Вопрос по выбору на устный экзамен по общей физике(3 семестр). Тема: Диод Ганна и его математическая модель

Рябов Олег
Группа Б04-302

27 декабря 2024 г.

Содержание

1 Диод Ганна и его математическая модель **3**

1.1 Введение 3

1.2 Начальное и граничные условия 6

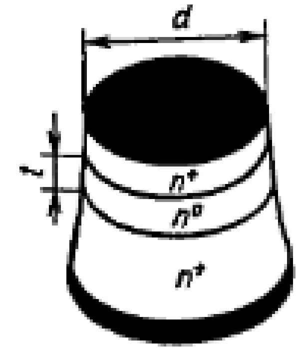
1.3 Характеристики и параметры модели 7

1 Диод Ганна и его математическая модель

1.1 Введение

Диод Ганна – это кристалл полупроводникового материала электронной проводимости с двумя омическими контактами на противоположных сторонах. Активная часть диода Ганна обычно имеет длину $l = 1 - 100$ мкм и концентрацию легирующих донорных примесей $n_0 = 2 \cdot 10^{14} - 2 \cdot 10^{16} cm^{-3}$.

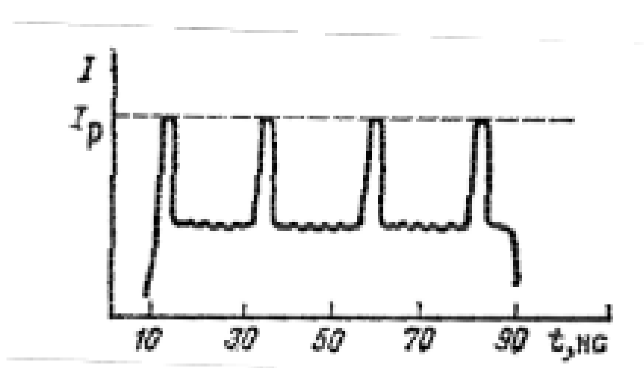
Слои полупроводника с повышенной концентрацией примесей $n^+ = 10^{18} - 10^{19} cm^{-3}$ служат для создания омических контактов. На рисунке 1.1 представлена типовая структура кристалла диода Ганна



В 1963 г. Ганн обнаружил, что если приложить постоянное электрическое поле E_0, большее некоторого порогового значения E_p, к образцу арсенида галлия или фосфида индия n-типа, то наблюдаются спонтанные периодические колебания тока, протекающего через образцы (рисунок 1.2). Для GaAs напряженность порогового поля E_p составляла около 3 кВ/см, для InP – около 6 кВ/см. Период колебаний T_0 приближенно равнялся времени пролета электронов от катода к аноду:

$$T_0 = \frac{l}{v_g}$$

где l – длина образца, v_g – дрейфовая скорость электронов (около 107 см/с при $E_0 = E_p$).



Для использованных Ганном образцов с $2 \cdot 10^{-3}$см $< l < 2 \cdot 10^{-2}$см частота колебаний лежала в СВЧ диапазоне. Оказалось, что при $E > E_p$ в образце возникает область сильного электрического поля (домен), дрейфующая от катода к аноду со скоростью около 107 см/с и исчезающая у анода. Этот процесс периодически повторяется, причём при формировании домена ток падает, а при исчезновении домена вновь возрастает до пороговой величины. В 1963 г. Ридли показал, что явления доменной неустойчивости возникают в полупроводнике с N-образной вольт-амперной характеристикой. Плотность тока в однородном образце равна

$$j = qn_0v$$

где q–заряд электрона, n_0 – концентрация носителей, v – средняя дрейфовая скорость носителей. Из формулы (1.2) следует, что плотность тока может падать с ростом электрического поля, если либо концентрация носителей либо их дрейфовая скорость уменьшаются при увеличении поля. Рассмотрим механизм Ридли-Уоткинса-Хилсума, приводящий к падению скорости электронов с ростом напряженности электрического поля на примере двухдолинной модели зоны проводимости. Пусть при малых энергиях ξ, меньших, чем δ, электроны в зоне проводимости обладают эффективной массой m_1*. При $\xi > \delta$ электроны могут находится не только в нижней, но и в верхней долине,в которой эффективная масса электронов $m_2* >> m_1*$. Большой эффективной массе электронов соответствует большая плотность состояний и поэтому при $\xi > \delta$ подавляющее большинство электронов будет находиться в верхней долине зоны проводимости. Для простоты будем считать, что при $\xi > \delta$ все электроны находятся в верхней долине. Такая модель качественно отражает основные черты строения зоны проводимости реальных полупроводников, в которых наблюдается эффект Ганна. При достаточно низкой температуре и в слабом электрическом поле практически все электроны находятся в нижней долине ($n_1 = n_0, \text{где} n_1$ – концентрация электронов, находящихся в нижней долине). Средняя дрейфовая скорость электронов будет пропорциональна приложенному электрическому полю $v = \mu_1 E$, где μ_1 – подвижность электронов с эффективной массой m_1* (в нижней долине). Плотность электрического тока, протекающего через образец, определяется по закону Ома

$$j = qn_0\mu_1 E$$

В достаточно сильном электрическом поле энергия электронов возрастает, часть электронов приобретает энергию, большую δ и переходит из нижней долиныв верхнюю. Большой эффективной массе электронов в верхней долине соответствует низкое значение их подвижности $\mu_2 << \mu_1$. Поэтому при очень больших полях, когда подавляющее большинство электронов находится в верхней долине, имеем $v \approx \mu_2 E$ При промежуточных значениях электрического поля

скорость электронов падает с ростом напряжённости поля, так как часть электронов находится в верхней, а часть – в нижней долине и тогда плотность тока равна

$$j = q(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)E = qn_0v(E)$$

Среднюю дрейфовую скорость электронов $v(E)$ можно записать в виде

$$v(E) = \frac{\mu_1 n_1(E) + \mu_2 n_2(E)}{n_1(E) + n_2(E)} E = \frac{\mu_1 n_1(E) + \mu_2 n_2(E)}{n_0} E$$

где n_0 – общее число электронов проводимости, не зависящее от поля и равное равновесной концентрации электронов.

Уравнения математической модели диода Ганна

Физические процессы в диоде Ганна могут быть описаны путем решения двух фундаментальных уравнений: уравнения Пуассона

$$divE = \frac{\rho}{\varepsilon_\alpha}$$

где ρ – плотность объемного заряда, ε_α – диэлектрическая проницаемость полупроводникового материала ($\varepsilon_\alpha = \varepsilon\varepsilon_0, \varepsilon = 12,5$ для арсенида галлия), и уравнения плотности полного тока

$$divj_{\sum} = 0$$

где

$$j_{\sum} = j_{\text{пр}} + j_{\text{диф}+j_{\text{см}}}$$

$j_{\sum}$ – плотность полного тока, $j_{\text{пр}}$– плотность тока проводимости, $j_{\text{диф}}$ – плотность диффузионного тока, $j_{\text{см}}$– плотность тока смещения. Следует отметить, что в рассматриваемой конструкции диода заряды движутся в одном направлении – от катода к аноду, поэтому можно полагать, что в плоскости поперечного сечения не изменяются ни плотность тока, ни электрическое поле. При таких допущениях задача упрощается и уравнения становятся одномерными. Объемная плотность заряда равна

$$\rho = q_0(n - n_0)$$

где n – концентрация электронов, n_0 – концентрация доноров. Плотность тока проводимости определяется выражением

$$\text{пр} = q_0nv$$

где q_0 – заряд электрона, n – концентрация электронов в активной области диода. Плотность диффузионного тока в одномерном случаем определяется выражением

$$j_{\text{диф}} = -q_0DC$$

где D – коэффициент диффузии. В общем случае $D = D(E)$, однако учёт зависимости D от E не приводит к новым результатам, поэтому для упрощения решения уравнений полагают $D = const$. Тогда, плотность тока смещения равна

$$j_{\text{см}} = \varepsilon_\alpha\frac{\partial E}{\partial x}$$

Уравнение для одномерного случая имеет вид $\frac{\partial j_{\sum}}{\partial x} = 0$. Отсюда вытекает, что плотность суммарного тока внутри диода не зависит от координаты и может быть приравнена плотности тока i_a/S, протекающего через выводы диода во внешней цепи. С учетом соотношений (1.10), (1.8) – (1.12) запишем уравнения (1.6) и (1.7) в одномерном приближении:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q_0}{\varepsilon_\alpha}(n - n_0)$$

$$q_0nv - q_0D\frac{\partial n}{\partial x} + \varepsilon_\alpha\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{i_a}{S}$$

где i_a – ток во внешней цепи

В уравнения (1.13) и (1.14) входят две неизвестные функции: $n(x,t)$ и $E(x,t)$. Для удобства решения целесообразно (1.13) и (1.14) объединить в одно уравнение. С этой целью n из (1.13) подставим в (1.14) и в результате получим:

$$D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - v(E)\frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{q_0}{\varepsilon_\alpha}D\frac{\partial n_0}{\partial x} - \frac{q_0}{\varepsilon_\alpha}n_0 v(E) + \frac{}{\frac{i_a}{\varepsilon_\alpha}S}$$

При выводе уравнения (1.15) принято во внимание, что концентрация доноров n_0 может изменяться вдоль координаты x, т.е. $n_0 = n_0(x)$. Нелинейные свойства диода учитываются тем, что скорость v зависит от E. Уравнение (1.15) рассматривается в области $0 \lesseqgtr x \lesseqgtr l$ при изменении времени t от 0 до бесконечности. В этом случае для однозначного решения необходимо задать начальные и граничные условия. В качестве начального условия задают функцию $E(x)$ в начальный момент времени $t = 0$. В качестве граничных условий необходимо задать $E(t)$ и $\frac{\partial E}{\partial t}$ на границах активной области диода, т.е. при$x = 0$ и $x = l$.

1.2 Начальное и граничные условия

Полагаем, что в начальный момент времени приложенное к диоду напряжение $u_a = 0$. При этом $E(x) = 0$ в случае, когда $dn_0/dx = 0$. Если же имеется градиент концентрации примесей, то возникает ток диффузии, образуются внутренние области зарядов и, как следствие, появляется ток проводимости. В состоянии равновесия при $u_a = 0$ сумма токов проводимости и диффузии должна быть равна нулю. Учитывая, что в плоскости поперечного сечения плотность тока не изменяется, поэтому в результате сложения (1.10) и (1.11) получим уравнение

$$q_0 n \mu_n E(x) - q_0 D\frac{n}{x} = 0$$

откуда следует

$$E(x) = \frac{D}{\mu_n}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}$$

В соответствии с соотношением Эйнштейна

$$\frac{D}{\mu_n} = \varphi_T$$

где φ_T – температурный потенциал ($\varphi_T = 0,025$ В при $T = 300$ К). Полагая, что в начальный момент времени $n = n_0$, преобразуем начальное условие к виду

$$E(x, t = 0) = \varphi_T\frac{1}{n_0(x)}\frac{dn_0(x)}{dx}$$

Чтобы задать граничные условия, нужно знать реальное распределение примесей по длине кристалла. Так как на границе активной области диода концентрация примеси n0 увеличивается до значений $10^{18} - 10^{19}$см$^{-3}$, то контакты диода по своим электрическим свойствам близки к металлу, т.е. имеют весьма малое сопротивление. Если к диоду приложена разность потенциалов, то падения напряжения на контактах практически нет и напряженность электрического поля близка к нулю. Отсюда получаем граничные условия

$$E(0,t) = 0, E(l_d,t) = 0$$

где l_d – суммарная длина диода, включающая активную часть и приконтактные области. Уравнение (1.15) совместно с условиями (1.19) и (1.20) представляют собой модель диода

Ганна. Решая численно уравнение (1.15) можно рассчитать функцию E(x,tk) в дискретные моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_k$. При этом необходимо знать значения внешнего тока в соответствующие моменты времени $i_a(t_k)$. По известным функциям $E(x)$ можно рассчитать напряжение на диоде

$$u_a(t_k) = \int\limits_0^{l_d} E(x, t_k)\, dx$$

Зная $v_a(t_k)$, можно рассчитать ток $i_a(t_k)$, решая уравнения для внешней цепи. Далее переходим к следующему этапу расчета, вновь обращаясь к уравнению (1.15) и определяя v_a в момент времени $t_k + 1$. В конечном итоге получаем временные зависимости $u_a(t)$, $i_a(t)$. Кроме того, становится известным распределение поля $E(x)$ вдоль диода в различные моменты времени. Можно также вычислить распределение концентрации электронов n вдоль диода из уравнения (1.13).

1.3 Характеристики и параметры модели

Для использования модели диода необходимо знать зависимости $v(E), n_0(x)$, а также параметры d, l, h. Зависимость $v(E)$ может быть аппроксимирована выражением:

$$v(E) = \frac{\mu_n E + v_{\text{нас}} \left(\frac{E}{E_m}\right)^4}{1 + \left(\frac{E}{E_m}\right)^4}$$

где $v_{\text{нас}} = 107$см/с – дрейфовая скорость, соответствующая насыщению характеристики при больших напряженностях поля; $E_m = 4000$В/см. Подвижность электронов μ_n в слабом поле зависит от концентрации доноров n_0 по закону

$$\mu_n = \frac{\mu_i}{1 + \sqrt{\frac{n_0}{10^{17}}}}$$

где μ_i – подвижность электронов в идеальном беспримесном полупроводнике (для GaAs равна 8000см^2/(В $\cdot$ с)). Для GaAs с концентрацией донорных примесей $n_0 = 2 \cdot 10^{14} - 2 \cdot 10^{16}$см$^{-3}$ μ_n лежит в диапазоне от 5500 до 8000см^2/(В·с), пороговая напряженность поля $E_{\text{пор}} = 3,5$ кВ/см, дрейфовая скорость, соответствующая пороговой напряженности поля, $v_{\text{пор}} = 1,5 - 2 \cdot 10^7$ см/с. Коэффициент диффузии можно вычислить по формуле

$$D = \mu_n \varphi_T + 1,5 \tau v_{\text{пор}}^2$$

где τ – время релаксации энергии в полупроводнике (для GaAs имеем 10-13 с). Следует отметить, что параметры диода $v_{\text{нас}}, \mu_n, D$ зависят от температуры кристалла T и могут быть аппроксимированы следующим образом.

$$\mu_n(T) = \mu_n \left(\frac{300}{T}\right)^{1.14}, v_{\text{нас}}(T) = v_{\text{нас}} \left(\frac{300}{T}\right)^{0.7}$$

Границы применимости модели обусловлены принятыми допущениями:

1. Средняя дрейфовая скорость зависит от мгновенного значения напряжённости электрического поля.

2. Коэффициент диффузии не зависит от напряжённости поля. Первое допущение ограничивает применимость модели до некоторой частоты (примерно 40 ГГц) и накладывают ограничение на длину активной области диода ($l > 1$ мкм). Второе допущение не приводит к каким-либо заметным ограничениям.