Referálás az alábbi cikkre: “Long-range Longitudinal Electric wave in Vacuum Radiated by Electric Dipole: Part I.”

Tari Balázs

Szeged

2023.

Tartalomjegyzék

1. Kivonat

A. Zhakatayev és L. Tlebaldiyeva a cikkükben (Zhakatayev & Tlebaldiyeva, 2020) arról írnak, hogy lehet egy elektromos dipólus segítségével kelteni többek között nemcsak a távoli zónában terjedő transzverzális elektromágneses sugárzást, hanem ezzel egyidőben a longitudinális megfelelőjét. A cikk feldolgozása során több alapvető hibát véltem felfedezni. Jelen cikkben ezen hibákat igyeksem orvosolni.

Kulcsszavak: elektrodinamika, dipólus antenna

2. Sugárzó rendszerek, multipólus sugárzás

Az elektromágneses sugárzás mibenléte függ az őt létrehozó töltések, vagy áramok rendszerétől. Bonyolult rendszer esetén a közvetlen meghatározása nehézkes, olykor nem lehetséges. Mivel a Maxwell egyenletek lineárisak, az elektromos és mágneses mező lineárisan függ a forrásuk eloszlásától. Ez a linearitás felajánlja nekünk azt a lehetőséget, hogy a sugárzást (pontosabban a forrás struktúráját) felbontsuk egyre növekvő komplexitású momentumok összegére (felhasználva a szuperpozíció elvét). Mivel az elektromágneses tér erősebben függ az alacsonyabb rendű momentumoktól, mint a magasabb rendűektől, az elektromágneses tér a forrásának részletes ismerete nélkül is közelíthető. Tegyük fel, hogy a megfelelő $\vec{J}$ áramok lokalizáltak, azaz egy véges térfogaton kívül eltűnnek. Vegyük fel az origót eme eme tartományon belül.

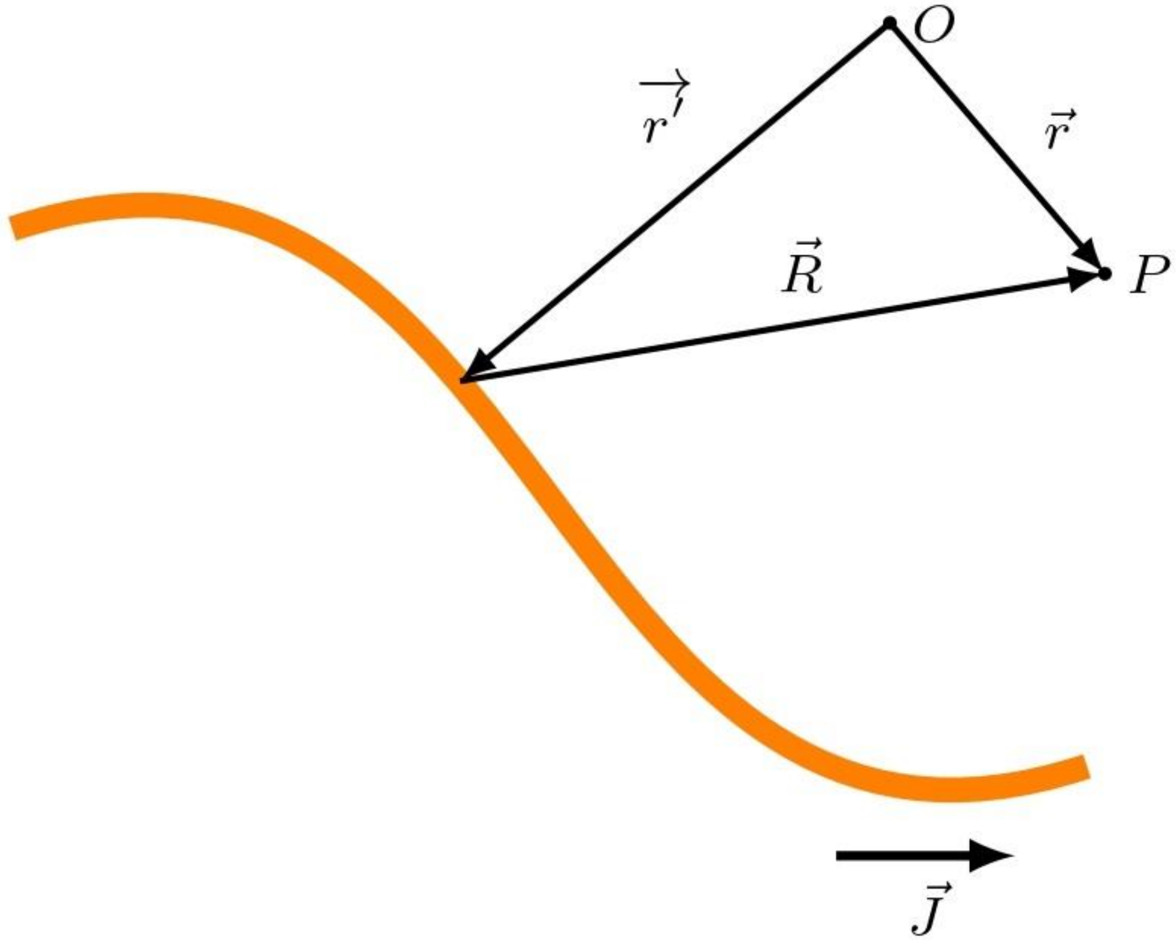

Figure 1

A klasszikus elektrodinamika nyomán már ismerjük az $\vec{A}$ vektor potenciál alakját:

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\cdot\pi}\int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}\,',t')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV' \qquad 1.)$$

A t' retardált időkoordinátát pedig az alábbi módon lehet kifejezni:

$$t' = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}{c} \qquad 2.)$$

Egy olyan rendszerben, ahol a töltéssűrűség és az áramsűrűség időben változik, gyakran szokták alkalmazni azt a módszert, hogy különválasztják az időfüggő és a térfüggő részt. Periodikus időfüggést feltételezve:

$$\rho(\vec{r},t) = \rho(\vec{r})\cdot e^{-i\omega t} \qquad 3.)$$

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \vec{J}(\vec{r})\cdot e^{-i\omega t} \qquad 4.)$$

Tegyük fel, hogy a potenciáloknak és a mezőknek is hasonló az időfüggése. Több szempontot figyelembe véve és némi levezetés után a vektor potenciál térfüggő része az alábbi alakra módusul:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\cdot\pi}\int_V \vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\frac{e^{i\cdot k\cdot|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV' \qquad 5.)$$

, ahol $k = \omega/c$ a hullámszám, és a szinuszos időfüggést nem írtük le. A mágneses térerősséget a

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{A} \qquad 6.)$$

képlet adja meg, az elektromos térerősség pedig

$$\vec{E} = -\frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{dt}} \qquad 7.)$$

A multipólus sugárzás egy olyan elméleti eszköztár, ami nagyszerűen jellemzi az időfüggő forrásoktól származó az elektromágneses, vagy gravitációs sugárzást. A multipólus sugárzás vizsgálatánánál alkalmazott technikák némileg hasonlítanak amiket a sztatikus források vizsgálatára használnak. Azonban az elemzés részleteiben lényeges különbségek vannak, mivel az időfüggő mezők másként viselkednek, mint a sztatikusak. A multipólus momentumtól származó mező mind az origótól való távolságtól, mind egy kiértékelő pont koordináta rendszerhez viszonyított szögirányától is függ. A forrás méretétől, a sugárzás hullámhosszától és az origótól való távolságtól függően három zónát különböztetünk meg: közeli, középső és távoli zóna. A közeli zónában a forrástól való távolság jóval kisebb mint a hullámhossz ($\lambda \gg r$). Ekkor a mező kvázi statikusan viselkedik és $k\cdot r \ll 1$. A középső zónában a forrástól való távolság összemérhető a hullámhosszal ($\lambda \approx r$).

A középső zónáról nem beszélünk sokat, mivel nagyon összetett. A távoli zónában a forrástól való távolság jóval nagyobb mint a hullámhossz ($\lambda \ll r$). Ebben a tartományban az

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \approx r - \hat{n} \cdot \vec{r}' \qquad 8.)$$

Közelítéssel érünk célt, ahol $\hat{n}$ az $\vec{r}$ irányú egységvektor. Továbbá, ha pusztán a $k \cdot r$-ben vezető rendű tagra vagyunk kíváncsiak, úgy az 5.) kifejezés nevezőjében szereplő távolság r-el helyettesíthető. Ekkor a vektorpotenciál:

$$\lim_{k \cdot \mathrm{r} \to \infty} \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{i \cdot k \cdot \mathrm{r}}}{\mathrm{r}} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \cdot e^{-i \cdot k \cdot \hat{n} \cdot \vec{r}'} dV' \qquad 9.)$$

Ebből leolvasható, hogy a távoli zónában a vektorpotenciál szögfüggő együtthatóval leírható kimenő gömbhulámként viselkedik. Könnyen belátható, hogy a (6.) és (7.) összefüggésekből számított mezők a rádiuszvektorra merőlegesek (transzverzálisak), és a távolsággal 1/r szerint csengenek le, tehát sugárzási tereknek felelnek meg.

3. Középen táplált egyenes antenna

Bizonyos sugárzó rendszerekben az áram geometriája elegendően egyszerű ahhoz, hogy a vektorpotenciál 5.) integrálját az áram alakjának ismeretében viszonylag könnyen zárt alakra hozhassuk. Példaként tekintsünk egy d hosszúságú, vékony, egyenes antennát, melyet a közepén elhelyezkedő kicsiny résen keresztül gerjesztünk.

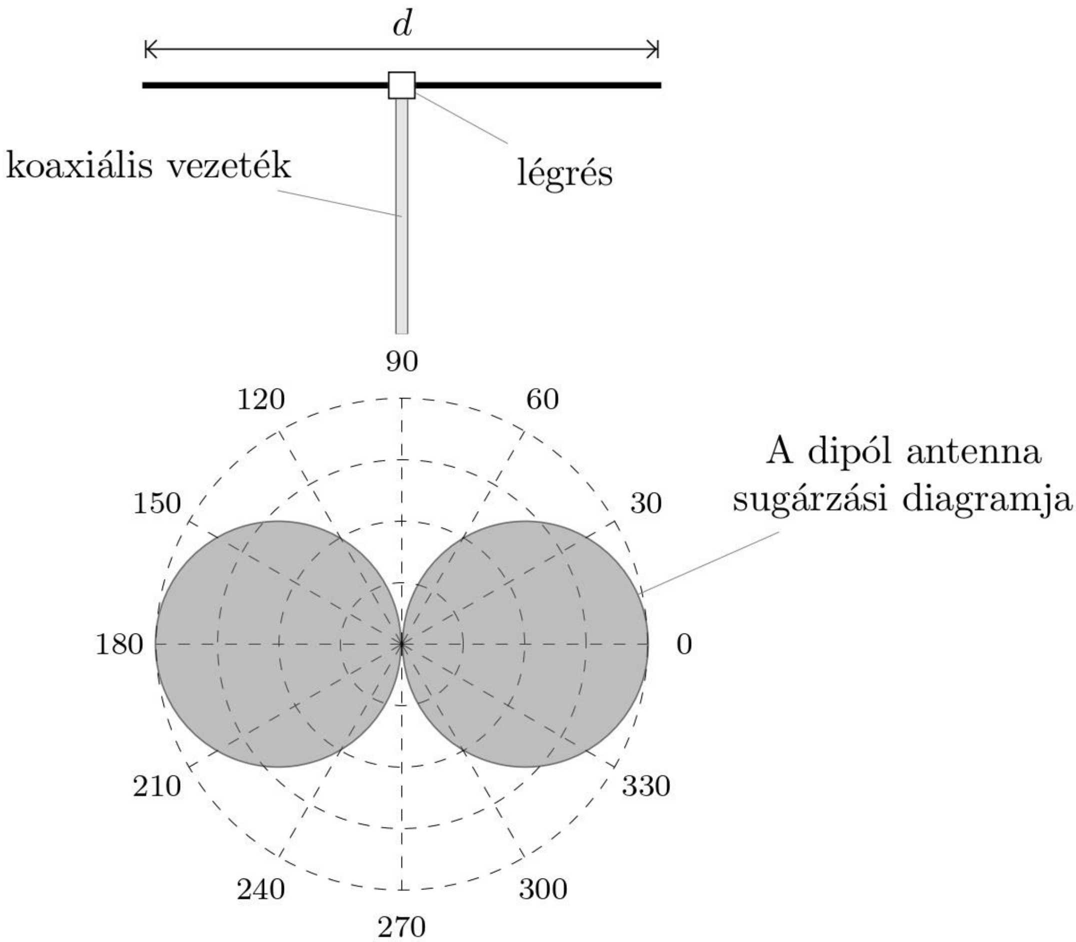

Figure 2

Álljon antennánk a z-tengely irányába, középpontja pedig helyezkedjen el az origóban, Amennyiben az antenna elegendően vékony, és a sugárzás kibőcsátásából fakadó csillapítás elanyagolható, úgy az antenna mentén folyó áram térben és időben egyaránt szinuszosnak vehető, hullámszáma $k = \omega/c$. Az áram az antenna két ágában szimmetrikus és a két végpontjában eltűnik. Így $|z| < (d/2)$-re az áramsűrűség

$$\vec{J}(\vec{r}) = I \cdot \sin\left(\frac{k \cdot d}{2} - k \cdot |z|\right) \cdot \delta(x) \cdot \delta(y) \cdot \hat{z} \tag{10.)}$$

alakú. A delta-függvények gondoskodnak arról, hogy az áram csakis a z-tengely mentén folyhasson. Ha $k \cdot d \geq \pi$, akkor az áram csúcsértéke I. Az áram erőssége a tápláló résben $I_0 = \mathrm{I} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot d}{2}\right)$. A 10.) áramsűrűség z-irányú vektorpotenciált eredményez, melynek hullámzónabeli alakja 9.) alapján:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \hat{z} \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{i \cdot k \cdot \mathrm{r}}}{\mathrm{r}} \int_{.d/2}^{d/2} \sin\left(\frac{k \cdot d}{2} - k \cdot |z|\right) \cdot e^{-i \cdot k \cdot z \cdot \cos\vartheta} dz \tag{11.)}$$

Exponenciális időfüggést feltételezve és retardált időkoordinátát felhasználva:

$$\begin{gathered} \vec{A}(\vec{r}, t) = \\ \hat{z} \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{i \cdot k \cdot \mathrm{r}}}{\mathrm{r}} \int_{.d/2}^{d/2} \sin\left(\frac{k \cdot d}{2} - k \cdot |z|\right) \cdot e^{-i \cdot k \cdot z \cdot \cos\vartheta} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t_r} dz = \\ \hat{z} \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{i \cdot \mathrm{r} \cdot \left(k + \frac{\omega}{c}\right) - i \cdot \omega \cdot t}}{\mathrm{r}} \int_{.d/2}^{d/2} \sin\left(\frac{k \cdot d}{2} - k \cdot |z|\right) \cdot e^{-i \cdot z \cdot \cos\vartheta \cdot \left(k + \frac{\omega}{c}\right)} dz \end{gathered} \tag{12.)}$$

Az integrálás elemi úton elvégezhető, eredménye:

$$\begin{gathered} \vec{A}(\vec{r}, t) = \\ \hat{z} \cdot \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{i \cdot \mathrm{r} \cdot \left(k + \frac{\omega}{c}\right) - i \cdot \omega \cdot t}}{\left(k + \frac{\omega}{c}\right) \cdot \mathrm{r}} \\ \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{\left(k + \frac{\omega}{c}\right) \cdot d}{2} \cdot \cos\vartheta\right) - \cos\left(\frac{\left(k + \frac{\omega}{c}\right) \cdot d}{2}\right)}{\sin^2\vartheta} \right] \end{gathered} \tag{13.)}$$

Térjünk át gömbi polárkoordináta rendszerbe és használjuk fel az alábbi azonosságot:

$$\hat{z} = \cos\vartheta \cdot \hat{r} - \sin\vartheta \cdot \hat{\vartheta} \tag{14.)}$$

A 6.) egyenlet szerint számoljuk ki a mágneses térerősséget. Látható, hogy csak a $\hat{\varphi}$ komponens fog megmaradni.

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot A_\vartheta) - \frac{\partial A_r}{\partial \vartheta}\right) \cdot \hat{\varphi} \tag{15.)}$$

Látható, hogy csak a $\hat{\varphi}$ komponens fog megmaradni. A 7.) egyenlet szerint számoljuk ki az elektromos térerősséget. Látható, hogy az $\hat{r}$ és $\hat{\vartheta}$ komponens fog megmaradni.

$$\vec{E} = -\hat{r} \frac{\mathrm{d}A_r}{\mathrm{dt}} - \hat{\vartheta} \cdot \frac{\mathrm{d}A_r}{\mathrm{dt}} \tag{16.)}$$

Távoli zóna közelítésben ($k \cdot r \gg 1$) az elektromos és mágneses térerősség az alábbi módon fog alakulni:

$$E_\vartheta = i \cdot \frac{Z_0 \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot e^{i \cdot \mathrm{r} \cdot \left(k + \frac{\omega}{c}\right) - i \cdot \omega \cdot t} \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{\left(k + \frac{\omega}{c}\right) \cdot d}{2} \cdot \cos\vartheta\right) - \cos\left(\frac{\left(k + \frac{\omega}{c}\right) \cdot d}{2}\right)}{\sin\vartheta} \right] \tag{17.)}$$

$$\mathrm{H}_\varphi = \frac{E_\vartheta}{Z_0} \tag{18.)}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{Z_0} \cdot \hat{n} \times \vec{E} \tag{19.)}$$

$$\vec{E} = Z_0 \cdot \vec{H} \times \hat{n} \tag{20.)}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \tag{21.)}$$

, ahol Z_0 a vákuum hullámimpedanciája.

4. Irodalomjegyzék

Zhakatayev, A., & Tlebaldiyeva, L. (2020). Long-Range Longitudinal Electric Wave in Vacuum Radiated by Electric Dipole: Part I. *Radio Science, 55*(5), 1-18.