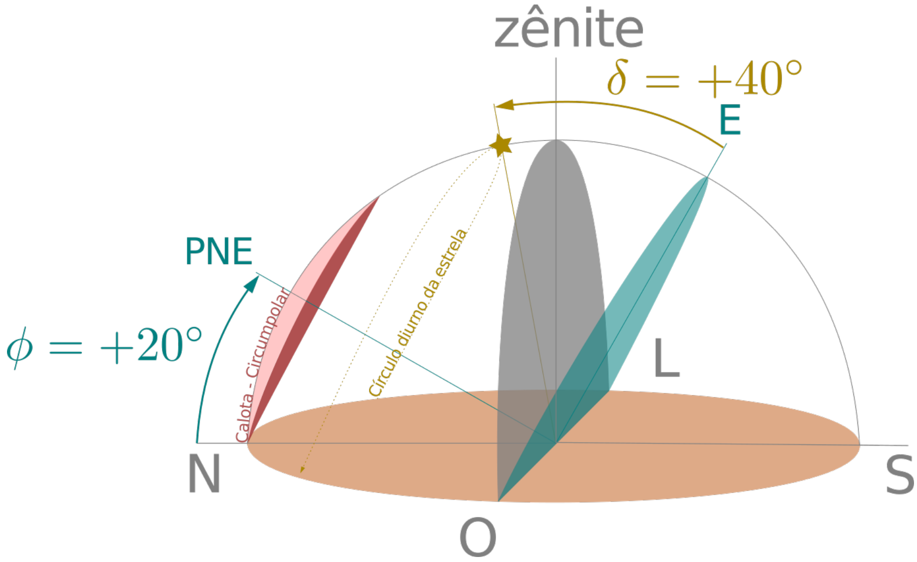


Figura 2 – Esquema representativo da esfera celeste para um observador localizado numa latitude $\phi = 20° N$

Questão 21 (ref: P15)**.** Encontre uma relação entre o módulo da latitude do observador e o módulo da declinação de uma estrela para que esta seja circumpolar.

Solução 15. A figura (3) representa um diagrama do plano meridiano de uma estrela com declinação δ em um local do hemisfério Norte de latitude ϕ

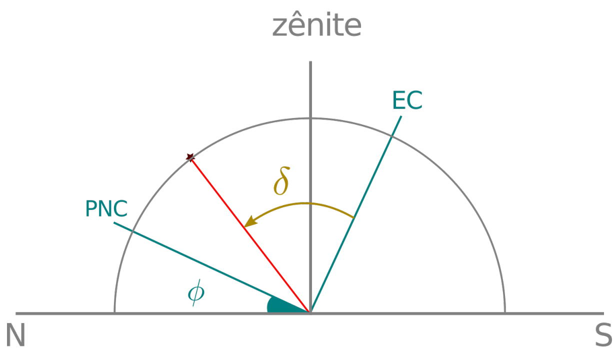


Figura 3 – Diagrama do plano meridiano representando uma estrela para um observador localizado no hemisfério Norte

A condição para que uma estrela de declinação δ seja circumpolar, é que ela deve pertencer à região da calota esférica de raio igual à latitude local ϕ e centro no pólo elevado, o que neste caso é o pólo Norte. Da figura (3), tiramos que se δ for maior que $90° - \phi$ (uma vez que o pólo elevado reside na bissetriz da calota polar e forma um ângulo reto com o Equador Celeste EC) a estrela de declinação δ é circumpolar. Portanto, para um observador localizado no hemisfério Norte é suficiente que

$$\delta \geq 90^\circ - \phi \tag{31}$$

De forma análoga e observando que para um observador situado no hemisfério Sul $\delta < 0$ e $\phi < 0$ tem-se a seguinte relação

$$\delta \leq -(90^\circ + \phi) \tag{32}$$

generalizando o que encontramos nas equações (31) e (32), além de notar que

$$|\phi| = \begin{cases} \phi & se, \quad \phi \geq 0 \\ -\phi & se, \quad \phi < 0 \end{cases} \tag{33}$$

$$(90^\circ - |\phi|) - \geq \delta \geq 90^\circ - |\phi| \tag{34}$$

ou ainda

$$|\delta| \geq 90^\circ - |\phi| \tag{35}$$

Questão 22 (ref: P17)**.** Mostre que o dia sideral é cerca de 4 minutos mais curto que o dia solar. Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 16. O dia sideral é definido como duas passagens consecutivas do ponto vernal γ pelo meridiano local. Por decorrência do movimento de translação da Terra em torno do Sol e da distância da Terra em relação ao Sol ser muito menor se comparado à distância da Terra ao primeiro ponto de Áries (ponto vernal - γ), a Terra percorre o equivalente a $0,986^\circ$ por dia a mais para se alinhar novamente ao Sol, completando assim o dia solar. Esta pequena diferença ângular transformada em horas resulta em

$$\begin{aligned} \frac{360^\circ}{0,986^\circ} &= \frac{24h}{x} \\ x &= \frac{(24h)\,(0,986^\circ)}{360^\circ} \\ x &= 0,065733\,(60min) \\ x &= 3,944min \end{aligned} \tag{36}$$

e é o tempo necessário para a Terra completar um dia solar, após ter completado um dia sideal.

Questão 23 (ref: P19)**.** A Lua, vista da Terra, se movimenta em relação ao fundo de estrelas a uma taxa de $13°10'35''$ para leste por dia. Qual a duração do "dia lunar", isto é, o intervalo de tempo decorrido entre duas culminações sucessivas da Lua? Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 17. Considerando que o movimento aparente da Lua com relação as estrelas fixas, dá-se a uma taxa de $D_L = 13°10'35''$ para leste a cada dia $\theta_d = 360°$ (fato devido ao movimento de translação da Lua em torno da Terra), e que o Sol por sua vez, executa o movimento aparente de $1°$ para leste a cada dia (fato devido ao movimento de translação da Terra em torno do Sol) (FILHO; SARAIVA, 2004), então o movimento aparente relativo entre o sistema Sol-Lua é de $(13°10'35'' - 1°) = 12°10'35''/dia$ ou $D'_L \approx 12°/dia$. Sendo assim. O período de atraso da Lua T_L a cada dia é calculado por

$$
\begin{aligned}
T_L &= \frac{D'_L}{\theta_d} \approx \frac{12°}{360°} \\
T_L &\approx 0,033823
\end{aligned}
\tag{37}
$$

convertendo para o formato $hh:mm:ss$, temos que a Lua sofre um atraso de

$$
\begin{aligned}
T_L &\approx 0,033823 \times 24h \times 60min \\
T_L &\approx 48min
\end{aligned}
\tag{38}
$$

Logo, o dia lunar pode ser determinado considerando o tempo entre duas passagens consecutivas da Lua pelo meridiano superior do local acrescido do seu período de atraso por dia

$$
24h + T_L = 24h48min \tag{39}
$$

Questão 24 (ref: P20)**.** O mês lunar (tempo para repetição de uma mesma fase) é de 29,53 dias. Calcular a duração do mês sideral (tempo para dar uma volta completa em torno da Terra). Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 18. Levando-se em considerção que o período necessário para que ocorra duas fases consecutivas da Lua é de $t_2 = 29,53$ dias. Da figura (4) é possível verificar que estas configurações ocorrem após a Lua percorrer um ângulo tal que $\beta_2 = \beta_1 + \theta$ no intervalo de tempo considerado. O ângulo β_1 é conhecido, precisamos saber quanto vale o ângulo θ para saber a diferença de tempo necessário para que ocorra a configuração intermediária t_1 como mostra a figura abaixo

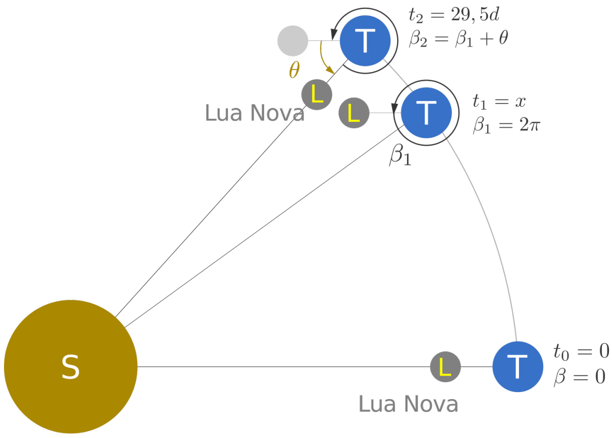


Figura 4 – Esquema representativo (e exagerado) do sistema Sol-Lua-Terra entre duas fases lunares t_0 e t_2 consecutivas

Ora, sabemos que a terra devido ao seu movimento de translação, desloca-se $0,986°$ a mais da sua rotação para alinhar-se completamente ao Sol novamente completando assim 1 dia solar, sabemos também que as fases da Lua Nova só podem ocorrer em dias solares haja visto que estes fenômenos ocorrem sempre em conjunto com a conjunção destes astros, portanto o período de 29,53 dias decorridos no mês lunar deve corresponder, essencialmente, a 29,53 dias solares. Dito isso, temos que

$$\theta = 29,53 \times 0,986° = 29,11658° \tag{40}$$

sendo assim

$$\beta_2 = 360° + 29,11658° = 389,11658° \tag{41}$$

Logo, a duração do mês sideral lunar t_1 é

$$\frac{389,11658°}{360°} = \frac{29,53d}{t_1}$$
$$t_1 = 27,32035\ dias \tag{42}$$

Questão 25 (ref: P21)**.** As estações do ano ocorrem devido à mudança na quantidade de radiação solar absorvida pela Terra. Estime a razão das insolações na cidade de Porto Alegre (latitude: $30°S$):

a) $\frac{I_v}{I_i}$ ao meio dia (maior altura do Sol), onde I_v é a insoloação no solstício de verão e I_i a insoloação no solstício de inverno.

b) $\frac{I_p}{I_a}$, onde I_p é a insoloação quando a Terra está no periélio e I_a a insoloação quando a Terra está no afélio.

c) comparando estes resultados, qual efeito é mais relevante para as estações do ano?

Solução 19.

a) Ao meio dia em Porto Alegre no verão o Sol incide sobre a eclíptica a um ângulo de $\delta_V = +23,5°$ longo

$$\begin{aligned} \theta_V &= (90 - \phi°) + \delta_V \\ \theta_V &= 83,5° \end{aligned} \tag{43}$$

e no inverno o Sol incide sobre a eclíptica a um ângulo de $\delta_I = -23,5°$ e assim

$$\begin{aligned} \theta_I &= (90°) - \delta_I \\ \theta_I &= 36,5° \end{aligned} \tag{44}$$

Para este caso a insolação fica

$$\frac{I_V}{I_I} = \frac{\operatorname{sen}\theta_V}{\operatorname{sen}\theta_I} \tag{45}$$

logo

$$I_V = \frac{0,99}{0,59} I_I = 1,66 I_I \tag{46}$$

ou seja, no verão a quantidade de radiação solar absorvida pela Terra é 66% a mais que no inverno.

b) Sendo a distância entre a Terra e o Sol no periélio $R_p = 147 \times 10^6 km$ e no afélio $R_a = 152 \times 10^6 km$, a razão entre as insolações I_p e I_a para estes casos é dada por

$$\frac{I_p}{I_a} = \left(\frac{R_a}{R_p}\right)^2 \tag{47}$$

substituindo temos

$$\frac{I_p}{I_a} = \left(\frac{147 \times 10^6 km}{152 \times 10^6 km}\right)^2 \tag{48}$$

o que resulta em

$$I_p = 0,94 I_a \tag{49}$$

c) Dos resultados dos itens (a) e (b) temos que a maior contribuição para a ocorrência das estações do ano, decorre da inclinação da eclíptica visto que este fato contribui significantemente mais para a absorção da energia solar pela Terra (66%) do que a proximidade da Terra ao Sol como ocorre nos periélios e afélios onde a contribuição é cerca de $|0,94 - 1| = 0,06$ i.e. 6% a mais no periélio do que no afélio.

Questão 26 (ref: P22)**.** Calcule o comprimento da sombra da Terra, considerando–se a distância média Terra – Sol e sabendo que o raio da Terra vale $6370 km$ e o raio do Sol $696000 km$.

Solução 20. vamos calcular primero a distância média Terra-Sol ($D_{\oplus\odot}$) usando os valores da distância no periélio $147 \times 10^6 km$ e no afélio $152 \times 10^6 km$

$$D_{\oplus\odot} = \frac{(147 + 152) \times 10^6 km}{2} = 149,5 \times 10^6 km \tag{50}$$

Por fim, o comprimento da sombra da Terra é

$$L = \frac{R' D_{\oplus\odot}}{R - R'}$$
$$L = \frac{(6,37 \times 10^3 km)(1,495 \times 10^8 km)}{6,96 \times 10^5 km - 6,37 \times 10^3 km} \tag{51}$$

ou seja

$$L = 1,389 \times 10^6 km \tag{52}$$

Referências

FILHO, K. de O.; SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia & Astrofísica**. 3º. ed. LIVRARIA DA FÍSICA, 2004. ISBN 9788588325234. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=IPWZCh1awFIC>.

OLIVEIRA, T. B. de; LIMA, V. T.; BERTUOLA, A. C. Aristarco revisitado. **Rev. Bras. de Ensino de Física**, v. 38, n. 2, 2016.