Universidade Estadual de Santa Catarina - UDESC
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Física - DFIS

Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento
21 de abril de 2022

Lista de Astronomia: MÓDULO-I (Posições e Movimentos dos Astros)

Solução dos Problemas: P02, P03, P05, P09, P15, P17, P19, P20, P21 e P22.

Sumário

Questão 1 (ref: P02)**.** Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus.

Solução 1. Assumindo um dia em que o sol demora 12 horas entre o nascer e o ocaso temos que

$$\frac{\theta_{sol}}{180^\circ} = \frac{2min}{720min} \quad \therefore \quad \theta_{sol} = 0,5^\circ \tag{1}$$

Questão 2 (ref: P03)**.** No dia do solstício de verão (o mais longo do ano), na cidade de Siena, ao meio dia, os raios solares eram exatamente verticais. Neste dia e hora, Eratóstenes mediu a sombra projetada por uma estaca vertical na cidade de Alexandria e descobriu que ela tinha um oitavo da altura da estaca. Além disso, a distância entre as duas cidades já era conhecida como 5000 estádios (1 estádio aproximadamente 157 metros). Com estes dados, calcule o raio da Terra.

Solução 2. Sabe-se que o comprimento C de uma circunferência de raio R é dado por:

$$C = 2\pi R \tag{2}$$

Da eq. (2) é fácil de ver que se soubermos C, então R é imediato. Outro ponto a se considerar é o comprimento do arco de um setor da mesma circunferência dado por

$$c = \alpha R \tag{3}$$

estas grandezas são proporcionais de modo que

$$\frac{C}{c} = \frac{2\pi R}{\alpha R} \tag{4}$$

logo

$$C = c\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) \tag{5}$$

no caso:

- C é o comprimento da circunferência terrestre;
- c é o comprimento do arco de circuferência, que vai de Siena a Alexandria;

- α é o ângulo entre as duas cidades medido a partir do centro da terra, essencialmente o mesmo ângulo que o raio de sol incide na estaca em Alexndria.

Para determinar α (em Alexandria), basta fazer

$$\tan\alpha = \frac{h/8}{h} = \frac{1}{8}$$
$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{8}\right)$$
$$\alpha = 7,13^\circ \tag{6}$$

Assim

$$C = 5000 \times 157m\left(\frac{360^\circ}{7,13^\circ}\right) = 3,96 \times 10^7 m \tag{7}$$

e por fim

$$R = \frac{C}{2\pi} = 6,30 \times 10^6 m \tag{8}$$

Questão 3 (ref: P05)**.** No século III A.C, o astrônomo Aristarco de Samos estimou a razão d_S/d_L entre a distância d_S da Terra ao Sol e distância d_L da Terra à Lua medindo o ângulo θ entre as retas Terra-Sol e Terra-Lua. O valor obtido foi $\theta = 87^\circ$.

a) Encontre a estimativa de Aristarco para d_S/d_L.

b) Com base nos valores atualmente conhecidos, $d_S/d_L \sim 389$. Determine o valor atual de θ e argumente porque o método de Aristarco não produz um bom resultado.

Solução 3.

a) Dado que

$$\cos\theta = \frac{d_L}{d_S}$$
$$\sec\theta = \frac{d_S}{d_L} \tag{9}$$

logo, a estimativa de Aristarco para a razão d_S/d_L é simplesmente

$$\frac{d_S}{d_L} = \sec 89^\circ = 19,1 \tag{10}$$

b) Para os valores atuais tem-se

$$\begin{aligned} \sec\theta &= 389 \\ \theta &= \sec^{-1} 389 \approx 89,9^\circ \end{aligned} \tag{11}$$

Ainda que o ângulo obtido por Aristarco difere cerca de 3° do valor de ângulo atual, a razão para d_S/d_L encontrada por Aristarco é da ordem de 20 vezes menor que os resultados atuais, isso de fato deve requerer um instrumento de medida de ângulos altamente preciso, o que evidentemente não existia naquela época, um outro ponto a se destacar é que a execução deste experimento requer alto grau de acurácia do experimentador para identificar o momento exato em que a metade da lua está completamente iluminada, um dia antes ou depois da observação pode alterar minimamente o valor de ângulo observado produzindo assim, alta discrepância na razão d_S/d_L. Por fim, há ainda de se considerar se Aristarco conhecia os trabalhos de Eratóstenes no que diz respeito a medida do raio da terra, visto que supostamente a medida de ângulo obtida por ele, foi realizada na superfíce do planeta e não em seu centro, como inlustra a figura do exercício, medidas mais atuais (OLIVEIRA; LIMA; BERTUOLA, 2016) apontam para uma diferença de $0°3'0''$, diferença pequena mas que pode contribuir para uma melhor aproximação.

Questão 4 (ref: P09)**.** Desenhe um circulo representando a esfera celeste para um observador localizado em um lugar de latitude $20°N$. Nesse círculo marque:

a) A localização do zênite

b) A localização do pólo elevado, e o ângulo que ele faz com o horizonte

c) O plano do equador

d) O plano do horizonte, com os pontos cardeais N, S, L, O

e) A calota das estrelas circumpolares visíveis

f) O círculo diurno de uma estrela de declinação $\delta = +40°$

Solução 4.

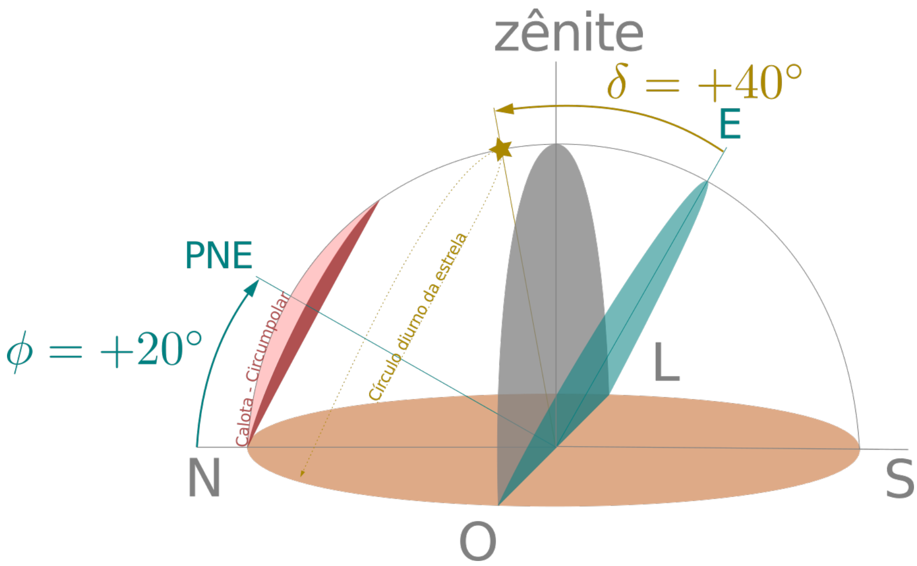

Figura 1 – Esquema representativo da esfera celeste para um observador localizado numa latitude $\phi = 20° N$

Questão 5 (ref: P15)**.** Encontre uma relação entre o módulo da latitude do observador e o módulo da declinação de uma estrela para que esta seja circumpolar.

Solução 5. A figura (2) representa um diagrama do plano meridiano de uma estrela com declinação δ em um local do hemisfério Norte de latitude ϕ

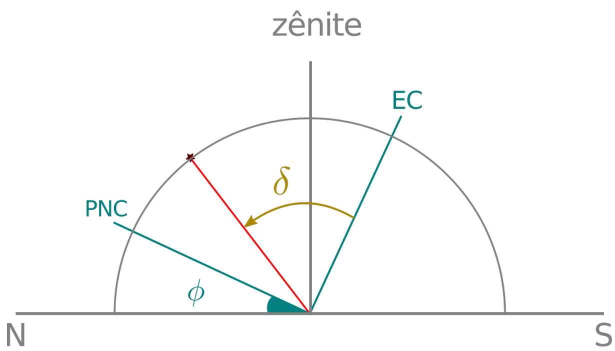

Figura 2 – Diagrama do plano meridiano representando uma estrela para um observador localizado no hemisfério Norte

A condição para que uma estrela de declinação δ seja circumpolar, é que ela deve pertencer à região da calota esférica de raio igual à latitude local ϕ e centro no pólo elevado, o que neste caso é o pólo Norte. Da figura (2), tiramos que se δ for maior que $90° - \phi$ (uma vez que o pólo elevado reside na bissetriz da calota polar e forma um ângulo reto com o Equador Celeste EC) a estrela de declinação δ é circumpolar. Portanto, para um observador localizado no hemisfério Norte é suficiente que

$$\delta \geq 90° - \phi \tag{12}$$

De forma análoga e observando que para um observador situado no hemisfério Sul $\delta < 0$ e $\phi < 0$ tem-se a seguinte relação

$$\delta \leq -(90° + \phi) \tag{13}$$

generalizando o que encontramos nas equações (12) e (13), além de notar que

$$|\phi| = \begin{cases} \phi & se, \quad \phi \geq 0 \\ -\phi & se, \quad \phi < 0 \end{cases} \tag{14}$$

$$(90° - |\phi|) - \geq \delta \geq 90° - |\phi| \tag{15}$$

ou ainda

$$|\delta| \geq 90° - |\phi| \tag{16}$$

Questão 6 (ref: P17)**.** Mostre que o dia sideral é cerca de 4 minutos mais curto que o dia solar. Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 6. O dia sideral é definido como duas passagens consecutivas do ponto vernal γ pelo meridiano local. Por decorrência do movimento de translação da Terra em torno do Sol e da distância da Terra em relação ao Sol ser muito menor se comparado à distância da Terra ao primeiro ponto de Áries (ponto vernal - γ), a Terra percorre o equivalente a $0,986°$ por dia a mais para se alinhar novamente ao Sol, completando assim o dia solar. Esta pequena diferença ângular transformada em horas resulta em

$$\begin{aligned} \frac{360°}{0,986°} &= \frac{24h}{x} \\ x &= \frac{(24h)\,(0,986°)}{360°} \\ x &= 0,065733\,(60min) \\ x &= 3,944min \end{aligned} \tag{17}$$

e é o tempo necessário para a Terra completar um dia solar, após ter completado um dia sideal.

Questão 7 (ref: P19)**.** A Lua, vista da Terra, se movimenta em relação ao fundo de estrelas a uma taxa de $13°10'35''$ para leste por dia. Qual a duração do "dia lunar", isto é, o intervalo de tempo decorrido entre duas culminações sucessivas da Lua? Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 7. Considerando que o movimento aparente da Lua com relação as estrelas fixas, dá-se a uma taxa de $D_L = 13°10'35''$ para leste a cada dia $\theta_d = 360°$ (fato devido ao movimento de translação da Lua em torno da Terra), e que o Sol por sua vez, executa o movimento aparente de $1°$ para leste a cada dia (fato devido ao movimento de translação da Terra em torno do Sol) (FILHO; SARAIVA, 2004), então o movimento aparente relativo entre o sistema Sol-Lua é de $(13°10'35'' - 1°) = 12°10'35''/dia$ ou $D'_L \approx 12°/dia$. Sendo assim. O período de atraso da Lua T_L a cada dia é calculado por

$$\begin{aligned} T_L &= \frac{D'_L}{\theta_d} \approx \frac{12°}{360°} \\ T_L &\approx 0,033823 \end{aligned} \tag{18}$$

convertendo para o formato $hh:mm:ss$, temos que a Lua sofre um atraso de

$$\begin{aligned} T_L &\approx 0,033823 \times 24h \times 60min \\ T_L &\approx 48min \end{aligned} \tag{19}$$

Logo, o dia lunar pode ser determinado considerando o tempo entre duas passagens consecutivas da Lua pelo meridiano superior do local acrescido do seu período de atraso por dia

$$24h + T_L = 24h48min \tag{20}$$

Questão 8 (ref: P20)**.** O mês lunar (tempo para repetição de uma mesma fase) é de 29,53 dias. Calcular a duração do mês sideral (tempo para dar uma volta completa em torno da Terra). Justifique com cálculos e desenhos.

Solução 8. Levando-se em considerção que o período necessário para que ocorra duas fases consecutivas da Lua é de $t_2 = 29,53$ dias. Da figura (3) é possível verificar que estas configurações ocorrem após a Lua percorrer um ângulo tal que $\beta_2 = \beta_1 + \theta$ no intervalo de tempo considerado. O ângulo β_1 é conhecido, precisamos saber quanto vale o ângulo θ para saber a diferença de tempo necessário para que ocorra a configuração intermediária t_1 como mostra a figura abaixo

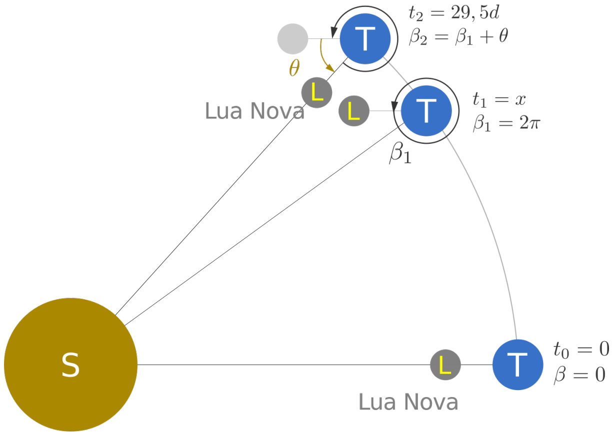

Figura 3 – Esquema representativo (e exagerado) do sistema Sol-Lua-Terra entre duas fases lunares t_0 e t_2 consecutivas

Ora, sabemos que a terra devido ao seu movimento de translação, desloca-se $0,986°$ a mais da sua rotação para alinhar-se completamente ao Sol novamente completando assim 1 dia solar, sabemos também que as fases da Lua Nova só podem ocorrer em dias solares haja visto que estes fenômenos ocorrem sempre em conjunto com a conjunção destes astros, portanto o período de 29,53 dias decorridos no mês lunar deve corresponder, essencialmente, a 29,53 dias solares. Dito isso, temos que

$$\theta = 29,53 \times 0,986° = 29,11658° \tag{21}$$

sendo assim

$$\beta_2 = 360° + 29,11658° = 389,11658° \tag{22}$$

Logo, a duração do mês sideral lunar t_1 é

$$\frac{389,11658°}{360°} = \frac{29,53d}{t_1}$$
$$t_1 = 27,32035\ dias \tag{23}$$

Questão 9 (ref: P21). As estações do ano ocorrem devido à mudança na quantidade de radiação solar absorvida pela Terra. Estime a razão das insolações na cidade de Porto Alegre (latitude: $30°S$):

a) $\frac{I_v}{I_i}$ ao meio dia (maior altura do Sol), onde I_v é a insoloação no solstício de verão e I_i a insoloação no solstício de inverno.

b) $\frac{I_p}{I_a}$, onde I_p é a insoloação quando a Terra está no periélio e I_a a insoloação quando a Terra está no afélio.

c) comparando estes resultados, qual efeito é mais relevante para as estações do ano?

Solução 9.

a) Ao meio dia em Porto Alegre no verão o Sol incide sobre a eclíptica a um ângulo de $\delta_V = +23,5°$ longo

$$\theta_V = (90 - \phi°) + \delta_V$$
$$\theta_V = 83,5° \tag{24}$$

e no inverno o Sol incide sobre a eclíptica a um ângulo de $\delta_I = -23,5°$ e assim

$$\theta_I = (90°) - \delta_I$$
$$\theta_I = 36,5° \tag{25}$$

Para este caso a insolação fica

$$\frac{I_V}{I_I} = \frac{\operatorname{sen}\theta_V}{\operatorname{sen}\theta_I} \tag{26}$$

logo

$$I_V = \frac{0,99}{0,59} I_I = 1,66 I_I \tag{27}$$

ou seja, no verão a quantidade de radiação solar absorvida pela Terra é 66% a mais que no inverno.

b) Sendo a distância entre a Terra e o Sol no periélio $R_p = 147 \times 10^6 km$ e no afélio $R_a = 152 \times 10^6 km$, a razão entre as insolações I_p e I_a para estes casos é dada por

$$\frac{I_p}{I_a} = \left(\frac{R_a}{R_p}\right)^2 \tag{28}$$

substituindo temos

$$\frac{I_p}{I_a} = \left(\frac{147 \times 10^6 km}{152 \times 10^6 km}\right)^2 \tag{29}$$

o que resulta em

$$I_p = 0,94 I_a \tag{30}$$

c) Dos resultados dos itens (a) e (b) temos que a maior contribuição para a ocorrência das estações do ano, decorre da inclinação da eclíptica visto que este fato contribui significantemente mais para a absorção da energia solar pela Terra (66%) do que a proximidade da Terra ao Sol como ocorre nos periélios e afélios onde a contribuição é cerca de $|0,94 - 1| = 0,06$ i.e. 6% a mais no periélio do que no afélio.

Questão 10 (ref: P22)**.** Calcule o comprimento da sombra da Terra, considerando–se a distância média Terra – Sol e sabendo que o raio da Terra vale $6370km$ e o raio do Sol $696000km$.

Solução 10. vamos calcular primero a distância média Terra-Sol ($D_{\oplus\odot}$) usando os valores da distância no periélio $147 \times 10^6 km$ e no afélio $152 \times 10^6 km$

$$D_{\oplus\odot} = \frac{(147 + 152) \times 10^6 km}{2} = 149,5 \times 10^6 km \tag{31}$$

Por fim, o comprimento da sombra da Terra é

$$\begin{aligned} L &= \frac{R' D_{\oplus\odot}}{R - R'} \\ L &= \frac{(6,37 \times 10^3 km)(1,495 \times 10^8 km)}{6,96 \times 10^5 km - 6,37 \times 10^3 km} \end{aligned} \tag{32}$$

ou seja

$$L = 1,389 \times 10^6 km \tag{33}$$

Referências

FILHO, K. de O.; SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia & Astrofísica**. 3º. ed. LIVRARIA DA FÍSICA, 2004. ISBN 9788588325234. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=IPWZCh1awFIC>.

OLIVEIRA, T. B. de; LIMA, V. T.; BERTUOLA, A. C. Aristarco revisitado. **Rev. Bras. de Ensino de Física**, v. 38, n. 2, 2016.