

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# Determinação da distribuição de glúons do próton na fotoprodução de mésons vetoriais no Grande Colisor de Hádrons \*

Luís Augusto Souza Martins

Dissertação elaborada sob orientação do Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter e co-orientação do Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves, em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Pelotas  
2014

---

\* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Dedico este trabalho

Aos meus pais,  
pela dedicação, amor e paciência ilimitados.

# Agradecimentos

- Agradeço àqueles que foram e são fundamentais na minha caminhada, meus pais. Estes que estiveram ao meu lado em todos os momentos, com muito amor e paciência, sempre acreditaram na importância do estudo, me mostrando os verdadeiros valores da vida;
- Agradeço, em especial, aos meus orientadores, Werner Sauter e Victor Gonçalves, pela valiosa orientação, dedicação, paciência, apoio e incentivo tão fundamentais para a conclusão deste trabalho. Agradeço a vocês por terem confiado em mim;
- Aos colegas de sala que sempre mostraram companheirismo Fernanda Hernandes, Sabrina Nunes, Ana Paula Mendonça, Rosalia Castro, Yuri Lemos e todos outros que de forma indireta acompanharam meus passos, e em especial a colega e amiga Kellen Pascoal por anos de companheirismo e cumplicidade;
- Aos professores e pesquisadores do programa de Pós graduação em Física da Ufpel;
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo auxílio financeiro durante este período e pelo auxílio financeiro para viagens e para congressos;
- A todos familiares e amigos que, diretamente ou indiretamente, contribuíram positivamente com a minha jornada.

# Resumo

Uma das principais questões em aberto no Modelo Padrão da Física de Partículas é a estrutura dos prótons e dos nêutrons no regime de alta energia, que é descrito pela teoria das interações fortes - a Cromodinâmica Quântica (QCD). Os dados do colisor HERA nos permitiu estudar em detalhe a interação elétron-próton em altas energias, permitindo satisfatoriamente limitar o conteúdo de quarks dentro do próton. No entanto, a incerteza no conteúdo de glúons dentro do próton é ainda grande. Neste trabalho, estudamos a fotoprodução de mésons vetoriais pesados ( $J/\psi$  e  $\Upsilon$ ) em colisões elétron-próton e em interações hádron-hádron no Grande Colisor de Hádrons, considerando diversas parametrizações existentes na literatura para a distribuição de glúons. Como a seção de choque  $\gamma p$  e a distribuição de rapidez para o processo  $pp$  são proporcionais ao quadrado da função de distribuição glúons no próton, as diferenças entre parametrizações existentes na literatura são amplificadas. Os nossos resultados demonstram que este processo pode ser usado para determinar o comportamento da distribuição glúons.

Palavras-Chaves: próton - distribuição de glúons - altas energias - fotoprodução de mésons vetoriais.

# Abstract

One of the main open questions in the Standard Model of the Particle Physics is the structure of protons and neutrons in the high energy regime, which is described by the strong interactions theory - the Quantum Chromodynamics (QCD). Data from the HERA collider allowed us to study in detail the electron-proton interaction at high energies, allowing satisfactorily constrain the content of quarks inside the proton. However, the uncertainty in the content of gluons inside the proton is still large. In this work we study the photoproduction of heavy vector mesons ( $J/\psi$  and  $\Upsilon$ ) in electron-proton collisions and in hadron - hadron interactions at the Large Hadron Collider, considering various existing parameterizations in the literature for the gluon distribution. As the  $\gamma p$  cross section and the distribution of rapidity for the  $pp$  process are proportional to the square of the gluon distribution function of the proton, the differences between existing parameterizations in the literature are amplified. Our results demonstrate that this process can be used to determine the behavior of the gluon distribution.

Keywords: proton - distribution of gluons - high energy - photoproduction of vector mesons.

# Lista de Figuras

1.1	Representação do espalhamento profundamente inelástico elétron-próton. . .	4
1.2	Interpretação do DIS através do modelo de pártons. . . . .	7
1.3	Regras de Feynman para a QCD[17]. . . . .	10
1.4	Gráfico de $\alpha_s$ em função de $Q$ [18]. . . . .	12
1.5	Espalhamento elétron-párton (eq), em que $xp$ é a fração de quadrimomentum do próton carregado pelo párton $q$ , e $Q^2$ o módulo do quadrado do quadrimomentum transferido ao fóton pelo elétron. . . . .	13
1.6	Diagramas do processo $\gamma q \rightarrow qg$ , em que $yp$ é o quadrimomentum do quark inicial, $z(yp) = xp$ o quadrimomentum do quark virtual, e $Q^2$ o módulo do quadrado do quadrimomentum do fóton. . . . .	15
1.7	Diagrama do processo $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$ , em que $Q^2$ é o módulo do quadrado do quadrimomentum do fóton. . . . .	16
1.8	Diagramas de Feynman para $P_{qq}$ e $P_{qg}$ . . . . .	16
1.9	Diagramas de Feynman para $P_{gq}$ e $P_{gg}$ . . . . .	17
2.1	Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala $Q^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ . . . . .	22
2.2	Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala $Q^2 = 9,0 \text{ GeV}^2$ . . . . .	23
2.3	Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala $Q^2 = 20,0 \text{ GeV}^2$ . . . . .	24
3.1	Produção de méson vetorial via troca de dois glúons [32]. . . . .	29
3.2	Diagrama do processo $\gamma^* p \rightarrow pJ/\psi$ [50]. . . . .	33
3.3	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa com $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ e $\alpha_s = 0,20$ fixos para $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ e $\mu^2 = 9,0 \text{ GeV}^2$ , respectivamente. . . . .	35
3.4	Seção de choque total para $\Upsilon$ em função da energia de centro de massa com $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ e $\alpha_s = 0,20$ fixos para $\mu^2 = 9,5 \text{ GeV}^2$ e $\mu^2 = 22,4 \text{ GeV}^2$ , respectivamente. . . . .	36

3.5	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa $W$ para diferentes valores de $\alpha_S$ para as parametrizações a02mlo e cteq6ll, respectivamente. . . . .	37
3.6	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa $W$ para diferentes valores de $b_V$ para as parametrizações a02mlo e cteq6ll, respectivamente. . . . .	38
3.7	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa $W$ com $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ , $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ e $\alpha_s = 0,25$ . . . . .	39
3.8	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa $W$ com correção além da LO para $\lambda = 0,20$ e $\lambda = 0,31$ , respectivamente. . . . .	39
3.9	Seção de choque total para $J/\psi$ em função da energia de centro de massa $W$ em ordem dominante e além da ordem dominante com $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ , $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ , $\lambda = 0,20$ e $\alpha_s = 0,25$ . . . . .	40
3.10	Seção de choque total com correção além da LO para o $\Upsilon$ com $\lambda = 0,20$ e $\alpha_s = 0,25$ . . . . .	40
4.1	Partícula carregada que se desloca com velocidade constante em relação ao eixo $x_1$ [55]. . . . .	42
4.2	Partícula carregada passando por um sistema S [55]. . . . .	44
4.3	Campo gerado pelo movimento da partícula [55]. . . . .	44
4.4	Pulso de radiação equivalente [55]. . . . .	45
4.5	Espectros de frequência dos dois pulsos equivalentes de radiação. . . . .	46
4.6	Representação para diferentes funções de luminosidade do fóton em função do fator $\zeta$ . . . . .	49
4.7	Distribuição de rapidez para a produção de $J/\psi$ e $\Upsilon$ , respectivamente, para $\alpha_S = 0,25$ [54, 62]. . . . .	50
4.8	Distribuição de rapidez para $J/\psi$ com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações A02MLO e MSTW2008LO68CL [54, 62]. . . . .	51
4.9	Distribuição de rapidez para $J/\psi$ com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO [54, 62]. . . . .	52
4.10	Distribuição de rapidez para $\Upsilon$ com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações A02MLO e MSTW2008LO68CL [54, 62]. . . . .	52
4.11	Distribuição de rapidez para $\Upsilon$ com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO [54, 62]. . . . .	53

---

4.12 Distribuição de rapidez para $J/\psi$ e para $\Upsilon$ com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para a parametrização GJR08LO [54, 62]. . . . .	53
--	----



# Lista de Tabelas

2.1	Características cinemáticas das parametrizações partônicas. . . . .	24
3.1	Algumas propriedades físicas dos mésons vetoriais, sendo suas massas dadas em $MeV/c^2$ , o tempo de vida em segundos e carga em unidade de carga do próton [2]. . . . .	26
3.2	Valores para os três parâmetros para LO e NLO [50]. . . . .	34

# Sumário

<b>Introdução</b> . . . . .	1
<b>1. A estrutura dos hádrons</b> . . . . .	3
1.1 O espalhamento profundamente inelástico . . . . .	4
1.2 O modelo de pártons . . . . .	7
1.3 Algumas propriedades da QCD . . . . .	9
1.4 A equação DGLAP . . . . .	12
1.5 Conclusão . . . . .	18
<b>2. As parametrizações das distribuições partônicas</b> . . . . .	19
2.1 Análise Global . . . . .	19
2.2 Os tipos de parametrizações . . . . .	20
2.3 Conclusão . . . . .	22
<b>3. A produção difrativa de mésons vetoriais</b> . . . . .	25
3.1 Méson . . . . .	25
3.2 Produção de méson vetorial . . . . .	27
3.3 Produção de $J/\psi$ com correções além da LO . . . . .	31
3.4 Resultados para produção de mésons . . . . .	34
3.5 Conclusão . . . . .	38
<b>4. Fotoprodução de mésons massivos em colisões <math>pp</math> no LHC</b> . . . . .	41
4.1 A aproximação de fótons equivalentes . . . . .	41
4.2 Cálculo do espectro de fótons equivalentes . . . . .	44
4.3 Fotoprodução de Mésons em Interações $pp$ . . . . .	48
4.4 Conclusão . . . . .	50
<b>5. Conclusão Geral</b> . . . . .	54

Sumário	xi
---------	----

---

Referências . . . . .	56
-----------------------	----

# Introdução

O Modelo Padrão estabelece que o átomo é constituído de elétrons e de um núcleo. Este núcleo é composto por hádrons (nêutrons e prótons) cujos constituintes são os quarks e glúons [1, 2]. Existem 6 tipos de sabores de quarks: up(u), down(d), charm(c), strange(s), top(t) e bottom(b), e cada sabor define um número quântico que será conservado durante a interação forte. Cada um desses sabores pode se apresentar em três cores (vermelho, verde e azul) e cada cor tem sua anticor. Elas são conhecidas como carga de cor, que é uma propriedade de quarks e glúons que está relacionada com a força forte. Sabemos que o próton é um hádron formado por três quarks de valência (uud) e um certo número de quarks de mar, que os rodeiam. Os quarks de mar existem aos pares quark-antiquark e são produzidos pelos glúons radiados pelos quarks de valência. O estudo da estrutura interna dos prótons e nêutrons atrai a atenção da comunidade da física de altas energias há muitos anos. Durante os anos de 1991 a 2007, o colisor HERA estudou em detalhe interações elétron – próton no regime de altas energias, fornecendo uma imagem mais precisa do conteúdo de partículas (quarks e glúons) no interior do próton. Os dados de HERA permitiram vincular satisfatoriamente o conteúdo de quarks de mar, mas a incerteza presente em glúons ainda é grande, como pode se verificar ao compararmos as previsões advindas das distintas parametrizações partônicas, realizadas por diferentes grupos que se especializaram na realização de ajustes globais aos dados experimentais. Tal aspecto e o início de funcionamento do LHC motivam o estudo de novos observáveis que permitam vincular com precisão esta distribuição no regime de altas energias. Como o colisor HERA deixou de obter dados em 2007 e hoje somente colisores hadrônicos encontram-se em funcionamento, devemos considerar observáveis que possam ser medidos nestes colisores.

Neste trabalho, será analisada a possibilidade de vincular o comportamento da distribuição de glúons considerando a fotoprodução de mésons vetoriais (J/Psi e Upsilon) em interações coerentes no LHC. No Capítulo 1, será apresentada a física relevante para a compreensão da estrutura do próton [1, 2], com ênfase no espalhamento profundamente inelástico (DIS - Deep Inelastic Scattering) [3], que nos auxiliará na investigação da estrutura do próton no limite de altas energias. Ainda neste capítulo, abordaremos o espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-próton a partir do modelo de pártons. Revisaremos algumas propriedades da Cromodinâmica Quântica (QCD - Quantum Chromodynamics) a teoria

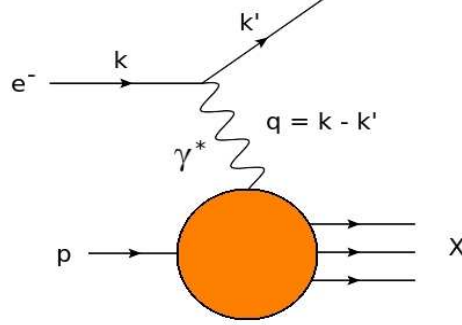
microscópica que descreve as interações forte e a equação de evolução DGLAP, proposta por Dokshitzer, Gribov e Lipatov, Altarelli e Parisi [4], utilizada para descrever a evolução das distribuições dos quarks e glúons (pártons) dentro do nucleon (próton). No Capítulo 2 abordaremos as parametrizações das distribuições partônicas, tanto a análise global como os tipos de parametrizações existentes na literatura, propostos por diferentes grupos, bem como destacando as suas diferenças. No capítulo 3 discutiremos o que é um méson e suas principais características, assim como o processo de fotoprodução de mésons vetoriais, em que um fóton proveniente de um projétil interage com glúons do próton, produzindo o méson. A seção de choque depende quadraticamente da distribuição de glúons no próton. Este processo será analisado tanto em ordem mais baixa como com algumas correções de ordem mais alta. Os resultados de ambas ordens serão abordados e as diferentes distribuições serão comparadas com os dados experimentais de HERA. Então, no capítulo 4, descreveremos o cálculo do espectro de fótons equivalentes necessário para estudar a produção coerente de mésons em colisões hadrônicas, a fotoprodução de mésons em interações  $pp$ , onde o próton é assumido como uma fonte de fótons. Resultados experimentais para este particular processo foram recentemente tornados públicos pela colaboração LHCb do LHC, os quais são comparados com nossos resultados teóricos. Por fim, na conclusão geral, apresentamos de forma resumida nossos principais resultados, assim como nossas perspectivas. Este trabalho foi apresentado no I Enfisul (I Encontro de Físicos do Sul) e no XV ENPOS (Encontro de Pós-Graduação UFPEL) ambos realizados em 2013.

## Capítulo 1

# A estrutura dos hádrons

O modelo de quarks [1, 2] nos diz que os hádrons são todas as partículas formadas por quarks. A interação forte é a responsável por manter os quarks unidos no núcleo atômico, assim como a interação eletromagnética mantém prótons e elétrons unidos formando átomos. Experimentalmente, verificou-se que os quarks não se manifestam em estados livres. Existem 6 tipos de sabores de quarks, e cada sabor define um número quântico que será conservado pela interação forte. Neste modelo, as cores nas quais os quarks poderiam existir são, por convenção, vermelho, azul e verde e suas respectivas anticolors (ciano, amarelo e magenta). Esta carga de cor é uma propriedade de quarks e glúons que está relacionada com a força forte existente entre eles. Apesar do quark constituinte ter também uma carga de cor, uma das propriedades da interação forte, designada confinamento requer que os hádrons não tenham cor. Para que isto ocorra, somente é possível formar partículas com três quarks ( $qqq$ ), um de cada cor, denominadas bárions, ou partículas com um quark e um antiquark ( $q\bar{q}$ ), com uma cor e sua anticolor, denominadas mésons. Sabe-se ainda que os hádrons são conhecidos como nêutrons ( $udd$ ) e prótons ( $uud$ ) cujos constituintes são os quarks e glúons. O conceito de simetria é fundamental em Física Teórica e a linguagem matemática natural para descrever simetrias (periodicidades) é a  $SU(N)$  [1, 2], que foi utilizada no desenvolvimento do modelo de quarks, responsável por gerar os padrões observados nas tabelas de partículas. No  $SU(2)$  as partículas tem dois sabores de quarks, ou seja, os quarks  $u$  e  $d$ , já no  $SU(3)$  temos três sabores de quarks ( $u$ ,  $d$  e  $s$ ). O grupo  $SU(N)$  encontra ampla aplicação no Modelo Padrão da física de partículas, especialmente  $SU(2)$  na interação fraca e  $SU(3)$  em interação forte.

Um processo fundamental que nos possibilita a compreensão da estrutura do próton é denominado de espalhamento profundamente inelástico - DIS (Deep Inelastic Scattering) [3]. Este processo se dá no limite de altas energias. O DIS elétron-próton é descrito através do Modelo de Pártons como sendo uma interação de um dos pártons constituintes do próton com o elétron. Através da QCD - Cromodinâmica Quântica podemos ter uma visão geral de todas as interações possíveis para este modelo. A QCD é a teoria que descreve a interação forte na Natureza, ou seja, a interação entre quarks e glúons (constituintes hadrônicos) que



**Fig. 1.1:** Representação do espalhamento profundamente inelástico elétron-próton.

são partículas constituintes da estrutura dos hádrons. Estas partículas portam carga de cor, a qual é a carga da interação forte. Utilizando as equações de evolução DGLAP (Dokshitzer, Gribov e Lipatov, Altarelli e Parisi) [4] a QCD expressa a evolução das distribuições partônicas. Como revisão, neste capítulo, vamos abordar o DIS, o Modelo de Pártons, a QCD e equações DGLAP.

## 1.1 O espalhamento profundamente inelástico

No limite de altas energias, podemos investigar a estrutura dos hádrons, através de um processo de espalhamento profundamente inelástico elétron-próton (Figura 1.1), onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina que vale  $1/137$ ,  $k$  é o momentum inicial do elétron,  $k'$  é o momentum final do elétron após a colisão,  $\gamma^*$  é o fóton emitido pelo elétron que irá interagir com os constituintes do próton,  $q$  é o momentum transferido para o fóton,  $p$  é momentum do próton e o momentum do estado hadrônico final  $X$  é  $p_x$ . O elétron com energia  $E$  é espalhado por um próton, em seu estado final hadrônico o próton de massa  $M$  se fragmenta em partículas que estão associadas a uma massa invariante  $M_x$ . Realizando a média sobre todos os momentos e spins para estados não polarizados, e sobre os estados finais hadrônicos acessíveis  $X$ , obtém-se para a seção de choque  $ep$  no referencial de laboratório, no qual o próton está em repouso, [4, 5, 6, 7]

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right|_{ep \rightarrow eX} = \left( \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{1}{4EE'} L_{eletron}^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^{proton} \quad (1.1)$$

onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina,  $\theta$  corresponde ao ângulo de espalhamento do elétron em relação a direção do próton,  $\Omega$  é o angulo sólido de espalhamento deste elétron,  $L_{\mu\nu}^{eletron}$  e  $W_{\mu\nu}^{proton}$  são respectivamente os tensores leptônico e hadrônico. Na Fig.1.1 temos o processo

de espalhamento profundamente inelástico elétron-próton. O tensor leptônico está associado ao vértice superior (vértice leptônico) na figura que corresponde à interação do lépton com o fóton. Já o tensor hadrônico descreve o vértice inferior (vértice hadrônico) na Fig.1.1 e está associado à interação do fóton com o hádron. O tensor  $W_{\mu\nu}^{proton}$  pode ser escrito em termos de uma parte simétrica e outra antisimétrica nos índices  $\mu$  e  $\nu$  (um tensor é a soma das suas partes simétrica e antissimétrica para um determinado par de índices). O termo antissimétrico  $W_{\mu\nu}^{(A)}$  não contribui pra a seção de choque (1.1), já que  $L^{\mu\nu}$  é simétrico em  $\mu, \nu$ , o que resulta  $L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^{(A)} = 0$ , por isso, o tensor hadrônico para processos inclusivos só contém termos simétricos  $W_{\mu\nu}^{(S)}$ . Podemos escrever também a seção de choque diferencial inclusiva da seguinte forma fatorizada [6]

$$d\sigma|_{ep \rightarrow eX} = \frac{2\alpha^2}{q^4 E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \frac{dk'}{E'} \quad (1.2)$$

onde

$$L^{\mu\nu} = [k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - (k \cdot k') g^{\mu\nu}] \quad (1.3)$$

e o tensor hadrônico pode ser parametrizado como

$$W_{\mu\nu}^{proton} = -W_1 g_{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p_\mu p_\nu + \frac{W_3}{M^2} p_\mu p_\nu + \frac{W_4}{M^2} (p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu), \quad (1.4)$$

em que  $W_j$  são funções de  $q^2$  e  $(q \cdot p)$ , ou de  $q^2$  e  $\nu = E - E'$ , onde  $q$  e  $p$  são quadri-vetores,  $\nu$  é a energia transferida,  $E$  representa a energia do elétron no estado inicial e  $E'$  representa a energia do elétron no estado final. A conservação de corrente para o vértice hadrônico  $q^\nu W_{\mu\nu} = q^\mu W_{\mu\nu} = 0$  implica que:

$$W_4 = -\frac{(q \cdot p)}{q^2} W_2, \quad (1.5)$$

$$W_3 = \frac{M^2}{q^2} W_1 + \frac{(q \cdot p)^2}{q^2} W_2. \quad (1.6)$$

Portanto, apenas  $W_1$  e  $W_2$  são independentes, e o tensor hadrônico poderá ser expresso como

$$W_{\mu\nu}^{proton} = \frac{W_1}{q^2} (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) + \frac{W_2}{q^2} \left[ p_\mu p_\nu - \frac{(q \cdot p)^2}{q^4} q_\mu q_\nu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} p_\mu q_\nu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} p_\nu q_\mu \right] \quad (1.7)$$

Logo, resulta que

$$L_{eletron}^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^{proton} = (4EE') \left( 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.8)$$

e, substituindo a equação (1.8) em (1.1), obtemos [4, 5, 8, 9]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \Big|_{ep \rightarrow eX} = \left( \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \left[ W_2(q^2, \nu) + 2W_1(q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (1.9)$$



ou ainda reexpressa sob a forma de

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right|_{ep \rightarrow eX} = \left( \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^4} \right) \left[ 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, Q^2) \right] \quad (1.10)$$

onde  $q^2 \simeq -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$ , e a partir de medidas da seção de choque em diferentes regiões de  $\theta$  e  $E'$  podemos determinar as duas funções de estrutura  $W_1(q^2, \nu)$  e  $W_2(q^2, \nu)$ , as quais contêm informações sobre a estrutura interna do próton. Visto estarmos interessados no regime de altas energias, a massa do elétron tem sido desprezada nas expressões apresentadas.

Definimos o conjunto de variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$ , que são invariantes de Lorentz,

$$s \equiv (p + k)^2 = E_{cm}^2, \quad (1.11)$$

$$t \equiv (k - k')^2 = -Q^2, \quad (1.12)$$

$$u \equiv (k - p_x)^2, \quad (1.13)$$

com

$$s + t + u = M^2 + W^2, \quad (1.14)$$

onde  $E_{cm}^2$  é o quadrado da energia do centro de massa do sistema elétron-próton e  $-Q^2$  é o momentum transferido. Então podemos escrever a seção de choque para o DIS como

$$\left. \frac{d\sigma}{dt du} \right|_{ep \rightarrow eX} = \left( \frac{4\pi\alpha^2}{s^2 t^2} \right) \frac{1}{(s + u)} [-(s + u)tMW_1(\nu, Q^2) - us\nu W_2(\nu, Q^2)]. \quad (1.15)$$

Durante a década de 60, experimentalmente foi verificado no SLAC (“Stanford Linear Accelerator”), que no limite de Bjorken [10], definido por

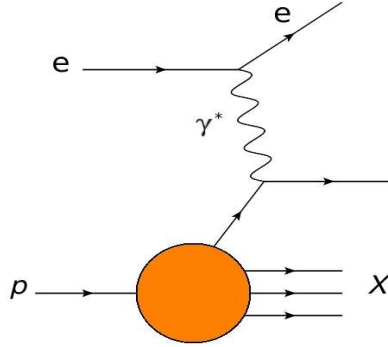
$$\nu \rightarrow \infty, \quad Q^2 \rightarrow \infty \quad \text{com} \quad x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu} \quad \text{Fixo}, \quad (1.16)$$

as funções de estrutura do DIS dependem unicamente da variável  $x$  e não de  $Q^2$  e  $\nu$  individualmente, ou seja,

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} MW_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x), \quad (1.17)$$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x), \quad (1.18)$$

com as funções  $F_1(x)$  e  $F_2(x)$  sendo finitas. No limite de altas energias, a seção de choque do espalhamento inelástico elétron-próton passa a depender apenas da variável adimensional  $x = Q^2/2M\nu$ , e não mais fortemente de  $Q^2$ . Quando o espalhamento é inelástico, isto nos sugere que a interação ocorre com partículas pontuais, internas ao próton, o que leva ao modelo de pártons.



**Fig. 1.2:** *Interpretação do DIS através do modelo de partons.*

## 1.2 O modelo de partons

O modelo de partons foi proposto em 1969 por Bjorken [11, 12] e Feynman [13] como uma forma de analisar colisões de hádrons a alta energia. Através do espalhamento incoerente dos constituintes internos do hádron por um fóton virtual, podemos utilizar este modelo para analisar o DIS. A interação se dá entre um dos partons com o fóton virtual, enquanto que os outros permanecem não perturbados. Cada partícula carrega uma fração  $x_i$  do momentum total do hádron inicial de tal forma que  $\sum_i x_i P = P$ . O modelo de partons baseia-se nas seguintes hipóteses [14]:

- 1) O hádron comporta-se como um conjunto de partículas livres que portam uma fração  $x_i$  de seu momentum total e que se movem paralelamente ao hádron, quando este está num referencial onde seu momentum  $P$  tende a infinito;
- 2) A seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma das seções de choque lépton-parton.

Esta forma de tratamento do DIS implica que o processo pode ser descrito considerando a interação partônica na Fig.(1.2). Fundamentam-se as hipóteses do modelo de partons num sistema de referência de Lorentz de momentum infinito, no qual o momentum é muito maior que as outras escalas. Neste referencial, junto com as hipóteses acima temos que o momentum transversal  $p_T$  dos partons e suas massas possam ser desprezados, isto é

$$|P| \gg M, m, p_T \quad (1.19)$$

Onde  $M$  massa do próton,  $m$  massa dos partons e  $p_T$  é momentum transversal dos partons. Definimos a probabilidade  $q_i(x_i)$  de encontramos um parton do tipo  $i$ , no interior de um hádron, portando uma fração de momentum

$$x_i = \frac{p_i}{P}. \quad (1.20)$$

No hádron, o número de pártons  $i$  pode ser descrito na forma

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i. \quad (1.21)$$

A conservação do momentum implica que

$$\sum_i \int_0^1 x_i q_i(x_i) dx_i = 1 \quad (1.22)$$

ou seja somando sobre todas as frações de momentum dos pártons deve-se obter 1.

A seção de choque diferencial do espalhamento lépton-hádron em função da seção de choque diferencial do espalhamento lépton-párton, será

$$\frac{d\sigma^{\text{lepton-hadron}}}{dt du} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) \frac{d\sigma^{\text{lepton-parton}}}{dt du} \quad (1.23)$$

onde o somatório se dá sobre todos os pártons que portam carga elétrica (quarks) que interagem com o fóton virtual.

Para o processo elástico  $l + q_i \rightarrow l + q_i$  teremos a seção de choque em termos das variáveis de Mandelstam do processo partônico  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  e  $\hat{u}$  como

$$\frac{d\sigma^{\text{lepton-parton}}}{dt du} = x_i \frac{d\sigma}{d\hat{t} d\hat{u}} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{t^2} x_i \left( \frac{s^2 + u^2}{s^2} \right) \delta[t + x_i(s + u)] \quad (1.24)$$

onde  $\alpha \simeq 1/137$  é a constante de estrutura fina e  $e_i^2$  são as cargas dos quarks ao quadrado, sendo que no limite de altas energias as variáveis de Mandelstam tornam-se para o processo  $lp \rightarrow l'X$ ,

$$s \simeq 2k.p, \quad (1.25)$$

$$t \simeq -2k.k', \quad (1.26)$$

$$u \simeq -2k'.p, \quad (1.27)$$

onde  $k$  é o momento inicial do lépton,  $k'$  o momento final do lépton,  $p$  momento do próton e para o subprocesso  $l + q_i \rightarrow l + q_i$ ,

$$\hat{s} = 2k.p_i = x_i s \quad (1.28)$$

$$\hat{t} = -2k.k' = t \quad (1.29)$$

$$\hat{u} = -2k'.p_i = x_i u. \quad (1.30)$$

onde  $p_i$  momento do párton. Ao fazermos a substituição da equação (1.24) na equação (1.23) e ao compararmos o resultado com a expressão da seção de choque lépton-próton descrita em termos das variáveis de Mandelstam, obtemos:

$$F_2 = 2xF_1(x) = \sum_i x_i e_i^2 q_i(x_i) \quad (1.31)$$

onde a dependência de  $F_2$  de  $x$  é chamada de escalonamento de Bjorken. A equação (1.31) é conhecida como a relação de Callan-Gross [5] e nela temos uma somatória que é realizada sobre os sabores dos quarks, onde  $e_i$  é a fração de carga do nucleon que o pártion porta, sendo levado em conta a hipótese que os pártions que interagem com o fóton possuem spin 1/2. Sendo

$$x_i = \frac{-t}{s+u} = \frac{q^2}{2M\nu} = x \quad (1.32)$$

que é chamada variável de Bjorken.

Através do DIS  $ep$  inclui-se na regra de soma de momentum  $\sum_i \int_0^1 x_i q(x_i) dx_i = 1$  apenas as distribuições de pártions carregados. Experimentalmente verificou-se que aproximadamente 50 % do momentum total do hádron é portado por pártions que não são detectáveis diretamente no DIS, pártions sem carga elétrica (glúons). Embora o modelo de pártions, nos de uma imagem do próton, falha ao descrever a regra de soma de momentum a qual nos indica a existência de glúons dentro do próton. Na seção seguinte vamos apresentar um resumo de algumas propriedades essenciais da teoria que descreve a interação entre eles.

### 1.3 Algumas propriedades da QCD

A teoria que descreve as interações hadrônicas é chamada de Cromodinâmica Quântica (QCD). Ela descreve uma das forças fundamentais: a interação forte, seu caráter é determinado por uma simetria especial entre as cargas de cor dos quarks. A QCD baseia-se em uma teoria de calibre com simetria local, esta simetria é conhecida como o grupo de calibre SU(3) e os quarks se transformam sob este grupo como um tripleto de campos fermiônicos SU(3). As duas propriedades mais importantes da QCD são a liberdade assintótica e o confinamento. A teoria prevê os seguintes diagramas de Feynman, ver fig. (1.3), com a representação do glúon e do quark, assim como os vértices de 3 glúons, de 4 glúons e glúon-quark.

A constante de acoplamento da QCD,  $\alpha_s$ , é solução da equação do grupo de renormalização [4, 15, 16]:

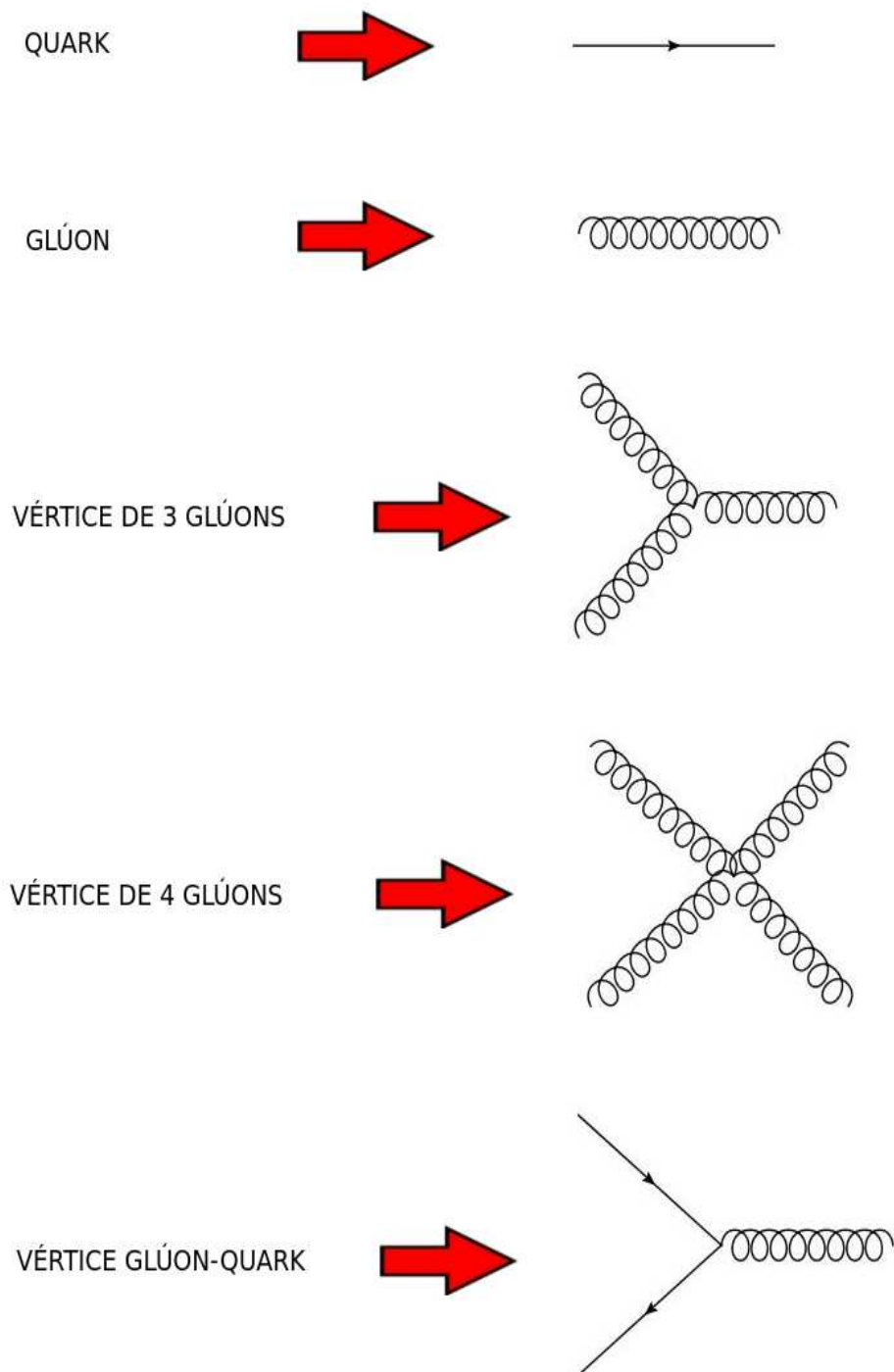
$$\frac{d\alpha_s(Q^2)}{dt} = \beta(\alpha_s(Q^2)), \quad (1.33)$$

onde

$$t = \ln \frac{Q^2}{\mu^2}, \quad \beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} \quad (1.34)$$

sendo  $\mu$  a escala de renormalização da teoria. Pela QCD, a função  $\beta$  tem a expansão perturbativa

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2[1 + b'\alpha_s + O(\alpha_s^2)], \quad (1.35)$$



**Fig. 1.3:** Regras de Feynman para a QCD[17].

onde

$$b = \frac{(33 - 2n_f)}{12\pi}, \quad e \quad b' = \frac{(153 - 19n_f)}{2\pi(33 - 2n_f)} \quad (1.36)$$

sendo  $n_f$  o número de sabores ativos. Logo

$$\frac{d\alpha_s(Q^2)}{dt} = -b\alpha_s^2(Q^2)[1 + b'\alpha_s(Q^2) + O(\alpha_s^2(Q^2))] \quad (1.37)$$

Truncando a série, desconsiderando termos com coeficiente  $b'$  e de ordem mais elevada em  $\alpha_s$ , obtemos como solução

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \alpha_s(\mu)bt}. \quad (1.38)$$

Um valor crítico para o parâmetro de referência  $\mu$ , a partir do qual se podem utilizar os métodos perturbativos em QCD. Esse valor é expresso em termos do parâmetro  $\Lambda_{QCD}$  definido como

$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu^2 \exp\left(-\frac{1}{b\alpha_s(\mu^2)}\right), \quad (1.39)$$

de modo que

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)} \quad (1.40)$$

Tanto o valor de  $\mu$  quanto o do parâmetro  $\Lambda_{QCD}$  não são preditos pela QCD e devem, portanto, ser inferidos de valores experimentais.

Podemos perceber que a constante de acoplamento  $\alpha_s$  tende a zero com a potência inversa de  $\ln Q^2$ , quando  $t \rightarrow \infty$  como pode ser observado na Fig.(1.4). Esta característica essencial da QCD, chamada liberdade assintótica, é a razão para se esperar que a teoria de perturbação seja válida em processos de pequenas distâncias ou de grandes valores de  $Q^2$ . Podemos usar esta propriedade para justificar o modelo de pártons, segundo o qual os quarks, quando sondados por fótons de grande  $Q^2$  podem ser tratados como partículas livres.

Para pequenos valores de  $Q^2$ , teremos o crescimento do parâmetro de acoplamento, o que indica a existência de um domínio no qual as interações fortes são realmente fortes. Em baixas energias, este comportamento é a chave para o que chamamos de confinamento dos quarks e glúons.

A QCD tem como consequência que  $F_i(x) \rightarrow F_i(x, Q^2)$ , violando o escalonamento de Bjorken. A QCD prediz a existência de glúons e que a distribuições de quarks e glúons no interior dos hádrons evoluem com  $Q^2$ . Iremos abordar tal aspecto com mais detalhes na próxima seção.

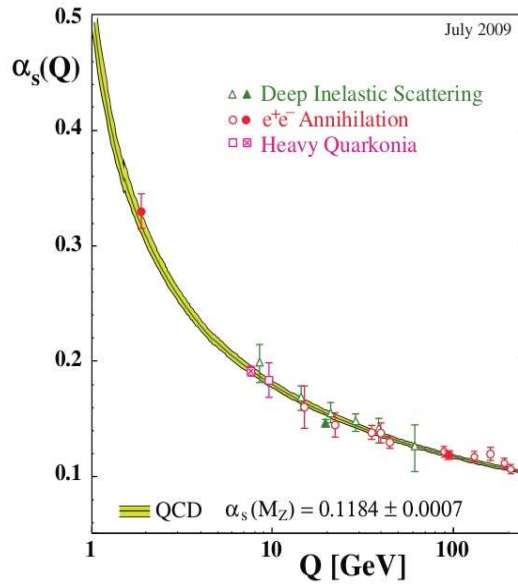


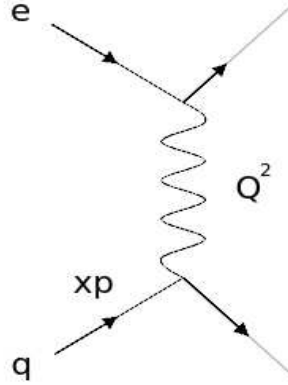
Fig. 1.4: Gráfico de  $\alpha_s$  em função de  $Q$  [18].

## 1.4 A equação DGLAP

De acordo com a QCD, as interações fortes entre quarks e glúons impõem correções ao modelo de pártons original, sendo que estas implicam a violação do escalonamento de Bjorken (o escalonamento de Bjorken prediz que a seção de choque para altas energias em colisões hadrônicas será independente de qualquer escala, ou seja, o escalonamento de funções de estrutura no espalhamento inelástico profundo) e a modificação das distribuições partônicas. No modelo partônico original de Feynman, as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$  são dependentes da variável  $x$  de Bjorken porque o núcleon é visto como sendo um conjunto não interagente de pártons. A seção de choque lépton-párton e as distribuições de quarks e glúons no interior do núcleon estão relacionadas com as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$ .

Por desprezarmos as componentes transversais ao movimento do próton dos momenta dos pártons, temos o escalonamento de Bjorken. Mas um quark pode emitir um glúon e, portanto pode adquirir uma componente de momentum transversal à direção de seu movimento inicial, antes de ser espalhado, ao interagir com o fóton [4].

O modelo de pártons pode ser estendido de forma a incluir as interações fortes dos quarks (quarks quase-livres no interior do núcleon), corrigindo-se as distribuições dos quarks e glúons no interior dos núcleons e as funções de estrutura. Como não podemos descrever perfeitamente por métodos perturbativos o próton, utilizaremos a fatorização no modelo de pártons, que consiste em considerarmos que a seção de choque diferencial do espalhamento lépton-próton como sendo o produto das funções de distribuições partônicas (PDF),  $q(x)$ ,



**Fig. 1.5:** *Espalhamento elétron-párton (eq), em que  $xp$  é a fração de quadrimomentum do próton carregado pelo párton  $q$ , e  $Q^2$  o módulo do quadrado do quadrimomentum transferido ao fóton pelo elétron.*

com a seção de choque do processo lépton-quark mostrado na Fig. (1.5):

$$\sigma^{ep \rightarrow eX} = \sum_q \int_0^1 dx' q(x') \sigma^{eq \rightarrow eq} \quad (1.41)$$

resultando em

$$\sigma^{ep \rightarrow eX} = \sigma_0 \left[ \frac{F_1(x)}{M} \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{F_2(x)}{\nu} \right] \quad (1.42)$$

em que  $\sigma_0$  é a seção de choque de Mott <sup>1</sup> [19]. As funções de estrutura do próton obedecem ao escalonamento de Bjorken, dependendo apenas de  $x$ , e são dadas por [4]

$$F_1(x) = \frac{F_2(x)}{x} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 q(x) \quad (1.43)$$

Em 1977, Altarelli e Parisi [20], obtiveram uma nova forma de interpretação do modelo de pártons de modo a incluir a violação do escalonamento, pela modificação das distribuições partônicas [4]

$$q(x) \rightarrow q(x, Q^2) = q(x) + \Delta q(x, Q^2) \quad (1.44)$$

na qual  $\Delta q(x, Q^2)$  resulta da emissão de glúons pelos quarks.

Ao considerar o processo de emissão de glúons implica acrescentar ao cálculo da seção de choque  $\sigma^{ep \rightarrow eX}$ , além do processo  $\gamma q \rightarrow q$ , no qual a função de distribuição do quark

<sup>1</sup> A seção de choque de Mott é dada pela expressão:  $\sigma_0 = \alpha^2/4E^2 \sin^4 \theta/2$ , sendo  $\alpha$  a constante de estrutura fina,  $E$  a energia do elétron e  $\theta$  o ângulo de espalhamento do elétron.



envolvido pode ser expressa como

$$q(x) = \int_x^1 dy q(y) \delta(x - y) = \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) \delta(1 - x/y) \quad (1.45)$$

onde  $\delta(x - y)$  representa a densidade de probabilidade de um quark com quadrimomentum  $yp$  tornar-se um quark com quadrimomentum  $xp$ , a qual só não é nula para  $z = x/y = 1$ . No processo  $\gamma q \rightarrow qg$  (ver Fig. 1.6), o quark ( $q$ ) interage com o fóton ( $\gamma$ ) e emite um glúon, neste processo,  $z = x/y \neq 1$ , e pode-se atribuir a modificação da seção de choque a uma alteração da densidade de probabilidade do quark com quadrimomentum  $yp$  torne-se um quark com quadrimomentum  $xp$ , do tipo

$$\delta(1 - x/y) \Rightarrow \delta(1 - x/y) + f(x/y, Q^2) \quad (1.46)$$

o que implica a substituição

$$q(x) \Rightarrow q(x, Q^2) = q(x) + \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) f(x/y, Q^2) \quad (1.47)$$

A seção de choque para o processo  $\gamma q \rightarrow qg$  será [4]

$$\frac{d\sigma^{\gamma q \rightarrow qg}}{dt} = \sigma_0 e_q^2 \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) \frac{4}{3} z \left[ \frac{1}{t} \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right) + \frac{z^2(t+2Q^2)}{(1-z)Q^4} \right] \quad (1.48)$$

Ao mutiplicarmos a equação (1.48) por  $q(y)$  e integramos em  $y$  e  $t$ , decorre que a contribuição à função de estrutura [4]

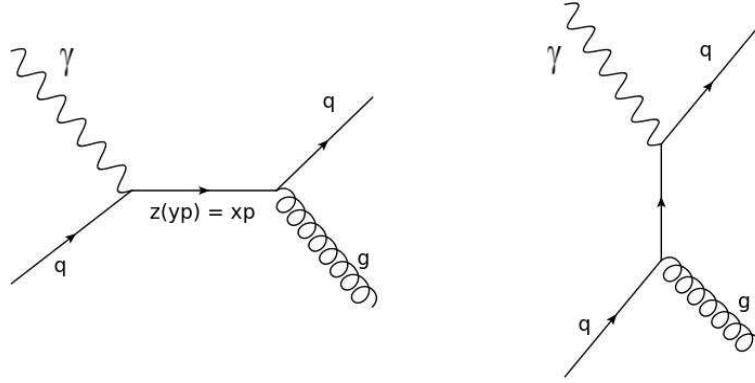
$$F_2(x, Q^2) \sim \sum_q e_q^2 \left\{ q(x) + \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) \int_0^{-Q^2/z} \frac{4}{3} \left[ \frac{1}{t} \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right) + \frac{z^2(t+2Q^2)}{(1-z)Q^4} \right] dt \right\}. \quad (1.49)$$

Dois tipos de singularidades são apresentadas nos diagramas de emissão de glúons (ver Fig. (1.6)) que levam a divergências infravermelhas: se o glúon é colinear com o quark ou se momentum do glúon for muito pequeno (suave). A divergência suave é cancelada pela contribuição do diagrama de correção de vértice, mas o mesmo não ocorre com a divergência colinear, a qual se origina quando o quark e o glúon estão na camada de massa, e ambos não têm massa. A divergência colinear, para altas energias, com um corte inferior em  $t = -\mu^2$  poderá ser regularizada, sendo equivalente a associar ao glúon uma massa fictícia  $\mu$ . Logo, para altos valores de  $Q^2$ , podemos escrever o termo de correção à distribuição partônica como

$$\Delta q(x, Q^2) = \frac{\alpha_s t}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) \quad (1.50)$$

em que

$$t = \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right) \quad (1.51)$$



**Fig. 1.6:** Diagramas do processo  $\gamma q \rightarrow qg$ , em que  $yp$  é o quadrimomentum do quark inicial,  $z(yp) = xp$  o quadrimomentum do quark virtual, e  $Q^2$  o módulo do quadrado do quadrimomentum do fóton.

e a função de  $z$

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}, \quad (z \neq 1) \quad (1.52)$$

está associada à densidade de probabilidade de um quark ( $q$ ) com quadrimomentum  $yp$  tornar-se um quark ( $q$ ) com quadrimomentum  $xp$ .

Assim, a função de estrutura  $F_2$  fica

$$\frac{F_2(x, t)}{x} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 q(x, t) \quad (1.53)$$

$$\frac{F_2(x, t)}{x} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left[ q(x) + \frac{\alpha_s t}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (1.54)$$

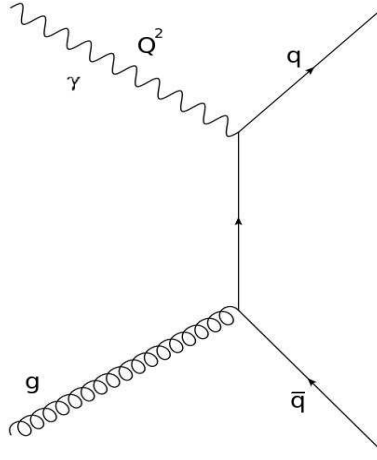
Temos outro processo fóton-párton ( $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$ ) (ver Fig. 1.7), que contribui para a seção de choque total do espalhamento elétron-próton, o mesmo contém um fator  $\ln(Q^2/\mu^2)$  devido à propagação do quark interno próximo a sua camada de massa. Desta singularidade resulta a substituição da Equação (1.54) por

$$\frac{F_2(x, t)}{x} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} \left\{ q(y) \left[ \delta \left( \frac{x}{y} - 1 \right) + \frac{\alpha_s t}{2\pi} P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) \right] + g(y) \frac{\alpha_s t}{2\pi} P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) \right\} \quad (1.55)$$

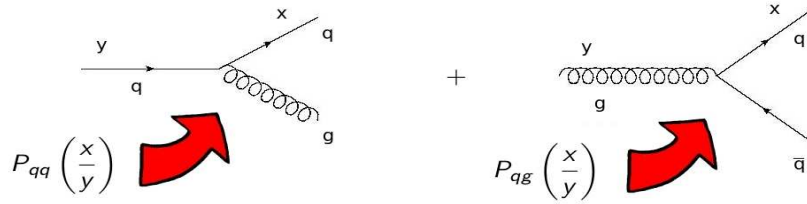
onde

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \quad (1.56)$$

está associada à probabilidade do glúon  $g$  com quadrimomentum  $yp$  torna-se um quark  $q$  com quadrimomentum  $xp$ .



**Fig. 1.7:** Diagrama do processo  $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$ , em que  $Q^2$  é o módulo do quadrado do quadri-momentum do fóton.



**Fig. 1.8:** Diagramas de Feynman para  $P_{qq}$  e  $P_{qg}$ .

A dependência em  $t$  pode ser absorvida pela definição de

$$q(x, t) = q(x) + \frac{\alpha_s t}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q(y) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y) P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (1.57)$$

onde agora as distribuições dos quarks  $q(x)$  e dos glúons  $g(x)$  estão acopladas.

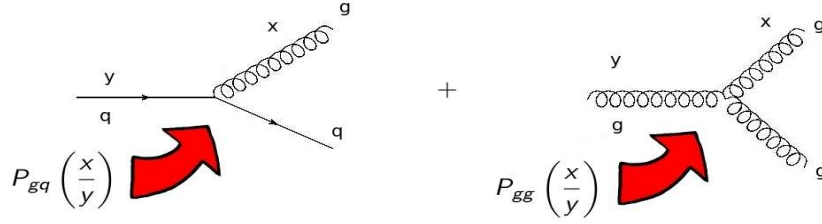
Se derivarmos a equação (1.57) em relação a  $t$ , a mesma poderá ser reescrita na forma mais familiar, chamada de equação de evolução de Alterelli-Parisi [4],

$$\frac{dq(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \left[ q(x, t) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(x, t) P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \frac{dy}{y} \quad (1.58)$$

onde as funções  $P_{qq}$  e  $P_{qg}$  são representadas pelos diagramas de Feynman da Fig. 1.8.

A equação de evolução da distribuição de glúons será dada por

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \left[ \sum_j q_j(x, t) P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(x, t) P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \frac{dy}{y} \quad (1.59)$$



**Fig. 1.9:** Diagramas de Feynman para  $P_{gq}$  e  $P_{gg}$ .

sendo as funções  $P_{gq}$  e  $P_{gg}$  são representadas pelos diagramas de Feynman da Fig. 1.9 e  $j$  indica todos os sabores de quarks e antiquarks, ou seja,  $j = 1, 2, \dots, 2n_f$

As mesmas ideias foram desenvolvidas independentemente por V. N. Gribov e L. N. Lipatov em 1972[21], e em 1977 por Y. L. Dokshitzer[22], e que levaram as mesmas equações de evolução para as distribuições partônicas [4]. Essas mesmas equações são conhecidas por DGLAP.

Podemos escrever [20] os seguintes resultados para as funções  $P(z)$  considerando somente os diagramas acima

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}, \quad (1.60)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (1.61)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right], \quad (1.62)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+(1-z)^2}{z}. \quad (1.63)$$

A probabilidade de que um parton com quadrimomentum  $yp$  se torne um outro parton com quadrimomentum  $xp$  está associada as funções  $P(z)$ , ou seja, com fração  $z = x/y$  de quadrimomentum inicial, pela emissão de glúon ou pela criação de um par  $q\bar{q}$ , são chamadas também de "funções de *splitting*" ou de separação.

Assim, as fórmulas do modelo de partons original, que relacionam as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$  às funções de distribuição dos quarks, são ainda válidas, desde que  $F_{1,2}(x)$  sejam substituídos por  $F_{1,2}(x, Q^2)$ , e  $q(x)$ , por  $q(x, Q^2)$ .

As eq. (1.58) e (1.59) podem ser resolvidas analiticamente usando aproximações apropriadas [7], obtendo o seguinte comportamento para pequeno  $x$  (ou grandes energias):

$$xg(x, Q^2) \approx C(Q^2)x^{-\lambda} \quad (1.64)$$

onde  $C$  e  $\lambda$  são parâmetros a serem determinados.

## 1.5 Conclusão

Para altas energias, os cálculos de processos de espalhamento em QCD perturbativa são baseados no cálculo perturbativo da seção de choque de espalhamento e nas distribuições partônicas dos hádrons envolvidas no processo. Apesar de as distribuições partônicas *a priori* não serem determinadas pela QCD, uma vez determinadas experimentalmente como função de  $x$  para um valor fixo  $t = t_0$ , seus valores para qualquer outro valor de  $t$  podem ser determinados a partir das equações DGLAP, que são baseadas em métodos perturbativos, ou seja, quando o momentum é grande a constante de acoplamento (que é o parâmetro de expansão da série perturbativa) é pequena. Estas distribuições são usualmente determinadas através de análises globais, que serão tema do próximo capítulo.

## Capítulo 2

# As parametrizações das distribuições partônicas

Em QCD perturbativa, a descrição de um processo de espalhamento duro para altas energias envolvendo hádrons necessita de um conhecimento preciso das distribuições partônicas. Como estas não são completamente determinadas pela QCD perturbativa, mas somente sua evolução na escala  $Q^2$ , sua determinação deve usar dados experimentais disponíveis. O processo básico é parametrizar a dependência em  $x$  das funções de distribuição (quarks e glúons) para algum valor de  $Q_0^2$  suficientemente grande para que possamos aplicar a QCD perturbativa, e então evoluir em  $Q^2$  usando as equações DGLAP. É feito o ajuste para determinação dos parâmetros da parametrização, durante a evolução, a todos os dados de espalhamento profundamente inelástico e processos relacionados disponíveis. Assim, determina-se as densidades partônicas para todo  $x$  e  $Q^2$  em uma certa região. Já que são funções universais, é possível usá-las para caracterizar as funções de estrutura e para o cálculo das seções de choque de outros processos de alta energia.

As distribuições partônicas são determinadas através de análises globais dos dados de diferentes processos (DIS, produção de sabores pesados, etc), incluindo e vinculando o maior número possível de observáveis, porque diferentes processos nos fornecem diferentes informações sobre diferentes tipos de distribuições partônicas em diferentes regiões cinemáticas. O maior número de dados, assim como a maior precisão destes, demanda que a cada novo conjunto de medidas um novo refinamento das distribuições partônicas seja feito. Veremos na próxima seção a análise global das distribuições partônicas [7].

## 2.1 Análise Global

Pesquisadores da área em Física de Altas Energias fazem uso dos dados experimentais de muitos processos físicos, bem como das equações de evolução partônicas, para caracterizar a análise global das distribuições partônicas. Desta forma, extraindo o conjunto de

distribuições partônicas que melhor se ajustam aos dados existentes. Essas distribuições podem ser utilizadas na predição de outros observáveis físicos de interesse. Para análise global usa-se o seguinte procedimento [7, 23]:

- 1) Desenvolve-se um programa para resolver as equações de evolução numericamente, as quais são um conjunto de equações integro-diferenciais acopladas;
- 2) Escolhe-se um conjunto de dados experimentais que melhor forneça vínculos às distribuições partônicas;
- 3) Seleciona-se o esquema de fatorização DIS ou  $\overline{MS}$ <sup>1</sup> e opta-se por um conjunto consistente de escalas de renormalização para todos os processos;
- 4) Especifica-se uma condição inicial, vincula-se os parâmetros e ajusta-se os dados.

## 2.2 Os tipos de parametrizações

Há um número de diferentes grupos que obtêm conjuntos completos de distribuições partônicas ajustando a função de estrutura e outros dados. Nesta seção, será apresentada uma gama de conjuntos, suas semelhanças e diferenças de forma um pouco mais abrangente. Em todos os casos, o conjunto mais atualizado é aquele que será usado em nossas análises.

Os diferentes conjuntos e suas características mais básicas estão listados abaixo:

- MSTW: O grupo MSTW (MRST/MSTW de A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, R. S. Thorne, e G. Watt) [24, 25] tem produzido distribuições de pártons por muitos anos a partir de ajustes globais para uma vasta variedade de dados, incluindo alguns mais recentes para Tevatron e HERA. Este é o único grupo a incluir dados de jatos do HERA. O grupo produz PDFs em ordem dominante (LO), próxima ordem dominante (NLO) e próxima próxima ordem dominante (NNLO).
- CTEQ: O grupo CTEQ (The Coordinated Theoretical - Experimental Project on QCD - CTEQ Collaboration) [24, 26] é outro que tem realizado ajustes globais durante muitos anos, e tem uma abordagem que é muito semelhante ao do MSTW. Novamente, o grupo faz o ajuste para a grande maioria dos dados disponíveis. É ligeiramente mais antiga que os conjuntos MSTW2008 e não é tão atualizada em dados do Tevatron e também não inclui a mais recente combinação de dados da função de estrutura em HERA, embora um conjunto atualizado, CT10 apareceu recentemente e inclui os citados conjuntos de dados. As PDFs também são disponibilizadas em NLO.

---

<sup>1</sup> É o esquema de subtração mínima modificado, este introduz uma escala de massa arbitrária à teoria, e a liberdade de variar essa escala de massa sem mudar as previsões físicas leva à equação do grupo de renormalização. Esta equação pode ser manipulada de modo a deduzir o comportamento da teoria a altos momentum, correspondendo a interações de curto alcance, levando à liberdade assintótica na QCD [27].

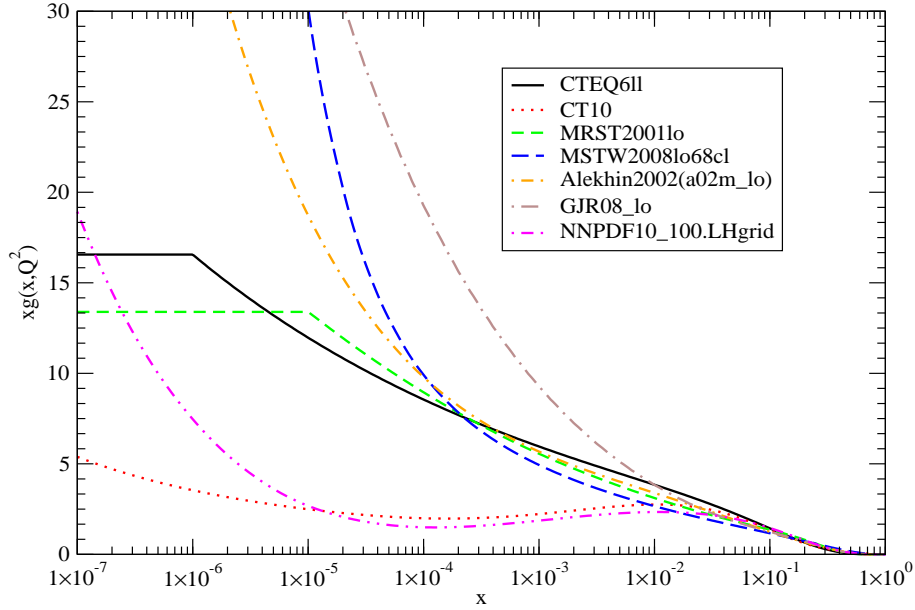
- NNPDF: O grupo NNPDF (Neural Network Parton Distribution Functions - NNPDF Collaboration) [24, 28] utiliza um procedimento bastante distinto. Foi desenvolvendo-se continuamente nos últimos anos, mas com NNPDF2.0 (e com NNPDF2.1), que incluem dados do Tevatron, eles atingiram o status de um ajuste global. O ajuste NNPDF2.0 inclui todos os dados discutidos acima, exceto dados para jatos em HERA e funções de estrutura de sabor pesado. Não incluem os dados combinados de HERA, e nota-se um efeito moderado em comparação com os conjuntos de dados individuais originais, mais notadamente uma incerteza menor nos glúons e singletos de quarks abaixo de  $x = 5 \times 10^{-4}$ . As PDFs são disponibilizadas em NLO.
- H1 e ZEUS: Nos últimos anos, tem havido uma série de ajustes globais realizados pelas colaborações H1 e ZEUS [24]. Estes têm, por vezes, incluído alvo fixo para dados da função de estrutura ou dados para jatos em HERA. As PDF's são produzidas em NLO. A atualização preliminar disponível inclui resultados NNLO.
- ABKM: Formado por S. Alekhin, J. Bluemlein e S. Moch [24, 29], o primeiro conjunto de PDF obtido pela grupo vem de um ajuste da função de estrutura, alvo fixo do processo Drell-Yan, e os dados de produção de dimuon. Não inclui dados do Tevatron. As PDF's são produzidas em ordem NLO e evolução NNLO.
- GJR: Constituído por M. Glück, P. Jimenez-Delgado, E. Reya, e A. Vogt [24, 30] suas distribuições de pártons são baseadas na idéia que as PDFs são geradas a partir de um modelo de entrada de valência semelhante para uma escala muito baixa começando em  $Q_0^2 \lesssim 0,5 \text{ GeV}^2$ . Elas são obtidas a partir de um ajuste da função de estrutura, do alvo fixo Drell-Yan e de dados para jatos no Tevatron. As PDFs são disponibilizadas em LO, NLO e evolução NNLO.

Podemos ver pela Fig. (2.1) as distribuições gluônicas no nucleon (próton) preditas pelos grupos acima em ordem dominante LO, para o valor da escala  $Q^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ . As Fig. (2.2) e (2.3) mostram as distribuições gluônicas no nucleon, para os valores da escala  $Q^2 = 9,0 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 20,0 \text{ GeV}^2$ , respectivamente. Fica evidente a discrepância das predições para a distribuição gluônica para a região de pequeno  $x$ .

Em nosso trabalho iremos utilizar as parametrizações CTEQ(CT10), CTEQ(cteq6ll), NNPDF(NNPDF10-100), MRST(MRST2001lo), MSTW(MSTW2008lo68cl), ALEKHIN(a0-2mlo) e GJR(GJR08lo). Para uso destas parametrizações devemos respeitar as características cinemáticas delas (ver tabela (2.1)).

Nossos resultados são obtidos usando a interface computacional LHAPDF [31], para calcular a distribuição de glúons de cada grupo de parametrizações acima listado. Lembrando que ao usarmos as parametrizações, foram respeitadas suas características cinemáticas, a fim de evitar distorções nas curvas geradas.





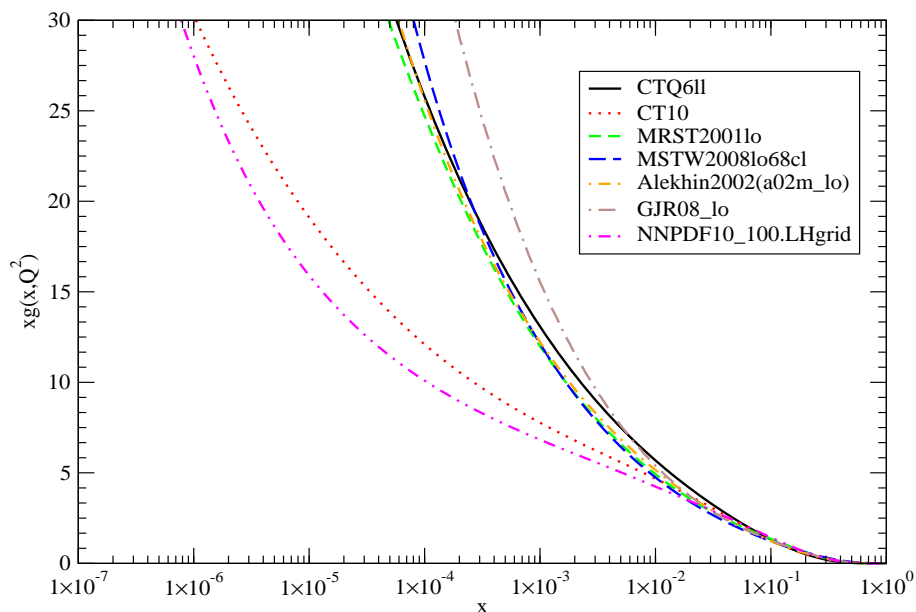
**Fig. 2.1:** *Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala  $Q^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ .*

Na Fig. (2.1) as distorções que aparecem nas curvas das parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO são devidas ao fato de que as parametrizações usadas abaixo do valor de  $x$  estipulado pelas suas características cinemáticas congelam o valor da distribuição, ou seja, os grupos só predizem seus resultados para  $x$  maiores que o limite estipulado pelas suas características cinemáticas, já para  $x$  menores elas assumem como constante as distribuições de glúons.

Vemos nos gráficos que a distribuição de glúons cresce para grande  $Q^2$  (resolução), havendo uma imensa incerteza para pequeno  $Q^2$ . Exemplificando, da Fig. (2.1) vemos que para  $x = 10^{-4}$  na curva da parametrização CT10 temos a distribuição de glúons valendo 3, já para a curva da parametrização GJR08LO a distribuição de glúons é 23, mostrando a discrepância nas predições para a distribuição de glúons.

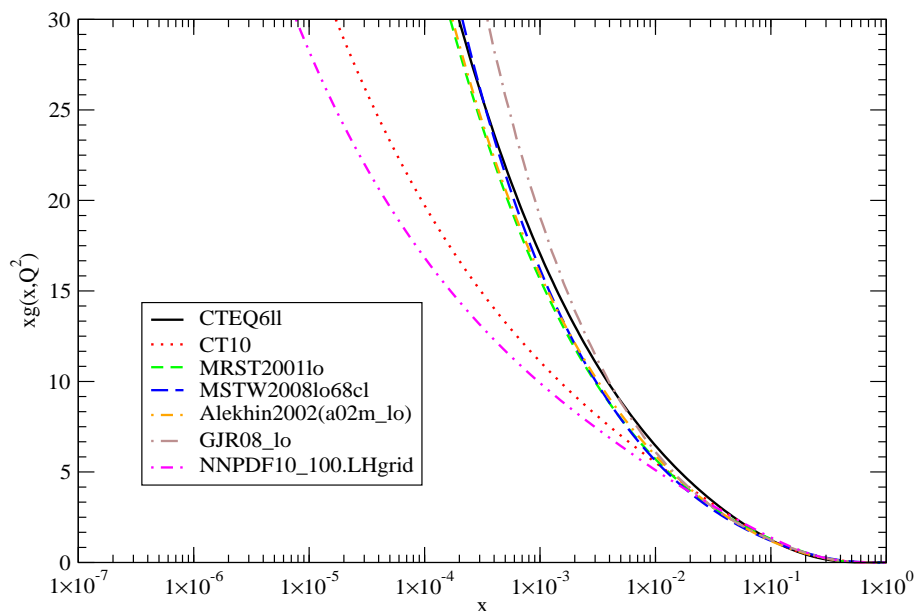
## 2.3 Conclusão

Neste capítulo vimos o método de análise global e sua importância na obtenção do conjunto de distribuições partônicas ajustado aos dados existentes. Foram vistas também algumas parametrizações propostas por alguns grupos que utilizam este método para a determinação da distribuição de glúons no próton. Uma pequena revisão sobre algumas propriedades dos mésons será feita no Capítulo 3, para que possamos analisar um pro-



**Fig. 2.2:** *Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala  $Q^2 = 9,0 \text{ GeV}^2$ .*

cesso, a fotoprodução de mésons vetoriais, em que os efeitos das discrepâncias entre as distribuições de glúons são amplificadas e em que vamos tentar vincular as possíveis formas destas parametrizações.



**Fig. 2.3:** *Distribuições gluônicas em função da fração de momentum para a escala  $Q^2 = 20,0 \text{ GeV}^2$ .*

Parametrizações	$x_{min}$	$x_{max}$	$Q_{min}^2 (GeV^2)$	$Q_{max}^2 (GeV^2)$
cteq6ll	$10^{-6}$	1	1,69	$10^8$
CT10	$10^{-5}$	1	1,69	$10^6$
MRST2001lo	$10^{-5}$	1	1,25	$10^7$
MSTW2008lo68cl	$10^{-6}$	1	1,0	$10^9$
a02mlo	$10^{-7}$	1	0,8	$2 \times 10^8$
GJR08lo	$10^{-9}$	1	0,3	$1 \times 10^8$
NNPDF10	$10^{-9}$	1	2,0	$1 \times 10^8$

**Tab. 2.1:** *Características cinemáticas das parametrizações partônicas.*

## Capítulo 3

# A produção difrativa de mésons vetoriais

Neste capítulo, revisaremos algumas propriedades dos mésons e abordaremos a produção difrativa de mésons vetoriais, cuja seção de choque depende quadraticamente da distribuição de glúons do alvo. Assim, tal processo é ideal para vincular o comportamento desta distribuição no regime de altas energias. A revisão feita neste capítulo segue a abordagem da Ref. [32].

### 3.1 Méson

Os mésons [2] são partículas compostas de um quark e um antiquark unidos pela interação forte. Os quarks e antiquarks tem os seguintes números quânticos: spin  $1/2$  e números bariônicos  $B$ , dados respectivamente por,  $1/3$  e  $-1/3$ , cuja união forma méson de spin 1 ou 0. Todos os mésons são instáveis com duração de apenas centésimos de milionésimo de segundo. Os mésons com carga elétrica podem decair em elétrons e neutrinos, e os sem carga em fótons. Os mésons aparecem na natureza apenas como produtos de curta duração de interações de alta energia na matéria, entre as partículas feitas de quarks, i.e., não são produzidos pelo decaimento radioativo. Os mésons de menor massa são, todavia, mais estáveis do que os mésons massivos, e são mais fáceis de observar e estudar em aceleradores de partículas ou experimentos de raios cósmicos. Eles são classificados de acordo com seu conteúdo de quark, spin, carga e várias outras propriedades. Os mésons pseudoescalares (de spin 0) são formados por um par de quark e antiquark com spin oposto, já os mésons vetoriais (de spin 1), o quark e o antiquark têm spin paralelo. Vamos nos deter somente nos mésons vetoriais, uma vez que estes são os mésons produzidos pela decomposição do fóton em um par quark-antiquark. Ou seja, em outras palavras, os mésons vetoriais tem os mesmos números quânticos do fóton que o produz. O momentum angular total  $\vec{J}$  é obtido através das regras de soma de momentum angular da Mecânica Quântica,  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  [33],

Méson	Conteúdos de Quarks	Carga	Massa	Tempo de Vida	Principais decaimentos
$\rho$	$u\bar{d}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, d\bar{u}$	1, 0, -1	775,5	$4 \times 10^{-24}$	$\pi\pi$
$K^*$	$u\bar{s}, d\bar{s}, s\bar{d}, s\bar{u}$	1, -1	894	$1 \times 10^{-23}$	$K\pi$
$\omega$	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	782,6	$8 \times 10^{-23}$	$\pi\pi\pi, \pi\gamma$
$\psi$	$c\bar{c}$	0	3097	$7 \times 10^{-21}$	$e^+e^-, \mu^+\mu^-\pi, 5\pi, 7\pi$
$D^*$	$c\bar{d}, c\bar{u}, u\bar{c}, d\bar{c}$	1, 0, -1	2008	$3 \times 10^{-21}$	$D\pi, D\gamma$
$\Upsilon$	$b\bar{b}$	0	9460	$1 \times 10^{-20}$	$e^+e^-, \mu^+\mu^-\pi, \tau^+\tau^-$

**Tab. 3.1:** *Algumas propriedades físicas dos mésons vetoriais, sendo suas massas dadas em  $MeV/c^2$ , o tempo de vida em segundos e carga em unidade de carga do próton [2].*

onde  $\vec{L}$  é o momentum angular orbital e  $\vec{S}$  é a grandeza vetorial que representa o momentum angular intrínseco da partícula (spin).

A tabela 3.1 apresenta algumas das características dos mésons vetoriais, sendo suas massas dadas em  $MeV/c^2$ , o tempo de vida em segundos e carga em unidade de carga do próton [2].

Os mésons podem ter as seguintes propriedades:

1) Paridade -  $P$ : É a propriedade de simetria de uma função de onda do méson. Para o méson a paridade  $P$  está relacionada com o momentum angular orbital pela relação:

$$P = (-1)^{L+1} \quad (3.1)$$

Onde o +1 no expoente refere-se ao fato de que um quark e um antiquark têm paridades intrínsecas opostas. Desta forma a paridade intrínseca de um méson é o produto das paridades intrínsecas do quark (+1) e do antiquark (-1), cujo o produto é -1 e a contribuição no expoente é +1. A paridade será par quando  $P$  for positivo e será ímpar quando  $P$  for negativo.

2) Paridade -  $C$ : Para o méson a paridade  $C$  está relacionada com o momentum angular orbital e o spin pela relação:

$$C = (-1)^{L+S} \quad (3.2)$$

Onde a paridade  $C$  representa a operação matemática que simula a transformação de uma partícula na sua respectiva antipartícula. Sendo usada apenas para mésons que são suas próprias antipartículas (ou seja, mésons neutros).

3) Paridade -  $G$ : Para o méson a paridade  $G$  está relacionada com o momentum angular orbital, spin e o isospin pela relação:

$$G = (-1)^{L+S+I} \quad (3.3)$$

Onde  $I$  é o isospin que é o número quântico relacionado à interação forte, não tem a unidade de momentum angular e não é um tipo de spin. É uma quantidade sem dimensão e seu nome vem do fato de que as estruturas matemáticas utilizadas para descrevê-lo são semelhantes às utilizadas para descrever o spin.

## 3.2 Produção de méson vetorial

Estudaremos o processo difrativo de produção de méson vetorial no qual o próton na interação permanece intacto. Um dos processos de difração de maior importância é a produção exclusiva de mésons vetoriais em espalhamentos fóton real-próton  $\gamma p$  ( $Q^2 \simeq 0$ ) ou fóton virtual-próton  $\gamma^* p$  ( $Q^2 > 0$ ),

$$\gamma(\gamma^*) + p \rightarrow V + p. \quad (3.4)$$

Foram intensamente estudadas no HERA a fotoprodução de mésons vetoriais  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\rho'$ ,  $J/\psi$ ,  $\psi'$  e  $\Upsilon$ . Experimentalmente, verificou-se que para fotoprodução  $\rho$ ,  $\omega$  e  $\phi$  a seção de choque comporta-se aproximadamente como

$$\sigma^{\gamma p \rightarrow V p}(W^2) \sim W^{0,2} \quad (3.5)$$

onde  $W^2$  é o quadrado da energia do centro de massa do processo  $\gamma p$ .

A seção de choque da fotoprodução de  $J/\psi$  aumenta muito mais rapidamente do que Equação (3.5), e o mesmo acontece com a seção de choque de produção de  $\rho$  em alto  $Q^2$ . Neste caso, uma escala dura (a massa do méson pesado  $M_V^2$ , e/ou a grande virtualidade do fóton  $Q^2$ ), está presente no processo, e a QCD perturbativa é apropriada para descrevê-lo. Neste caso, a QCD assume que o fóton flutua num par de  $q\bar{q}$ , que interage, depois de um certo tempo, com o próton, trocando dois glúons. O aumento rápido da seção de choque com  $W^2$  é atribuído ao aumento da distribuição de glúons em pequeno  $x$ . O único componente do processo que necessita ser modelado, e portanto, não está completamente sob controle teórico, é a função de onda do méson vetorial. Usando uma função de onda não-relativista simples para o méson vetorial, a QCD perturbativa prevê aproximadamente, na troca de dois glúons para a seção de choque do processo  $\gamma^{(*)} p \rightarrow V p$  [32]

$$\frac{d\sigma^{\gamma^{(*)} p \rightarrow V p}}{dt} \Big|_{t=0} \propto [\alpha_s x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)]^2, \quad (3.6)$$

onde  $x_{\mathbb{P}}$  é a fração de momentum do próton portada na interação e  $g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)$  é a distribuição de glúons a um valor  $Q^2$  efetivo dado por

$$\tilde{Q}^2 \simeq \frac{Q^2 + M_V^2}{4} \quad (3.7)$$

Observa-se a dependência da distribuição de glúons ao quadrado, decorrente do fato de que dois glúons são trocados.

Pode-se usar as fórmulas acima, com  $Q^2 = 0$ , apenas na medida em que o  $M_V^2$  é suficientemente grande para proporcionar uma escala dura para a teoria de perturbação (este é o caso em produção de  $J/\psi$  e  $\Upsilon$ ). Por outro lado, se  $M_V^2$  é pequeno, como é para o méson  $\rho$ , mas  $Q^2$  é alto, um tratamento perturbativo ainda é possível.

Usando o comportamento de pequeno  $x$  da distribuição de glúons  $xg(x) \sim x^{-\lambda}$ , a dependência em  $W^2$  esperada, com base em (3.6), é

$$\sigma^{\gamma^{(*)}p \rightarrow Vp} \sim [x_{\mathbb{P}}g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)]^2, \quad (3.8)$$

$$\sigma^{\gamma^{(*)}p \rightarrow Vp} \sim x_{\mathbb{P}}^{-2\lambda} \sim (W^2)^{2\lambda} \sim W^{0,8}, \quad (3.9)$$

onde  $\lambda \approx 0,20$  é o valor aproximado que emerge das análises dos dados do DIS.

A aplicabilidade da QCD perturbativa em grande  $Q^2$ , e/ou para mésons suficientemente pesados, é suportada pelas medições do parâmetro  $b$ , que define o pico da difração de acordo com o comportamento de

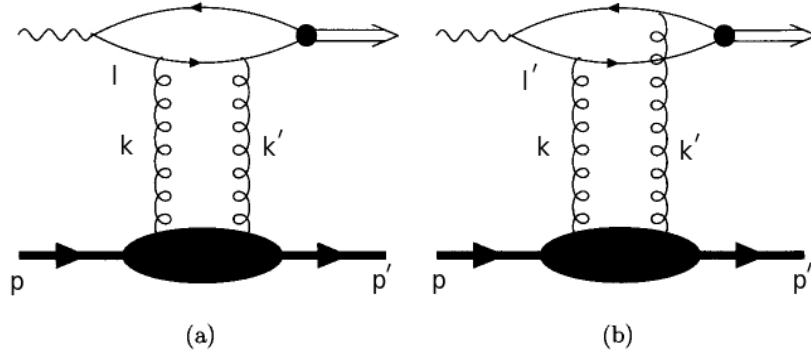
$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \exp(-b|t|). \quad (3.10)$$

Verificou-se que  $b$  diminui à medida que aumenta  $Q^2$  e  $M_V^2$  (este comportamento foi previsto por Nikolaiev [34]). Em particular, o valor de  $b$  para o méson  $\rho$  decresce de  $b \simeq 10 \text{ GeV}^2$  em  $Q^2 \simeq 0$  a  $b \simeq 5 \text{ GeV}^2$  para  $Q^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$ . Além disso, diminui a mesma quantidade passando dos mésons  $\rho$  e  $\omega$  para o  $J/\psi$ . Como  $b = 5 \text{ GeV}^2$  corresponde a um raio de interação que está próximo do raio do próton, podemos concluir que, em grande  $Q^2$  e/ou para mésons pesados, o tamanho do vértice  $\gamma^* \rightarrow V$ , isto é o tamanho do par  $q\bar{q}$ , é pequeno, o que justifica o uso da QCD perturbativa.

A seguir apresentaremos mais detalhadamente a produção difrativa de mésons vetoriais na descrição da troca de dois glúons.

Para o estudo da QCD perturbativa uma escala dura é necessária: esta escala pode ser a virtualidade do fóton  $Q^2$ , a massa do quark pesado no caso da produção  $J/\psi$ ,  $\psi'$  e  $\Upsilon$ , ou o momentum transferido  $t$ . Nesta seção, vamos considerar o caso de momentum transferido nulo em produção difrativa de mésons vetoriais.

Os diagramas para troca de dois glúons para a produção de méson vetorial são mostrados na Fig.(3.1). Como para altas energias (i.e., pequeno  $x$ ) o tempo de flutuação em  $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$  e o tempo de formação em  $q\bar{q} \rightarrow V$  é maior do que o tempo de interação entre o par  $q\bar{q}$  com o próton, a amplitude de espalhamento do processo  $\gamma^*p \rightarrow pV$  pode ser fatorada no produto da transição  $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ , o espalhamento do sistema de  $q\bar{q}$  com o alvo por meio de um singlete de cor (estado quântico sem cor ou com número quântico de cor nulo.) na troca dois glúons e recombinação de  $q\bar{q}$  no méson observado. Assim, o único ingrediente extra com relação



**Fig. 3.1:** Produção de méson vetorial via troca de dois glúons [32].

à produção aberta  $q\bar{q}$  (estado não ligado) é o da função de onda do méson vetorial. Como já foi visto, a seção de choque para  $\gamma^*p \rightarrow pV$  é proporcional ao quadrado da densidade de glúons do próton, mas há uma sutileza importante a ser notada. Os dois glúons trocados nos diagramas das Fig.(3.1) transportam diferentes frações do momentum longitudinal do próton. Assim, o que é sondado em uma produção de méson vetorial não é a distribuição de glúons de costume, mas sim distribuição de glúon  $g(x_1, x_2)$  torcida (*skewed*), ou seja, os glúons trocados, ver Fig.(3.1), tem diferentes frações de momentum ( $x_1 \neq x_2$ ) [35, 36, 37]. Logo

$$\left. \frac{d\sigma^{\gamma^*p \rightarrow Vp}}{dt} \right|_{t=0} \propto [x_2 g(x_1, x_2, \tilde{Q}^2)]^2, \quad (3.11)$$

com

$$x_1 = x_{\mathbb{P}} = \frac{Q^2 + M^2}{W^2}, \quad x_2 = \frac{M^2 - M_V^2}{W^2} \ll x_1. \quad (3.12)$$

Aqui  $M^2$  é a massa invariante do sistema  $q\bar{q}$ . Foi demonstrado por Shuvaev [38], que a pequeno  $x_{\mathbb{P}}$  as distribuições torcidas são completamente determinadas pelas distribuições diagonais convencionais. O efeito da torção é incorporado por uma constante, o fator  $\mathcal{R}$  de intensificação, de modo que em (3.11) se torna

$$\left. \frac{d\sigma^{\gamma^*p \rightarrow Vp}}{dt} \right|_{t=0} \propto [\mathcal{R} x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)]^2, \quad (3.13)$$

O fator  $\mathcal{R}$  afeta apenas a normalização das seções de choque, e não a sua dependência energética. No caso da produção de  $J/\psi$  fornece uma correção de 30%. O efeito é maior para a produção de  $\rho$ . De agora em diante, para simplificar, vamos ignorar o reforço devido à torção, este será considerado depois, nas correções além da ordem dominante.

Quando o fóton virtual se dissocia em um par quark-antiquark pesados (por exemplo  $c\bar{c}$ ), a massa do quark atua como um ponto de corte infravermelho que mantém o processo fora do



regime de baixo momentum transferido. Assim, pode-se estudar de forma perturbativa não só a produção de mésons vetoriais (ou seja,  $Q^2$  grande), mas também a sua fotoprodução ( $Q^2 \simeq 0$ ). Uma análise QCD destes processos foi realizada por Ryskin [39], Nemchik, Nikolaiev e Zakharov [40], Brodsky e outros [41]. A recombinação do par de  $c\bar{c}$  na  $J/\psi$  (ou  $\psi'$ ) depende da função de onda do méson. Isso introduz uma dependência do modelo e, consequentemente, alguma incerteza teórica para o cálculo. No caso de um estado de quark-antiquark pesados ligados, tais como o de uma abordagem simplificada para  $J/\psi$ , com base em um referencial estático não relativístico do par de  $c\bar{c}$ , é suficiente para compreender as principais características do processo de Ryskin [39]. A fim de obter a seção de choque com a sua correta normalização temos de começar diretamente a partir da amplitude de espalhamento do processo. Tem-se que a amplitude frontal para produção difrativa de  $J/\psi$  a partir de um fóton polarizado transversalmente é [39, 42]

$$A_T(W^2, t = 0) = -4\pi^2 i \alpha_s W^2 \int \frac{d\kappa^2}{\kappa^4} \left( \frac{1}{l^2 - m_c^2} - \frac{1}{l'^2 - m_c^2} \right) f(x_{\mathbb{P}}, \kappa^2) e_c g_\psi M_\psi, \quad (3.14)$$

sendo a distribuição de glúons não integrada

$$f(x_{\mathbb{P}}, \kappa^2) = \frac{\partial [xg(x, \kappa^2)]}{\partial \ln \kappa^2} \quad (3.15)$$

e a seção de choque será

$$\frac{d\sigma_T^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \psi p}}{dt} = \frac{1}{16\pi W^4} |A_T|^2 \quad (3.16)$$

onde  $W^2$  é o quadrado da energia do centro de massa,  $m_c$  é a massa do quark,  $l$  e  $l'$  são os momenta dos quarks,  $e_c$  é a carga do charm, a constante  $g_\psi$  especifica o acoplamento  $c\bar{c}$  para  $J/\psi$  e pode ser determinado a partir da amplitude  $\Gamma_{e^+e^-}^\psi$  para o espalhamento  $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ . Encontramos [6]

$$e_c^2 g_\psi^2 = \frac{\Gamma_{e^+e^-}^\psi M_{J/\psi}}{12\alpha_{em}}. \quad (3.17)$$

Os dois termos em parênteses na Eq.3.14 correspondem aos diagramas da Fig.3.1(a) e Fig.3.1(b), respectivamente. Os fatores de cor dão origem ao sinal oposto das duas contribuições. Os denominadores dos propagadores de quarks aparecem em (3.14) são

$$l^2 - m_c^2 = -2\tilde{Q}^2 - 2\kappa^2, \quad (3.18)$$

$$l'^2 - m_c^2 = -2\tilde{Q}^2. \quad (3.19)$$

Para aproximação  $\ln \tilde{Q}^2$  tem-se para Eq.3.14 aproximadamente

$$A_T \simeq 2\pi^2 i e_c g_\psi M_\psi \alpha_s (\tilde{Q}^2) W^2 \frac{x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)}{\tilde{Q}^4}, \quad (3.20)$$

e portanto a seção de choque transversal será

$$\left. \frac{d\sigma_T^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \psi p}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{16\Gamma_{e^+e^-}^\psi M_\psi^3 \pi^3}{3\alpha_{em}(Q^2 + M_\psi^2)^4} [\alpha_s(\tilde{Q}^2) x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}^2)]^2 \quad (3.21)$$

e resulta que a seção de choque completa (longitudinal mais transversal) em aproximação  $\ln \tilde{Q}^2$  será

$$\left. \frac{d\sigma_{TOT}^{\gamma^{(*)}p \rightarrow \psi p}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{16\Gamma_{e^+e^-}^\psi M_\psi^3 \pi^3}{3\alpha_{em}(Q^2 + M_\psi^2)^4} [\alpha_s(\tilde{Q}_2) x_{\mathbb{P}} g(x_{\mathbb{P}}, \tilde{Q}_2)]^2 \left( 1 + \frac{Q^2}{M_\psi^2} \right). \quad (3.22)$$

O efeito, sobre a seção de choque, das correções relativistas para a função de onda de  $J/\psi$  é controverso [43], já que no limite de fotoprodução simplesmente definimos  $Q^2 = 0$  em (3.22). Neste caso, a contribuição longitudinal desaparece. O tratamento perturbativo ainda é legítimo uma vez que a massa do quark charm é suficientemente alta para garantir este tratamento. A dependência  $W$  da seção de choque é determinada pelo comportamento  $x_{\mathbb{P}}$  da distribuição de glúons. Como vimos, com  $xg(x) \sim x^{-\lambda}$  e o valor determinado experimentalmente de  $\lambda \approx 0,2$ , encontra-se o comportamento  $\sigma^{\gamma p \rightarrow \psi p} \sim W^{0,8}$ , em boa concordância com os dados.

### 3.3 Produção de $J/\psi$ com correções além da LO

A expressão (3.22) é uma simples primeira aproximação, justificada em aproximação colinear LO usando a função de onda não-relativista para  $J/\psi$ . As correções relativistas foram intensamente discutidas em [42] e [44]. O problema é que, simultaneamente com a descrição relativística dos quarks  $c$ , é preciso considerar a componente de ordem superior tais como  $c\bar{c}g$  para os estados de  $J/\psi$ . Hoodbhoy [43] estudou esses dois efeitos para a ordem  $v^2/c^2$ . Ele mostrou que as correções relativistas para (3.22), escrita em termos da medida experimental  $\Gamma_{ee}$ , são pequenas,  $\sim O(4\%)$ , ver em [43].

As correções NLO surgem, em primeiro lugar, a partir de uma integração explícita sobre o momentum  $k_T$ , que vai além da contribuição principal log, decorrente de  $dk_T^2/k_T^2$ , e em segundo lugar, a partir de diagramas de Feynman de ordem maior como por exemplo com um laço (loop) adicional. Para realizar a integração explícita  $k_T$  temos que usar a distribuição de glúons não integrada,  $f(x, k_T^2)$ , de forma que

$$xg(x, \mu^2) = \int_{Q_0^2}^{\mu^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} f(x, k_T^2) + c(Q_0^2). \quad (3.23)$$

Claro que a contribuição do infravermelho não pode ser tratada perturbativamente, e assim

introduzimos um limite inferior  $Q_0^2$  para a integral  $k_T^2$  na amplitude de produção de  $J/\psi$ ,

$$\left[ \frac{\alpha_s(\bar{Q}^2)}{\bar{Q}^4} xg(x, \bar{Q}^2) \right] \rightarrow \int_{Q_0^2}^{(W^2 - M_{J/\psi}^2)/4} \frac{dk_T^2 \alpha_s(k_T^2)}{\bar{Q}^2(\bar{Q}^2 + k_T^2)} \frac{\partial[xg(x, k_T^2)]}{\partial k_T^2} + \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\bar{Q}^4} xg(x, Q_0^2). \quad (3.24)$$

Expressão (3.24) substitui o fator  $\alpha_s(\bar{Q}^2)xg(x, \bar{Q}^2)/\bar{Q}^4$  no resultado LO (3.22). Para ser mais preciso, a distribuição não integrada  $f$  incorpora o fator  $T(k_T^2, \mu^2)$  de Sudakov <sup>3</sup> tal que [45]

$$f(x, k_T^2) = \partial[xg(x, k_T^2)T(k_T^2, \mu^2)]/\partial \ln k_T^2 \quad (3.25)$$

Assim  $c(Q_0^2)$  na equação (3.23) é dado por  $xg(x, Q_0^2)T(Q_0^2, \mu^2)$  e de forma correspondente para (3.24),  $xg(x, Q_0^2) \rightarrow xg(x, Q_0^2)T(Q_0^2, \mu^2)$ . Em nossos cálculos numéricos optamos por  $\mu^2 = Q^2$ . No entanto, na amplitude (3.24), a contribuição dominante vem da região de  $k_T \sim \bar{Q}$  em que  $T(k_T^2, \mu^2)$  é próxima da unidade. A inclusão do fator  $T$  pode ser considerada como uma correção  $O(\alpha_s)$  para a densidade de glúons. A contribuição proveniente de  $k_T < Q_0$  é escrita em termos da parte integrada dos glúons  $g(x, Q_0^2)$ , que é a parte infravermelha e é absorvida pela distribuição de entrada na transição de escala  $Q_0$ .

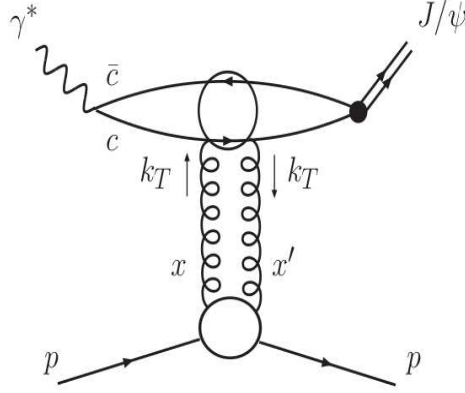
Claro que, em baixo  $Q^2$  o glúon extraído a partir de uma análise global pode ser influenciado pela presença de correções de absorção que são normalmente desprezadas. Aqui, as correções de absorção deverão ser menores. O tamanho transversal,  $r$ , do dipolo  $q\bar{q}$  produzido pelo fóton “pesado” em DIS tem uma distribuição logarítmica  $\int dr^2/r^2$  a partir de  $1/Q^2$  até alguma escala hadrônica. No caso da produção de  $J/\psi$  o tamanho do dipolo  $c\bar{c}$  é limitado pelo tamanho do méson  $J/\psi$ . Mesmo em fotoprodução é da ordem de  $1/\bar{Q}^2$ . Uma vez que a probabilidade de um subsequente espalhamento é proporcional à  $r^2$ , prevemos um efeito de absorção muito menor.

Uma análise mais detalhada das correções NLO foi feito em [46] e [47]. Parte destas correções geram a variação de  $\alpha_s$  em função de uma escala de energia. De fato, para eletroprodução de  $J/\psi$  mostrou-se [47] usando o esquema de fatorização colinear convencional, que existe uma correção NLO da forma

$$\frac{3\alpha_s}{\pi} \ln\left(\frac{1}{x}\right) \ln\left(\frac{\bar{Q}^2}{\mu^2}\right) \quad (3.26)$$

Na aproximação fatorização  $k_T$  tal correção pode ser incluída, substituindo o glúon no canal-t (em termos da variável de Mandelstan  $t$ ) pelo glúon na abordagem BFKL (ou seja, é associado a distribuição de glúons não integrada). No entanto, esta correção desaparece com uma escolha natural da escala de fatorização,  $\mu^2 = \bar{Q}^2$ , que foi adotada [45], [48] e [49]. Portanto, temos razão para acreditar que a abordagem fatorização  $k_T$  é responsável por uma

<sup>3</sup> O fator de Sudakov é incorporado para simplificar a renormalização, ou seja, não considera emissões adicionais de glúons na região central. É dado pela expressão  $T(k_T^2, \mu^2) = \exp\left[-\frac{C\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \ln^2 \frac{\mu^2}{k_T^2}\right]$ .



**Fig. 3.2:** Diagrama do processo  $\gamma^* p \rightarrow p J/\psi$  [50].

grande parte do efeito NLO, e que o resultado de glúons em “NLO” pode ser comparado ao de um conjunto de pártons globais em NLO. Por isso, devem referir-se as distribuições resultantes como glúons em NLO. Também é necessário explicar o fato de que os dois glúons trocados transportam diferentes frações  $x$  e  $x'$  do momento do próton no cone luz, ver fig. (3.2). Isto é, tem de se usar a distribuição de glúons generalizada (torcida). No nosso caso,  $x' \ll x \ll 1$ , e o efeito de torção é levado em conta com o fator [38]

$$R_g = \frac{2^{2\lambda+3} \Gamma(\lambda + \frac{5}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda + 4)} \quad (3.27)$$

onde  $\lambda(Q^2) = \partial[\ln(xg)]/\partial \ln x$ . A distribuição de glúons passa de  $xg(x, Q^2)$  para  $R_g xg(x, Q^2)$

Recordando que a integral (3.24) foi escrita para a descontinuidade (isto é, para a parte imaginária) da amplitude mostrada na fig. (3.2). A parte real pode ser determinada utilizando uma relação de dispersão. No região de pequeno  $x$ , a relação de dispersão pode ser escrita na forma [50]

$$\frac{Re A}{Im A} \simeq \frac{\pi}{2} \lambda \simeq \frac{\pi}{2} \frac{\partial \ln A}{\partial \ln(1/x)} \simeq \frac{\pi}{2} \frac{\partial (xg(x, \bar{Q}^2))}{\partial \ln(1/x)}. \quad (3.28)$$

Ambas as correções levam a um aumento da seção de choque.

Na região de pequeno  $x$ , espera-se que a dependência em  $x$  da densidade de glúons  $xg(x, Q^2)$  seja dada aproximadamente pela forma  $x^{-\lambda}$ . No entanto, a evolução em  $Q^2$  modifica esse comportamento, ampliando a potência de  $\lambda$  quando aumenta  $Q^2$ . Em particular, na aproximação dominante, nós temos a seguinte forma assintótica

$$xg \sim \exp \left( \sqrt{\frac{4\alpha_s N_c}{\pi}} \ln(1/x) \ln Q^2 \right) \quad (3.29)$$

	$N$	$a$	$b$
$LO$	$0.99 \pm 0.09$	$0.051 \pm 0.012$	$0.088 \pm 0.005$
$NLO$	$1.55 \pm 0.18$	$-0.50 \pm 0.06$	$0.46 \pm 0.03$

**Tab. 3.2:** Valores para os três parâmetros para LO e NLO [50].

Assim, precisamos de uma parametrização dependente de  $Q^2$ . No entanto, na região limitada por  $Q^2$  coberta pelos dados exclusivos de  $J/\psi$ , é suficiente utilizar uma forma paramétrica simples [50]

$$xg(x, \mu^2) = Nx^{-\lambda} \quad \text{com} \quad \lambda = a + b \ln(\mu^2/0.45 \text{ GeV}^2). \quad (3.30)$$

Os parâmetros livres  $N$ ,  $a$  e  $b$  são determinados por um ajuste não linear aos dados exclusivos de  $J/\psi$  para H1 [51] e ZEUS [52, 53]. Esta forma de três parâmetros oferece flexibilidade suficiente para descrever com precisão o comportamento de  $x$  e  $Q^2$  da produção de  $J/\psi$  no domínio restrito coberto pelos dados de  $J/\psi$ , ou seja,  $10^{-4} < x < 10^{-2}$  e  $2 < Q^2 < 8 \text{ GeV}^2$ , por isso a Eq. 3.30 pode ser usada para o ajuste LO.

Para a abordagem NLO, a integral  $k_T^2$  da eq. (3.24) que vai até o limite cinemático  $k_T^2 = (W^2 - M_{J/\psi}^2)/4$ , apresentará o problema de um integrando mal convergente. A dependência da escala da potência de  $\lambda$  foi gerada pela evolução da forma  $\lambda = \int \alpha_S(q^2) dq^2/q^2$ . Se  $\alpha_S$  varia, é natural a substituição do segundo termo na forma paramétrica (3.30) por  $\ln \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)$ . Portanto, para o ajuste NLO, pode-se usar a expressão [50]

$$xg(x, \mu^2) = Nx^{-\lambda} \quad \text{com} \quad \lambda = a + b \ln \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2). \quad (3.31)$$

Para completar apresentamos também os valores dos parâmetros para os ajustes LO e NLO (Tab. 3.2).

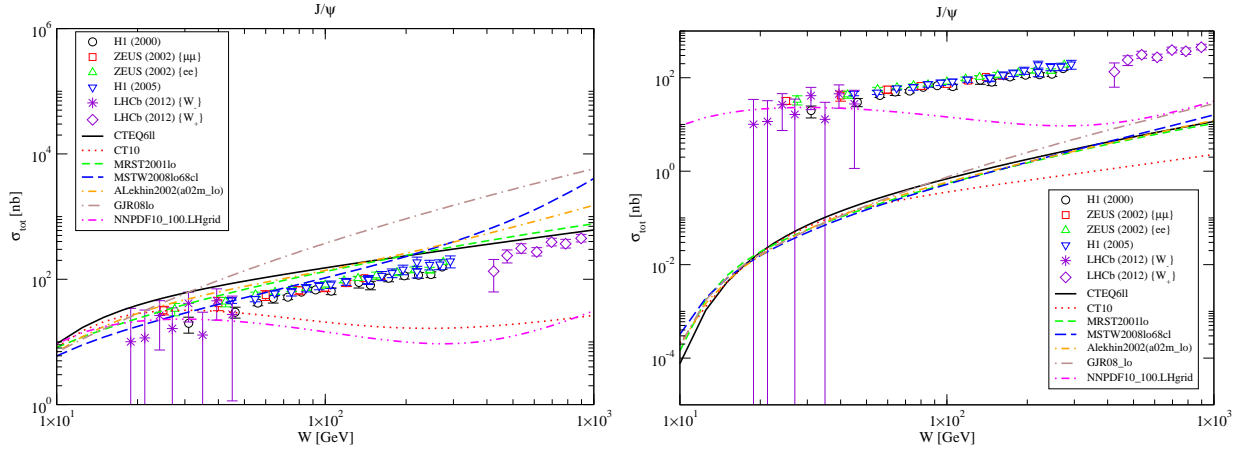
### 3.4 Resultados para produção de mésons

A seção de choque da fotoprodução difrativa de mésons vetoriais é proporcional ao quadrado da distribuição de glúons [39, 41], sendo sua forma exata dada por

$$\sigma^{\gamma p \rightarrow V p} = \frac{1}{b_V} \frac{\Gamma_{e^+e^-} M_V^3 \pi^3 \alpha_s^2(\bar{Q}^2)}{48\alpha_{em}} \frac{\alpha_s^2(\bar{Q}^2)}{\bar{Q}^8} [xg(x, \mu^2)]^2 \quad (3.32)$$

onde  $b_V$  é o parâmetro de inclinação medido experimentalmente <sup>4</sup>,  $x = 4\bar{Q}^2/W$  com  $W$  sendo a energia de centro de massa, sendo  $\bar{Q}^2 = M_V^2/4$  onde  $M_V$  é a massa do méson vetorial,  $xg$  é

<sup>4</sup> Assumindo uma parametrização exponencial para o comportamento da amplitude em pequeno  $t$ , sendo a seção de choque dada pela eq. (3.32), para descrever os dados integrados sobre  $t$ , a integração é realizada supondo que  $\sigma \sim \exp(-b_V t)$ , sendo  $b_V$  o parâmetro de inclinação medido experimentalmente. Assumimos  $b_v = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ , sendo o mesmo valor usado tanto na produção de  $J/\psi$  como de  $\Upsilon$ .



**Fig. 3.3:** Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa com  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\alpha_s = 0,20$  fixos para  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$  e  $\mu^2 = 9,0 \text{ GeV}^2$ , respectivamente.

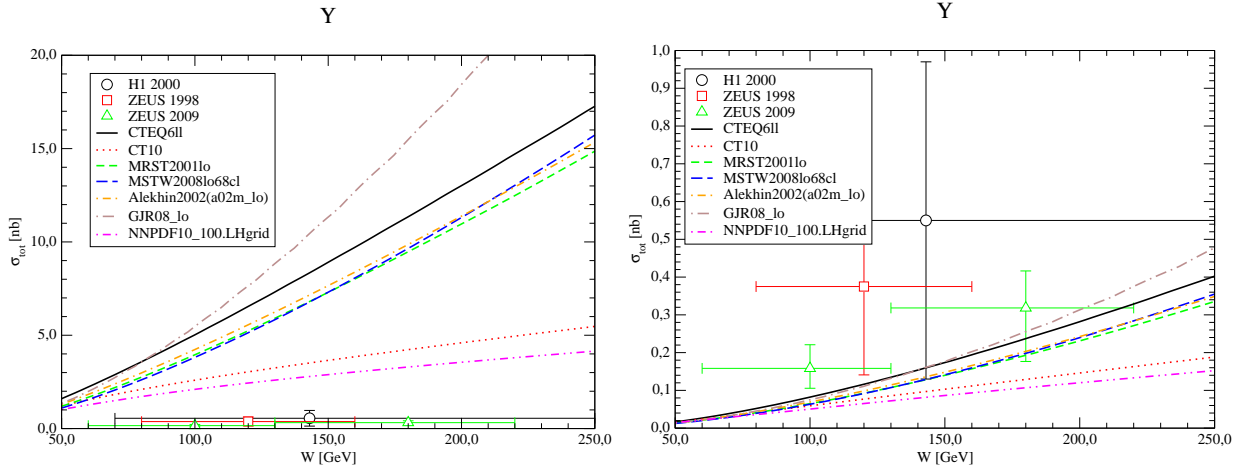
a distribuição de glúons no alvo,  $\alpha_s$  é a constante de acoplamento da QCD,  $\alpha_{em} = 1/137$  é a constante de estrutura fina,  $\Gamma_{e^+e^-}$  é a amplitude de decaimento em um par de elétrons e  $\mu^2$  é a escala de energia determinada pelo ajuste aos dados experimentais. A fim de avaliar a sensibilidade deste observável com a energia, foi implementada uma rotina feita em FORTRAN, onde foram usadas as parametrizações CTEQ(CT10), CTEQ(cteq6.11), NNPDF(NNPDF10-100), MRST(MRST2001.10), MSTW(MSTW2008.10.68cl), ALEKHIN(a02m.10) e GJR(GJR-08.10). Obtivemos os resultados abaixo:

1) Para  $J/\psi$ , usando fixo os valores da virtualidade do fóton igual a zero,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $\alpha_s = 0,20$  e variando os valores de  $\mu^2$  (em 2,4 e 9,0), obtivemos os gráficos na figura (3.3) para a seção de choque total (em nb) em função da energia de centro de massa;

2) Para  $\Upsilon$ , usando fixo os valores da virtualidade do fóton igual a zero,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $\alpha_s = 0,20$  e variando os valores de  $\mu^2$  (em 9,5 e 22,4), obtivemos os gráficos na figura (3.4) para a seção de choque total (em nb) pela energia de centro de massa. Para a escolha dos valores de  $\mu^2$ , usamos duas expressões  $\mu^2 = M_V^2$  e  $\mu^2 = M_V^2/4$ , ao substituirmos a massa do méson ( $M_{J/\psi} = 3,096 \text{ GeV}$  e  $M_\Upsilon = 9,46 \text{ GeV}$ ) obtemos os valores para a escala.

Para  $J/\psi$  percebemos que para valores menores de  $\mu^2$ , melhor podemos vincular os valores de seção de choque com os valores dos dados experimentais de H1, ZEUS e LHCb [51, 52, 54]. Já para  $\Upsilon$  percebemos que para valores maiores de  $\mu^2$ , melhor podemos vincular os valores de seção de choque com os valores dos dados experimentais de H1 e ZEUS [51, 52].

Através da eq. (3.32), plotamos os gráficos da Fig. (3.5), que mostram o melhor valor para a constante de acoplamento da QCD  $\alpha_s$ , utilizando fixos os valores  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$  e  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ . Percebemos, pela análise das curvas, que a seção de choque  $\gamma p$  varia para diferentes valores de  $\alpha_s$ , e que o melhor valor que se ajusta aos dados experimentais



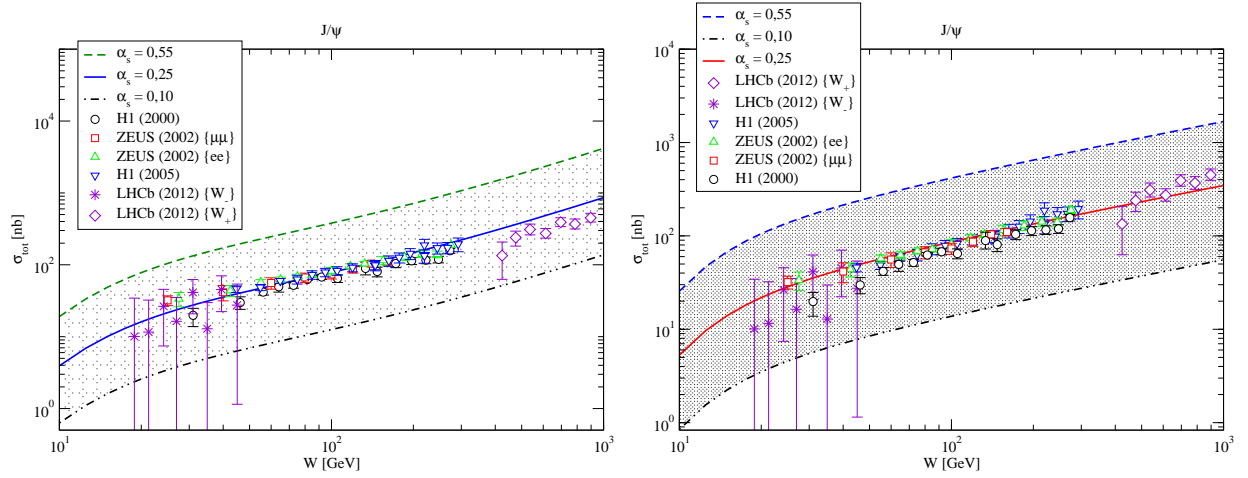
**Fig. 3.4:** *Seção de choque total para  $\Upsilon$  em função da energia de centro de massa com  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\alpha_s = 0,20$  fixos para  $\mu^2 = 9,5 \text{ GeV}^2$  e  $\mu^2 = 22,4 \text{ GeV}^2$ , respectivamente.*

é  $\alpha_s = 0,25$ . Uma questão importante que distingue conjuntos de parametrizações é o tratamento dado a constante de acoplamento da QCD  $\alpha_s$ . Porque o valor de  $\alpha_s$  está fortemente correlacionado com as parametrizações, deve-se sempre usar parametrizações que foram determinadas com o mesmo valor de  $\alpha_s$  adotado para o cálculo da seção de choque.

Implementamos uma rotina usando a eq. (3.32), a fim de ajustar o melhor valor para o parâmetro de inclinação  $b_V$ , que pode ser visto nos gráficos da Fig. (3.6), utilizando fixos os valores  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$  e  $\alpha_s = 0,25$ . Através da análise das curvas dos gráficos 3.6, observamos que o valor para o parâmetro de inclinação que melhor se ajusta aos dados experimentais é  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ .

A forte dependência em  $xg$  da seção de choque  $\gamma p$  nos dá a oportunidade para utilizar os dados experimentais de H1, ZEUS e LHCb [51, 52, 54]. Desta forma, a fim de obter as curvas para a seção de choque  $\gamma p$  para distintas parametrizações, plotamos os gráficos da Fig. (3.7). Para obtenção destas curvas, foram usados as constantes  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\alpha_s = 0,25$ , pois, conforme visto, são os melhores valores a serem utilizados. Percebemos que a seção de choque  $\gamma p$  cresce com o aumento da energia do centro de massa. Para a produção de  $J/\psi$  a parametrização A02MLO foi a que apresentou melhor resultado da curva da seção de choque comparada as dados experimentais (H1 e ZEUS). Já pra  $\Upsilon$  foi com a parametrização GJR08LO (H1 e ZEUS).

Trabalhamos agora com a seção de choque da fotoprodução difrativa de mésons vetoriais



**Fig. 3.5:** *Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa  $W$  para diferentes valores de  $\alpha_S$  para as parametrizações a02mlo e cteq6ll, respectivamente.*

com correções além da ordem dominante sendo sua forma exata dada por

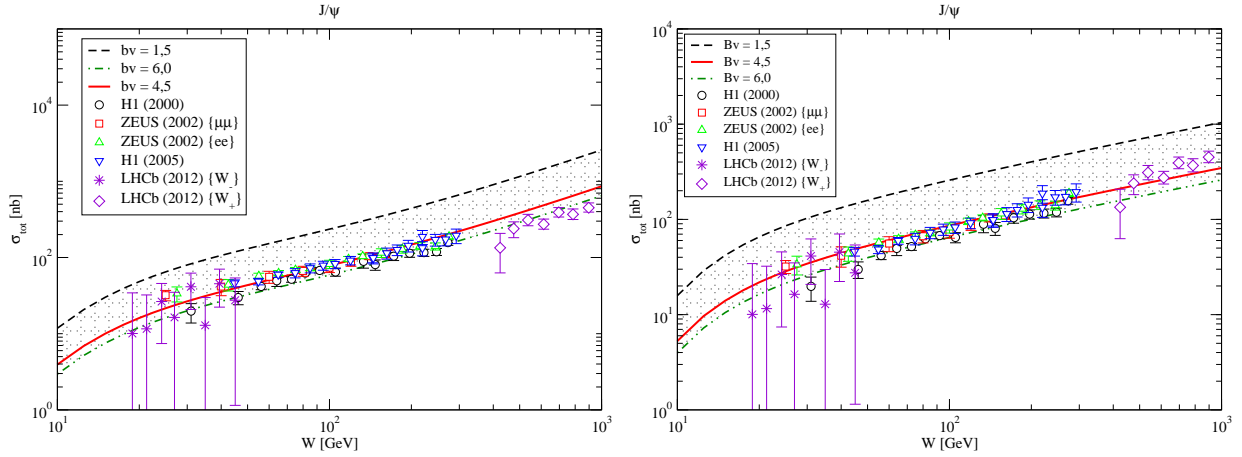
$$\sigma^{\gamma p \rightarrow Vp} = R_g^2 (1 + \beta^2) \frac{1}{b_V} \frac{\Gamma_{e^+e^-} M_V^3 \pi^3}{48 \alpha_{em}} \left( \frac{\alpha_S(\bar{Q}^2)}{\bar{Q}^4} xg(x, \mu^2) \right)^2 \quad (3.33)$$

onde  $\lambda$  é a constante de valor aproximado que emerge das análises dos dados do processo,  $\beta = \tan(\pi\lambda/2)$ ,  $(1 + \beta^2)$  é o termo de correção da parte real da amplitude do processo  $\gamma p$ ,  $R_g$  (torção) dada pela expressão (3.27),  $\bar{Q}^2 = M_V^2/4$ ,  $b_V$  é o parâmetro de inclinação medido experimentalmente,  $x = 4\bar{Q}^2/W$  com  $W$  sendo a energia de centro de massa,  $M_V$  é a massa do méson vetorial,  $xg$  é a distribuição de glúons no alvo,  $\alpha_S$  é a constante de acoplamento da QCD,  $\alpha_{em} = 1/137$  é a constante de estrutura fina,  $\Gamma_{e^+e^-}$  é a amplitude de decaimento em um par de elétrons e  $\mu^2$  é a escala de energia determinada pelo ajuste aos dados experimentais.

De posse da eq. (3.33), implementamos uma rotina numérica, a fim de obtermos as curvas da seção de choque  $\gamma p$  com correção além da ordem dominante para  $\lambda = 0,20$  e  $\lambda = 0,31$ , mostrados na fig. (3.8). Por meio da análise dos gráficos, percebemos que com  $\lambda = 0,20$ , faz com que tenhamos o melhor ajuste das curvas aos dados experimentais. O fator  $\beta$  é a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude do processo  $\gamma p \rightarrow Vp$ . Usando  $\lambda = 0,20$ , que reproduz amplamente o comportamento da energia da seção de choque  $\gamma p \rightarrow J\psi p$ , nós obtemos  $1 + \beta^2 = 1,11$ . A comparação entre as curvas da seção de choque  $\gamma p$  em ordem dominante e além da ordem dominante para  $\lambda = 0,20$ , são feitas nos gráficos da Fig. (3.9). Percebemos que com a correção além da LO houve um aumento da seção de choque em relação a energia do centro de massa.

Ao gerarmos as curvas do gráfico (3.9), usamos as parametrizações CTEQ(cteq6ll),



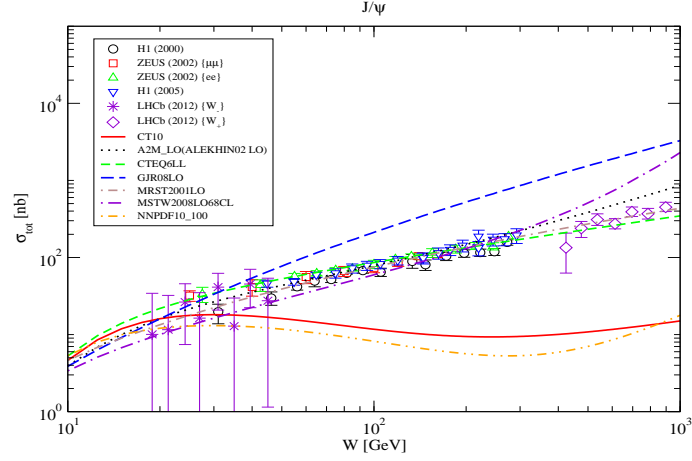


**Fig. 3.6:** *Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa  $W$  para diferentes valores de  $b_V$  para as parametrizações  $a02mlo$  e  $cteq6ll$ , respectivamente.*

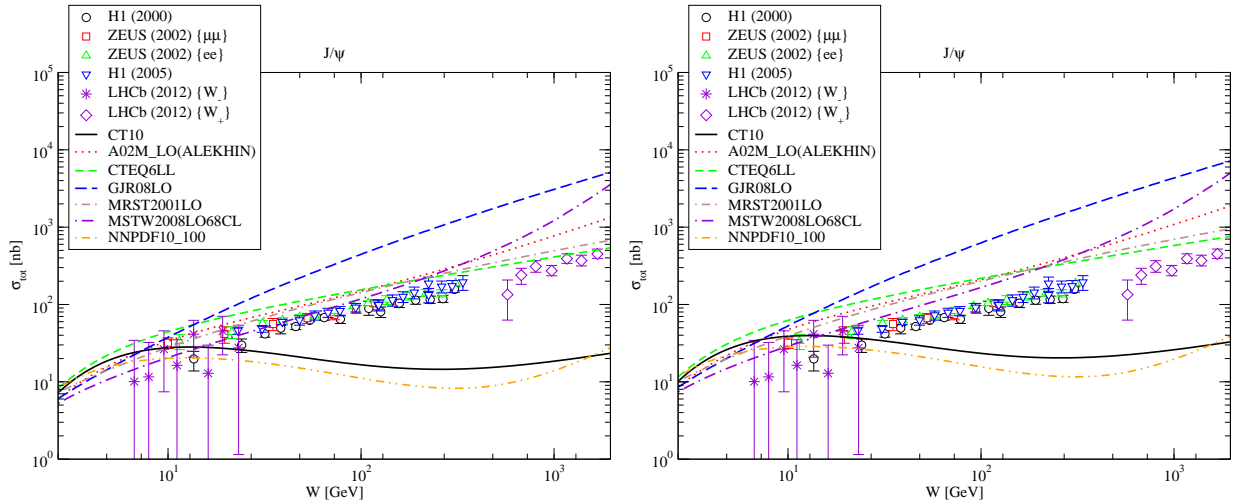
MRST(MRST2001lo), MSTW(MSTW2008lo68cl), ALEKHIN(a02mlo) e GJR(GJR08lo) porque fornecem os melhores resultados comparados aos dados experimentais. Utilizamos  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $\lambda = 0,20$  e  $\alpha_s = 0,25$  fixos. Para a seção de choque total com correção além da LO para o  $\Upsilon$ , obtemos as curvas do gráfico da Fig. (3.10), cujo resultado demonstra uma melhora significativa se comparado a seção de choque total em LO para o  $\Upsilon$  com  $\lambda = 0,20$  e  $\alpha_s = 0,25$ .

### 3.5 Conclusão

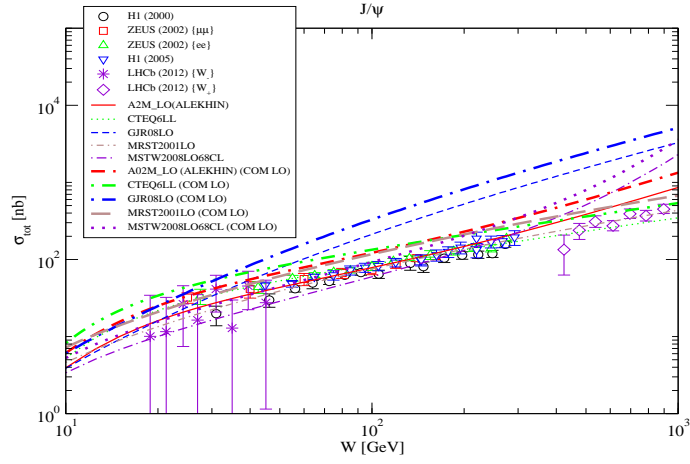
Vimos neste capítulo, primeiro que o méson vetorial é uma partícula constituída de um quark e um antiquark unidos pela interação forte, e sendo o termo vetorial referente a suas características (conteúdo de quark, spin, carga, etc). Podemos vincular o comportamento da distribuição de glúons considerando a fotoprodução de mésons vetoriais, cuja seção de choque é proporcional ao quadrado da distribuição de glúons. Através da correção além da ordem dominante há um aumento da seção de choque. Fica claro que a determinação da distribuição de glúons varia dependendo da abordagem que se usa em ordem dominante ou com correção além da ordem dominante. Mostramos, através de ajuste de dados, que melhor podemos vincular os valores de seção de choque com os valores dos dados experimentais. No capítulo seguinte, vamos considerar a interação de prótons no LHC para a fotoprodução de mésons vetoriais em que empregamos a aproximação de fótons equivalentes para estudarmos tal processo.



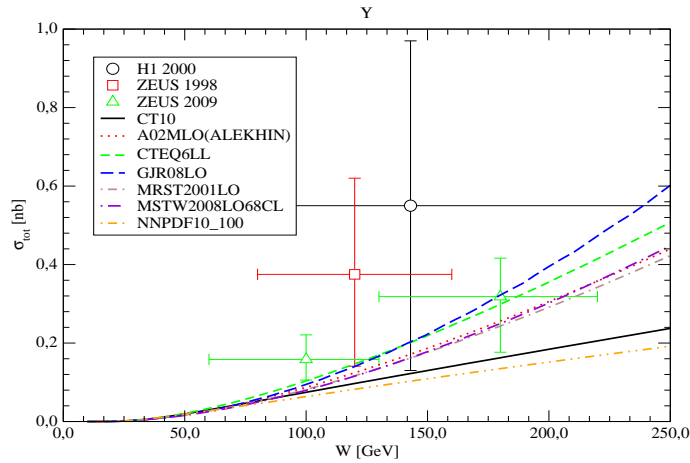
**Fig. 3.7:** *Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa  $W$  com  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\alpha_s = 0,25$ .*



**Fig. 3.8:** *Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa  $W$  com correção além da LO para  $\lambda = 0,20$  e  $\lambda = 0,31$ , respectivamente.*



**Fig. 3.9:** Seção de choque total para  $J/\psi$  em função da energia de centro de massa  $W$  em ordem dominante e além da ordem dominante com  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $\lambda = 0,20$  e  $\alpha_s = 0,25$ .



**Fig. 3.10:** Seção de choque total com correção além da LO para o  $\Upsilon$  com  $\lambda = 0,20$  e  $\alpha_s = 0,25$ .

## Capítulo 4

# Fotoprodução de mésons massivos em colisões $pp$ no LHC

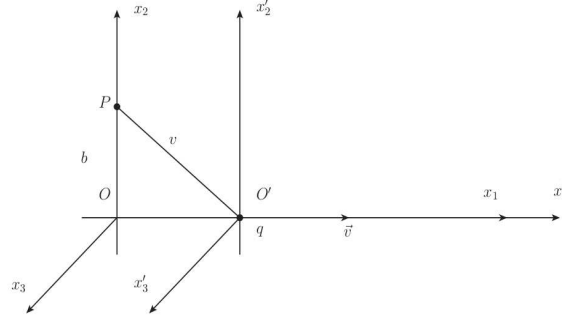
Vamos analisar a produção de mésons em energias do LHC, uma vez que o colisor HERA não está mais em funcionamento e as energias disponíveis no LHC são maiores que no colisor HERA. Neste processo, os fótons são produzidos coerentemente em colisões periféricas (grande parâmetro de impacto) e são modeladas via aproximação de Weizsäcker-Williams ou de fótons equivalentes, analisadas abaixo.

### 4.1 A aproximação de fótons equivalentes

A física dos processos com emissão de radiação de freamento e que envolvam a interação eletromagnética de partículas relativísticas tem sua compreensão facilitada através de um método conhecido como método de Weizsäcker-Williams, ou método dos Quanta Virtuais, ou ainda aproximação de fótons equivalentes [55]. Este método foi desenvolvido independentemente por C. F. Weizsäcker [56] e por E. J. Williams [57], em 1934. Explorando a semelhança entre os campos de uma partícula carregada em movimento rápido e os campos de um pulso de radiação e correlacionando os efeitos da colisão da partícula carregada relativística com um sistema e os efeitos correspondentes provocados pela interação de radiação (dos quanta virtuais) com o sistema.

O processo é apresentado de forma resumida: os campos perturbadores de uma partícula incidente são substituídos por um pulso equivalente de radiação que é analisado em um espectro de frequências de quanta virtuais, calculam-se os efeitos dos quanta (o espalhamento ou absorção) sobre o sistema alvo [58]. Desta forma, temos a correlação entre a interação da partícula carregada e a interação do fóton.

Para começar, vamos discutir as transformações de Lorentz para as componentes dos campos eletromagnéticos. Considerando dois referenciais inerciais com eixos  $x_1$  e  $x'_1$  paralelos (ver Fig. 4.1), estas transformações são [55]:



**Fig. 4.1:** *Partícula carregada que se desloca com velocidade constante em relação ao eixo  $x_1$  [55].*

$$E'_1 = E_1 \quad B'_1 = B_1 \quad (4.1)$$

$$E'_1 = \gamma[E_2 - \beta B_3] \quad B'_2 = \gamma[B_2 - \beta E_3] \quad (4.2)$$

$$E'_3 = \gamma[E_3 - \beta B_2] \quad B'_3 = \gamma[B_3 - \beta E_2] \quad (4.3)$$

O referencial  $R'$  tem velocidade  $v = c\beta$  na direção positiva de  $x_1$  em relação ao referencial inercial  $R^1$ . As transformações inversas de (4.1, 4.2 e 4.3) são obtidas fazendo  $\beta \rightarrow -\beta$  e trocando-se os campos com linha pelos campos sem linhas e vice-versa, ou seja,

$$E_1 = E'_1 \quad B_1 = B'_1 \quad (4.4)$$

$$E_1 = \gamma[E'_2 + \beta B'_3] \quad B_2 = \gamma[B'_2 + \beta E'_3] \quad (4.5)$$

$$E_3 = \gamma[E'_3 + \beta B'_2] \quad B_3 = \gamma[B'_3 + \beta E'_2] \quad (4.6)$$

Vamos analisar agora como um observador percebe o campo eletromagnético criado por uma partícula carregada que se move com velocidade constante em relação a ele, ou seja, conhecidos os campos elétrico e magnético no referencial de repouso da partícula, vamos obter os valores correspondentes em outro referencial inercial  $R$ , que se desloca em relação ao referencial de repouso  $R'$ , fazendo por conveniência a origem do sistema  $O'$  coincidir com a própria carga carregada. Consideremos uma carga carregada  $q$  que se move com

<sup>1</sup> Onde a relação entre as velocidades é dada pela expressão  $\gamma = (1 - \beta)^{-1/2}$ .

velocidade  $\vec{v}$  constante e paralela ao eixo  $x_1$  (ver Fig. 4.1), no ponto  $P$  os campos elétrico e magnético valem (em sistema de unidades CGS) [55]:

$$B'_1 = B'_2 = B'_3 = 0 \quad (4.7)$$

$$E_1 = -\frac{qv't'}{(r')^3}; \quad E_2 = -\frac{qb}{(r')^3}; \quad E'_3 = 0 \quad (4.8)$$

vistos do referencial de repouso da partícula, no qual o ponto  $P$  tem coordenadas  $x_1 = -vt'$ ,  $x_2 = b$  e  $x'_3 = 0$ . A distância  $r' = \sqrt{b^2 + (vt')^2}$  deve ser expressa em termos das coordenadas de  $R$ . Pela transformação de Lorentz para o tempo, temos

$$t' = \gamma \left[ t - \frac{\beta}{c} x_1 \right] = \gamma t \quad (4.9)$$

pois a coordenada  $x_1$  do ponto  $P$  em  $R$  é nula.

Logo,

$$B'_1 = B'_2 = B'_3 = 0 \quad (4.10)$$

e

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad E'_2 = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad E'_3 = 0 \quad (4.11)$$

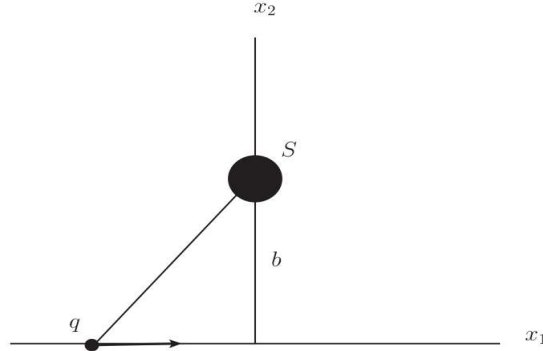
e usando as transformações (4.1, 4.2 e 4.3) encontramos:

$$E_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad E_2 = \gamma E'_2 = \frac{\gamma qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad B_3 = \gamma \beta E'_2 = \beta E_2 \quad (4.12)$$

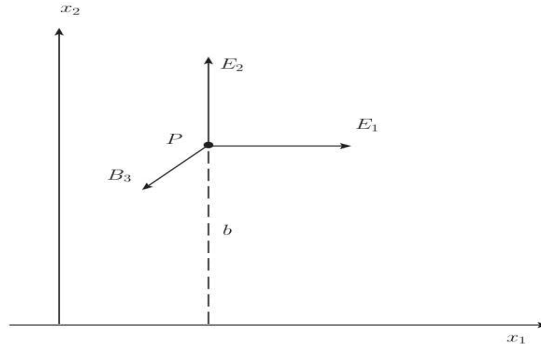
sendo nulas as demais componentes. Assim por intermédio destes campos podemos calcular o espectro da radiação para uma partícula incidente carregada  $q$ , com velocidade  $v \simeq c$ , que passa por um sistema alvo, sob um parâmetro de impacto  $b$ , conforme Fig. 4.2.

Podemos ver que as componentes do campo produzido por uma partícula carregada, que se move uniformemente ao longo do eixo  $x$ , num ponto  $P$  qualquer do espaço, são dadas pelas equações (4.12) para  $\beta \simeq 1$ . No limite  $\beta \simeq 1$ , um observador no ponto  $P$  não conseguirá distinguir o campo criado pela partícula em movimento e o campo de um pulso de radiação plana polarizada que se propaga na mesma direção da partícula (ver Fig. 4.3).

Os campos  $E_2$  e  $B_3$  são completamente equivalentes a um pulso de radiação plana polarizada  $P_1$  incidente em  $S$ , na direção de  $x_1$  (ver Fig. 4.4). Já o pulso  $P_2$  que se propaga ao longo da direção  $x_2$ , não reproduz exatamente o pulso criado por  $E_1$  porque não existe nenhuma componente magnética associada a  $E_1$ . Entretanto, os efeitos de  $E_1$  são de menor importância quando  $v \approx c$ . Como seu correspondente campo magnético será da ordem de  $vE_1/c$ , que será menor ou igual a  $E_1$ , podemos acrescentar esta componente magnética nas equações dos campos e tratar  $P_2$  como um pulso de onda plana.



**Fig. 4.2:** Partícula carregada passando por um sistema  $S$  [55].



**Fig. 4.3:** Campo gerado pelo movimento da partícula [55].

## 4.2 Cálculo do espectro de fótons equivalentes

Vamos calcular o espectro de fótons equivalentes, lembrando que podemos interpretar os campos eletromagnéticos como pulsos de radiação  $P_1$  e  $P_2$ , assim podemos calcular a quantidade de energia incidente sobre o alvo por unidade de área e por intervalo de frequência, através de [58]

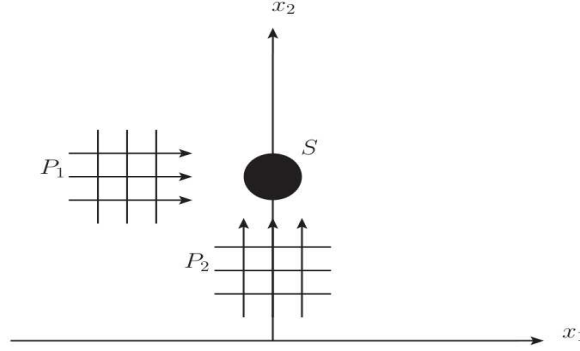
$$\frac{dI(\omega, b)}{d\omega} = \frac{c}{2\pi} |E(\omega)|^2, \quad (4.13)$$

onde  $E(\omega)$  é a transformada de Fourier do campo elétrico do pulso dada por

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (4.14)$$

O pulso equivalente  $P_1$  tem um espectro de frequência (energia por unidade de área e por unidade de intervalo de frequência) dado por:

$$\frac{dI_1(\omega, b)}{d\omega} = \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2, \quad (4.15)$$

**Fig. 4.4:** Pulso de radiação equivalente [55].

De forma analoga, o pulso  $P_2$  tem o espectro de frequência dado porque

$$\frac{dI_2(\omega, b)}{d\omega} = \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2, \quad (4.16)$$

As transformadas de Fourier são dadas por [58]:

$$E_2(\omega) = \frac{ze}{bv} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \frac{\omega b}{\gamma v} K_1 \left( \frac{\omega b}{\gamma b} \right) \right] \quad (4.17)$$

e

$$E_1(\omega) = -i \frac{ze}{\gamma bv} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \frac{\omega b}{\gamma v} K_0 \left( \frac{\omega b}{\gamma b} \right) \right] \quad (4.18)$$

Substituindo as transformadas (4.17 e 4.18) nos espectros de frequência obtemos

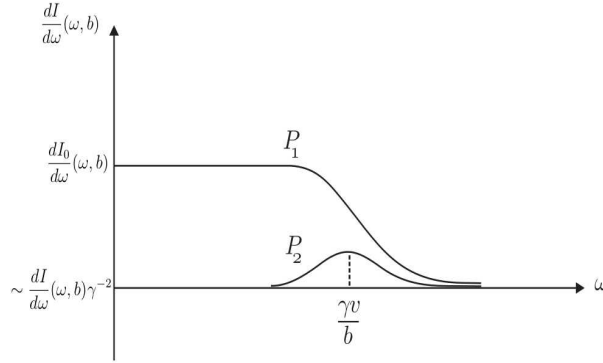
$$\frac{dI_1(\omega, b)}{d\omega} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ \left( \frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_1^2 \left( \frac{\omega b}{\gamma b} \right) \right] \quad (4.19)$$

e

$$\frac{dI_2(\omega, b)}{d\omega} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_0^2 \left( \frac{\omega b}{\gamma b} \right) \right] \quad (4.20)$$

onde  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas. Os campos do pulso  $P_2$  são semelhantes a um ciclo de uma onda senoidal de frequência  $\omega \sim \gamma v/b$ , ver Fig. (4.5). Devemos somar os espectros de frequência sobre todos os parâmetros de impacto possíveis, porque desta forma obteremos a energia por unidade de intervalo de frequência que está presente no campo de radiação equivalente. Devemos também especificar um parâmetro de impacto mínimo. O método de aproximação de fótons equivalentes será útil somente se  $b_{min}$  puder ser escolhido de modo que, para os parâmetros de impacto maiores que  $b_{min}$ , os efeitos dos campos da partícula incidente possam ser representados exatamente pelos efeitos dos pulsos de radiação equivalentes. Já para os parâmetros de impacto menores que  $b_{min}$ , os efeitos dos campos da





**Fig. 4.5:** Espectros de frequência dos dois pulsos equivalentes de radiação.

partícula podem ser desprezados ou então calculados por outros procedimentos. O espectro de frequência integrado sobre todos os parâmetros de impacto possíveis será

$$\frac{dI}{d\omega}(\omega) = 2\pi \int_{b_{min}}^{\infty} \left[ \frac{dI_1}{d\omega}(\omega, b) + \frac{dI_2}{d\omega}(\omega, b) \right] b db \quad (4.21)$$

onde combinamos as contribuições dos pulsos. O resultado da integral fica

$$\frac{dI}{d\omega}(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{q^2}{c} \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left\{ x K_0(x) K_1(x) - \frac{v^2}{2c^2} x^2 [K_1^2(x) - K_0^2(x)] \right\} \quad (4.22)$$

onde  $x = \omega b_{min}/\gamma v$  e devido ao princípio da incerteza, o parâmetro de impacto mínimo efetivo na produção de radiação será

$$b_{min} \sim \frac{\hbar}{p_{max}}, \quad (4.23)$$

sendo que  $p_{max}$  é o máximo momentum transferido na colisão.

Em uma colisão relativística ultraperiférica<sup>2</sup>, a probabilidade de que um certo processo eletromagnético ocorra, pode ser obtida em termos da seção de choque deste mesmo processo gerado por um pulso de luz induzido:

$$P(b) = \int I(\omega, b) \sigma_\gamma(\hbar\omega) d(\hbar\omega) = \int N(\omega, b) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega} \quad (4.24)$$

onde  $\sigma_\gamma$  é a seção de choque de fotoprodução do processo com energia  $E_\gamma = \hbar\omega$ . Devemos integrar sobre todo o espectro de frequências da radiação induzida. Logo,  $N(\omega, b)$  é interpretado como o número de fótons equivalentes no alvo por unidade de área. Utilizando as equações (4.21) e (4.24) obtemos:

<sup>2</sup> A colisão relativística ultraperiférica, é a colisão entre partículas elementares, onde o parâmetro de impacto é tal que os nucleons, não chegam a colidir, de forma que não há uma interação hadrônica, temos apenas interações eletromagnéticas, através de campos muito intensos.

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\hbar c} \left( \frac{q}{\pi} \right)^2 \left( \frac{\omega}{\gamma v} \right)^2 \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ K_1^2(x) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(x) \right]. \quad (4.25)$$

O primeiro termo em colchetes da equação (4.25) está associado ao pulso  $P_1$  e o segundo termo do colchetes, está associado a  $P_2$ , o qual possui contribuição desprezível para  $\gamma \gg 1$ . Em uma colisão com parâmetro de impacto  $b$  haverá fótons com energia máxima dada por

$$k_{max} = \frac{\gamma \hbar c}{b} \quad (4.26)$$

A equação (4.26) representa um corte de energia, ou seja, em uma colisão ultraperiférica somente estados com energia igual ou inferior a este limite podem ser excitados.

Em uma colisão relativística de dois hádrons, a seção de choque é obtida através da integração da equação (4.24) sobre os parâmetros de impacto entre  $b = R$  até  $b = \infty$ , porque estamos lidando com uma colisão ultraperiférica. O valor de  $R$  depende do processo considerado. Para colisões ultraperiféricas,  $R$  é a soma dos raios dos hádrons interagentes. A seção de choque sobre todo o espectro dos fótons equivalentes será dada por

$$\sigma = \int_R^\infty 2\pi b P(b) db = \int n(\omega) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega} \quad (4.27)$$

com

$$n(\omega) = \int_R^\infty 2\pi b N(\omega, b) db = \frac{2}{\pi} \frac{q^2}{\hbar c} \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ \xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \frac{v^2 \xi^2}{2c^2} (K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)) \right] \quad (4.28)$$

é a função de distribuição total de fótons equivalentes com frequência  $\omega$ . As funções de Bessel modificadas são funções do parâmetro  $\xi = \omega R / \gamma v$ .

Como já foi visto na aproximação de fótons equivalentes, o efeito do campo eletromagnético de um partícula carregada relativista é substituído por um fluxo de fótons. O espectro de energias do fóton  $k$ , pode em princípio, estender-se à energia  $E$  do projétil, mas na prática, apenas em uma pequena fração significativa  $\zeta = k/E$ . Para um objeto extenso, tal como um próton ou um íon, o espectro de energia pode ser calculado a partir de

$$f_\gamma(\zeta) = \frac{dn}{d\zeta} = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1 - \zeta + 1/2\zeta^2}{\zeta} \int_{Q_{min}^2}^\infty \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2. \quad (4.29)$$

onde  $Q^2$  é o quadrimomentum transferido do projétil, que tem um fator de forma  $F(Q^2)$  e  $\alpha$  é a constante de estrutura fina. Usamos unidades em que  $\hbar = c = 1$ . A transferência de momentum mínimo,  $Q_{min}^2$ , é uma função de  $\zeta$  e é uma boa aproximação dada por  $Q_{min}^2 = (\zeta M_A)^2 / (1 - \zeta)$ , onde  $M_A$  é a massa do projétil [58].

O espectro de fótons equivalente de prótons com alta energia foi calculado por Drees e Zeppenfeld [59]. Usando o fator de forma do dipolo elétrico  $F_E(Q^2) = 1/(1 + Q^2/0,71 \text{ GeV}^2)^2$  eles encontraram

$$f_\gamma(\zeta) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1 - \zeta + 1/2\zeta^2}{\zeta} \left[ \ln(A) - \frac{11}{6} + \frac{3}{A} - \frac{3}{2A^2} + \frac{1}{3A^3} \right] \quad (4.30)$$

onde  $A = 1 + (0,71 \text{ GeV}^2)/Q_{min}^2$ . Este resultado pode ser obtido a partir da Eq. (4.29) se o segundo termo contendo  $Q_{min}^2$  dentro da integral é desprezado, ou seja, fazendo a aproximação  $(Q^2 - Q_{min}^2)/Q^4 \approx 1/Q^2$ . Se incluirmos este termo,  $f(x)$  terá a seguinte forma:

$$f_\gamma(\zeta) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1 - \zeta + 1/2\zeta^2}{\zeta} \left[ \frac{A+3}{A-1} \ln(A) - \frac{17}{6} + \frac{3}{A} - \frac{4}{3A} + \frac{1}{6A^2} \right] \quad (4.31)$$

A eq. (4.29) pode, em princípio, ser utilizada também para o espectro de fótons de íons pesados relativísticos, com um fator de forma apropriado. Para uma colisão entre dois íons pesados é, no entanto, mais apropriado calcular o espectro de fótons equivalentes como uma função do parâmetro de impacto. A vantagem é que nesta representação a contribuição de interações em que os íons interagem hadronicamente pode ser excluída facilmente.

O espectro de energia dos fótons produzidos por uma partícula que passa por um alvo com parâmetro de impacto mínimo  $b_{min}$ , pode ser calculado analiticamente e é encontrado em:

$$f_\gamma(\zeta) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1}{\zeta} \{2Y K_0(Y) K_1(Y) - Y^2 [K_1^2(Y) - K_0^2(Y)]\} \quad (4.32)$$

onde  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas e  $Y = \zeta M_A b_{min}$ .

A Fig. (4.6) temos o gráfico de  $\zeta f_\gamma(\zeta)$  em função de  $\zeta$ , as curvas representam diferentes funções de luminosidade do fóton dadas pela equação (4.30) de Dress - Zeppenfeld [59], pela equação (4.31) de Nystrand [61], de Weizsäcker-Williams (WW) usamos a equação (4.32) com parâmetro de impacto mínimo  $b_{min} = 0,7 \text{ fm}$  (fentômetro:  $10^{-15} \text{ m}$ ) e para Kniehl usamos a função de luminosidade descrita em [60], todas em função do fator  $\zeta$  que é dado pela expressão  $\zeta = k/E$ .

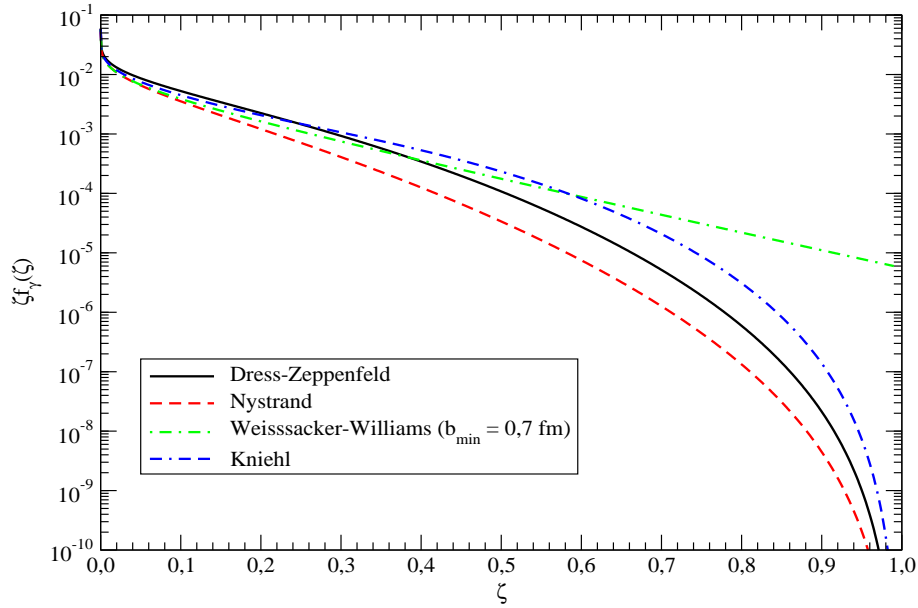
### 4.3 Fotoprodução de Mésons em Interações $pp$

Podemos estudar interações fóton-próton através de colisões próton-próton. A seção de choque para este processo que é descrita pela equação abaixo:

$$\sigma_{pp \rightarrow p \otimes V \otimes p}(\sqrt{s_{pp}}) = \int n(\omega) \sigma_{\gamma p \rightarrow V p}(W_{\gamma p}^2 = 2\omega \sqrt{s_{pp}}) d\omega \quad (4.33)$$

onde  $\sqrt{s_{pp}}$  representa as energias de centro de massa próton-próton e  $\otimes$  representa a presença de um intervalo de rapidez<sup>3</sup> no estado final e a seção de choque  $\gamma p$  representa pela eq. (3.32). A seção de choque  $\gamma p$  terá uma forte dependência da distribuição de glúons, o estado final será dois prótons e um méson vetorial fruto do decaimento, sendo este processo caracterizado por dois intervalos de rapidez separando o estado final central de ambos os feixes.

<sup>3</sup> É a grandeza associada ao movimento do próton dada pela expressão  $Y \propto \ln(2\omega/M_V)$ .



**Fig. 4.6:** Representação para diferentes funções de luminosidade do fóton em função do fator  $\zeta$ .

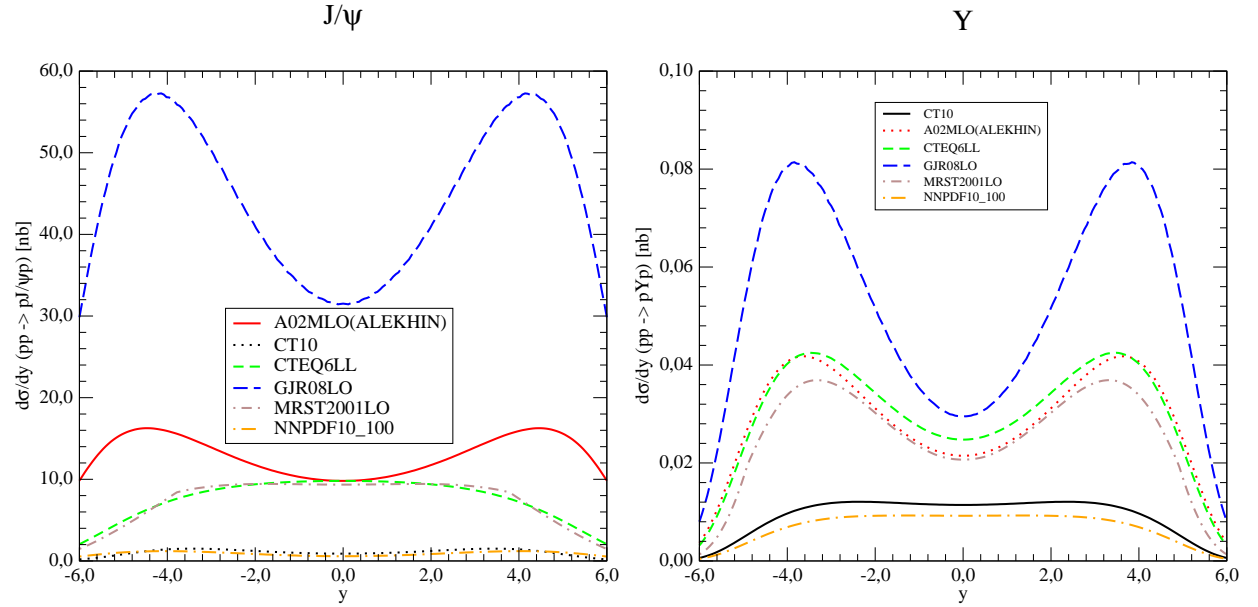
A distribuição de rapidez é um outro observável que pode ser obtido nestes processos, sendo descrita por

$$\frac{d\sigma_{pp \rightarrow p \otimes V \otimes p}}{dY} = \omega \frac{dn}{d\omega} \sigma^{\gamma p \rightarrow V p}(\omega) = \zeta f_\gamma(\zeta) \sigma^{\gamma p \rightarrow V p}(\zeta), \quad (4.34)$$

onde  $\omega$  é a frequência do espectro de radiação,  $dn/d\omega$  é o fluxo de fótons,  $Y \propto \ln(2\omega/M_V)$  e  $f_\gamma(\zeta)$  é dado por (4.32). Assim, a distribuição de rapidez nos fornece informações sobre o comportamento com a energia da seção de choque  $\gamma p$  e da distribuição de glúons.

Para realização dos cálculos, foram fixados os parâmetros  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\lambda = 0,20$ . A Figura (4.7) apresenta nossas previsões para a distribuição de rapidez da fotoprodução de  $J/\psi$  (esquerda) e  $\Upsilon$  (direita) para interações  $pp$  em LO com energia de centro de massa igual a  $\sqrt{s} = 7,0 \text{ TeV}$  (energia de operação disponível no LHC), com o valor de  $\alpha_S = 0,25$ . Em colisões  $pp$  para produção de  $J/\psi$ , temos que o valor da distribuição de rapidez é muito superior se comparado aos valores de colisões  $pp$  para produção de  $\Upsilon$ . Os valores diferem pelo fato da distribuição de rapidez depender da massa do méson ( $M_{J/\psi} = 3,096 \text{ GeV}$  e  $M_\Upsilon = 9,46 \text{ GeV}$ ).

A distribuição de rapidez para  $J/\psi$  com correção além da ordem dominante pode ser analisada pelos gráficos das Fig. (4.8 e 4.9), onde foram comparadas as medidas da distribuição de rapidez com diferentes funções de luminosidade do fóton. Usamos para a função de luminosidade de Dress - Zeppenfeld [59] a equação (4.30); já para  $f(x)$  de Nystrand [61], usamos a equação (4.31); para as curvas geradas com  $f_\gamma(\zeta)$  de Weizsäcker-Williams (WW)



**Fig. 4.7:** Distribuição de rapidez para a produção de  $J/\psi$  e  $\Upsilon$ , respectivamente, para  $\alpha_S = 0,25$  [54, 62].

usamos a equação (4.32) com parâmetro de impacto mínimo  $b_{min} = 0,7$  fm (fentômetro:  $10^{-15}m$ ); para Kniehl usamos a função de luminosidade descrita em [60].

Trabalhando com a distribuição de rapidez para  $\Upsilon$  com correção além da LO, cujas curvas podem ser analisadas pelos gráficos das Fig. (4.10 e 4.11), onde é feita a comparação das medidas da distribuição de rapidez com diferentes funções de luminosidade do fóton. Utilizamos o mesmos critérios usados para a função de luminosidade na construção das curvas para  $J/\psi$ .

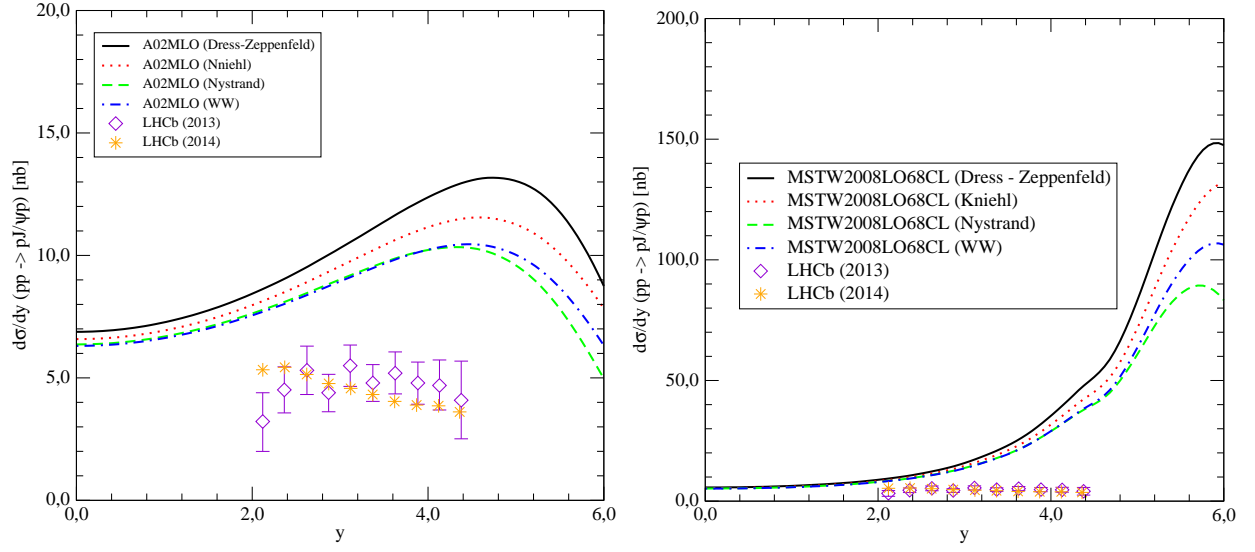
Fica evidente pela análise das curvas na Fig. (4.8) que as parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO são as que têm o melhor ajuste aos dados experimentais do LHCb [54, 62], ambas com funções de luminosidade do fóton dadas pelas equações (4.31) e (4.32).

Comparando as previsões para a distribuição de rapidez da fotoprodução de  $J/\psi$  (esquerda) e de  $\Upsilon$  (direita) (ver Fig. 4.12) para interações  $pp$  com correção além da LO, percebemos que o valor para a distribuição de rapidez é maior para a produção de  $J/\psi$ .

A distribuição de rapidez, depende da seção de choque total, que por sua vez, depende da distribuição de glúons no próton, que é dada pelas parametrizações. Como temos parametrizações diferentes, teremos curvas distintas para a distribuição de rapidez.

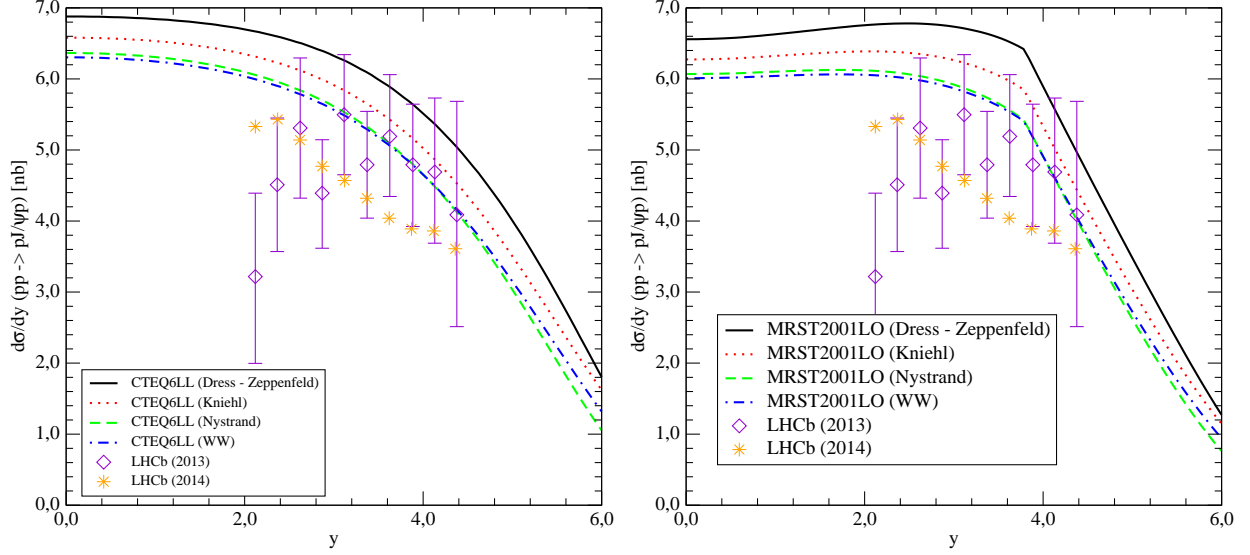
## 4.4 Conclusão

Neste capítulo descrevemos o cálculo do espectro de fótons equivalentes que nos permite

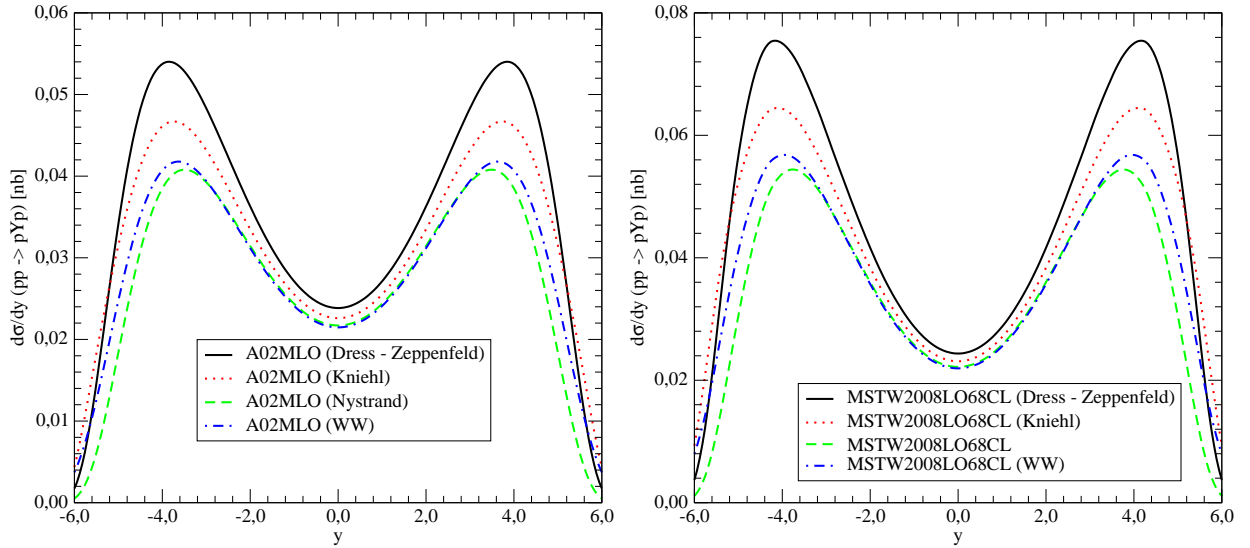


**Fig. 4.8:** Distribuição de rapidez para  $J/\psi$  com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações A02MLO e MSTW2008LO68CL [54, 62].

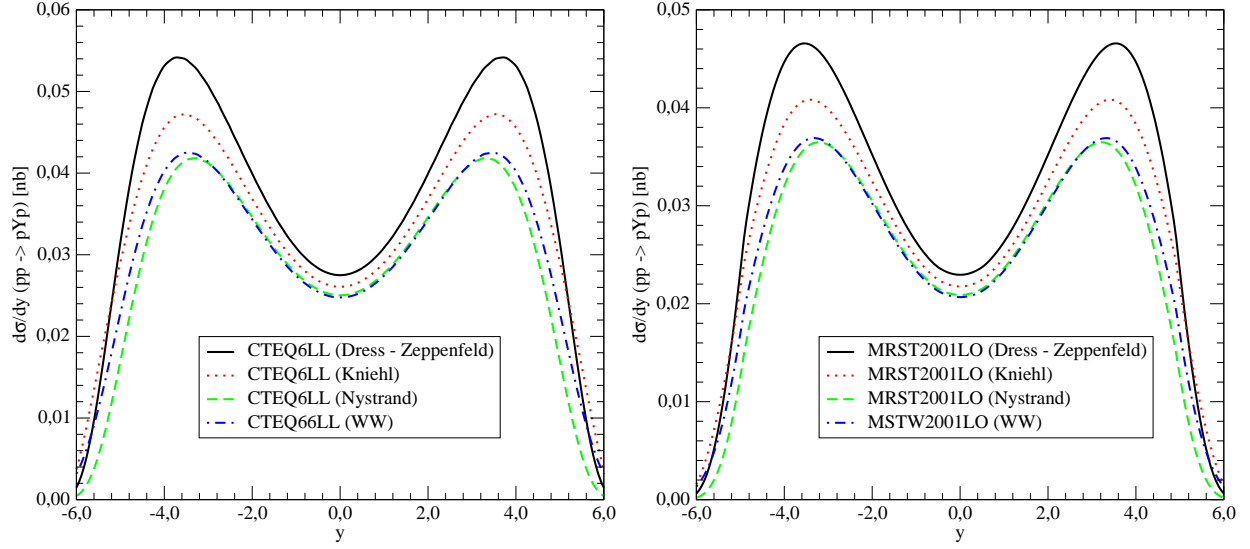
trabalhar com colisões hádron-hádron com um processo  $\gamma p$ . Pela interação  $pp$  observamos que a seção de choque e a distribuição de rapidez deste processo pode ser usada para determinar a distribuição de glúons no próton e nas distinção entre as parametrizações advindas dos diferentes grupos.



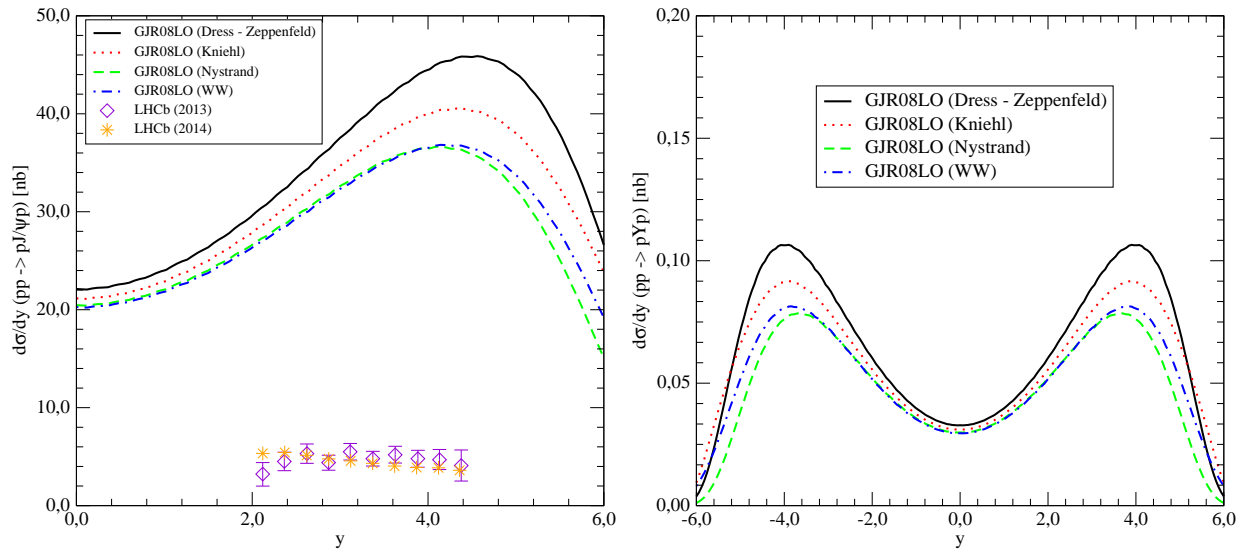
**Fig. 4.9:** Distribuição de rapidez para  $J/\psi$  com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO [54, 62].



**Fig. 4.10:** Distribuição de rapidez para  $\Upsilon$  com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações A02MLO e MSTW2008LO68CL [54, 62].



**Fig. 4.11:** Distribuição de rapidez para  $\Upsilon$  com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para as parametrizações CTEQ6LL e MRST2001LO [54, 62].



**Fig. 4.12:** Distribuição de rapidez para  $J/\psi$  e para  $\Upsilon$  com correção além da LO com diferentes funções de luminosidade do fóton para a parametrização GJR08LO [54, 62].



## Capítulo 5

# Conclusão Geral

Para altas energias, os cálculos de processos de espalhamento em QCD perturbativa são baseados no cálculo perturbativo da seção de choque de espalhamento e nas distribuições partônicas dos hádrons envolvidos no processo. Apesar das distribuições partônicas *a priori* não serem determinadas pela QCD, uma vez determinadas experimentalmente como função de  $x$ , podemos usar as equações DGLAP para expressar sua evolução.

O método de análise global é de fundamental importância na obtenção do conjunto de distribuições partônicas ajustado aos dados existentes. É através das parametrizações propostas por alguns grupos que podemos determinar a distribuição de glúons no próton. Usamos as parametrizações partônicas cteq6ll, CT10, MRST2001lo, MSTW2008lo68cl, a02mlo, GJR08lo e NNPDF10.

É possível vincular o comportamento da distribuição de glúons considerando a fotoprodução de mésons vetoriais, sendo o méson vetorial uma partícula composta de um quark e um antiquark unidos pela interação forte, e o termo vetorial referente a suas características (conteúdo de quark, spin, carga, etc). Através da correção além da ordem dominante (LO) há um aumento da seção de choque. Fica claro que a determinação da distribuição de glúons varia dependendo da abordagem que se usa em ordem dominante ou com correção além da ordem dominante.

O cálculo do espectro de fótons equivalentes nos permitiu trabalhar com colisões próton-próton com um processo  $\gamma p$ . Ficou evidente que a seção de choque e a distribuição de rapidez da fotoprodução de mésons vetoriais são proporcionais ao quadrado da função de distribuição de glúons no próton, a diferença entre as distintas parametrizações para a distribuição de glúons existentes na literatura são amplificadas. Então é possível determinar a distribuição de glúons através destes dois observáveis. Nosso resultados indicam que as parametrizações partônicas CT10 e NNPDF10 não são hábeis para descrever o processo. Mostramos, através de ajuste de dados, que podemos vincular melhor os valores de seção de choque e da distribuição de rapidez com os valores dos dados experimentais. Os parâmetros para os quais obtivemos os melhores ajustes foram  $\mu^2 = 2,4 \text{ GeV}^2$ ,  $b_V = 4,5 \text{ GeV}^{-2}$  e  $\alpha_s = 0,25$ . Ao trabalharmos o observável seção de choque total em ordem dominante, para

$J/\psi$  obtivemos os melhores resultados comparados com os dados experimentais, melhores que ao trabalharmos com a correção além da LO. Já no caso onde trabalhamos com  $\Upsilon$ , os melhores valores são obtidos justamente quando trabalhamos com a correção além da ordem dominante. Os resultados obtidos são com as distribuições sem uso da aproximação de altas energias  $xg \sim Ax^{-\lambda}$ .

Assim, os resultados encontrados contribuem no sentido de que os observáveis trabalhados podem ser usados na determinação da distribuição de glúons no próton.

Futuramente, pretendemos incluir as correções NLO e NNLO para os observáveis seção de choque total para  $J/\psi$  e  $\Upsilon$  e para distribuição de rapidez, assim como aprofundarmos nossos conhecimentos da dinâmica da QCD.

# Referências Bibliográficas

- [1] SILVA, C. O.; NATTI, P. L.; *Modelo de quarks e sistemas multiquarks*. Rev. Bras. Ens. Fís. Nº.02, v.29, São Paulo, 2007.
- [2] GRIFFITHS, D.; *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley, Portland, 2008.
- [3] DEVENISH, R. C. E.; COOPER-SARKAR, A. M.; *Deep inelastic scattering*. Oxford University Press, New York, 2004.
- [4] ANSELMINO, M.; CARUSO, F.; MAHON, J. R.; OGURI, V.; *Introdução à QCD Perturbativa*. LTC, Rio de Janeiro, 2013.
- [5] HALZEN, F.; MARTIN, A. D.; *Quarks and Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley, Portland, 1984.
- [6] BASSALO, J. M. F.; *Eletrodinâmica Quântica*. Livraria da Física, São Paulo, 2006.
- [7] GONCALVES, V. P.; *A obtenção da distribuição de glúons na QCD para pequeno  $x$* . Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Dissertação de mestrado, 1997.
- [8] GONCALVES, V. P.; *A Cromodinâmica Quântica para sistemas densos*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de Doutorado, 2000.
- [9] CAZAROTO, E. R.; *Espalhamento inelástico profundo em colisões elétron-íon*. São Paulo: Curso de Pós-Graduação em Física - USP, Dissertação de Mestrado, 2009.
- [10] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A.; *Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon*. Phys. Rev., v.185, p.1975, 1969.
- [11] BJORKEN, J. D.; *Asymptotic sum rules at infinite momentum*. Phys. Rev., v.179, p.1547, 1969.
- [12] BJORKEN, J. D.; *Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton scattering and the structure of the nucleon*. Phys. Rev., v.185, p.1975, 1969.

- [13] FEYNMAN, R.; *Photon-Hadron Interactions*. ABP, Massachusetts, 1972.
- [14] BETEMPS, M. A.; *A Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, Tese de Doutorado, 2007.
- [15] GREINER, W.; SCHARAMM, S.; STEIN, E.; *Quantum Chromodynamics*. Springer, New York, 2002.
- [16] MACKEDANZ, L. F.; *Produção e propagação de pártons energéticos no meio nuclear*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de doutorado, 2008.
- [17] SAUTER, W. K.; *Fenomenologia em Cromodinâmica Quântica com propagador de glúon modificado*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, Tese de Doutorado, 2003.
- [18] BETHKE, S.; *The 2009 World Average of  $\alpha_s$* . Eur. Phys. J. C., v.64, p.689, 2009.
- [19] MOTT, N.F.; MASSEY, H. S. W.; *The theory of Atomic Collisions*. University Press, Oxford, 1987.
- [20] ALTARELLI, G.; *The development of perturbative QCD*. World Scientific, Singapore, 2004.
- [21] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. *Deep inelastic ep scattering in perturbation theory*. Sov. J., Nucl. Phys., v.15, p. 438, 1972.
- [22] DOKSHITZER, Y. L. *Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and  $e^+ e^-$  Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics*. Sov. Phys. JETP, v.46, p.641, 1977.
- [23] MARTIN, A. D.; *Proton struture, Partons, QCD, DGLAP and beyond*. Acta Phys. Polon. B., v.39, p.2025, 2008.
- [24] ROECK, A. De; THORNE, R. S.; *Structure functions*. Progress in Particle and Nuclear Physics, v.01, p.25, 2011
- [25] MARTIN, A. D.; ROBERTS, R. G.; STIRLING, W. J.; THORNE, R. S.; *Parton distributions incorporating QED contributions*. Eur. Phys. J. C., v.39, p.155, 2005.
- [26] PUMPLIN, J. et al[CTEQ Collaboration]; *New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis*. JHEP, v.07, p.12, 2002.
- [27] HOOFT, G.; *Dimensional regularization and the renormalization group*. Nucl. Phys. B., v.61, p.455, 1973.

- [28] NNPDF Collaboration; *Theoretical issues in PDF determination and associated uncertainties*. Phys. Lett. B., v.723, p.330, 2013.
- [29] ALEKHIN, S.; *Parton distribution functions from the precise NNLO QCD fit*. JETP Lett., v.82, p.710, 2005.
- [30] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A.; *Dynamical Parton Distributions Revisited*. Eur. Phys. J. C., v.05, p.461, 1998
- [31] LHAPDF; <https://lhapdf.hepforge.org/>.
- [32] BARONE V.; PREDAZZI E.; *High-Energy particle diffraction*, Springer, New York 2002.
- [33] SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J.; *Mecânica Quântica Moderna*. Editora Bookman, Porto Alegre, 2012.
- [34] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G.; ZOLLER, V. R.; *Exploratory study of shrinkage of the diffraction cone for the generalized BFKL pomeron*. Phys. Lett. B., v.366, p.337, 1996.
- [35] JI, X.; *Deeply virtual Compton scattering*. Phys. Rev. D., v.55, p.7114, 1997.
- [36] RADYUSHKIN, A. V.; *Nonforward Parton Distributions*. Phys. Rev. D., v.56, p.5524, 1997.
- [37] MARTIN, A.D., RYSKIN, M. G.; *The effect of off-diagonal parton distributions in diffractive vector meson electroproduction*. Phys. Rev. D., v.57, p.6692, 1998.
- [38] SHUVAEV, A. G.; GOLEC-BIERNAT, K.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G.; *Off-diagonal distributions fixed by diagonal partons at small  $x$  and  $\xi$* . Phys. Rev. D., v.60, p.014015, 1999.
- [39] RYSKIN, M. G.; *Diffractive  $J/\psi$  electroproduction in LLA QCD*. Z. Phys. C., v.57, p.89, 1993.
- [40] NEMCHIK, J.; NIKOLAEV, N. N. e ZAKHAROV, B. G.; *Color dipole systematics of diffractive photoproduction and electroproduction of vector mesons*. Phys. Lett. B., v.374, p.199, 1996.
- [41] BRODSKY, S.J.; FRANKFURT, L.; GUNION, J.F.; MUELLER, A.H. e STRIKMAN, M.; *Diffractive Leptoproduction of Vector Mesons in QCD*. Phys. Rev. D., v.50, p.3134, 1994.

- [42] RYSKIN, M. G.; ROBERTS, R. G.; MARTIN, A. D. and LEVIN, E. M.; *Diffractional  $J/\psi$  photoproduction as a probe of the gluon density*. Z. Phys. C., v.76, p.231, 1997.
- [43] HOODBHOY, P.; *Wavefunction corrections and off-forward gluon distributions in diffractive  $J/\psi$  electroproduction*. Phys. Rev. D., v.56, p.388, 1997.
- [44] FRANKFURT, L. L. ; KOEPF, W.; STRIKMAN; M.; *Hard diffractive electroproduction of vector mesons in QCD*. Phys. Rev. D., v.54, p.3194, 1996.
- [45] MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G.; TEUBNER, T.;  *$Q^2$  dependence of diffractive vector meson electroproduction*. Phys. Rev. D., v.62, p.014022, 2000.
- [46] IVANOV, D. YU.; KOTSKY, M.I.; PAPA, A.; *The impact factor for the virtual photon to light vector meson transition* Eur. Phys. J. C., v.38, p.195, 2004.
- [47] IVANOV, D. YU.; SCHAEFER, A.; SZYMANOWSKI, L.; KRASNIKOV, G.; *Exclusive photoproduction of a heavy vector meson in QCD*. Eur. Phys. J. C., v.34, p.297, 2004.
- [48] LEVIN, E. M.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G.; TEUBNER, T.; *Diffractive open charm production at HERA* Z. Phys. C., v.74, p.671, 1997.
- [49] MARTIN, A.D.; RYSKIN, M.G.; TEUBNER, T.; *Upsilon photoproduction at HERA compared to estimates of perturbative QCD* Phys. Lett. B., v.454, p.339, 1999.
- [50] MARTIN, A. D.; NOCKLES, C.; RYSKIN, M.; TEUBNER, T.; *Small  $x$  gluon from exclusive  $J/\psi$  production*. Phys. Lett. B., v.662, p.252, 2008.
- [51] AKTAS, A.; H1 Collaboration et al.; *Elastic  $J/\psi$  Production at HERA*. Eur. Phys. J. C., v.46, p.585, 2006.
- [52] CHEKANOV, S.; ZEUS Collaboration et al.; *Exclusive electroproduction of  $J/\psi$  mesons at HERA*. Nucl. Phys. B., v.695, p.3, 2004.
- [53] BREITWEG, J. et al.; ZEUS (1999a); *Exclusive electroproduction of  $\rho^0$  and  $J/\psi$  mesons at HERA*. Eur. Phys. J. C., v.06, p.603, 1999.
- [54] AAIJ, R.; LHCb Collaboration et al.; *Exclusive  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV*. J. Phys. G. Nucl. Part. Phys., v.40, p.045001, 2013.
- [55] CARUSO, F.; *Sobre o Método de Weizsäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações*. Rio de Janeiro: Monografia apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, 2009.

- [56] WEIZSÄCKER, C. F.; *Radiation emitted in collisions with very fast electrons*. Z. Phys., v.88, p.612, 1934.
- [57] WILLIAMS, E. J.; *Correlation of Certain Collisions Problems with Radiation Theory*. Mat.-Fys. Meddel, v.13, p.4, 1935.
- [58] JACKSON, J. D.; *Classical Eletrodynamics*. John Wiley, Portaland, 1975.
- [59] DRESS, M.; ZEPPENFELD, D.; *Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions*. Phys. Rev. D., v.39, p.2536, 1989.
- [60] KNIEHL, B. A.; *Elastic ep scattering and the Weizsacker-Williams approximation* Phys. Lett. B., v.254, p.267, 1991.
- [61] NYSTRAND, J.; *Electromagnetic interactions in nucleus nucleus and proton proton collisions*. Nucl. Phys. A, v.752, p.470, 2005.
- [62] AAIJ, R.; LHCb Collaboration et al.; *Updated measurements of Exclusive  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  production in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV*. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., v.41, p.055002, 2014.