

## Кинематика

$$r_{\text{ср}} = \frac{dS}{d\alpha} = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''} = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{\ddot{y}\dot{x} - \ddot{x}\dot{y}}$$

## Динамика

$$\vec{a}_{\text{обс}} = \vec{a}_{\text{св}} + \vec{a}_{\text{центр. св.}}$$

$$\Pi \sum \vec{F} = \vec{p} = m\vec{a}$$

## ХУ. Точечное движение

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = -M\vec{u}_{\text{центр}} + \vec{F}_{\text{внеш}}$$

$$m = m_0 \cdot e^{-u/c} - \text{уп. уравнение (} F_{\text{внеш}} = 0 \text{)}$$

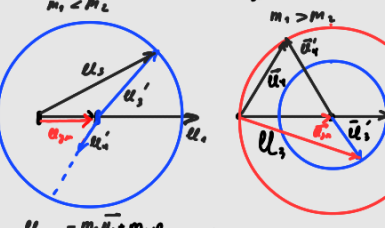
$$F_{\text{внеш}} = 0 \Rightarrow p = \text{const}$$

$$K_{\text{св}} = K'_{\text{центр}} + K_{\text{св}}$$

$$\Delta K = A_{\text{внеш}}$$

## Работа и энергия

$$K_0 = K_{\text{св}} + K_{\text{центр. св.}}$$

$$(1. \text{ у. м. : } 1) p = \text{const}, 2) \frac{M \dot{u}_{\text{центр}}^2}{2} = \frac{M \dot{u}_{\text{центр}}^2}{2}$$


$$u_{\text{св}} = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 u_1' = m_2 u_2'$$

$$u_1' = \frac{m_2}{m_1} u_2'$$

$$\frac{M \dot{u}_{\text{центр}}^2}{2} = E + \frac{M \dot{u}_{\text{центр}}^2}{2}$$

## Момент импульса. Повертенье

$$\vec{L} = m[\vec{r}, \vec{u}]$$

$$\vec{L} = \vec{M}_{\text{центр}}$$

$$\text{ЗСМУ } M_x = 0 \Rightarrow L_x = \text{const}$$

$$F = G \frac{mM}{r^2}; \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\Pi = -G \frac{mM}{r}$$

$$K = -\frac{\Pi}{2} \Rightarrow E = -K - \text{кредит}$$

$$\vec{E} = -G \frac{mM}{2a}, \quad a = \frac{r_a + r_b}{2}$$

## Вращение твердого тела

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$$I = \frac{m l^2}{3} - \text{стержень за конец}$$

$$I = m R^2 - \text{кольцо, центр}$$

$$I = \frac{m R^2}{2} - \text{диск, центр}$$

$$I = \frac{m R^2}{2} - \text{диск, ось}$$

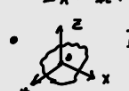
$$I = \frac{2}{3} m R^2 - \text{сфера}$$

$$I = \frac{1}{12} m l^2 - \text{стержень за центр}$$

$$I = m \left( \frac{a^2}{12} + \frac{b^2}{12} \right) - \text{прямоугольник, центр}$$

$$I = \frac{2}{5} m R^2 - \text{шар}$$

$$I_A = I_c + m R^2$$

$$I_x + I_y + I_z = 2 I_0$$


## Плоское движение твердого тела

$$K = K_{\text{центр}} + \frac{m \dot{u}_{\text{центр}}^2}{2}$$

$$\text{Уплотнение движения} = \text{полное движение точки вокруг некоторой точки (МЦО)}. R_{\text{м}} = \left| \frac{d\vec{u}_{\text{центр}}}{dt} \right|$$

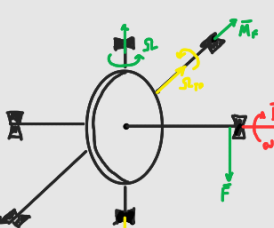
$$\vec{u}_{\text{центр}} = \vec{u}_{\text{центр}}$$

$$\vec{u}_{\text{центр}} - \vec{u}_{\text{центр}} = \frac{|\vec{u}_{\text{центр}} - \vec{u}_{\text{центр}}|^2}{\Delta t}$$

## Тирокон

$$\vec{L} = \vec{M}$$

$$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{M dt}{L}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_{\text{т}} \Rightarrow \vec{M} = [\vec{r}_{\text{т}}, \vec{L}]$$


Тирокон будет вращаться вокруг верн. осн, а точка приложения F будет двигаться по дуге.

## Кинематические эффекты СТО

$$S_{11} = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - \dots - \text{инвариант интервал 2-го уровня}$$

$$S_{12} = S_{21}$$

$$(\gamma) \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$t' = \frac{t}{\gamma} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = (x' + \beta c t') \gamma \\ y = y' \\ z = z' \\ t = (t' + \frac{\beta}{c} x') \gamma \end{array} \right. \text{Лоренц}$$

$$l = \frac{l_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{\gamma}$$

$$\text{Эффект Доплера (Продвинутый)}$$

$$T_0 - \text{время в К системе, через которое принимающий получает 200 сигналов}$$

$$T_0 = T \pm \frac{u T_0}{c} = \frac{T}{1 \pm \beta}$$

$$T' = T \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}}, \quad T - \text{период излуч.}$$

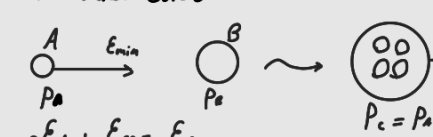
$$T' - \text{период разности сигналов}$$

$$\text{Эффект Доплера (Поправки)}$$

$$T = T_0 \frac{1 - \beta \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\frac{u_{\text{св}}}{c} = \beta, \quad \frac{u}{c} = \beta, \quad \frac{u'}{c} = \beta' \Rightarrow \beta = \frac{\beta' \pm \beta}{1 \pm \beta' \beta}$$

## Динамика СТО



$$\vec{E}_A + \vec{E}_{\text{св}} = \vec{E}_C$$

$$\vec{E}_A^2 + 2 \vec{E}_A \vec{E}_{\text{св}} + \vec{E}_{\text{св}}^2 = p^2 c^2 + \vec{E}_{\text{св}}^2$$

$$\vec{E}_A^2 = p^2 c^2 + \vec{E}_{\text{св}}^2$$

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{E}_{\text{св}}^2 - \vec{E}_{\text{св}}^2 - \vec{E}_{\text{св}}^2}{2 \vec{E}_{\text{св}}}$$

$$(\gamma) \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \gamma = p c$$

## Колебания

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{Физ. максимум: } \omega^2 = \frac{m g x_{\text{св}}}{I_0}$$

$$\text{Затухающие}$$

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (\gamma) F = -Bx, \quad \gamma = \beta/m$$

$$\gamma < \omega_0 - \text{свободные колебания } \gamma \geq \omega_0 - \text{норм. колебания}$$

$$\text{Вынужденные}$$

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = F \cos \omega t$$

$$A(\omega) = \frac{F_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}^{1/2}$$

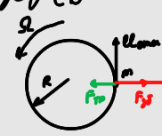
$$\omega_{\text{нак}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

$$x_{\text{нак}} = \frac{F_0}{2\gamma\omega_0}$$

$$\text{Добротность}$$

$$Q = \frac{x_{\text{нак}}}{x_0} = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{\pi}{d}, \quad d = \frac{1}{N} \ln \frac{x_0}{x_N}$$

## ХУСО



$$a_{\text{св}} = \frac{\dot{u}_{\text{центр}}}{R} + 2\Omega \dot{u}_{\text{центр}} + \Omega^2 R$$

$$F = m a_{\text{св}}$$

$$m a_{\text{св}} = F - 2m \dot{u}_{\text{центр}} \Omega - m \Omega^2 R$$

$$- \text{закон движения в ХУСО при повороте}$$

## Теория упругости

$$F = \delta S = E \frac{\Delta l}{l} S$$

$$U = \frac{F \Delta l}{2}, \quad \frac{U}{l} = U = \frac{E \epsilon^2}{2}$$

$$\frac{\Delta q}{q} = -M \frac{\Delta l}{l} = -M \frac{\delta}{E}, \quad M - \text{коэф. Пуассона}, \quad \delta - \text{попер. разн.}$$

$$u_{\text{св}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$\text{Векторное разложение:}$$

$$\epsilon_x = \frac{\delta x}{E} - \frac{M}{E} (\delta y + \delta z) \quad \epsilon_z = \frac{\delta z}{E} - \frac{M}{E} (\delta x + \delta y)$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta y}{E} - \frac{M}{E} (\delta x + \delta z)$$

$$\text{Векторное уравнение:}$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \frac{\delta}{E} (1 - 2M)$$

$$\frac{\Delta u}{u} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{\delta}{K}, \quad \text{где}$$

$$K - \text{коэф. вектор. сжатия}$$

## Гидродинамика

$$p \parallel S = \text{const}$$

$$\frac{u^2}{2} + g h + \frac{p}{\rho} = \text{const} \quad (\text{Уравнение Бернулли})$$

$$u = \sqrt{2gh} - \text{Потенциал}$$

$$F_{\text{вн}} = \eta S \frac{du}{dy} \quad \text{Формула скорости}$$

$$\Delta P S_L = -\eta S \frac{du}{dy}$$

$$(\gamma) \Delta P \cdot \vec{r} = -\eta \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \frac{du}{dr}$$

$$u(r) = \frac{\Delta P}{4\eta l} (R^2 - r^2), \quad dQ = u(r) \cdot 2\pi r dr$$

$$Q = \frac{\Delta P}{8\eta l} \pi R^4$$

$$Re = \frac{K}{\lambda} = \frac{u \cdot \rho \cdot L_{\text{хар}}}{\eta}$$

$$Re \gg 1 \Rightarrow \text{Ламинарный}$$

$$Re \ll 1 \Rightarrow \text{Турбулентный}$$

