

---

RODRIGO RIBAMAR SILVA DO NASCIMENTO  
6 de abril de 2022

---

**Lista de Astronomia: MÓDULO-I (Posições e Movimentos dos Astros)**

---

**Problema 1.** Mostre que:

- a)  $1 \text{ ano-luz} = 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$
- b)  $1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ anos-luz}$ , i.e.  $3,08 \times 10^{13} \text{ km}$

---

**Solução 1.** Considerando  $v_l = 299.792.458 \text{ m/s}$  para a velocidade da luz e  $t = 31.557.600 \text{ s}$  para o período de um ano

- a)  $1 \text{ ano-luz} = (v_l)t = (3,0 \times 10^8 \text{ m/s})(3,1 \times 10^7 \text{ s}) = 9,46 \times 10^{15} \text{ m} = 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$
- b)  $1 \text{ parsec} = 3,26 \times (9,46 \times 10^{12} \text{ km}) = 3,08 \times 10^{13} \text{ km}$ .

**Problema 2.** Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus.

---

**Solução 2.** Assumindo um dia em que o sol demora 12 horas entre o nascer e o ocaso temos que

$$\frac{\theta_{sol}}{180^\circ} = \frac{2min}{720min} \quad \therefore \quad \theta_{sol} = 0,5^\circ \quad (1)$$

**Problema 3.** No dia do solstício de verão (o mais longo do ano), na cidade de Siena, ao meio dia, os raios solares eram exatamente verticais. Neste dia e hora, Eratóstenes mediu a sombra projetada por uma estaca vertical na cidade de Alexandria e descobriu que ela tinha um oitavo da altura da estaca. Além disso, a distância entre as duas cidades já era conhecida como 5000 estádios (1 estádio aproximadamente 157 metros). Com estes dados, calcule o raio da Terra.

**Solução 3.** Sabe-se que o comprimento  $C$  de uma circunferência de raio  $R$  é dado por:

$$C = 2\pi R \quad (2)$$

Da eq. (2) é fácil de ver que se soubermos  $C$ , então  $R$  é imediato. Outro ponto a se considerar é o comprimento do arco de um setor da mesma circunferência dado por

$$c = \alpha R \quad (3)$$

estas grandezas são proporcionais de modo que

$$\frac{C}{c} = \frac{2\pi R}{\alpha R} \quad (4)$$

logo

$$C = c \left( \frac{2\pi}{\alpha} \right) \quad (5)$$

no caso:

- $C$  é o comprimento da circunferência terrestre;
- $c$  é o comprimento do arco de circunferência, que vai de Siena a Alexandria;
- $\alpha$  é o ângulo entre as duas cidades medido a partir do centro da terra, essencialmente o mesmo ângulo que o raio de sol incide na estaca em Alexandria.

Para determinar  $\alpha$  (em Alexandria), basta fazer

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{h/8}{h} = \frac{1}{8} \\ \alpha &= \arctan \left( \frac{1}{8} \right) \\ \alpha &= 7,13^\circ \end{aligned} \quad (6)$$

Assim

$$C = 5000 \times 157m \left( \frac{360^\circ}{7,13^\circ} \right) = 3,96 \times 10^7 m \quad (7)$$

e por fim

$$R = \frac{C}{2\pi} = 6,30 \times 10^6 m \quad (8)$$

**Problema 4.** O diâmetro angular da Lua pode ser determinado com o auxílio de uma régua. Estique um braço com a régua na mão e alinhe a extremidade superior da régua com a extremidade superior da Lua. Coloque o polegar no ponto da régua que coincide com a extremidade inferior da Lua.

- Em termos de  $d$  e  $x$ , quanto vale o diâmetro da Lua? Resultados típicos da razão  $x/d$  giram em torno de  $1/110$ .
- Como poderíamos utilizar as informações acima para calcular a razão entre a distância da Lua e seu diâmetro.

---

**Problema 5.** No século III A.C, o astrônomo Aristarco de Samos estimou a razão  $d_S/d_L$  entre a distância  $d_S$  da Terra ao Sol e distância  $d_L$  da Terra à Lua medindo o ângulo  $\theta$  entre as retas Terra-Sol e Terra-Lua. O valor obtido foi  $\theta = 87^\circ$ .

- Encontre a estimativa de Aristarco para  $d_S/d_L$ .
- Com base nos valores atualmente conhecidos,  $d_S/d_L \sim 389$ . Determine o valor atual de  $\theta$  e argumente porque o método de Aristarco não produz um bom resultado.

---

**Problema 6.** Deduza a forma que a latitude de um observador se relaciona com a altura do polo elevado.

---

**Solução 4.** Os autores (FILHO; SARAIVA, 2004) definem, a latitude geográfica como sendo o ângulo  $\phi$  medido ao longo do meridiano local, com origem no equador  $E$  e extremidade no zênite local  $z_O$ .

A figura (1), representa um observador localizado no ponto  $O$  do planeta (circunferência), e de latitude  $\phi$ . O zênite do observador está representado pelo segmento de reta  $z_O$  e o seu horizonte pelo segmento de reta  $h_O$ . Um dos pólos do planeta é representado pela segmento de reta  $P$ , perpendicular ao equador  $E$ . Por fim, obtêm-se a reta auxiliar  $g$

transladando  $h_O$  paralelamente até o centro  $C$  da circunferência. Deseja-se demonstrar que o ângulo  $\beta$ , denominado altura do pólo elevado  $h_P$ , é essencialmente igual a latitude local  $\phi$  do observador.

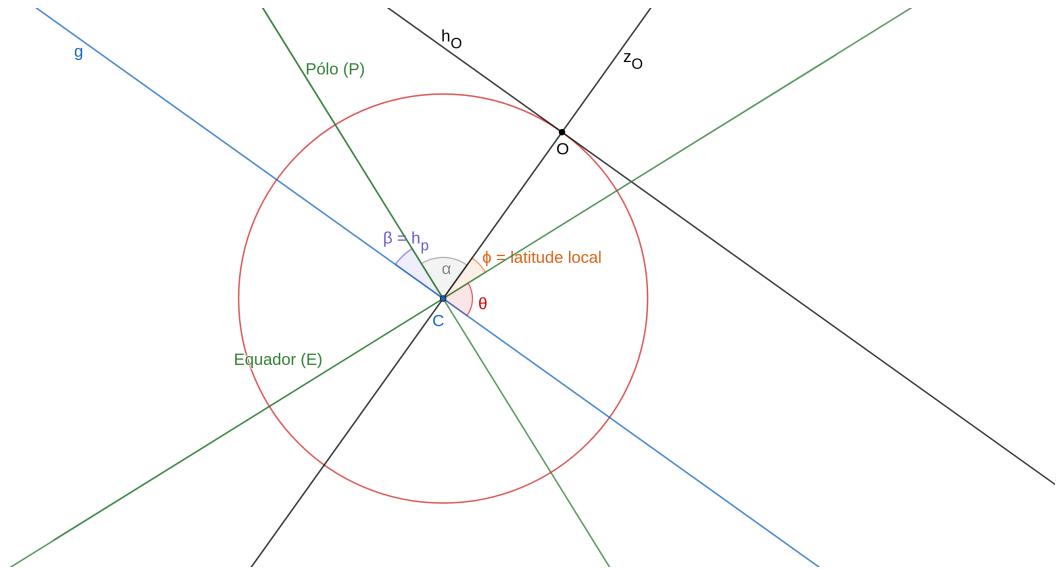


Figura 1 – Diagrama dos ângulos entre as diversas coordenadas geográficas

Nota-se de imediato que

$$\pi = \beta + \alpha + \phi + \theta \quad (9)$$

$$\frac{\pi}{2} = \alpha + \phi \quad (10)$$

$$\frac{\pi}{2} = \phi + \theta \quad (11)$$

Resolvendo o sistema de equações tem-se

$$\begin{aligned} \beta + \alpha + \phi + \theta - \alpha - \phi - \phi - \theta &= \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \\ \beta - \phi &= 0 \\ \beta &= \phi \end{aligned} \quad (12)$$

**Problema 7.** Verifica-se que, em um certo lugar do hemisfério sul, os círculos diurnos das estrelas fazem um ângulo de  $50^\circ$  com o horizonte.

- Qual a latitude do lugar?
- Qual o pólo elevado (norte ou sul) e qual a sua altura (elevação acima do horizonte)?

**Solução 5.** Círculos diurnos são sempre paralelos ao equador celeste, neste caso o horizonte encontra-se a um ângulo de  $50^\circ$  com o equador e portanto:

- a) A latitude do local pode ser calculada pelo ângulo de declinação, sendo  $\delta = 90^\circ - 50^\circ$  ou seja  $\delta = \phi = 40^\circ$
- b) Sul é o pólo elevado e por definição  $h_p = \phi = 40^\circ$

**Problema 8.** Para um observador no equador da Terra:

- a) Qual a altura do pólo celeste norte?
- b) E do pólo celeste sul?
- c) Como é o movimento das estrelas nesse lugar, com relação ao horizonte?
- d) Existem estrelas circumpolares nesse lugar?

---

**Solução 6.**

- a)  $0^\circ$
- b)  $0^\circ$
- c) O movimento das estrelas se dá a um ângulo de  $90^\circ$  do horizonte
- d) Não há estrelas circumpolares

**Problema 9.** Desenhe um círculo representando a esfera celeste para um observador localizado em uma lugar de latitude  $20^\circ N$ . Nesse círculo marque:

- a) A localização do zênite
  - b) A localização do pólo elevado, e o ângulo que ele faz com o horizonte
  - c) O plano do equador
  - d) O plano do horizonte, com os pontos cardeais  $N, S, L, O$
  - e) A calota das estrelas circumpolares visíveis
  - f) O círculo diurno de uma estrela de declinação  $\delta = +40^\circ$
-

**Problema 10.** Entre as estrelas da tabela (1), escolha:

- a) As que pertencem ao hemisfério sul celeste
- b) As que nunca podem ser vista em Oslo (*latitude* =  $59^\circ N$ )
- c) A(s) que é(são) circumpolar(es) em Porto Alegre (*latitude* =  $30^\circ S$ )
- d) A que faz sua passagem meridiana mais próxima do zênite em Porto Alegre
- e) As que estão na faixa do zodíaco

Tabela 1 – Medidas de ascensão reta e ângulo de declinação de algumas constelações

<b>Estrela</b>	<b>Ascensão reta (<math>\alpha</math>)</b>		<b>Declinação (<math>\delta</math>)</b>
	hora ( $h$ )	min ( $t$ )	graus ( $o$ )
Sírius ( $\alpha$ -Cão Maior)	6	45	-17
Canopus ( $\alpha$ -Carina)	6	54	-53
Vega ( $\alpha$ -Lira)	18	37	+39
Antares ( $\alpha$ -Escorpião)	16	29	-26,5
Betelgeuse ( $\alpha$ -Orion)	5	55	+7
Deneb ( $\alpha$ -Cisne)	20	41	+45
Arcturus ( $\alpha$ -Bootis)	14	15	+19
Acrux ( $\alpha$ -Crucis)	12	26	-63
Spica ( $\alpha$ -Virgem)	13	25	-11
Rigelkent ( $\alpha$ -Centauri)	14	39	-61
Rigel ( $\beta$ -Orionis)	5	14	-8

**Problema 11.** Mostre que um dia sideral é aproximadamente  $4min$  mais curto que o dia solar.

---

**Problema 12.** A latitude em Montreal é  $48^\circ N$

- a) Sabendo que a obliquidade da eclíptica é  $23,5^\circ$ , qual a altura máxima do Sol, no verão, em Montreal Faça um desenho explicativo
  - b) Se em Porto Alegre a máxima altura do Sol, no verão, é  $83,5^\circ$ , calcule a razão entre a insolação recebida em Montreal, no verão, com a insolação recebida em Porto Alegre, no verão.
  - c) Se a obliquidade da eclíptica fosse  $33^\circ$ , qual seria o efeito nas estações, comparado com a obliquidade real, de  $23,5^\circ$ ,
    - c.i) em Montreal
    - c.ii) em uma cidade localizada no equador
- 

**Problema 13.** Uma astro realiza, durante o período de um dia, duas passagens meridianas. Considere uma estrela que faz uma passagem meridiana a uma altura de  $85^\circ$ , ao sul do zênite, e uma segunda passagem a uma altura de  $45^\circ$ , ao norte do zênite. Calcule a declinação da estrela e a latitude do observador.

---

**Problema 14.** Considere a culminação superior de um astro. Deduza uma relação para a distância zenital em termos da declinação dos astro e da latitude do observador. Note que a relação deve ser ligeiramente diferente para culminação ao norte do zênite ou ao sul do zênite.

---

**Problema 15.** Encontre uma relação entre o módulo da latitude do observador e o módulo da declinação de uma estrela para que esta seja circumpolar.

---

**Problema 16.** A longitude de Porto Alegre é de, aproximadamente,  $-51^\circ$ . Sabendo que Porto Alegre está no fuso  $-3h$ , em quanto tempo a sua hora real está atrasada ou adiantada em relação à Hora Legal (hora do fuso).

---



# Referências

FILHO, K. de O.; SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia & Astrofísica**. 3º. ed. LIVRARIA DA FÍSICA, 2004. ISBN 9788588325234. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=IPWZCh1awFIC>>.