



# Signaalverwerking

Bachelor in de Industriële Wetenschappen: elektronica-ICT  
2<sup>e</sup> jaar, 4<sup>e</sup> semester

**2Ba E**

Ba2.EL.05

**EmSD**  
Embedded System Design

*ir. J. Meel*  
april 2008

**Bachelor in de Industriële Wetenschappen: elektronica-ICT**  
**2<sup>e</sup> jaar, 4<sup>e</sup> semester**

**Signaalverwerking**

Ba2.EL.05

ir. J. Meel

**1. Doelstelling**

***De student kan zelfstandig een (analoog) signaalverwerkende schakeling op een systematische wijze analyseren en ontwerpen.***

**2. Competenties**

Bachelorcompetentie	Ba Comp-Matrix
kan de functionaliteit van een analoog signaalverwerkend systeem beschrijven a.d.h.v. schema, transferfunctie, pole-zero plot	KI3, AV2, IV1
kan het gedrag van een analoog signaalverwerkend systeem analyseren a.d.h.v. impulsresponsie, stapresponsie en frequentieresponsie	KI3, AV2, IV1
kan verbanden leggen tussen het functionele schema, de pole-zero plot en het gedrag (stapresponsie en frequentieresponsie) van een analoog signaalverwerkend systeem	KI3, AV2, OV1
kan een gepast schema selecteren voor de implementatie van een analoog filter	KI3, AV2
kan voor opgegeven specificaties een analoog filter (Butterworth, Cebyshev, Bessel) synthetiseren als een cascade van tweede orde trappen	KI3, AV2, IV1, IV3, SV3
kan het verschil tussen het gedrag van een gemodelleerde en een gerealiseerde schakeling vaststellen en verklaren	OV1
kan een analoog signaalverwerkend systeem m.b.v. een hedendaagse EDA-omgeving (Matlab/SPICE) ontwerpen, het gedrag beschrijven en analyseren: pole-zero karakterisatie, tijdsgedrag, frequentiegedrag, invloed van de eindige nauwkeurigheid van de componenten	KI3, AV2, IV1, IV2, IV3, SV1, SV3
kan zijn activiteiten plannen, rekening houdend met opgegeven deadlines	SV3
kan de informatie, ideeën, problemen en oplossingen communiceren met vakgenoten	AV3

### 3. Inhoud

De theoretische en praktische basis van analyse en synthese van analoge signaalverwerkende systemen wordt aangebracht. Na de formele studie volgens Fourier en Laplace, wordt een brede waaier praktische schakelingen geanalyseerd in het tijds- en frequentiedomein. Als inleiding tot synthese wordt het ontwerp bestudeerd van hogere orde filters (laagdoorlaat, hoogdoorlaat, banddoorlaat, bandsper) volgens Butterworth, Chebyshev en Bessel op basis van actieve filterschema's.

Beschrijving & Analyse & Ontwerp-vaardigheid	Transformatie	EDA
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ beschrijving van analoge signaal-verwerkende systemen (transferfunctie, pole-zero plot)</li><li>▪ analyse van analoge signaal-verwerkende systemen (impuls-responsie, stapresponsie en frequentieresponsie)</li><li>▪ synthese van analoge filters op basis van een cascade van actieve tweede orde trappen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Fourier</li><li>▪ Laplace</li></ul>	Matlab SPICE

1. Signalen
2. Fourier Analyse
  - a. Technieken
  - b. 1<sup>ste</sup> orde systemen
  - c. 2<sup>de</sup> orde systemen
3. Laplace Analyse
  - a. Technieken
  - b. 1<sup>ste</sup> orde systemen
  - c. 2<sup>de</sup> orde systemen – RLC ketens
  - d. 2<sup>de</sup> orde systemen – algemeen
4. Systematische Netwerkanalyse
5. Actieve Filters

#### 4. Evaluatiecriteria

kan het gedrag van een (nieuw) analoog signaalverwerkend systeem (op basis van een cascade van 1<sup>ste</sup> en 2<sup>de</sup> orde systemen) analyseren volgens de systematische netwerkanalyse:

- schema
- transferfunctie
- pole-zero plot
- frequentieresponsie
- impulsresponsie
- stapresponsie

en maakt hierbij gebruik van de algemene eigenschappen van een 1<sup>ste</sup> en 2<sup>de</sup> orde systeem

kan voor opgegeven specificaties een analoog filter (Butterworth, Cebyshev, Bessel) synthetiseren als een cascade van 1<sup>ste</sup> en 2<sup>de</sup> orde trappen, kan deze trappen karakteriseren ( $K - \omega_{-3dB} - \omega_n, Q$ ), kan een gepast schema (MFB, VCVS, Biquad) selecteren voor de implementatie ervan, kan coëfficiënt matching, frequency scaling en impedance scaling toepassen

kan verbanden leggen tussen het functionele schema, de pole-zero plot en het gedrag (stapresponsie en frequentieresponsie) van een analoog signaalverwerkend systeem

kan de oplossingen op een éénduidige en heldere wijze schriftelijk en mondelijk communiceren

## Foreword

This text is intended to serve as a companion to a basic course covering signals and systems theory. To accommodate students' interests, we have organized it by applications. We believe that learning signals and systems theory is best motivated by applications, and thus have elected to explore a variety of applications rather than focusing on a single domain. Each application is introduced at a level requiring minimal theoretical background and can be revisited later as more advanced topics are covered.

To facilitate experimentation with applications as early in the course as possible, we treat fundamental signals and systems representations as a language. By familiarizing students with these standard representations early, they can confidently use MATLAB to explore and discover implications of signals and systems concepts in real applications.

The use of MATLAB as a computational tool is intentional. It allows so many theoretical concepts to be easily implemented that it would almost be a crime not to use it in this field. MATLAB raises programming to a data-processing abstraction, thus minimizing the dependence on strong coding abilities to get results. We assume that while students have had some exposure to computers and programming, they will not have any familiarity with MATLAB. Hence, we begin with a tutorial covering the basic concepts, tools, and syntax needed for problem solving using MATLAB. The use of MATLAB does not, however, remove our emphasis on practicality. By including exercises on topics such as finite-precision effects and unmodeled nonlinear dynamics, we attempt to introduce beginning students to some of the many differences that exist between theory and practice, as well as some of tricks and pitfalls in bridging this gap.

The early labs focus primarily on processing audio signals, which are familiar to students and allow them to develop an intuitive feel for their results. This necessitates a basic hardware platform, namely a PC with audio capabilities. Any computing environment that can run MATLAB and support audio playback and recording is satisfactory. Some labs require extensive computing power, such as the image processing assignment; we recommend that a more powerful platform be used for these labs so as to eliminate long operation times.

We are planning to use some of the more advanced sections of laboratory assignments in an introductory DSP course. We cover applications from all of these different areas in the assignments in an attempt to stimulate the student's interest in the possibilities of a subject area as well as a foundation for further study. We hope that you will find them both interesting and challenging and worth the doing!

# Tutorial, Getting started 1

## 1. Starting MATLAB

```
>>
```

All commands will be entered after a prompt like this one.

## 2. Evaluating Complex Variables and Expressions

**Problem :** Express each of the following complex numbers in Cartesian form  $s=a+bi$ , where  $a=\text{Re}\{s\}$  and  $b=\text{Im}\{s\}$ .

ex.1 :  $j e^{j \pi/4}$

ex.2 :  $(1-j)^{10}$

```
>> j * exp(j * 11 * pi / 4)
ans =
-0.7071 - 0.7071i
>> pi = 3
pi =
3
>> pi
pi =
3
>> clear pi
>> pi
ans =
3.1416
```

You can use standard symbols for arithmetic operations

Other variables can be set  
in the same way :

```
>> z = 3 + 4 * j
z =
3.0000 + 4.0000i
>> z = (1 - j)^10
z =
0.0000 - 32.0000i
```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

2

Note that MATLAB has evaluated the expression and echoed the result to the screen, expressed in Cartesian form as the variable **ans**. Also, just like any programming language, **exp (x)** returns  $e^x$ . Other standard functions, including trigonometric functions, are available; type **help elfun** for a list. Additionally, **pi** is defined as a special variable having the value  $\pi$ , and **j** is defined as  $\sqrt{1}$ . Any special variable will act as defined until you change its value by assigning a new value to it.

## Tutorial, Getting started 2

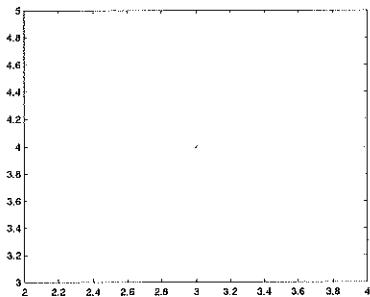
### 3. Plotting Complex-Valued Functions

```
>> z = 3 + 4 * j;
>> zr = real(z);
>> zi = imag(z);
```

MATLAB provides the **real** and **imag** functions to separate the real and imaginary parts of an imaginary number.

```
>> plot(zr,zi,'x')
>> plot(z,'x')
```

To plot a complex number, we can either plot the real parts vs. the imaginary parts or let MATLAB do it for us.



Multiple sets of parameters can be given to **plot**; each pair of arguments is taken as x and y data pairs.

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

3

**plot (x, y)** generates a plot where the values of the vector **x** indicate points along the horizontal axis corresponding to the values in the vector **y** that are to be plotted on the vertical axis. Vectors **x** and **y** must have the same number of elements.

Note that typing a semicolon at the end of the command line prevents MATLAB from echoing the result back to your screen. This will be important when you create large matrices and vectors. In the second example, the value of **z** was not printed as it was above.

The 'x' parameter to the plot function tells MATLAB to generate an x shape for each data point instead of a 'connected-dot' display. Since we only plotted one data point, this is extremely useful. In general you should always label axes on your plot and include a title. **help plot** shows you the other characters that can be used as well as the different colors that can be used on the plot.

If you wish to have several plots shown at once on different sets of axes, use **subplot**, see on-line help or open new figures by typing **figure** and creating a whole new plotting window.

## Tutorial, Vectors and Matrices 1

**Problem:** Consider the function  $y = 3x + 2$ . Plot  $y$  as a function of  $x$ . Suppose the range is 0 to 5, using every integer point.

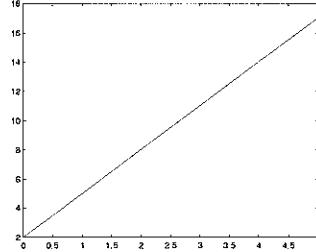
There are several ways to create this data set in MATLAB

```
>> x = [ 0 1 2 3 4 5 ];
>> x = 0 : 5
x =
0 1 2 3 4 5
>> y = 3 * x + 2
y =
2 5 8 11 14 17
>> plot(x,y)
```

This generates a row vector  $x$  containing 6 elements.

This generates the same using a range-generating statement.

Evaluate the function  $y$ , using  $x$  as defined above.



$y = 3 * x + 2$   
Thus  $3*x$  is treated as scalar multiplication of a vector and the 2 is implicitly treated as a vector of the same length as  $x$  comprising all 2s.

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

4

Matrices and vectors make up the heart of MATLAB computations. In this section, matrix and vector manipulations will be introduced. A vector is a one-dimensional list of values, an  $m \times 1$  or  $1 \times m$  matrix. Vectors hold single signals or lists of data. They can be assigned a name and treated as any other variable in MATLAB; however, operations performed on vectors are done element by element.

The colon operator in the second ex. acts like the word "to", in effect generating the function "0 to 5". A step size of 1 is the default. A different step size, positive, negative, real or integer, can be specified by placing the step value between the beginning and end of the range, as in  $z$  below:

$\gg z = 0 : 0.01 : 5;$

This statement generates 501 data points that are 0.01 apart, starting from 0 and ending at 5.

Since MATLAB is based on matrix operations, it is important to recall that you can only add or subtract matrices having the same dimensions, e.g., the addition of a  $3 \times 2$  matrix with a  $2 \times 3$  matrix is undefined. Matrix multiplication requires that the number of columns in the first matrix be the same as the number of rows in the second matrix. For example, multiplication of a  $2 \times 5$  matrix  $A$  with a  $5 \times 3$  matrix  $B$  results in a  $2 \times 3$  matrix  $C=AB$ , whereas the multiplication  $BA$  is undefined. However, the multiplication  $D=B'A$  is defined, where ' $\cdot$ ' denotes the transpose operation in MATLAB.

## Tutorial, Vectors and Matrices 2

### 1. Generating Complex Functions

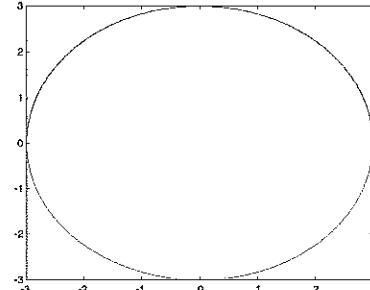
**Problem :** Let's generate values for the complex function  $f(t) = 3e^{j3t}$  for  $t$  ranging from 0 to 1 in 0.001 increments.

```
>> t=0:0.001:1;
>> f=3 * exp(j * 3 * pi * t);
>> plot(f)
```

The variable **f** now has the complex result of the function evaluation.

The first step is to create a time variable; note the use of the `:` operator with a non-integer step size.

Next, construct a vector containing values of this function for each time value in **t**.



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

5

The semicolon at the end of the first two statements is especially important, unless you really want to see and wait for all 1000 values to be echoed back on your screen.

It should be pointed out that transcendental functions (ex. **sin**, **cos**, **exp**) in MATLAB work on a point-by-point basis; in the second command, the function **exp** computes a vector where each element is the exponential of its corresponding element in

**j \* 3 \*pi \*t** (1001 total elements).

## Tutorial, Vectors and Matrices 3

### 3. Accessing Vectors and Matrices

```

>> f(25);
>> f(3 : 10);
>> f(1 : 2 : 50);
>> f(3 , 2);
>> f(1 : 3 , 4 : 8);
>> f(:, 5);
>> f(1 : 3 , 5);

```

25th element of vector **f**.

Elements 3 through 10, inclusive of vector **f**.

Odd-numbered elements between 1 and 50 of vector **f**.

Element in the third row and the second column of matrix **f**.

A matrix that is equivalent to a section of **f** containing the first through third rows, and the fourth through eighth columns.

All rows of the 5th column only of matrix **f**.

Rows 1 to 3 of the 5th column only of matrix **f**.

The index number can be another variable as well. This is useful for creating programming loops.

Loops generally are not desirable, since they take a very long time to run. Rewrite loop operations in terms of vector additions and multiplications.

```

>> x = 3.* (0 : 1 : 5) + 2;
>> y = zeros(size(x));
>> for k = 1 : length(x),
y(k) = x(k-10) + x(k);
end

```

```

>> x = 3.* (0 : 1 : 5) + 2;
>> x1 = [zeros(1,10) x];
>> x2 = [x zeros(1,10)];
>> y = x1 + x2;

```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

6

Elements in MATLAB vectors are identified by the vector name and an integer number or index. Only positive integer indices are used. Thus the first element in a row or column vector **f** is denoted by **f(1)**, the second element by **f(2)**, and so forth. To access specific elements in a vector, you need to use the name of the variable and the integer index numbers of the elements you wish to access. Range statements can be used for indices to access the indexed elements much in the same way that range statements are used to define vectors comprising values in a specified range.

If **a :** is used by itself, it refers to the entire range of that index.

The index number can be another variable as well. This is useful for creating programming loops that execute the same operations on the elements of a matrix.

At the left-hand side ex. we want to generate an output vector where each element is the sum of the current element and the element from 10 back in an input vector. The task to be repeated is the sum of two elements; we need to repeat this for each element in the vector past 10. The elements of the vector **x** define the input ramp function to be integrated, **y** will hold the result, and **k** is the loop index.

When a loop structure is entered in MATLAB, the body of the loop does not have a prompt *Note that the loop will not be executed until the end command is entered and followed by a carriage return.* You will wait forever for the loop results if you leave off **end**.

As you can see, the variable **k** is set to range from 11 to the length of **x**; this allows **k** to index all elements in **x**. **k** is set to increment by integers.

Note that using vector addition in MATLAB is significantly more efficient than using **for loops**.

## Example: Functions of Vectors 1

Question 1 : Add the functions  $p=3\sin(x^2) + 2\cos(y^3)$  and  $q=3\cos(xy) + 2y^2$  for  $x$  in the range 0 to 5.  
 $y=0.05x + 2.01$  in all cases. Use increments of 0.01. Plot all three functions.

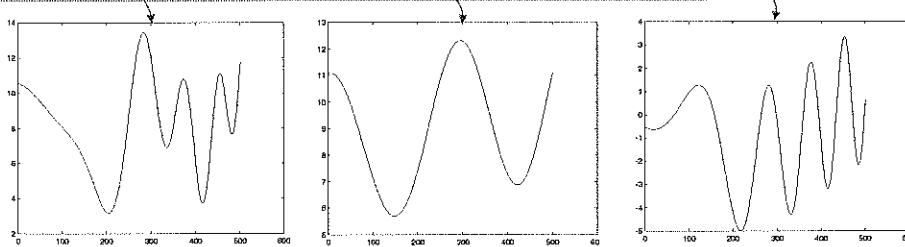
```

Func_vect_1.m
x = 0 : 0.01 : 5; %range 0 to 5 using increments of 0.01
y = .05*x + 2.01;
p = 3*sin(x.^2) + 2*cos(y.^3); %.^ is the multiplication of the corresponding
q = 3*cos(x.*y) + 2*y.^2; % elements in the first and second vector
z = p + q;
figure(1)
plot(p);
figure(2)
plot(q);
figure(3)
plot(z);

```

The easiest way to do this, is to make two vectors containing the individual functions and a third vector containing the sum.

>> Func\_vect\_1



03/02/2009      lic. ing. Van Landeghem D.      7

### Storing Results and M-Files :

Usually you want to save the results that you have generated during a MATLAB session, including data vectors created and commands used to process them.

This can be accomplished by :

1. Using the **diary** command to save a record of all commands typed.

Enter **help diary** to learn how to use this command.

2. Using M-files that you have created using a text editor; such files have a **m** extension and contain a list of MATLAB commands to be executed when you type the root filename in the command window. You can also execute the script by clicking the run button in the MATLAB editor window.

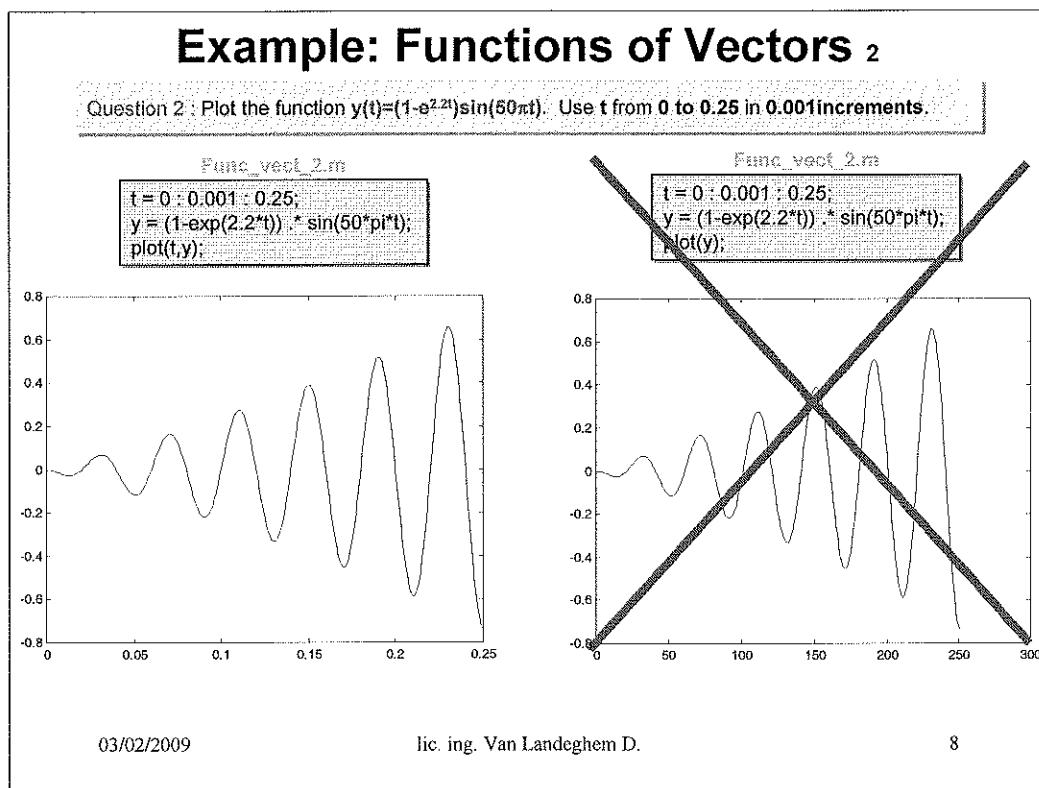
3. Saving the contents in variables for the next session using the **save** command.

It is recommended that you become familiar with M-files. They are extremely useful and will save you much time and effort. There are two types of M-files: scripts, which are essentially a series of commands typed into a file instead of typed at a MATLAB prompt; and functions, which allow you to create new MATLAB functions.

To edit M-files, any text editor can be used-not word processors like MS Word.

Note that when a dot precedes an operator, as using **.\*** for multiplication, it implies that each element in the vector (matrix) results from applying that operator to corresponding elements in the first and second vectors (matrices). For example, dot multiplication of two  $m \times 1$  vectors results in an  $m \times 1$  vector where each element is the product of the corresponding elements in the first and second vectors.

Note that **.\*** is equivalent to the "dot-product", or inner product operation from linear algebra. This type of multiplication requires that the vectors (matrices) must be of the same size and is called point wise, rather than vector or matrix, multiplication.



Note that when a dot precedes an operator, as using `.*` for multiplication, it implies that each element in the vector (matrix) results from applying that operator to corresponding elements in the first and second vectors (matrices). For example, dot multiplication of two  $m \times 1$  vectors results in an  $m \times 1$  vector where each element is the product of the corresponding elements in the first and second vectors.

Note that `.*` is equivalent to the "dot-product", or inner product operation from linear algebra. This type of multiplication requires that the vectors (matrices) must be of the same size and is called point wise, rather than vector or matrix, multiplication.

**Example: Functions of Vectors 3**

Question 3: A polynomial function has roots at  $-2, 2, -2+3j, -2-3j$ .  
 Determine the polynomial,  
 plot the four roots in the complex plane and  
 plot the polynomial function for the range  $x \in (-5, 5)$  in steps of 0.01.

```

Func_vect_3.m
x = -5 : 0.01 : 5;
r = [-2 2 -2+3j -2-3j];
y = poly(r) % y= 1x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 16x - 52
figure(1)
plot(r,'*') % use '*' to locate the root points
axis([-3 3 -4 4]) % control axis scaling
figure(2)
plot(x,polyval(y,x)) % use polyval to calculate y in
% function of each x value
  
```

USE ONLINE HELP !!!

03/02/2009 lic. ing. Van Landeghem D. 9

You can look up the functions **poly**, **roots** and **polyval**. Just type help followed by the function name at the command line of MATLAB.

For ex.

>> help poly

POLY Convert roots to polynomial.

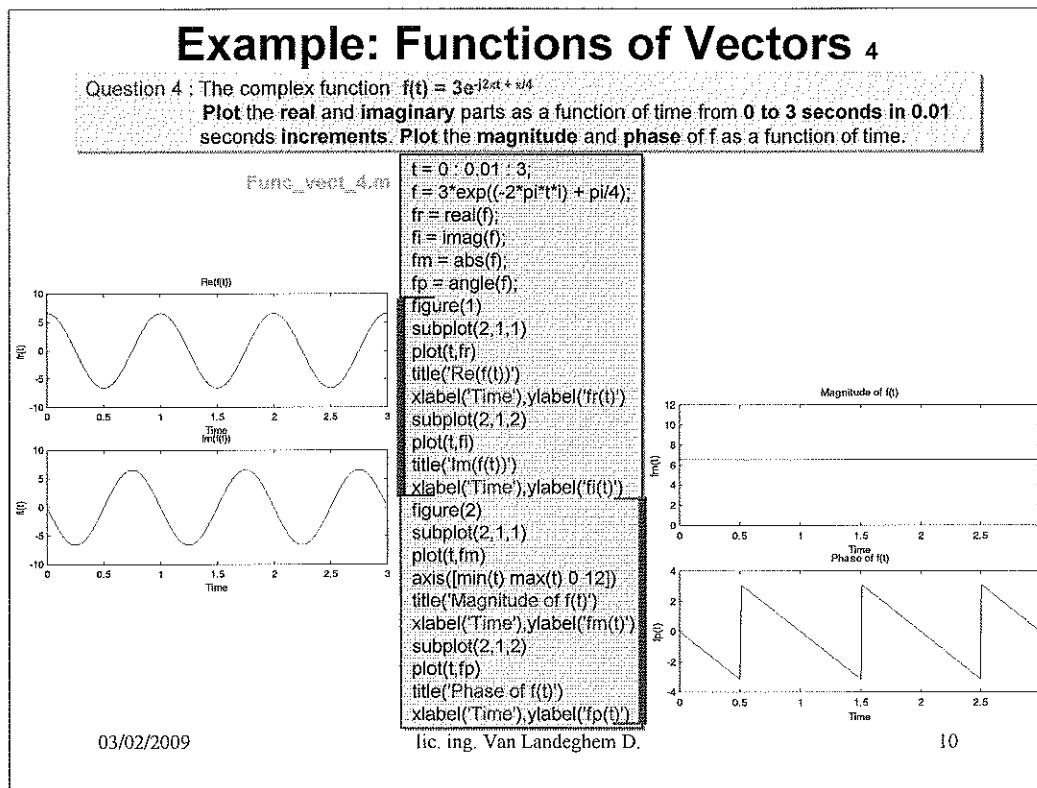
POLY(A), when A is an N by N matrix, is a row vector with  $N+1$  elements which are the coefficients of the characteristic polynomial,  $\text{DET}(\lambda\text{EYE}(N) - A)$ .

POLY(V), when V is a vector, is a vector whose elements are the coefficients of the polynomial whose roots are the elements of V. For vectors, ROOTS and POLY are inverse functions of each other, up to ordering, scaling, and round off error.

ROOTS(POLY(1:20)) generates Wilkinson's famous example.

See also ROOTS, CONV, RESIDUE, POLYVAL.

**AXIS** Control axis scaling and appearance. AXIS([XMIN XMAX YMIN YMAX]) sets scaling for the x- and y-axes on the current plot.



You may wish to look up the functions **subplot**, **title** and **plot** to see how to generate more than one plot in the graphics window at the same time. You will also need **abs** and **angle**. These commands are very useful in signals and systems.

For ex.

**>> help subplot**

SUBPLOT Create axes in tiled positions.

**H = SUBPLOT(m,n,p)**, or **SUBPLOT(m,n,p)**, breaks the Figure window into an m-by-n matrix of small axes, selects the p-th axes for the current plot, and returns the axis handle. The axes are counted along the top row of the Figure window, then the second row, etc. For example,

**SUBPLOT(2,1,1), PLOT(income)**

**SUBPLOT(2,1,2), PLOT(outgo)**

plots income on the top half of the window and outgo on the bottom half.

**SUBPLOT(m,n,p)**, if the axis already exists, makes it current.

**SUBPLOT(H)**, where H is an axis handle, is another way of making an axis current for subsequent plotting commands.

**SUBPLOT('position',[left bottom width height])** creates an axis at the specified position in normalized coordinates (in the range from 0.0 to 1.0).

If a **SUBPLOT** specification causes a new axis to overlap an existing axis, the existing axis is deleted.

For example, the statement **SUBPLOT(1,2,1)** deletes all existing axes overlapping the left side of the Figure window and creates a new axis on that side.

**SUBPLOT(111)** is an exception to the rules above, and is not identical in behavior to **SUBPLOT(1,1,1)**.

For reasons of backwards compatibility, it is a special case of subplot which does not immediately create an axes, but instead sets up the figure so that the next graphics command executes CLF

RESET in the figure (deleting all children of the figure), and creates a new axes in the default position.

This syntax does not return a handle, so it is an error to specify a return argument. The delayed CLF

RESET is accomplished by setting the figure's Next Plot to 'replace'.

## Example: Creation of a Function in MATLAB 1

**Problem :** Let's make a function that takes two variables as arguments, adds 1 to the first, multiplies the second by two and returns the product of the two variables.

This function is called **blackbox**, the file is called **blackbox.m**.

**blackbox.m**

```
function [output] = blackbox(a,b)
%blackbox(a,b)
%Adds 1 to argument a and multiplies b by 2
%Returns the product of a and b in the output.
%
%If the two variables are not of the same size,
%the larger variable is stripped to be the same
%size as the smaller.

%Determine the lengths of each vector
la = length(a) ; lb = length(b);

a = a + 1 ; b = b * 2;

%Compare the lengths: if a is shorter than b,
%truncate b, otherwise truncate a.
if la < lb
    output = a .* b(1:la);
else
    output = a(1:lb) .* b;
end
```

>> help blackbox

blackbox(a,b)

Adds 1 to argument a and multiplies b by 2  
Returns the product of a and b in the output.

If the two variables are not of the same size,  
the larger variable is stripped to be the same  
size as the smaller.

>> x = 1 : 5

x =

1 2 3 4 5

>> y = 1 : 3

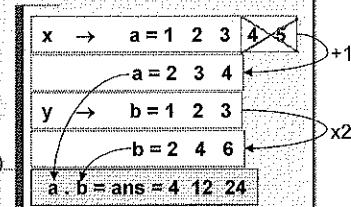
y =

1 2 3

>> blackbox(x,y)

ans =

4 12 24



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

11

A function in MATLAB is a special kind of M-file. The first line in the file defines the function, both giving it a name and indicating what values are to be passed as arguments to the function and those that are to be generated by the function, much like a subroutine in other programming languages.

Once you have created a function you can use it just as would use a MATLAB-supplied function.

A useful feature of function files is that the lines that follow the function definition and begin with a comment symbol (%) are printed when help is requested for your function (**help your function** prints these lines).

The elements in this file that are required in order for MATLAB to recognize it as a valid function are:

- (1) the filename and the function name must be the same,
- (2) the vector **[output]** is the function output,
- (3) and, finally, the M-file must start with the word **function** to indicate to MATLAB that it is a function that may require inputs.

**LENGTH** Length of vector. LENGTH(X) returns the length of vector X. It is equivalent to MAX(SIZE(X)) for non-empty arrays and 0 for empty ones.

**IF** IF statement condition. The general form of the IF statement is

```
IF expression
statements
ELSEIF expression
statements
ELSE
statements
END
```

The statements are executed if the real part of the expression has all non-zero elements. The ELSE and ELSEIF parts are optional. Zero or more ELSEIF parts can be used as well as nested IF's. The expression is usually of the form expr rop expr where rop is ==, <, >, <=, >=, or ~=.

## Example: Creation of a Function in MATLAB 2

Question 5: Generate a file that calculates a sine wave with parameters 5Hz for 3 seconds using 0.001 second increments and plots the sine wave versus time with all axes labeled. Display the length of the time sample and the length of the sine wave calculated.

### Sine\_wave.m

```
function [output,t] = sine_wave(freq,time_win,time_incr)
% sine_wave
% Calculates the waveform of a sine that is function of:
% freq ..... frequency in Hz
% time_win .... time window in seconds
% time_incr .... time increments in seconds
%
% Calculate the waveform
t=(0:time_incr:time_win);
output = sin(2*pi*freq*t);
%
% Plot waveform
plot(t,output)
title('Sine wave')
xlabel('Time'), ylabel('sine(t)')
%
% Show length of X_axis and Y_axis
disp(['Length time vector : ',num2str(length(t))])
disp(['Length sine vector : ',num2str(length(output))])
```

```
>> sinus=3 * sine_wave(2, 3 ,0.001);
Length time vector : 3001
Length sine vector : 3001
>> plot(sinus)
>> [sinus,ume_axis]=sine_wave(2, 3 ,0.001);
Length time vector : 3001
Length sine vector : 3001
>> plot(time_axis,sinus)
>>
```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

The elements in this file that are required in order for MATLAB to recognize it as a valid function are:

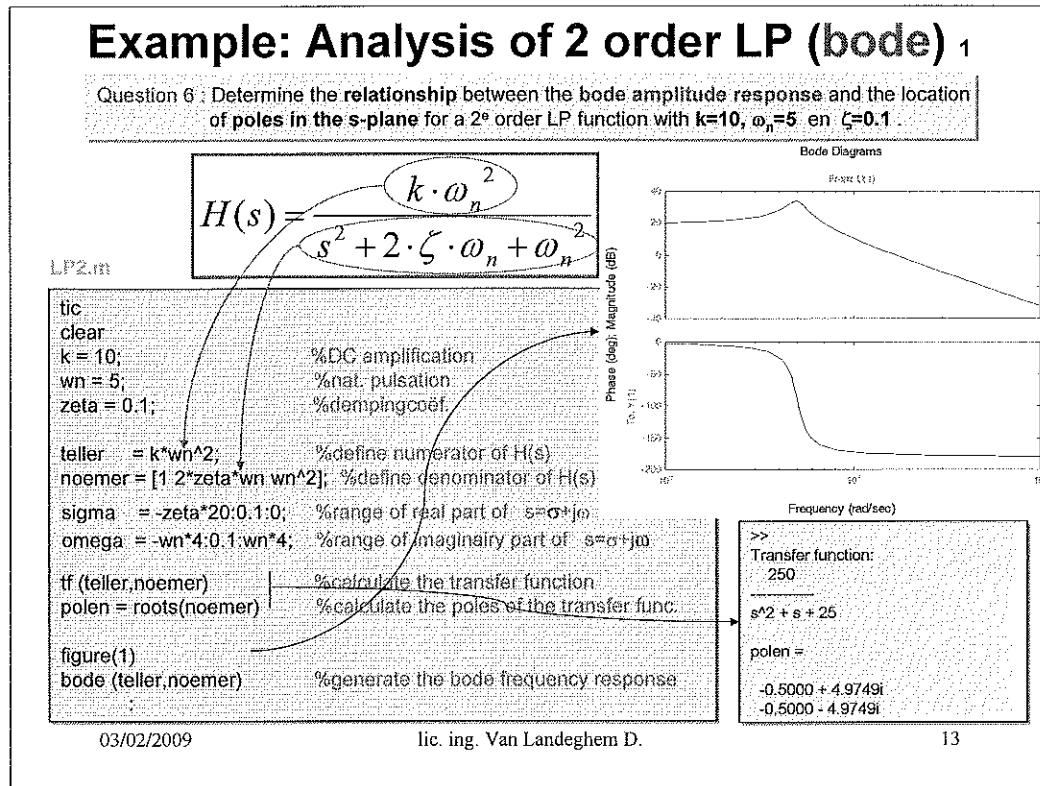
- (1) the filename and the function name must be the same,
- (2) the vectors **[output,t ]** are the function output, (you can use them both or at least the single vector "output")
- (3) and, finally, the M-file must start with the word **function** to indicate to MATLAB that it is a function that may require inputs.

**DISP** Display array. DISP(X) displays the array, without printing the array name. In all other ways it's the same as leaving the semicolon off an expression except that empty arrays don't display. If X is a string, the text is displayed.

**NUM2STR** Convert number to string. T = NUM2STR(X) converts the matrix X into a string representation T with about 4 digits and an exponent if required. This is useful for labeling plots with the TITLE, XLABEL, YLABEL, and TEXT commands. T = NUM2STR(X,N) converts the matrix X into a string representation with a maximum N digits of precision. The default number of digits is based on the magnitude of the elements of X. T = NUM2STR(X,FORMAT) uses the format string FORMAT (see SPRINTF for details).

Example: num2str(randn(2,2),3) produces the string matrix

```
'-0.433  0.125'
 '-1.67  0.288'
```



**TIC** Start a stopwatch timer. The sequence of commands **TIC**, **operation**, **TOC** prints the number of seconds required for the operation.

**CLEAR**, Clear variables and functions from memory. CLEAR removes all variables from the workspace.

CLEAR VARIABLES does the same thing. CLEAR VAR1 VAR2 ... clears the variables specified. The wildcard character '\*' can be used to clear variables that match a pattern. For instance, CLEAR X\* clears all the variables in the current workspace that start with X.

**TF** Is used for the creation of transfer functions or conversion to transfer function.

Creation: SYS = TF(NUM,DEN) creates a continuous-time transfer function SYS with numerator(s) NUM and denominator(s) DEN. The output SYS is a TF object.

**ROOTS** Find polynomial roots. ROOTS(C) computes the roots of the polynomial whose coefficients are the elements of the vector C. If C has N+1 components, the polynomial is C(1)\*X^N + ... + C(N)\*X + C(N+1).

**BODE** Bode frequency response of LTI (linear time-invariant) models. BODE(SYS) draws the Bode plot of the LTI model SYS (created with either **TF**, **ZPK**, **SS**, or **FRD**). The frequency range and number of points are chosen automatically.

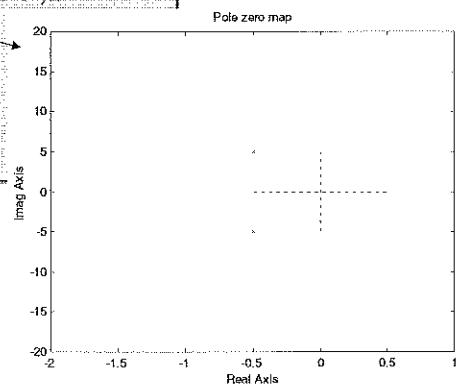
## Example: Analysis of 2 order LP (s-plane) 2

Question 6: Determine the relationship between the **bode amplitude response** and the location of poles in the s-plane for a 2<sup>o</sup> order LP function with  $k=10$ ,  $\omega_n=5$  en  $\zeta=0.1$ .

$$s = \sigma + j\omega$$

LP2.m

```
sigma = -zeta*20:0.1:0; %range of real part of s=sigma+jomega
omega = -wn*4:0.1:wn*4; %range of imaginary part of s=sigma+jomega
figure(2)
pzmap(teller,noemer) %plot pole-zero map
axis([min(sigma) max(sigma)+1 min(omega) max(omega)])
```



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

14

**PZMAP** Pole-zero map of LTI models. PZMAP(SYS) computes the poles and (transmission) zeros of the LTI model SYS and plots them in the complex plane. The poles are plotted as x's and the zeros are plotted as o's. When invoked with left-hand arguments, [P,Z] = PZMAP(SYS) returns the poles and zeros of the system in the column vectors P and Z. No plot is drawn on the screen.

**MIN** Smallest component. For vectors, MIN(X) is the smallest element in X. For matrices, MIN(X) is a row vector containing the minimum element from each column.

**MAX** Identical to MIN except that this function returns the largest component.

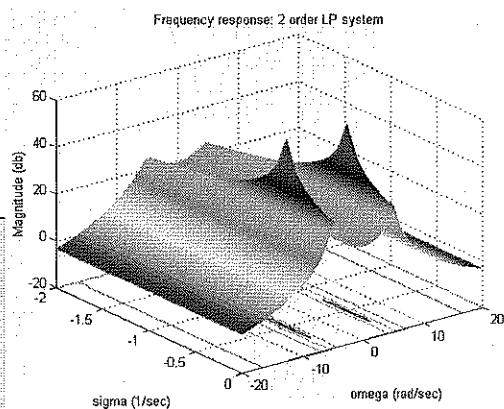
**AXIS** Control axis scaling and appearance. AXIS([XMIN XMAX YMIN YMAX]) sets scaling for the x- and y-axes on the current plot.

## Example: Analysis of 2 order LP 3

Question 6: Determine the relationship between the bode amplitude response and the location of poles in the s-plane for a 2<sup>o</sup> order LP function with k=10,  $\omega_n=5$  en  $\zeta=0.1$

```
L_P2.m
sigma = -zeta*20:0.1:0; %range of real part of s=σ+jω
omega = wn*4.0.1:wn*4; %range of imaginary part of s=σ+jω

figure(3), mag = zeros(length(omega),length(sigma));
for l = 1:length(omega);
    for k = 1:length(sigma);
        mag(l,k)=20*log10(abs(freqresp(teller,noemer,sigma(k)+j*omega(l))));%
    end
end
surf(sigma,omega,mag), shading interp, colormap (hsv), view(-37.5+90,30)
xlabel('sigma (1/sec)'), ylabel('omega (rad/sec)'), zlabel('Magnitude (db)')
title('Frequency response: 2 order LP system')
toc
```



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

15

**ZEROS** Zeros array. ZEROS(N) is an N-by-N matrix of zeros.

ZEROS(M,N) or ZEROS([M,N]) is an M-by-N matrix of zeros.

ZEROS(M,N,P,...) or ZEROS([M N P ...]) is an M-by-N-by-P-by-... array of zeros.

ZEROS(SIZE(A)) is the same size as A and all zeros.

**FREQRESP** Frequency response of LTI models. H = FREQRESP(SYS,W) computes the frequency response H of the LTI model SYS at the frequencies specified by the vector W. These frequencies should be real and in radians/second.

**FOR** Repeat statements a specific number of times. The general form of a FOR statement is:

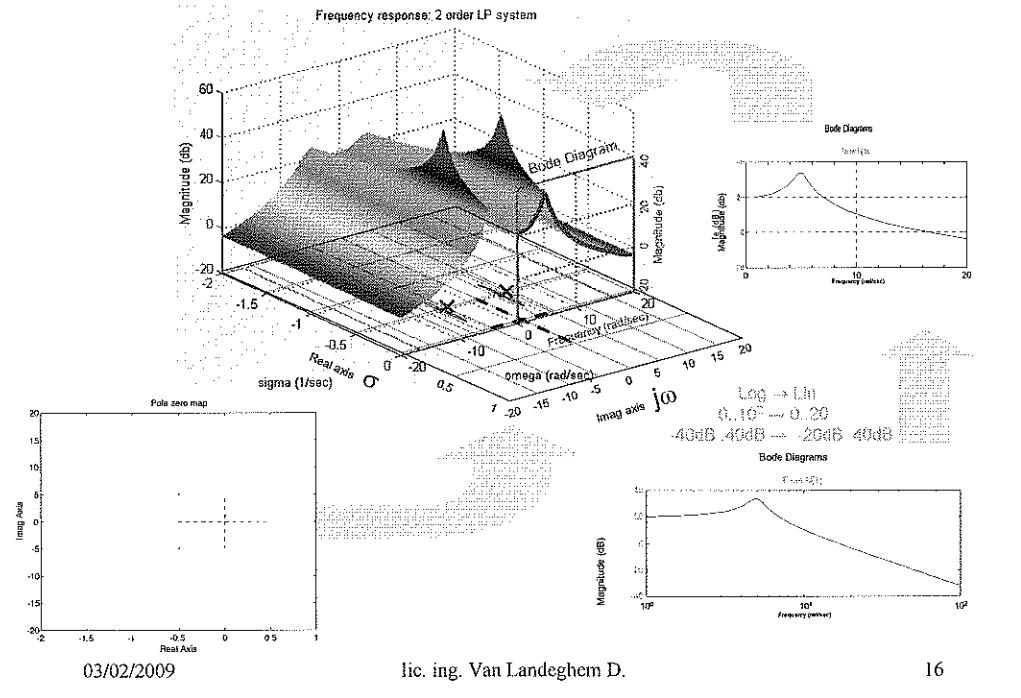
FOR variable = expr, statement, ..., statement END

Long loops are more memory efficient when the colon expression appears in the FOR statement since the index vector is never created. The BREAK statement can be used to terminate the loop prematurely.

**SURFC** Combination surf/contour plot. SURFC(...) is the same as SURF(...) except that a contour plot is drawn beneath the surface.

**SURF** 3-D colored surface. SURF(X,Y,Z,C) plots the colored parametric surface defined by four matrix arguments. The view point is specified by VIEW. The axis labels are determined by the range of X, Y and Z, or by the current setting of AXIS. The color scaling is determined by the range of C, or by the current setting of CAXIS. The scaled color values are used as indices into the current COLORMAP. The shading model is set by SHADING. SURF(X,Y,Z) uses C = Z, so color is proportional to surface height.

## Example: Analysis of 2 order LP relationship 4



**SHADING** Color shading mode. SHADING controls the color shading of SURFACE and PATCH objects. SURFACE and PATCH objects are created by the functions SURF, MESH, PCOLOR, FILL, and FILL3.

SHADING FLAT sets the shading of the current graph to flat.

SHADING INTERP sets the shading to interpolated.

SHADING FACETED sets the shading to faceted, which is the default.

Flat shading is piecewise constant; each mesh line segment or surface patch has a constant color determined by the color value at the end point of the segment or the corner of the patch which has the smallest index or indices.

Interpolated shading, which is also known as Gouraud shading, is piecewise bilinear; the color in each segment or patch varies linearly and interpolates the end or corner values.

Faceted shading is flat shading with superimposed black mesh lines. This is often the most effective and is the default.

**COLORMAP** Color look-up table. COLORMAP(MAP) sets the current figure's colormap to MAP. COLORMAP('default') sets the current figure's colormap to the root's default, whose setting is JET. MAP = COLORMAP retrieves the current colormap. The values are in the range from 0 to 1. A color map matrix may have any number of rows, but it must have exactly 3 columns. Each row is interpreted as a color, with the first element specifying the intensity of red light, the second green, and the third blue. Color intensity can be specified on the interval 0.0 to 1.0.

For example, [0 0 0] is black, [1 1 1] is white, [1 0 0] is pure red, [.5 .5 .5] is gray, and [127/255 1 212/255] is aquamarine.

**HSV** Hue-saturation-value color map. HSV(M) returns an M-by-3 matrix containing an HSV colormap. HSV, by itself, is the same length as the current colormap. An HSV colormap varies the hue component of the hue-saturation-value color model. The colors begin with red, pass through yellow, green, cyan, blue, magenta, and return to red. The map is particularly useful for displaying periodic functions.

For example, to reset the colormap of the current figure: colormap(hsv)

See also GRAY, HOT, COOL, BONE, COPPER, PINK, FLAG, PRISM, JET...

**TOC** Read the stopwatch timer. TOC, by itself, prints the elapsed time (in seconds) since TIC was used. t = TOC; saves the elapsed time in t, instead of printing it out.

## Example: Signal Sampling and Playback

Question 7: Generate a file that generates a discrete sine wave with parameters 440Hz and sample frequency 8000Hz . Store the sine wave in the file sine.wav and plot some periods of the sine wave versus time. Playback the sine wave using the soundblaster hardware and software respectively the soundblaster hardware and the Matlab function sound. Verify the implication of the parameters sample frequency and quantization bits.

generate\_sine.m

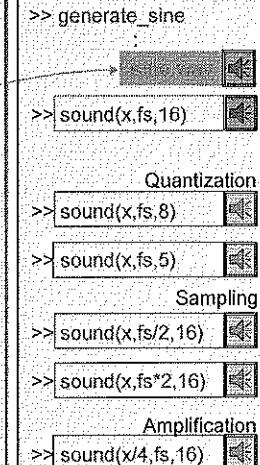
```
fs=8000; % Sample frequency
f=440; % freq. of sine wave
A=0.1; % amplitude of sine wave
n=10000; % number of samples
ts=1/fs; % sampling interval (sec)
t=(0:(n-1))*ts; % vector of sampling instants (10000)
x=A*sin(2*pi*f*t); % waveform equation

t1=(0:0.36)*ts; %vector of 36 sampling instants (2 per)
x1=A*sin(2*pi*f*t1); %waveform equation of 2 periods
plot(t1,x1,'r')
hold on
stalk(t1,x1,'b')

wavwrite(x,fs,'sine') %write raw vector x to the file sine.wav
```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.



17

**HOLD** Hold current graph. HOLD ON holds the current plot and all axis properties so that subsequent graphing commands add to the existing graph. HOLD OFF returns to the default mode whereby PLOT commands erase the previous plots and reset all axis properties before drawing new plots. HOLD, by itself, toggles the hold state. HOLD does not affect axis autoranging properties.

Algorithm note: HOLD ON sets the NextPlot property of the current figure and axes to "add". HOLD OFF sets the NextPlot property of the current axes to "replace".

**STEM** Discrete sequence or "stem" plot. STEM(Y) plots the data sequence Y as stems from the x axis terminated with circles for the data value. STEM(X,Y) plots the data sequence Y at the values specified in X. STEM(...,'filled') produces a stem plot with filled markers. STEM(...,'LINESPEC') uses the line type specified for the stems and markers. See PLOT for possibilities. H = STEM(...) returns a vector of line handles.

**STALK** Has the same functionality as STEM, except that there are no terminated circles for the data values.

Note : This function is not a member of the MATLAB function library.

**SOUND** Play vector as sound. SOUND(Y,FS) sends the signal in vector Y (with sample frequency FS) out to the speaker on platforms that support sound. Values in Y are assumed to be in the range  $-1.0 \leq y \leq 1.0$ . Values outside that range are clipped. Stereo sounds are played, on platforms that support it, when Y is an N-by-2 matrix. SOUND(Y) plays the sound at the default sample rate of 8192 Hz. SOUND(Y,FS,BITS) plays the sound using BITS bits/sample if possible. Most platforms support BITS=8 or 16.

**WAVWRITE** Write Microsoft WAVE ("\*.wav") sound file. WAVWRITE(Y,FS,NBITS,WAVEFILE) writes data Y to a Windows WAVE file specified by the file name WAVEFILE, with a sample rate of FS Hz and with NBITS number of bits. NBITS must be 8 or 16. Stereo data should be specified as a matrix with two columns. Amplitude values outside the range [-1,+1] are clipped. WAVWRITE(Y,FS,WAVEFILE) assumes NBITS=16 bits. WAVWRITE(Y,WAVEFILE) assumes NBITS=16 bits and FS=8000 Hz.

## Example: Signal Manipulation and Playback 1

Question 8: Read a speech.wav file that contains some speech information and put it through a LP filter.  
 Plot a few periods of the original data stream and compare them with the filtered data stream.  
 Playback the original data stream using the soundblaster hardware and the Matlab function sound and compare it with the filtered data.  
 Verify the implication in time domain of the filter parameters : order and natural frequency.



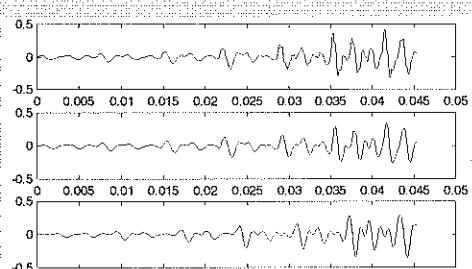
audio\_filter.m

```
[x,fs,Nbits]=wavread('speech.wav'); % read speech file and determine
% quantisation bits and sample freq.
[b1,a1] = butter(2,0.1); % Filter using Butterworth LP
y1 = filter(b1,a1,x); % with order 2 and fc = 1102.5

[b2,a2] = butter(20,0.1); % Filter using Butterworth LP
y2 = filter(b2,a2,x); % with order 20 and fc = 1102.5

ts=1/fs; % sampling interval (sec)
t=(0:1000)*ts; % vector part of 1000 sampling instants

subplot(3,1,1),plot(t,x(1:length(t)))
subplot(3,1,2),plot(t,y1(1:length(t)),r')
subplot(3,1,3),plot(t,y2(1:length(t)),g')
```



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

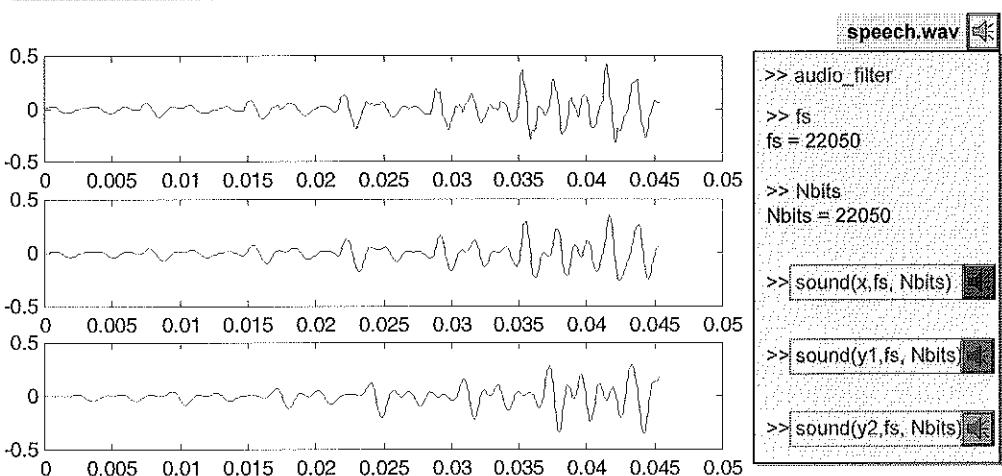
18

**WAVREAD** Read Microsoft WAVE ("\*.wav") sound file.  $Y = \text{WAVREAD}(\text{FILE})$  reads a WAVE file specified by the string FILE, returning the sampled data in Y. The ".wav" extension is appended if no extension is given. Amplitude values are in the range [-1,+1].  $[Y,FS,NBITS] = \text{WAVREAD}(\text{FILE})$  returns the sample rate (FS) in Hertz and the number of bits per sample (NBITS) used to encode the data in the file.  $[...] = \text{WAVREAD}(\text{FILE},N)$  returns only the first N samples from each channel in the file.  $[...] = \text{WAVREAD}(\text{FILE},[N1 N2])$  returns only samples N1 through N2 from each channel in the file.  $SIZ = \text{WAVREAD}(\text{FILE},\text{'size'})$  returns the size of the audio data contained in the file in place of the actual audio data, returning the vector SIZ=[samples channels].  $[Y,FS,NBITS,OPTS] = \text{WAVREAD}(\dots)$  returns a structure OPTS of additional information contained in the WAV file. The content of this structure differs from file to file. Typical structure fields include '.fmt' (audio format information) and '.info' (text which may describe subject title, copyright, etc.) Supports multi-channel data, with up to 16 bits per sample.

**BUTTER** Butterworth digital and analog filter design.  $[B,A] = \text{BUTTER}(N,Wn)$  designs an Nth order lowpass digital Butterworth filter and returns the filter coefficients in length N+1 vectors B (numerator) and A (denominator). The coefficients are listed in descending powers of z. The cut-off frequency Wn must be  $0.0 < Wn < 1.0$ , with 1.0 corresponding to half the sample rate. If Wn is a two-element vector, Wn = [W1 W2], BUTTER returns an order 2N bandpass filter with passband  $W1 < W < W2$ .  $[B,A] = \text{BUTTER}(N,Wn,\text{'high'})$  designs a highpass filter.  $[B,A] = \text{BUTTER}(N,Wn,\text{'stop'})$  is a bandstop filter if Wn = [W1 W2]. When used with three left-hand arguments, as in  $[Z,P,K] = \text{BUTTER}(\dots)$ , the zeros and poles are returned in length N column vectors Z and P, and the gain in scalar K. When used with four left-hand arguments, as in  $[A,B,C,D] = \text{BUTTER}(\dots)$ , state-space matrices are returned.  $\text{BUTTER}(N,Wn,\text{'s'})$ ,  $\text{BUTTER}(N,Wn,\text{'high'},\text{'s'})$  and  $\text{BUTTER}(N,Wn,\text{'stop'},\text{'s'})$  design analog Butterworth filters. In this case, Wn can be bigger than 1.0.

## Example: Signal Manipulation and Playback 2

Question 8 : Read a speech.wav file that contains some speech information and put it through a LP filter.  
 Plot a few periods of the original data stream and compare them with the filtered data stream.  
 Playback the original data stream using the soundblaster hardware and the Matlab function sound and compare it with the filtered data.  
 Verify the implication in time domain of the filter parameters : order and natural frequency.



03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

19

**FILTER** One-dimensional digital filter.  $Y = \text{FILTER}(B,A,X)$  filters the data in vector  $X$  with the filter described by vectors  $A$  and  $B$  to create the filtered data  $Y$ . The filter is a "Direct Form II Transposed" implementation of the standard difference equation:

$$a(1)*y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + \dots + b(nb+1)*x(n-nb) - a(2)*y(n-1) - \dots - a(na+1)*y(n-na)$$

If  $a(1)$  is not equal to 1, FILTER normalizes the filter coefficients by  $a(1)$ . When  $X$  is a matrix, FILTER operates on the columns of  $X$ . When  $X$  is an N-D array, FILTER operates along the first non-singleton dimension.  $[Y,Zf] = \text{FILTER}(B,A,X,Zi)$  gives access to initial and final conditions,  $Zi$  and  $Zf$ , of the delays.  $Zi$  is a vector of length  $\text{MAX}(\text{LENGTH}(A),\text{LENGTH}(B))-1$  or an array of such vectors, one for each column of  $X$ .  $\text{FILTER}(B,A,X,[],\text{DIM})$  or  $\text{FILTER}(B,A,X,Zi,\text{DIM})$  operates along the dimension  $\text{DIM}$ .

**CHEBY1** Chebyshev type I digital and analog filter design.  $[B,A] = \text{CHEBY1}(N,R,Wn)$  designs an  $N$ th order lowpass digital Chebyshev filter with  $R$  decibels of ripple in the passband. CHEBY1 returns the filter coefficients in length  $N+1$  vectors  $B$  (numerator) and  $A$  (denominator). The cut-off frequency  $Wn$  must be  $0.0 < Wn < 1.0$ , with 1.0 corresponding to half the sample rate. Use  $R=0.5$  as a starting point, if you are unsure about choosing  $R$ . If  $Wn$  is a two-element vector,  $Wn = [W1 W2]$ , CHEBY1 returns an order  $2N$  bandpass filter with passband  $W1 < W < W2$ .  $[B,A] = \text{CHEBY1}(N,R,Wn,'high')$  designs a highpass filter.  $[B,A] = \text{CHEBY1}(N,R,Wn,'stop')$  is a bandstop filter if  $Wn = [W1 W2]$ . When used with three left-hand arguments, as in  $[Z,P,K] = \text{CHEBY1}(...)$ , the zeros and poles are returned in length  $N$  column vectors  $Z$  and  $P$ , and the gain in scalar  $K$ . When used with four left-hand arguments, as in  $[A,B,C,D] = \text{CHEBY1}(...)$ , state-space matrices are returned.  $\text{CHEBY1}(N,R,Wn,'s')$ ,  $\text{CHEBY1}(N,R,Wn,'high','s')$  and  $\text{CHEBY1}(N,R,Wn,'stop','s')$  design analog Chebyshev Type I filters. In this case,  $Wn$  can be bigger than 1.0.

## Example: Signal Manipulation and Playback 3

Question 9: Create an echo signal using the original speech signal and a constant attenuation.

You will need to create a signal that is a scaled version of the original and add it to the original with the desired offset in time. Generate a 0.25 sec echo effect and use an attenuation value of  $\alpha = 0.65$ . Plot the original signal and compare it with the delayed and echoed signal. Experiment with different values for the time delay and attenuation.

Play\_echo.pptm

```

clear;
siz=wavread('speech','size'); %read speech file and determine matrix size
[x,fs,Nbits]=wavread('speech'); %quantisation bits and sample freq.
attenuation=0.65; %echoed signal attenuation
ts=1/fs; %sampling interval (sec)
delay=round(0.25 / ts); %number of delayed samples (0.25 sec delay)
n_origin=siz(1); %original number of samples
n=siz(1) + delay; %number of samples extended for zero-padding
t_origin=(1:n_origin)*ts; %vector of original sampling instants
t=(1:n)*ts; %vector of sampling instants
attenuation_vect=attenuation * ones(size(t));
y1=x;
y1(siz(1)+1:n)=zeros(size(siz(1)+1:n)); %zero padding original speech signal
y2(1:delay)=zeros(size(1:delay)); %zero front insertion delayed speech
y2(delay+1:n)=x;
yout=y1+(attenuation*y2); %simple echo model

```

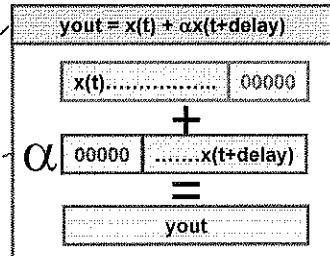
```

subplot(5,1,1), plot(t,attenuation_vect), axis([0 1.6 -1.5 1.5])
subplot(5,1,2), plot(t_origin,x,'k'), axis([0 1.6 -1.5 1.5])
subplot(5,1,3), plot(t,y1,'m'), axis([0 1.6 -1.5 1.5])
subplot(5,1,4), plot(t,y2,'g'), axis([0 1.6 -1.5 1.5])
subplot(5,1,5), plot(t,yout,'r'), axis([0 1.6 -1.5 1.5])

```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.



```

>> play_echo_ppt
ts = 4.5351e-005
delay = 5.5125e+003
n_origin = 28528
n = 34041

```

20

**ROUND** Round towards nearest integer. **ROUND(X)** rounds the elements of X to the nearest integers. See also **FLOOR**, **CEIL**, **FIX**.

**ZEROS** Zeros array. **ZEROS(N)** is an N-by-N matrix of zeros. **ZEROS(M,N)** or **ZEROS([M,N])** is an M-by-N matrix of zeros. **ZEROS(M,N,P,...)** or **ZEROS([M N P ...])** is an M-by-N-by-P-by-... array of zeros. **ZEROS(SIZE(A))** is the same size as A and all zeros.

**ONES** The same as **ZEROS** exception that the matrix content are Ones.

**PLOT** Linear plot. **PLOT(X,Y)** plots vector Y versus vector X. If X or Y is a matrix, then the vector is plotted versus the rows or columns of the matrix, whichever line up. If X is a scalar and Y is a vector, **length(Y)** disconnected points are plotted. **PLOT(Y)** plots the columns of Y versus their index. If Y is complex, **PLOT(Y)** is equivalent to **PLOT(real(Y),imag(Y))**. In all other uses of **PLOT**, the imaginary part is ignored. Various line types, plot symbols and colors may be obtained with **PLOT(X,Y,S)** where S is a character string made from one element from any or all the following 3 columns:

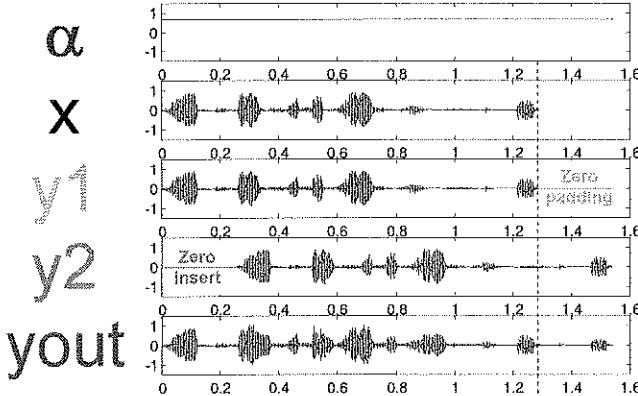
y	yellow	.	point	-	solid
m	magenta	o	circle	:	dotted
c	cyan	x	x-mark	-.	dashdot
r	red	+	plus	--	dashed
g	green	*	star		
b	blue	s	square		
w	white	d	diamond		
k	black	v	triangle (down)		
	^	triangle (up)			
	<	triangle (left)			
	>	triangle (right)			
	p	pentagram			
	h	hexagram			

## Example: Signal Manipulation and Playback 4

Question 9: Create an echo signal using the original speech signal and a constant attenuation.

You will need to create a signal that is a scaled version of the original and add it to the original with the desired offset in time. Generate a 0.25 sec echo effect and use an attenuation value of 0.65. Plot the original signal and compare it with the delayed and echoed signal.

Experiment with different values for the time delay and attenuation.



speech.wav

>> sound(x,fs,Nbits)

>> sound(y1,fs,Nbits)

>> sound(y2,fs,Nbits)

>> sound(yout,fs,Nbits)

$$yout = y1 + \alpha y2$$

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

21

### PLOT (continued)

For example, `PLOT(X,Y,'c+:')` plots a cyan dotted line with a plus at each data point; `PLOT(X,Y,'bd')` plots blue diamond at each data point but does not draw any line.

`PLOT(X1,Y1,S1,X2,Y2,S2,X3,Y3,S3,...)` combines the plots defined by the (X,Y,S) triples, where the X's and Y's are vectors or matrices and the S's are strings.

For example, `PLOT(X,Y,'y-,X,Y,'go')` plots the data twice, with a solid yellow line interpolating green circles at the data points.

The PLOT command, if no color is specified, makes automatic use of the colors specified by the axes ColorOrder property. The default ColorOrder is listed in the table above for color systems where the default is yellow for one line, and for multiple lines, to cycle through the first six colors in the table. For monochrome systems, PLOT cycles over the axes LineStyleOrder property.

PLOT returns a column vector of handles to LINE objects, one handle per line.

The X,Y pairs, or X,Y,S triples, can be followed by parameter/value pairs to specify additional properties of the lines.

See also SEMILOGX, SEMILOGY, LOGLOG, GRID, CLF, CLC, TITLE, XLABEL, YLABEL, AXIS, AXES, HOLD, COLORDEF, LEGEND, and SUBPLOT.

## Analog breadboard work

The practical way to check an electrical circuit is to build it.

But...

$s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2$

03/02/2009 lic. ing. Van Landeghem D. 1

The practical way to check an electrical circuit is to build it.

However, in the case of components which are connected on an integrated circuit, they are much smaller than individual discrete components. Physical effects that are negligible for normal circuits, such as a stereo amplifier, are important for microcircuits. So the circuits cannot be assembled from components in the lab. To give the correct test results, the circuit had to be physically built, which is expensive and time consuming.

On the other hand for discrete circuits, just like for integrated circuits mentioned before, the designs are pressed for schedule time, budget expense and manufacturing yield. Check a circuit idea by building a breadboard is :

- time consuming and expensive.
- needs special test equipment.
- doing some tests would destroy the circuit itself before the results are available.

Building a prototype of the integrated circuit or the discrete circuit is necessary, but must be prepared by a circuit simulation design cycle.

## Analog circuit simulation

**PSPICE WILL NOT DESIGN THE CIRCUIT FOR YOU !!!**

**Design**

**Design entry**

**Design verification**

03/02/2009      lic. ing. Van Landeghem D.      2

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis), from the University of California, at Berkeley, is an analog circuit simulation tool. PSpice is a PC version of the SPICE family of circuit simulators, all of which derive from the SPICE2 circuit simulator. SPICE2 evolved from the original SPICE program. Tremendous effort created a simulator whose algorithms are robust, powerful and general. SPICE2 quickly became an industry standard tool in the mid 1970s. Since this development was supported using public funds the software is « in the public domain », which means it may be freely used.

PSpice uses the same algorithms as SPICE2 and is conform to its input syntax. PSpice became a « lab bench » on which you create test circuits and make measurements. With PSpice you can check a circuit idea before building a breadboard, even before ordering the parts (PSpice is technology independent). You can try out ideal operation by using ideal components to isolate limiting effects in your design. Simulated test measurements can be made, which are:

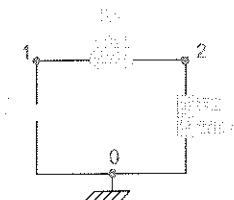
- Difficult (due to electrical noise or circuit loading)
- Inconvenient (special test equipment is unavailable or expensive)
- Unwise (the test circuit would destroy itself)

However, PSPICE WILL NOT DESIGN THE CIRCUIT FOR YOU!!!

Running a simulation requires several basic accomplishments:

- Create the input file or circuit file (file.cir)
- Run the simulator
- Find where the output went
- Inspect and interpret the output

## Getting started with a small circuit



Resistor divider

\*the first line is the title line

```

vin 1 0 6volt      ;you may also write : 6 or 6v
R1 1 2 10ohm       ;this is a dc voltage source
r2 2 0 20.0        ;PSpice is not case sensitive
.end                ;this means 20 ohm

```

```

Resistor divider
**** SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION   TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****
NODE VOLTAGE
( 1) 6.0000
( 2) 4.0000
VOLTAGE SOURCE CURRENTS
NAME    CURRENT
vin    -2.000E-01
TOTAL POWER DISSIPATION 1.20E+00 WATTS

```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

3

The best way to learn a circuit simulator is to « do » simulations. Therefore we use a small circuit (resistor divider) that you know, by inspection, will work. Create and run the above simulation on your system.

Describe the circuit file « rdevider.cir ». PSpice always expects the first line of the circuit file to be a title line. A title line can contain a sentence such like « resistor divider » but can also start with a « \* » which also indicates a comment line. The last line is indicated by « .END », which completes the description of the entire circuit including any simulation controls. Between the first line (title line) and the last line, the circuit file may be in almost any order.

You may think of the nodes as the connecting wires or lines in the circuit schematic. In SPICE2 these nodes are positive integers, including 0, which is reserved to mean « ground ». PSpice does not require that you use integers (any text string will do), but 0 is still « ground ». Every circuit file must have a ground node, as a reference, and every other node in the circuit file must have a DC current path to ground. PSpice also requires that all terminals be connected to at least one other terminal. (Otherwise you create dangling wires.)

The circuit file for our example uses only two-terminal devices, a voltage source and two resistors. A separate line is used to describe each element in the circuit. The basic syntax is: <name> <node> <node> ... <value> the device « value » is a number, either decimal or floating point, that describes the size of the device. After the value you may include a unit such as « volt » or « ohm » for your own use.

Any line may be a comment line by starting it with a « \* » in the first column. You can also insert comments on any line by starting the comment with « ; ». Blank lines are ignored.

The simulation results can be found in the output file « rdevider.out » and consists of at least a « small signal bias solution », this is the DC bias-point.

## Component values

PSpice metric-like suffix :

F	femto	$10^{-15}$
P	pico	$10^{-12}$
N	nano	$10^{-9}$
U	micro	$10^{-6}$
M	milli	$10^{-3}$
K	kilo	$10^{+3}$
MEG	mega	$10^{+6}$
G	giga	$10^{+9}$
T	tera	$10^{+12}$

Example :

r12	11	22	15000
			15000ohm
			15k
			15kohm
			15.0e3
			15e3ohm
			0.015meg

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

4

All of the quantities, or values, in PSpice may be expressed as decimal or floating-point values.

Also, PSpice lets you use a metric-like suffix to express a value. These suffixes multiply the number they follow by a power of ten. Using the suffix notation allows values written into the circuit file to look like the values on a circuit schematic. This is a great convenience that removes a source for most simulation errors, using the wrong component values.

<b>PSpice Devices</b>					
<b>Passive Devices</b>	<b>Independent Sources</b>	<b>Dependent Sources</b>	<b>Dependent Switches</b>	<b>Active Devices</b>	<b>Subcircuits</b>
<u>Linear</u>	V volt. source	<u>Linear &amp; Non-Lin.</u>	S v <sub>th</sub>	D Diode	X subcircuit call
R resistor	I curr. source	E exp. G gaus. F pol. H hor.	W exp.	J Junction FET	
C capacitor				Q Bip. Trans.	
L inductor				B GaAs FET	
K ind. coupl.				M MOSFET	
T trans. line					
<u>Non-Linear</u>					
C capacitor					
L inductor					

03/02/2009      lic. ing. Van Landeghem D.      5

Device models (or just models) are PSpice's way of collecting the operating characteristics of a circuit element (device). So far we have worked only with fairly simple passive devices, such as resistors, and even these devices can make good use of having a model. But especially for active devices, such as diodes and transistors, it is essential to collect the numerous parameters that describe how the device will behave and refer to that particular set of parametric values by a shorthand name. This lets you label each instance of the device, in the circuit file, by a name that is convenient and mnemonic. Furthermore, when you decide to change the model parameters this needs to be done only in the device model and it will affect the entire device in your circuit file, which refer to that model.

The .MODEL statement sets aside a set of parametric values for reference by devices in PSpice. Not every device needs a model; for example, resistors that do not refer to a model are assumed to have a constant resistance value for all simulations. Every device, which does refer to a model, must have that model defined, which means it needs to have a .MODEL statement that completes the description for how the device will operate.

The syntax for the statement is

```
.MODEL <name> <type name> ([<parameter name> = <value>]*)
```

Some of the following slides will illustrate the use of the .MODEL statement.

## Passive components

**Passive devices using value spec.:**

```
*      +node -node   value
Resistor1  1     2     15k
Linductor1 2     3     10m
Capacitor1 3     0     1.2u
*
*          Lname  Lname coupling
Kind_coupling Lprim Lsec   0.8
```

**Passive devices using model spec.:**

```
*      +node -node   model   multiplier
Resistor2  1     2     rmod    15
Linductor2 2     3     lmod    10
Capacitor2 3     0     cmod    1.2k
.model rmod res(r = 1k dev 5% ...)
.model lmod ind(l = 1m dev 10% ...)
.model cmod cap(c = 1n dev 20% ...)
```

Resistor1 = 15K = Resistor2  
 Linductor1 = 10mH = Linductor2  
 Capacitor1 = 1.2uF = Capacitor2

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

6

As you can see, the names for devices start with an alphabetic letter reserved for that device. These letters correspond to the standard ones used on circuit schematic diagrams for labelling devices. For instance, if you used R24 as the label of a resistor in a schematic then you would probably use R24 in your circuit file as the name of that resistor. The remaining letters of the component name may be alphabetic or numbers.

Since PSpice is not case sensitive we can use: RSENSE1 = Rsense1 = rsense1. They all refer to the same device.

If a model name is included, the value of the passive device is depending of the multiply value at the component line and the nominal value parameter at the « .model » line. The second parameter « dev » in the « .model » lines of the example above is a tolerance parameter, which can be used in conjunction with the Monte Carlo Analysis.

The .MODEL statement defines a set of device parameters, which can be referenced by devices in the circuit. <Rmod, Lmod and Cmod> are model names, which devices use to reference a particular model. <name> must start with a letter. It is good practice to make this the same letter as the device name (e.g., R for resistor, C for capacitor and L for inductor), but this is not required. LOT tolerances track, so that all devices that refer to the same model will use the same value of the model parameter. DEV tolerances are independent. The "%" indicates a relative (percentage) tolerance.

More information about passive model parameters can be found in the « PSpice devices summary »

## Independent source components

**Independent sources :**

```

* +node -node DCvalue
Vsupply 1 0 [DC] 5v
Isupply 2 0 100mA

* +node -node AC specification
* magnitude phase
Volt_in1 2 0 AC 1v
Volt_in2 3 0 AC 1v 90
* +node -node transient specification
* Vo Va freq td df phase
Vsin 4 0 sin (1v 2v 100hertz 10ms 40 180degree)
* Vinit Vpulse td tr tf pw per
* t1 v1 t2 v2 t3 v3 t4 v4 ...
* Vpulse 5 0 pulse (-0.5v 2v 6ms 2ms 4ms 5ms 20ms)
* Wpwl 6 0 pwl (0s 0v 1ms 1v 3ms 1.5v 4ms -0.5v
* 5ms -0.5v 20ms 2v 21ms 1.9v)
* Vinit Vpeak td rise tau rise td fall tau fall
* Vexp 7 0 exp (0.5v 2v 10ms 6ms 30ms 12ms)

```

03/02/2009      lic. ing. Van Landeghem D.      7

To simulate your circuits you will also need some way to tell PSpice what is exciting or supplying electrical power to the circuit. For this we use independent sources, which supply a fixed voltage level or current flow. A voltage source is like a battery or lab-bench power supply. Current flows using the positive current convention out from the positive terminal (+node) through the circuit and then into the negative terminal (-node). But why, in our first example, did PSpice calculate the supply current as a negative value? Because PSpice print the value of a current through a device. « Through » means into the +node and out the -node. In this case the current was flowing out the +node, so the current has a negative value.

An independent source can have a DC specification, an AC specification or a transient specification.

The DC specification can be used for the simulation of the power supply component of the circuit.

The AC specification is used during the frequency domain analysis of the circuit, for instance: bode plots, input impedance, output impedance etc.

The transient specification is used during the time domain analysis of the circuit.

The transient source must be one of: EXP(exponential waveform), PULSE(waveform), PWL(piecewise linear waveform), SFFM(single-frequency FM waveform) or SIN(sinoidal waveform).

More syntax information about independent sources can be found in the «PSpice devices summary »

## Dependent source components

Linear dependent sources :

*	+out	-out	+ctr_n	-ctr_n	
Evcvs	1	0	10	20	1000
Gvccs	3	0	30	40	0.002
Fcccs	5	0	Vin		100
Hccvs	7	0	Vin		500

**Evcvs:**  
 $V1-V0 = (V10-V20) * 1000$  voltage gain = 1000

**Gvccs:**  
 $I3 = (V30-V40) * (1/500\Omega)$  transconductance = 0.002

**Fcccs:**  
 $I5 = I(Vin) * 100$  current gain = 100

**Hccvs:**  
 $V7-V0 = I(Vin) * 500\Omega$  transresistance = 500

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

8

The controlled sources are one of the most useful features of PSpice. Controlled sources measure voltage or current and use the measured value to control its output (also a voltage or a current). Allowing two types of input (V an I) and output yields four combinations of input/output:

- VCVS** voltage-controlled voltage source
- CCCS** current-controlled current source
- VCCS** voltage-controlled current source
- CCVS** current-controlled voltage source

When the measured input is voltage, the output voltage or current is controlled by the voltage present at the controlling nodes.

When the measured input is current, the syntax is different. PSpice needs to be told which current, that is, the current through which device. PSpice measures currents through voltage sources (fixed value V devices). Instead of controlling nodes the syntax includes the name of the V device that has the controlling current.

Besides the linear case of controlled sources in the previous explanation, we refer to the «PSpice devices summary » for the polynomial controlled sources and the multiple input controlled sources.

## Active components

```

Active devices :
*      anode cathode model
Diode    1     2     Dmod

*      collector base emitter model
Qbip_trans 2     3     4     Qmod

*      drain gate source model
Mosfet    5     6     7     Mmod
Junction_Fet 8     9     10    Jmod
:
.model Dmod D   IS=6.9E-16 RS=10 VJ=0.7 BV=40 ...
.model Qmod npn IS=1E-16A BF=500 VAF=40V CJE=1pF CJC=2pF
+TF=0.3nS KF=1E-16 ...
:
:
```

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

9

If we use an active device like a diode or a transistor, we must refer to a model for that device instead of simply adding a single value.

Lets take a quick overview of some diode model parameters.

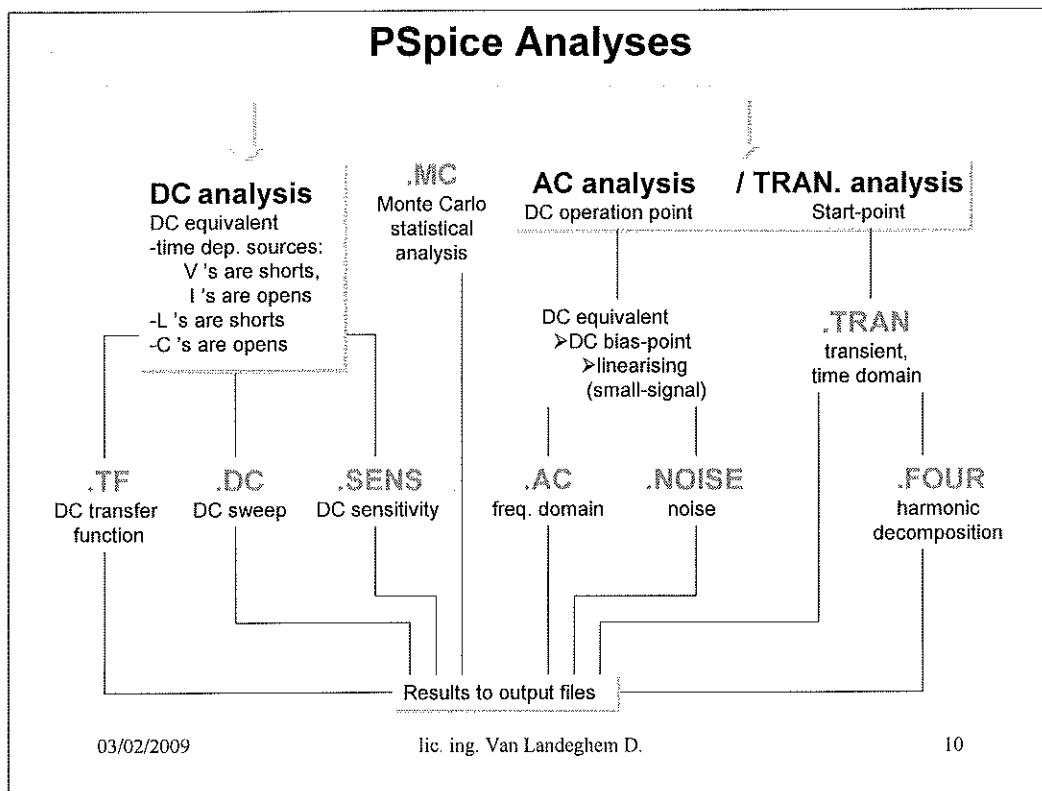
The parameter IS means the saturation current. In the Shockley equation, the pn junction current is defined as followed:

$$\text{pn junction current} = I_s \cdot (e^{V/(kT/q)} - 1)$$

Where k and q are physical constants and T is the simulation temperature.

The parameter RS means the parasitic junction resistance and VJ is the pn potential. The reverse breakdown voltage BV is an interesting parameter to create a zenerdiode. In that case you also have to change the «anode» and «cathode» node in the Diode line.

Much more information about active model parameters can be found in the «PSpice devices summary »



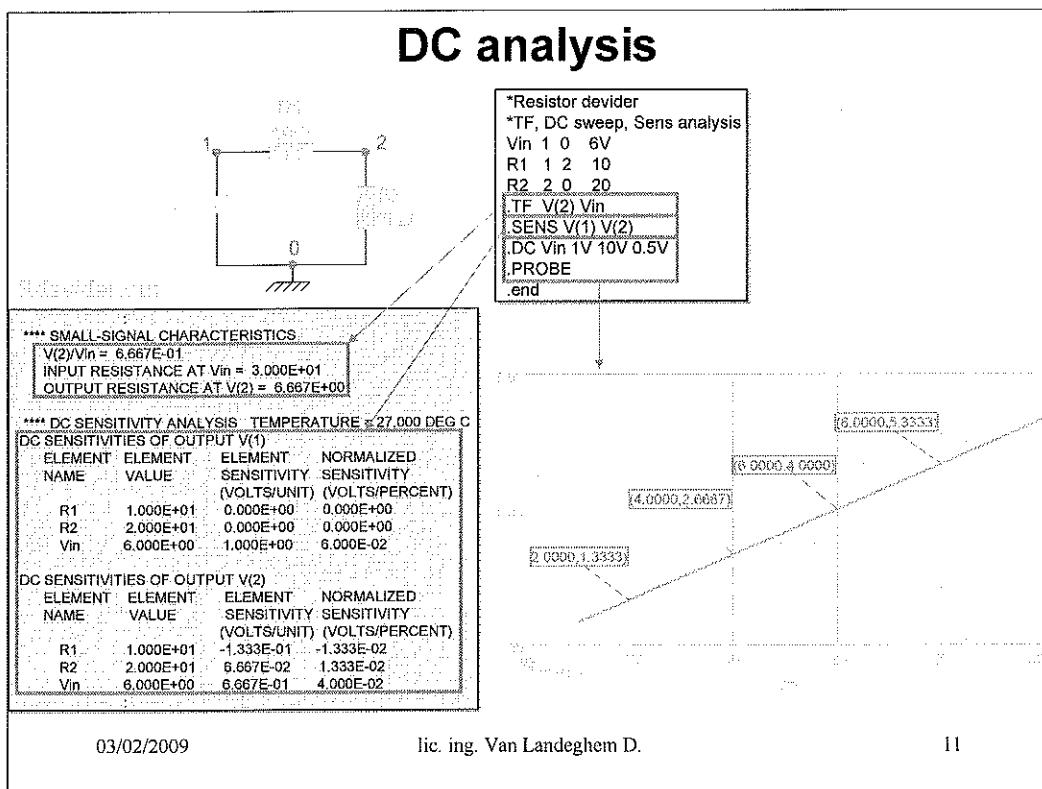
In PSpice about 8 different types of analysis are used.

The DC analysis starts to create a DC equivalent circuit. In such a circuit all of the time dependent sources are out of interest, inductors are shortened and capacitors are opened. Now PSpice is able to determine the bias-point of the circuit, eventually as a function of a certain source (ex. a voltage supply). A sensitivity analysis can be executed on the DC-circuit. Here by, a variation (in %) of voltage or current will be determined as a function for each different circuit element.

The AC analysis also starts creating a DC circuit to determine the bias-point or operation point. Around this operation point, liberalization takes place. On the linearized AC-circuit, an AC-analysis can be executed for a certain frequency spectrum. The AC-analysis feature allows us to determine the small signal distortion and the noise properties of the circuit.

The transient analysis starts to determine the start-point of this time domain analysis. On a default base, capacitors are considered without any charge and inductors without any magnetic flux. By the use of numerical integration voltages and currents will be determined in successive time points. Based on the transient analysis PSpice can determine the Fourier coefficients of one or more output signals.

In almost every analysis an iterative calculation takes place for different values of a parameter, for example the parameter frequency in the case of an AC-analysis and the parameter time in the case of the transient analysis. In one PSpice simulation, different types of analysis can take place on a certain circuit. As a supplement feature, PSpice allows designers to calculate every analysis type for a specified temperature in an overall calculation loop.



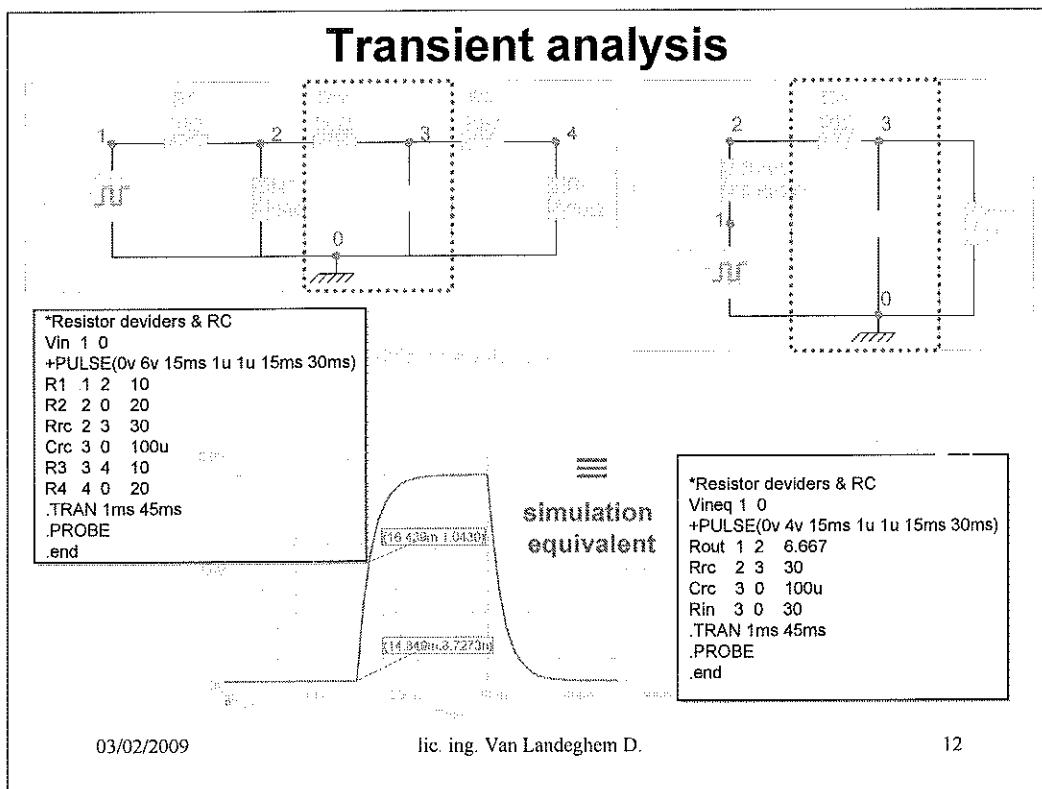
As a default, the simulator starts to calculate the DC-operation point of the circuit.

The .TF statement causes the small-signal transfer function to be calculated by linearizing the circuit around the bias-point. The gain from input source name Vin to the output variable V(2) will be output along with the input and output resistances. The output is done as soon these quantities are calculated and does not require .PRINT, .PLOT, or .PROBE statements.

The .SENS statement causes a DC sensitivity analysis to be performed. By linearizing the circuit around the bias-point, the sensitivities of each of the output variables V(1) and V(2) to all the device values and model parameters will be calculated and output. This can easily generate huge amounts of output.

The .DC statement causes a DC sweep analysis to be performed on the circuit. The DC sweep analysis calculates the circuit's bias-point over a range of values from 1V to 10V with a step size equal to 0.5V. Because there is no additional sweep information in the statement, the sweep will be executed linearly.

The .PROBE statement writes the results from DC, AC, and transient analyses to a data file named PROBE.DAT for use by the Probe graphics post-processor.



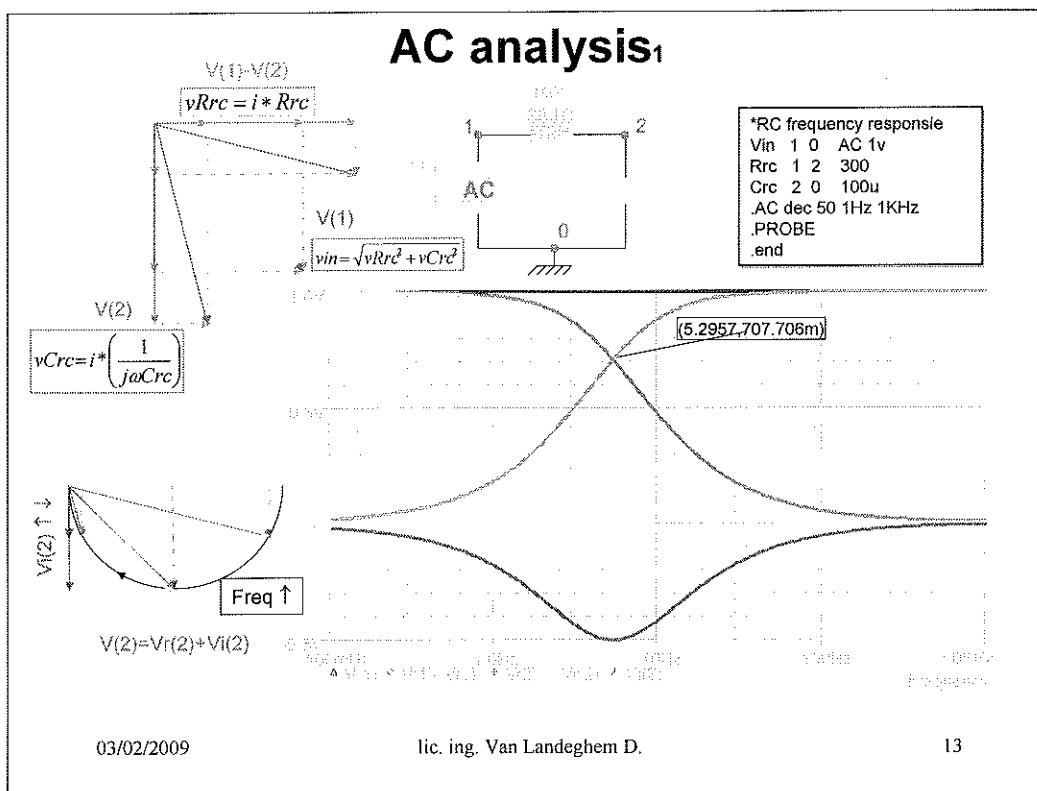
Vin is an independent voltage source with in this case a transient specification of a pulse description.

Positive current flows from the (+) node through the source to the (-) node. The default value is zero for the DC, AC, and transient values. None, any, or all of DC, AC, and transient values may be specified.

The transient specification is: **PULSE (<v1> <v2> <td> <tr> <tfl> <pw> <per>)**

Parameters	Default value	Units
<v1>	initial voltage	volt
<v2>	pulsed voltage	volt
<td>	delay time	sec
<tr>	rise time	sec
<tfl>	fall time	sec
<pw>	pulse width	sec
<per>	period	sec

The .TRAN statement causes a transient analysis to be performed on the circuit. The transient analysis calculates the circuit's behavior over time, starting at TIME = 0 and going to 45ms. The transient analysis uses an internal time step, which is adjusted as the analysis proceeds. Over intervals where there is little activity, the internal time step is increased and during busy intervals it is decreased. 1ms is the time interval used for printing or plotting the results of the transient analysis.



$V_{in}$  is an independent voltage source with in this case an AC specification.

Positive current flows from the (+) node through the source to the (-) node. The default value is zero for the DC, AC, and transient values. None, any, or all of DC, AC, and transient values may be specified. The AC phase value (if present) is in degrees.

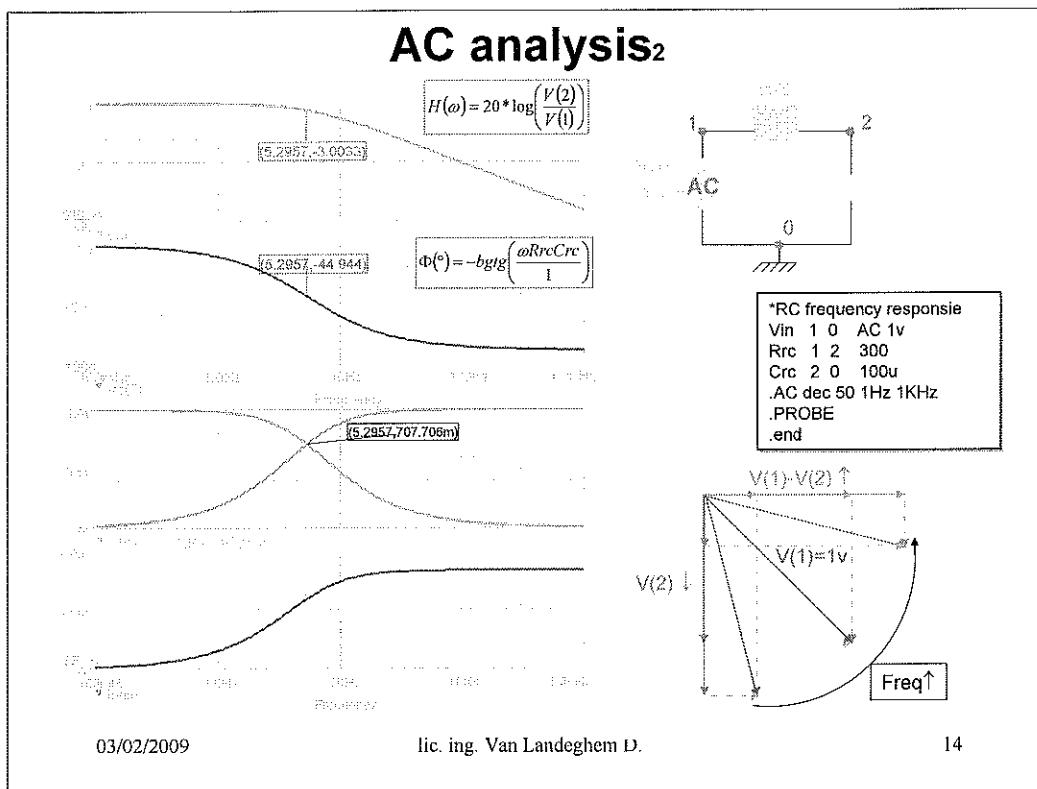
Note that the input level selected for the AC source is 1 volt. Since frequency response analysis is a small-signal analysis, this choice simplifies looking at the ratio of output response to input response. If the input equals 1, there is no need to literally calculate the ratio since the output value is the ratio.

The .AC statement is used to calculate the frequency response of a circuit over the range of 1Hz to 1KHz. DEC specify a frequency sweep by decades and the frequency is swept logarithmically by decades. 50 is the number of frequency points per decade.

Note that a single node (voltage or current) can be added to the tracing list of the PROBE graphical post-processor by simply typing the node specification in the trace expression line. For example: In the plot above  $V(2)$  is equal to  $V(2,0)$  and means the voltage at node 2 referred to node 0.

The voltage  $V(2)$  is equal to  $V_m(2)$ , which means the magnitude of the voltage at node 2. Because the trace expression line of the graphical post-processor allows us to calculate an expression it is normal to write for example  $V(1)-V(2)$ . This will plot the result of the magnitude voltage at node 1 subtracted with the magnitude voltage of node 2 as a function of frequency.

Some other syntax examples:  $V(Rrc)$  is equal to  $V(1)-V(2)$  which means the magnitude over the passive device  $Rrc$ .  $I(Vin)$  is the current through the independent voltage source  $Vin$ .



When defining analog trace expressions, you can include any combination of analog simulation output variables, arithmetic operators, functions, macros, and sweep variables.

For AC analysis, PSpice uses complex arithmetic to evaluate expressions and displays the magnitude of complex results. If the result is real (for example,  $\text{IMG}(V(1)+V(2))$ ), then it can be negative. If the result is complex, (for example,  $V(1)+(2)$ ), then the magnitude is displayed, which is always positive.

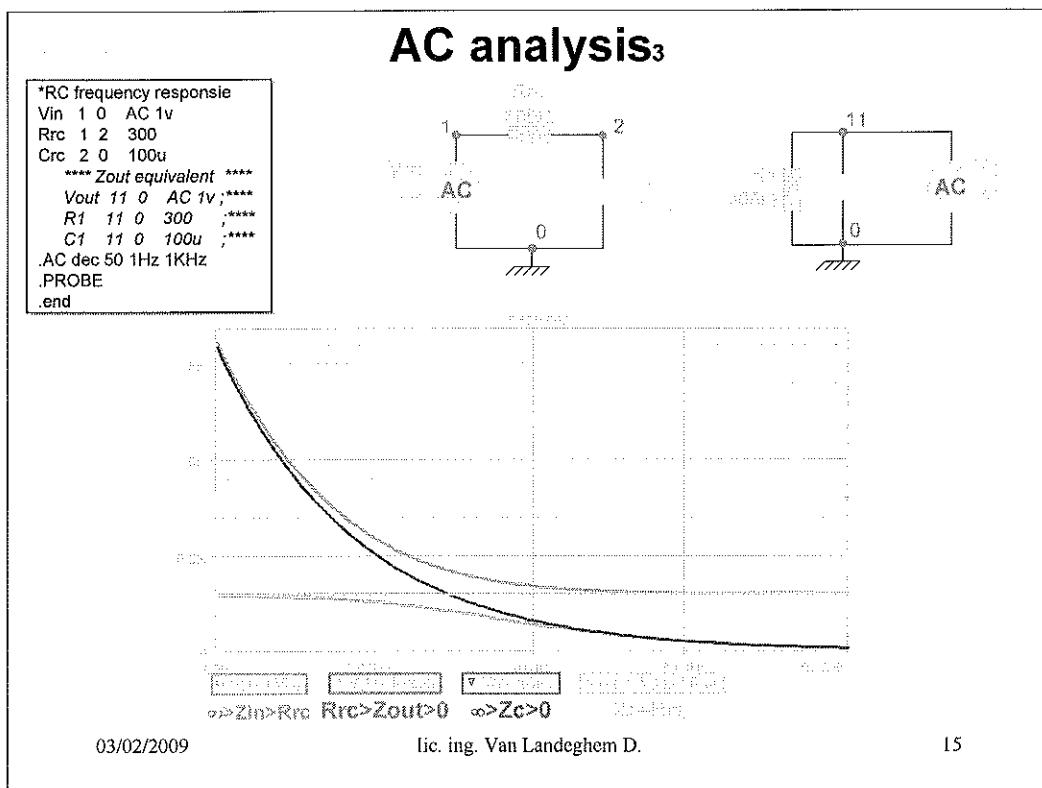
Note: By adding a node suffix a really efficient feature can be used for tracing a specific property of a node.

For example :

$V_m(\text{node})$	→magnitude voltage	$I_m(\text{device})$	→magnitude current
$V_r(\text{node})$	→real part of voltage	$I_r(\text{device})$	→real part of current
$V_i(\text{node})$	→imaginary part of voltage	$I_i(\text{device})$	→imaginary part of current
$V_{db}(\text{node})$	→db magnitude voltage	$I_{db}(\text{device})$	→db magnitude current
$V_p(\text{node})$	→phase of voltage	$I_p(\text{device})$	→phase of current

This means we can use different expression syntax for the same expression:

$\text{IMG}(V(1)+V(2))$  is equal to  $V_i(1)+V_i(2)$



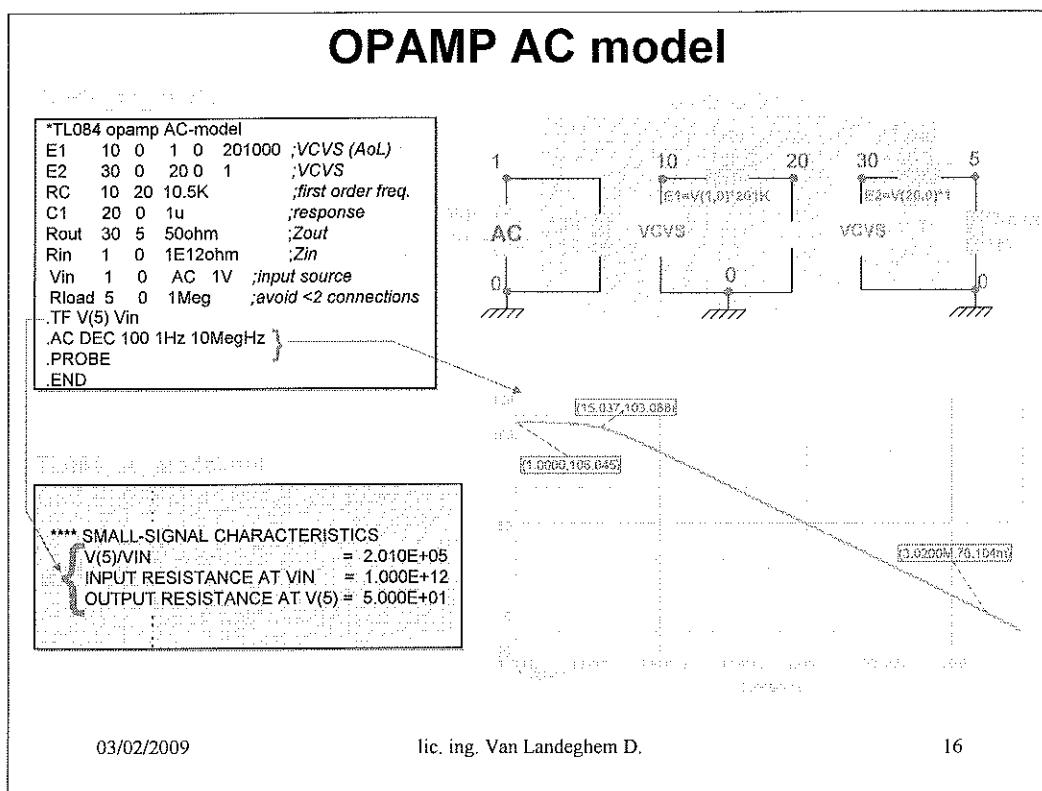
As a summary we can consider the following lists of analog arithmetic operators and analog functions designers often use in the trace expression line of the graphical post processor.

Valid analog arithmetic operators:

- ( ) grouping
- \* / multiplication/division
- + - addition/subtraction

Analog functions

ABS(x)	ARCTAN(x)	ATAN(x)	AVG(x)	AGX(x,d)
COS(x)	d(x)	DB(x)	EXP(x)	G(x)
IMG(x)	LOG(x)	LOG10(x)	M(x)	MAX(x)
MIN(x)	P(x)	PWR(x,y)	R(x)	RMS(x)
s(x)	SGN(x)	SIN(x)	SQRT(x)	TAN(x)



The devices E1 and E2 are both dependent voltage sources. They are both controlled by a voltage in a linear way. The Voltage Controlled Voltage Source E1 has two output nodes, a (+) node 10 and a (-) node 0.

Positive current flows from the (+) node through the source to the (-) node.

The (+ controlling) node 1 and (-controlling) node 0 define the controlling voltages.

A particular node may appear more than once, and the output and controlling nodes need not be different. For the linear case, there are two controlling nodes and these are followed by the gain, which is equal to 20100 for VCVS E1.

The use of controllable sources allows us to describe a behavioural model of a complex analogy circuit (ex. OPAMPs) with a higher level of abstraction and a faster processing time over the lower level description of the real analog function. These simple models emulate the transfer characteristics of the circuit elements that they replace, but with increased efficiency they lead to substantial reduction in the actual simulation time per circuit. This reduction in elapsed time per simulation, when considering the whole of the design and simulation cycle, can lead to a tremendous increase in design efficiency, as well as possible reduction in the time necessary to take a design from a concept to a marketable product.

# Behavioral Modeling

## Circuit representation

**Full OPAMP Subcircuit**

**Accuracy**

**Behavioral OPAMP Subcircuit**

**High level SPEED**

**TL084**

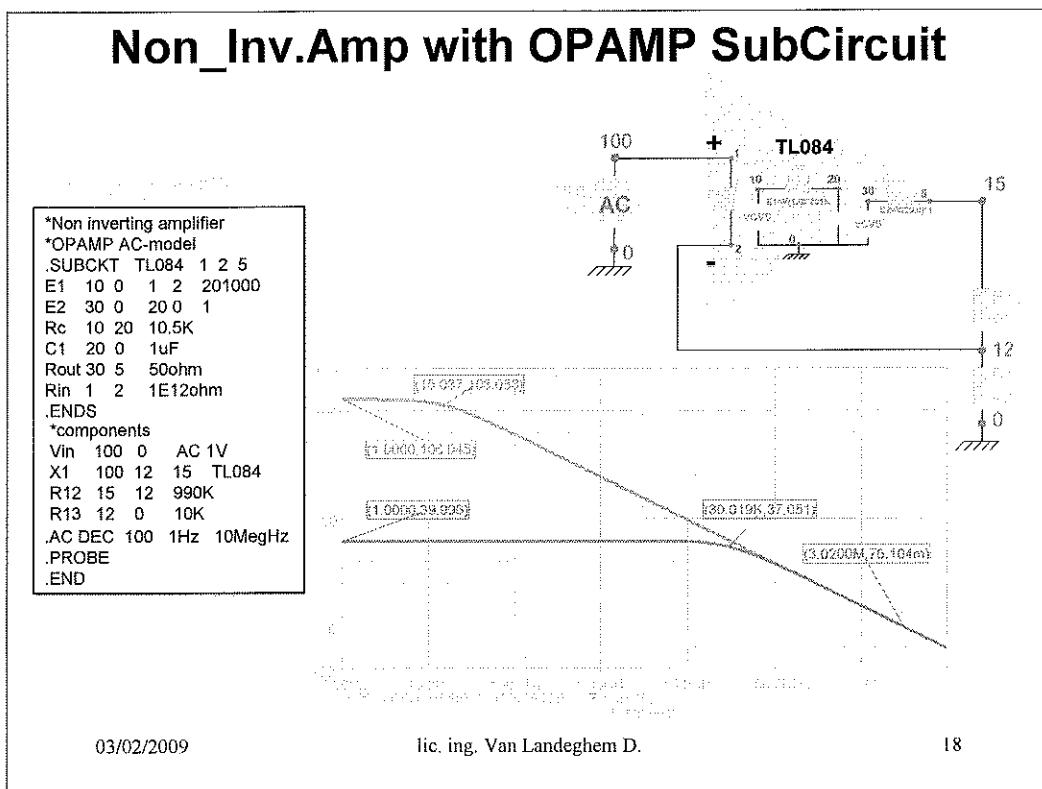
03/02/2009      lic. ing. Van Landeghem D.      17

The use of controllable sources allows us to describe a behavioural model of a complex analog circuit (ex. OPAMPS) with a higher level of abstraction and a faster processing time over the lower level description of the real analog function. These simple models emulate the transfer characteristics of the circuit elements that they replace, but with increased efficiency they lead to substantial reduction in the actual simulation time per circuit. This reduction in elapsed time per simulation, when considering the whole of the design and simulation cycle, can lead to a tremendous increase in design efficiency, as well as possible reduction in the time necessary to take a design from a concept to a marketable product.

Typical behavioural design process using PSpice:

The design cycle of a circuit or system using PSpice behavioural models is described below.

- Perform full simulation of a sub circuit with pertinent inputs, characterizing its transfer functions.
- Determine which of the PSpice elements, singularly or in combination, accurately describe the transfer function.
- Reconfigure the sub circuit appropriately.
- After the behavioural model is verified, substitute the model into the larger system in place of the lower level sub circuit.



Reusable cells are the key to saving labour in any CAD system, and this also applies to circuit simulation. To create a reusable circuit, it must be constructed as a sub circuit. Use parameters to expand the utility of a sub circuit. PSpice can introduce sub circuits by the .SUBCKT statement.

The .SUBCKT statement begins the definition of a sub circuit. The definition is ended with an .ENDS statement. All the statements between .SUBCKT and .ENDS are included in the definition. Whenever the sub circuit is called, by an X statement, all the statements in the definition replace the calling statement.

'TL084' is the sub circuit's name and is used by an X statement to reference the sub circuit. It must start with a letter.

'1 2 5' is an optional list of nodes. There must be the same number of nodes in the sub circuit calling statements as in its definition. When the sub circuit is called, the actual nodes (the ones in the calling statement) replace the argument nodes (the ones in the defining statement).

Sub circuit calls may be nested. That is, an X statement may appear between a .SUBCKT and an .ENDS.

Sub circuit definitions may not be nested. .SUBCKT statement may not appear in the statements between a SUBCKT and an ENDS.

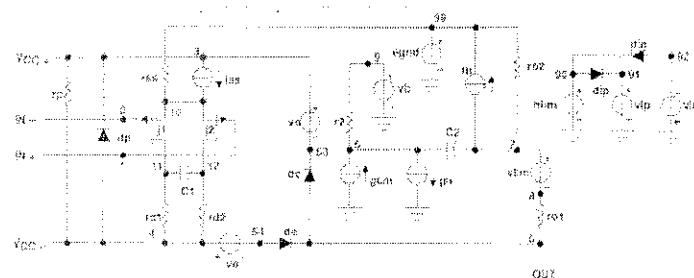
Sub circuit definitions should contain only device statements (statements without a leading ".") and possibly MODEL statements. Models defined within a sub circuit definition are available only within the sub circuit definition in which they appear. Also, if a .MODEL statement appears in the main circuit, that model is available in the main circuit and all sub circuits.

Node, device, and model names are local to the sub circuit in which they are defined. That is, it is OK to use a name in a sub circuit, which has already been used in the main circuit. When the sub circuit is expanded all its names are prefixed with the sub circuit instance name: for example, "TL084" becomes "X1. TL084." After expansion all names are unique.

## Graeme Boyle macro model of an OPAMP

Tr. 084-01

The same behavior for the inputs and outputs !!!



Consider the following effects:

- input impedance and input current
  - differential- and common mode current gain
  - amplitude- and fase response
  - slew rate and output impedance
  - limitations of output voltage (voltage sweep) and output current
  - dissipated power

03/02/2009

lic. ing. Van Landeghem D.

19

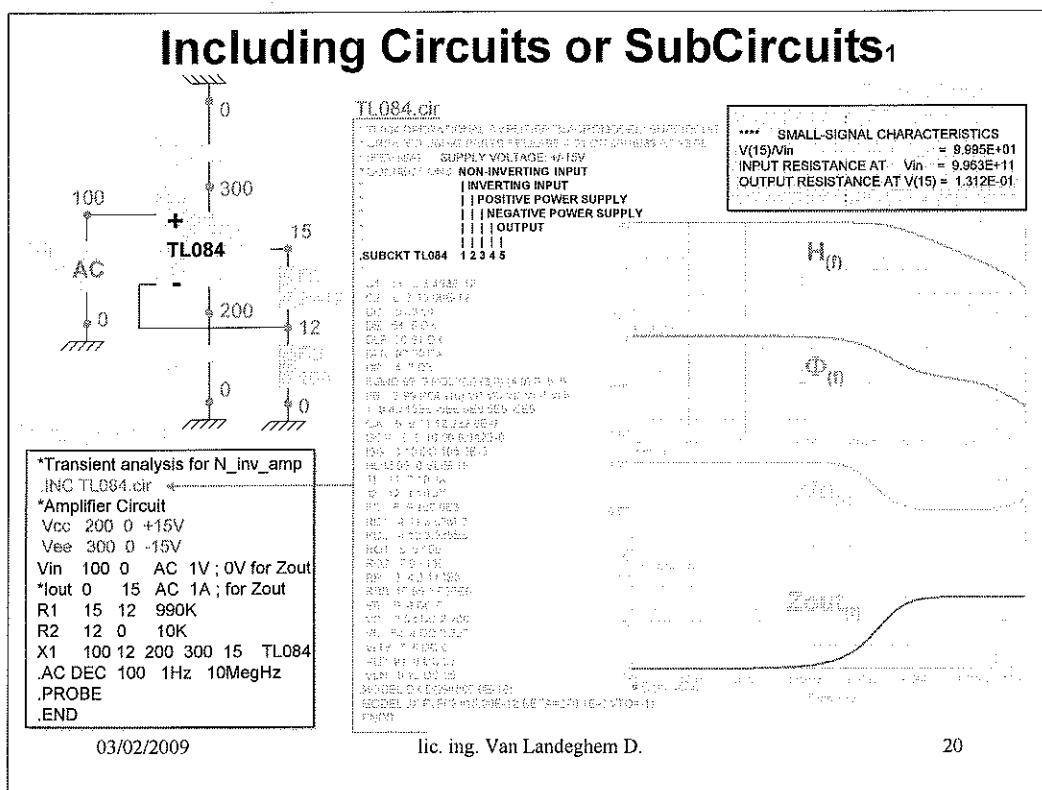
A realistic simulation of a TL084 OPAMP should be very difficult for a designer. Therefore he should know all the different parameters of the internal semiconductor (transistors, diodes,...) elements of the OPAMP. By using a macro model (normally delivered by the component manufacturer) the system designer can simulate his design with the datasheet parameter values of the component (OPAMP).

As you can see, a macro model is also a rather complex equivalent circuit. One of the famous OPAMP macro models was developed by Graeme Boyle. His OPAMP macro model will be used by a major group of OPAMP manufacturers.

In a complete version of PSpice, macro models can be generated by the use of the model editor. The network elements of the Boyle macro model get a value by the input of the datasheet parameters of the selected OPAMP.

The file 'TL084.cir' defines the Graeme Boyle macro model of the OPAMP TL084. A macro model doesn't have the complexity of the real TL084 circuit, but it has the same behaviour for the inputs and outputs of the circuit. A macro model must take into consideration the following effects:

- Input impedance and input current
  - Differential- and common mode current gain
  - Amplitude- and phase response
  - Slew rate and output impedance
  - Limitations of output voltage (voltage sweep) and output current
  - Dissipated power

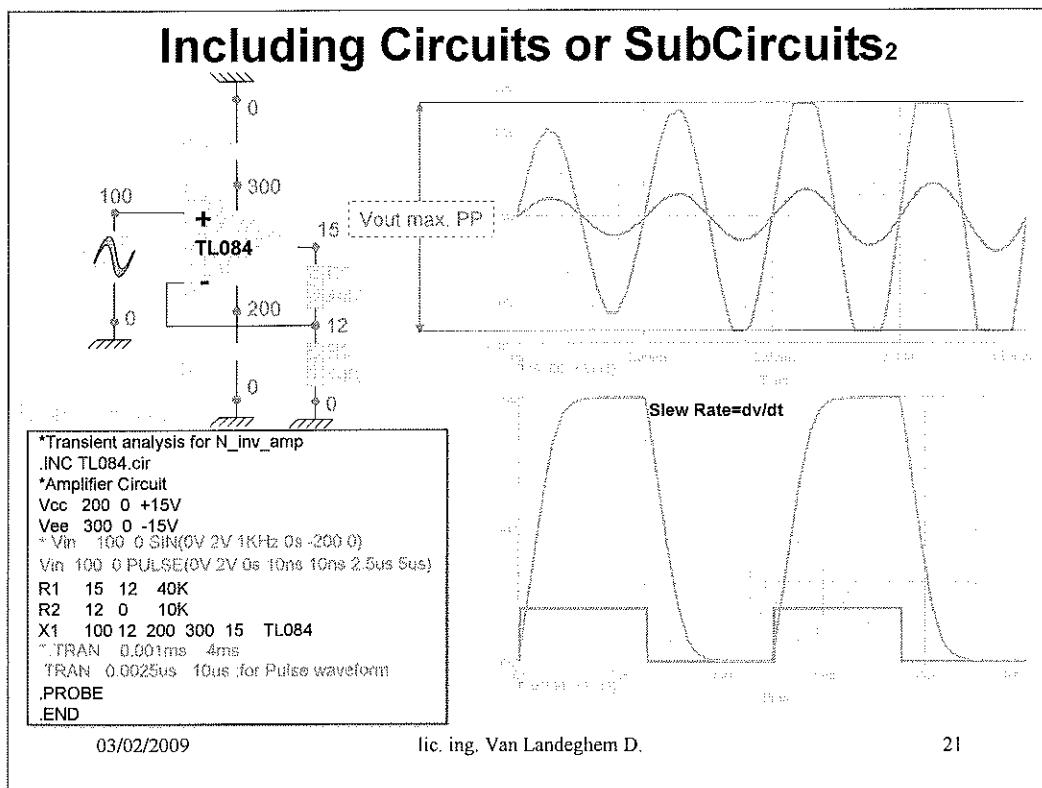


The .INC statement is used to insert the contents of another file. Included files may contain any statements with the following exceptions: no title line is allowed (use a comment), END statement (if present) marks only the end of included file, INC statement may be used (only up to four levels of "including").

Including a file is the same as simply bringing the file's text into the circuit file. Everything in the included file is actually read in, and every model and sub circuit definition, even if not needed, takes up space in main memory (RAM).

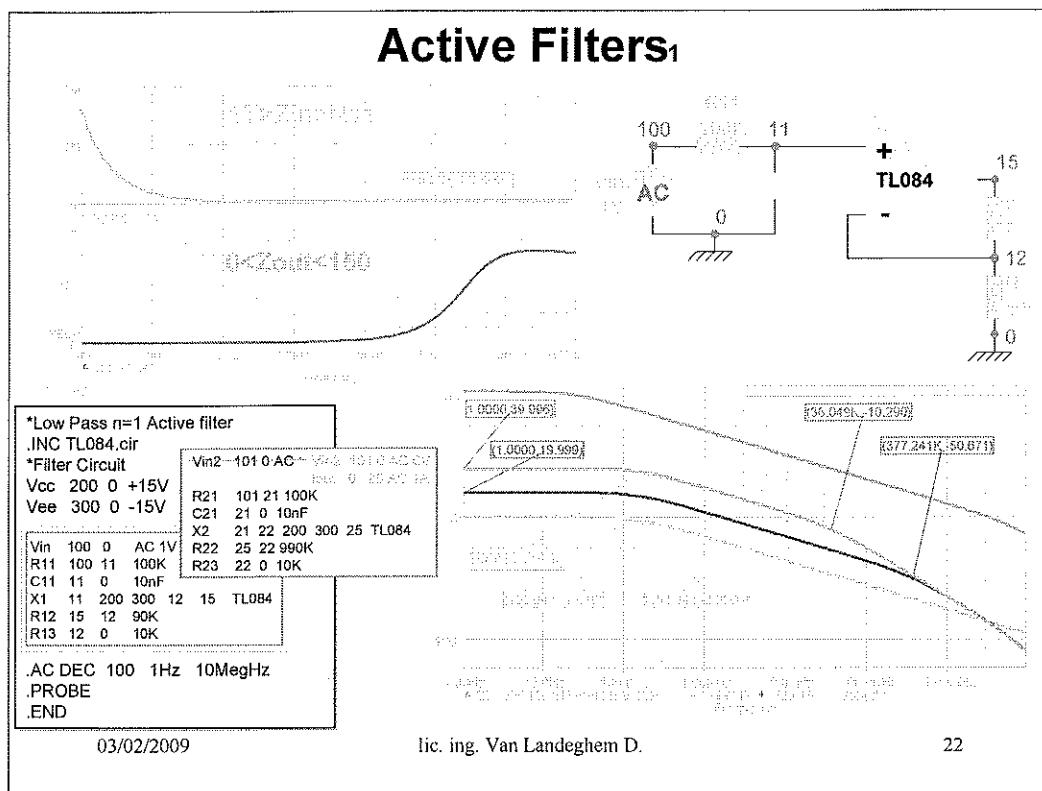
The file 'TL084.cir' defines the Graeme Boyle macro model of the OPAMP TL084. Using the macro model in the non-inverting amplifier circuit above, allows us to analyse following (in bold written) effects:

- **Input impedance** and input current
- Differential- and common mode current gain
- **Amplitude- and phase response**
- Slew rate and **output impedance**
- Limitations of output voltage (voltage sweep) and output current
- Dissipated power



The file 'TL084.cir' defines the Graeme Boyle macro model of the OPAMP TL084. Using the macro model in the non-inverting amplifier circuit above, allows us to analyse following (in bold written) effects:

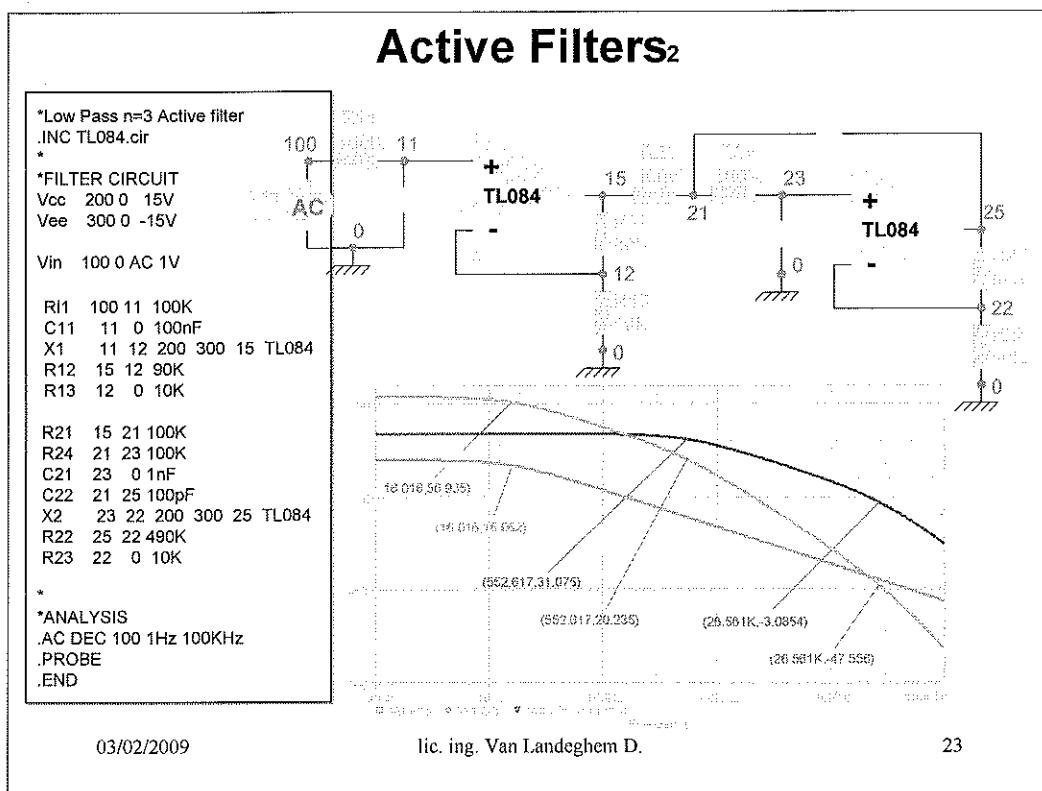
- Input impedance and input current
- Differential- and common mode current gain
- Amplitude- and phase response
- **Slew rate** and output impedance
- **Limitations of output voltage (voltage sweep)** and output current
- Dissipated power



Active filters combine resistors, capacitors and gain devices (OPAMP's) into active networks achieving filtering performance. The term active filters comprise a host of different circuit concepts and design methods. One of the most important design strategies is to build higher-order transfer functions as a cascade of first and second order building blocks.

The reasons for this choice are simple. In modern communication and data-processing systems much of the signal processing is achieved with digital VLSI circuitry. As a consequence the demands on the peripheral analog active filters are often moderate and, in particular, the pole Q's are relatively low. On the other hand, the requirements on minimum power consumption are becoming ever more stringent. In applications of this kind the cascade design of single-amplifier second-order sections presents a near-to ideal solution to the filtering problem.

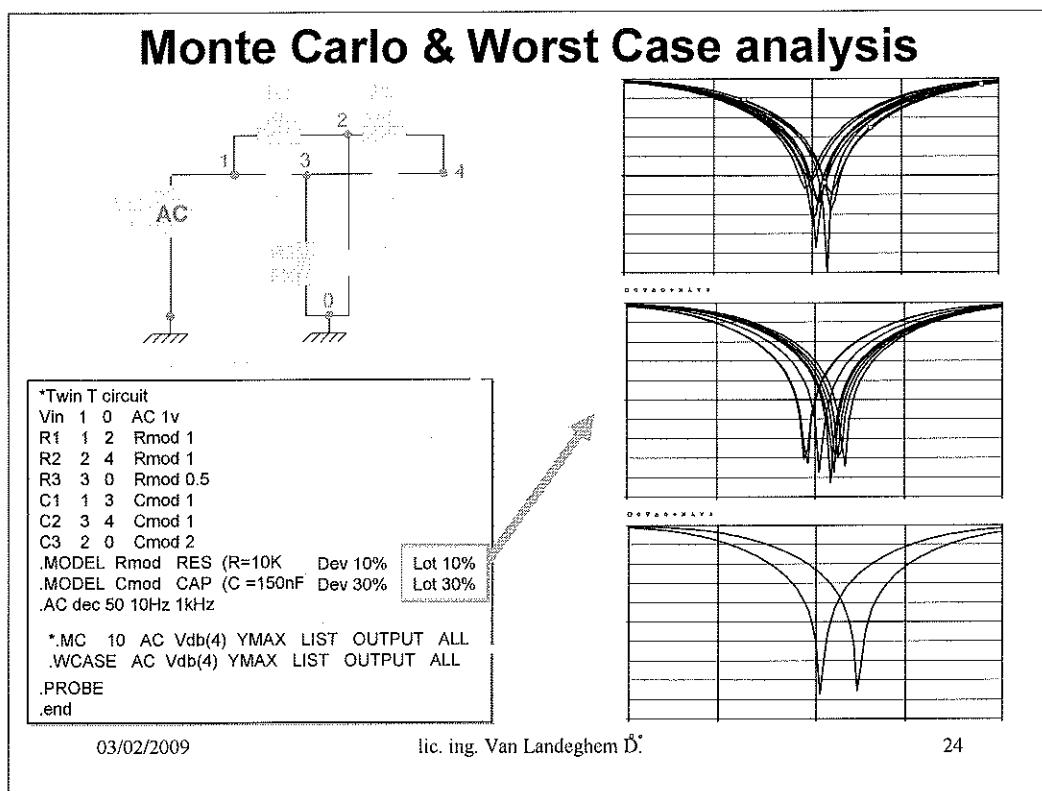
In some filter cases we need an odd order filter, than a first-order filter section will be cascaded with second-order filter sections. In the circuit above we show a first-order section with VCVS (Voltage Controlled Voltage Source) topology. The filtering is done by the use of R11 and C11, the OPAMP TL084, R12 and R13 as a non-inverting amplifier achieve gain.



In some filter cases we need an odd order filter, than a first-order filter section will be cascaded with second-order filter sections. The circuit above is a third-order LP (low pass) filter. The first section is a first-order section with VCVS (Voltage Controlled Voltage Source) topology. The second section is a second-order section with also a VCVS topology. The filtering in the second section is done by the use of R21, R24 and C21, C22, gain is achieved by the OPAMP TL084, R22 and R23 as a non-inverting amplifier. This second-order section can be referred to in literature, as Sallen & Key topology.

For high-quality filters, those with higher pole Q's and requirements for very low sensitivity, multiple-amplifier sections, i.e. cascaded second-order sections using more than one amplifier each and, if need be, additional coupling between the sections, can be used.

Cascade design has the additional advantages of extreme design simplicity, simple component trimming and filter tuning, and minimum power. The latter comes about because the number of OPAMP's per second-order filter section can be modified according to the performance quality desired. Thus a low-selectivity (low pole Q) filter can be built with one OPAMP, whereas the stability demands of a higher pole-Q section can be met with a two- or three- amplifier section.



The .MODEL statement defines a set of device parameters, which can be referenced by devices in the circuit. <Rmod and Cmod> are model names, which devices use to reference a particular model. <name> must start with a letter. It is good practice to make this the same letter as the device name (e.g., R for resistor, C for capacitor), but this is not required. LOT tolerances track, so that all devices that refer to the same model will use the same value of the model parameter. DEV tolerances are independent. The "%" indicates a relative (percentage) tolerance.

Monte Carlo/Worst Case analyses vary the lot or device tolerances of devices between multiple runs of an analysis (exactly one of DC, AC, or TRAN).

You can run either a Monte Carlo or a worst-case analysis, but not both at the same time.

The .MC statement causes a Monte Carlo (statistical) analysis of the circuit. The first run is done with nominal values of all components. Subsequent runs are done with variations on model parameters as specified by the DEV and LOT tolerances on each .MODEL statement.

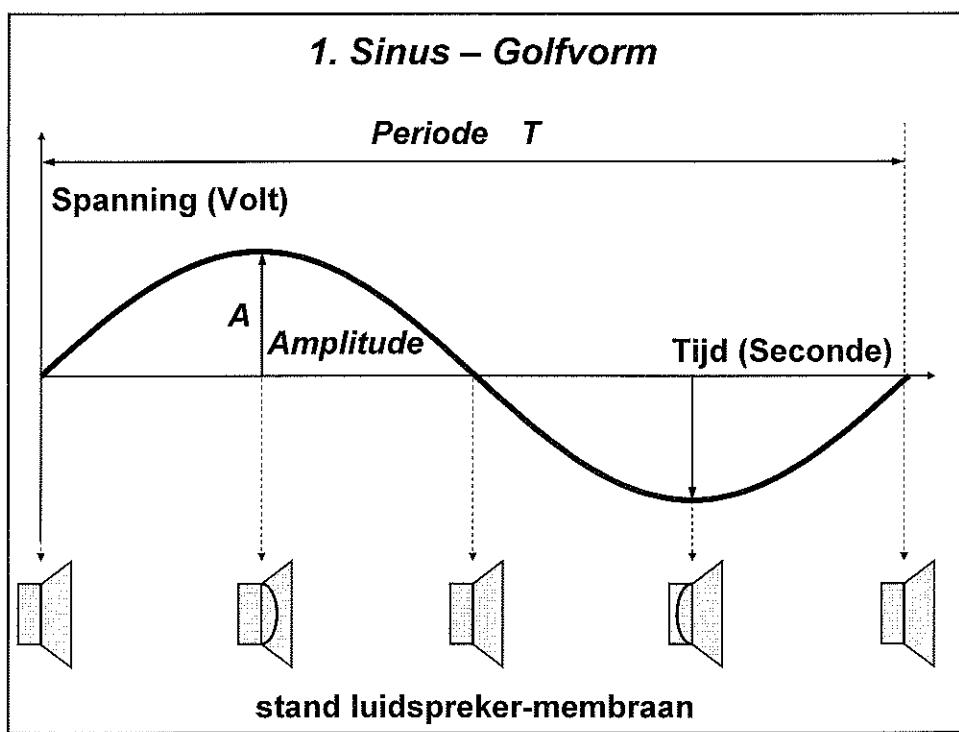
<10 (#runs value)> is the total number of runs to do. The other specifications on the .MC statement control the output generated by the Monte Carlo analysis.

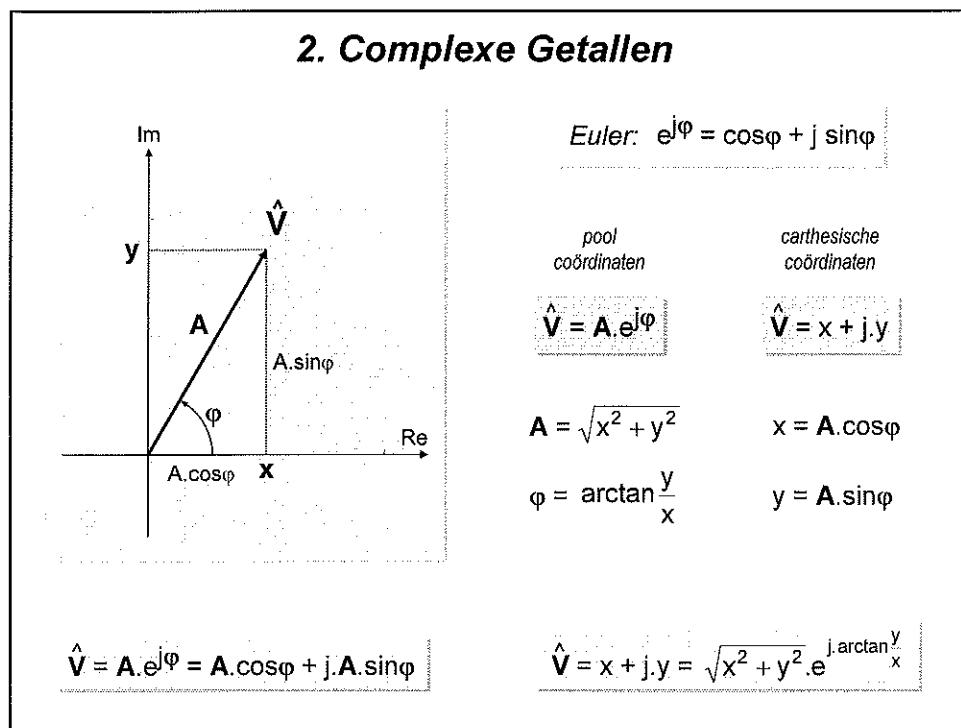
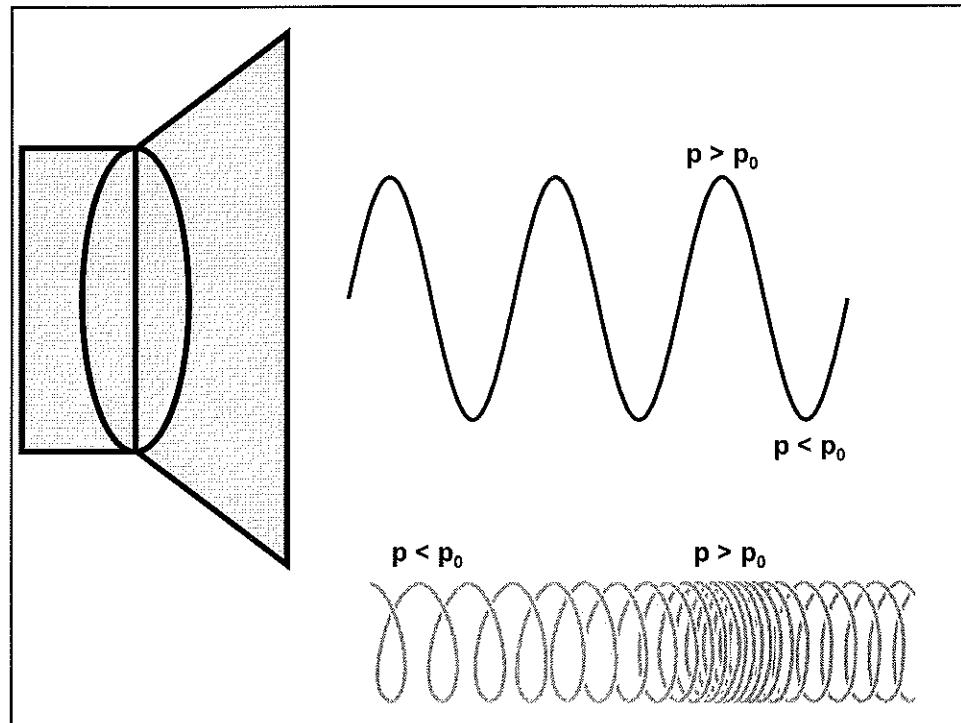
The keyword YMAX specifies the operation to be performed on the values of the <Vdb(4) (output variable)> to reduce these to a single value. This value is the basis for the comparisons between the nominal and subsequent runs.

If the keyword LIST is specified PSpice will print out, at the beginning of each run, the model parameter values actually used for each component during that run.

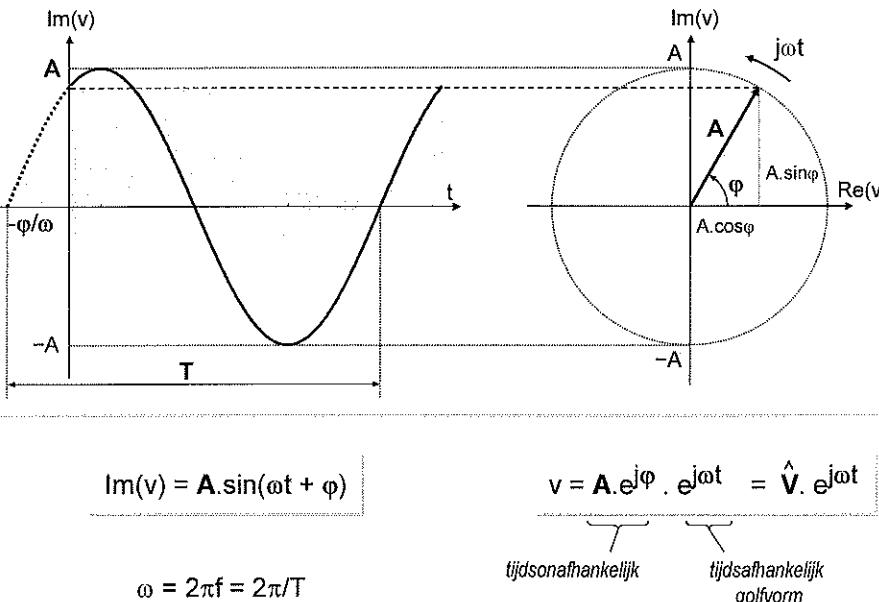
The output from the nominal (first) run is governed by the .PRINT, .PLOT, and .PROBE statements in the file. The output of subsequent runs are suppressed unless requested by the OUTPUT keyword:

ALL		forces all output to be generated
FIRST	<value>	generates output only during first n runs
EVERY	<value>	generates output every nth run
RUNS	<value>	generates output only for the listed runs

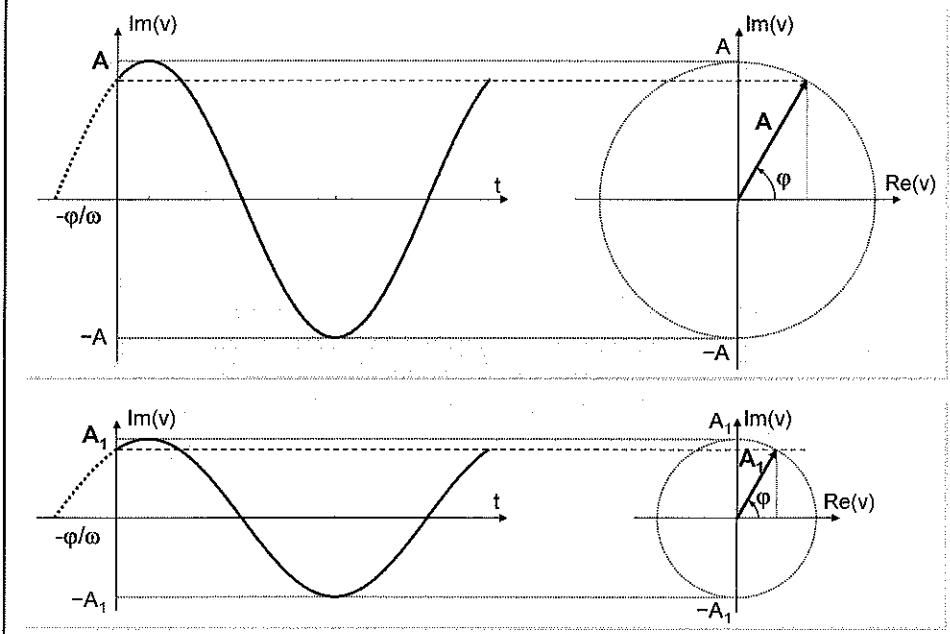


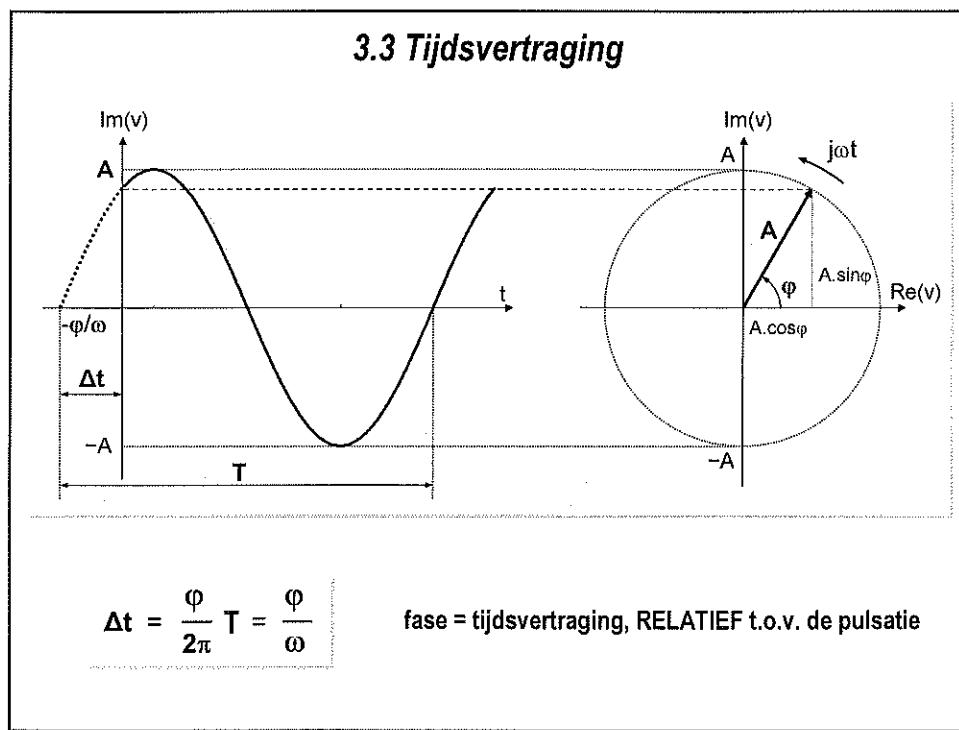
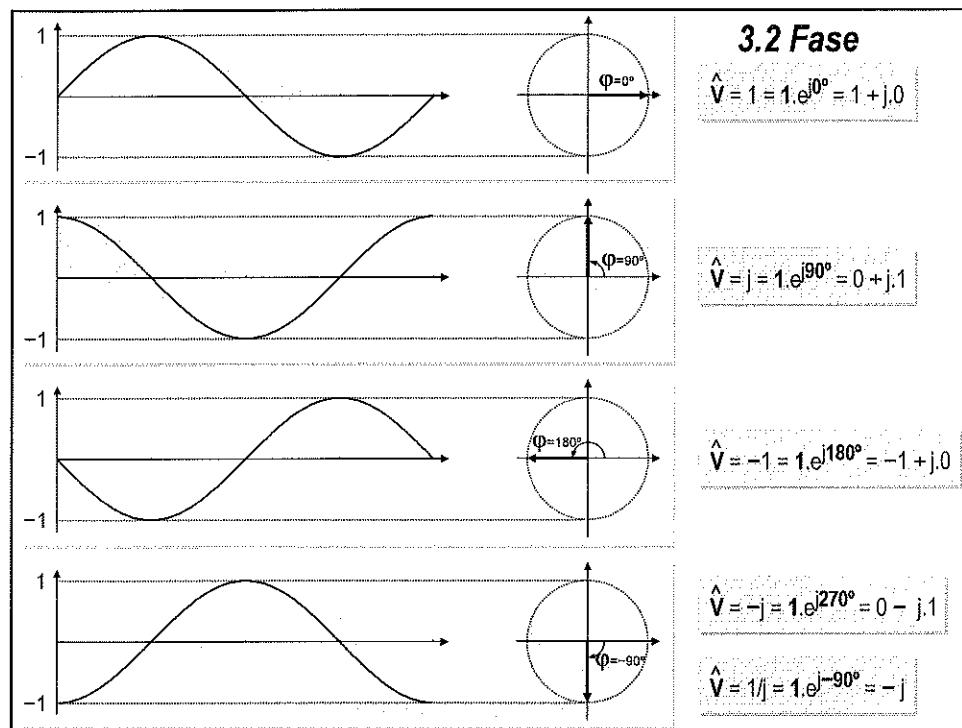


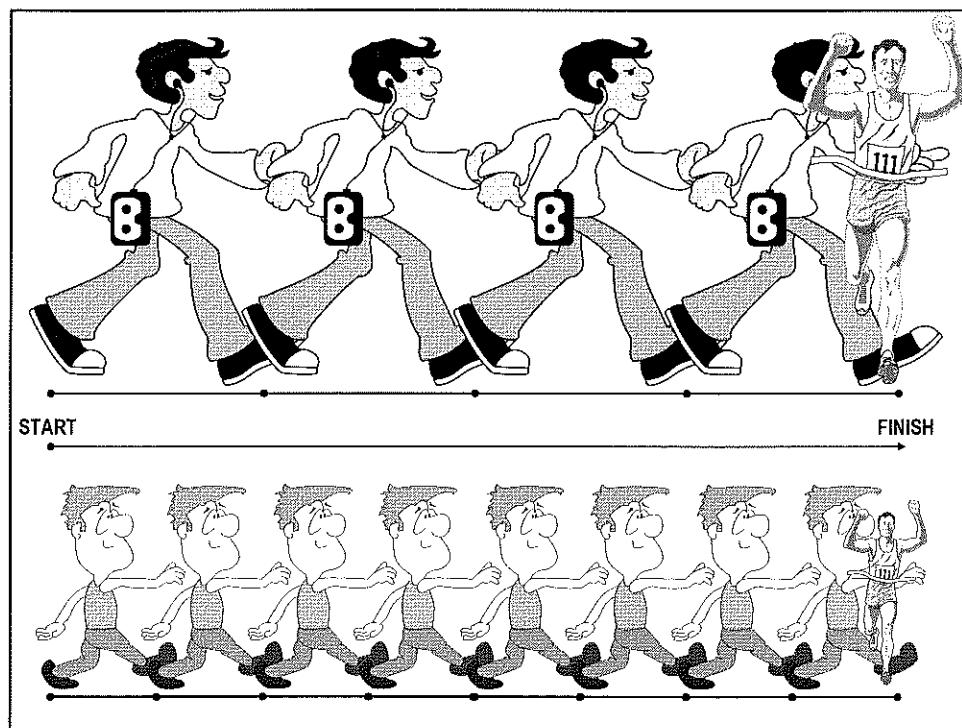
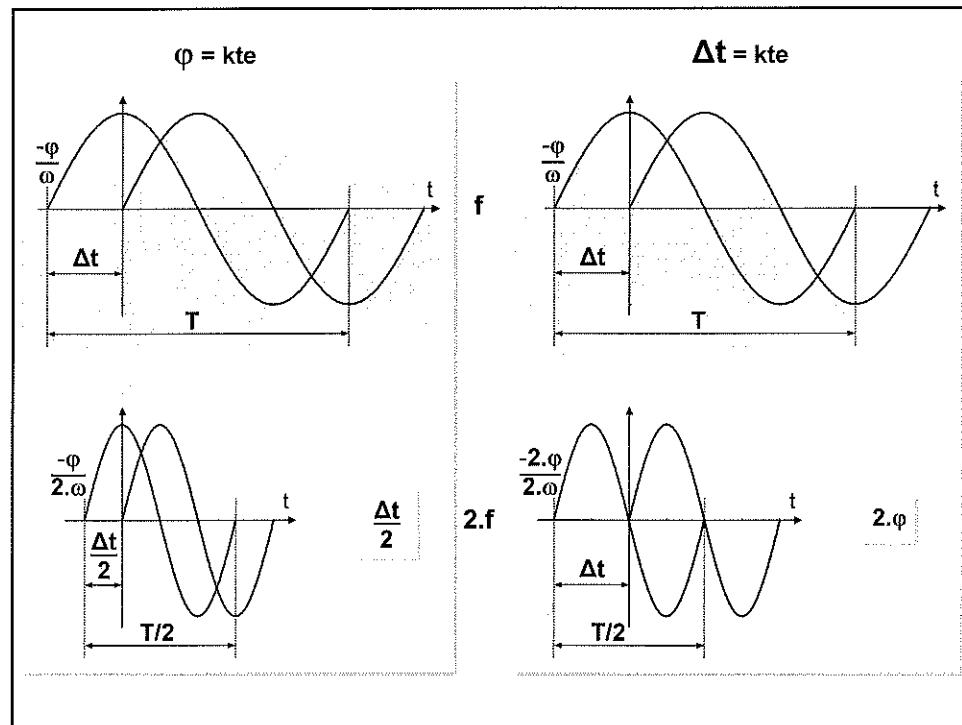
### 3. Sinus – Voorstelling met Complex Getal



#### 3.1 Amplitude



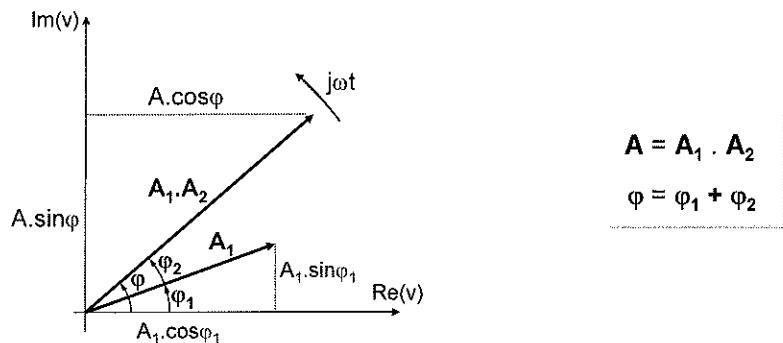




## 4. Bewerkingen met Complexe Getallen

### 4.1 Vermenigvuldiging

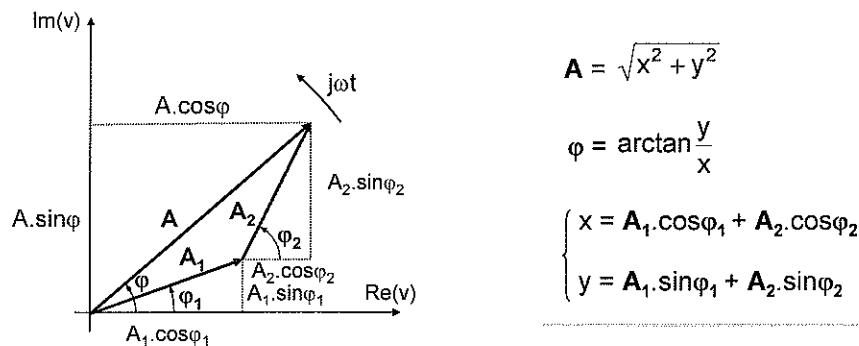
$$\begin{aligned} v_1 &= A_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\omega t} \\ c_2 &= A_2 \cdot e^{j\varphi_2} \end{aligned} \quad \rightarrow \text{X} \quad \begin{aligned} v &= v_1 \times c_2 = (A_1 \cdot e^{j\varphi_1} \times A_2 \cdot e^{j\varphi_2}) \cdot e^{j\omega t} \\ &= A \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned}$$

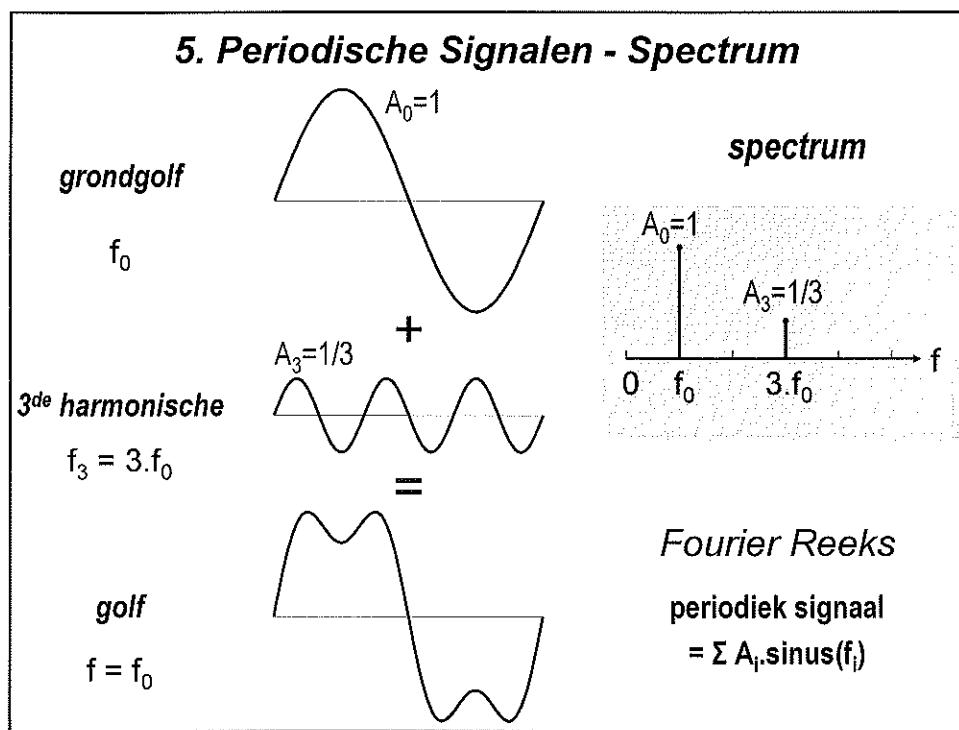
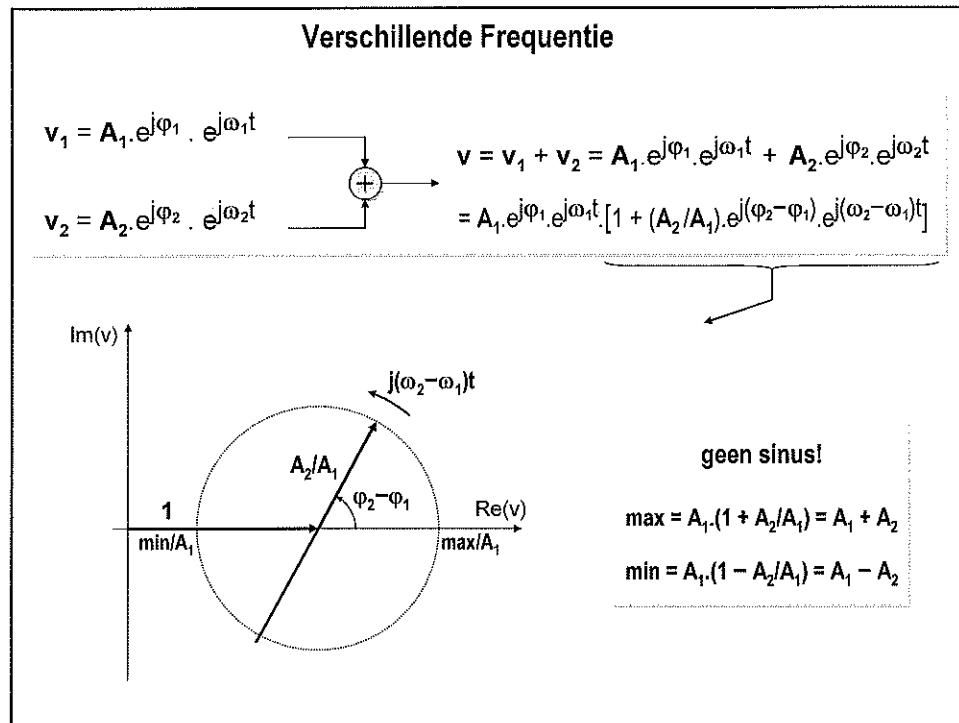


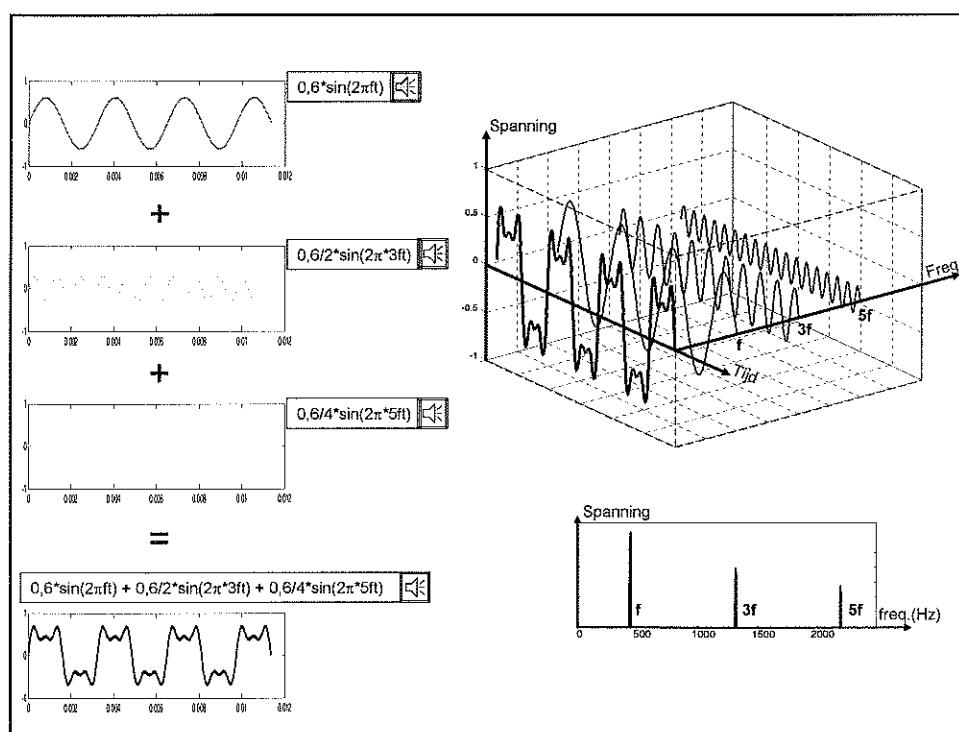
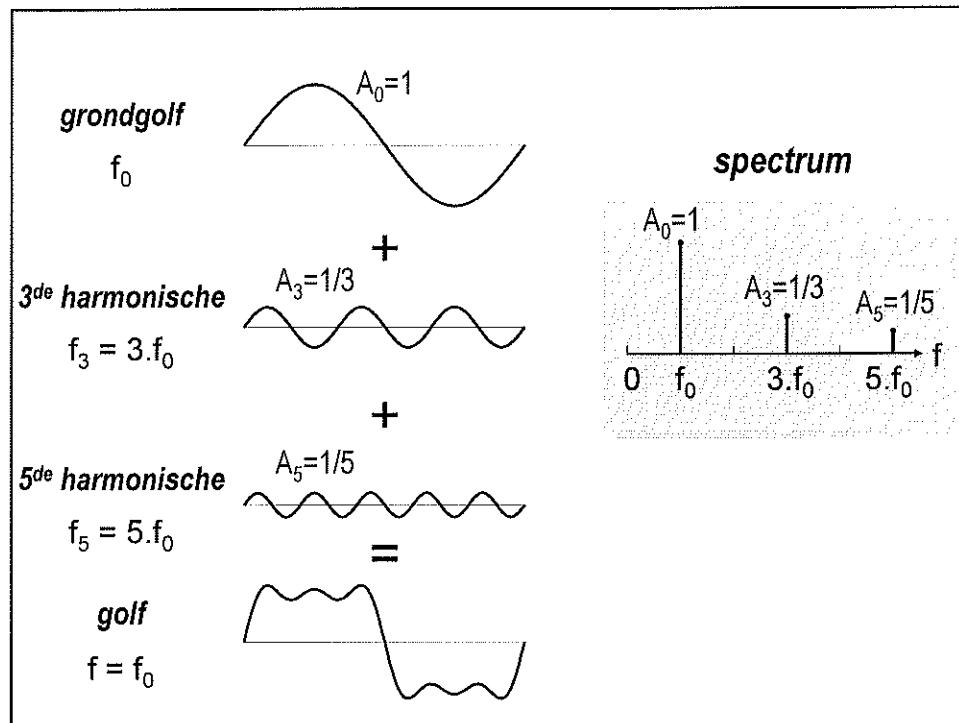
### 4.2 Optelling

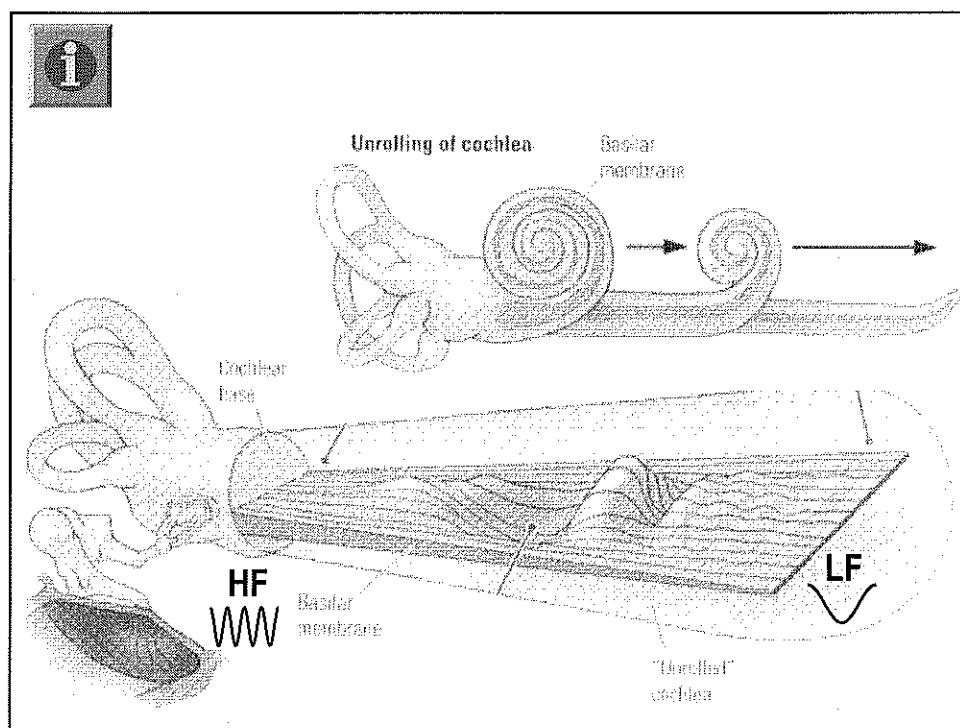
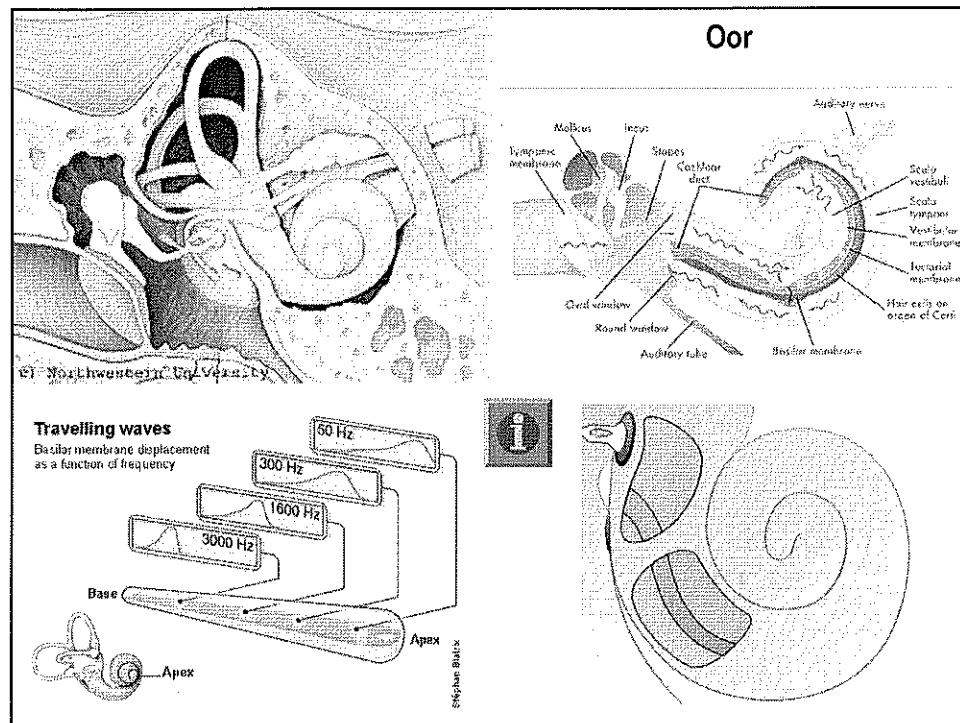
#### Dezelfde Frequentie

$$\begin{aligned} v_1 &= A_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\omega t} \\ v_2 &= A_2 \cdot e^{j\varphi_2} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \quad \rightarrow \text{+} \quad \begin{aligned} v &= v_1 + v_2 = (A_1 \cdot e^{j\varphi_1} + A_2 \cdot e^{j\varphi_2}) \cdot e^{j\omega t} \\ &= A \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned}$$



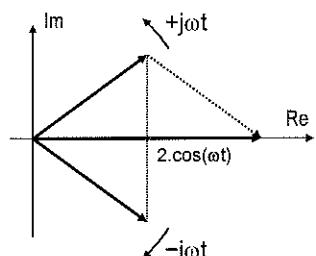




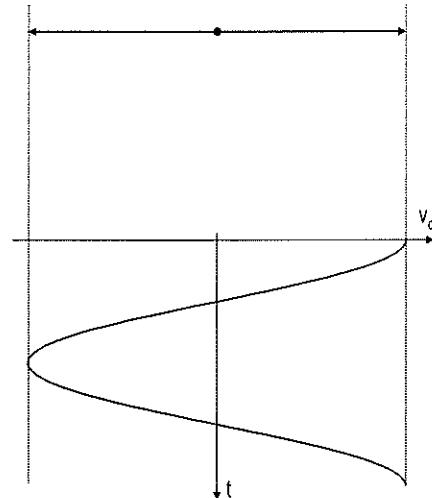
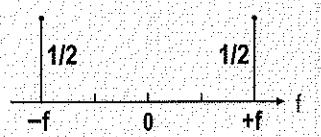


## 6. Frequenties: + en -

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$



spectrum

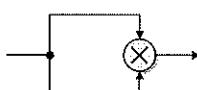


## 7. Niet-Lineaire Systemen

### 7.1 Kwadrateren

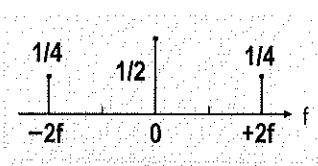
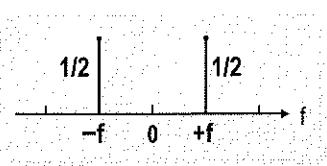
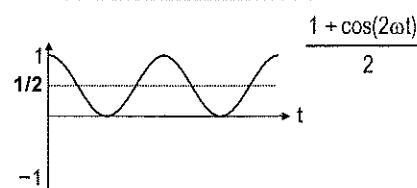
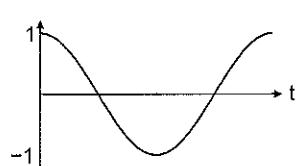
$$v = A \cdot e^{j\phi} \cdot e^{j\omega t}$$

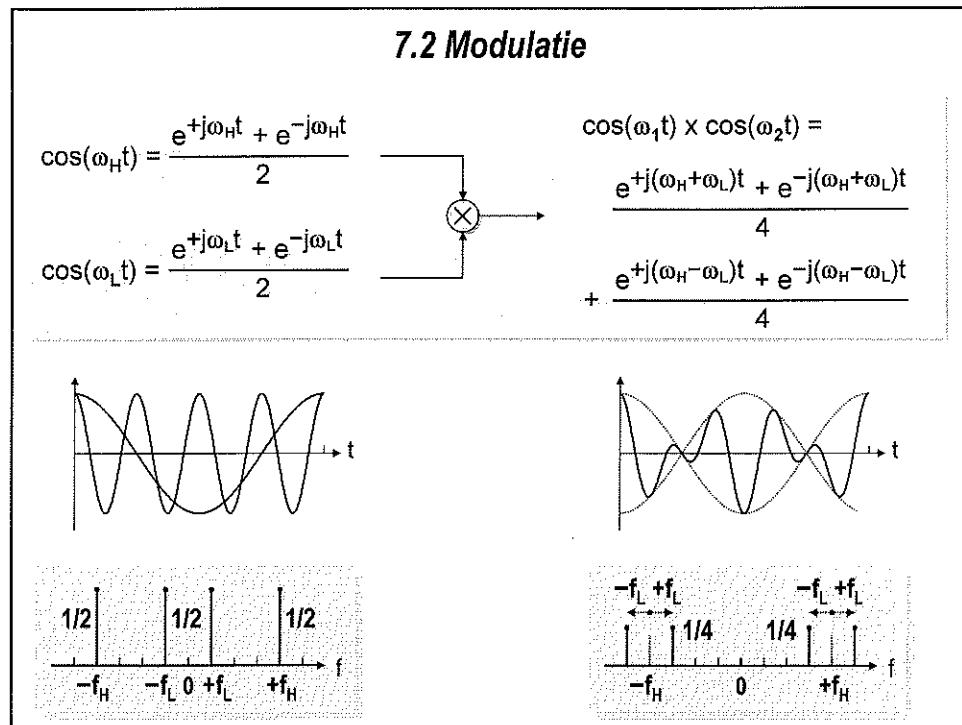
$$\cos(\omega t) = \frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

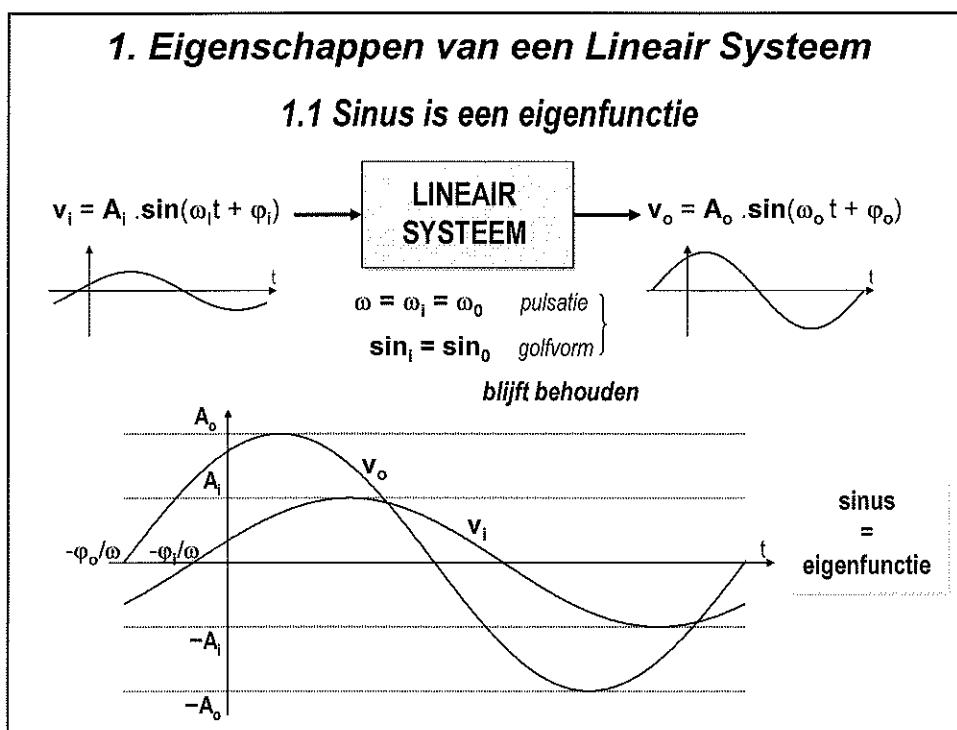


$$v^2 = A^2 \cdot e^{j2\phi} \cdot e^{j2\omega t}$$

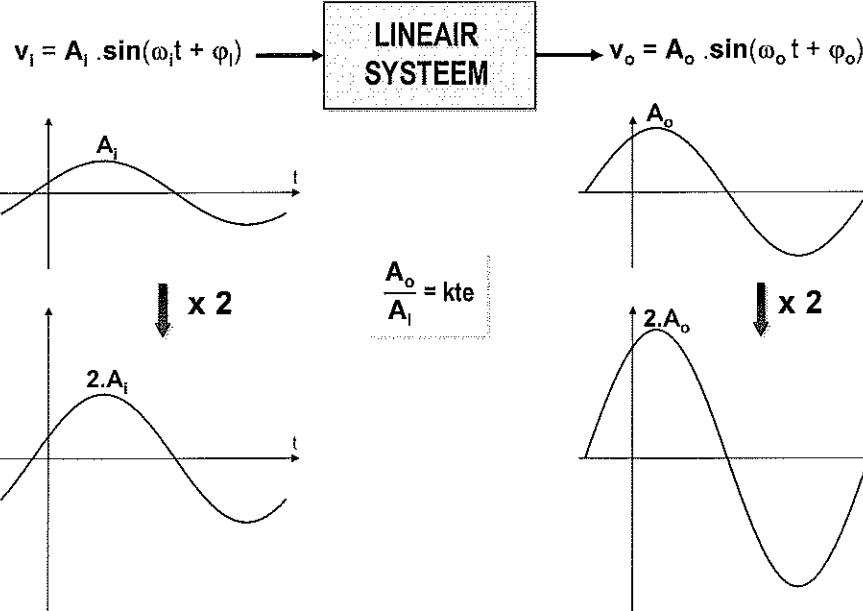
$$\cos^2(\omega t) = \frac{2 + e^{+j2\omega t} + e^{-j2\omega t}}{4}$$



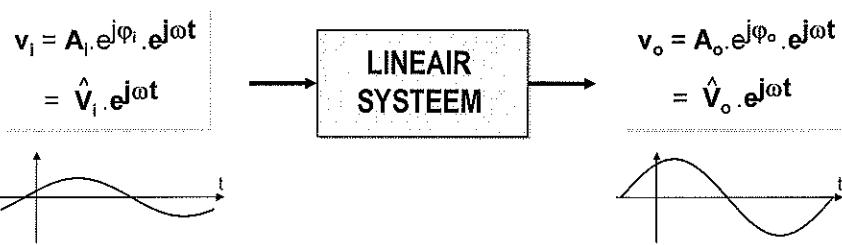




### 1.2 Evenredigheid van In- en Uitgangsamplitude



### 2. Transfertfunctie H



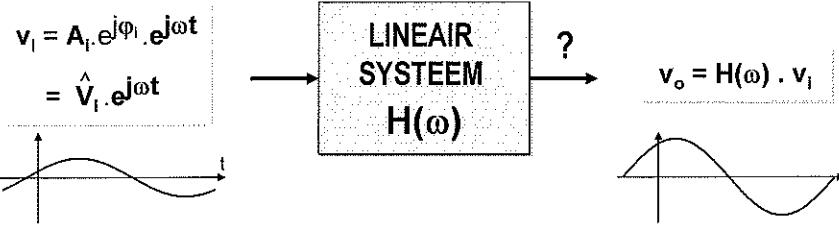
$$H(\omega) = |H| \cdot e^{j\angle H} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{A_o}{A_i} \cdot e^{j(\phi_o - \phi_i)}$$

afhankelijk van  $\omega$   
onafhankelijk van  $t$

AMPLITUDERESPONSIE  $|H| = \frac{A_o}{A_i}$

FASERESPONSIE  $\angle H = \phi_o - \phi_i$

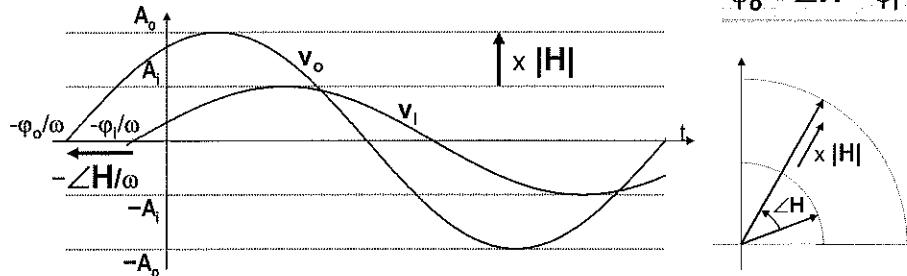
### 3. Bepalen van Responsie met Transfertfunctie



$$A_o \cdot e^{j\phi_o} \cdot e^{j\omega t} = v_o = H(\omega) \cdot v_i = |H(\omega)| \cdot e^{j\angle H} \cdot A_i \cdot e^{j\phi_i} \cdot e^{j\omega t}$$

$$A_o = |H| \cdot A_i$$

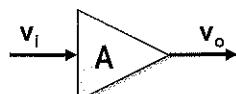
$$\phi_o = \angle H + \phi_i$$



### 4. Bepalen van de Transfertfunctie: Formeel

$$v_i = \hat{V}_i \cdot e^{j\omega t}$$

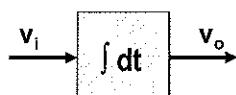
tijd



$$v_o = A \cdot v_i$$

frequentie

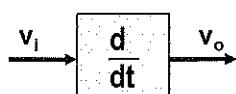
$$H(\omega) = A$$



$$v_o = \int v_i dt$$

$$v_o = \frac{\hat{V}_i \cdot e^{j\omega t}}{j\omega}$$

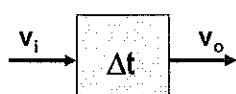
$$H(\omega) = \frac{1}{j\omega}$$



$$v_o = \frac{d}{dt} v_i$$

$$v_o = j\omega \cdot \hat{V}_i \cdot e^{j\omega t}$$

$$H(\omega) = j\omega$$

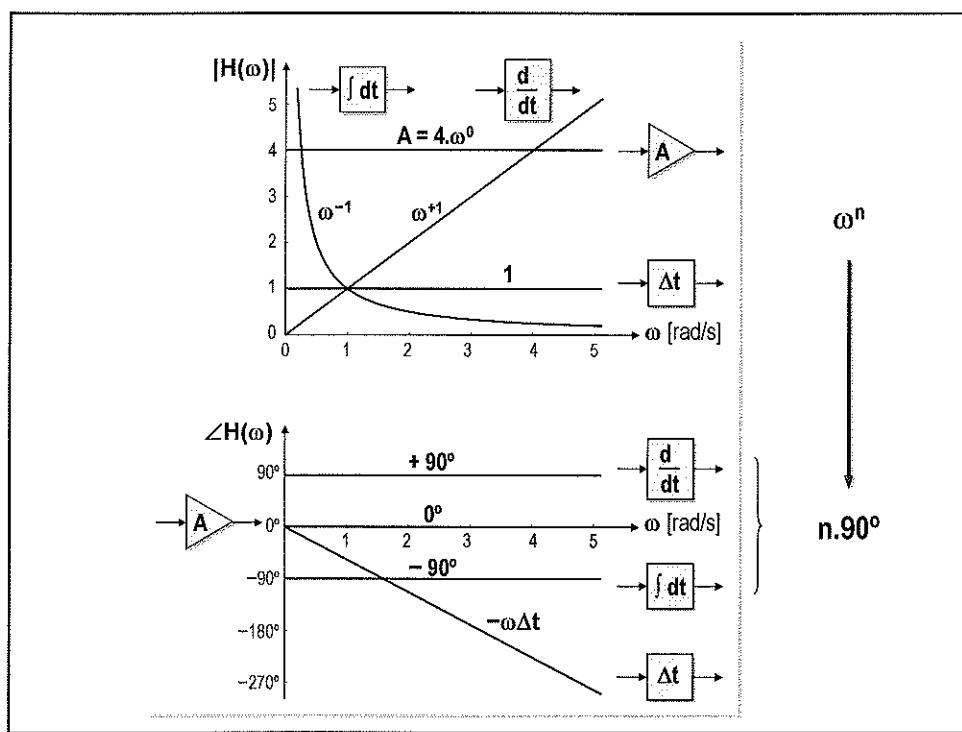


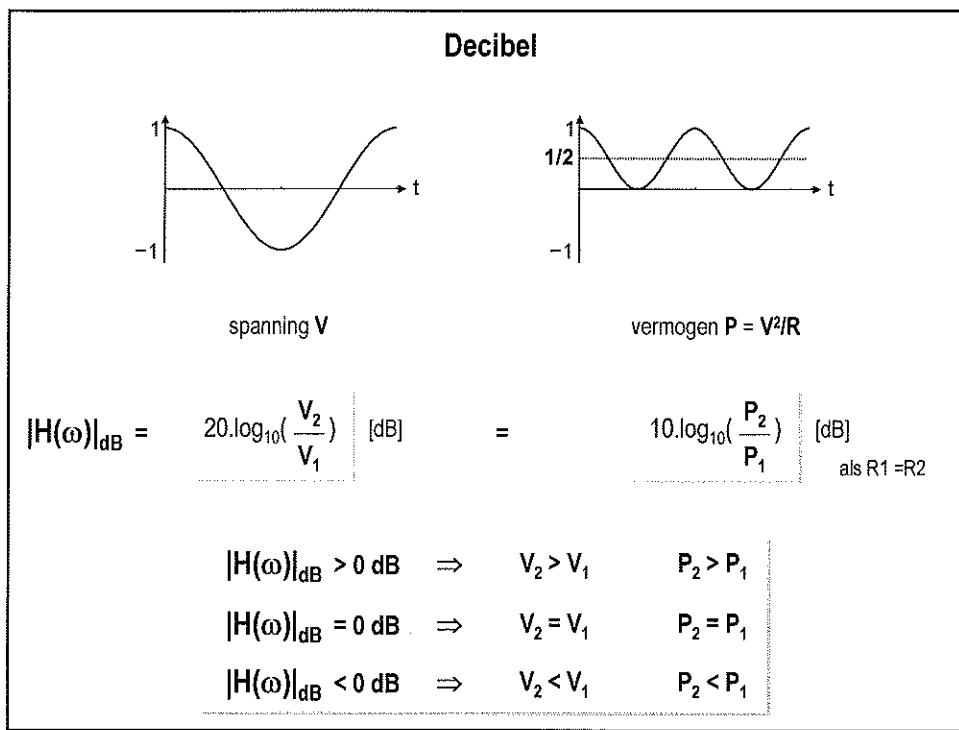
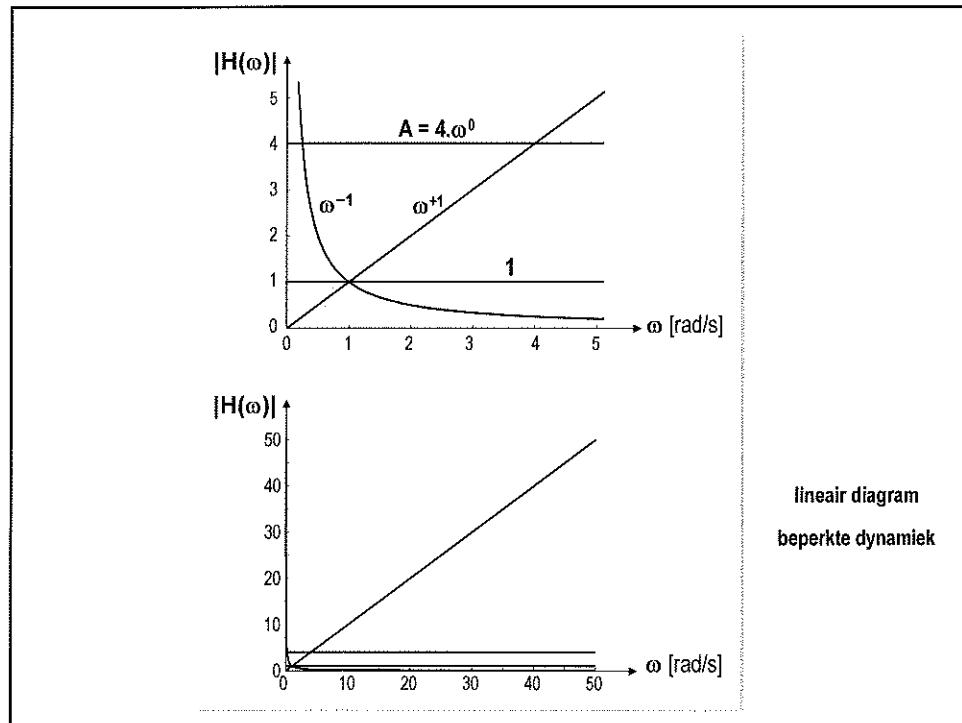
$$v_o = v_i(t - \Delta t)$$

$$v_o = e^{-j\omega \Delta t} \cdot \hat{V}_i \cdot e^{j\omega t}$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega \Delta t}$$

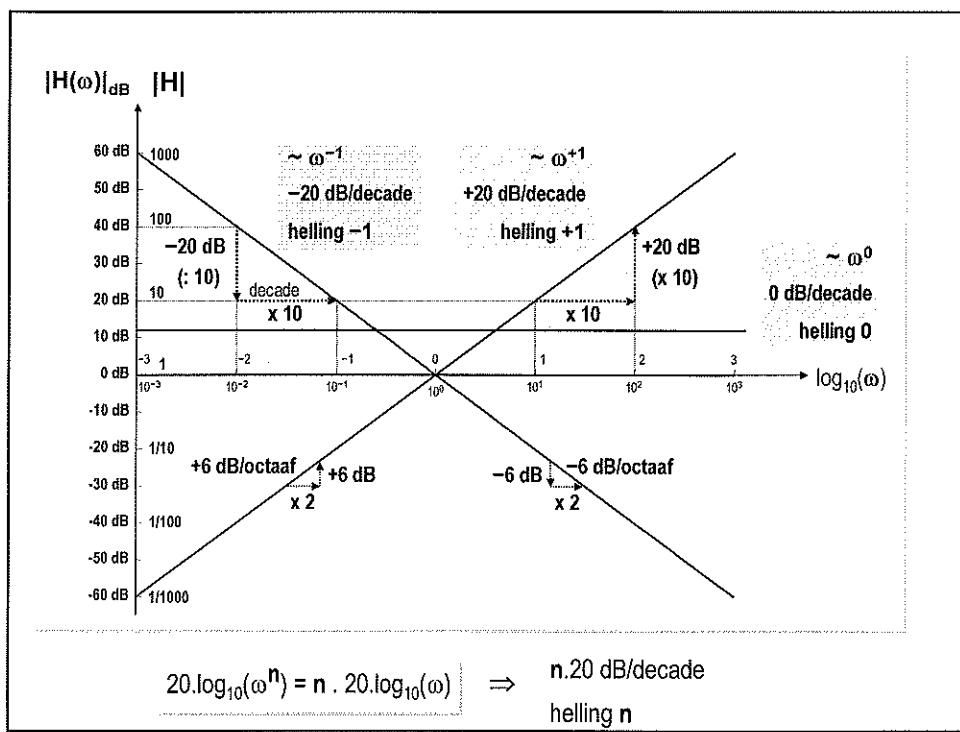
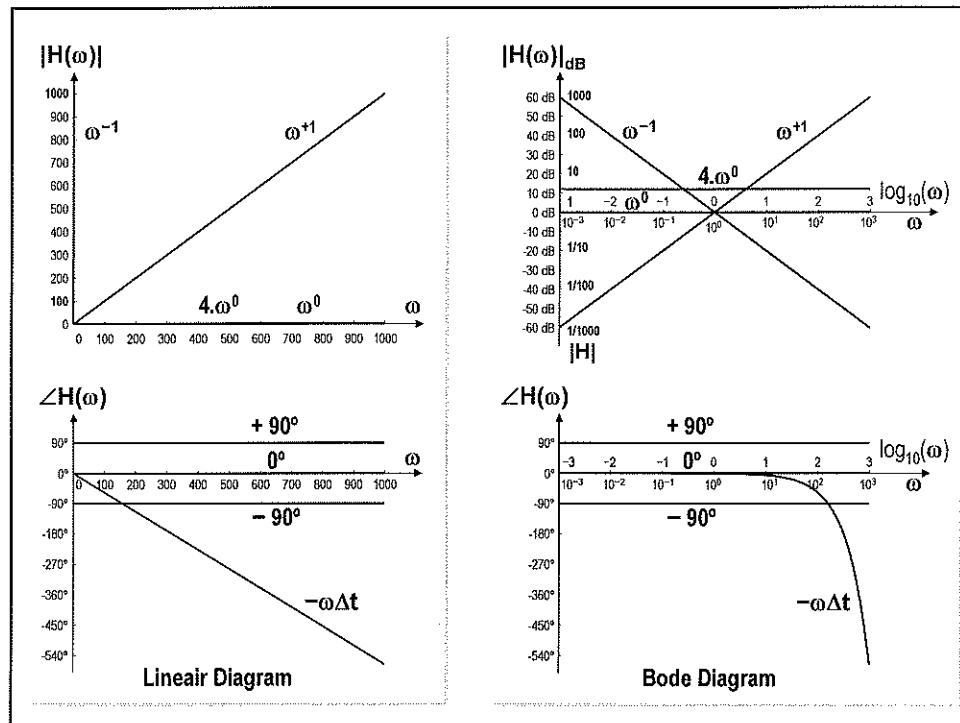
	transfertfunctie	amplitude	fase
$v_i \rightarrow A$	$H(\omega) = A$	$ H(\omega)  = A$	$\angle H(\omega) = 0^\circ$
$v_i \rightarrow \int dt$	$H(\omega) = \frac{1}{j\omega}$	$ H(\omega)  = \frac{1}{\omega}$	$\angle H(\omega) = -90^\circ$
$v_i \rightarrow \frac{d}{dt}$	$H(\omega) = j\omega$	$ H(\omega)  = \omega$	$\angle H(\omega) = +90^\circ$
$v_i \rightarrow \Delta t$	$H(\omega) = e^{-j\omega\Delta t}$	$ H(\omega)  = 1$	$\angle H(\omega) = -\omega\Delta t$

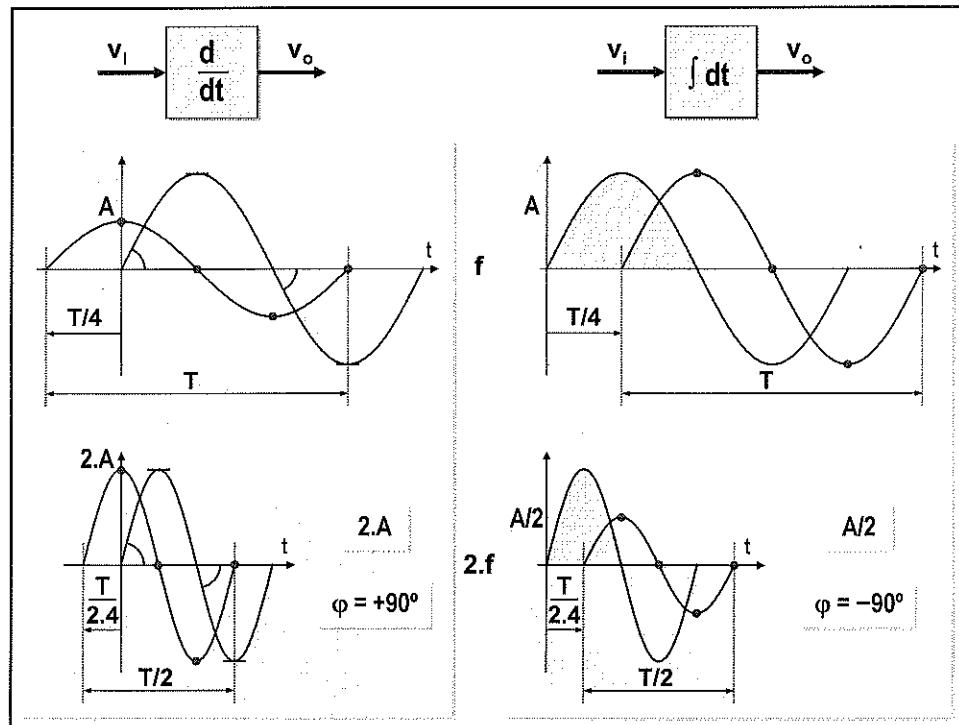




Rekenregels Logaritmen		
$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$	$\Rightarrow  H(\omega)  = \frac{V_2}{V_1} = 10^{\left( \frac{ H(\omega) _{dB}}{20} \right)}$	
$ H(\omega) _{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$	$\Rightarrow  H(\omega) ^2 = \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 = 10^{\left( \frac{ H(\omega) _{dB}}{10} \right)}$	
$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10}(a^b) = b \cdot 20 \cdot \log_{10}(a)$	$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10}(a^{-b}) = -b \cdot 20 \cdot \log_{10}(a)$	
$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10}(a) + 20 \cdot \log_{10}(b) = 20 \cdot \log_{10}(a \cdot b)$		
$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10}(\omega^n) + 20 \cdot \log_{10}(\omega^k) = 20 \cdot \log_{10}(\omega^{n+k}) = (n+k) \cdot 20 \cdot \log_{10}(\omega)$		machten optellen
$ H(\omega) _{dB} = 20 \cdot \log_{10}(10^n) = n \cdot 20 \text{ dB}$	$= 10 \cdot \log_{10}(10^{2n}) = n \cdot 20 \text{ dB}$	

Decibel Tabel		
$dB$	$V_2/V_1$	$P_2/P_1$
+1.0	1.122	1.259
+0.9	1.109	1.230
+0.8	1.096	1.202
+0.7	1.084	1.175
+0.6	1.072	1.148
+0.5	1.059	1.122
+0.4	1.047	1.096
+0.3	1.035	1.072
+0.2	1.023	1.047
+0.1	1.012	1.023
+0.0	1	1
-0.1	0.989	0.977
-0.2	0.977	0.955
-0.3	0.966	0.933
-0.4	0.955	0.912
-0.5	0.944	0.891
-0.6	0.933	0.871
-0.7	0.923	0.851
-0.8	0.912	0.832
-0.9	0.902	0.813
-1.0	0.891	0.794
$dB$	$V_2/V_1$	$P_2/P_1$
+100.0	$10^5$	$10^{10}$
+80.0	$10^4$	$10^8$
+60.0	$10^3$	$10^6$
+40.0	$10^2$	$10^4$
+20.0	$10^1$	$10^2$
+10.0	3.162	$10^1$
+6.0	1.995	3.980
+3.0	1.413	1.995
+0.0	1	1
-3.0	0.708	0.501
-6.0	0.501	0.251
-10.0	0.316	$10^{-1}$
-20.0	$10^{-1}$	$10^{-2}$
-40.0	$10^{-2}$	$10^{-4}$
-60.0	$10^{-3}$	$10^{-6}$
-80.0	$10^{-4}$	$10^{-8}$
-100.0	$10^{-5}$	$10^{-10}$





## 5. Constructieregels Bodediagram

### 5.1 Inverse Transfertfunctie

$$\rightarrow \boxed{H(\omega)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{G(\omega) = 1/H(\omega)} \rightarrow$$

$$H(\omega) = |H| \cdot e^{j\angle H}$$

$$G(\omega) = |G| \cdot e^{j\angle G} = \frac{1}{|H| \cdot e^{j\angle H}}$$

$$= \frac{1}{|H|} \cdot e^{-j\angle H}$$

AMPLITUDERESPONSIE

$$|G| = \frac{1}{|H|}$$

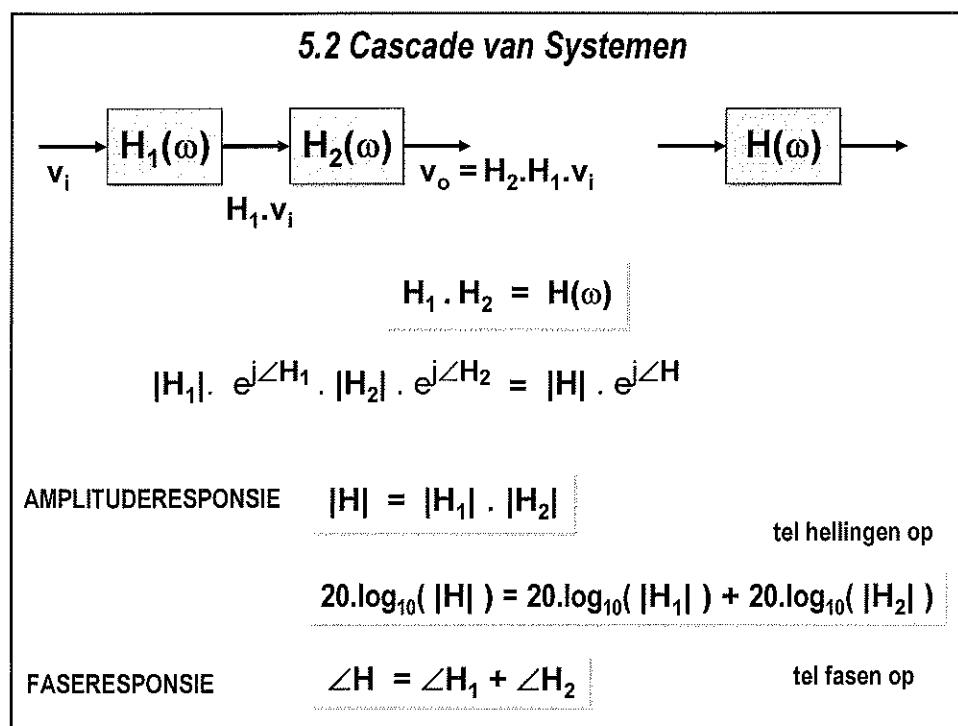
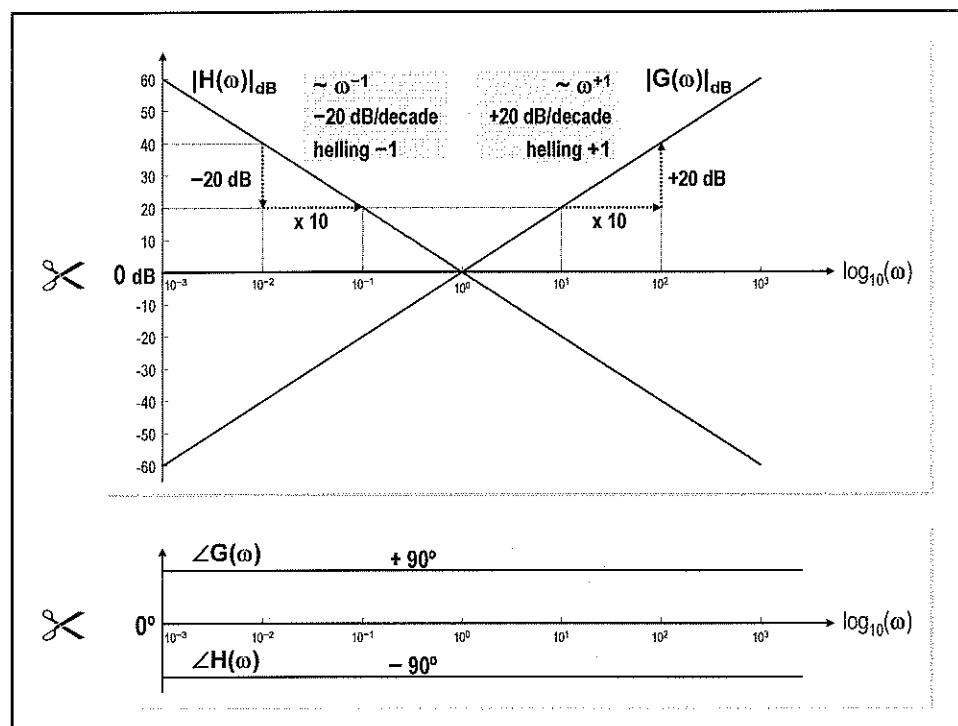
$$20 \log_{10}(|G|) = -20 \log_{10}(|H|)$$

inverteer helling

FASERESPONSIE

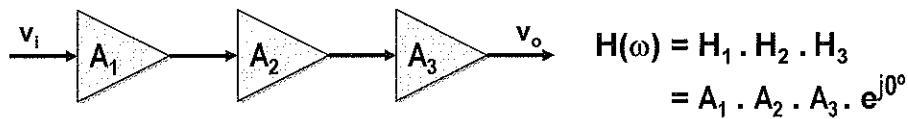
$$\angle G = -\angle H$$

inverteer fase



### 5.3 Voorbeelden van Cascadeschakelingen

#### Cascade van Versterkers

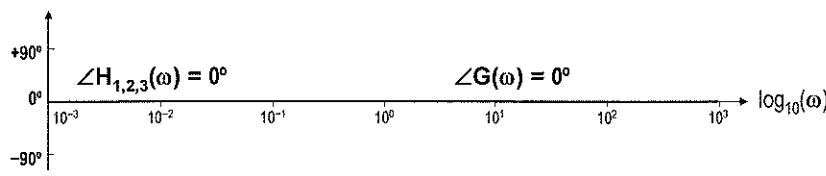
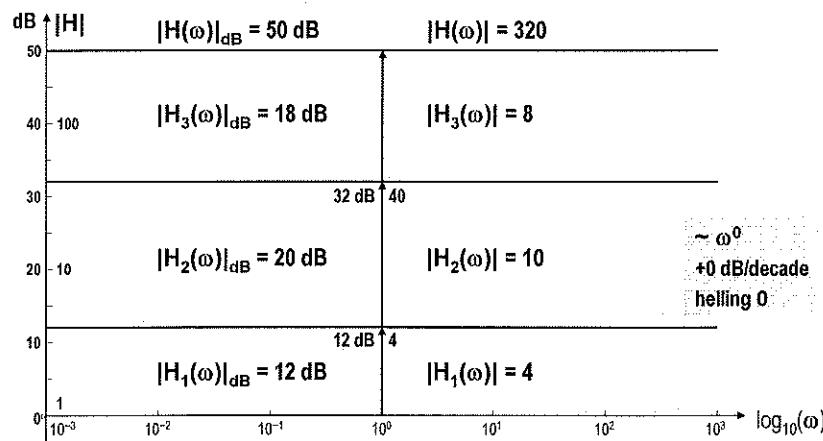


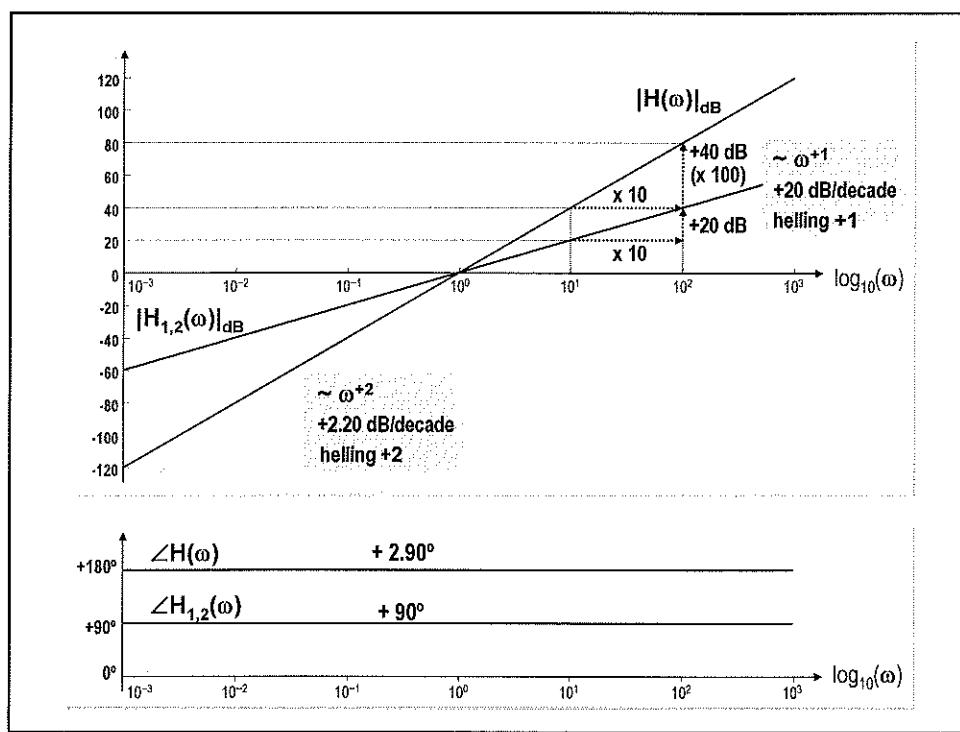
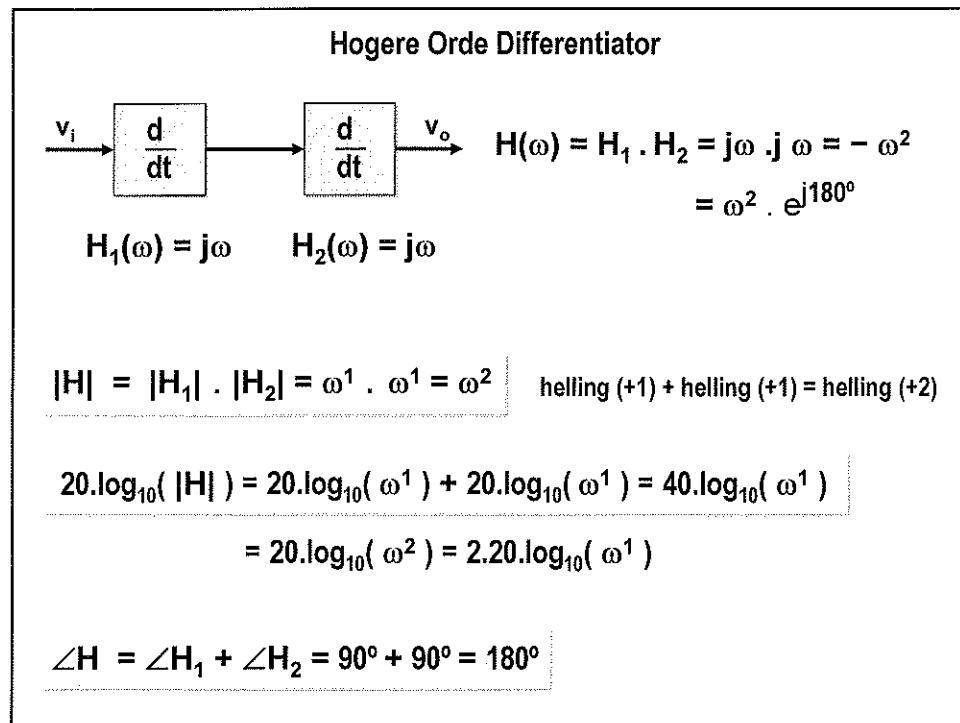
$$H_1 = A_1 \quad H_2 = A_2 \quad H_3 = A_3$$

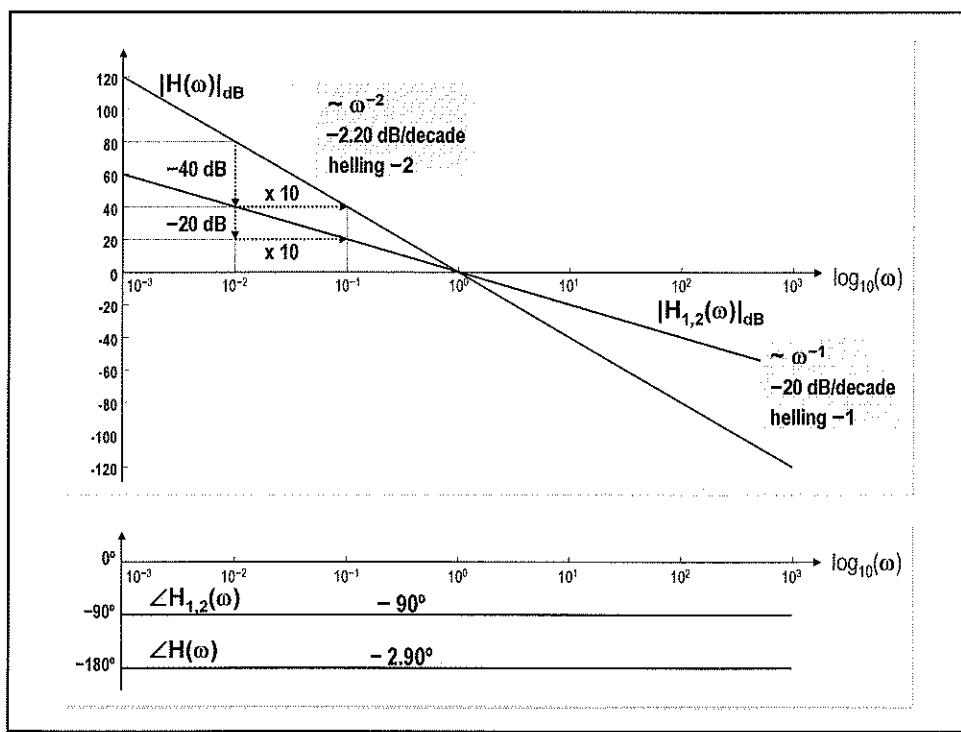
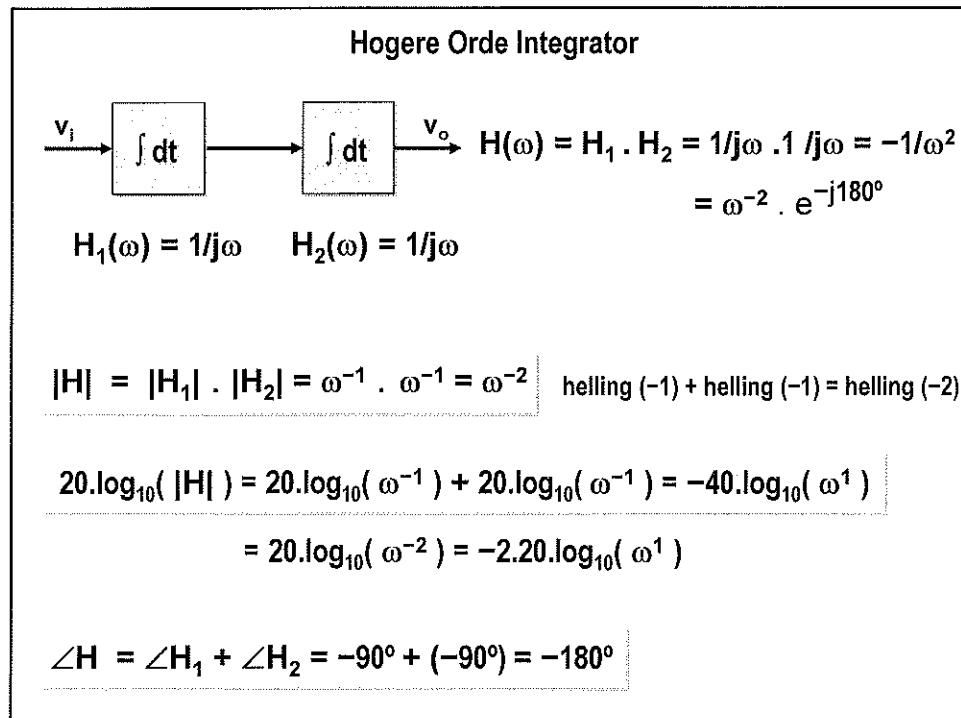
$$|H| = |H_1| \cdot |H_2| \cdot |H_3| = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

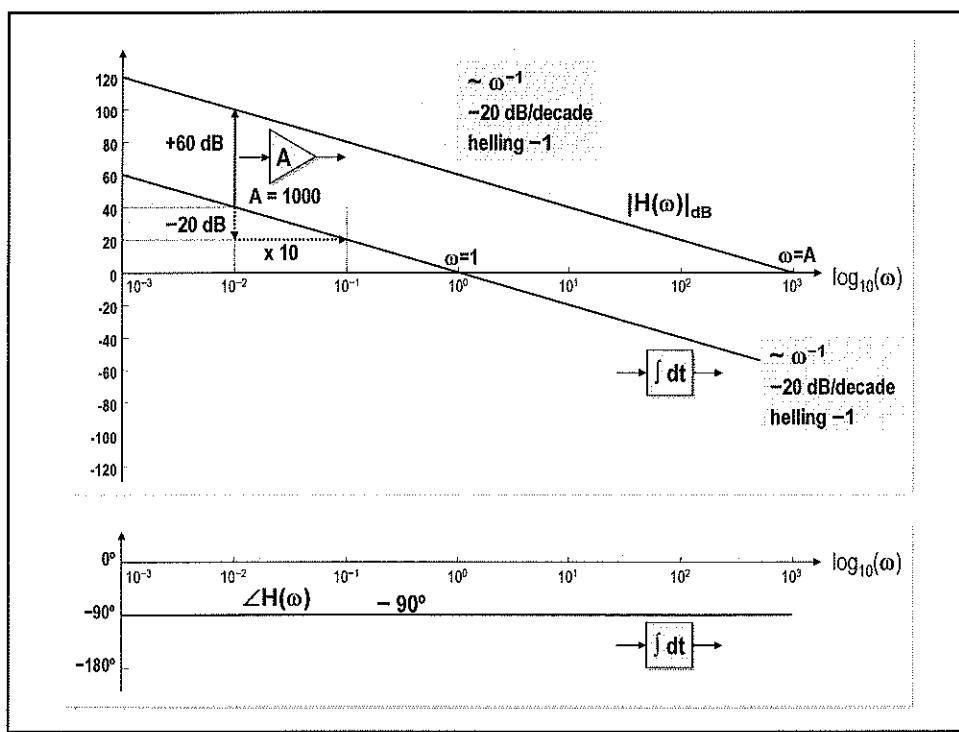
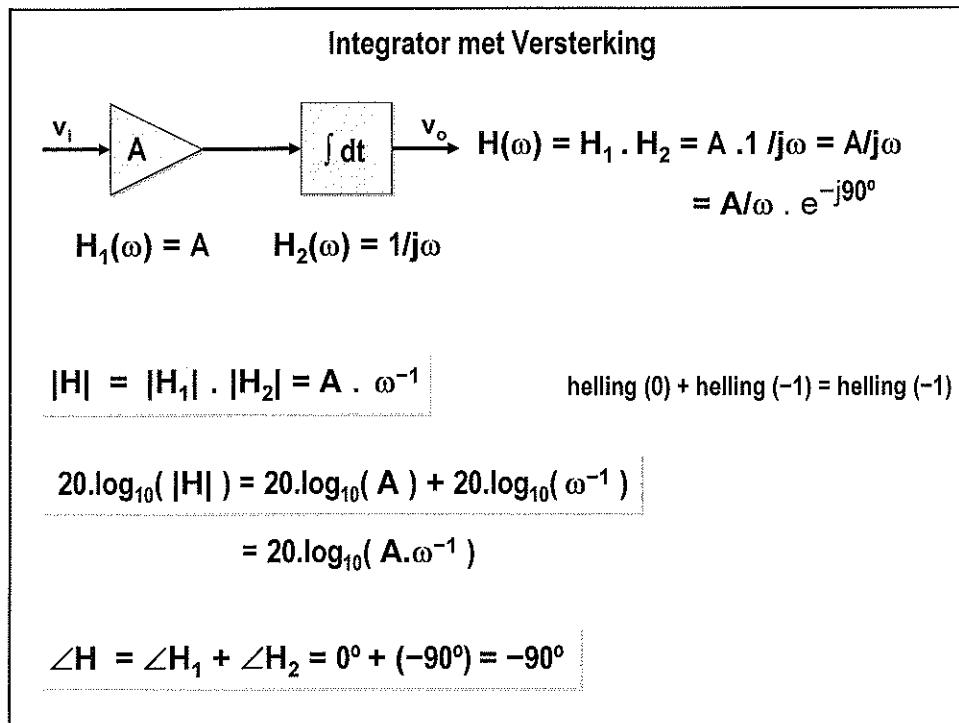
$$20 \cdot \log_{10}(|H|) = 20 \cdot \log_{10}(A_1) + 20 \cdot \log_{10}(A_2) + 20 \cdot \log_{10}(A_3)$$

$$\angle H = \angle H_1 + \angle H_2 + \angle H_3 = 0^\circ + 0^\circ + 0^\circ = 0^\circ$$









### 6. Bepalen van $H$ : Differentiaalvergelijking

$$v_i = A_i e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} \quad \xrightarrow{\text{LINEAIR SYSTEEM}} \quad v_o = A_o e^{j\varphi_o} e^{j\omega t}$$

$$= \hat{V}_i e^{j\omega t} \quad \quad \quad = \hat{V}_o e^{j\omega t}$$

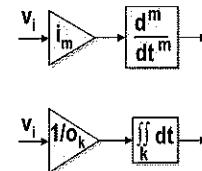


TIJD

$$\left( \sum i_m \frac{d^m}{dt^m} \right) v_i = \left( \sum o_k \frac{d^k}{dt^k} \right) v_o$$

FREQUENTIE

$$H(\omega) = |H| e^{j\angle H} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{\sum i_m (j\omega)^m}{\sum o_k (j\omega)^k}$$

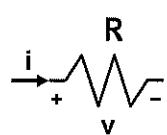


### 7. Bepalen van de Impedantie

$$i = \hat{i} e^{j\omega t}$$

$$v = \hat{V} e^{j\omega t}$$

$$Z(\omega) = \frac{v}{i} [\Omega]$$



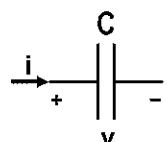
tijd

$$v = R \cdot i$$

$$v = R \cdot \hat{i} e^{j\omega t}$$

frequentie

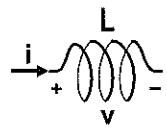
$$Z(\omega) = R$$



$$v = \int i/C dt$$

$$v = \frac{\hat{i} e^{j\omega t}}{j\omega C}$$

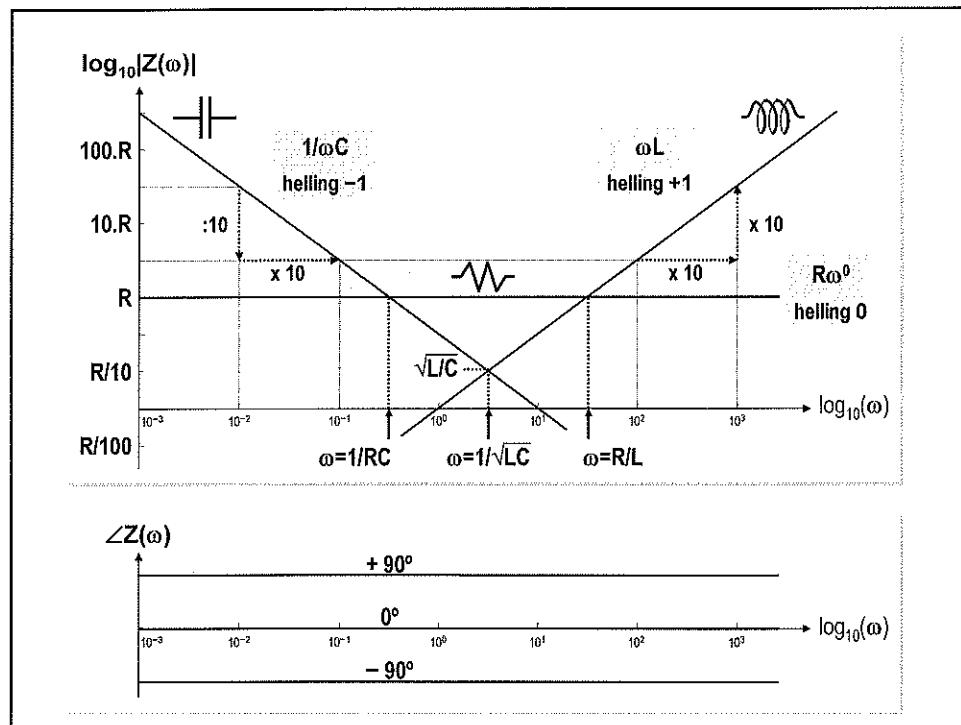
$$Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$



$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$v = j\omega L \cdot \hat{i} e^{j\omega t}$$

$$Z(\omega) = j\omega L$$

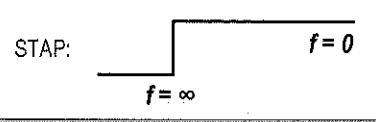


### 7.1 Limietwaarden voor Impedanties ( $R, C, L$ )

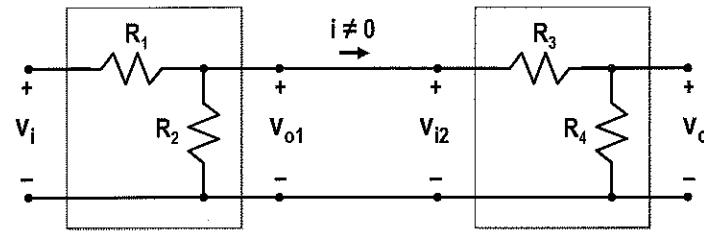
	$f = 0$	$f = \infty$
	$Z = R$	
	$Z = \infty$	
	$Z = 0$	

DC

HF



## 7.2 Cascade Voorwaarde

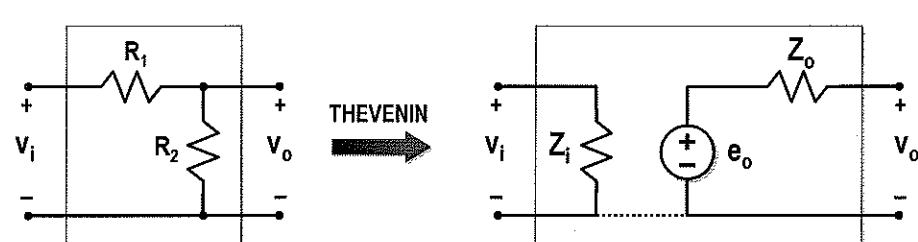


$$H_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$H_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$H_1 \cdot H_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \neq H = \frac{R_2 // (R_3 + R_4)}{R_1 + (R_2 // (R_3 + R_4))} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Cascaderegel: niet toepasbaar bij wederzijdse beïnvloeding tussen de gekoppelde systemen



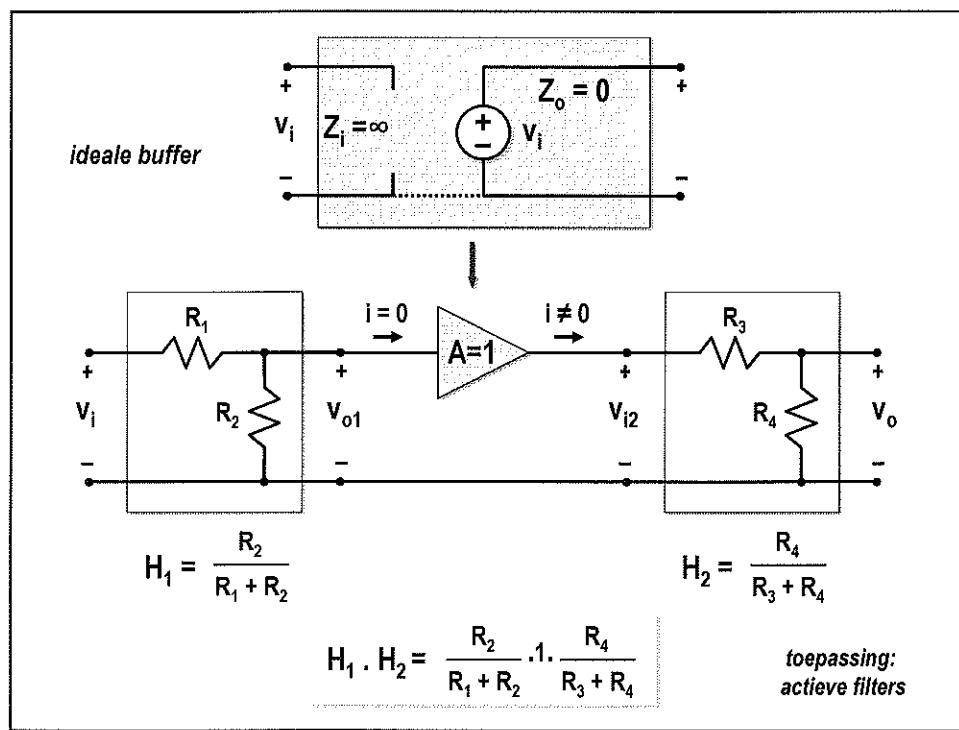
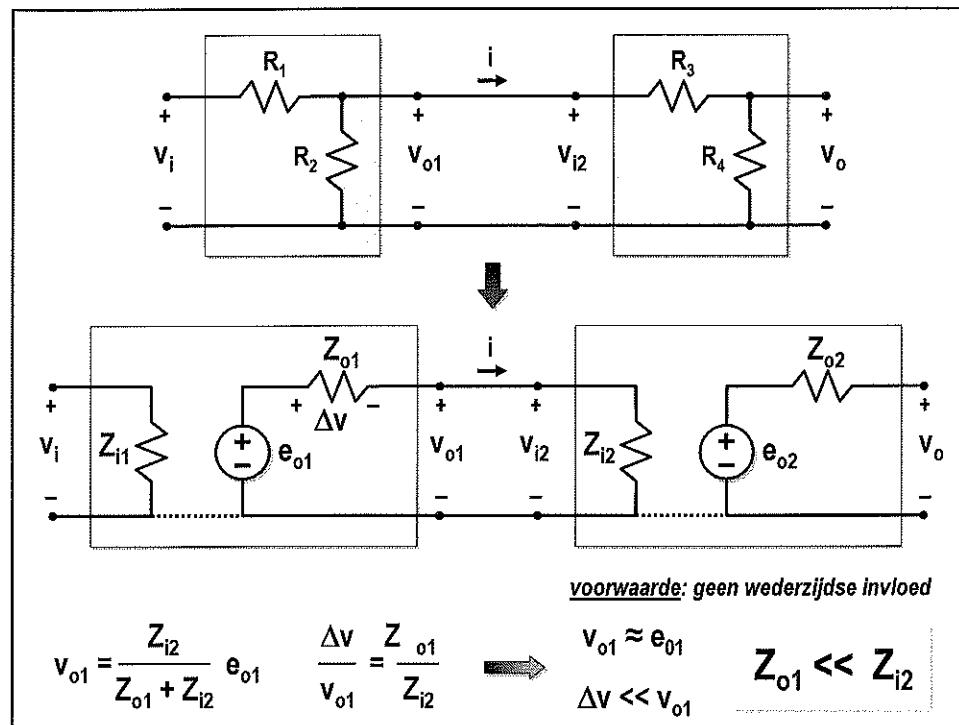
$$Z_i = R_1 + R_2 \quad Z_o = R_1 // R_2$$

$$e_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i$$

$Z_i$  = ingangsimpedantie (Z gezien aan de ingang, met onbelaste uitgang)

$Z_o$  = uitgangsimpedantie (Z gezien aan de uitgang, met ingang kortgesloten)

$e_o$  = nullastspanning (e gemeten aan de onbelaste uitgang, met ingang  $V_i$ )





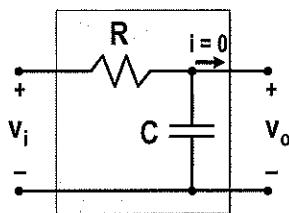
### 1. Laag Doorlaat Filter (LDL)

#### 1.1 Schema

1.2 Limietanalyse

<b>DC</b> 	<b>DC: <math>H(0) = 1</math></b> <b>HF: <math>H(\infty) = 0</math></b>	<b>HF</b> 
---------------	---	---------------

### 1.3 Transfertfunctie



$$H = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} \implies H = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_k} \quad \omega_k = 1/RC$$

DC:  $H(\omega=0) = 1$

controle (limietanalyse):

HF:  $H(\omega=\infty) = 0$

### 1.4 Amplitude- en Faseresponsie

$$H = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_k} \quad \omega_k = 1/RC$$

AMPLITUDERESPONSIJE  $|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_k)^2}}$

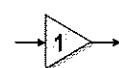
$$|H|_{dB} = -10 \cdot \log_{10}[1 + (\omega/\omega_k)^2]$$

FASERESPONSIJE  $\angle H = -\arctan(\omega/\omega_k)$

### 1.5 Asymptoten

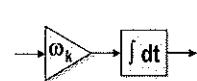
$\omega \rightarrow 0 \quad 1 \gg \omega/\omega_k$

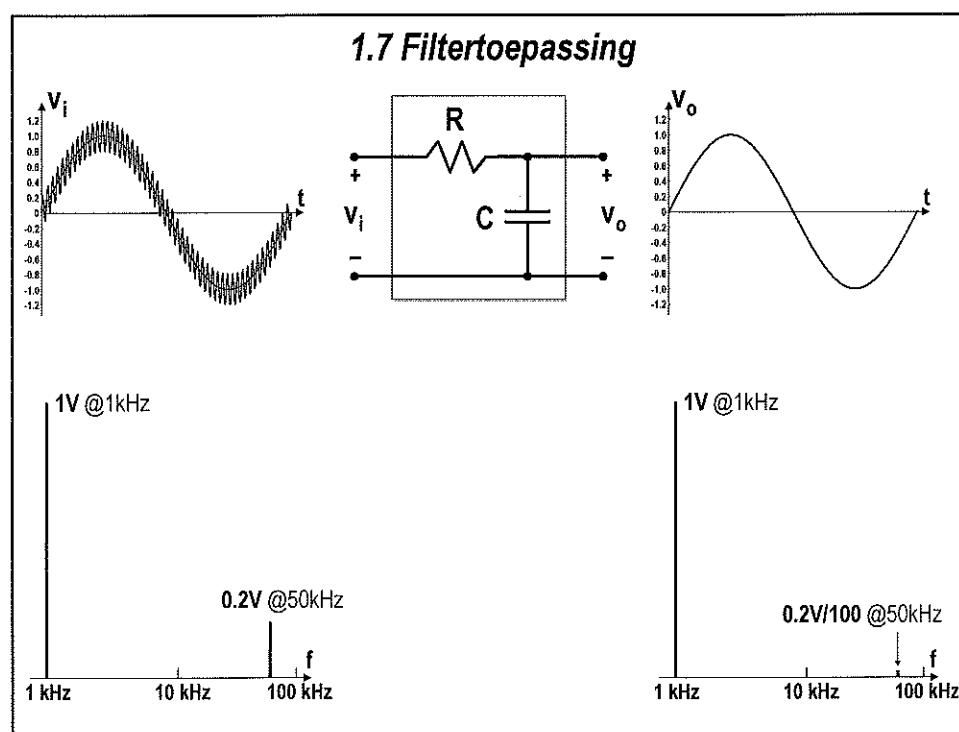
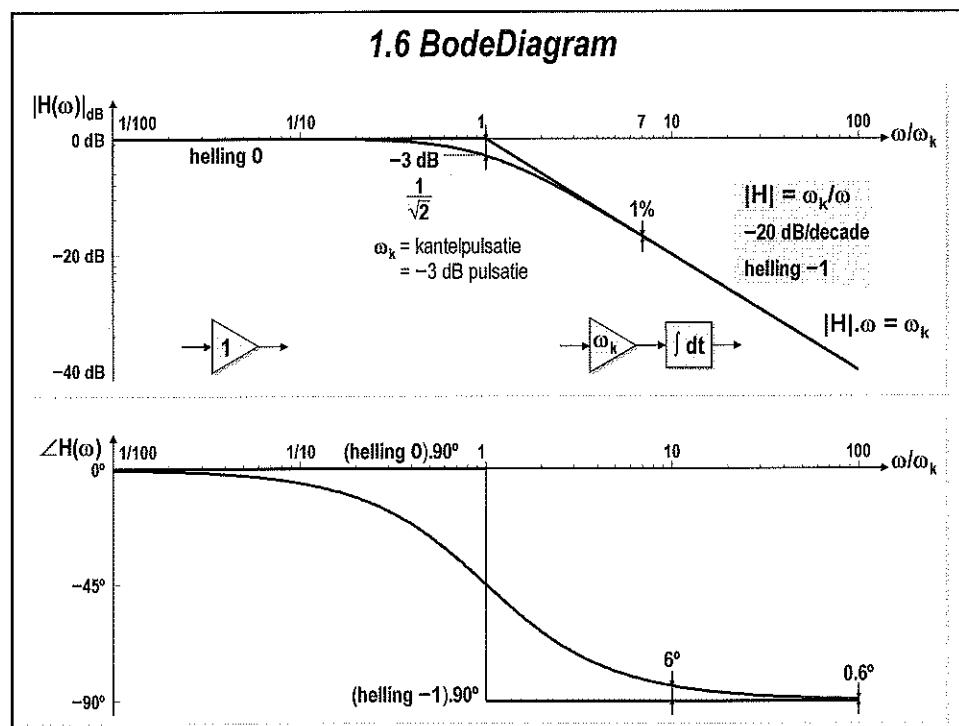
$H \rightarrow 1$

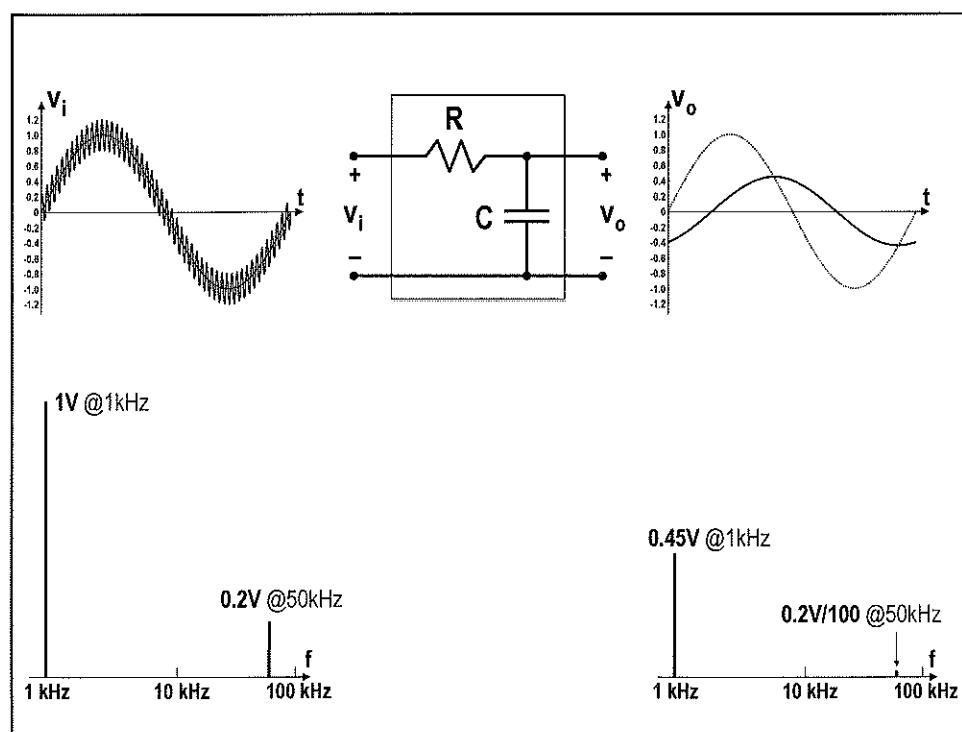
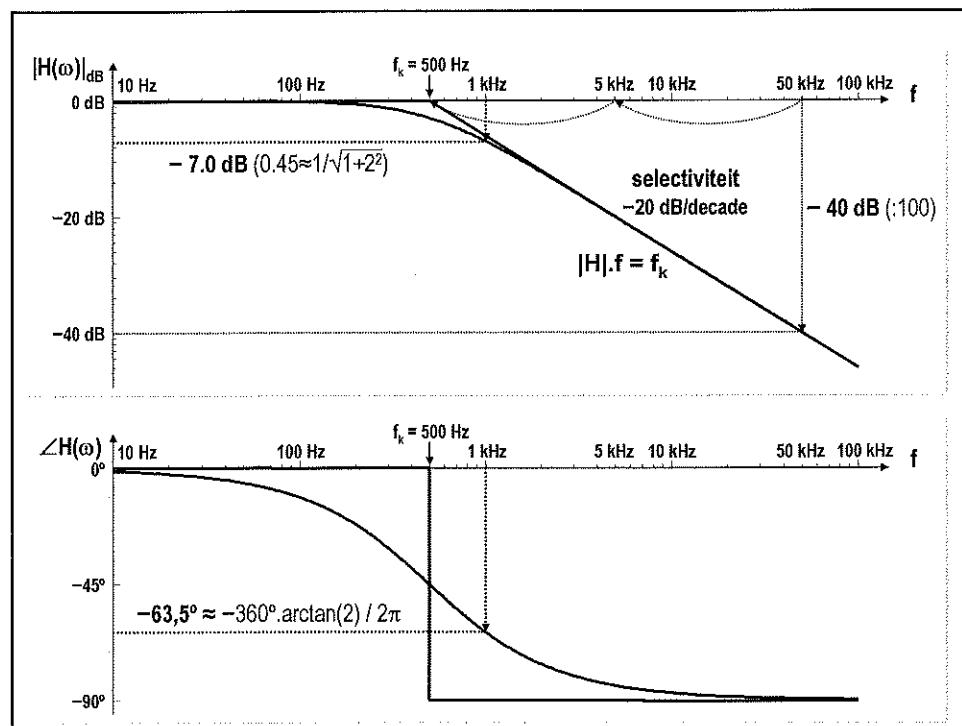


$\omega \rightarrow \infty \quad 1 \ll \omega/\omega_k$

$H \rightarrow \frac{\omega_k}{j\omega}$

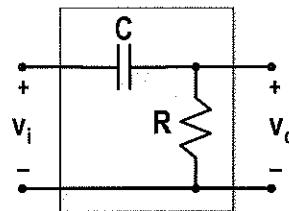




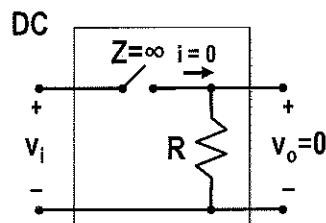


## 2. Hoog Doorlaat Filter (HDL)

### 2.1 Schema

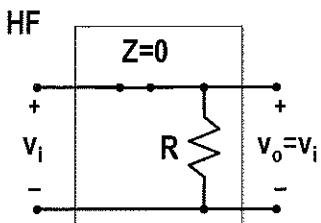


### 2.2 Limietanalyse

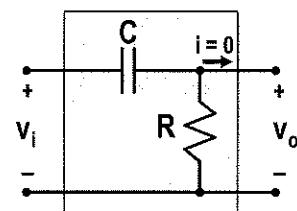


$$\text{DC: } H(0) = 0$$

$$\text{HF: } H(\infty) = 1$$



### 2.3 Transfertfunctie



$$H = \frac{R}{R + 1/j\omega C} \rightarrow H = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$H = \frac{j\omega/\omega_k}{1 + j\omega/\omega_k} \quad \omega_k = 1/RC$$

$$\text{DC: } H(\omega=0) = 0$$

controle (limietanalyse):

$$\text{HF: } H(\omega=\infty) = 1$$

## 2.4 Amplitude- en Faseresponsie

$$H = \frac{j\omega/\omega_k}{1 + j\omega/\omega_k} \quad \omega_k = 1/RC$$

AMPLITUDERESPONSIJE  $|H| = \frac{\omega/\omega_k}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_k)^2}}$

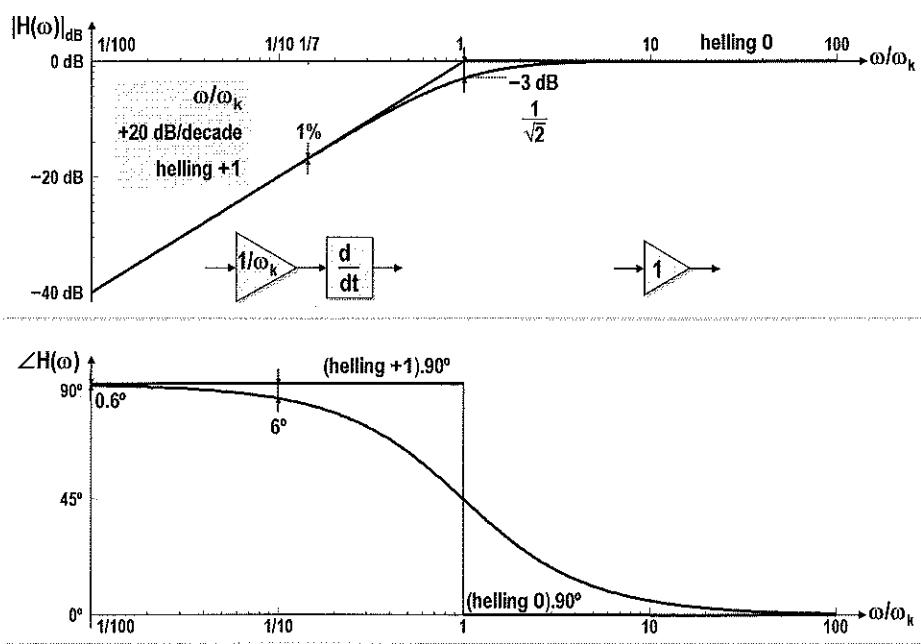
$$|H|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}(\omega/\omega_k) - 10 \cdot \log_{10}[1 + (\omega/\omega_k)^2]$$

FASERESPONSIJE  $\angle H = 90^\circ - \arctan(\omega/\omega_k)$

## 2.5 Asymptoten

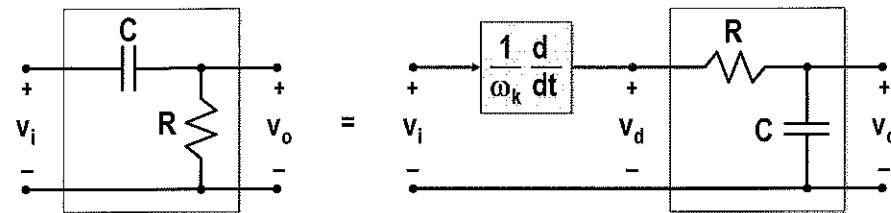
$\omega \rightarrow 0$	$1 \gg \omega/\omega_k$	$H \rightarrow j\omega/\omega_k$	$\rightarrow \boxed{1/\omega_k} \rightarrow \boxed{d/dt} \rightarrow$
$\omega \rightarrow \infty$	$1 \ll \omega/\omega_k$	$H \rightarrow 1$	$\rightarrow \boxed{1} \rightarrow$

## 2.6 BodeDiagram



### 3. Hoog Doorlaat Filter: Cascade

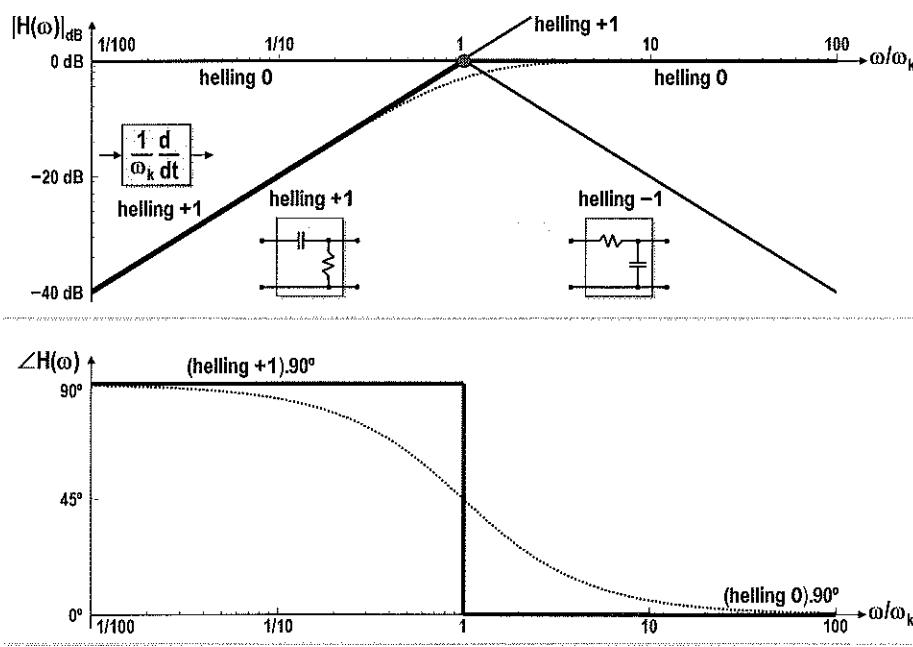
#### 3.1 Schema – Cascade Schakeling



$$H = \frac{j\omega/\omega_k}{1 + j\omega/\omega_k} = j\omega/\omega_k \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_k}$$

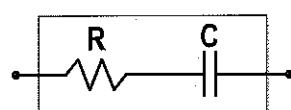
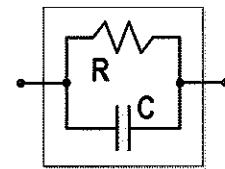
$$\omega_k = 1/RC$$

#### 3.2 BodeDiagram

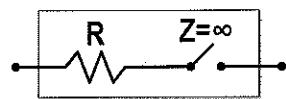


## 4. Impedantie

### 4.1 Schema – Serie en Parallel Schakeling

serie ( $Z_s$ )parallel ( $Z_p$ )

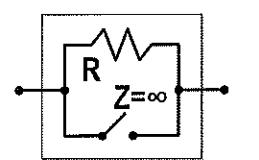
### 4.2 Limietanalyse



DC

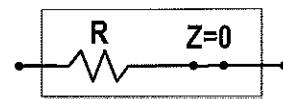
$$\text{DC: } Z_s(0) = \infty$$

$$Z_p(0) = R$$

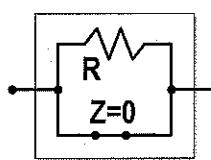


$$\text{HF: } Z_s(\infty) = R$$

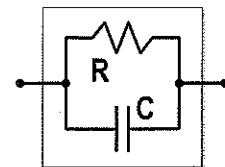
$$Z_p(\infty) = 0$$



HF



### 4.3 Impedantie

serie ( $Z_s$ )parallel ( $Z_p$ )

$$Z_s = R + 1/j\omega C$$

$$Z_p = \frac{1}{1/R + j\omega C}$$

$$Z_s = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

$$Z_p = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

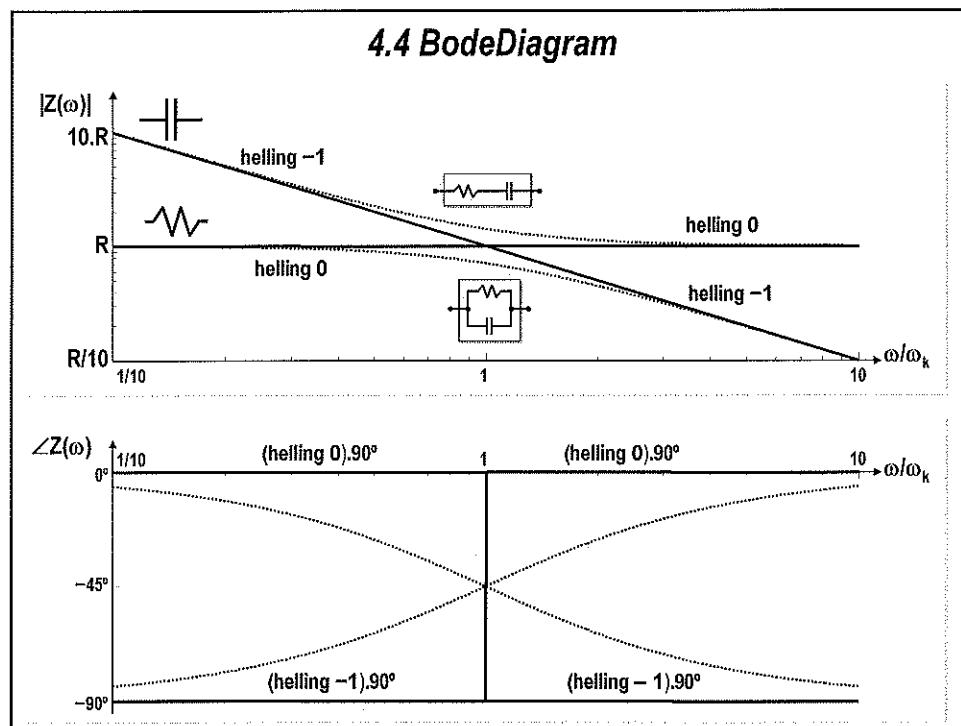
controle (limietanalyse)

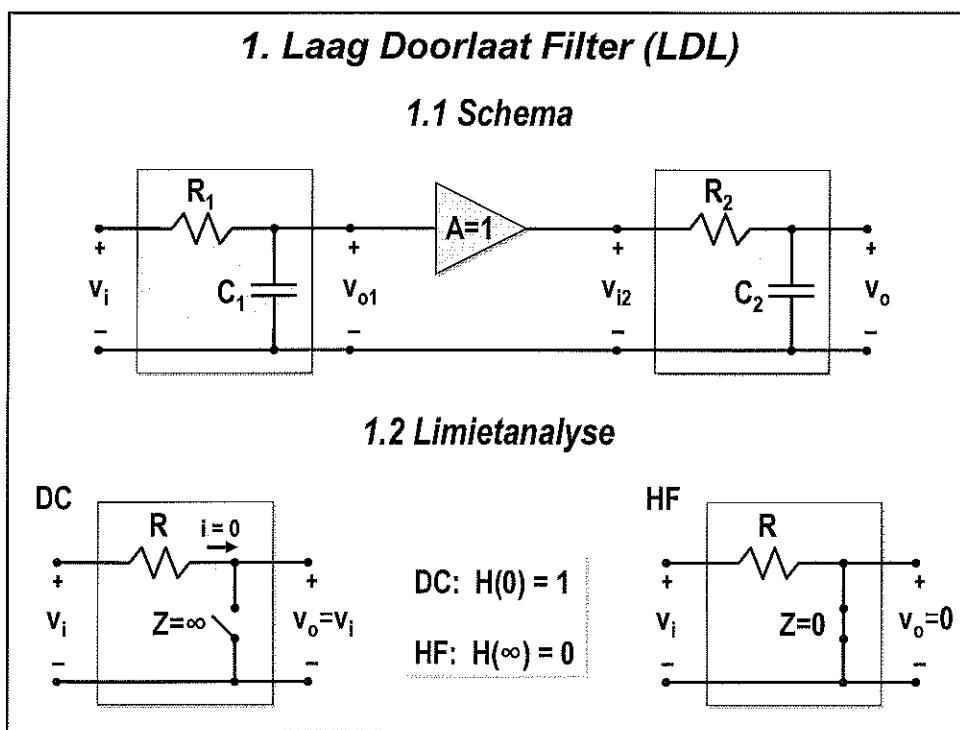
$$\text{DC: } Z_s(\omega=0) = \infty$$

$$\text{DC: } Z_p(\omega=0) = R$$

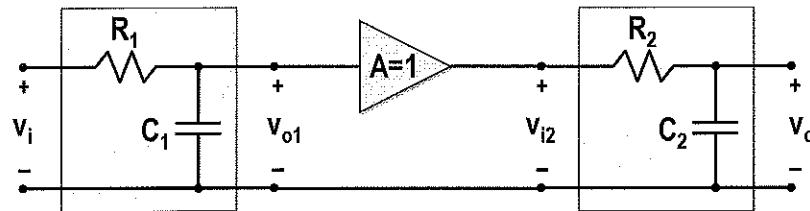
$$\text{HF: } Z_s(\omega=\infty) = R$$

$$\text{HF: } Z_p(\omega=\infty) = 0$$





### 1.3 Transfertfunctie



$$H = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_{k1}} \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_{k2}}$$

$$H = \frac{1}{(1 + j\omega/\omega_{k1})(1 + j\omega/\omega_{k2})} \quad \omega_{k1} = 1/R_1 C_1 \\ \omega_{k2} = 1/R_2 C_2$$

DC:  $H(\omega=0) = 1$

controle (limietanalyse):

HF:  $H(\omega=\infty) = 0$

### 1.4 Amplitude- en Faseresponsie

$$H = \frac{1}{(1 + j\omega/\omega_{k1})(1 + j\omega/\omega_{k2})} \quad \omega_{k1} = 1/R_1 C_1 \\ \omega_{k2} = 1/R_2 C_2$$

AMPLITUDERESPONSIJE  $|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{k1})^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{k2})^2}}$

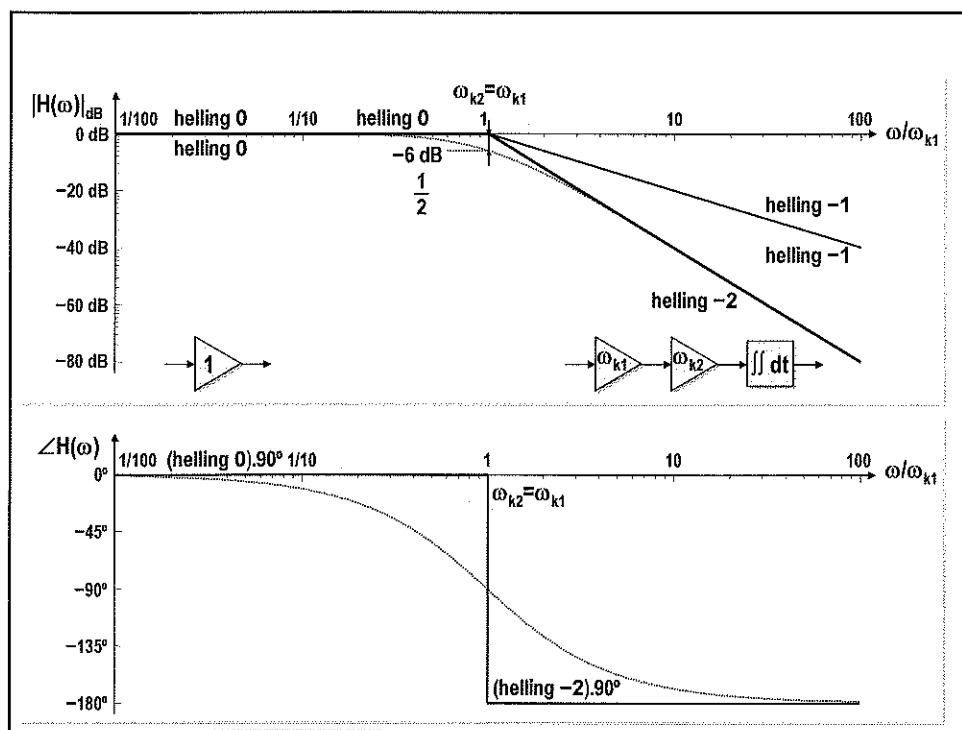
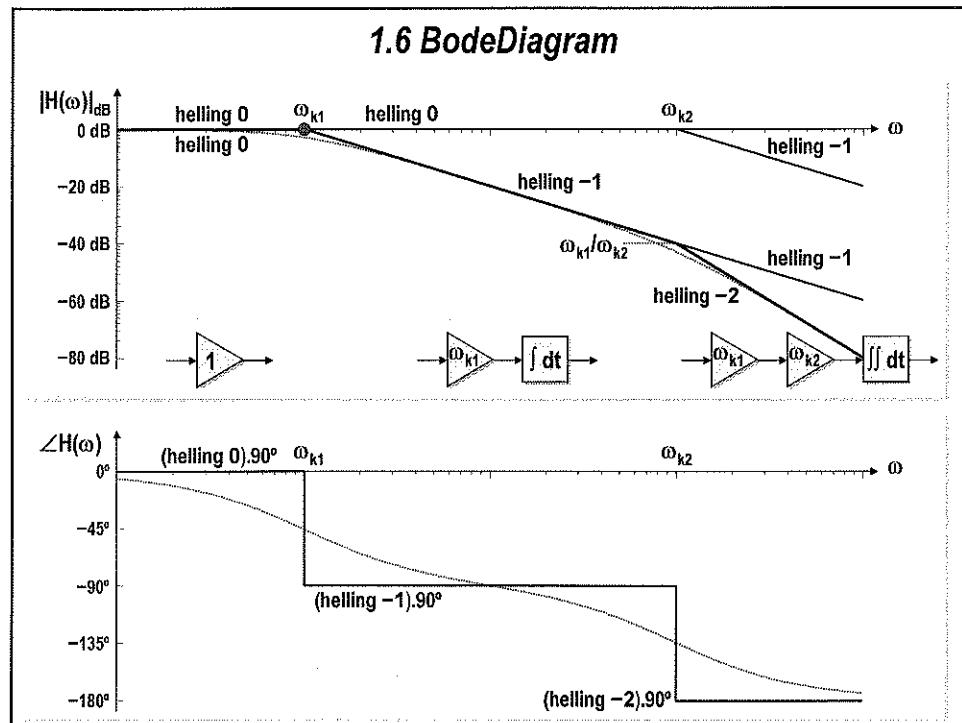
$$|H|_{dB} = -10 \cdot \log_{10}[1 + (\omega/\omega_{k1})^2] - 10 \cdot \log_{10}[1 + (\omega/\omega_{k2})^2]$$

FASERESPONSIJE  $\angle H = -\arctan(\omega/\omega_{k1}) - \arctan(\omega/\omega_{k2})$

### 1.5 Asymptoten

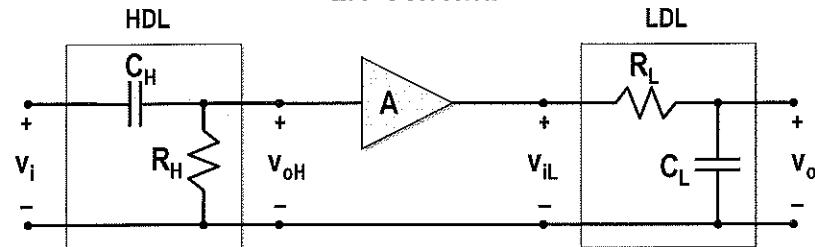
$\omega \rightarrow 0 \quad 1 \gg \omega/\omega_{k1,2} \quad H \rightarrow 1 \quad \rightarrow 1 \rightarrow$

$\omega \rightarrow \infty \quad 1 \ll \omega/\omega_{k1,2} \quad H \rightarrow \frac{\omega_{k1} \cdot \omega_{k2}}{-\omega^2} \quad \rightarrow \omega_{k1} \rightarrow \int dt \rightarrow \omega_{k2} \rightarrow \int dt \rightarrow$

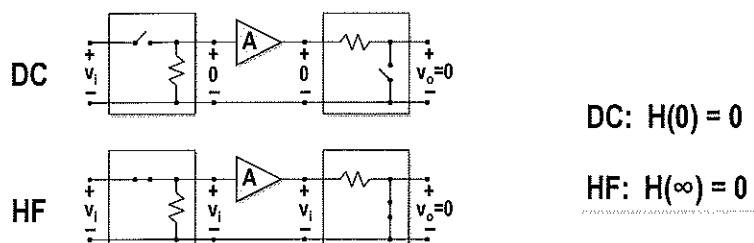


## 2. Model Audio Versterker

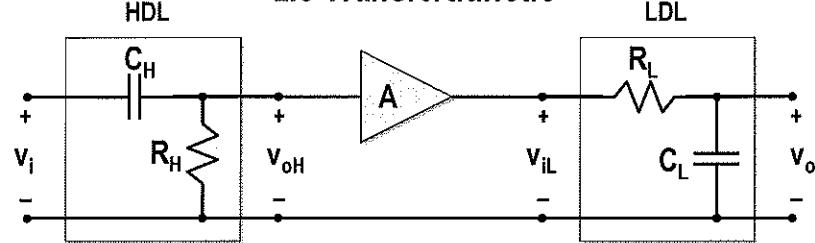
### 2.1 Schema



### 2.2 Limietanalyse



### 2.3 Transfertfunctie



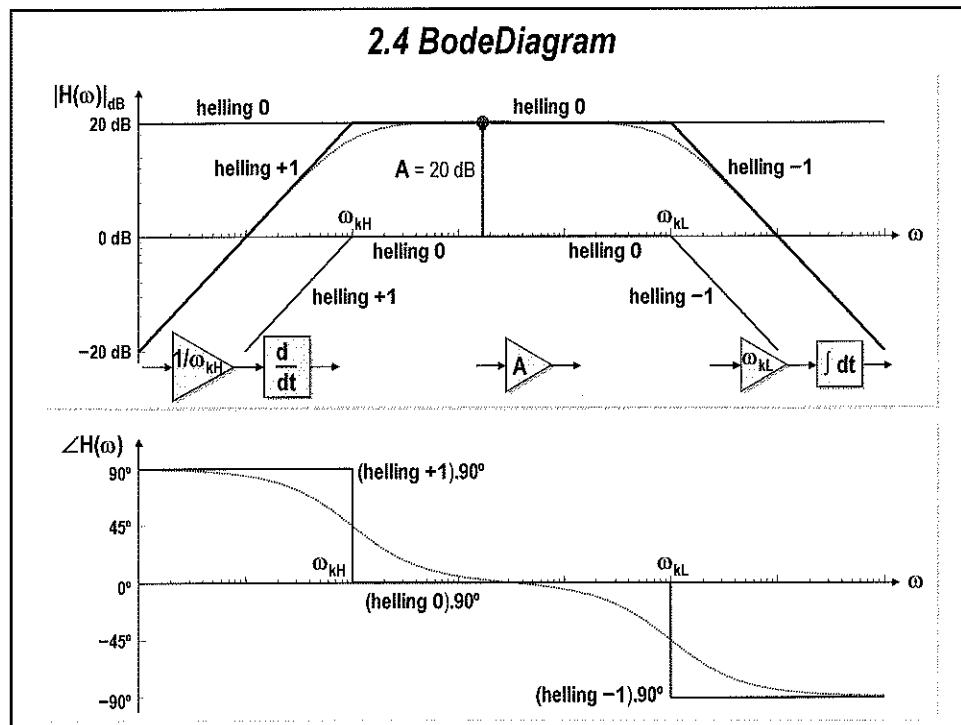
$$H = \frac{j\omega/\omega_{KH}}{1 + j\omega/\omega_{KH}} \cdot A \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_{KL}}$$

$$H = \frac{A \cdot j\omega/\omega_{KH}}{(1 + j\omega/\omega_{KH})(1 + j\omega/\omega_{KL})} \quad \omega_{KH} = 1/R_H C_H \quad \omega_{KL} = 1/R_L C_L$$

$$\text{DC: } H(\omega=0) = 0$$

controle (limietanalyse):

$$\text{HF: } H(\omega=\infty) = 0$$





### 1. Eigenschappen van een Lineair Systeem

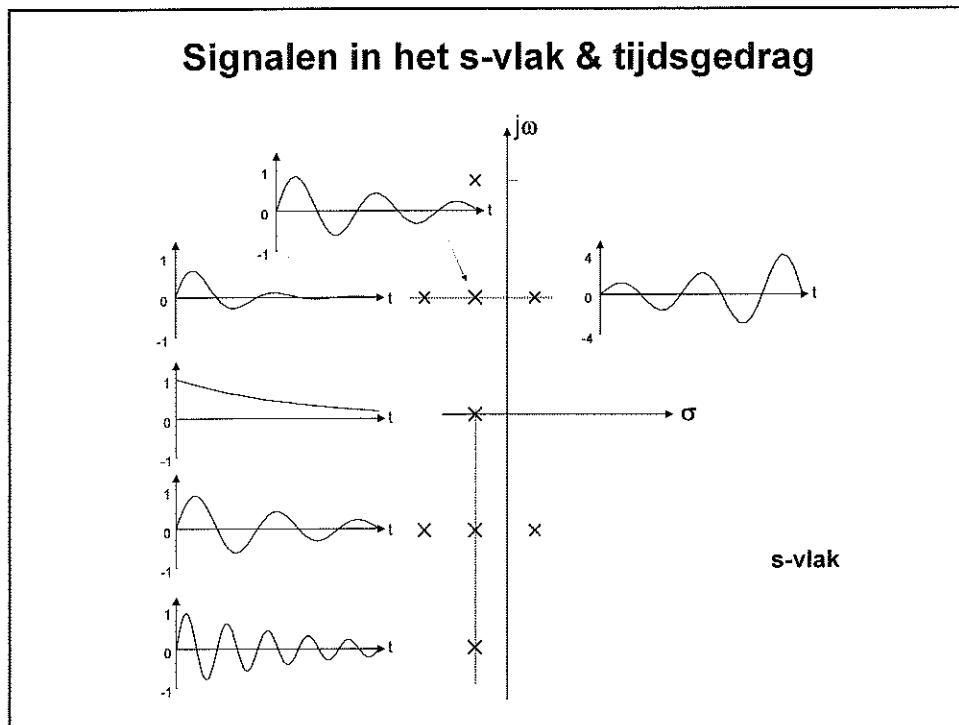
#### 1.1 Impuls- en Stapresponsie

$v_i = \delta(t)$

LINEAIR  
SYSTEEM

$v_o = A \cdot e^{-\sigma t} \cdot \sin(\omega t + \phi)$

$$s = \sigma + j\omega \quad \Rightarrow \quad e^{-st} = e^{-\sigma t} \cdot e^{-j\omega t}$$



## 2. Laplace Transformatie

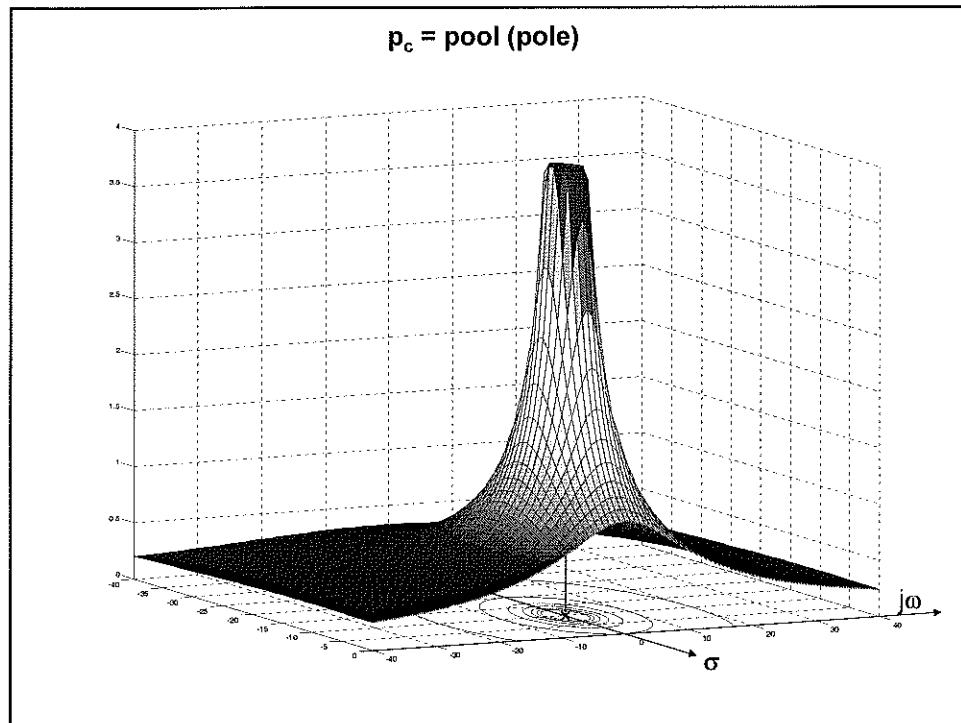
$$\mathcal{L}\{ f(t) \} = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} \cdot dt$$

Betekenis: correlatie

$$\delta(t) \quad 1$$

$$u(t) \quad 1/s$$

$$e^{-\sigma t} \quad 1/(s+\sigma)$$



### 3. Transferfunctie $H$

$$\begin{aligned}
 v_i(t) &\longrightarrow \boxed{\text{LINEAIR} \\ \text{SYSTEEM} \\ h(t)} & \longrightarrow v_o(t) = \int h(\tau).v_i(t-\tau) dt \\
 && v_o(t) = h(t)*v_i(t-\tau)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \mathcal{L} \downarrow & & \uparrow \mathcal{L}^{-1} \\
 v_i(s) & \longrightarrow \boxed{\text{LINEAIR} \\ \text{SYSTEEM} \\ H(s)} & \longrightarrow V_o(s) = H(s).V_i(s)
 \end{array}$$

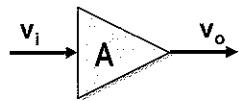
#### 4. Bepalen van de Transferfunctie: Formeel

$$v_i = \hat{V}_i e^{-st}$$

tijd

frequentie

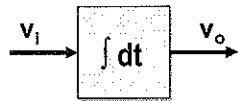
s-vlak



$$v_o = A \cdot v_i$$

$$H(\omega) = A$$

$$H(s) = A$$



$$v_o = \int v_i dt$$

$$H(\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

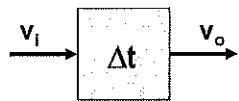
$$H(s) = \frac{1}{s}$$



$$v_o = \frac{d}{dt} v_i$$

$$H(\omega) = j\omega$$

$$H(s) = s$$



$$v_o = v_i(t - \Delta t)$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega\Delta t}$$

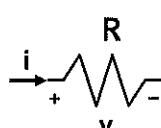
$$H(s) = e^{-s\Delta t}$$

#### 5. Bepalen van de Impedantie

$$i = \hat{i} e^{-st}$$

$$v = \hat{V} e^{-st}$$

$$Z(s) = \frac{v}{i} \quad [\Omega]$$



tijd

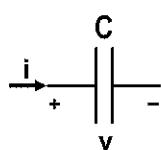
frequentie

s-vlak

$$v = R \cdot i$$

$$Z(\omega) = R$$

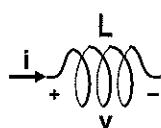
$$Z(s) = R$$



$$v = \int i/C dt$$

$$Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z(s) = \frac{1}{sC}$$

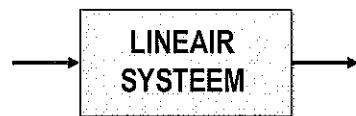


$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$Z(\omega) = j\omega L$$

$$Z(s) = sL$$

## 6. Bepalen van $H$ : Differentiaalvergelijking

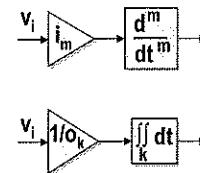


TIJD

$$\left( \sum i_m \frac{d^m}{dt^m} \right) v_i = \left( \sum o_k \frac{d^k}{dt^k} \right) v_o$$

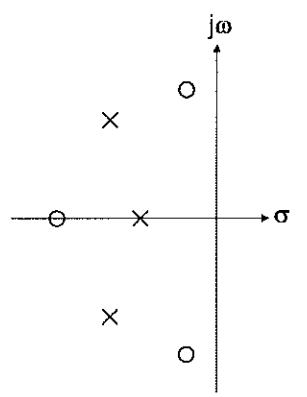
s-VLAK

$$H(s) = |H| \cdot e^{j\angle H} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{\sum i_m (s)^m}{\sum o_k (s)^k}$$



s-VLAK

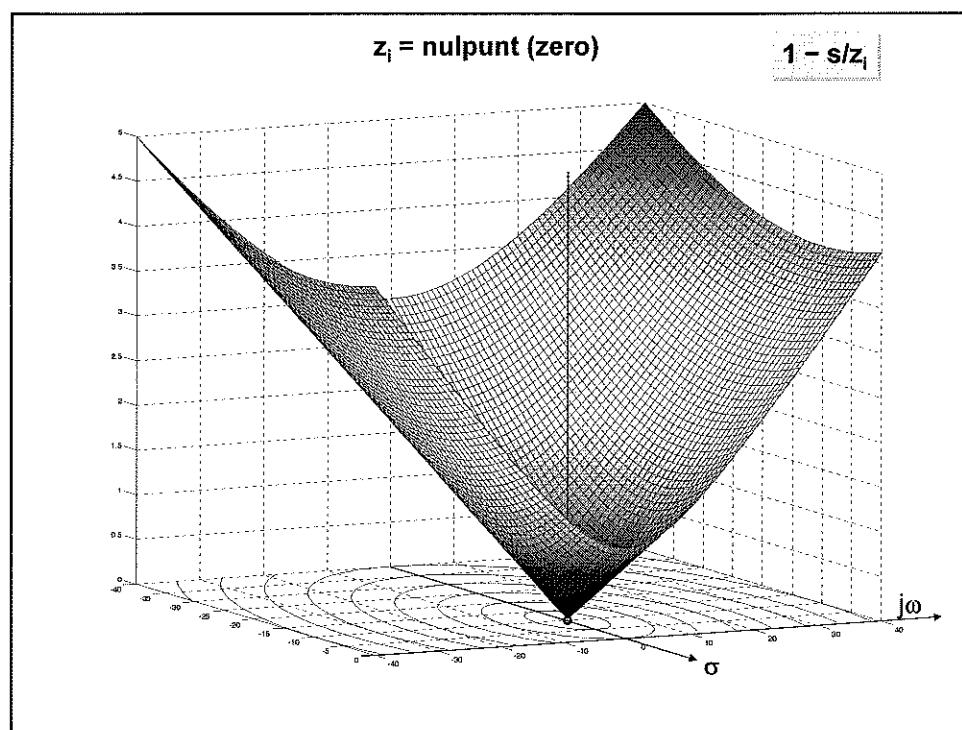
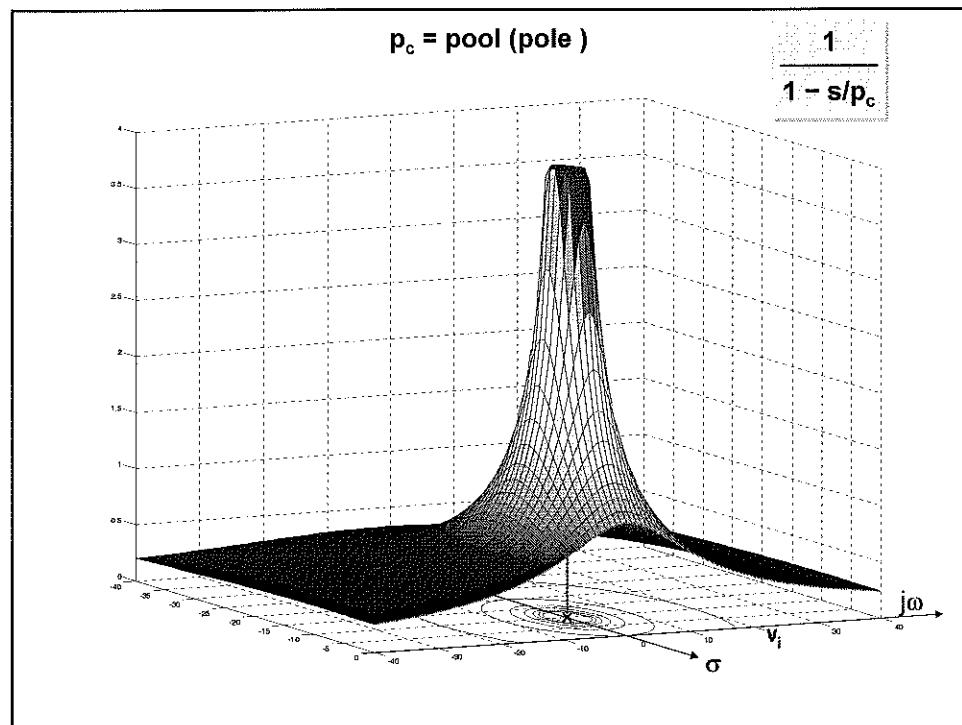
$$H(s) = |H| \cdot e^{j\angle H} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{\sum i_m (s)^m}{\sum o_k (s)^k}$$



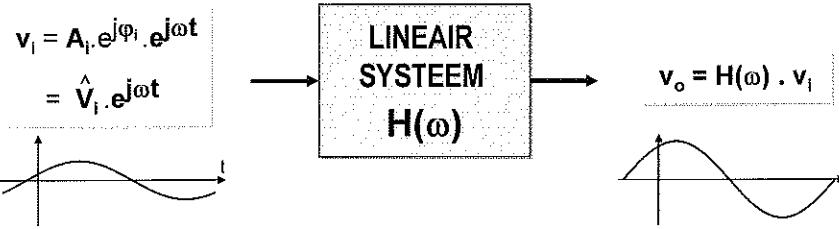
$$= \frac{\pi (s - z_i)}{\pi (s - p_c)}$$

$$= K_{pc} \frac{\pi (1 - s/z_i)}{\pi (1 - s/p_c)}$$

 $z_i$  = nulpunt (zero) $p_c$  = pool (pole)



## 7. Frequentieresponsie

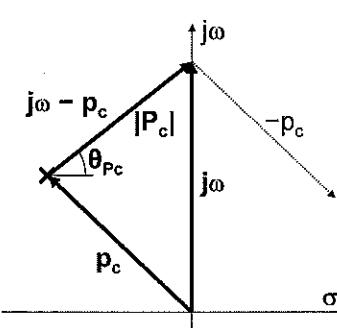
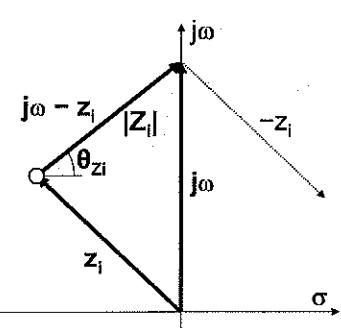


$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = K_{DC} \frac{\pi (1 - s/z_i)}{\pi (1 - s/p_c)} = K \frac{\pi (s - z_i)}{\pi (s - p_c)}$$

$$H(\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} = K_{DC} \frac{\pi (1 - j\omega/z_i)}{\pi (1 - j\omega/p_c)} = K \frac{\pi (j\omega - z_i)}{\pi (j\omega - p_c)} = |H(\omega)| \cdot e^{j\angle H(\omega)}$$

$$j\omega - z_i$$

$$\frac{1}{j\omega - p_c}$$



$$j\omega - z_i = |Z_i| \cdot e^{j\angle \theta_{z_i}}$$

$$\frac{1}{j\omega - p_c} = \frac{1}{|P_c| \cdot e^{j\angle \theta_{p_c}}}$$

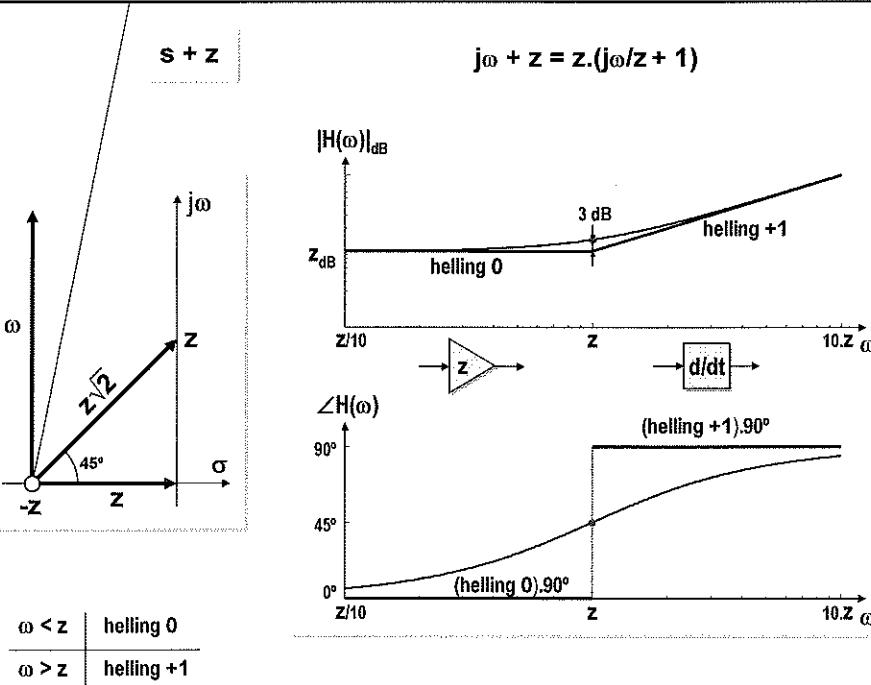
$$H(\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} = K_{DC} \frac{\pi (1 - j\omega/z_i)}{\pi (1 - j\omega/p_c)} = K \frac{\pi (j\omega - z_i)}{\pi (j\omega - p_c)} = |H(\omega)| e^{j\angle H(\omega)}$$

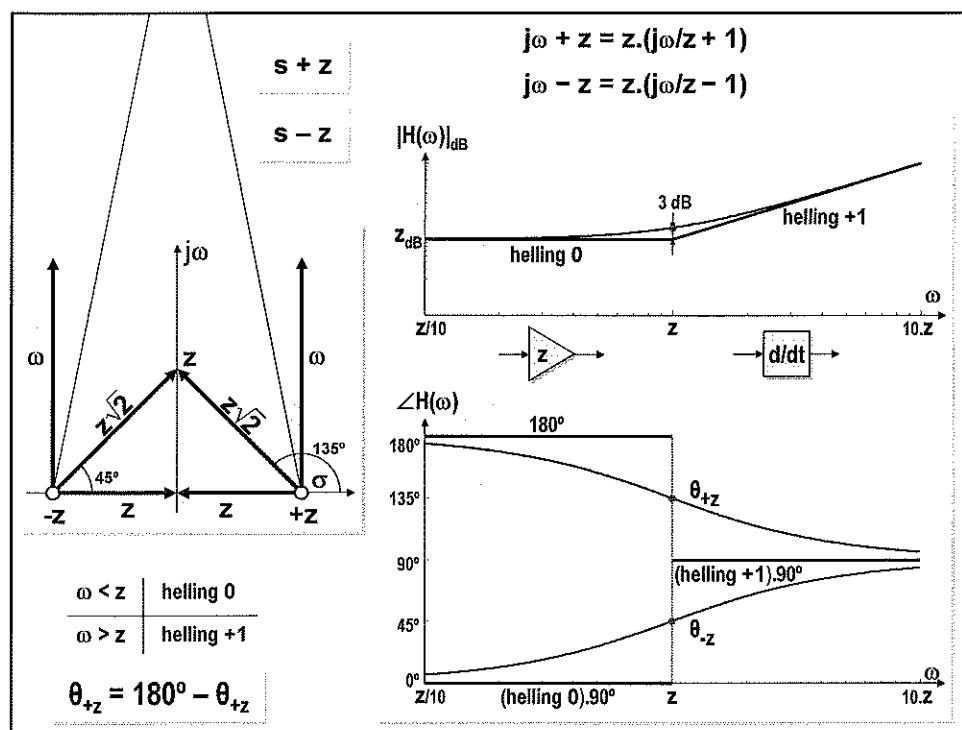
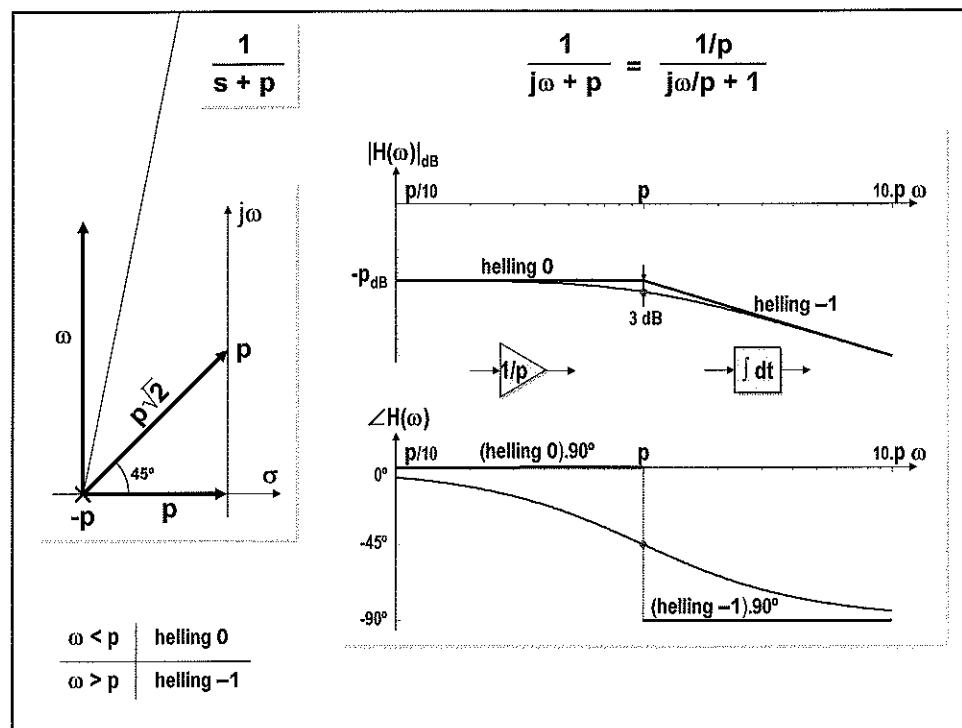
AMPLITUDERESPONSIE  $|H(\omega)| = \frac{A_o}{A_i} = K \frac{\pi |j\omega - z_i|}{\pi |j\omega - p_c|}$

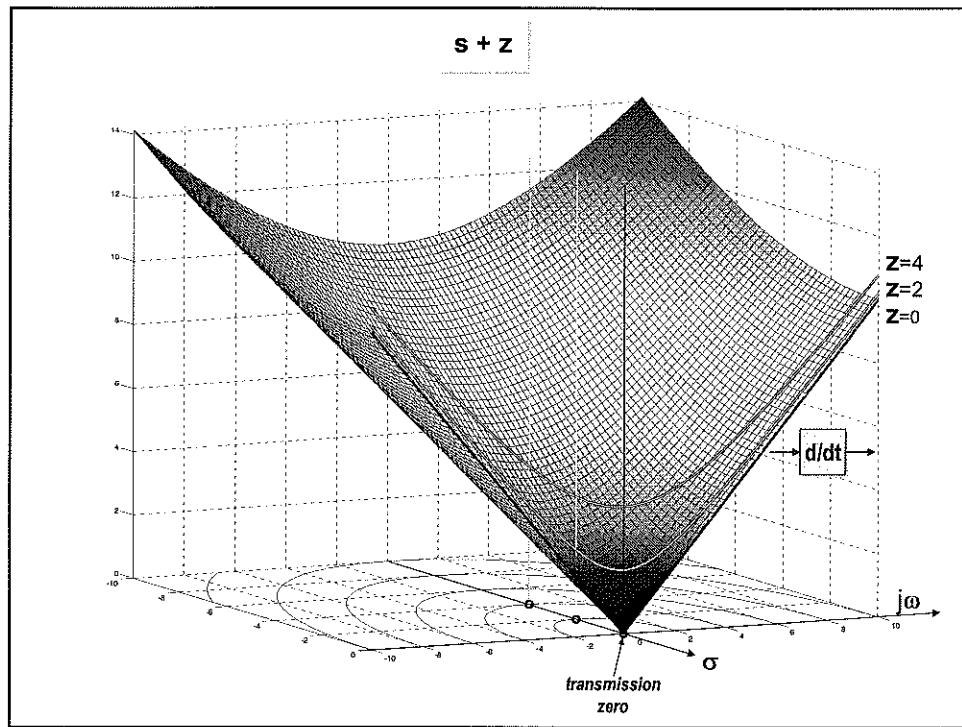
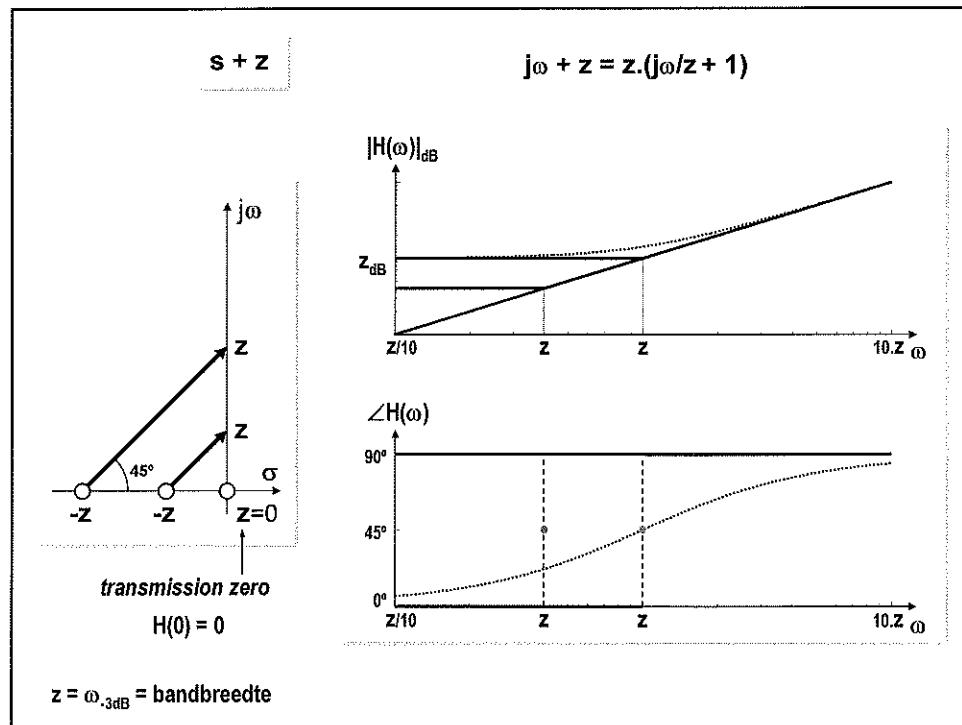
$$|H(\omega)| = K \frac{\pi |Z|}{\pi |P_c|}$$

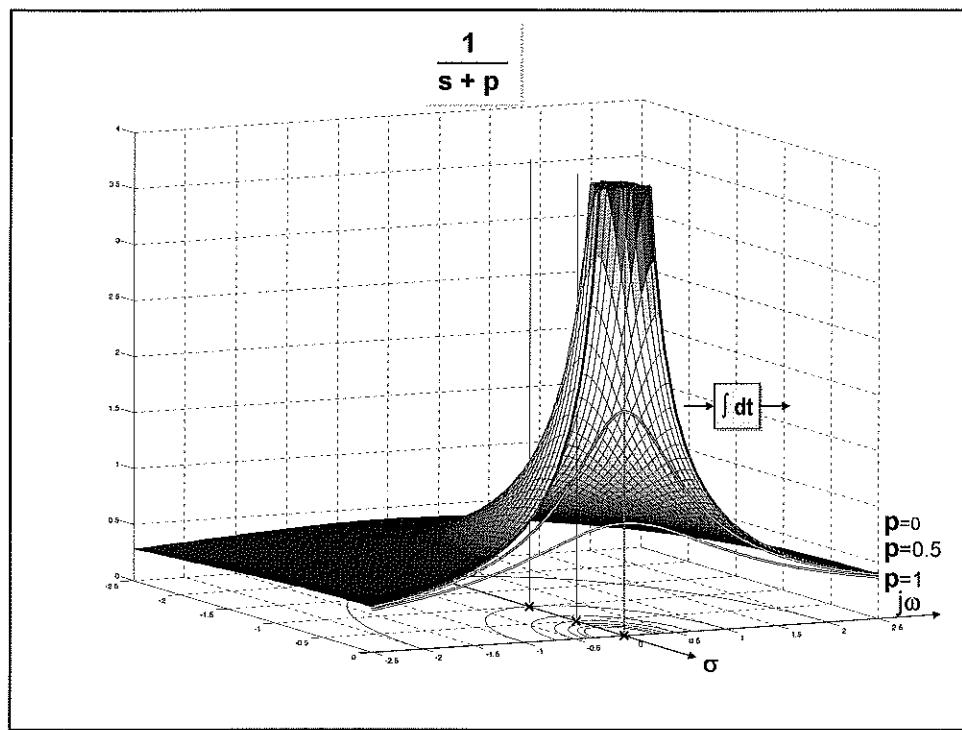
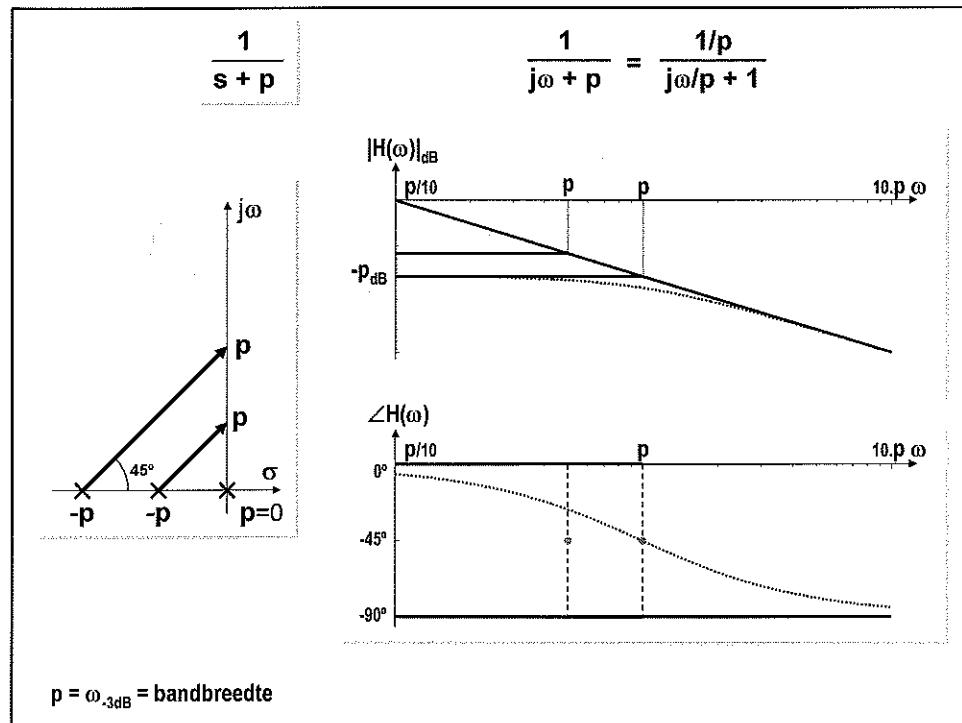
FASERESPONSIE  $\angle H(\omega) = \varphi_o - \varphi_i$

$$\angle H(\omega) = \sum(\angle \theta_{zi}) - \sum(\angle \theta_{pc})$$

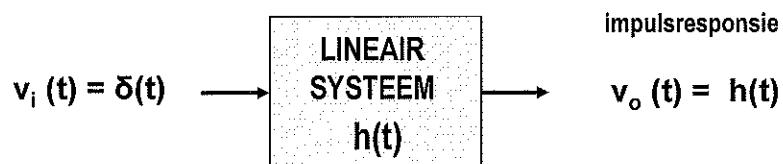




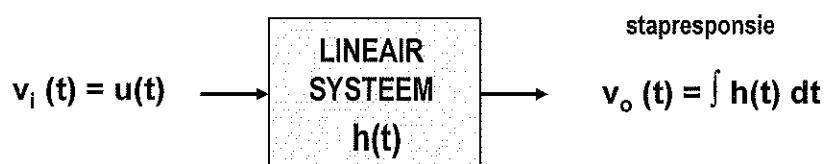
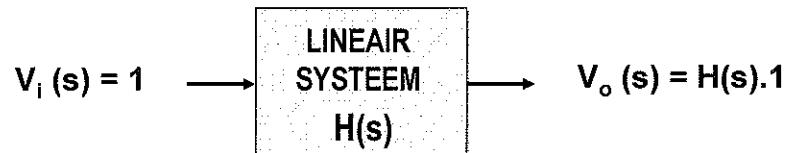




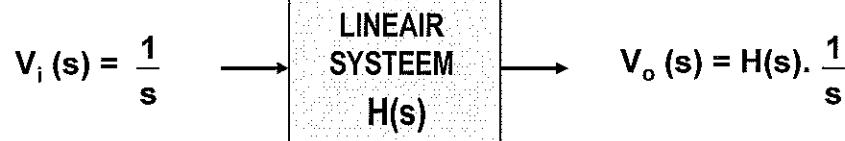
### 8. Bepalen van de Responsie

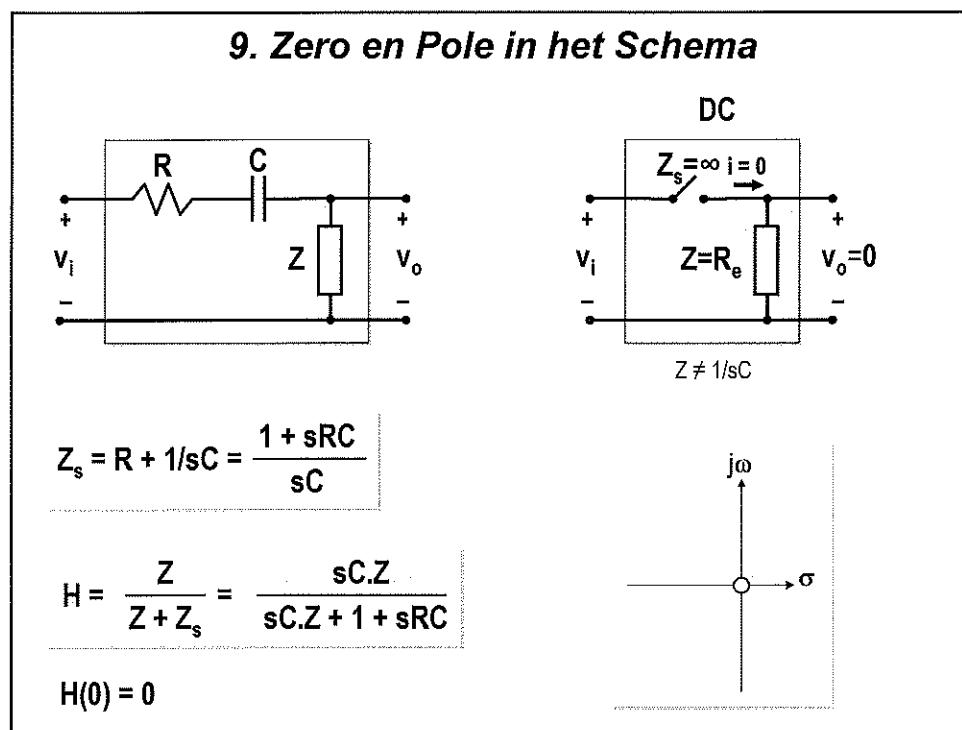
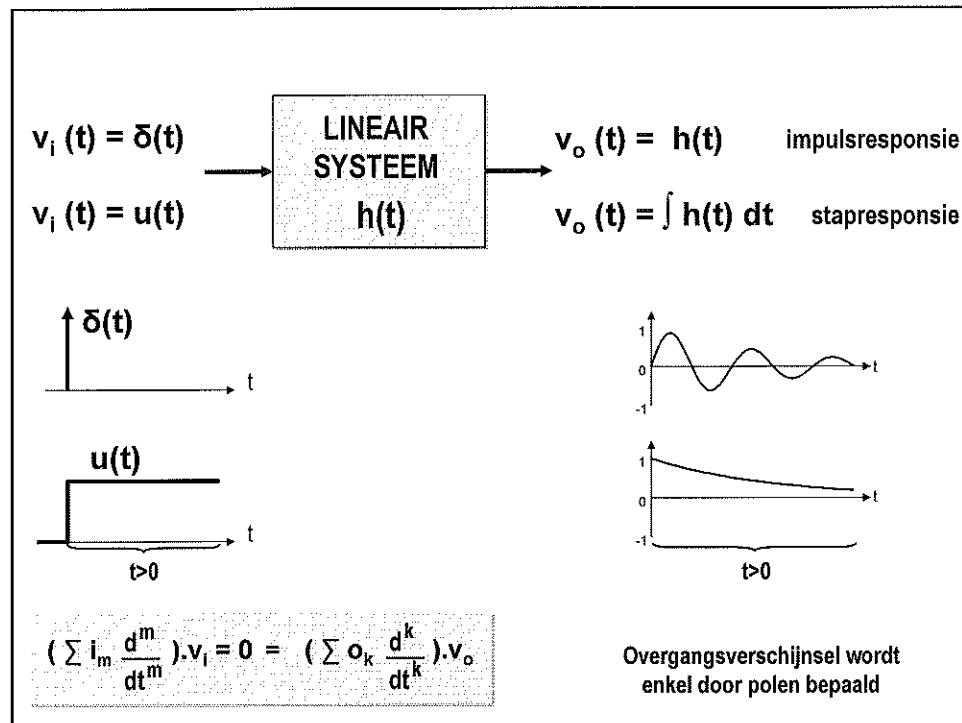


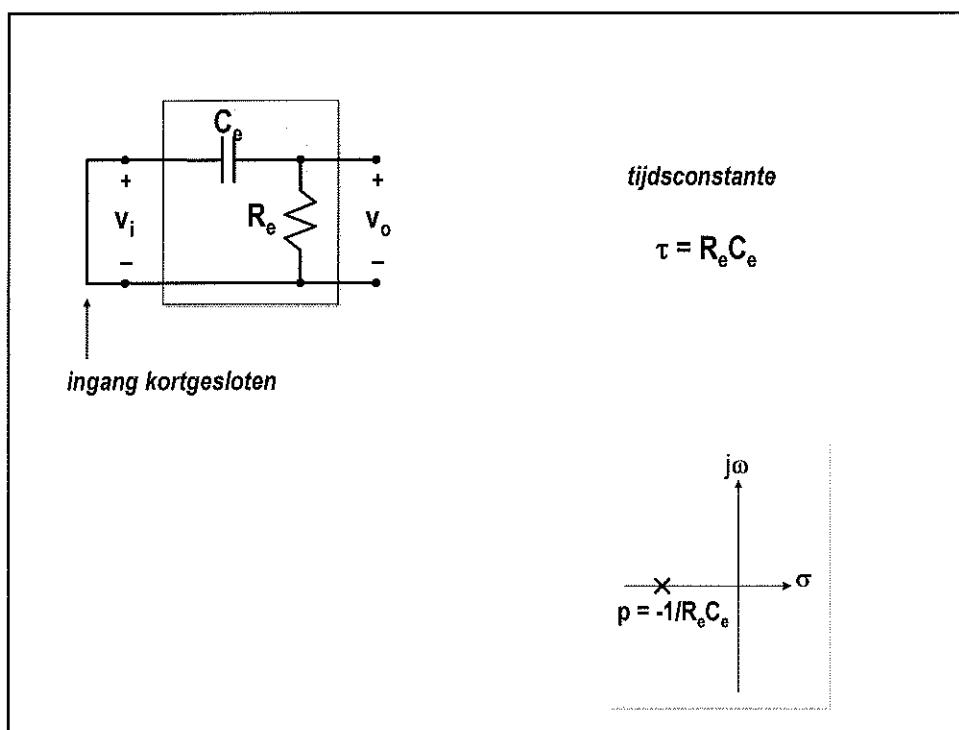
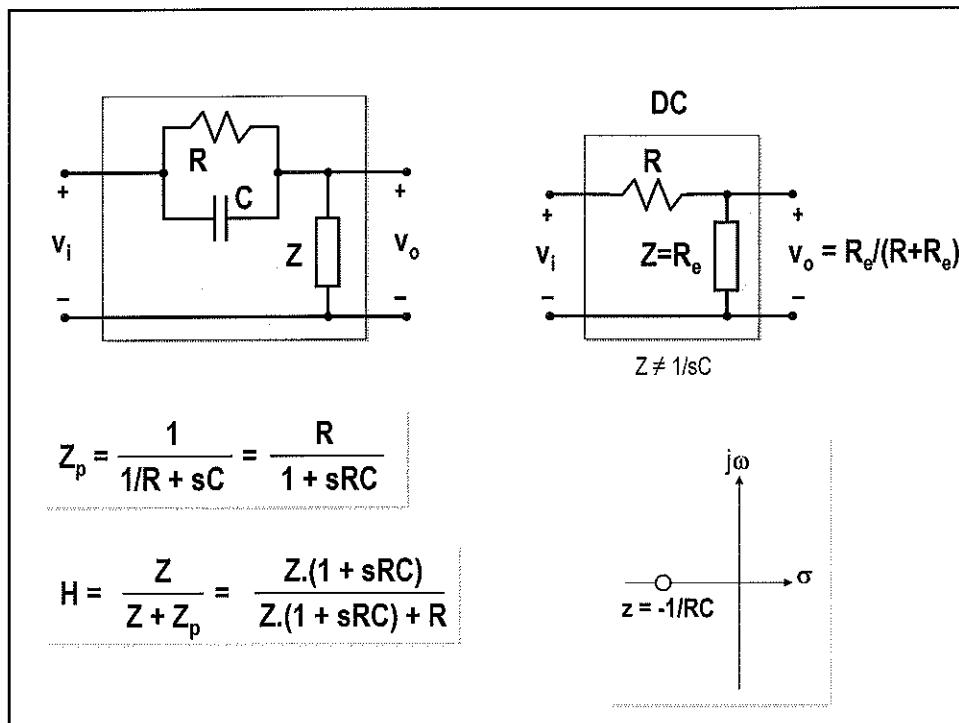
$$\mathcal{L} \downarrow \quad \uparrow \mathcal{L}^{-1}$$



$$\mathcal{L} \downarrow \quad \uparrow \mathcal{L}^{-1}$$







# Signaalverwerking

## Systematische Netwerkanalyse

**EmSD**  
Embedded System Design



ir. J. Meel  
maart 2007

**1. SCHEMA**

pool: τ kortgesloten ingang     $P = -\frac{1}{RC}$   
 nulpunt: C-koppeling in-uit     $z = 0$   
 DC: C=open    L=kort     $H(0) = 0$   
 HF: C=kort    L=open     $H(\infty) = 1$

**2. TRANSFERTFUNCTIE POLE-ZERO**

$$H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$$

$p = -\frac{1}{RC}$      $z = 0$

**3. FREQUENTIERESPONSIE**

$20\log_{10} |H(\omega)|$

$\omega_c = \frac{1}{RC}$

$20\log_{10} |H(0)| = -\infty$      $20\log_{10} |H(\infty)| = 0$

$H(0) = 0$      $H(\infty) = 1$

**4. STAPRESPONSIE**

$|H(\infty)| = 1$

verloop bepaald door polen

$\tau = RC$

$|H(0)| = 0$

**DE NAYER INSTITUUT**  
SINT-KATELIJNE-WAVER

# Signaalverwerking

## Laplace Analyse

### 1ste Orde Systemen

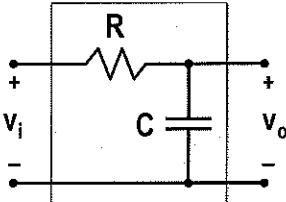
**EmSD**  
Embedded System Design



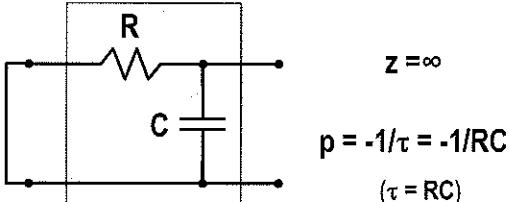
*ir. J. Meel*  
maart 2008

#### 1. Laag Doorlaat Filter (LDL)

**1.1 Schema**



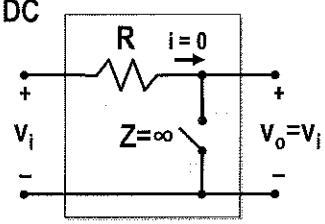
**1.2 Poles&Zeros**



$z = \infty$   
 $p = -1/\tau = -1/RC$   
 $(\tau = RC)$

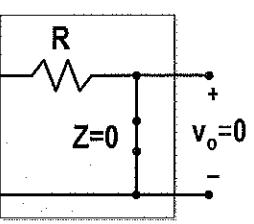
**1.3 Limietanalyse**

**DC**

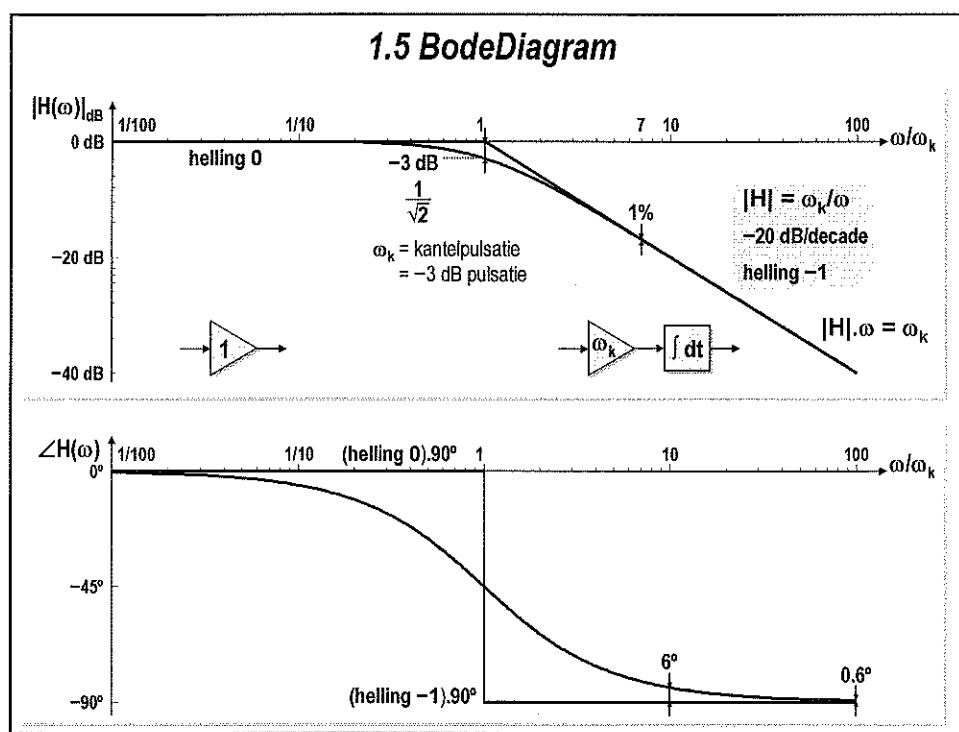
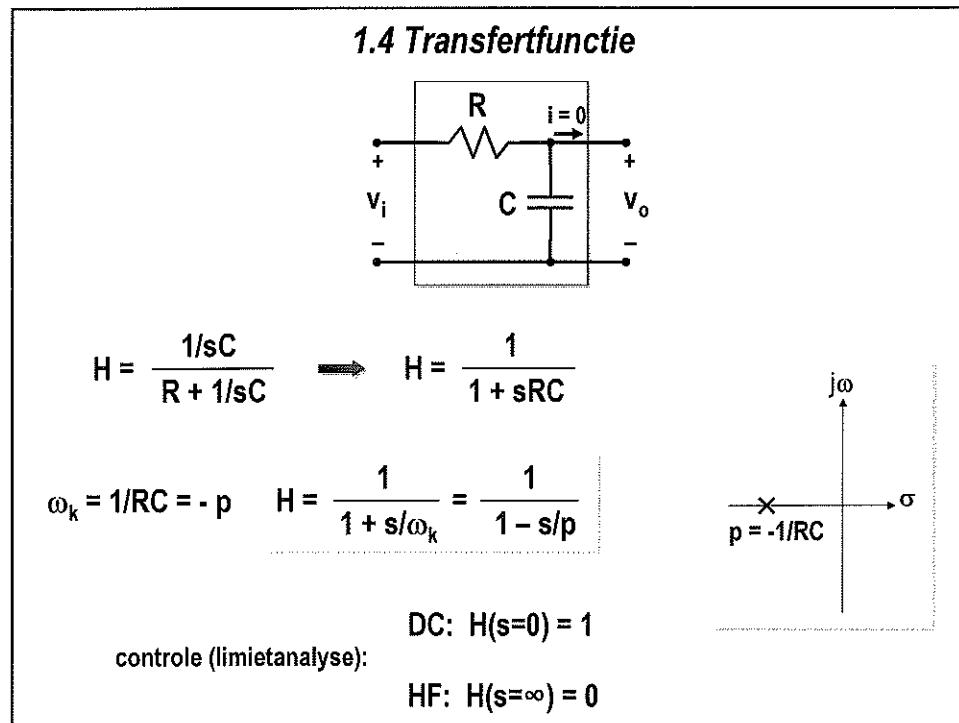


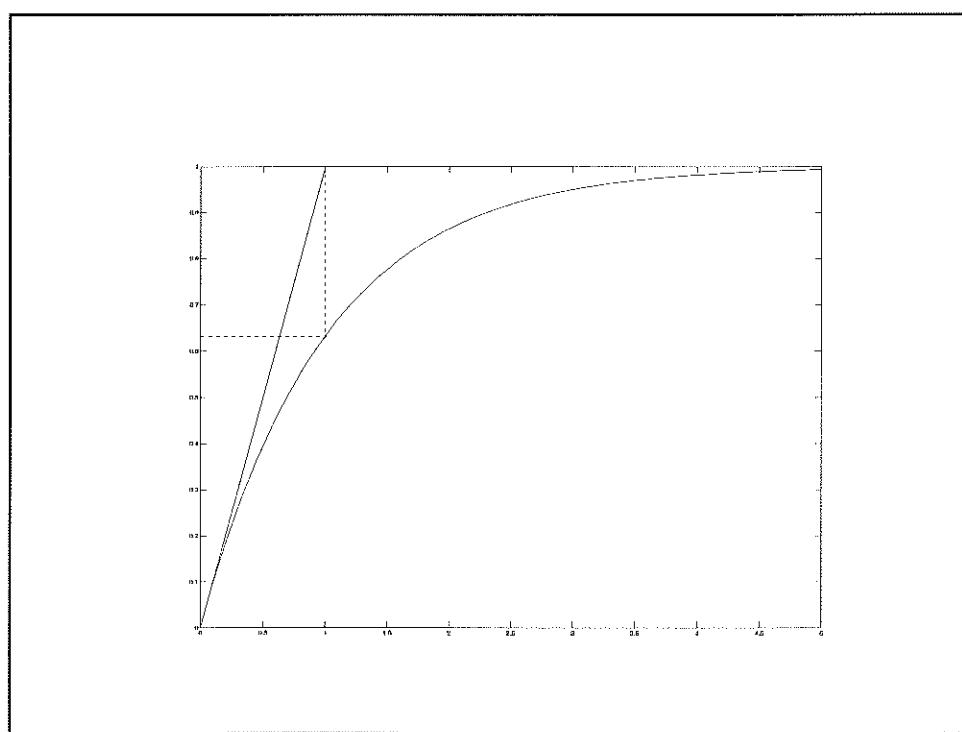
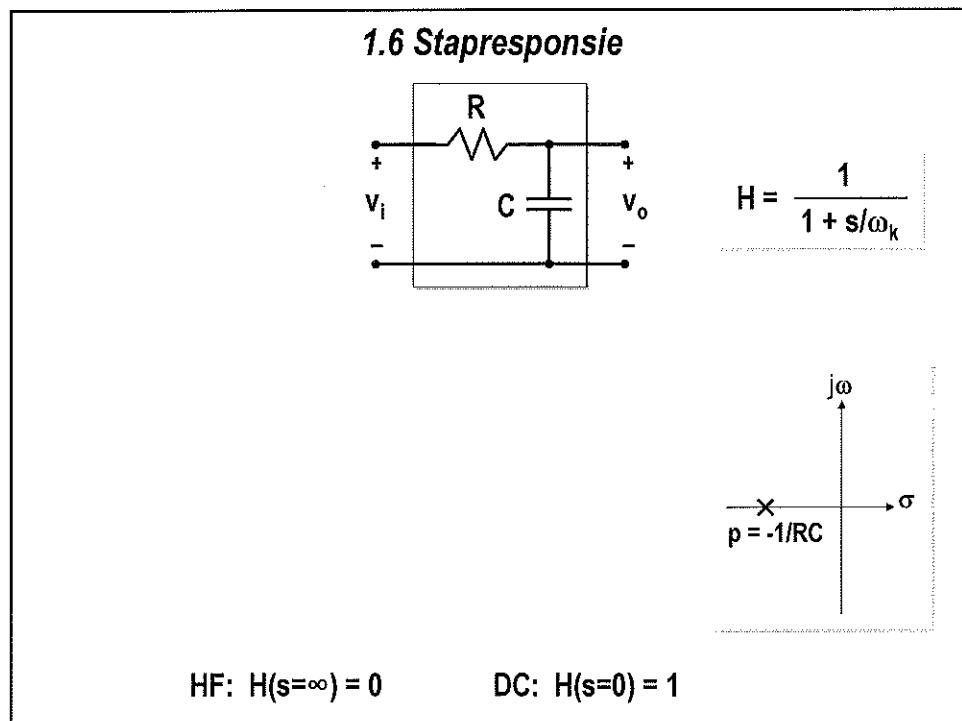
DC:  $H(0) = 1$   
HF:  $H(\infty) = 0$

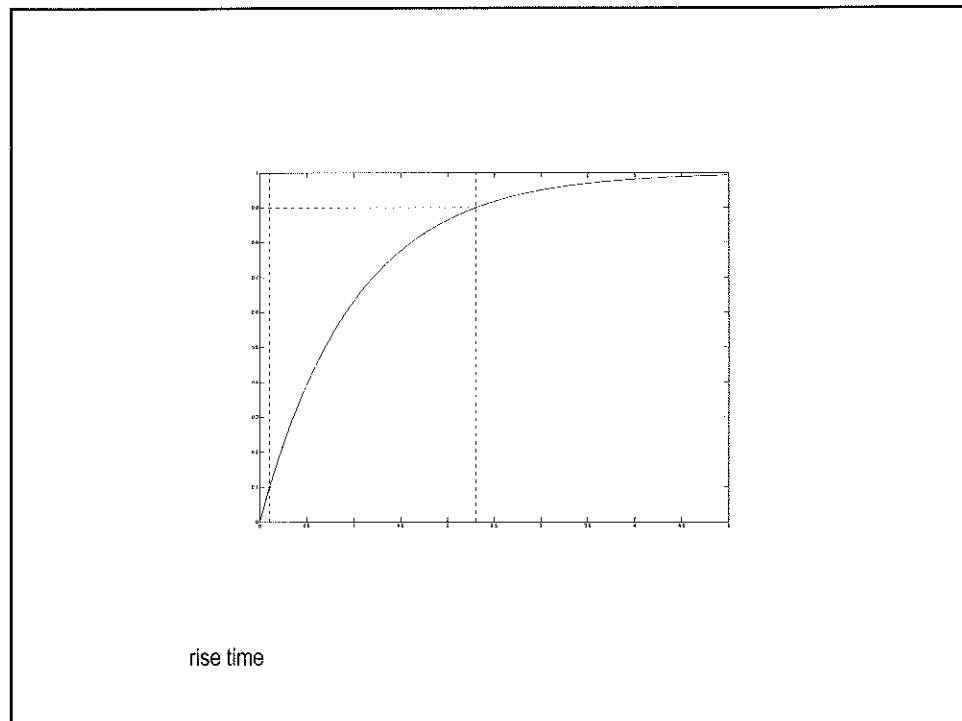
**HF**



$v_o = 0$

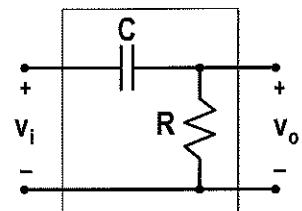




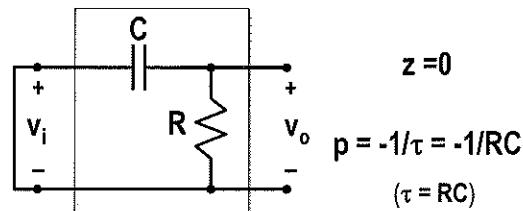


## 2. Hoog Doorlaat Filter (HDL)

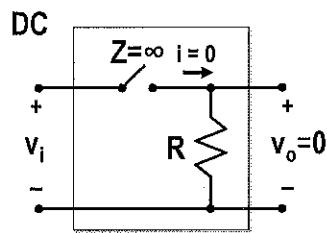
### 2.1 Schema



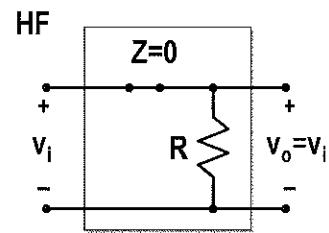
### 2.2 Poles&Zeros

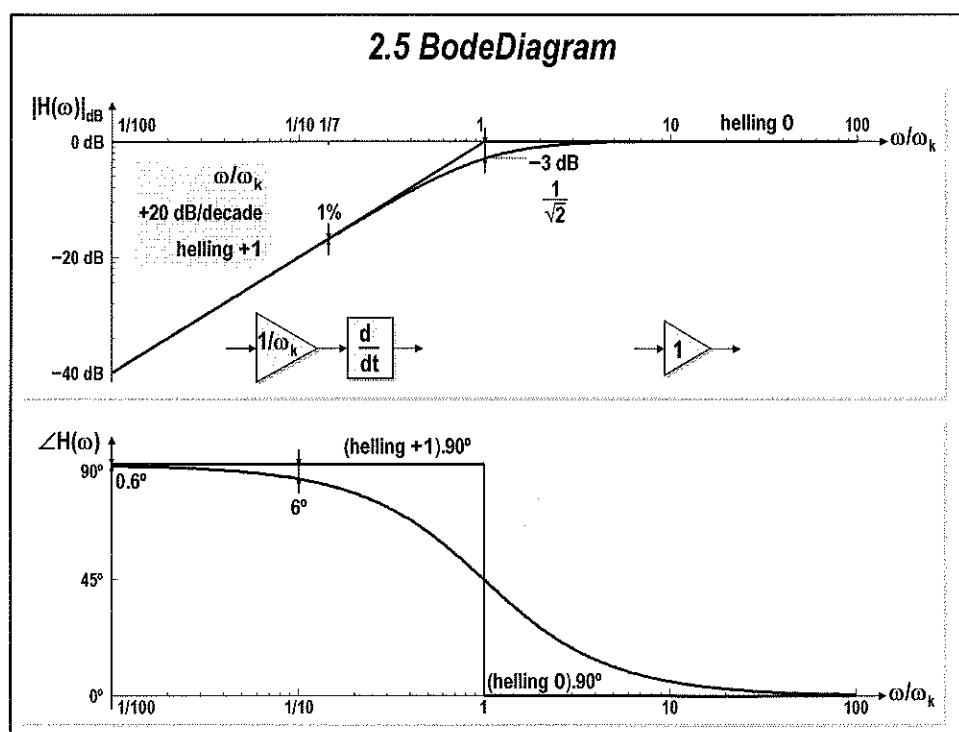
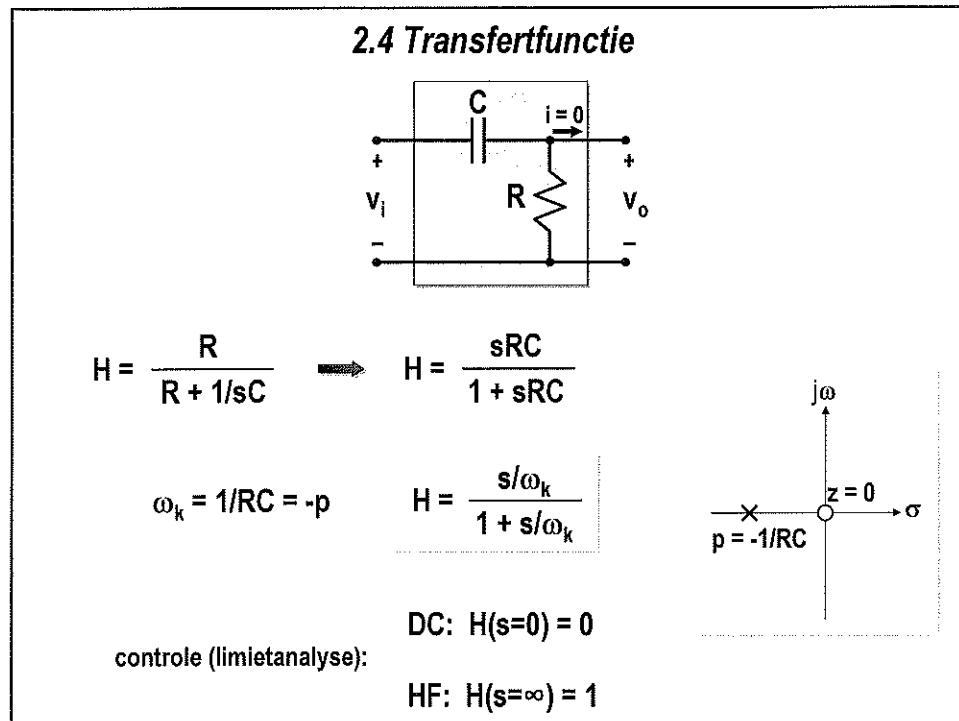


### 2.3 Limietanalyse

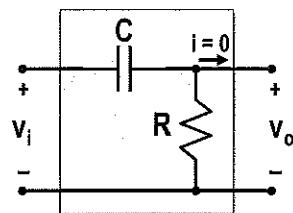


DC:  $H(0) = 0$   
HF:  $H(\infty) = 1$

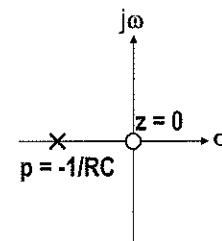




## 2.6 Stapresponsie



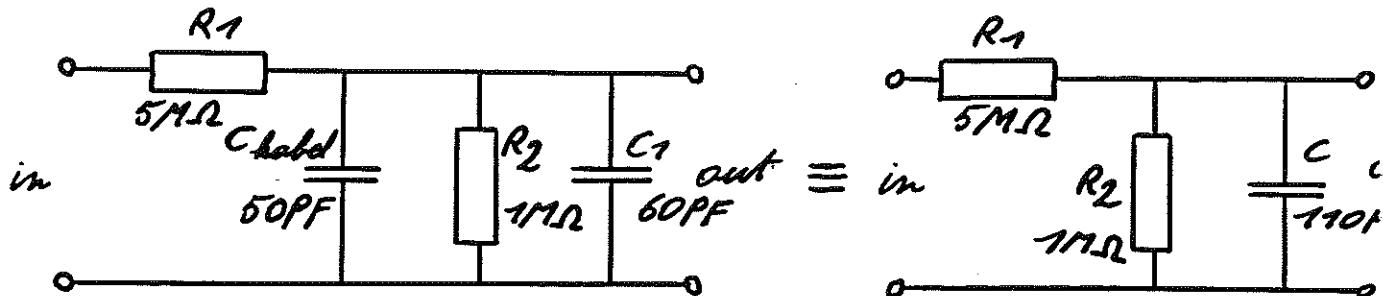
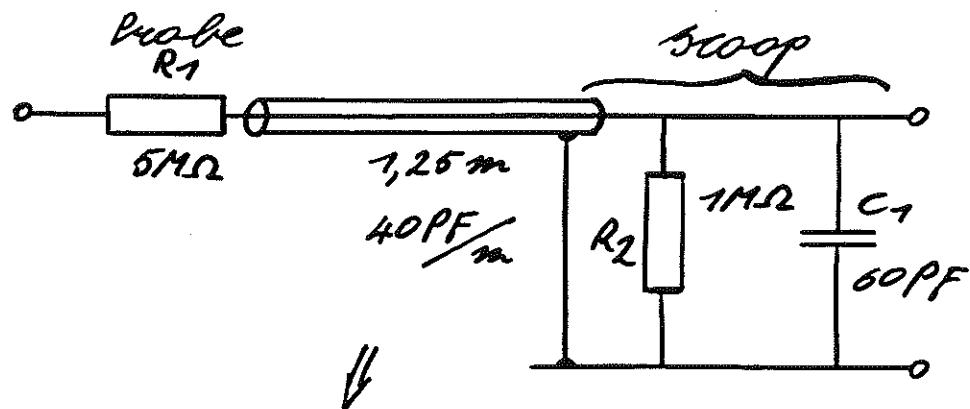
$$H = \frac{s/\omega_k}{1 + s/\omega_k}$$



HF:  $H(s=\infty) = 1$

DC:  $H(s=0) = 0$

# ONGECOMPENSEERDE VERZWAKKER



## TRANSFERT:

$$A(j\omega) = \frac{\frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) + jCR_1}$$

## AMPLITUDERESPONSIE:

$$A(\text{dB}) = 20 \log \sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \omega^2 C^2 R_1^2}$$

bij 1kHz en 500kHz

-16,81dB

-64,76

## FASERESPONSIE:

$$\varphi(\omega) = \text{tg}^{-1} \frac{\omega C R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

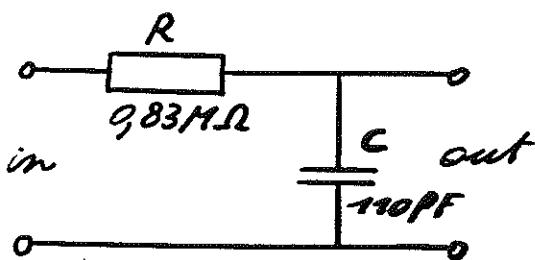
bij 1kHz en 500kHz

-29°56'

-89°48'

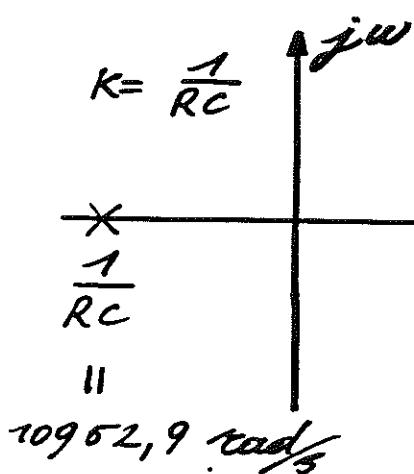
# POOL VAN HET NETWERK (kantelfrekw.)

toep. van Thesenvia:



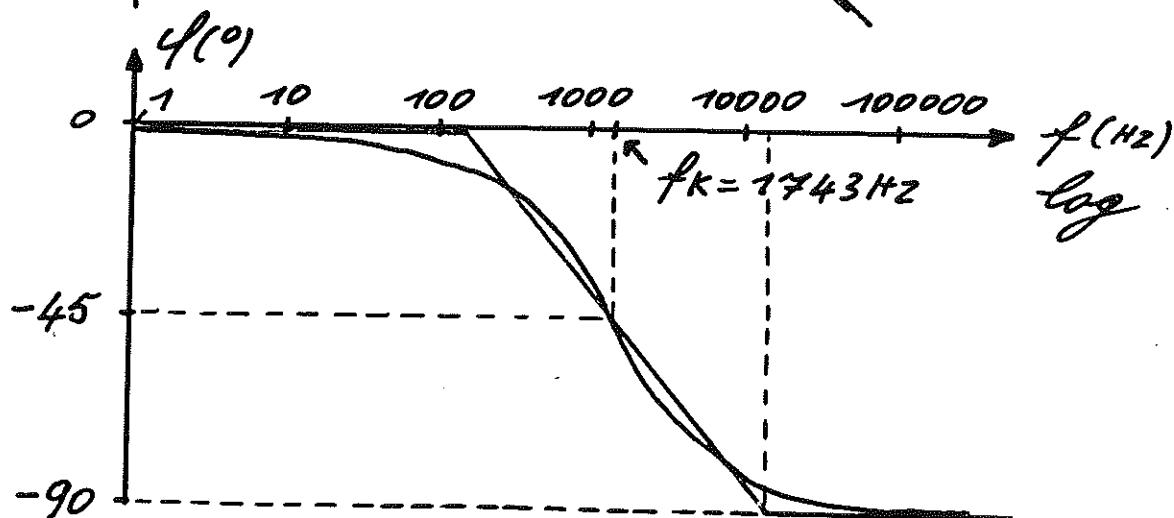
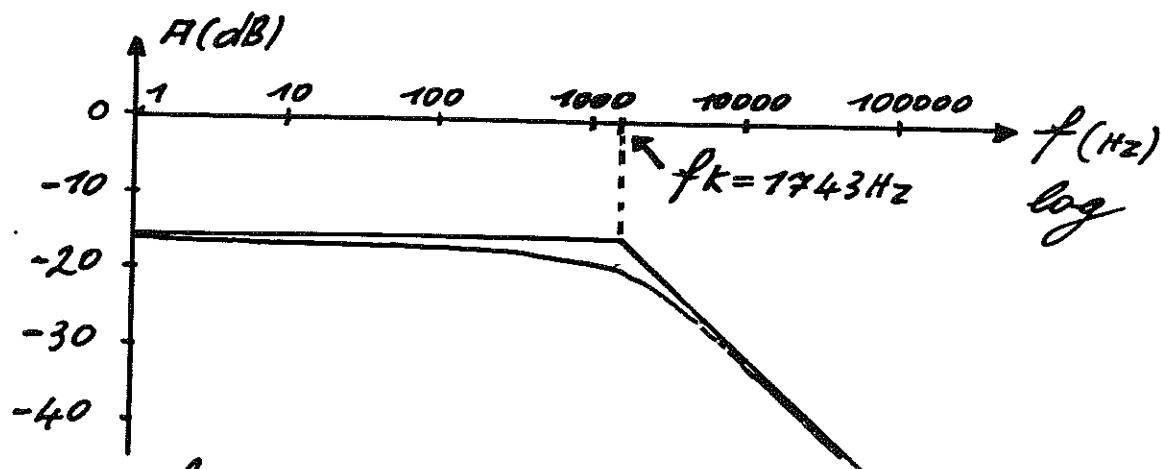
$$A(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

$$= \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

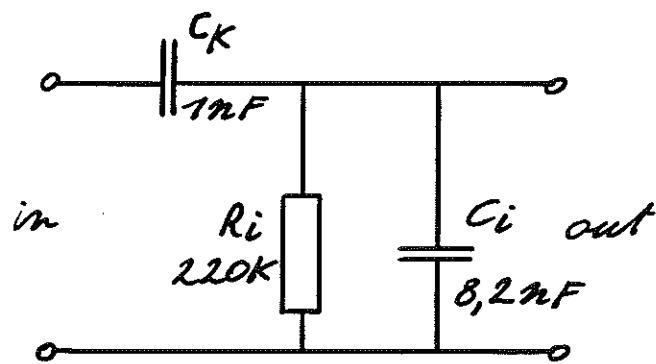


$$f_k = \frac{1}{2\pi RC} = 17431$$

## BODE DIAGRAM



# INGANGSCIRCUIT SCOOP OF STAND AC



TRANSFERT:

$$H(s) = \frac{\frac{R_i \cdot \frac{1}{sC_i}}{R_i + \frac{1}{sC_i}}}{\frac{1}{sC_K} + \frac{R_i \cdot \frac{1}{sC_i}}{R_i + \frac{1}{sC_i}}} = \frac{s \cdot C_K \cdot R_i}{1 + s(R_i \cdot C_K + R_i \cdot C_i)}$$

AMPLITUDE RESPONSIJE:

$$A(\text{dB}) = 20 \log \left( \frac{w \cdot C_K \cdot R_i}{\sqrt{1 + w^2 (R_i \cdot C_K + R_i \cdot C_i)^2}} \right)$$

$$A(\text{dB}) = 20 \log (\text{Teller}) - 20 \log (\text>Noemer})$$

FASERRESPONSIJE:

$$\varphi(^o) = \text{lgtg } \frac{w \cdot C_K \cdot R_i}{\omega} - \text{lgtg } \frac{w(R_i \cdot C_K + R_i \cdot C_i)}{\omega}$$

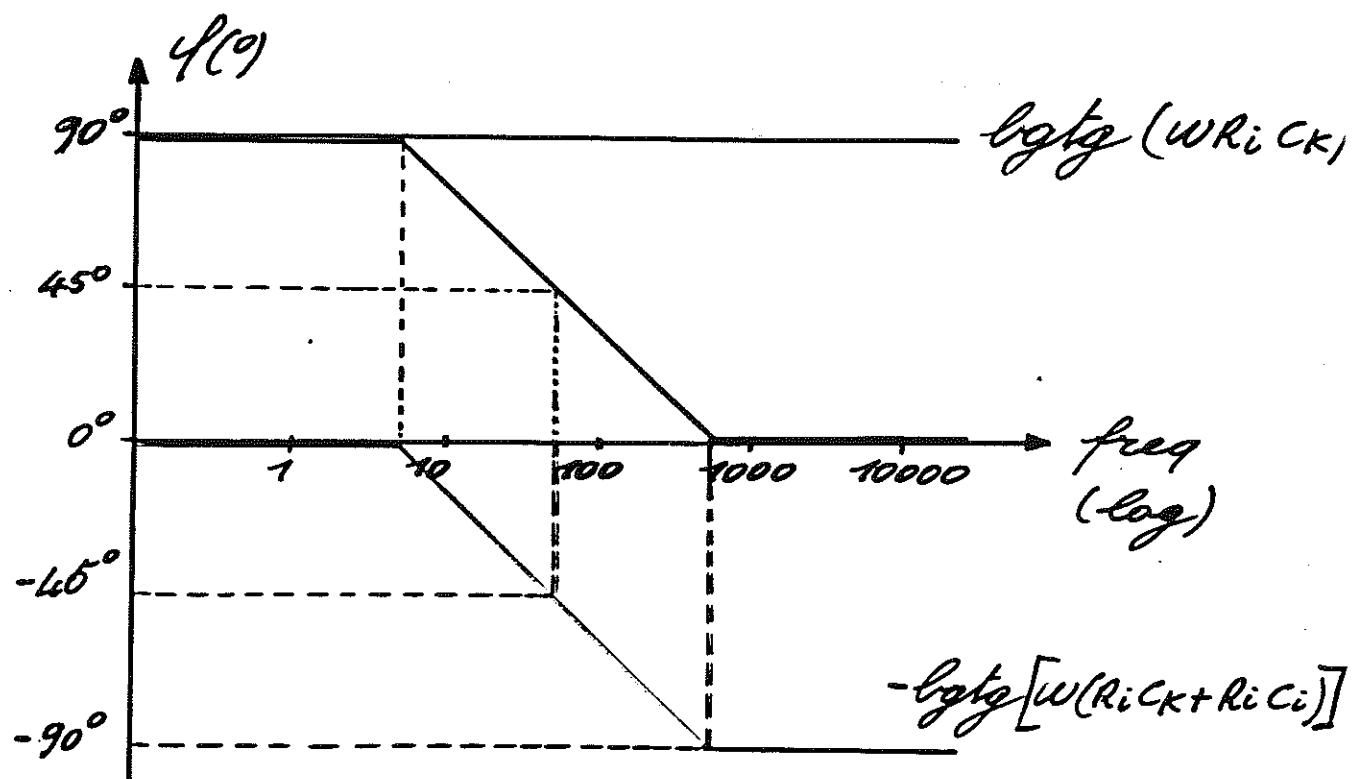
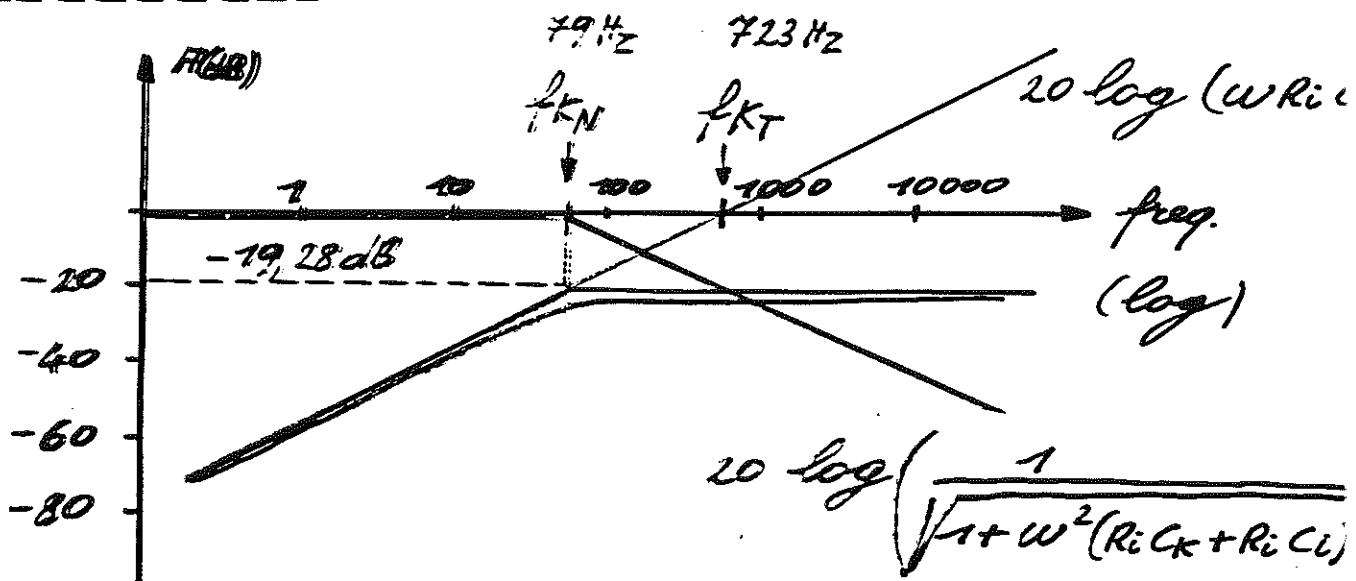
$$\varphi(^o) = 90^\circ - \text{lgtg } w(R_i \cdot C_K + R_i \cdot C_i)$$

KANTELFREKWENTIE:

$$\text{Teller: } f_{KT} = \frac{1}{2\pi C_K R_i} = 723,43 \text{ Hz}$$

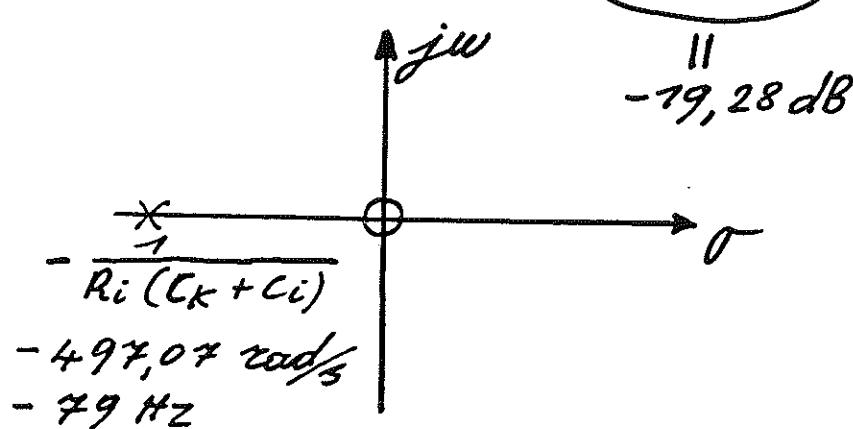
$$\text{Noemer: } f_{KN} = \frac{1}{2\pi (R_i \cdot C_K + R_i \cdot C_i)} = 78,63 \text{ Hz}$$

### BODEDIAGRAM :

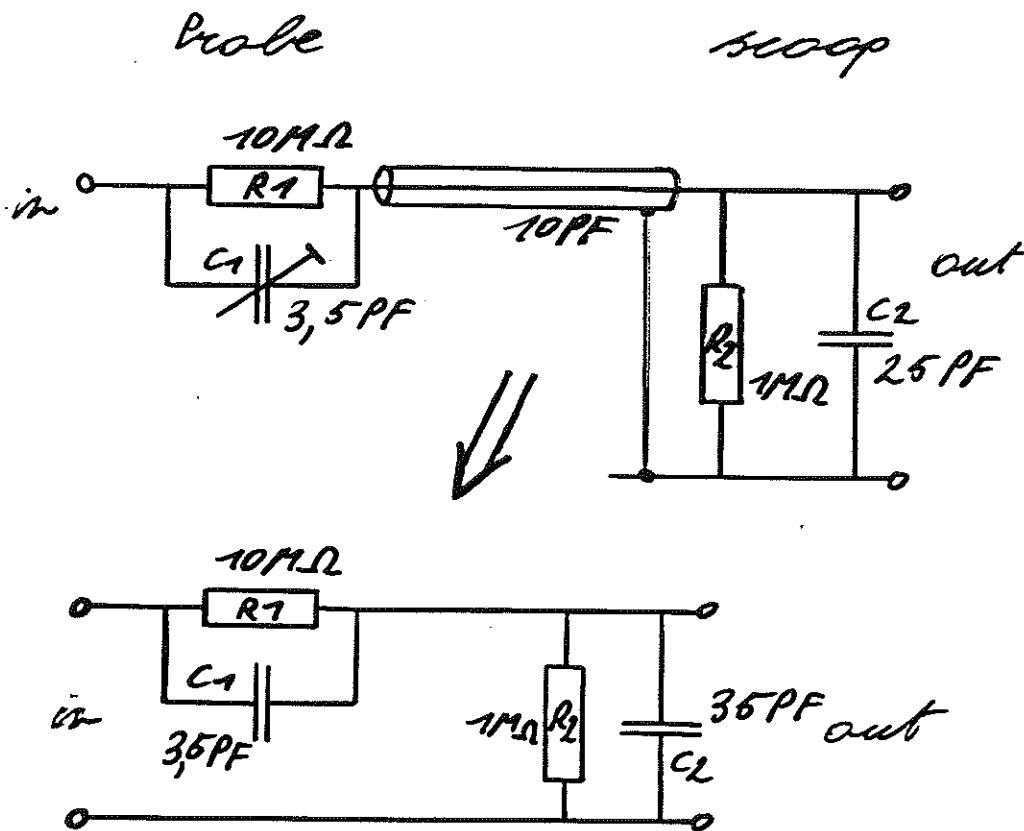


### S-VLAK VOORSTELLING :

$$A(s) = \frac{s \cdot C_k \cdot R_i}{1 + s(R_i C_k + R_i C_i)} = \frac{C_k \cdot R_i}{R_i C_k + R_i C_i} \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{R_i C_k + R_i C_i}}$$



# GECOMPENSEERDE VERZWAKKER



TRANSFERT:

$$A(s) = \frac{\frac{R_2 \cdot \frac{1}{3C_2}}{R_2 + \frac{1}{3C_2}}}{\frac{R_1 \cdot \frac{1}{3C_1}}{R_1 + \frac{1}{3C_1}} + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{3C_2}}{R_2 + \frac{1}{3C_2}}}$$

$$A(s) = \frac{s C_1 R_1 + 1}{s R_1 (C_1 + C_2) + (\frac{R_1}{R_2} + 1)}$$



Er is zowel integrerende als differentiërende werking

In het schema is namelijk zowel een onthoppel- als hoppel cap. !!

## AMPLITUDERESPONSIE:

$$A(f(dB)) = 20 \cdot \log \sqrt{\frac{\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) + \omega^2 R_1^2 C_1 (C_1 + C_2)}{\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)^2 + \omega^2 R_1^2 (C_1 + C_2)^2}} + \frac{\omega R_1 [C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) - (C_1 + C_2)]}{\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)^2 + \omega^2 R_1^2 (C_1 + C_2)^2}$$

$$= 20 \cdot \log \sqrt{\left[ \begin{array}{c} R\text{-deel} \\ \text{transf.} \end{array} \right]^2 + \frac{\omega \cdot 10M [38,5P - 38,5P]}{\omega^2 + \omega^2 \cdot 10^2 M \cdot 38,5^2 P}}$$

↓      ||  
      0

- Er is in deze situatie geen IM deel in de transfert functie.

Er is geen fase verschuiving tussen in en out Als !!!

$$\omega R_1 [C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) - (C_1 + C_2)] = 0$$

$$C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) = (C_1 + C_2)$$

$$C_1 (R_1 + R_2) = (C_1 + C_2) R_2$$

$$T_1 + \cancel{C_1 R_2} = \cancel{C_1 R_2} + T_2$$

$$T_1 = T_2$$

Het netwerk is op dat moment  
frequentie onafhankelijk !!.

## GEKOMPENSEERDE

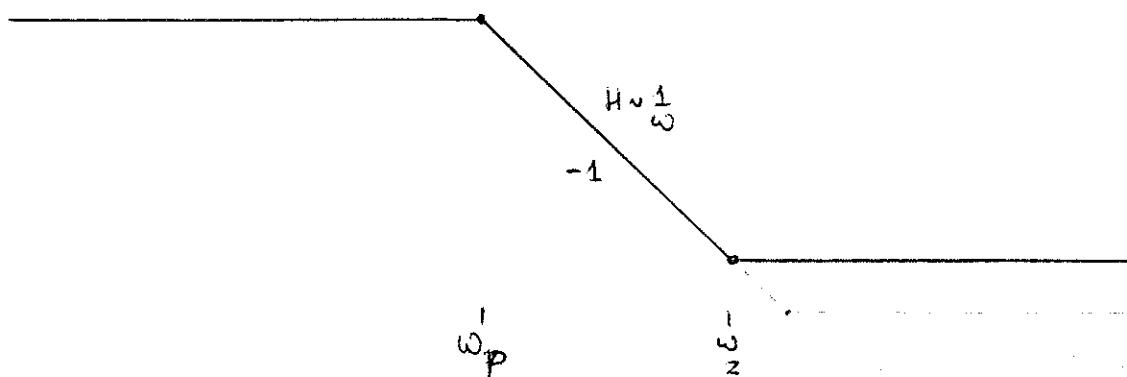
## VERZWAKKER

VERBAND  $\omega, p, H(0), H(\infty)$

ONDER KOMPENSATIE ( $\omega_z > \omega_p$ )

$$H(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

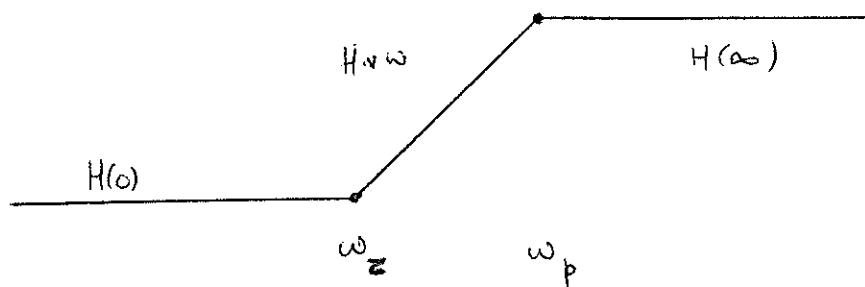
$$H(\infty) = \frac{1/C_2}{1/C_1 + 1/C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



$$H \propto \frac{1}{\omega} \Rightarrow [H \cdot \omega = \text{KTE}]$$

$$H(0) \cdot \omega_p = H(\infty) \cdot \omega_z$$

OVERKOMPENSATIE ( $\omega_z < \omega_p$ )



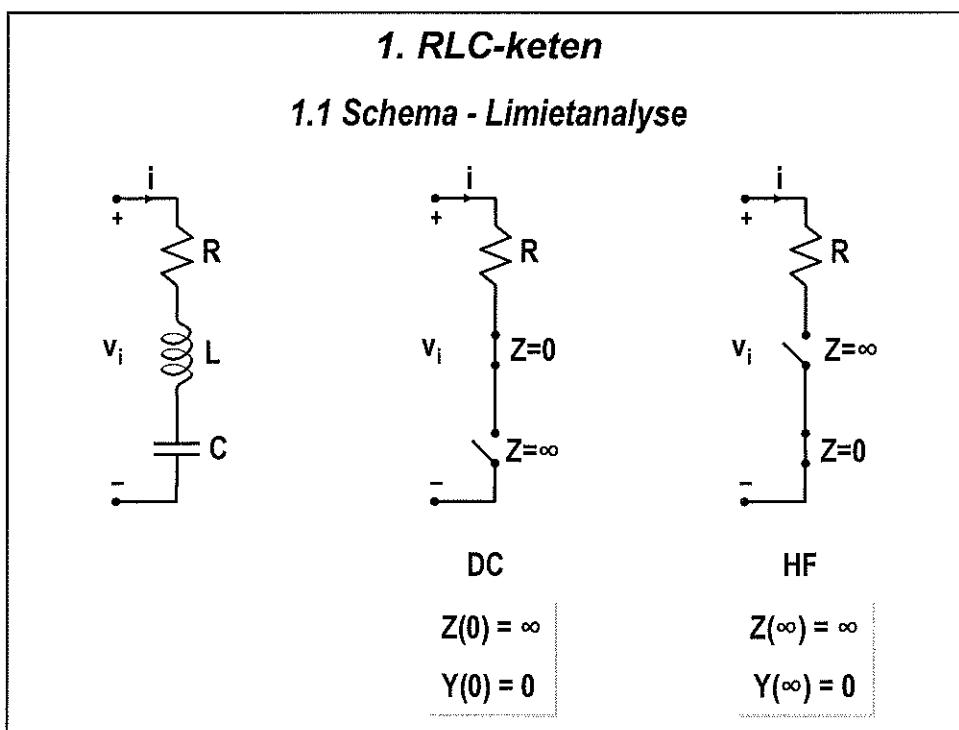
$$H \propto \omega \Rightarrow \left[ \frac{H}{\omega} = \text{KTE} \right]$$

$$\frac{H(0)}{\omega_z} = \frac{H(\infty)}{\omega_p} \Rightarrow H(0) \omega_p = H(\infty) \omega_z$$

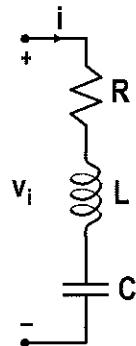
KOMPENSATIE VOOR WAARPF

$$\omega_z = \omega_p \Rightarrow H(0) = H(\infty) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Rightarrow R_2(C_1 + C_2) = C_1(R_1 + R_2)$$

$$C_2 R_2 = C_1 R_1$$



### 1.2 Impedantie - Admittantie



$$Z = \frac{V_i}{I} = R + sL + \frac{1}{sC}$$

$$Z = \frac{V_i}{I} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{sC} \quad V_i = Z \cdot I$$

$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{s^2LC + sRC + 1} \quad I = Y \cdot V_i$$

DC:  $Z(s=0) = \infty \quad Y(s=0) = 0$

controle (limietanalyse):

HF:  $Z(s=\infty) = \infty \quad Y(s=\infty) = 0$

### 1.3 Amplitude- en Faseresponsie

$$Y = \frac{1}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}$$

natuurlijke pulsatie

$$\omega_n = 1/\sqrt{LC}$$

$$Y(\omega_n) = \frac{1}{R} \quad \text{---} \\ Y_C(\omega_n) = \omega_n C = |Y_L|(\omega_n) = \frac{1}{\omega_n L} = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \left. \right\}$$

kwaliteitsfactor

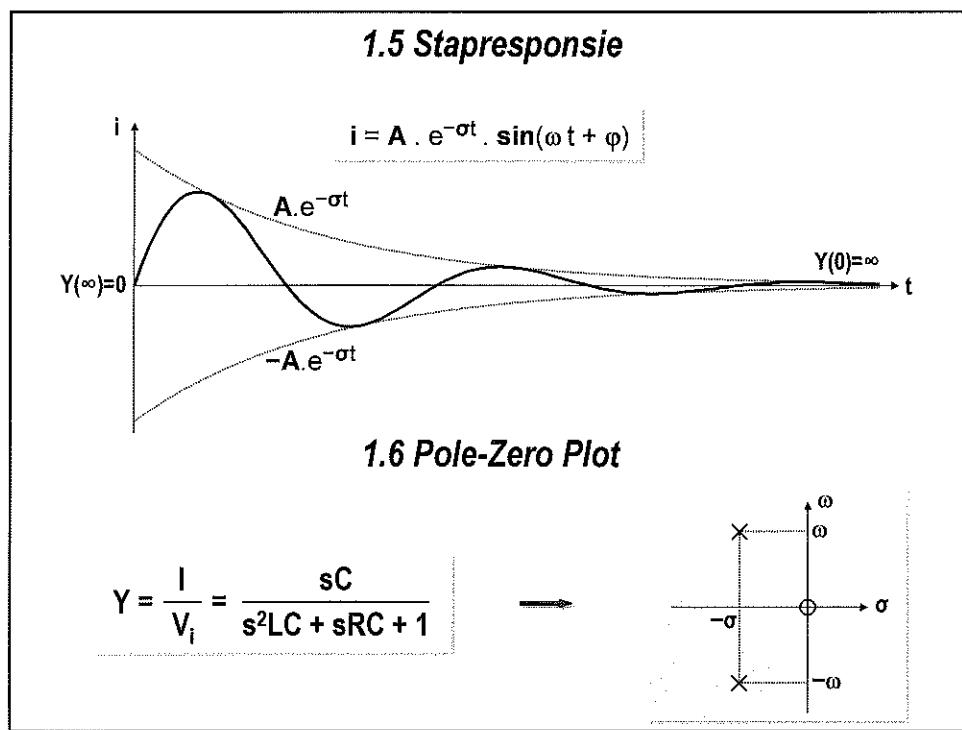
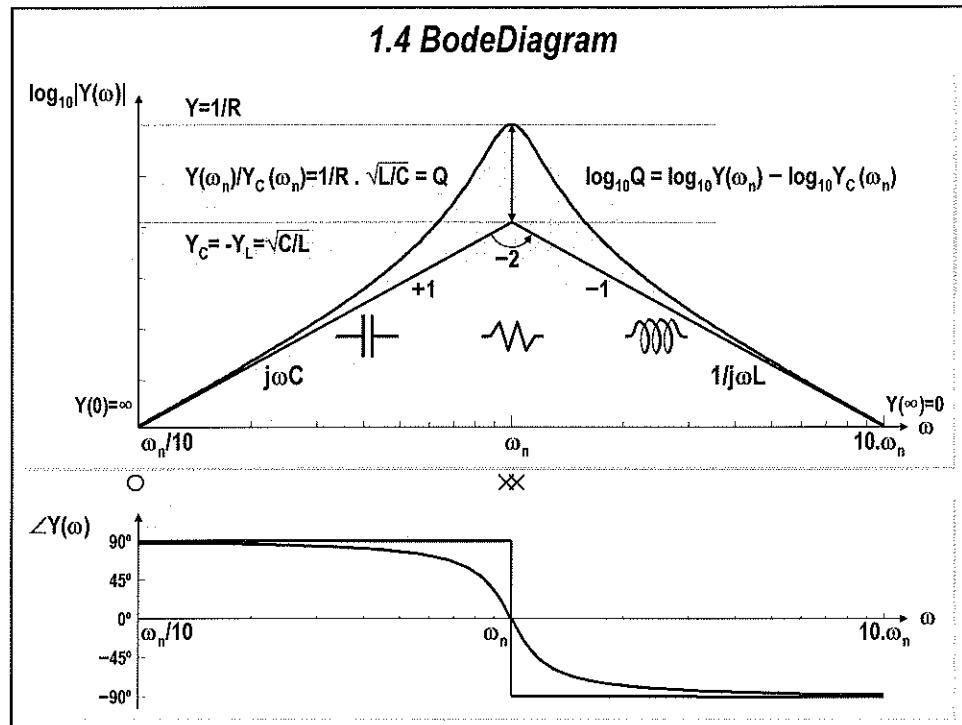
$$Q = \frac{Y(\omega_n)}{|Y_C(\omega_n)|} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

### 1.5 Asymptoten

$$\omega \rightarrow 0 \quad 1 \gg \omega/\omega_n \quad Y \rightarrow j\omega C \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad 1 \ll \omega/\omega_n \quad Y \rightarrow 1/j\omega L \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$Y_C(\omega_n) + Y_L(\omega_n) = 0$$



## 1.7 Symbolische voorstelling van een 2<sup>de</sup> orde systeem

*natuurlijke pulsatie*

$$\omega_n = 1/\sqrt{LC}$$

$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{s^2LC + sRC + 1}$$

*kwaliteitsfactor*

$$Q = \frac{Y(\omega_n)}{Y_c(\omega_n)} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

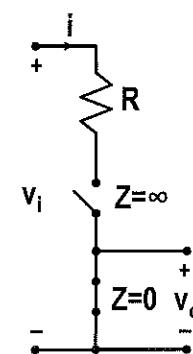
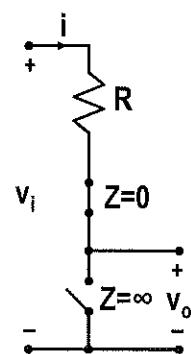
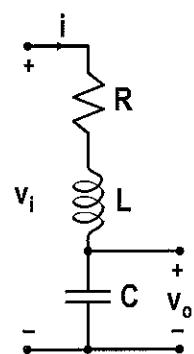
*demping*

$$\zeta = \frac{1}{2Q} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1}$$

## 2. Laag Doorlaat Filter (LDL)

### 2.1 Schema - Limietanalyse



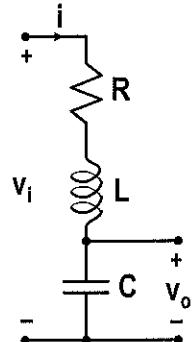
LDL

←

$$H(0) = 1$$

$$H(\infty) = 0$$

## 2.2 Transfertfunctie



$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

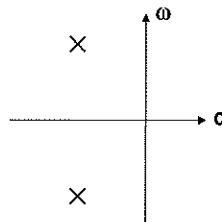
$$V_o = (1/sC) \cdot I = (1/sC) \cdot Y \cdot V_i$$

$$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad \text{LDL}$$

controle (limietanalyse):

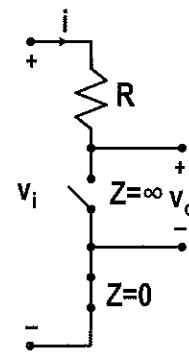
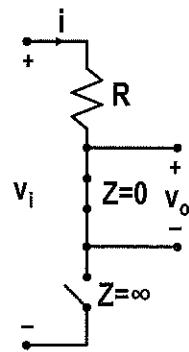
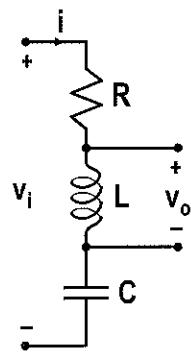
$$\text{DC: } H(s=0) = 1$$

$$\text{HF: } H(s=\infty) = 0$$



## 3. Hoog Doorlaat Filter (HDL)

### 3.1 Schema - Limietanalyse



DC

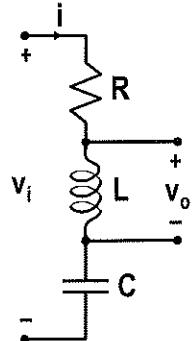
HDL

$$H(0) = 0$$

HF

$$H(\infty) = 1$$

### 3.2 Transfertfunctie



$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

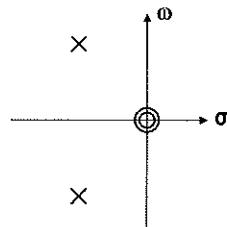
$$V_o = (sL) \cdot I = (sL) \cdot Y \cdot V_i$$

$$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(s/\omega_n)^2}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad HDL$$

controle (limietanalyse):

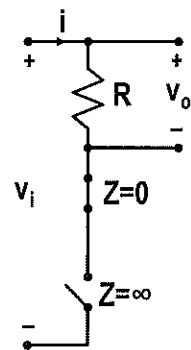
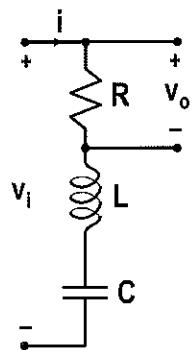
$$DC: H(s=0) = 0$$

$$HF: H(s=\infty) = 1$$

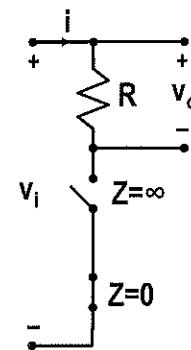


### 4. Band Doorlaat Filter (BDL)

#### 4.1 Schema - Limietanalyse



DC



HF

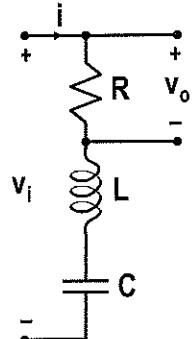
BDL



$$H(0) = 0$$

$$H(\infty) = 0$$

## 4.2 Transfertfunctie



$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

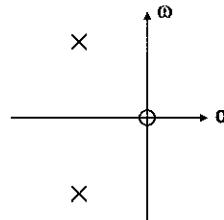
$$V_o = (R) \cdot I = (R) \cdot Y \cdot V_i$$

$$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(1/Q)(s/\omega_n)}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad \text{BDL}$$

controle (limietanalyse):

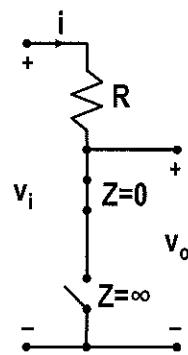
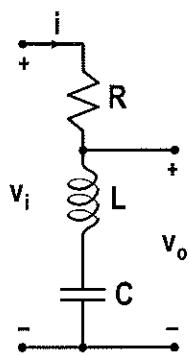
$$\text{DC: } H(s=0) = 0$$

$$\text{HF: } H(s=\infty) = 0$$



## 5. Band Sper Filter (BSP)

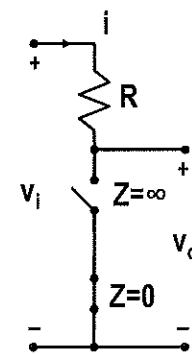
### 5.1 Schema - Limietanalyse



DC

BSP

$$H(0) = 1$$



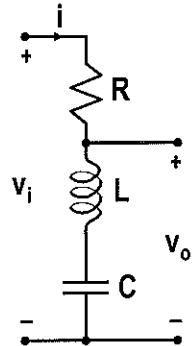
$\omega_n$

HF

$$H(\infty) = 1$$

$$Y_C(\omega_n) + Y_L(\omega_n) = 0$$

## 5.2 Transfertfunctie



$$Y = \frac{I}{V_i} = \frac{sC}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

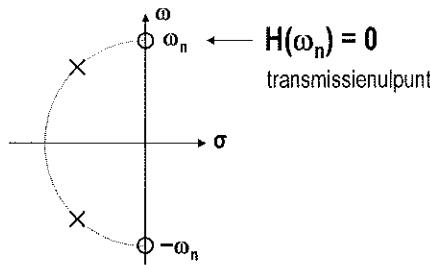
$$V_o = (sL + 1/sC) \cdot I = [(s^2LC + 1)/sC] \cdot Y \cdot V_i$$

$$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(s/\omega_n)^2 + 1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad \text{BSP}$$

controle (limietanalyse):

$$\text{DC: } H(s=0) = 1$$

$$\text{HF: } H(s=\infty) = 1$$



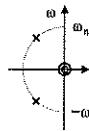
## 6. Tweede Orde Systemen

### 6.1 Transfertfuncties

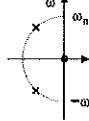
$$\text{LDL } H_{LDL} = \frac{1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad H_{LDL}(s/\omega_n) = H_{HDL}(\omega_n/s)$$



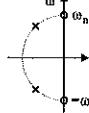
$$\text{HDL } H_{HDL} = \frac{(s/\omega_n)^2}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad H_{HDL}(s/\omega_n) = H_{LDL}(\omega_n/s)$$



$$\text{BDL } H_{BDL} = \frac{(1/Q)(s/\omega_n)}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad H_{BDL} = 1 - H_{BSP}$$



$$\text{BSP } H_{BSP} = \frac{(s/\omega_n)^2 + 1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1} \quad H_{BSP} = H_{LDL} + H_{HDL}$$



## 6.2 Veralgemeende Transfertfunctie (Tweede Orde)

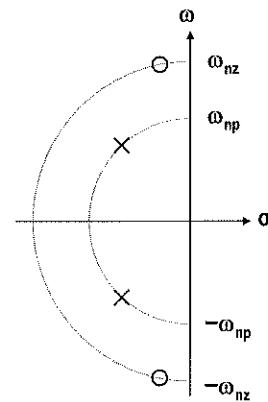
$$\text{LDL } H = \frac{1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

$$H = \frac{(s/\omega_{nz})^2 + (1/Q_z)(s/\omega_{nz}) + 1}{(s/\omega_{np})^2 + (1/Q_p)(s/\omega_{np}) + 1}$$

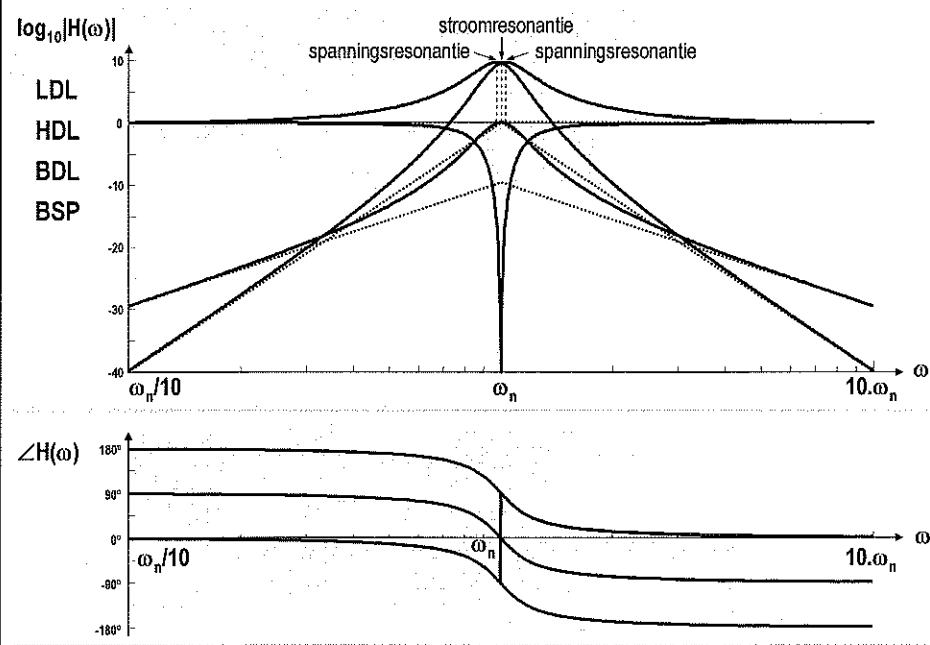
$$\text{HDL } H = \frac{(s/\omega_n)^2}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

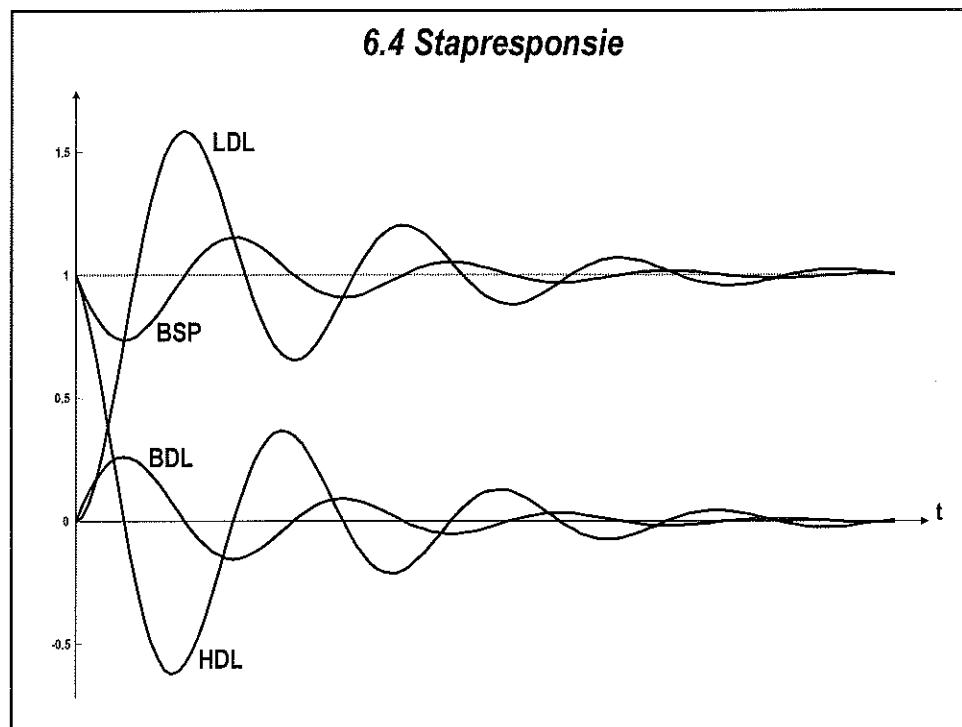
$$\text{BDL } H = \frac{(1/Q)(s/\omega_n)}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$

$$\text{BSP } H = \frac{(s/\omega_n)^2 + 1}{(s/\omega_n)^2 + (1/Q)(s/\omega_n) + 1}$$



## 6.3 Frequentieweergave





$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_o}{Z_i} \Rightarrow Z_o \cdot V_i$$

## RLC : SPANNINGS TRANSFERT - FUNKTIES

$$I = \frac{sC}{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 2s(\frac{1}{\omega_n}) + 1} V_i \quad \rightarrow \text{gemeenschappelijk aan alle impedantie}$$

TRANSFERFUNKTIE

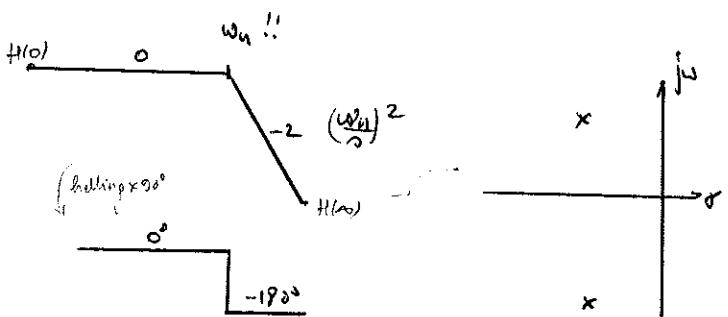
ZODE - ASYMPTOTEN

STOP

POLE-ZERO PLOT

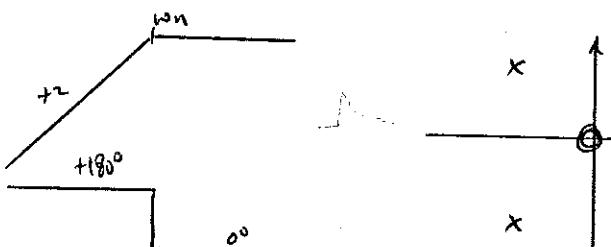
LC

$$V_C = \frac{I}{sC} = \frac{1}{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 2s(\frac{1}{\omega_n}) + 1} V_i$$



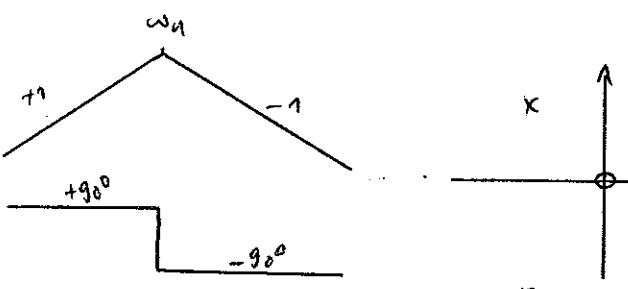
HD

$$V_L = sL I = \frac{(\frac{1}{\omega_n})^2}{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 2s(\frac{1}{\omega_n}) + 1} V_i$$



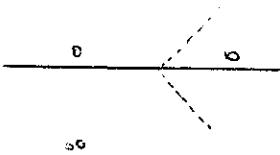
RD

$$V_R = RI = \frac{2s(\frac{1}{\omega_n})}{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 2s(\frac{1}{\omega_n}) + 1} V_i$$

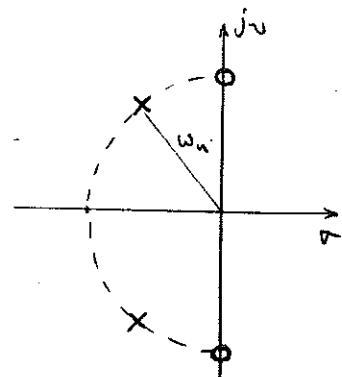


SP

$$V_M = \left(sL + \frac{1}{sC}\right) I = \frac{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 1}{(\frac{1}{\omega_n})^2 + 2s(\frac{1}{\omega_n}) + 1} V_i$$



$$\text{zero: } s = \pm j\omega_n$$



## TWEEDE ORDE SYSTEMEN

### 1. RLC - SERIEKETEN

De RLC-serieketen is een typisch voorbeeld van een passief tweede orde systeem. Deze bevat twee energie-stokerende elementen: een spoel en een kondensator.

#### 1.1 STROOMKARAKTERISTIEK

De stroom is gemeenschappelijk aan alle komponenten in de schakeling en vormt de basis om de verschillende spanningstransfertfunkties te berekenen.

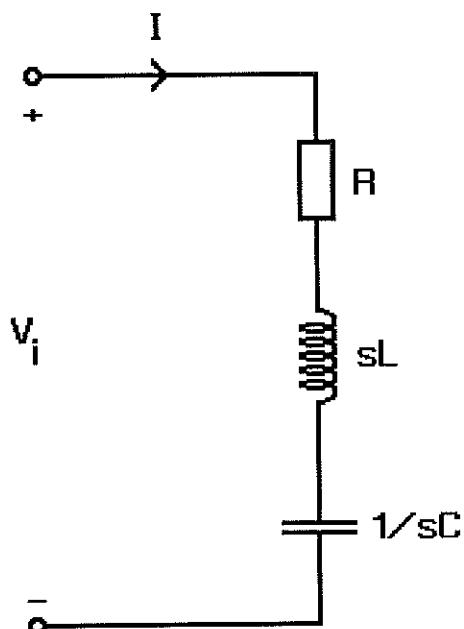


fig. 1.1 : RLC SERIEKRING

Het verband tussen aangelegde spanning en resulterende stroom wordt bepaald door de komplexe admittantie Y ("driving point function"):

$$I = Y \cdot V_i \quad (1.1)$$

Deze is het inverse van de komplexe impedantie Z:

$$\frac{1}{Y} = Z = R + sL + \frac{1}{sC} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{sC} \quad (1.2)$$

### a. FREKWENTIEGEDRAG

Voor de analyse van het frekwentiegedrag wordt  $s = j\omega$  gesteld:

$$Y = \frac{1}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{j\omega C}{(j\omega)^2 LC + (j\omega)RC + 1} \quad (1.3)$$

Het gedrag bij drie typische frekwenties:

$$\omega = 0 : Y \approx j\omega C \quad \phi(Y) = +90^\circ$$

$$\omega = \omega_n : Y = 1/R = Y_{\max} \quad \phi(Y) = 0^\circ$$

$$\omega = \infty : Y \approx \frac{1}{j\omega L} \quad \phi(Y) = -90^\circ$$

Op de frekwentiekarakteristiek in fig. 1.2 zijn de asymptoten bij lage en hoge frekwenties aangegeven.

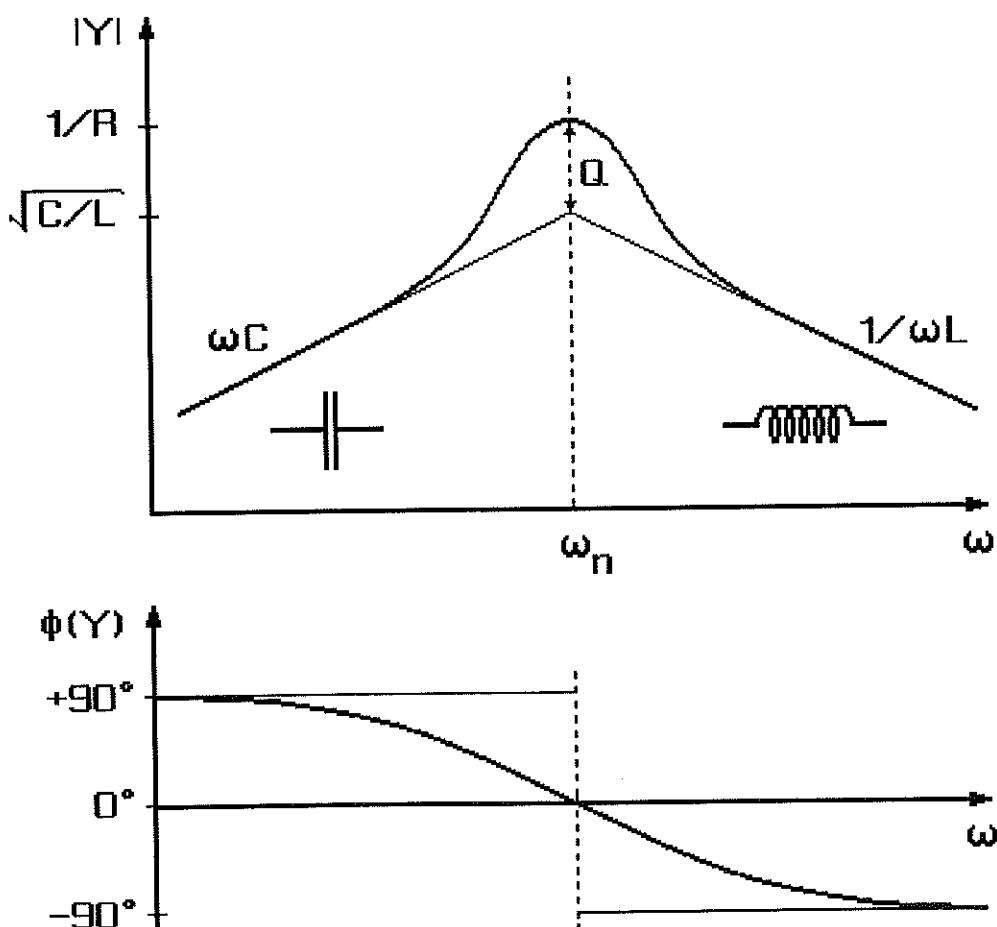


fig. 1.2 : FREKWENTIEKARAKTERISTIEK (Y) VAN DE RLC-SERIEKRING

De amplitude van de kondensatorimpedantie wordt gelijk aan de spoelimpedantie (snijding van asymptoten) bij de pulsatie:

$$1/\omega_n C = \omega_n L \quad (1.4)$$

Bij deze pulsatie wordt de impedantie minimaal, dus de stroom (admittantie) maximaal. Dit is de stroomresonantiepulsatie:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.5)$$

In een algemeen tweede orde systeem wordt dit de *natuurlijke pulsatie*  $\omega_n$  genoemd.

De admittantie van spoel en kondensator bij stroomresonantie zijn:

$$\omega = \omega_n : \quad Y_L = Y_C = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (1.6)$$

De *kwaliteitsfactor*  $Q$  van de resonantiekering wordt gedefinieerd als een verhouding (logaritmisch een verschil):

$$Q = \frac{\text{aktuele frekentieweergave bij } \omega_n}{\text{asymptotische frekentieweergave bij } \omega_n} \quad (1.7)$$

Voor de admittantie van de RLC-serieketen:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1/R}{1/\omega_n L} = \frac{1/R}{\omega_n C} \quad (1.8)$$

De *dempingsfactor*  $\zeta$  wordt gedefinieerd als:

$$\zeta = \frac{1}{2Q} \quad \text{of} \quad Q = \frac{1}{2\zeta} \quad (1.9)$$

Met deze definities kan de tweede orde term van de admittantie (1.2) meer algemeen geschreven worden als:

$$Y = \frac{sC}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.10)$$

De tweede orde term wordt volledig beschreven met de parameters  $\zeta$  (of  $Q$ ) en  $\omega_n$ . Bij de analyse van een willekeurig tweede orde systeem volstaat het  $\zeta$  (of  $Q$ ) en  $\omega_n$  van de polen en nulpunten te bepalen om het gedrag te beschrijven.

## b. TRANSIENT GEDRAG

De uitdemping  $\sigma_p$  en oscillatiefrequentie  $\omega_p$  van de impuls- en stapresponsie worden bepaald door de polen van de admittantie Y (komplex toegevoegde polen voor  $\zeta < 1$ ):

$$\sigma_p = -\zeta \omega_n \quad (1.11)$$

$$\omega_p = \pm \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.12)$$

De stapresponsie van de RLC-seriekering is in fig. 1.3 weergegeven.

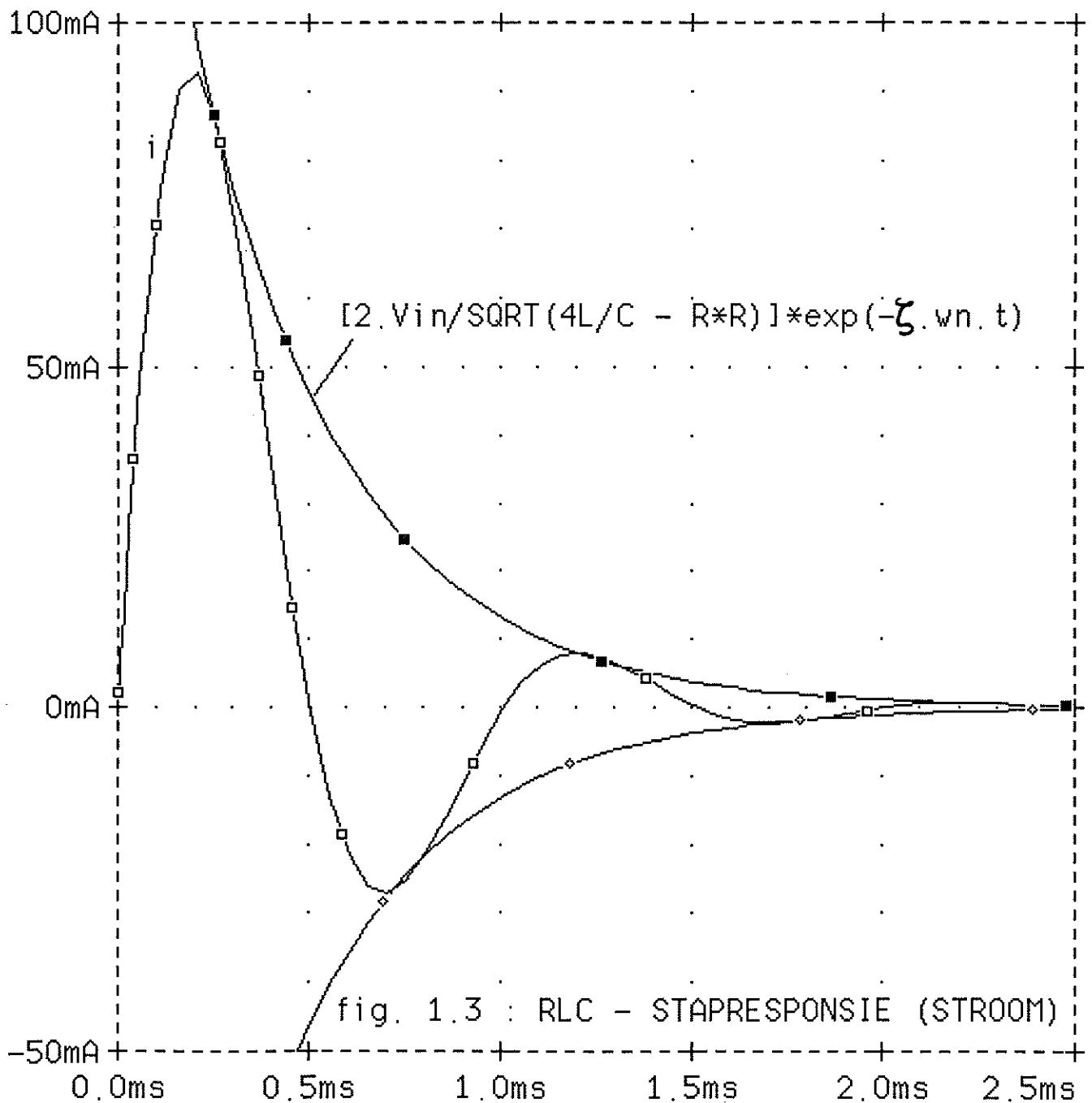


fig. 1.3 : RLC - STAPRESPONSIE (STROOM)

## 1.2. SPANNINGSTRANSFERTFUNKTIES

De transfertfunktie geeft de verhouding van de uitgangsspanning tot de ingangsspanning van een systeem. Voor de RLC-seriekring is de uitgangsspanning de spanning die wordt afgetakt over een komponent of een serieschakeling ervan (fig. 1.4).

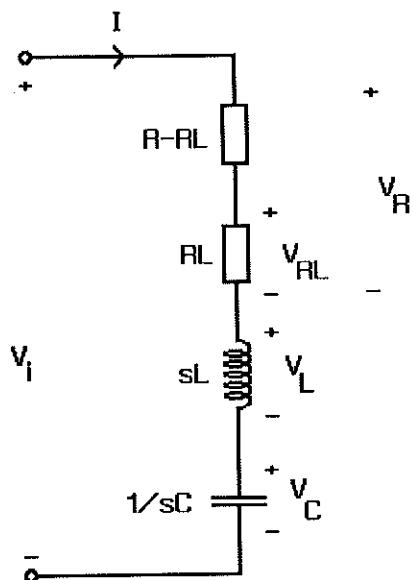


fig. 1.4 : SPANNINGSTRANSFERT VOOR RLC-SERIEKRING

Een aantal typische transfertfunkties (frekwentieresponsie in fig. 1.5 en stapresponsie in fig. 1.6 weergegeven):

### KONDENSATORSPANNING

$$H_C = \frac{V_C}{V_i} = \frac{I}{sC} \frac{1}{V_i} = \frac{Y}{sC}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.13)$$

Frekwentiegedrag ( $s=j\omega$ ) : LAAGDOORLAAT FILTER

$$\omega \rightarrow 0 : H_C = 1 \Rightarrow |H_C| = 0 \text{dB} \quad \phi(H_C) = 0^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty : H_C = \left(\frac{\omega_n}{s}\right)^2 \Rightarrow |H_C| = -40 \text{dB/dec} \quad \phi(H_C) = -180^\circ$$

### SPOELSPANNING

$$H_L = \frac{V_L}{V_i} = \frac{sL \cdot I}{V_i} = sL \cdot Y$$

$$= \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.14)$$

Frekwentiegedrag ( $s=j\omega$ ) : HOOGDOORLAAT FILTER

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow 0 &: H_L = \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 \Rightarrow |H_L| = +40 \text{dB/dec} & \phi(H_L) = +180^\circ \\ \omega \rightarrow \infty &: H_L = 1 \Rightarrow |H_L| = 0 \text{dB} & \phi(H_L) = 0^\circ \end{aligned}$$

### WEERSTANDSPANNING

$$H_R = \frac{V_R}{V_i} = \frac{R \cdot I}{V_i} = R \cdot Y$$

$$= \frac{2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.15)$$

Frekwentiegedrag ( $s=j\omega$ ) : BANDDOORLAAT FILTER

$$\omega \rightarrow 0 : H_R = 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) \Rightarrow |H_R| = +20 \text{dB/dec} \quad \phi(H_R) = +90^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty : H_R = 2\zeta\left(\frac{\omega_n}{s}\right) \Rightarrow |H_R| = -20 \text{dB/dec} \quad \phi(H_R) = -90^\circ$$

### IDEALE SPOEL + KONDENSATORSPANNING

$$H_{LC} = \frac{V_L + V_C}{V_i} = H_L + H_C = (sL + \frac{1}{sC}) \cdot Y$$

$$= \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_p \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.16)$$

Frekwentiegedrag ( $s=j\omega$ ) : BANDSPER FILTER

$$\omega \rightarrow 0 : H_{LC} = 1 \Rightarrow |H_{LC}| = 0 \text{dB} \quad \phi(H_{LC}) = 0^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty : H_{LC} = 1 \Rightarrow |H_{LC}| = 0 \text{dB} \quad \phi(H_{LC}) = 0^\circ$$

### REËLE SPOEL + KONDENSATORSPANNING

$$H_{RLC} = \frac{V_L + V_C}{V_i} = H_{RL} + H_L + H_C = (R_L + sL + \frac{1}{sC}) \cdot Y$$

$$= \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_Z \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_P \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \quad (1.17)$$

Frekwentiegedrag ( $s=j\omega$ ) : FREQUENCY-REJECTION NETWORK

$$\omega \rightarrow 0 : H_{RLC} = 1 \Rightarrow |H_{RLC}| = 0 \text{dB} \quad \phi(H_{RLC}) = 0^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty : H_{RLC} = 1 \Rightarrow |H_{RLC}| = 0 \text{dB} \quad \phi(H_{RLC}) = 0^\circ$$

Voor een exakte analyse van een systeem moet het gedrag van tweede orde polen én nulpunten gekend zijn [zie (1.17)].

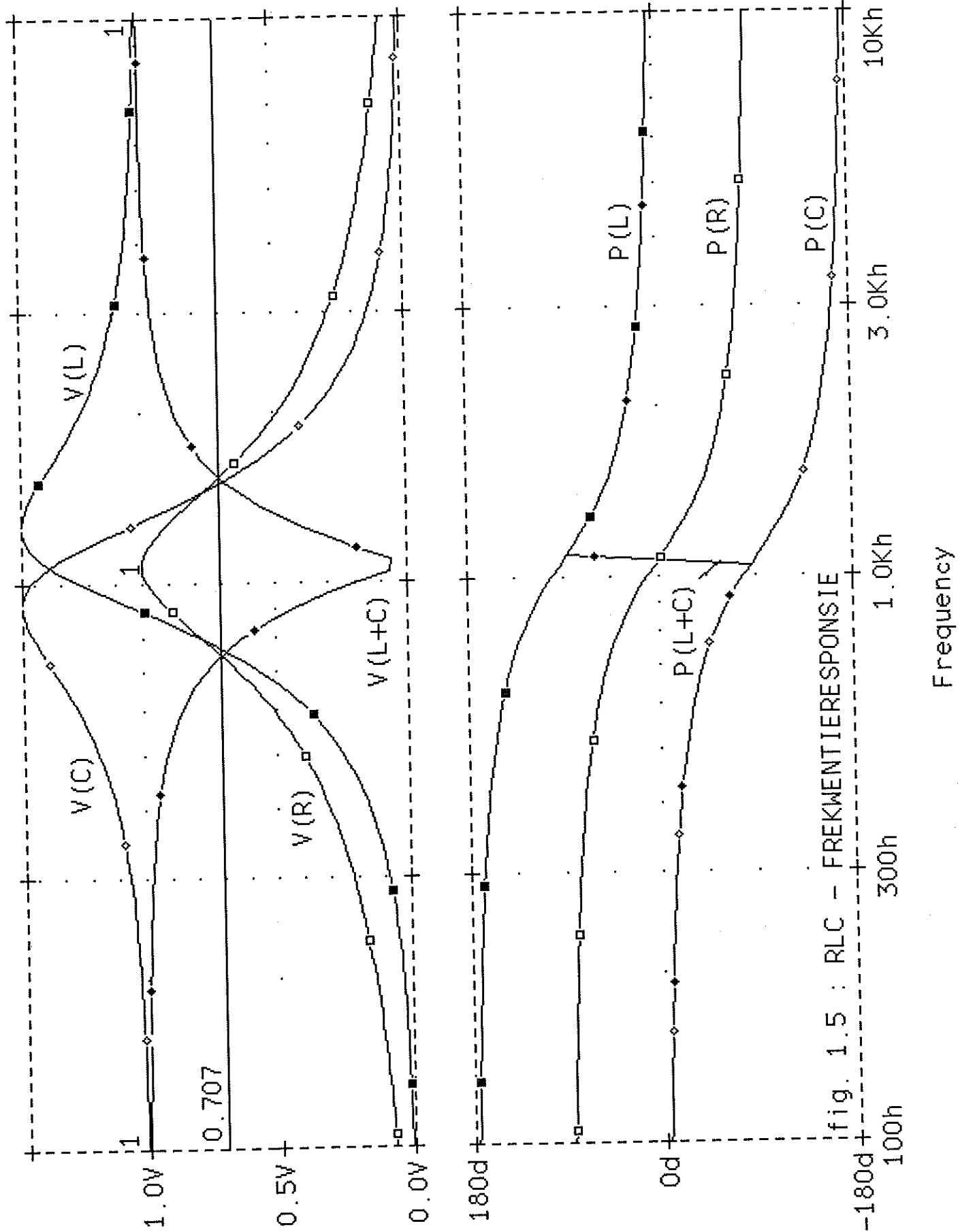


fig. 1.5 : RLC - FREKVENTIERESPONSIE  
 -180d + 180d 300h 100h 1.0Khz 3.0Khz 10Khz

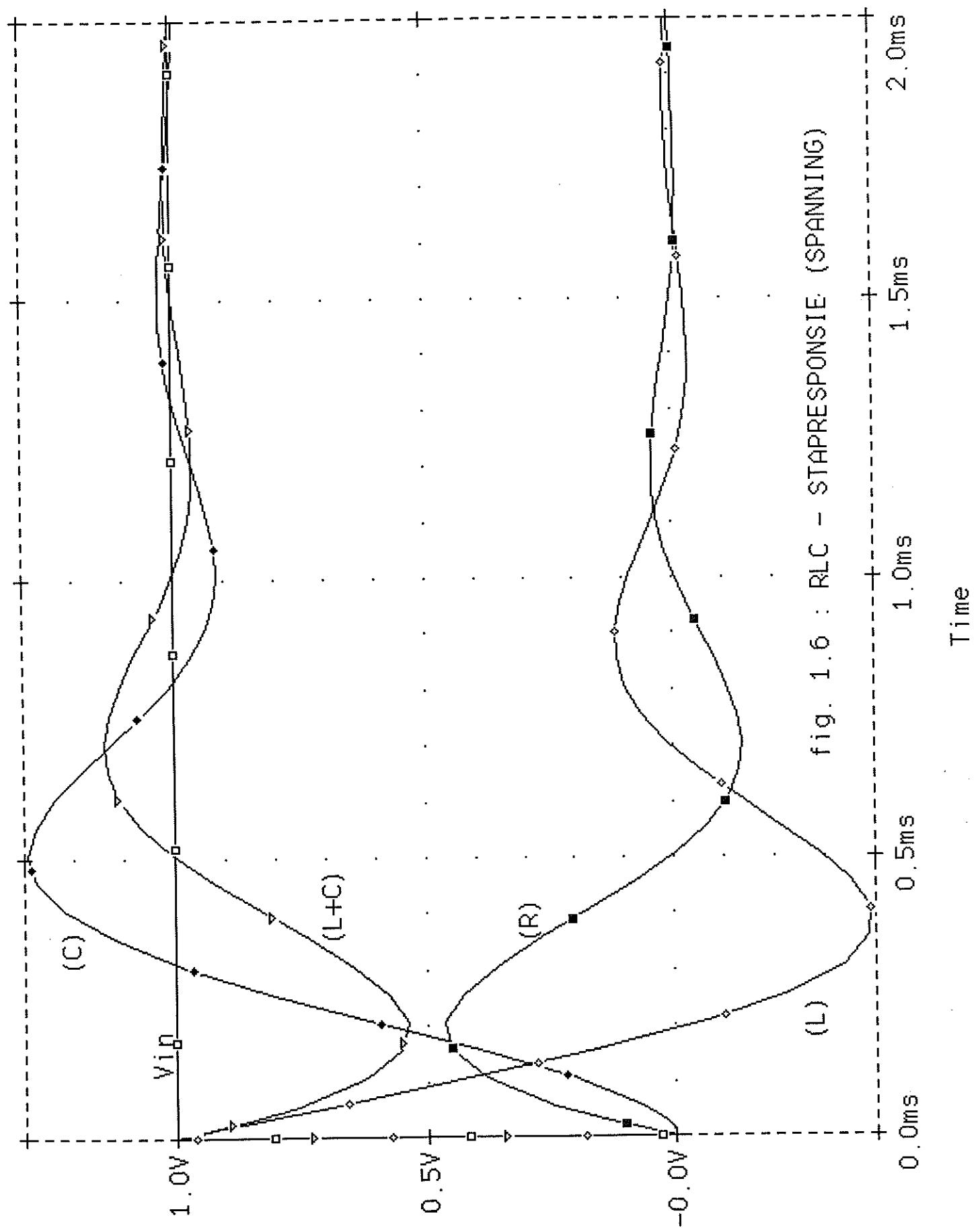


fig. 1.6 : RLC - STAPRESPONSIE (SPANNING)

## 2. ANALYSE VAN TWEEDE ORDE POLEN

### 2.1 s-VLAK: POLEN

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p}\right)\left(1 + \frac{s}{p'}\right)} \quad (2.1)$$

De polen van de transfertfunktie ( $\xi > 0$  voor stabiliteit):

$\xi < 1$  : komplex toegevoegde polen

$$p_k = -\xi\omega_n - j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -\sigma_p - j\omega_p \quad (2.2a)$$

$$p_k' = -\xi\omega_n + j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -\sigma_p + j\omega_p \quad (2.2b)$$

$\xi \geq 1$  : reële polen

$$p_r = -\xi\omega_n - \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.3a)$$

$$p_r' = -\xi\omega_n + \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.3b)$$

$$\sqrt{p_r \cdot p_r'} = \omega_n \quad (2.4)$$

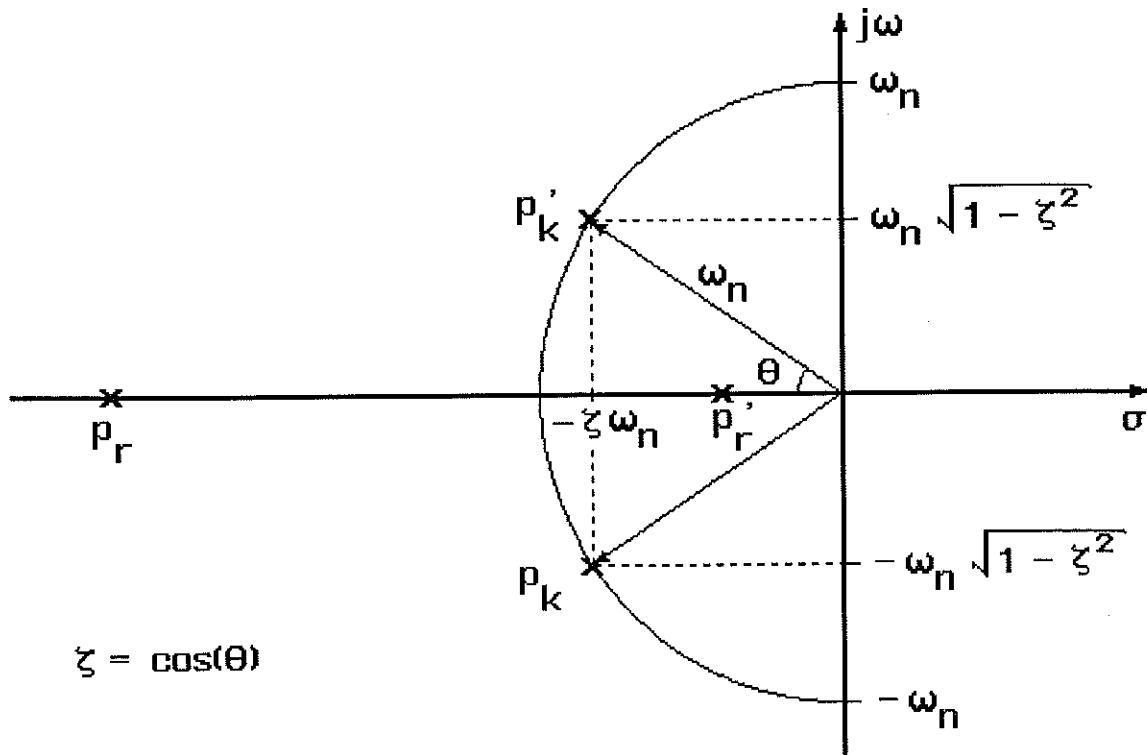


fig. 2.1 : POLE-ZERO PLOT

## 2.2 $\omega$ -VLAK : FREKWENTIEANALYSE

Wordt de genormaliseerde frekwentie  $\Omega$  ingevoerd:

$$\Omega = \omega / \omega_n \quad (2.5)$$

dan kan de transfertfunktie in het frekwentiedomein worden geschreven als:

$$H(\Omega) = \frac{1}{1 - \Omega^2 + j 2\zeta\Omega} \quad (2.6)$$

*Amplituderesponsie :*

$$20 \log |H(\Omega)| = -10 \log ((1-\Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega^2) \quad (2.7a)$$

$$|H(\Omega)| = (\Omega^4 + 2(2\zeta^2 - 1)\Omega^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.7b)$$

*Faseresponsie :*

$$\phi(\Omega) = -\text{bgtg} \left( \frac{2\zeta\Omega}{1 - \Omega^2} \right) \quad (2.8)$$

### 2.2.1 KARAKTERISTIEKE PUNTEN

#### a. NATUURLIJKE PULSATIE $\omega_n$

Bij  $\omega_n$  is de frekwentieresponsie:

$$H(\Omega=1) = 1 / j2\zeta \quad (2.9)$$

De amplitude is gelijk aan de kwaliteitsfactor:

$$|H(\Omega=1)| = Q = 1/2\zeta \quad \phi(\Omega=1) = -90^\circ$$

#### b. RESONANTIE

De amplituderesponsie heeft een maximum (spanningsresonantie):

$$\frac{d}{d\Omega} |H(\Omega)|^{-2} = 4\Omega^3 + 4(2\zeta^2 - 1)\Omega = 0$$

$$\zeta < 1/\sqrt{2}: \quad \Omega = \Omega_r = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad |H_r| = \frac{Q}{(1 - \zeta^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.10a)$$

$$\zeta \geq 1/\sqrt{2}: \quad \Omega = 0 \quad |H| = 1 \quad (2.10b)$$

De resonantiepulsatie  $\omega_r$  is dus kleiner dan  $\omega_n$ .

### c. BANDBREEDTE ( $\pm 45^\circ$ FASEVERSCHUIVING)

De frekventies waar de fase  $\pm 45^\circ$  verschoven is tov de fase bij  $\omega_n$  ( $-90^\circ$ ), worden gevonden door te stellen:

$$\operatorname{Re}(H) = \pm \operatorname{Im}(H) \Rightarrow 1 - \Omega^2 = \pm 2\zeta\Omega$$

De geldige oplossingen voor deze kwadratische vergelijkingen:

$$\Omega_{+45^\circ} = \sqrt{\zeta^2 + 1} - \zeta \quad |H(\Omega_{+45^\circ})| = \frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{+45^\circ}} \quad (2.11)$$

$$\Omega_{-45^\circ} = \sqrt{\zeta^2 + 1} + \zeta \quad |H(\Omega_{-45^\circ})| = \frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{-45^\circ}} \quad (2.12)$$

Het verschil tussen beide frekventies is een maat voor de bandbreedte BW van de resonantiekop:

$$BW/\omega_n = \Omega_{+45^\circ} - \Omega_{-45^\circ} = 2\zeta \Rightarrow BW = \frac{\omega_n}{Q} \quad (2.13)$$

$$\Omega_{+45^\circ} \cdot \Omega_{-45^\circ} = 1 \quad (2.14)$$

### d. VOORSTELLING IN POLE-ZERO PLOT

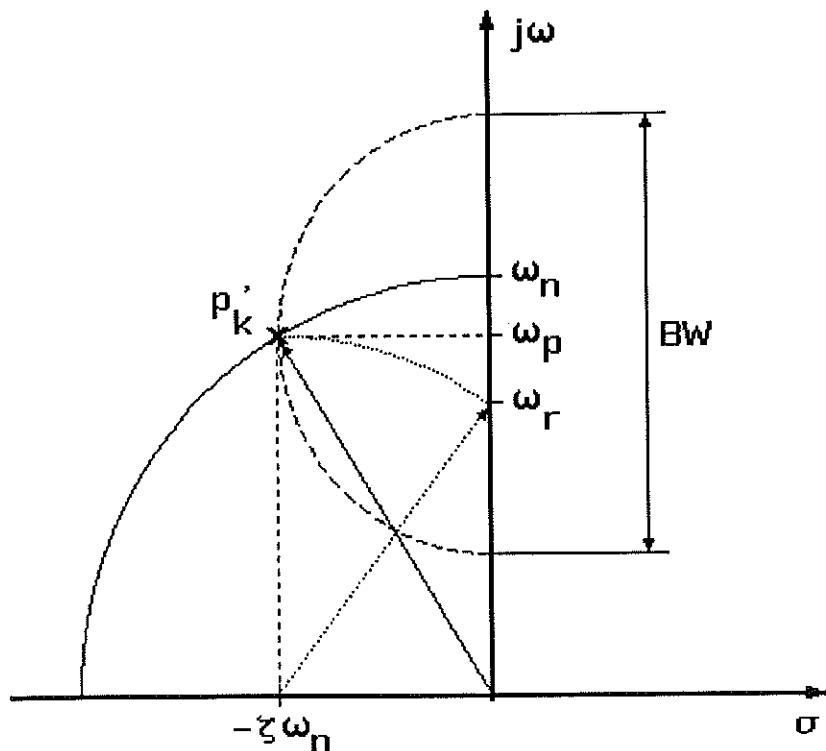


fig. 2.2 : KARAKTERISTIEKE PUNTEN IN DE POLE-ZERO PLOT

### 2.2.2 FREKWENTIERESPONSIE VOOR REËLE POLEN

Voor een demping  $\zeta \geq 1$  zijn de polen reëel volgens (2.3). De ligging van deze polen voldoet aan (2.4):

$$\sqrt{p_r \cdot p_r'} = \omega_n \quad (2.15)$$

De natuurlijke pulsatie  $\omega_n$  is het meetkundig gemiddelde van de beide reële polen. Op een logaritmische schaal ligt  $\omega_n$  in het midden van het interval  $[p_r', p_r]$ , volgens:

$$\frac{1}{2} (\log(p_r') + \log(p_r)) = \log(\omega_n) \quad (2.16)$$

Deze eigenschap kan gebruikt worden bij de konstuktie van het Bodediagram.

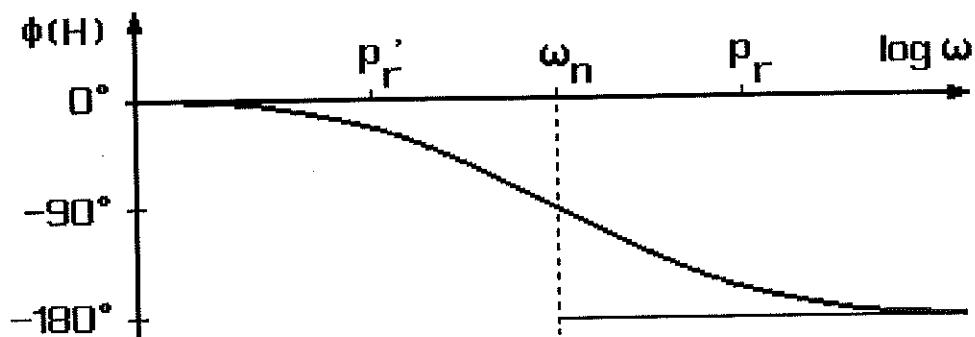
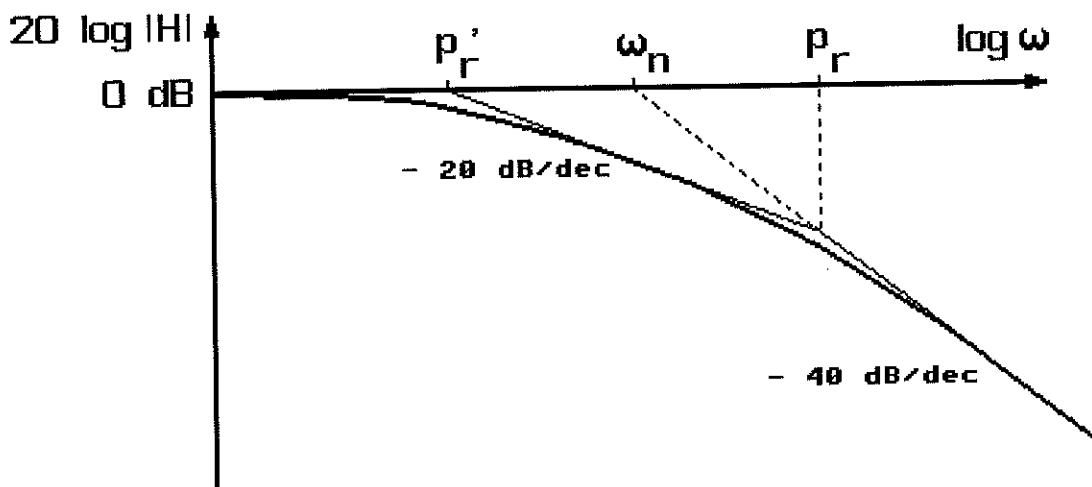


fig. 2.3 : FREKWENTIERESPONSIE VAN TWEE REËLE POLEN

### 2.2.3 FREKWENTIERESPONSIE VOOR KOMPLEX TOEGEVOEGDE POLEN

Voor een demping  $\zeta < 1$  zijn de polen komplex toegevoegd volgens (2.2). Vanaf een demping  $\zeta < 1/\sqrt{2}$  ( $\theta = \arccos(\zeta) = 45^\circ$ ) vertoont de amplituderesponsie een maximum bij  $\omega_r$ . Wordt de demping  $\zeta$  kleiner ( $Q$  groter) dan beweegt dit resonantiepunt naar  $\omega_n$  [zie (2.10) en fig. 2.2].

De pulsaties waar de fase  $\pm 45^\circ$  verschoven is tov de fase bij  $\omega_n$  ( $-90^\circ$ ), bepalen de bandbreedte BW van de resonantiekop en voldoen aan (2.14):

$$\sqrt{\omega_{+45^\circ} \cdot \omega_{-45^\circ}} = \omega_n \quad (2.17)$$

De natuurlijke pulsatie  $\omega_n$  is het *meetkundig gemiddelde* van beide pulsaties.

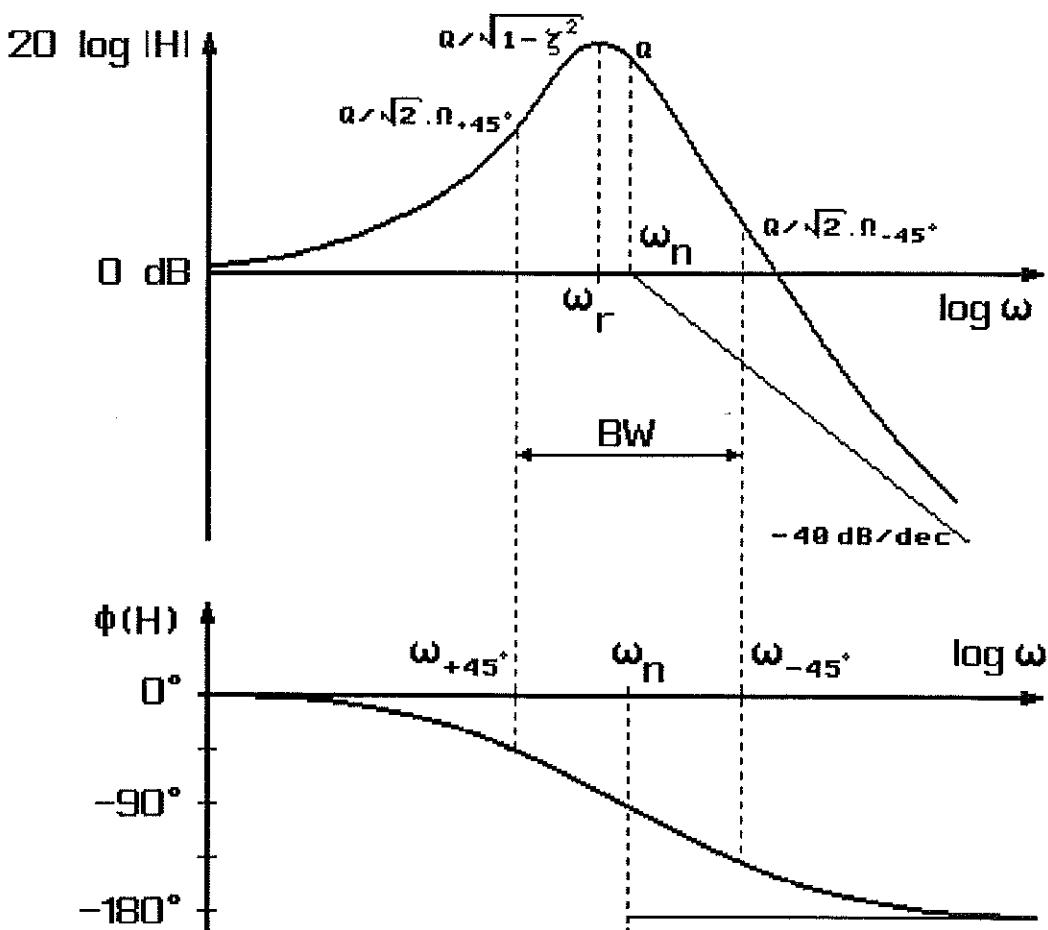


fig. 2.4 : FREKWENTIERESPONSIE VAN TWEE KOMPLEX TOEGEVOEGDE POLEN (DEMPING  $\zeta < 1/\sqrt{2}$ )

In fig. 2.5 is de frekwentierresponsie uitgezet met demping  $\zeta$  als parameter. In de limiet voor kleine demping geldt:

$$\begin{aligned}
 \zeta \rightarrow 0 &\Rightarrow \omega_r, \omega_{+45^\circ}, \omega_{-45^\circ} \rightarrow \omega_n \\
 &\Rightarrow BW = \omega_{-45^\circ} - \omega_{+45^\circ} \rightarrow \omega_n/Q \\
 &\Rightarrow |H(\omega_r)| \rightarrow Q \\
 &\Rightarrow |H(\omega_{+45^\circ})| \approx |H(\omega_{-45^\circ})| \rightarrow Q/\sqrt{2} \quad (-3\text{dB})
 \end{aligned}$$

Tussen de twee uiterste grenzen van de bandbreedte BW wijzigt de fase over  $90^\circ$ . Bij zeer kleine demping wijzigt de fase over een klein frekwentieinterval rond de natuurlijke pulsatie.

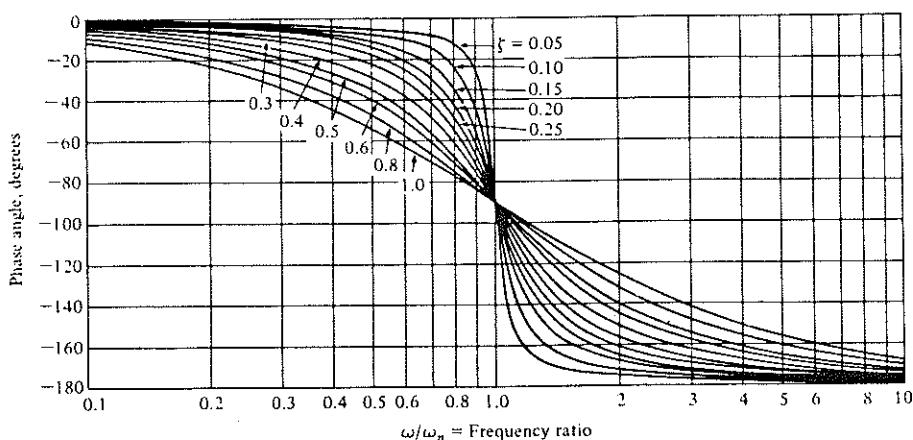
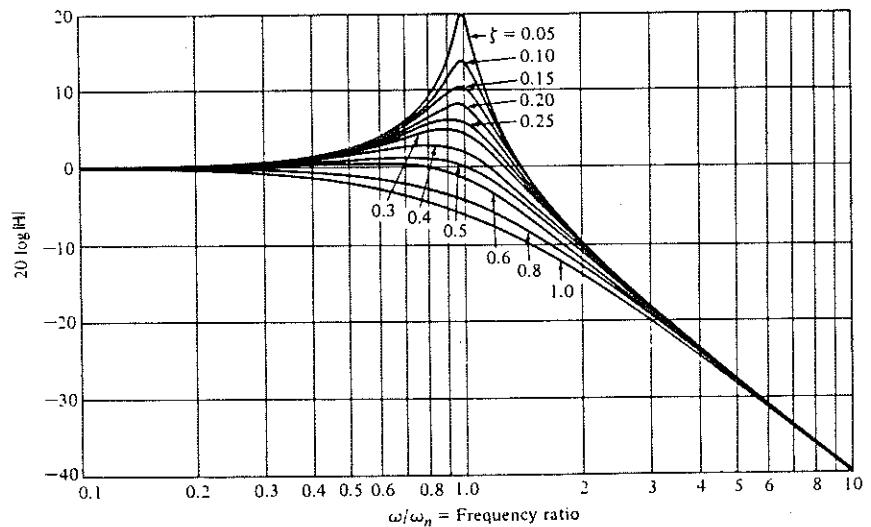


fig. 2.5 : FREKVENTIERRESPONSIE VAN TWEE KOMPLEX TOEGEVOEGDE POLEN MET DE DEMPING  $\zeta$  ALS PARAMETER [Dorf]

## 2.3 t-VLAK

### 2.3.1 IMPULSRESPONSIE

De responsie  $h(t)$  op een dirac-impuls  $\delta(t)$  hangt af van de demping  $\zeta$ :

demping	polen	impulsresponsie
$\zeta > 1$	$p_r = -\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$ $p'_r = -\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$	$\frac{ p_r  \cdot  p'_r }{ p_r  -  p'_r } (e^{- p'_r t} - e^{- p_r t})$ aperiodisch (2 tijdsconstanten)
$\zeta = 1$	$p_r = p'_r = -\omega_n$	$\omega_n^2 \cdot t \cdot e^{-\omega_n t}$ kritisch gedempt
$\zeta < 1$	$p_k = -\zeta \omega_n - j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ $p'_k = -\zeta \omega_n + j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t)$ $= \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\sigma_p t} \sin(\omega_p t)$ oscillatie (frekwentie $\omega_p$ )

TABEL 2.1 : IMPULSRESPONSIE VAN EEN SYSTEEM MET TWEE POLEN

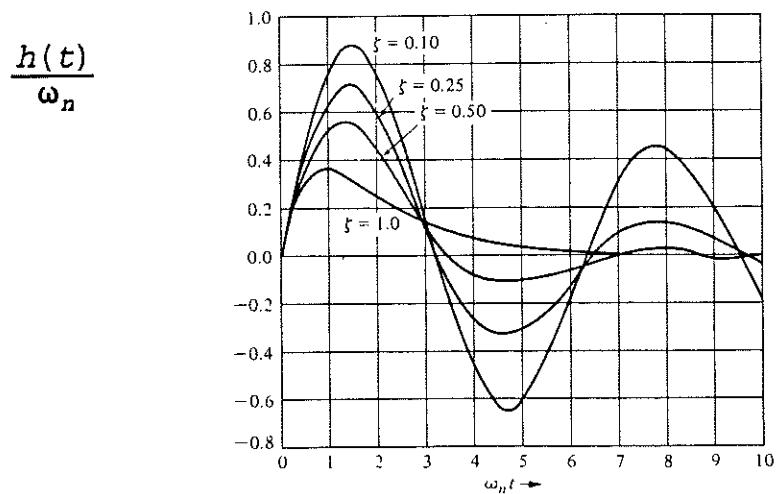


fig. 2.6 : IMPULSRESPONSIE VAN EEN SYSTEEM MET TWEE POLEN

### 2.3.2 STAPRESPONSIE

De responsie  $g(t)$  op een eenheidsstap  $u(t)$  hangt af van de demping  $\zeta$ :

demping	polen	stapresponsie
$\zeta > 1$	$p_r = -\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$ $p'_r = -\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$	$1 - \frac{ p_r  \cdot e^{- p'_r  t} +  p'_r  \cdot e^{- p_r  t}}{ p_r  -  p'_r }$ aperiodisch (2 tijdsconstanten)
$\zeta = 1$	$p_r = p'_r = -\omega_n$	$1 - (1 + \omega_n t) \cdot e^{-\omega_n t}$ kritisch gedempt
$\zeta < 1$	$p_k = -\zeta \omega_n - j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ $p'_k = -\zeta \omega_n + j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi)$ $\phi = \arctan(\frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta})$ oscillatie (frekwentie $\omega_p$ )

TABEL 2.2 : STAPRESPONSIE VAN EEN SYSTEEM MET TWEE POLEN

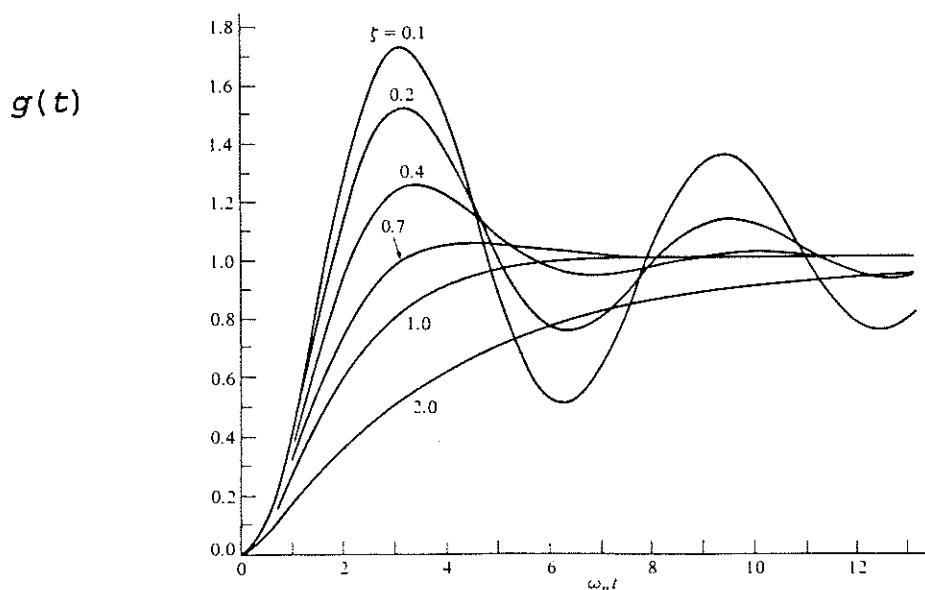


fig. 2.7 : STAPRESPONSIE VAN EEN SYSTEEM MET TWEE POLEN

### 2.3.3 KENMERKEN TIJDSGEDRAG

De demping  $\zeta$  bepaalt of de polen reëel of komplex zijn:

$\zeta > 1$  : 2 reële polen

Het systeem bevat 2 verschillende tijdsconstanten:

$$\tau = 1/p_r < \tau' = 1/p_{r'}$$

Bij grote demping liggen  $\tau$  en  $\tau'$  ver uit elkaar. Het overgangsverschijnsel ten gevolge van de hoogfrequentepool  $p_r$  sterft snel uit (kleine tijdsconstante  $\tau$ ). Dan bepaalt de dominante (laagfrequentie) pool  $p_{r'}$  het verloop van het overgangsverschijnsel (grote  $\tau'$ ).

$\zeta = 1$  : 2 samenvallende reële polen

Het systeem heeft nu slechts 1 tijdsconstante ( $\tau = 1/\omega_n$ ). Dit is de kleinste mogelijke totale tijdsconstante. Het systeem is nu kritisch gedempt.

$\zeta < 1$  : 2 komplex toegevoegde polen

De impulsresponsie vertoont nu oscillatie met een frequentie  $\omega_p$ . Deze dempt uit met een tijdsconstante:

$$\tau = 1/\zeta\omega_n = 2/BW$$

Een selektief systeem (kleine bandbreedte) vertoont een zeer lang overgangsverschijnsel. Een detektor smalbandig afgestemd op een specifieke frequentie, genereert tgv storingen zelf reeds een signaal met een frequentie nabij de te detekteren frequentie!.

Voor  $\zeta < 0$  wordt de responsie oneindig (instabiel).

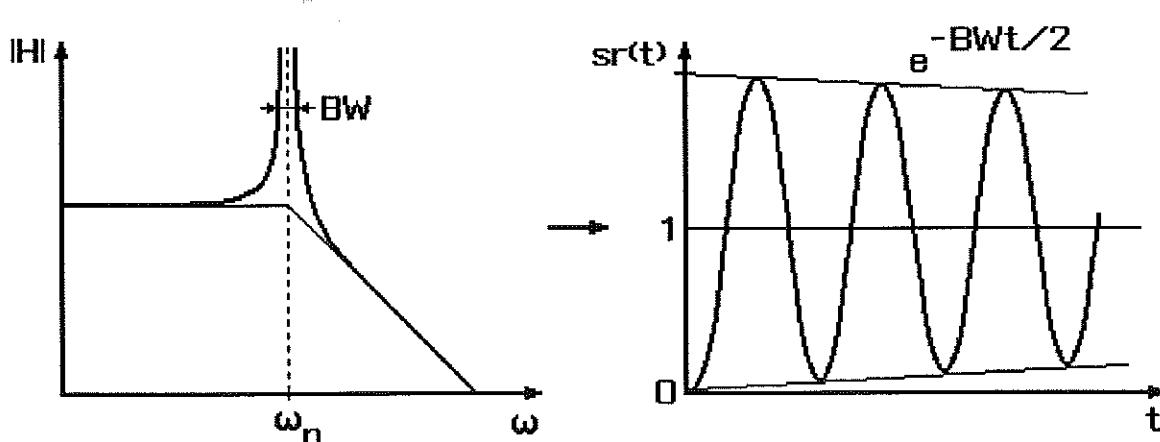


fig. 2.8 : EEN SELEKTIEF FILTER (KLEINE BANDBREEDTE BW)  
HEEFT EEN LANG OVERGANGSVERGELIJNSSEL (GROTE  $\tau$ )

## 2.4 ROOT LOCUS

De meetkundige plaats van de polen met demping  $\zeta$  als parameter ( $\omega_n$  constante), is weergegeven in fig. 2.7. De demping bepaalt zowel de frekwentieresponsie als de tijdsresponsie:

frekwentie : resonantie  $\zeta < 1/\sqrt{2} < \zeta$  geen resonantie

tijd : oscillatie  $\zeta < 1 < \zeta$  aperiodisch

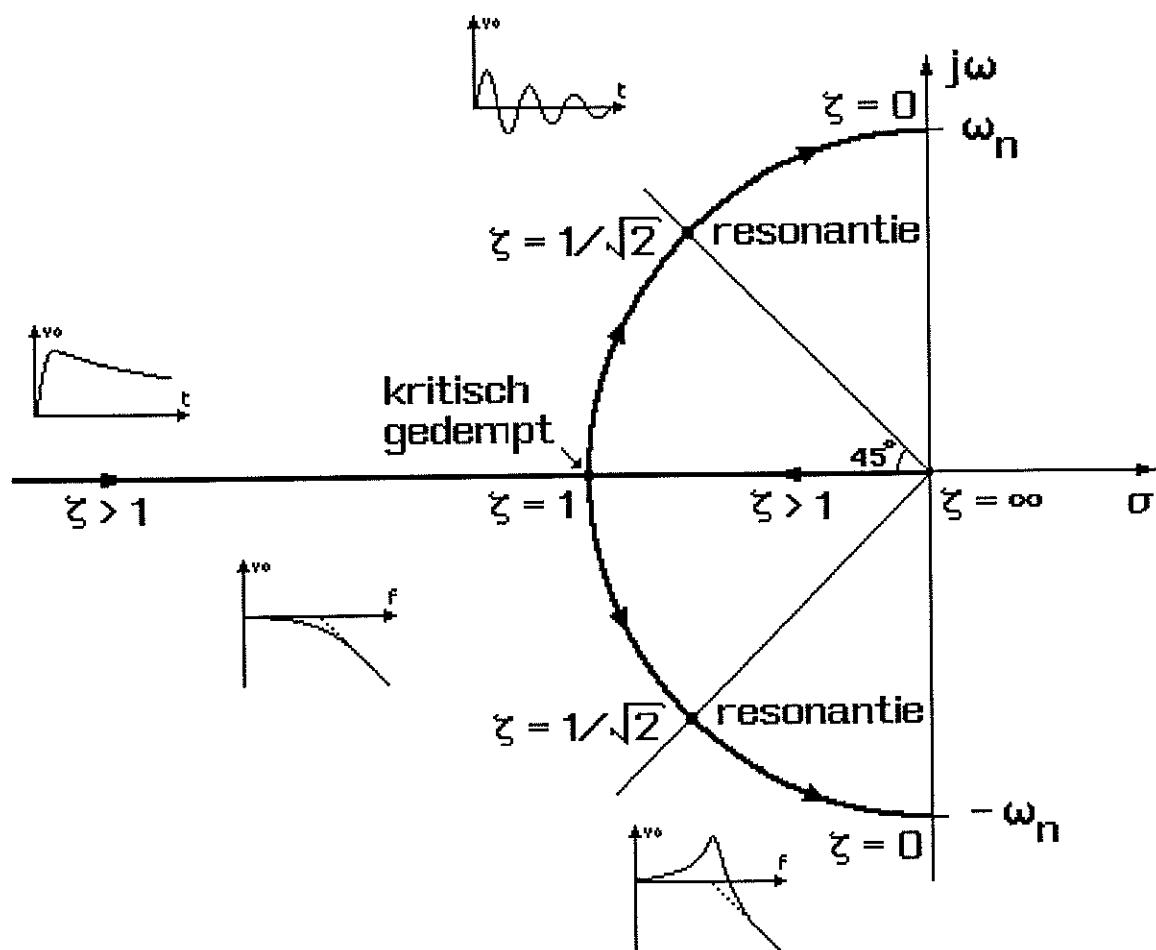


fig. 2.9 : ROOT LOCUS MET DE DEMPING  $\zeta$  ALS PARAMETER

### 3. ANALYSE VAN TWEEDE ORDE NULPUNTEN

#### 3.1 s-VLAK: NULPUNTEN

$$G(s) = \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1 = \left(1 + \frac{s}{z}\right)\left(1 + \frac{s}{z'}\right) \quad (3.1)$$

De demping van de nulpunten mag negatief zijn ( $\xi < 0$ ). De nulpunten van de transfertfunktie zijn :

$|\xi| < 1$  : komplex toegevoegde nulpunten

$$z_k = -\xi\omega_n - j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.2a)$$

$$z_k' = -\xi\omega_n + j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.2b)$$

$|\xi| \geq 1$  : reële nulpunten

$$z_r = -\xi\omega_n - \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (3.3a)$$

$$z_r' = -\xi\omega_n + \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (3.3b)$$

$$\sqrt{z_r \cdot z_r'} = \omega_n \quad (3.4)$$

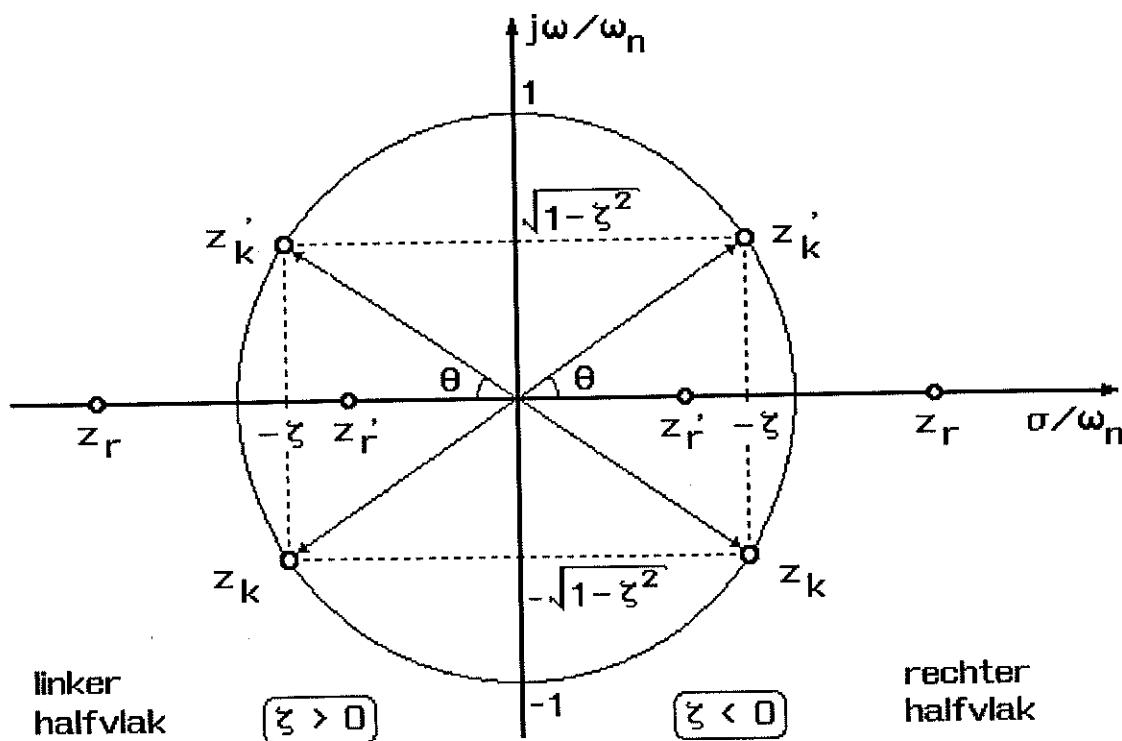


fig. 3.1 : GENORMALISEERDE POLE-ZERO PLOT

### 3.2 $\omega$ -VLAK : FREKWENTIEANALYSE

De frekwentieweergave van de twee nulpunten  $G(\omega)$  volgt dadelijk uit de frekwentieweergave van de twee polen  $H(\omega)$  volgens het verband:

$$G(\omega) = \frac{1}{H(\omega)} \quad (3.5)$$

*Amplituderesponsie :*

$$20 \log |G(\omega)| = - 20 \log |H(\omega)| \quad (3.6a)$$

$$|G(\omega)| = 1 / |H(\omega)| \quad (3.6b)$$

*Faseresponsie :*

$$\phi(G(\omega)) = - \phi(H(\omega)) \quad (3.7)$$

#### 3.2.2 FREKVENTIERESPONSIE VOOR REËLE NULPUNTEN

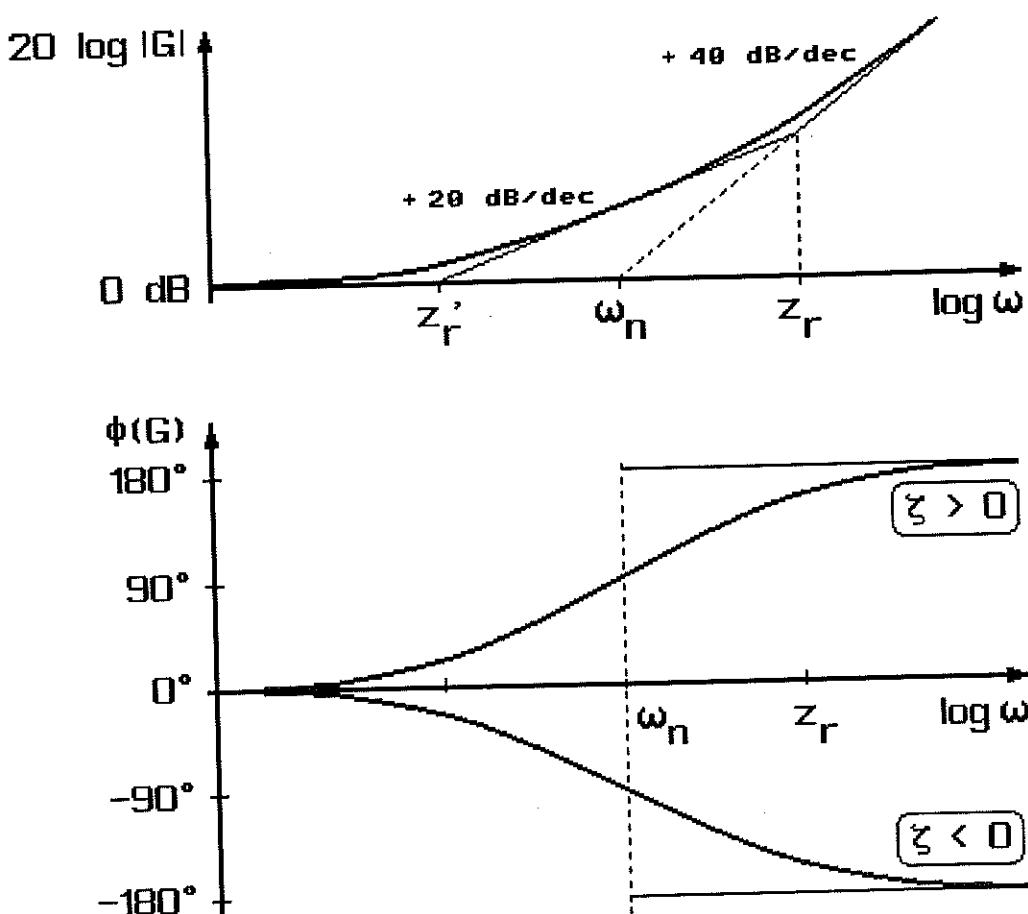


fig. 3.2 : FREKVENTIERESPONSIE VAN TWEE REËLE NULPUNTEN

### 3.2.3 FREKWENTIERESPONSIE VOOR KOMPLEXE NULPUNTEN

Voor een demping  $|\zeta| < 1$  zijn de nulpunten komplex toegevoegd volgens (3.2). Vanaf  $|\zeta| < 1/\sqrt{2}$  ( $\theta = \arccos(\zeta) = 45^\circ$ ) vertoont de amplituderesponsie een minimum bij  $\omega_r$ . Wordt de demping  $|\zeta|$  kleiner ( $Q$  groter) dan beweegt dit minimum naar  $\omega_n$  waar de amplitude gelijk is aan  $1/Q$  [zie (2.10) en fig. 2.2].

Volgens (2.8) wordt het teken van de fase beïnvloed door het teken van de demping  $\zeta$ . Er moet dus onderscheid gemaakt worden in de ligging van de nulpunten in het  $s$ -vlak:

$$\text{linker halfvlak : } G(s) = \left( \frac{s}{\omega_n} \right)^2 + 2|\zeta| \left( \frac{s}{\omega_n} \right) + 1 \quad (3.8)$$

$$\text{rechter halfvlak: } G(s) = \left( \frac{s}{\omega_n} \right)^2 - 2|\zeta| \left( \frac{s}{\omega_n} \right) + 1 \quad (3.9)$$

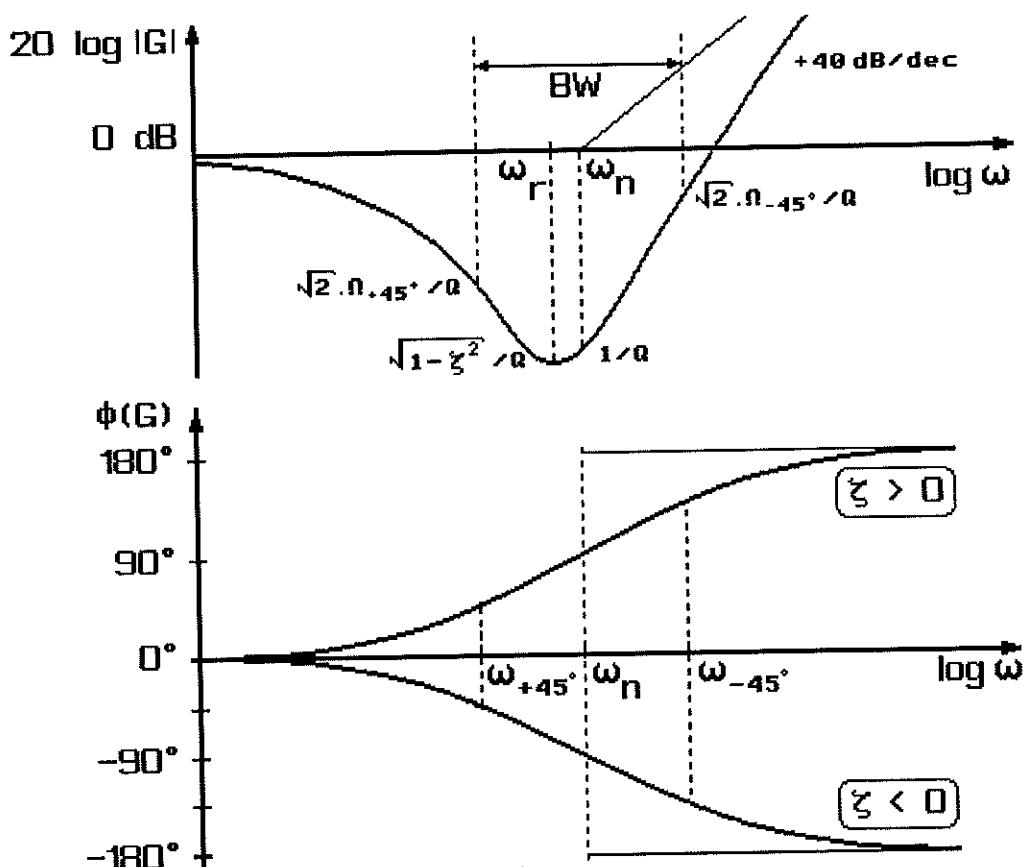


fig. 3.3 : FREKWENTIERESPONSIE VAN TWEE KOMPLEX TOEGEVOEGDE NULPUNTEN (DEMPING  $|\zeta| < 1/\sqrt{2}$ )

$\zeta > 0$  : NULPUNTEN IN HET LINKER HALFVALK

$\zeta < 0$  : NULPUNTEN IN HET RECHTER HALFVALK

### 3.2.4 FREKWENTIERESPONSIE VOOR TRANSMISSIE NULPUNTEN

zijn de nulpunten zuiver imaginair ( $\zeta = 0$  of  $Q = \infty$ ), dan wordt het ingaande signaal volledig onderdrukt ter hoogte van de natuurlijke frekwentie van de nulpunten, vandaar de naam *transmissie nulpunten*.

$$G(s) = \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 1$$

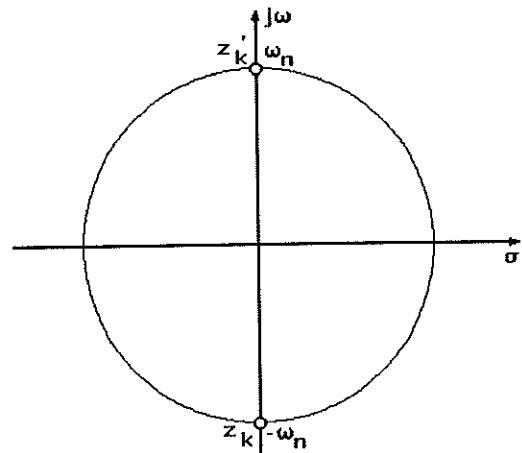


fig. 3.4 :  $G(s)$  EN POLE-ZERO PLOT VAN TRANSMISSIE NULPUNTEN

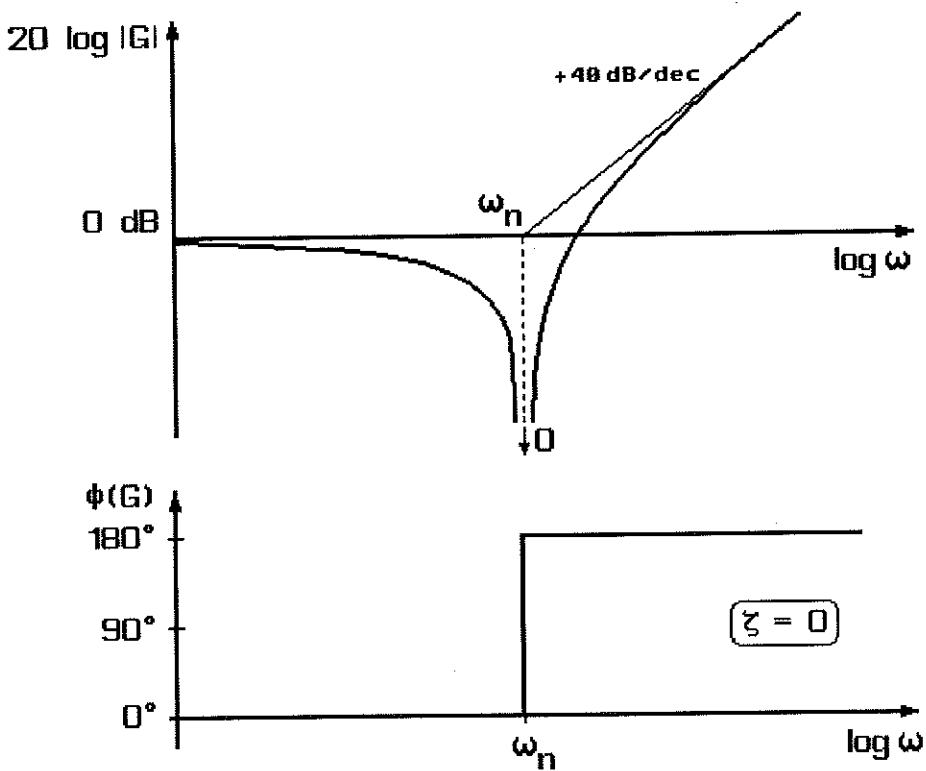


fig. 3.5 : FREKWENTIERESPONSIE VAN TRANSMISSIE NULPUNTEN

## 4. ANALYSE VAN TWEEDE ORDE FILTERS

### 4.1 LAAGDOORLAAT FILTER

$$LDL(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

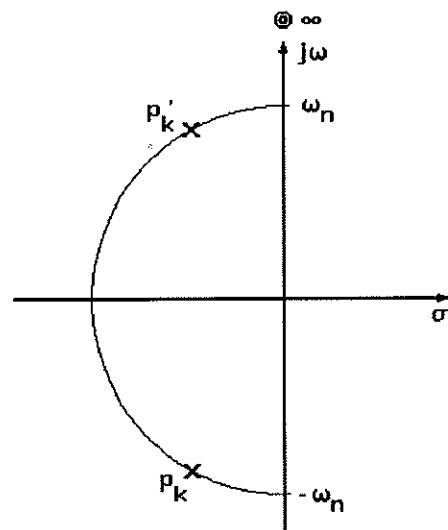


fig. 4.1 : LDL  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

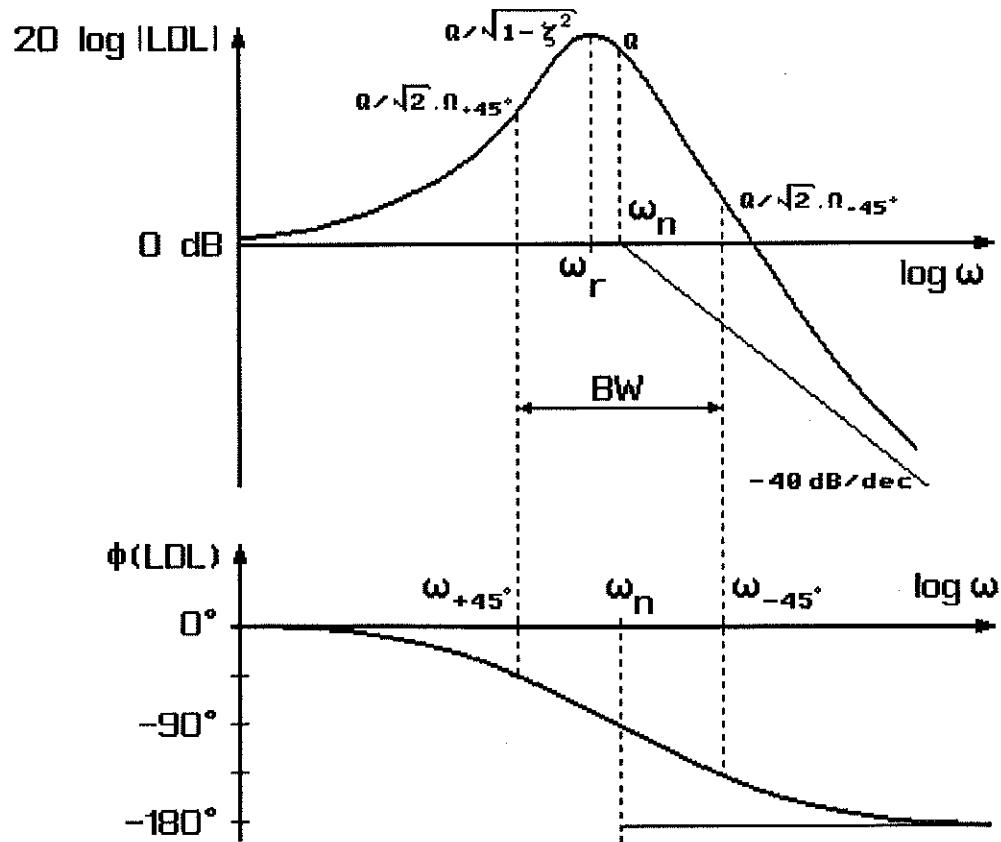


fig. 4.2 : LDL  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE

#### 4.2 HOOGDOORLAAT FILTER

$$HDL(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

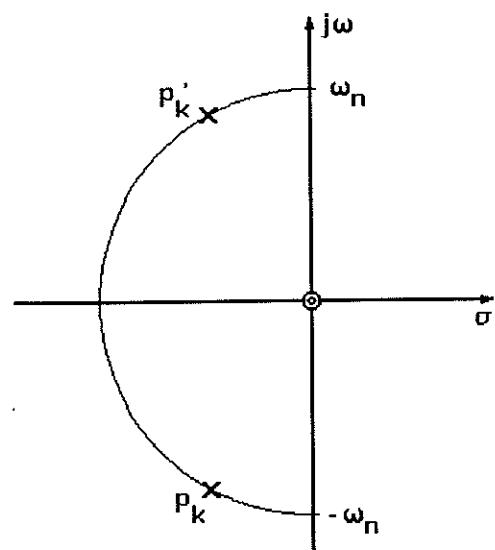


fig. 4.3 : HDL  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

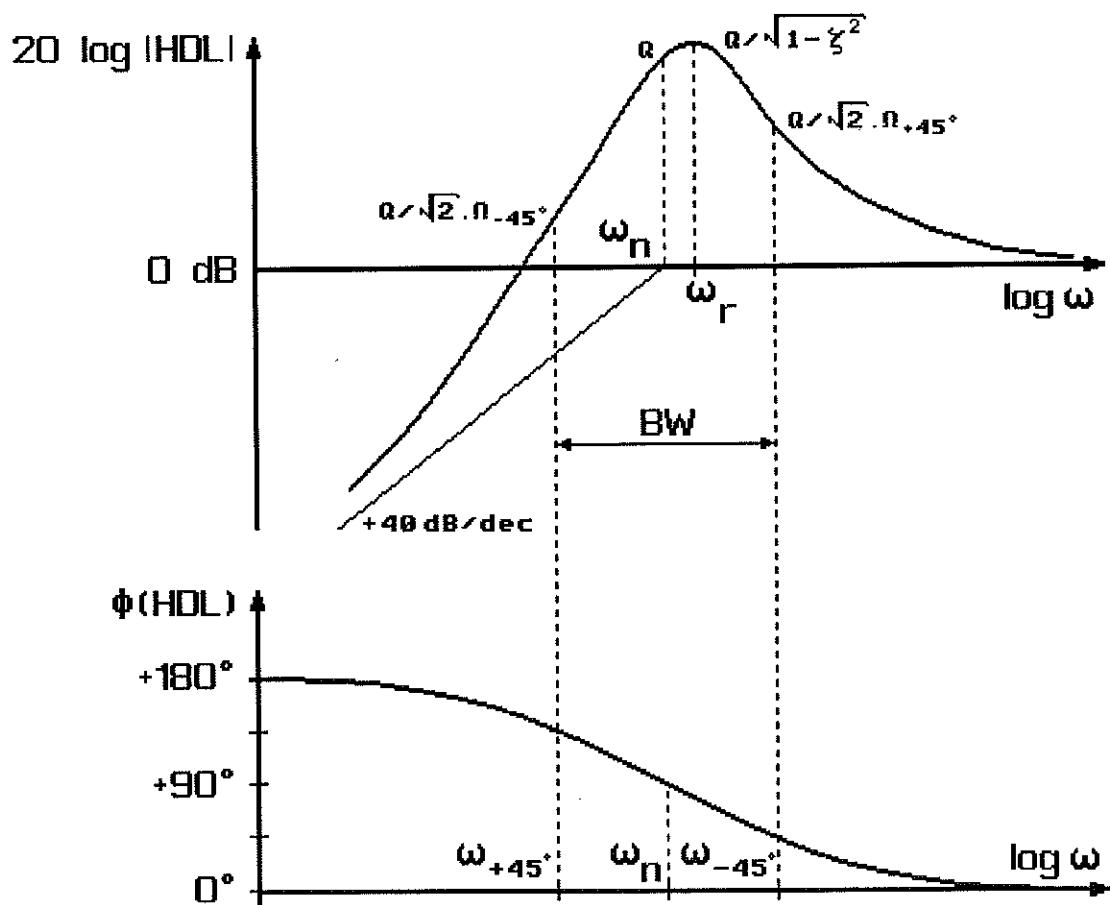


fig. 4.4 : HDL  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE

#### 4.3 BANDDOORLAAT FILTER

$$BDL(s) = \frac{2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

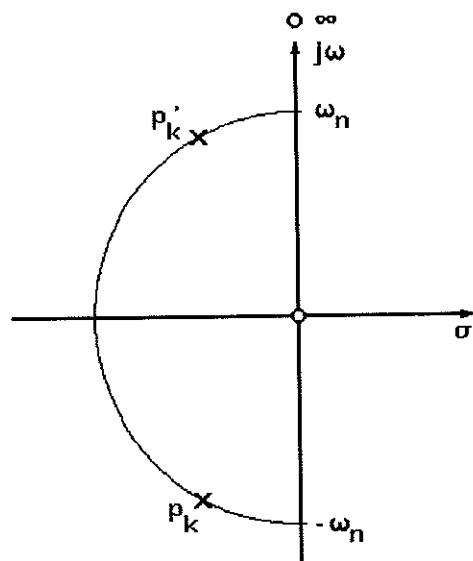


fig. 4.5 : BDL  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

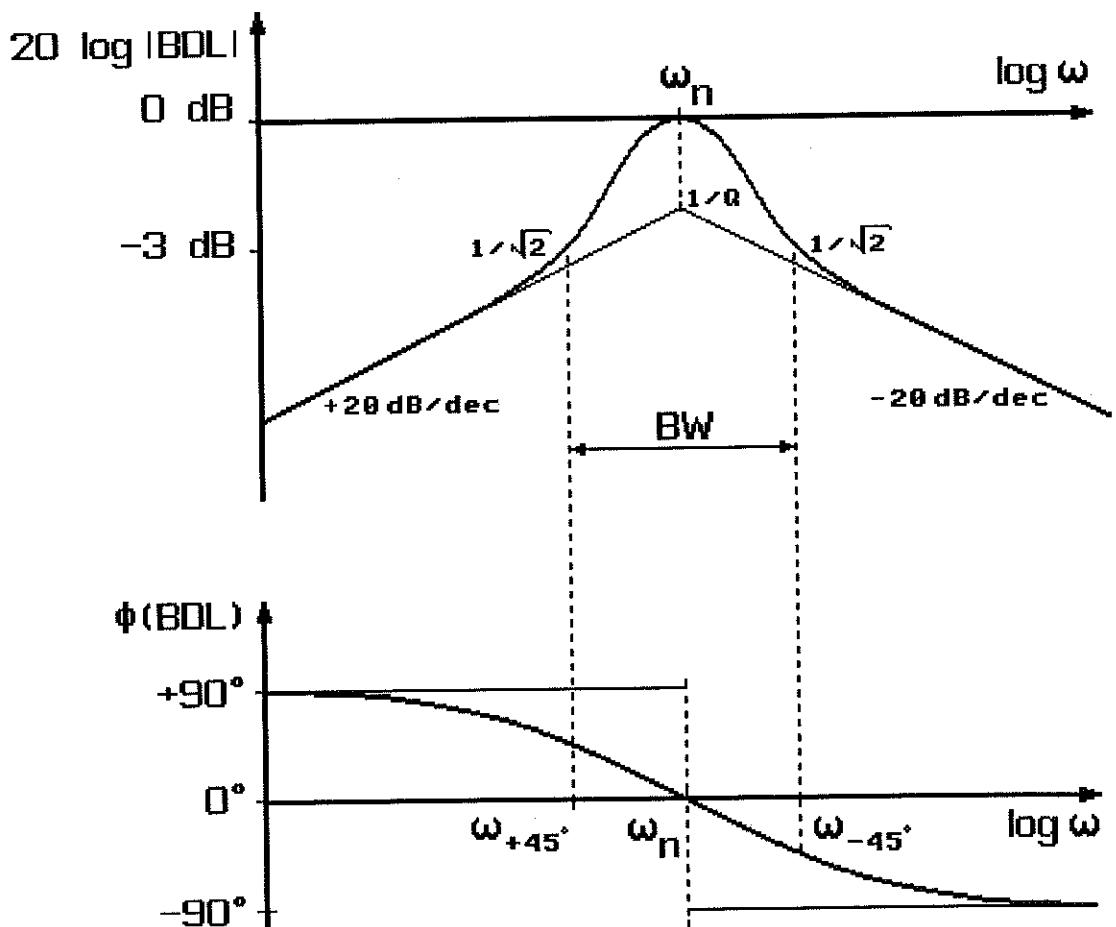


fig. 4.6 : BDL  $\rightarrow$  FREKVENTIEWEERGAVE

#### 4.4 BANDSPER FILTER

$$BSP(s) = \frac{(\frac{s}{\omega_n})^2 + 1}{(\frac{s}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{s}{\omega_n}) + 1}$$

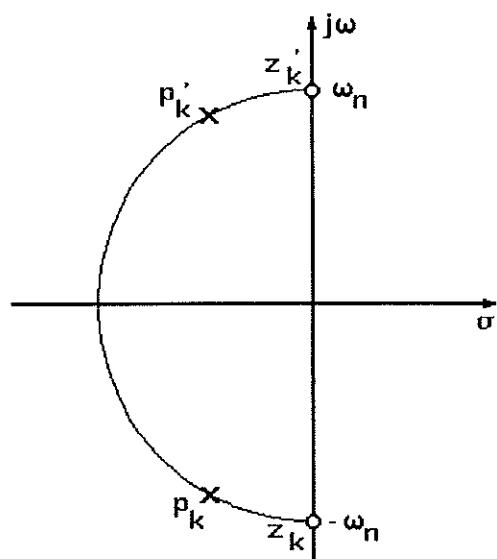


fig. 4.7 : BSP  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

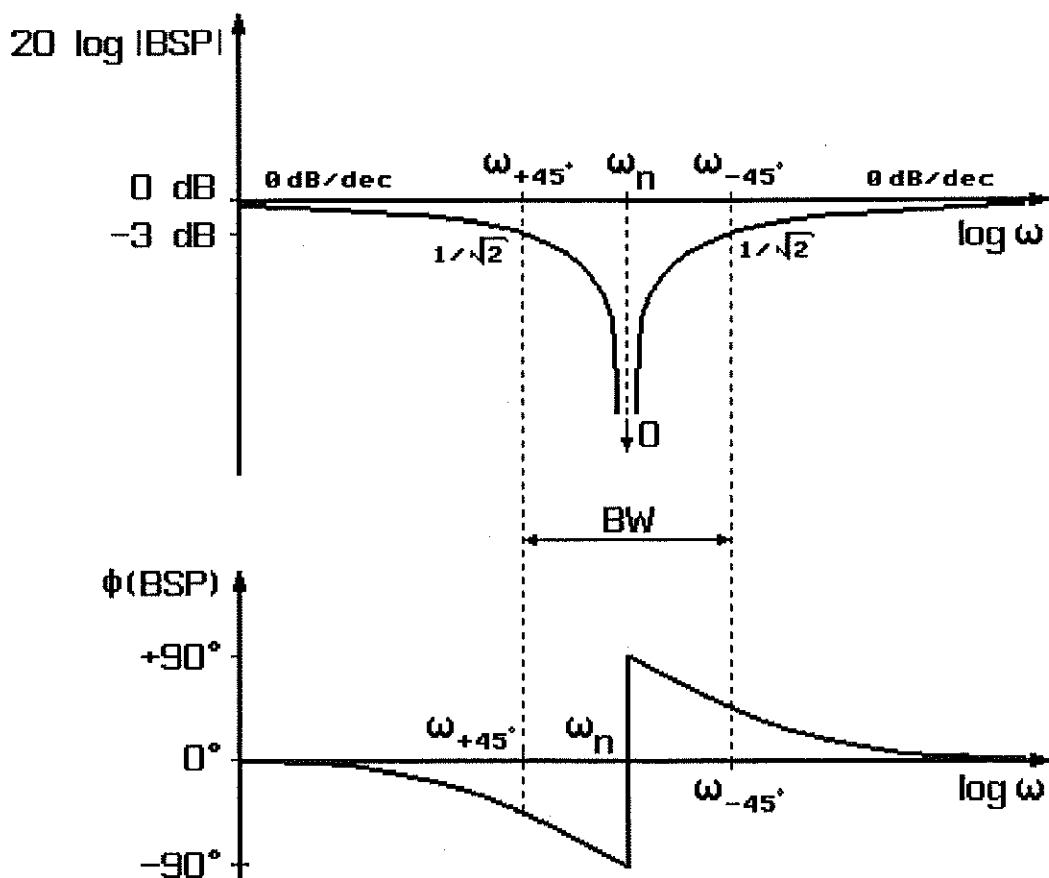


fig. 4.8 : BSP  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE

#### 4.5 FREQUENCY-EMPHASIZING NETWORK

$$FEN(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_z\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_p\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

$\zeta_z > \zeta_p (\Omega_z < \Omega_p)$

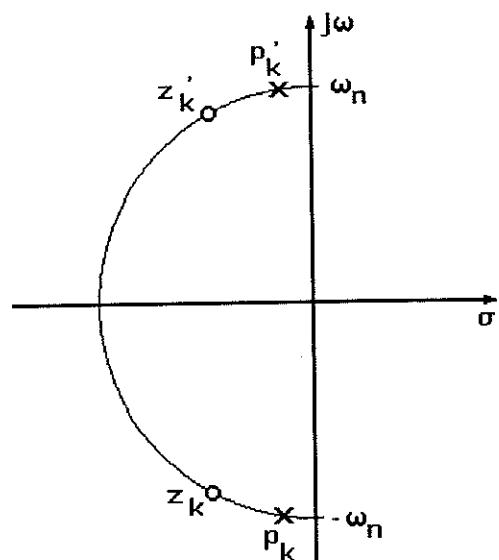


fig. 4.9 : FEN  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

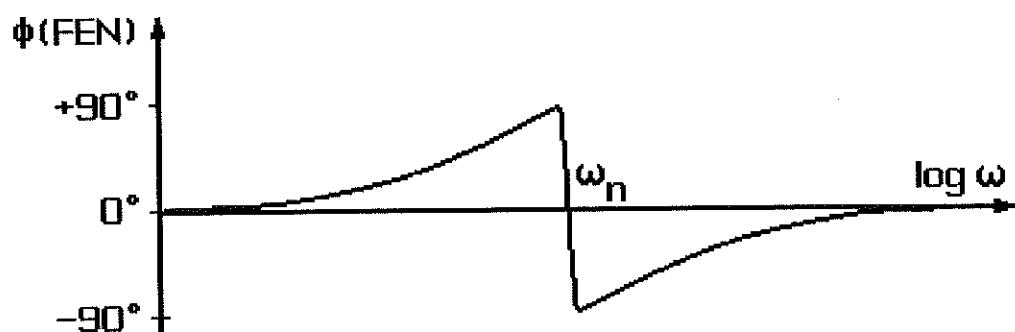
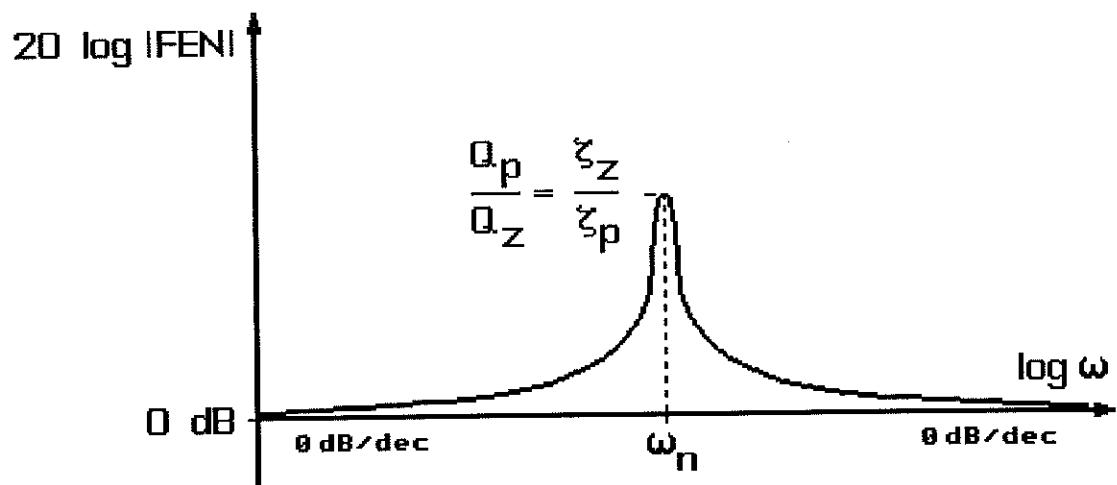


fig. 4.10 : FEN  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE  
(DE POLEN DOMINEREN DE NULPUNTEN)

#### 4.6 FREQUENCY-REJECTION NETWORK

$$FRN(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_z\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta_p\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

$\zeta_z < \zeta_p$  ( $Q_z > Q_p$ )

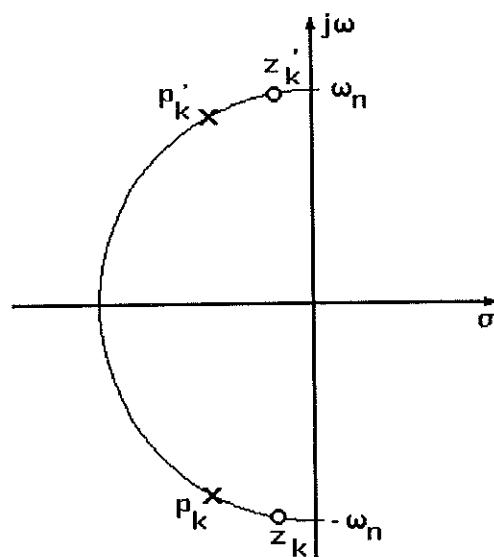


fig. 4.11 : FRN  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

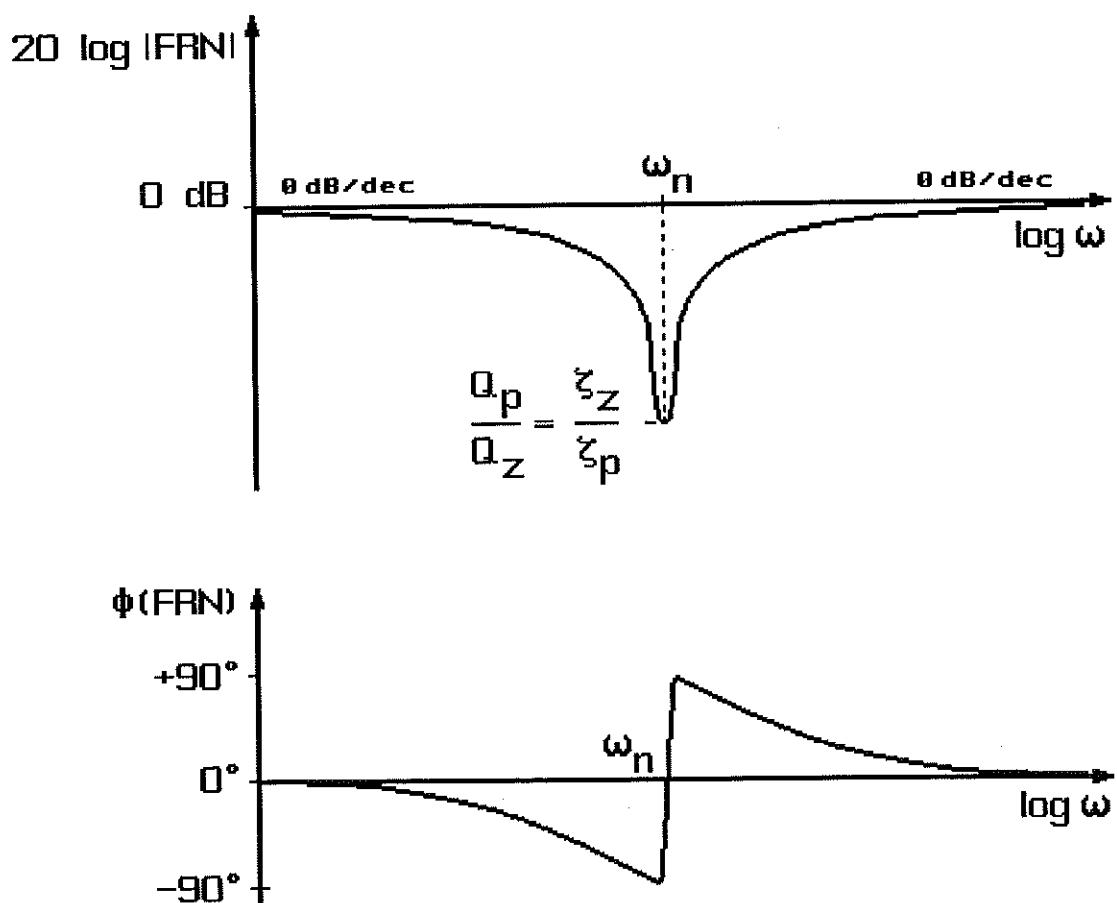


fig. 4.12 : FRN  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE  
(DE NULPUNTEN DOMINEREN DE POLEN)

#### 4.7 LOWPASS NOTCH

$$LPN(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_z}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2 + 2\zeta_p\left(\frac{s}{\omega_p}\right) + 1}$$

$\omega_z > \omega_p$

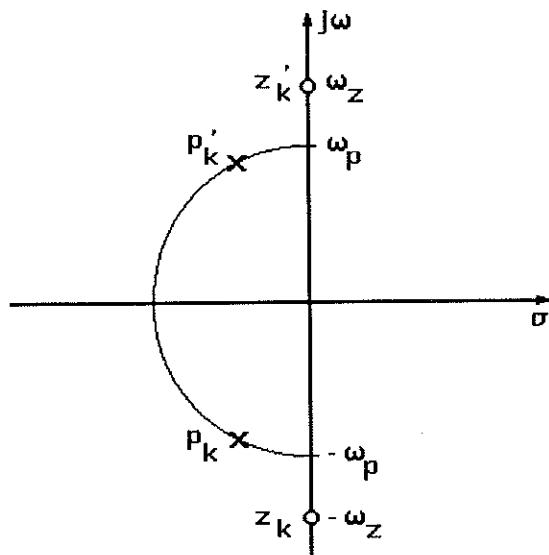


fig. 4.13 : LPN → TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

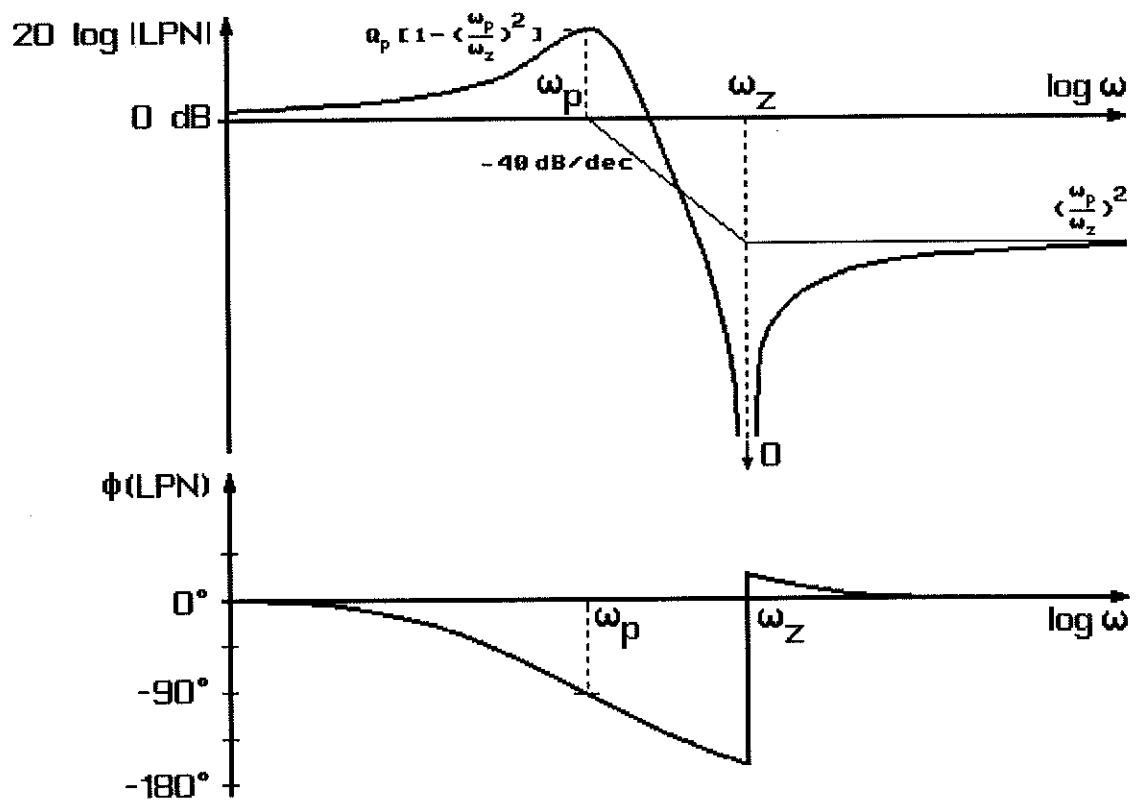


fig. 4.14 : LPN → FREKWENTIEWEERGAVE

De stijlere helling in de transitieband wordt bekomen ten koste van een eindige onderdrukking in de sperband. (Toepassing: bandsper filter, invers Chebyshev en elliptisch filter.)

#### 4.8 HIGHPASS NOTCH

$$HPN(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_z}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2 + 2\zeta_p\left(\frac{s}{\omega_p}\right) + 1}$$

$\omega_z < \omega_p$

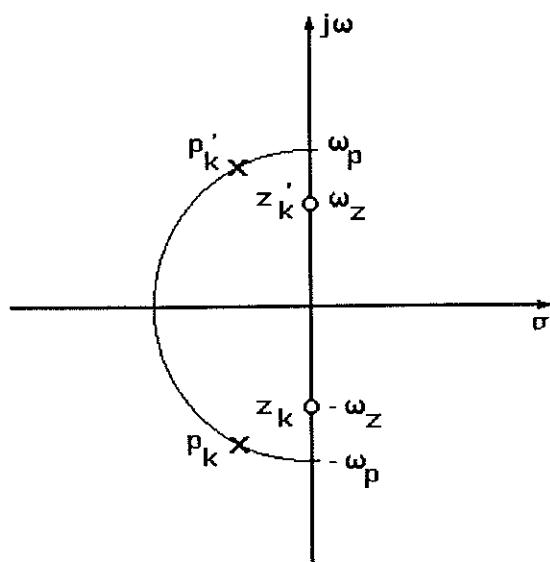


fig. 4.15 : HPN  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

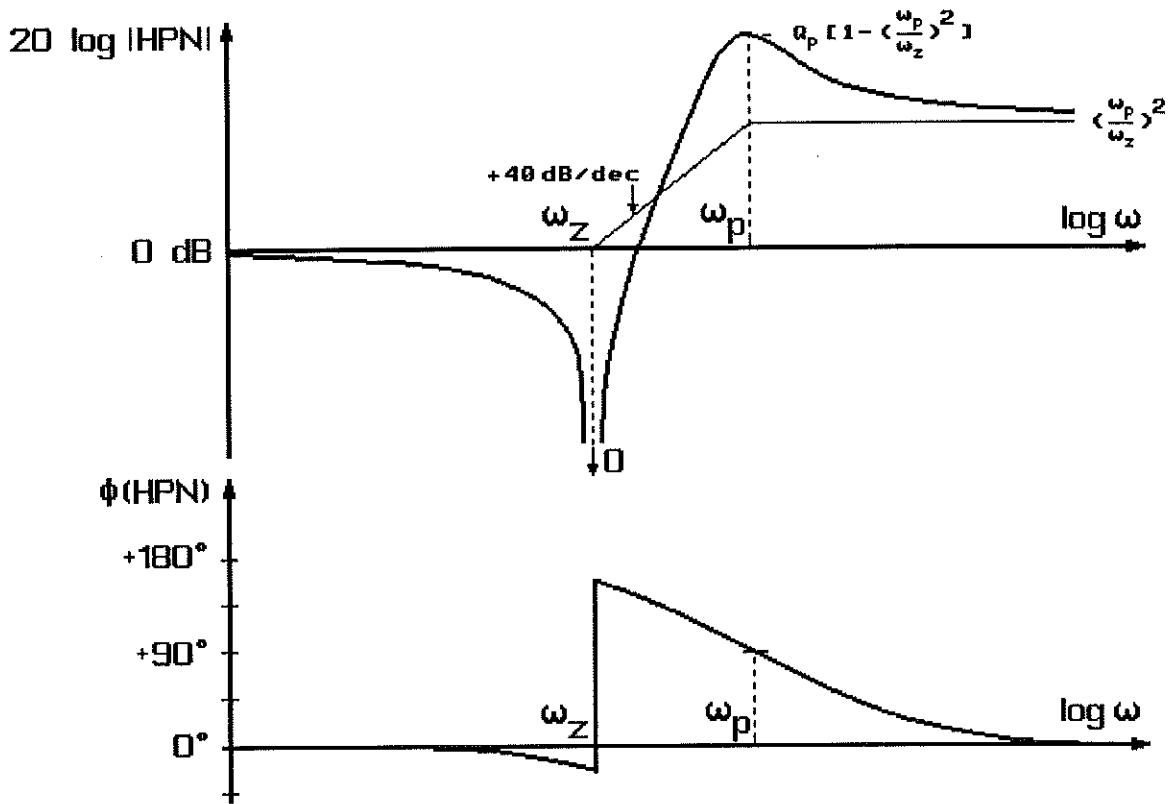


fig. 4.16 : HPN  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE

De stijltere helling in de transitieband wordt bekomen ten koste van een eindige onderdrukking in de sperband. (Toepassing: bandsper filter, invers Chebyshev en elliptisch filter.)

#### 4.9 ALL PASS (DELAY EQUALIZER)

$$AP(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 - 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

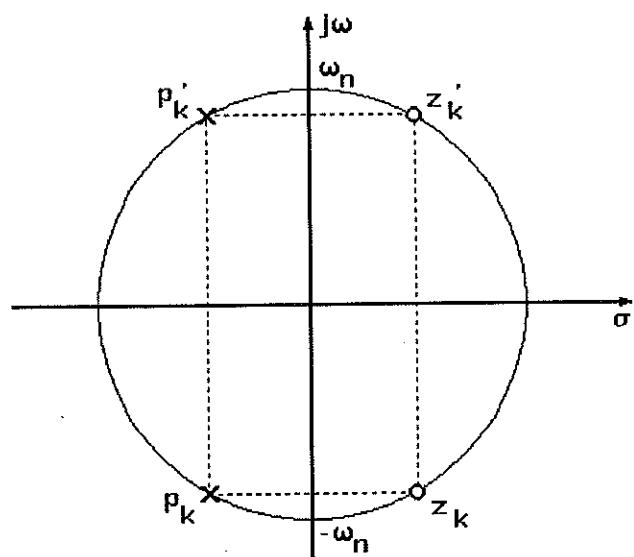


fig. 4.17 : AP  $\rightarrow$  TRANSFERTFUNKTIE EN POLE-ZERO PLOT

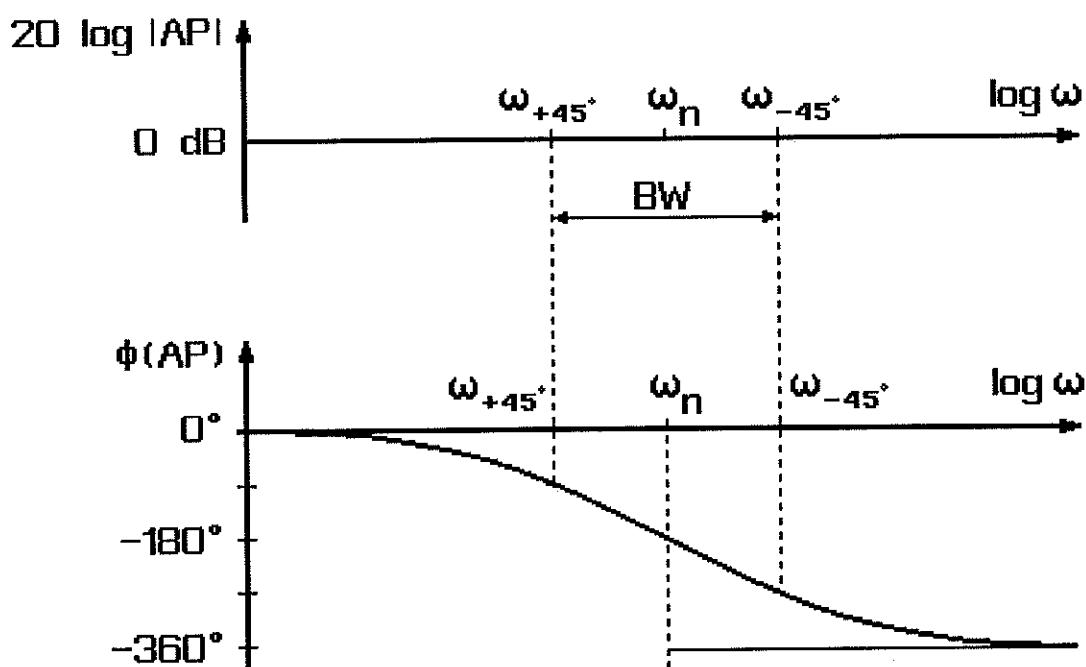
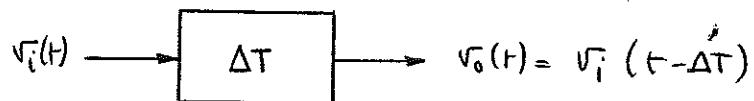


fig. 4.18 : AP  $\rightarrow$  FREKWENTIEWEERGAVE

Polen en nulpunten liggen symmetrisch tot de  $j\omega$  as. De amplitudeweergave is konstant (allpass). De nulpunten in het rechter halfvlak hebben eenzelfde faseverloop als de polen in het linker halfvlak. Dit geeft een resulterende fasedraaiing van  $360^\circ$  (*non-minimum phase*). Met dit netwerk wordt het faseverloop en dus de tijdsvertraging (delay) van filters en transmissielijnen aangepast (k<sub>te</sub> delay = lineair faseverloop).

## KONSTANTE TIJDVERTRAGING

Het gedrag van een constante tijdsvertraging in het tijd domein:



In het frequentiedomein

$$v_i = A e^{j\omega t} \rightarrow \boxed{} \rightarrow v_o = A e^{j\omega(t-\Delta T)} = A e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega \Delta T}$$

De transferfunctie:

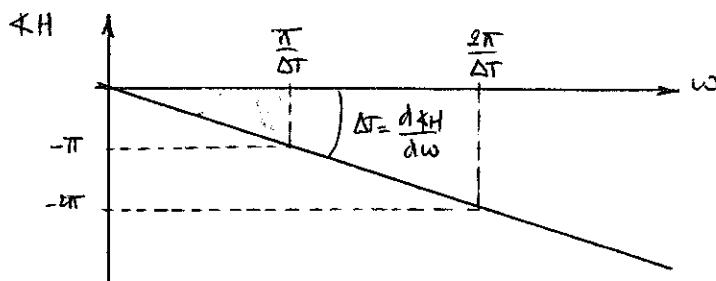
$$H = \frac{v_o}{v_i} = e^{-j\omega \Delta T}$$

$$|H| = 1$$

$$\angle H = -\omega \Delta T$$



amplitude van sinusoidaal  
signaal blijft behouden



lineair faseverloop

$$f = \frac{n}{\Delta T} \Rightarrow \angle H = n \cdot 2\pi$$

Interpretatie:

$$\xrightarrow{\Delta T}$$



$$f = \frac{1}{\Delta T} \Rightarrow \angle H = 2\pi$$

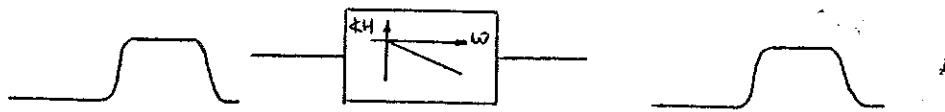


$$f = \frac{2}{\Delta T} \Rightarrow \angle H = 4\pi$$

$$n \times 2 \Rightarrow \angle H \times 2$$

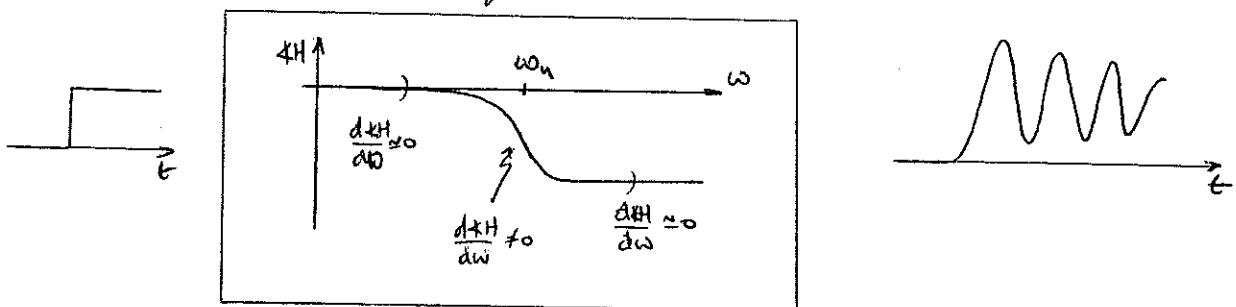
## Praktisch belang:

- Bij een systeem met lineaire faseverloopt blijft de golfform behouden.



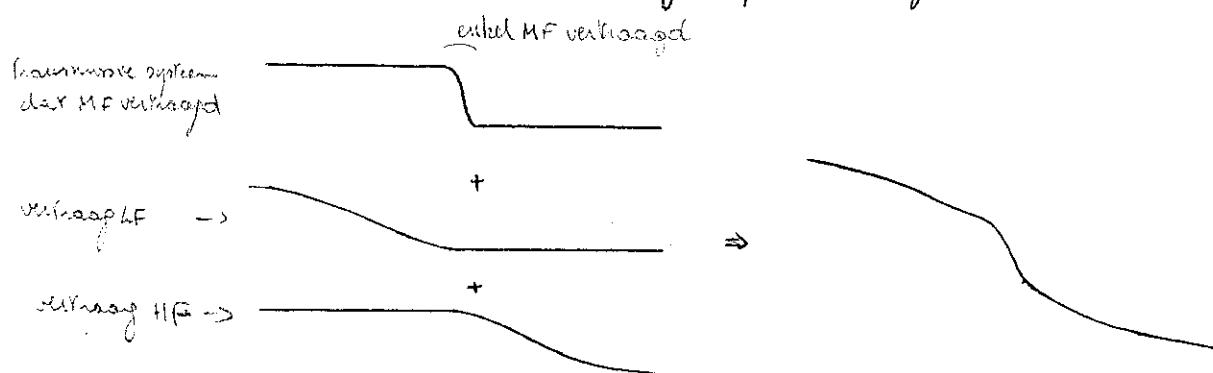
- Een systeem met een sterk niet-lineair faseverloop beïnvloedt de golfformen. Niet alle frequentiekomponenten in het signaal ondergaan evenzelfde tijdsvertraging.

↳ 2de orde systeem met hoge kwaliteitsfactor Q.



- In digitale signalen waar informatie verstuurt in de niveaus van pulsruimte signalen is een lineair faseverloop noodzakelijk
- In analoge videosignalen bewar de tijdspositie ook minstelijke informatie. Omdat deze niet verloren kan gaan moet de harmonie en verwerking met een lineair faseverloop gebeuren.

Filters die een selectief zijn hebben vaak een uitgesproken niet-lineair verloop. Om dit aan te passen worden delay-equalizers gebruikt.



## 5. BASIS FILTERFUNKTIES - OVERZICHT

### LAAGDOORLAAT (LDL)

$$H_{LDL}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

### HOOGDOORLAAT (HDL)

$$H_{HDL}(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} = H_{LDL}\left(\frac{\omega_n^2}{s}\right)$$

### BANDDOORLAAT (BDL)

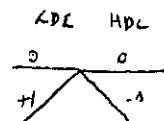
$$H_{BDL}(s) = \frac{2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

### BANDSPER (BSP)

$$H_{BSP}(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} = 1 - H_{BDL}(s)$$

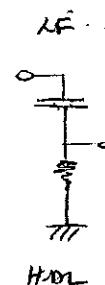
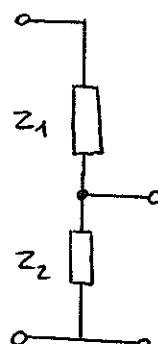
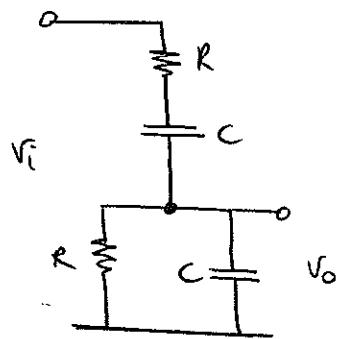
	LDL	HDL	BDL	BSP
$\Omega_x$	$\frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi^2}}$	1	1
$H_x$	$\frac{\Omega}{\sqrt{1 - \xi^2}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{1 - \xi^2}}$	1	0
$\Omega_n$	1	1	1	1
$\phi_n$	$-90^\circ$	$+90^\circ$	$0^\circ$	$-90^\circ \rightarrow +90^\circ$
$H_n$	$\Omega$	$\Omega$	1	0
$\Omega_{+45^\circ}$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$
$\phi_{+45^\circ}$	$-45^\circ$	$+135^\circ$	$+45^\circ$	$-45^\circ$
$H_{+45^\circ}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{+45^\circ}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{-45^\circ}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Omega_{-45^\circ}$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$
$\phi_{-45^\circ}$	$-135^\circ$	$+45^\circ$	$-45^\circ$	$+45^\circ$
$H_{-45^\circ}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{-45^\circ}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{+45^\circ}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

# WIEN BRUG

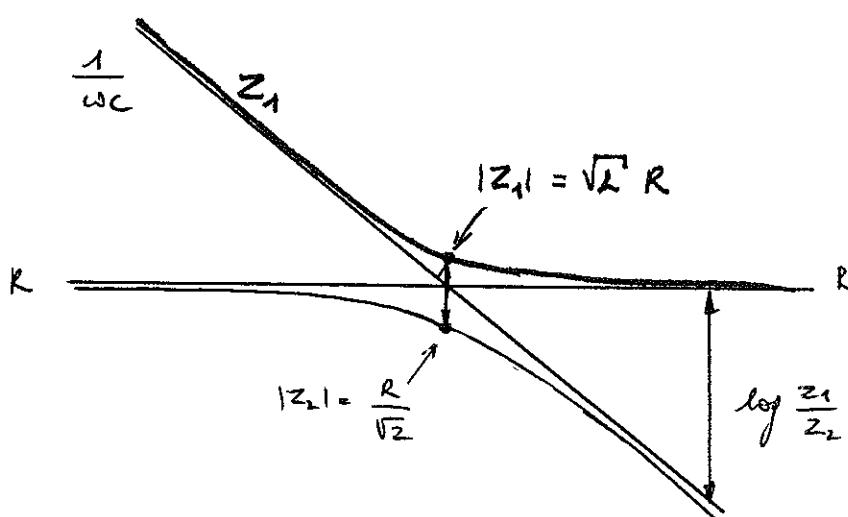


$\Rightarrow$  banddoosbaar

## SPANNINGSDELFER



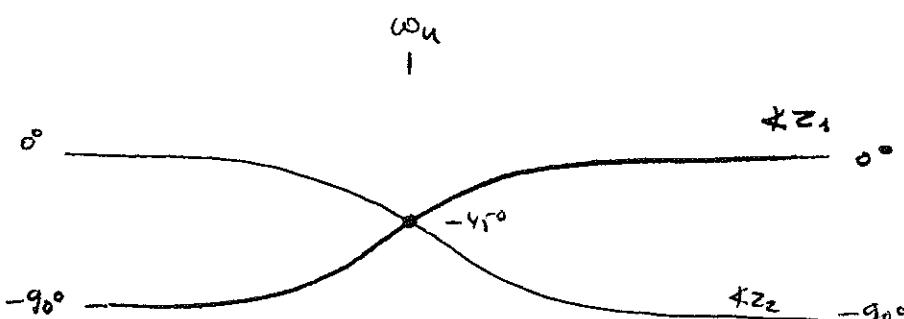
(Z)



$$\omega_n : \quad R = \frac{1}{\omega_n C} \\ \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{RC}$$

$$z_1 = R + \frac{1}{\omega_n C} = \frac{1 + \omega_n R C}{\omega_n C} \\ z_2 = \frac{R \cdot \frac{1}{\omega_n C}}{R + \frac{1}{\omega_n C}} = \frac{R}{1 + \omega_n R C}$$

$$\log \frac{z_1}{z_2} = \log z_1 - \log z_2$$

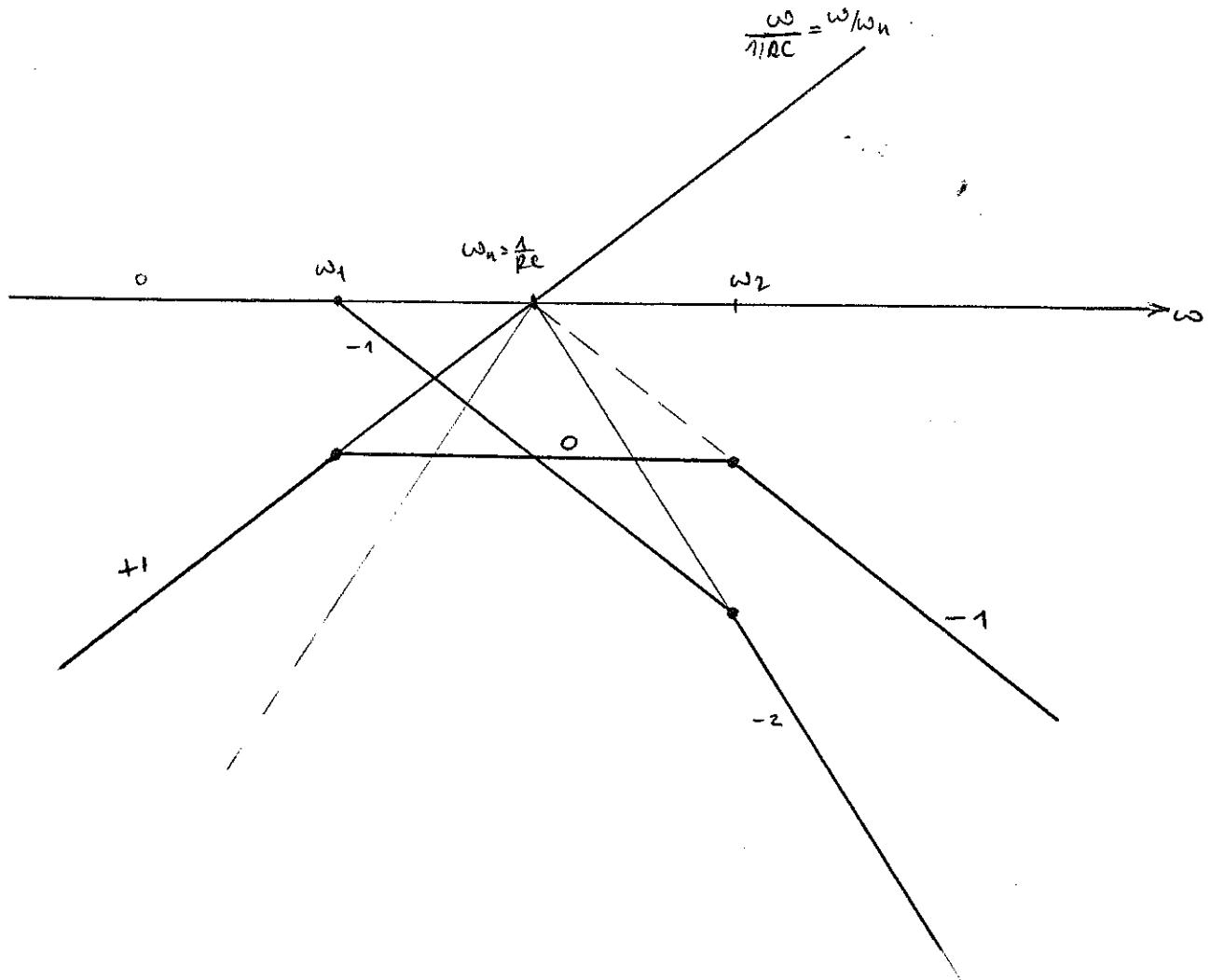


$$\omega_n \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{R}{\sqrt{2}}} = 2 \quad \text{en} \quad \times \frac{z_1}{z_2} = \times z_1 - \times z_2 = 0^\circ$$

$$\begin{matrix} \sqrt{2}R \\ - \\ \frac{R}{\sqrt{2}} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow |H(\omega_n)| = \left| \frac{z_2}{z_1 + z_2} \right| = \left| \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_2}} \right| = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} \quad P$$

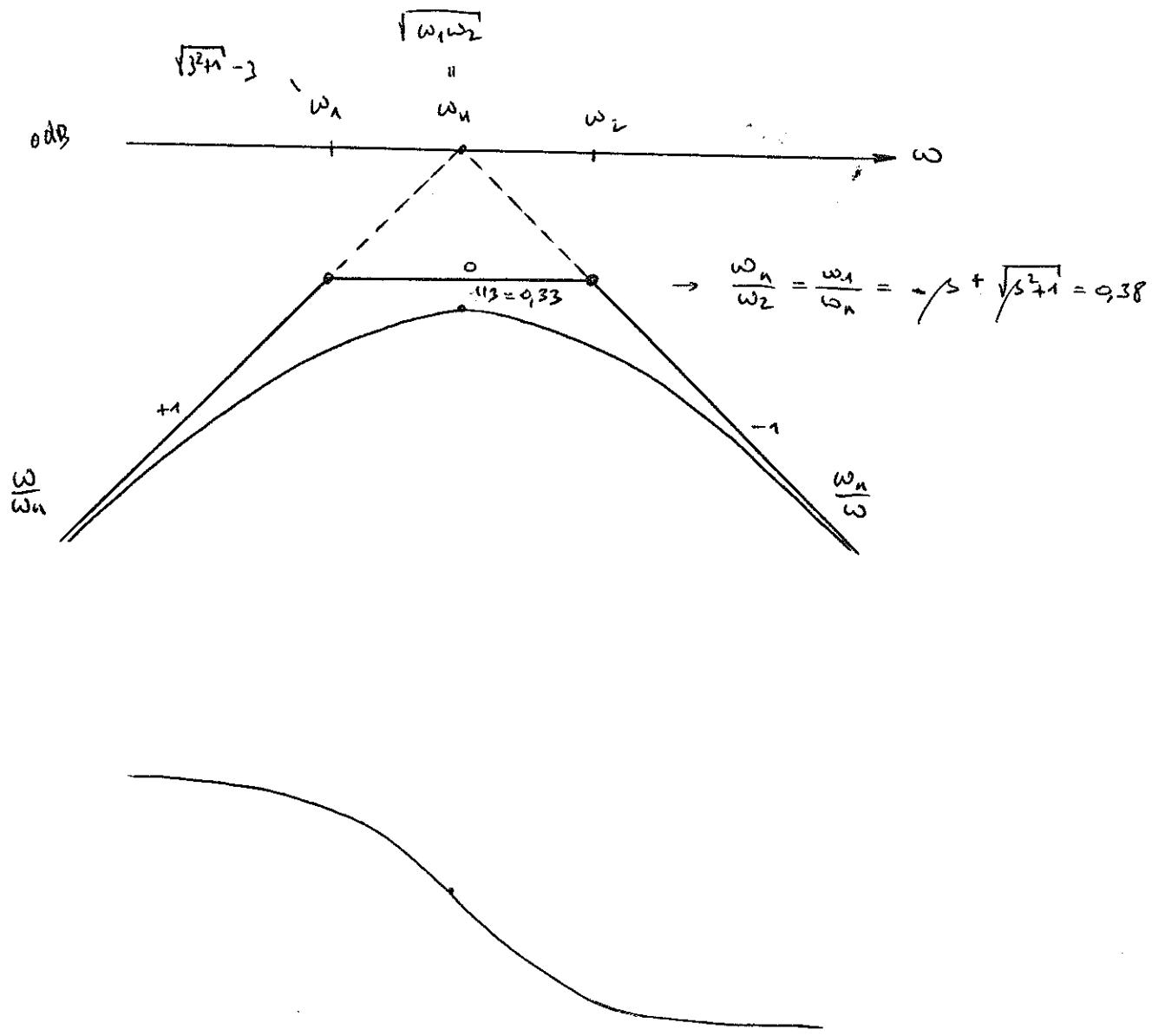
KONSTRUKTIE



$$\omega_1 = \omega_n \left( -\beta + \sqrt{\beta^2 + 1} \right) = \omega_n [-1,5 + 1,12] = -0,38 \omega_n$$

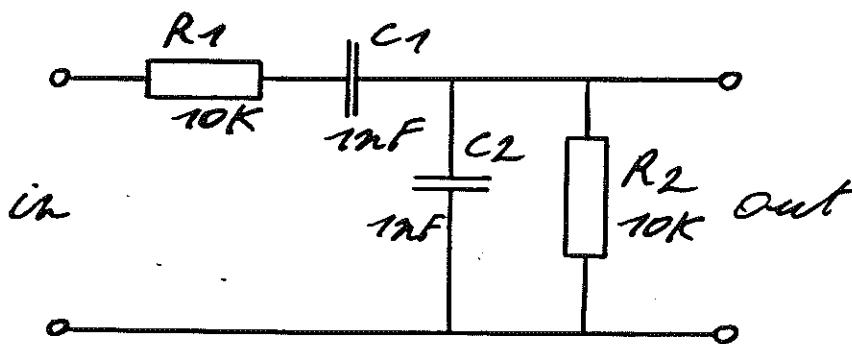
$$\omega_2 = \omega_n \left( \beta + \sqrt{\beta^2 + 1} \right) = \omega_n [-1,5 - 1,12] = -2,62 \omega_n$$

$$\omega_1, \omega_2 = \omega_n$$



Voor stabiele oscillaties grote faseverandering.

## DE WIENBRUGSCHAKELING



### TRANSFERT

$$A(s) = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{3C_2}}{R_2 + \frac{1}{3C_2}}$$

$$R_1 + \frac{1}{3C_1} + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{3C_2}}{R_2 + \frac{1}{3C_2}}$$

$$A(s) = \frac{sC_1 R_2}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s(C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_1 R_2) + 1}$$

indien:  $R_1 = R = R_2$  en  $C_1 = C = C_2$



$$A(s) = \frac{sCR}{s^2 C^2 R^2 + s3CR + 1}$$

$$\downarrow T_{\text{en }} N = \frac{1}{3C}$$

$$A(s) = \frac{R}{sCR^2 + 3R + \frac{1}{3C}} \quad \text{of } A(j\omega) = \frac{R}{3R + j(\omega CR^2 - \frac{1}{\omega C})}$$

$$\varphi(0) = 0 \quad \text{als } \omega CR^2 - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\Rightarrow f(\varphi=0) = \frac{1}{2\pi RC} = 15,9 \text{ kHz}$$

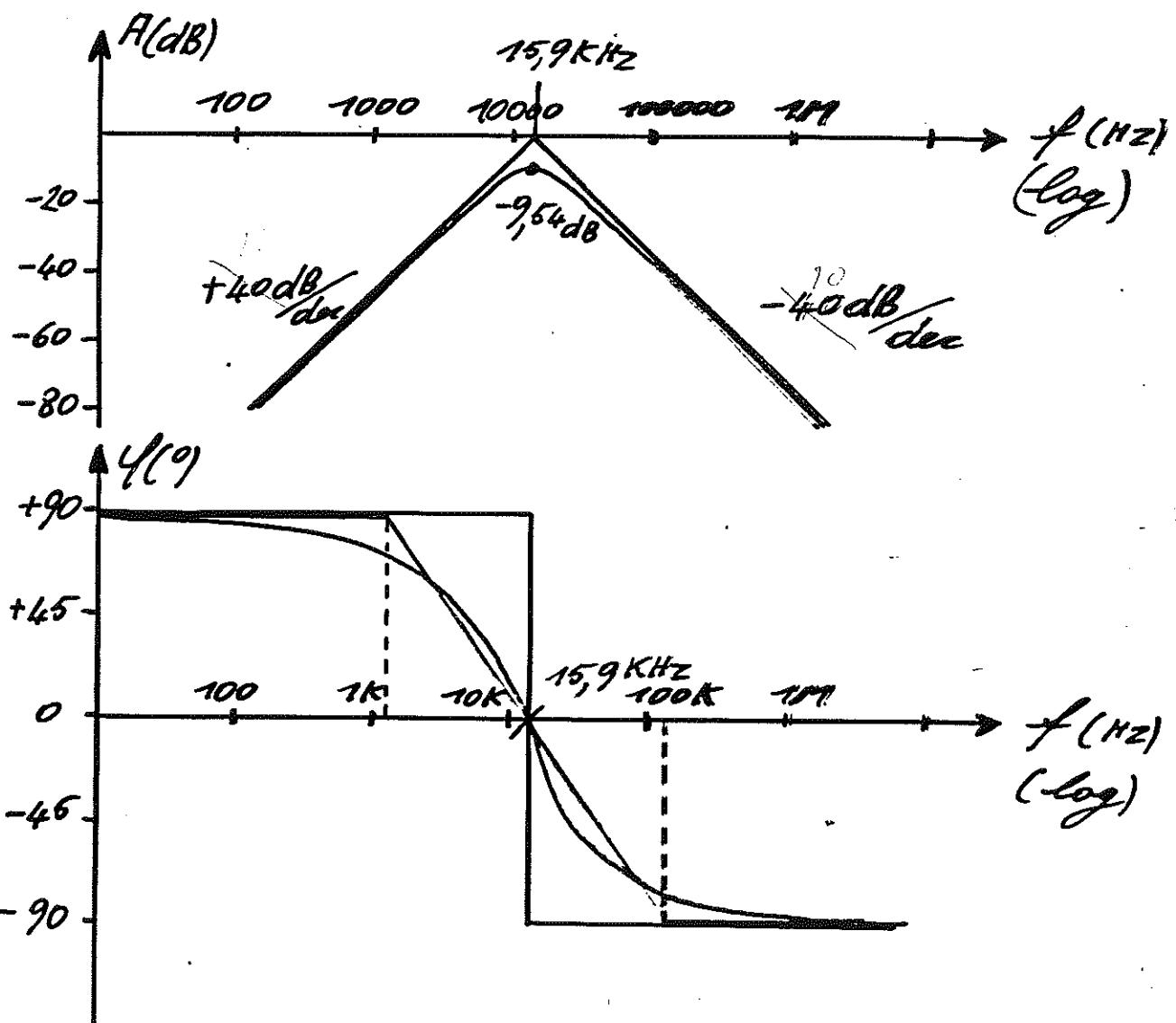
$$\text{By } f(\varphi=0) \text{ is } A_0 = 20 \log \frac{R}{3R} = -9,54 \text{ dB}$$

## AMPLITUUDERESPONSIE

$$A(\text{dB}) = 20 \cdot \log(R) - 20 \cdot \log\left(\sqrt{(3R)^2 + (w_c R^2 - \frac{1}{w_c})^2}\right)$$

## FASE RESPONSIE

$$\varphi(\text{°}) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{R}\right) - \text{tg}^{-1}\left(\frac{w_c R^2 - \frac{1}{w_c}}{3R}\right)$$



## DEMPINGSKOEF. NETWERK:

NORMALISEREN

$$A(s) = \frac{sCR}{s^2 C^2 R^2 + s3CR + 1} = \frac{\frac{sCR}{s^2 + \frac{3CR}{C^2R^2} + \frac{1}{C^2R^2}}}{\frac{s^2 + \frac{3}{CR} + \frac{1}{C^2R^2}}{C^2R^2}}$$

$\Downarrow$

$$\frac{s^2 + 2BW_n s + w_n^2}{s^2 + 2BW_n s + w_n^2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} w_n^2 = \frac{1}{C^2R^2} \\ f = \frac{1}{2\pi RC} = 15,9 \text{ kHz} \end{array} \right.$ 
 en
  $\left\{ \begin{array}{l} 2BW_n = \frac{3}{CR} \\ B = \frac{3}{2} = 1,5 \end{array} \right.$

$\Downarrow$

groene asymptoot  
(ondergedempt)

## s-vlak VOORSTELLING:

$$\begin{aligned}
 A(s) &= \frac{1}{\tau} \frac{s}{\left[ s + \left( -\frac{3}{\tau} + \sqrt{\frac{9}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}} \right) \right] \left[ s + \left( -\frac{3}{\tau} - \sqrt{\frac{9}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}} \right) \right]} \\
 &= \frac{1}{\tau} \frac{s}{\left[ s + \left( -\frac{3 + \sqrt{5}}{2\tau} \right) \right] \left[ s + \left( -\frac{3 - \sqrt{5}}{2\tau} \right) \right]}
 \end{aligned}$$

$\nearrow jw$   
 $\times \quad \times$   
 $-261803 \text{ rad/s} \quad -38196 \text{ rad/s}$

$B > 1 \Rightarrow$  Beide polen  
zijn — neg.  
— reel

-2.E1 VDB[3]

-4.E1

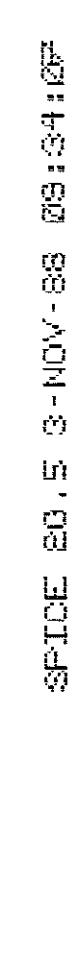
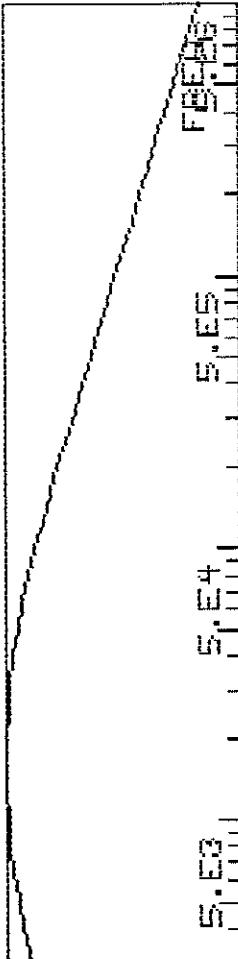
-5.E1 S1.E1  
VPC[3]

-4.E1

-4.E1

-5.E1 S1.E1  
VPC[3]

$$X=1.72926E4, \quad \gamma=-3.62017$$



DISPLAY

ZOOM1 PAH  
FULL COLOR  
PLOT REFRESH

MEASURE  
EDIT DEL TE

COMMAND

SIGNAL SELECT  
LINE MODE  
STORE FILE  
EXIT

WIENBRUGSCHAKELING

\*ANALYSE VAN DE WIENBRUGSCHAK. VOOR HET BOUWTE  
R1 1 2 1OKOHA  
C1 2 3 1NPARAD  
R2 3 0 1OKOHA  
C2 3 0 1NPARAD  
VIN 1 0 AC 1V

\*SPECIFIKATIE VAN DE ANALYSE

AC DEC 10 10HZ 1OMEGHZ

\*SPECIFIKATIE VAN DE OUTPUT  
.PRINT AC VDB(3) VP(3) VM(3) VR(3) VI(3)  
.PLOT AC VDB(3) VP(3) VM(3) VR(3) VI(3)  
.OPTIONS STORE  
.END

SPICE 2B.5 3-MOV-38 03:34:07

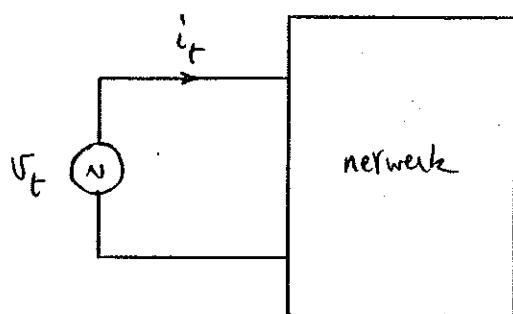
WIENBRUGSCHAKELING

# **Netwerk Analyse**

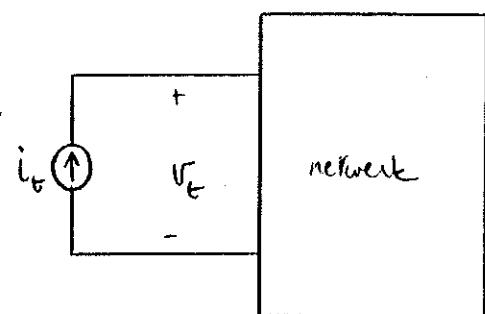
## IMPEDANTIE BEREKENING

Een algemene methode voor de berekening van de in- en/of uitgangsimpedantie van een elektronisch netwerk is het gebruik van een testspanning / teststroom.

Twee benaderingen zijn mogelijk:



Testspanning aan leggen  
teststroom opmeten

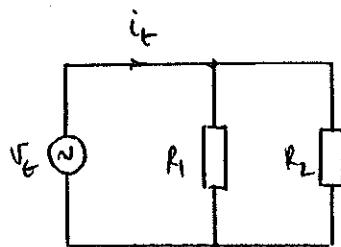


Teststroom aan leggen  
teststroom opmeten

$$R_t = \frac{V_t}{i_t}$$

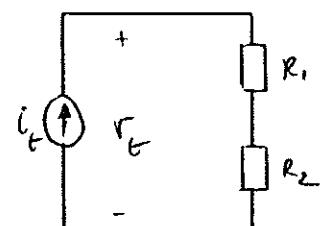
$$R_t = \frac{V_t}{i_t}$$

Bij de berekening wordt gekozen voor die benadering die aanleiding geeft tot de eenvoudigste berekeningen. Dit hangt af van de netwerktopologie:



$$i_t = \frac{V_t}{R_1} + \frac{V_t}{R_2} = V_t \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_t = R_1 \parallel R_2$$

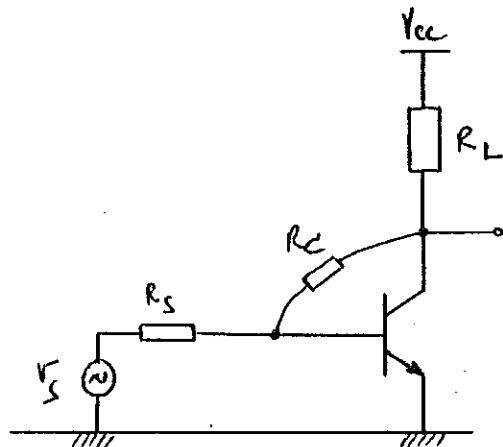


$$V_t = R_1 i_t + R_2 i_t = i_t (R_1 + R_2)$$

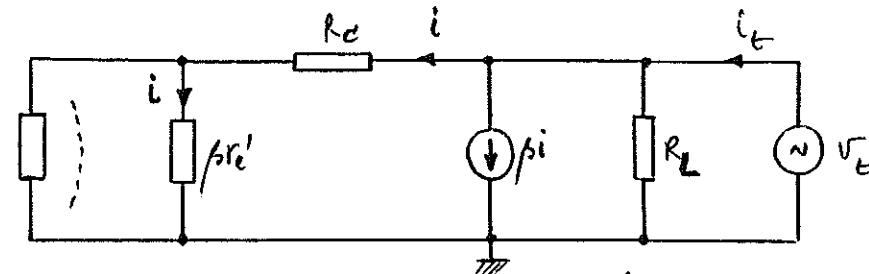
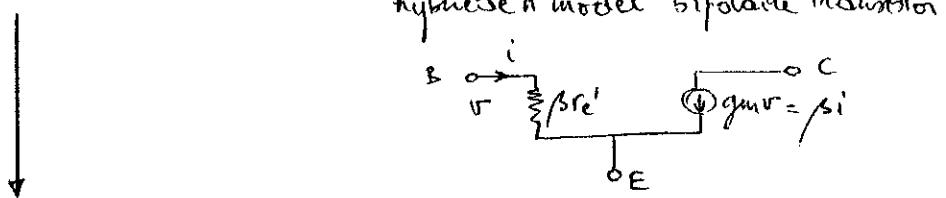
$$R_t = R_1 + R_2$$

# Voorbeeld 1 : GES met collector feedback

## UITGANGSIMPEDANTIE



stroombreukseling:  $R_s \gg \beta r_e'$



$$i = \frac{V_T}{R_C + \beta r_e'} \quad (\beta r_e' \gg R_s)$$

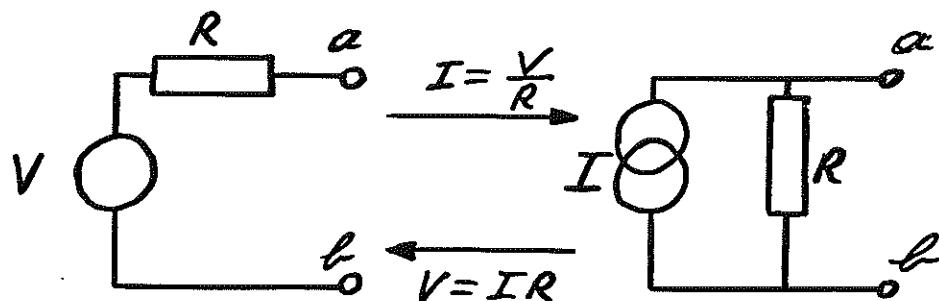
$$i_T = \frac{V_T}{R_L} + i + \beta i = \frac{V_T}{R_L} + (1 + \beta) \frac{V_T}{R_C + \beta r_e'}$$

UITGANGSIMPEDANTIE

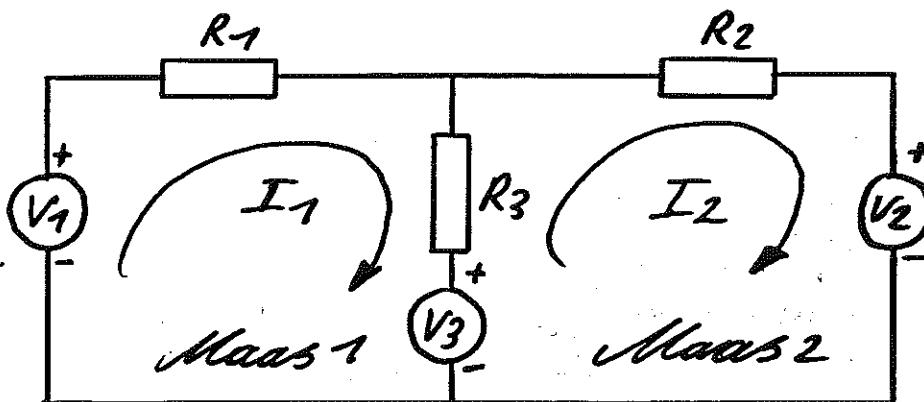
$$R_o = R_T = \frac{V_T}{i_T} = R_L \parallel \frac{R_C + \beta r_e'}{1 + \beta} \approx R_L \parallel \left( r_e' + \frac{R_C}{\beta} \right)$$

# NETWERK ANALYSE

## BRON CONVERSIES



## MAAS (MESH) ANALYSE (KVL)

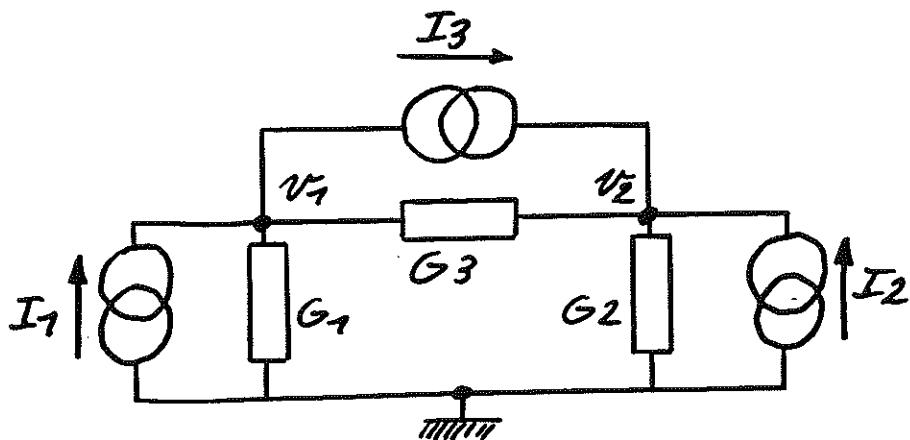


$$\text{Maas 1: } V_1 - V_3 = (\underbrace{R_1 + R_3}_{\text{self R.}}) I_1 - \underbrace{R_3 I_2}_{\text{mutual R.}}$$

steeds neg. !!!

$$\text{Maas 2: } V_3 - V_2 = (\underbrace{R_3 + R_2}_{\text{self R.}}) I_2 - \underbrace{R_3 I_1}_{\text{mutual R.}}$$

# NODAL ANALYSE

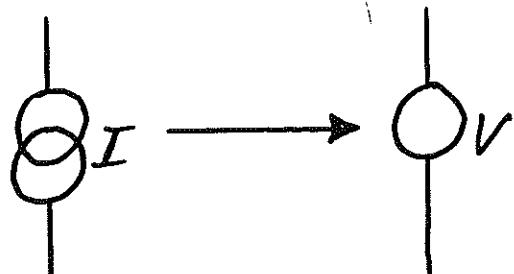


$$\text{Node 1: } I_1 - I_3 = \underbrace{(G_1 + G_3)}_{\text{self G.}} V_1 - \underbrace{G_3 V_2}_{\substack{\text{Mutual G.} \\ \text{steeds neg.}}} \quad \text{---}$$

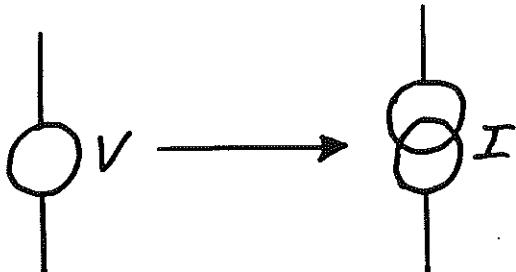
$$\text{Node 2: } I_2 + I_3 = \underbrace{(G_2 + G_3)}_{\text{Self G.}} V_2 - \underbrace{G_3 V_1}_{\text{Mutual G.}}$$

## NOTA:

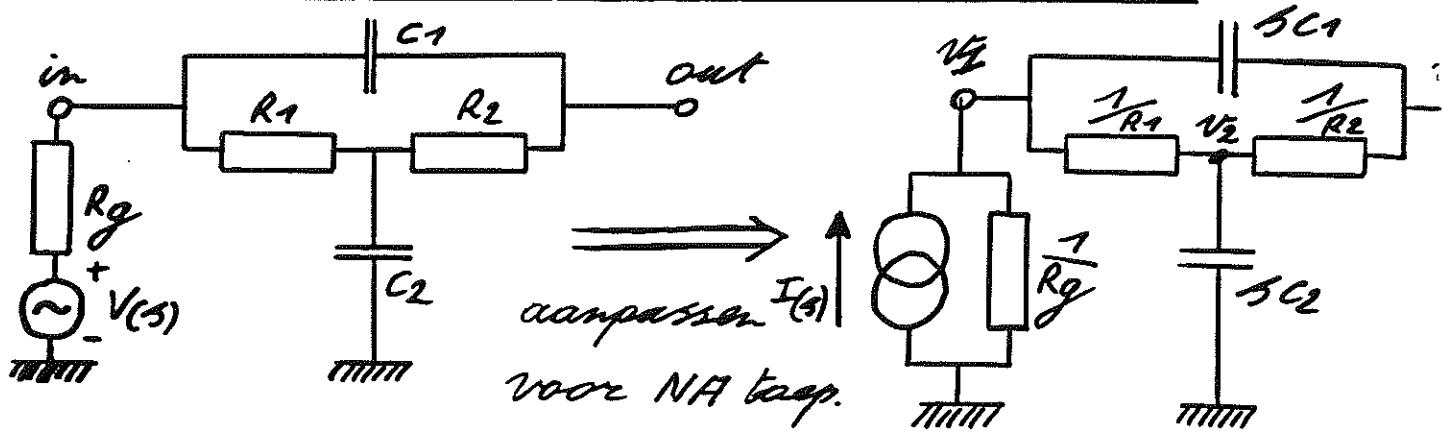
MESH analyse :



NODALE analyse :



# OVERBRUGDE-T-NETWERK d.m.v. NA



$$\text{Node 1: } I = V_1 \left( \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + SC_1 \right) - V_2 \frac{1}{R_1} - V_3 SC_1$$

$$\text{Node 2: } 0 = -V_1 \frac{1}{R_1} + V_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + SC_2 \right) - V_3 \frac{1}{R_2}$$

$$\text{Node 3: } 0 = -V_1 SC_1 - V_2 \frac{1}{R_2} + V_3 \left( \frac{1}{R_2} + SC_2 \right)$$

## TRANSFERT d.m.v. KRAMER

$$A(s) = \frac{V_3}{V_1} = \frac{\begin{vmatrix} \left( \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + SC_1 \right) & -\frac{1}{R_1} & I \\ -\frac{1}{R_1} & \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + SC_2 \right) & 0 \\ -SC_1 & -\frac{1}{R_2} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I & -\frac{1}{R_1} & -SC_1 \\ 0 & \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + SC_2 \right) & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \left( \frac{1}{R_2} + SC_2 \right) \end{vmatrix}}$$

$$A(s) = \frac{\cancel{\frac{1}{R_1 R_2}} + \cancel{SC_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + SC_2 \right)}{\cancel{\frac{1}{R_2} + SC_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + SC_2 \right) - \cancel{\frac{1}{R_2 \cdot R_2}}}$$

Indien:  $R_1 = R = R_2$

$$A(s) = \frac{\frac{1}{R^2} + 5C_1 \frac{2}{R} + 5^2 C_1 C_2}{(\frac{1}{R} + 5C_1)(\frac{2}{R} + 5C_2) - \frac{1}{R^2}}$$

$$A(s) = \frac{5^2 C_1 C_2 R^2 + 5C_1 2R + 1}{5^2 C_1 C_2 R^2 + 5(2C_1 R + C_2 R) + 1}$$

Indien:  $2RC_1 = t_2$

en

$$\frac{RC_2}{2} = t_1$$

$$A(s) = \frac{s^2 t_1 t_2 + s t_2 + 1}{s^2 t_1 t_2 + s(2t_1 + t_2) + 1}$$

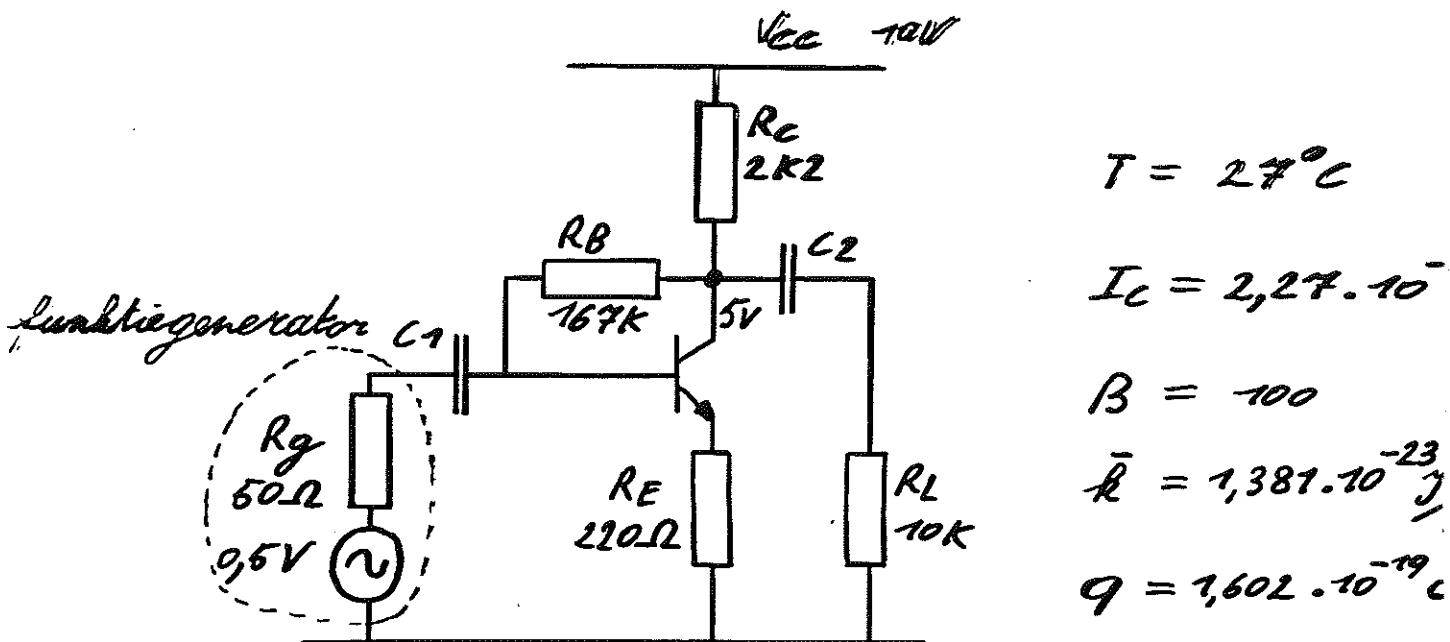


\* De bronweerstand  $R_g$  is dus niet in de transfert aanwezig!!!

\* De spanning op een knoop wordt nu als volgt bep.:

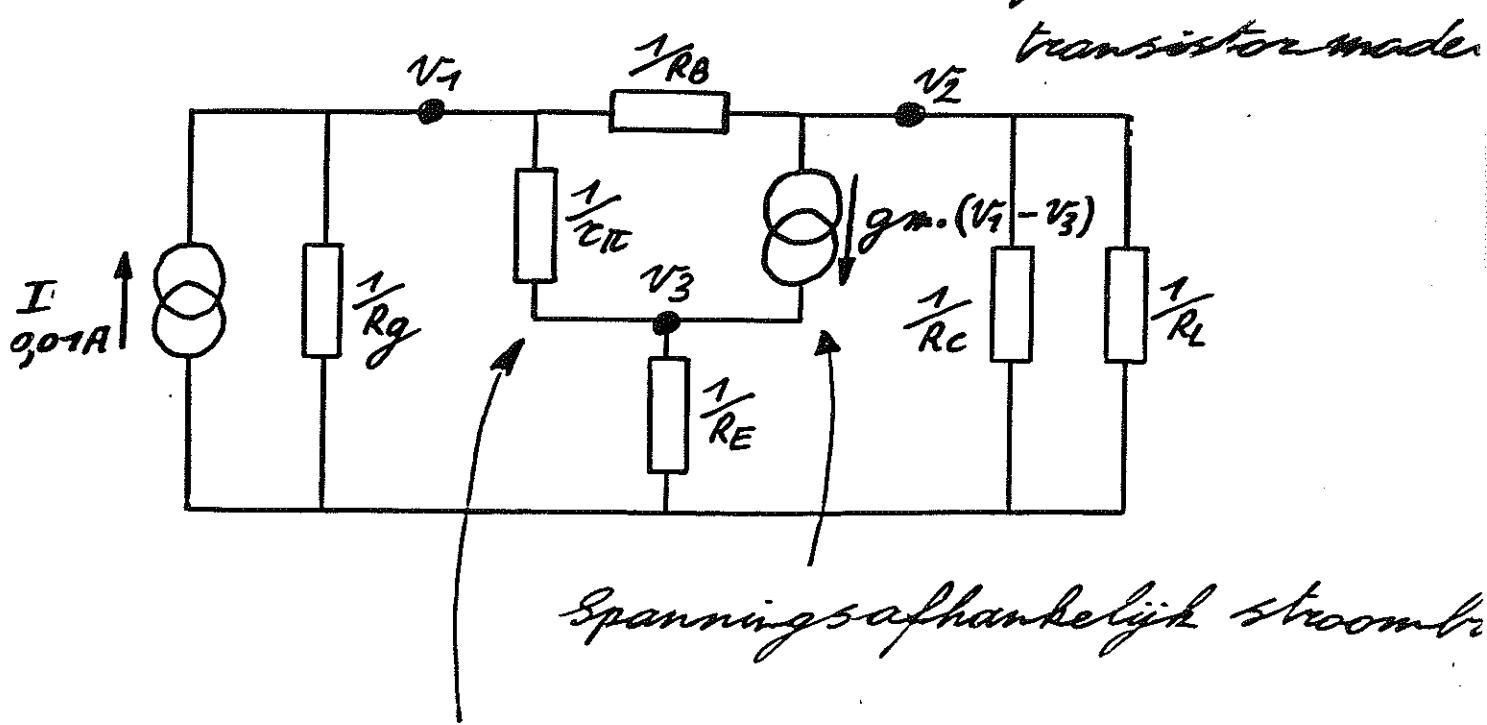
$$vb: V_3 = \frac{\begin{vmatrix} (\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + 5C_1) & -\frac{1}{R_1} & I \\ -\frac{1}{R_1} & (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + 5C_2) & 0 \\ -5C_1 & -\frac{1}{R_2} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + 5C_1) & -\frac{1}{R_1} & -5C_1 \\ -\frac{1}{R_1} & (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + 5C_2) & -\frac{1}{R_2} \\ -5C_1 & -\frac{1}{R_2} & (\frac{1}{R_2} + 5C_1) \end{vmatrix}}$$

# SPANNINGSVERSTERKING Rep. d.m.v. NA



$$g_m = \frac{|I_C|}{V_T} \quad V_T = \frac{\bar{r}_e T}{q} \quad \downarrow \quad \text{AC-model}$$

(d.m.v. hybride  $\pi$ )



$$r_\pi = \beta \cdot r_e' \quad \text{en} \quad r_e' = \frac{\approx 25 mV}{|I_C|}$$

$r_e$  (datasheet parameter)

hoe is in dit AC-model nog niet in rekening gebracht !!!

$$\text{Node 1: } I = V_1 \left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} \right) - V_2 \left( \frac{1}{R_B} \right) - V_3 \left( \frac{1}{Z_{in}} \right)$$

$$\text{Node 2: } -gm(V_1 - V_3) = -V_1 \left( \frac{1}{R_B} \right) + V_2 \left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L} \right) + 0$$

$$0 = V_1 \left( gm - \frac{1}{R_B} \right) + V_2 \left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L} \right) - V_3 gm$$

$$\text{Node 3: } gm(V_1 - V_3) = -V_1 \left( \frac{1}{Z_{in}} \right) + 0 + V_3 \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} \right)$$

$$0 = -V_1 \left( gm + \frac{1}{Z_{in}} \right) + 0 + V_3 \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} + gm \right)$$

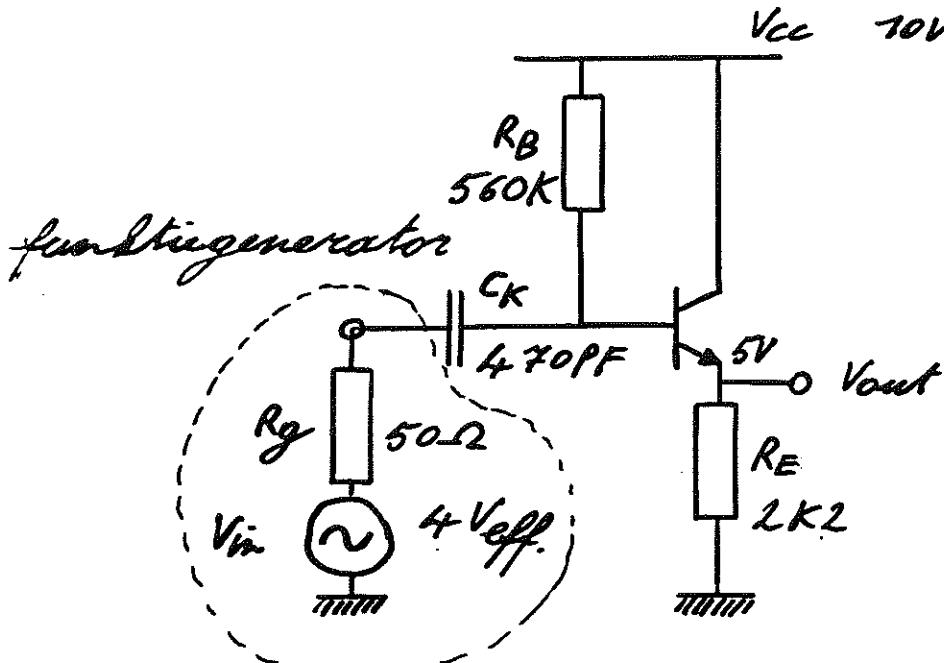
### SPANNINGSVERSTERKING:

$$A_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\begin{vmatrix} \left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} \right) & I & -\frac{1}{Z_{in}} \\ \left( gm - \frac{1}{R_B} \right) & 0 & -gm \\ -\left( gm + \frac{1}{Z_{in}} \right) & 0 & \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} + gm \right) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I & -\frac{1}{R_B} & -\frac{1}{Z_{in}} \\ 0 & \left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L} \right) & -gm \\ 0 & 0 & \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} + gm \right) \end{vmatrix}}$$

$$A_V = \frac{gm \left( gm + \frac{1}{Z_{in}} \right) - \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} + gm \right) \left( gm - \frac{1}{R_B} \right)}{\left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L} \right) \left( \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{R_E} + gm \right)}$$

$$A_V = \frac{-398,4114160 \cdot 10^{-6}}{52,26734719 \cdot 10^{-6}} = -7,62$$

# UITGANGSSPANNING Bep. d.m.v. NA

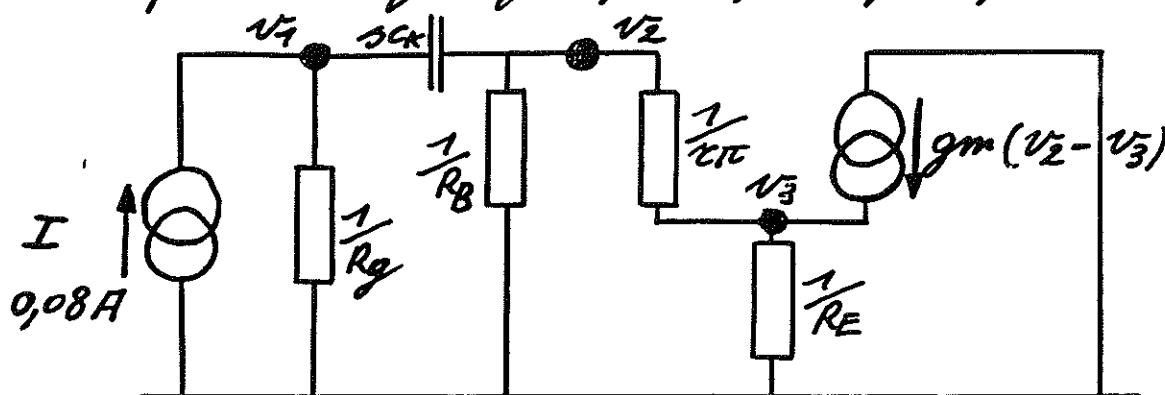


$$gm = \frac{|I_c|}{V_t} \quad V_t = \frac{\bar{R}T}{g}$$

↓

AC-model (hybride  $\pi$ )

Bep. de uitgangsspan., de freq. = 10 Hz !!!



$$\text{Node 1 : } I = V_1 \left( \frac{1}{R_g} + sC_K \right) - V_2 sC_K - V_3 0$$

$$\text{Node 2 : } 0 = -V_1 sC_K + V_2 \left( sC_K + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{z\pi} \right) - V_3 \frac{1}{z\pi}$$

$$\text{Node 3 : } +gm(V_2 - V_3) = -V_1 0 - V_2 \frac{1}{z\pi} + V_3 \left( \frac{1}{z\pi} + \frac{1}{R_E} \right)$$

$$0 = -V_1 0 - V_2 \left( \frac{1}{z\pi} + gm \right) + V_3 \left( \frac{1}{z\pi} + \frac{1}{R_E} + gm \right)$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{Rg} + SCK\right) & -SCK & I \\ -SCK & \left(SCK + \frac{1}{RB} + \frac{1}{ZC}\right) & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{ZC} + gm\right) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{Rg} + SCK\right) & -SCK & 0 \\ -SCK & \left(SCK + \frac{1}{RB} + \frac{1}{ZC}\right) & -\frac{1}{ZC} \\ 0 & -\left(\frac{1}{ZC} + gm\right) & \left(\frac{1}{ZC} + \frac{1}{RE} + gm\right) \end{vmatrix}}$$

$$V_3 = \frac{ISCK\left(\frac{1}{ZC} + gm\right)}{\left(\frac{1}{Rg} + SCK\right)\left(SCK + \frac{1}{RB} + \frac{1}{ZC}\right)\left(\frac{1}{ZC} + \frac{1}{RE} + gm\right) - \left(\frac{1}{ZC} + gm\right)\frac{1}{ZC}\left(\frac{1}{Rg} + SCK\right) - SCK\cdot SCK\left(\frac{1}{ZC} + \frac{1}{RE} + gm\right)}$$

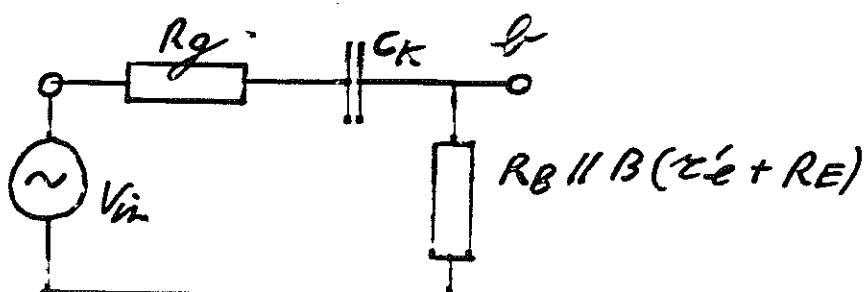
$$V_3 = I \cdot \frac{SCK\left(\frac{1}{ZC} + gm\right)}{S^2 C^2 K^2 \left(\frac{1}{ZC} + \frac{1}{RE} + gm\right) + SCK \left( \frac{1}{Rg ZC} + \frac{1}{RB ZC} + \frac{1}{ZC^2} + \frac{1}{Rg RE} + \frac{1}{RB RE} + \frac{1}{RE ZC} + \frac{gm}{Rg} + \frac{gm}{RB} + \frac{gm}{ZC} - \frac{1}{ZC^2} - \frac{gm}{ZC} - \frac{CK}{ZC} - \frac{CK}{RE} - CK gm \right) + \left( \frac{1}{Rg RB ZC} + \frac{1}{Rg ZC^2} + \frac{1}{Rg RB RE} + \frac{1}{Rg ZC RE} + \frac{gm}{Rg RB} + \frac{gm}{Rg ZC} - \frac{1}{ZC^2 Rg} - \frac{gm}{ZC Rg} \right)}$$

$$V_3 = I \cdot w_{CK} \left( \frac{1}{Z_K} + g_m \right)$$

$$\begin{aligned} & \left[ -w_{CK}^2 \left( \frac{1}{Z_K} + \frac{1}{R_E} + g_m \right) + \frac{1}{R_g R_B Z_K} + \frac{1}{R_g R_B R_E} + \frac{1}{R_g Z_K} \right. \\ & \quad \left. + \frac{g_m}{R_g R_B} + \frac{g_m}{R_g Z_K} - \frac{g_m}{Z_K R_g} \right]^2 \\ & + \left[ w_{CK} \left( \frac{1}{R_g Z_K} = \frac{1}{R_B Z_K} + \frac{1}{R_g R_E} + \frac{1}{R_B R_E} + \frac{1}{R_E Z_K} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{g_m}{R_g} + \frac{g_m}{R_B} - \frac{C_K}{Z_K} - \frac{C_K}{R_E} - C_K g_m \right) \right] \end{aligned}$$

$$V_3 = 0,08 \cdot 228,96 \cdot 10^{-3} = 18,3 \text{ mV}$$

kontrole van de  
orde grootte van  $V_3$   
bij 4 V<sub>pp</sub> ingang en 10 Hz



$$V_{f3} \approx V_o = \frac{V_{in} (R_B || B(Z_e + R_E))}{\left( R_g + \frac{1}{w_{CK}} \right) + (R_B || B(Z_e + R_E))} = 35,5 \text{ mV}$$

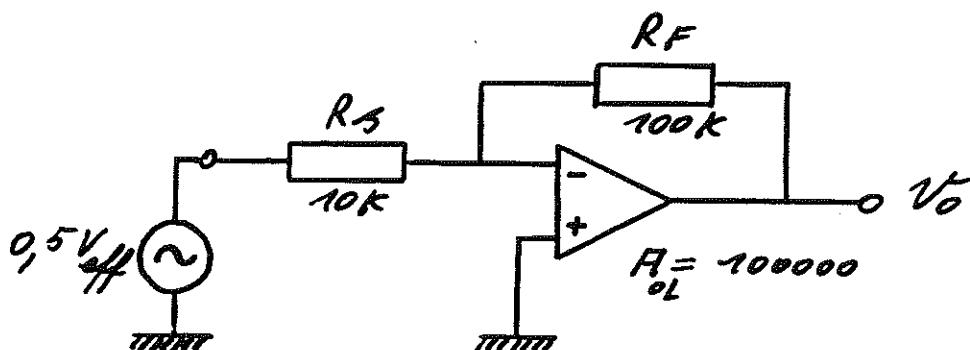
$$A_V \approx 1$$

$$(A_V < 1)$$

\* indien  $A_V = 1$

\* geen transcondensat.  
in rekening gebracht

TRANSFERT - exp. d.m.v. MESH A. van INV. OPAMP

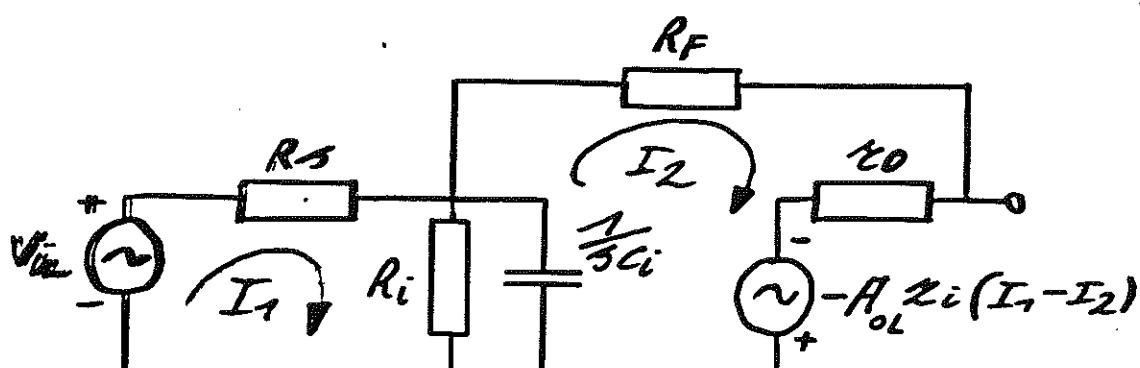


$$Z_i = 2M\Omega$$

$$C_i = 79,6 \text{ pF}$$

$$Z_o = 75\Omega$$

↓ *eenvoudig OPAMP model  
(met één dominante pool)*



$$\text{Mesh 1 : } V_{in} = I_1 (R_S + Z_i) - I_2 \cdot Z_i$$

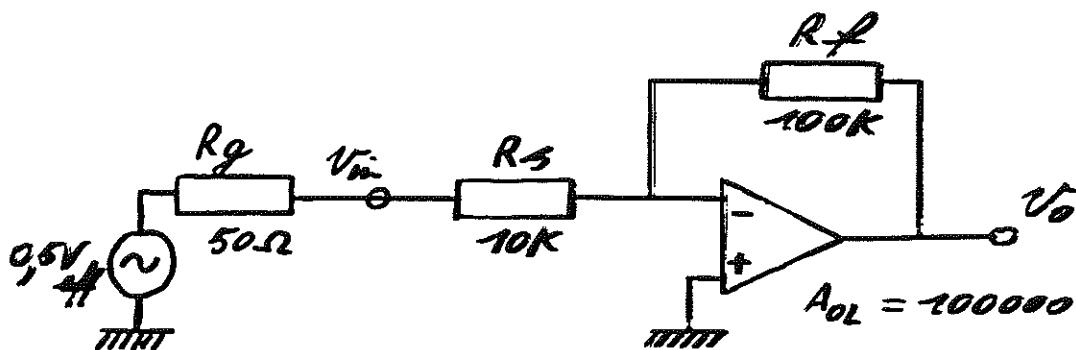
$$\begin{aligned} \text{Mesh 2 : } & -A_{OL} Z_i (I_1 - I_2) = -I_1 \cdot Z_i + I_2 (Z_i + R_F + Z_o) \\ & 0 = -I_1 (Z_i - A_{OL} Z_i) + I_2 (Z_i - A_{OL} Z_i + R_F + Z_o) \end{aligned}$$

$$A = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\begin{vmatrix} V_{in} & -Z_i \\ 0 & (Z_i - A_{OL} Z_i + R_F + Z_o) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_S + Z_i) & V_{in} \\ -(Z_i - A_{OL} Z_i) & 0 \end{vmatrix}}$$

$$A = \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_{in} (Z_i - A_{OL} Z_i + R_F + Z_o)}{V_{in} (Z_i - A_{OL} Z_i)} \approx -1 !!!$$

(Bij DC)

# TRANSFERT Step down = 1/10 van INV OPAMP CIRCUIT

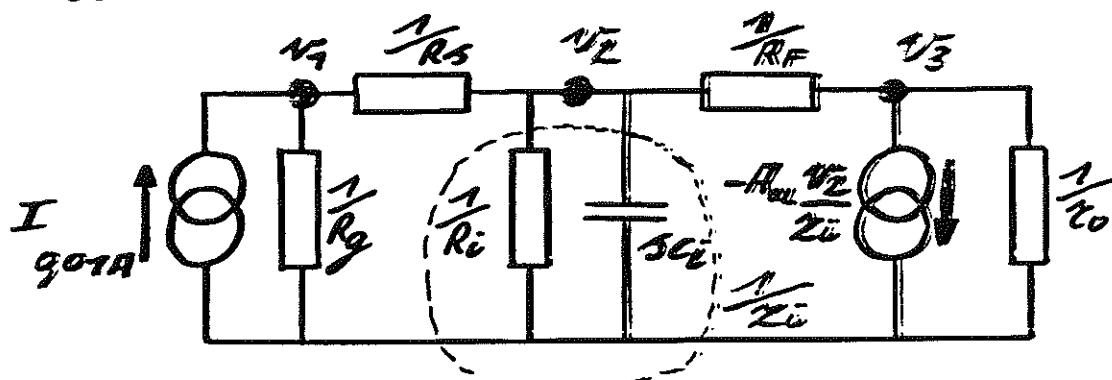


$$R_i = 2M\Omega$$

$$C_i = 79,6 \text{ fF}$$

$$Z_o = 75\Omega$$

gebruik maken van het  
meest eenvoudige  
AC OPAMP MODEL (1 dominante  
poel)



$$\text{Node 1: } I = V_1 \left( \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_S} \right) - V_2 \left( \frac{1}{R_S} \right) = 0$$

$$\text{Node 2: } 0 = -V_1 \left( \frac{1}{R_S} \right) + V_2 \left( \frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{R_F} \right) - V_3 \left( \frac{1}{R_F} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Node 3: } -A_{OL} \frac{V_2}{Z_i} &= 0 & -V_2 \left( \frac{1}{R_F} \right) &+ V_3 \left( \frac{1}{R_F} + \frac{1}{Z_o} \right) \\ 0 &= 0 & -V_2 \left( \frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i} \right) &+ V_3 \left( \frac{1}{R_F} + \frac{1}{Z_o} \right) \end{aligned}$$

$Z_i$  levert de frequentie afhankelijkheid  
van het OPAMP circuit

$$A_V = \frac{V_3}{V_4} = \frac{\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_i}\right) & -\frac{1}{R_S} & I \\ -\frac{1}{R_S} & \left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_o} + \frac{1}{R_F}\right) & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i}\right) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I & -\frac{1}{R_S} & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{R_F}\right) & -\frac{1}{R_F} \\ 0 & -\left(\frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i}\right) & \left(\frac{1}{R_F} + \frac{1}{Z_o}\right) \end{vmatrix}}$$

$$A_V = \frac{I \frac{1}{R_S} \left(\frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i}\right)}{I \left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_o} + \frac{1}{R_F}\right) \left(\frac{1}{R_F} + \frac{1}{Z_o}\right) - I \left(\frac{1}{R_F}\right) \left(\frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i}\right)}$$

$$A_V = \frac{\frac{1}{R_S}}{\frac{\left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{Z_o} + \frac{1}{R_F}\right) \left(\frac{1}{R_F} + \frac{1}{Z_o}\right)}{\left(\frac{1}{R_F} - \frac{A_{OL}}{Z_i}\right)} - \frac{1}{R_F}}$$

$\Downarrow \approx 0$

$$A_V \approx - \frac{R_F}{R_S} = -10 \quad \leftarrow \text{Bij DC !!!}$$

Indien  $A_C \rightarrow$  verandering van  $Z_i$  nagaan

## FILTER ONTWERP

### 1. ONTWERPPROCEDURE

Het ontwerp van een filter is per definitie:

Een gegeven set van specifikaties vertalen in een elektronisch schema met een transfertfunktie  $TF(s)$  die voldoet aan de opgegeven specifikaties.

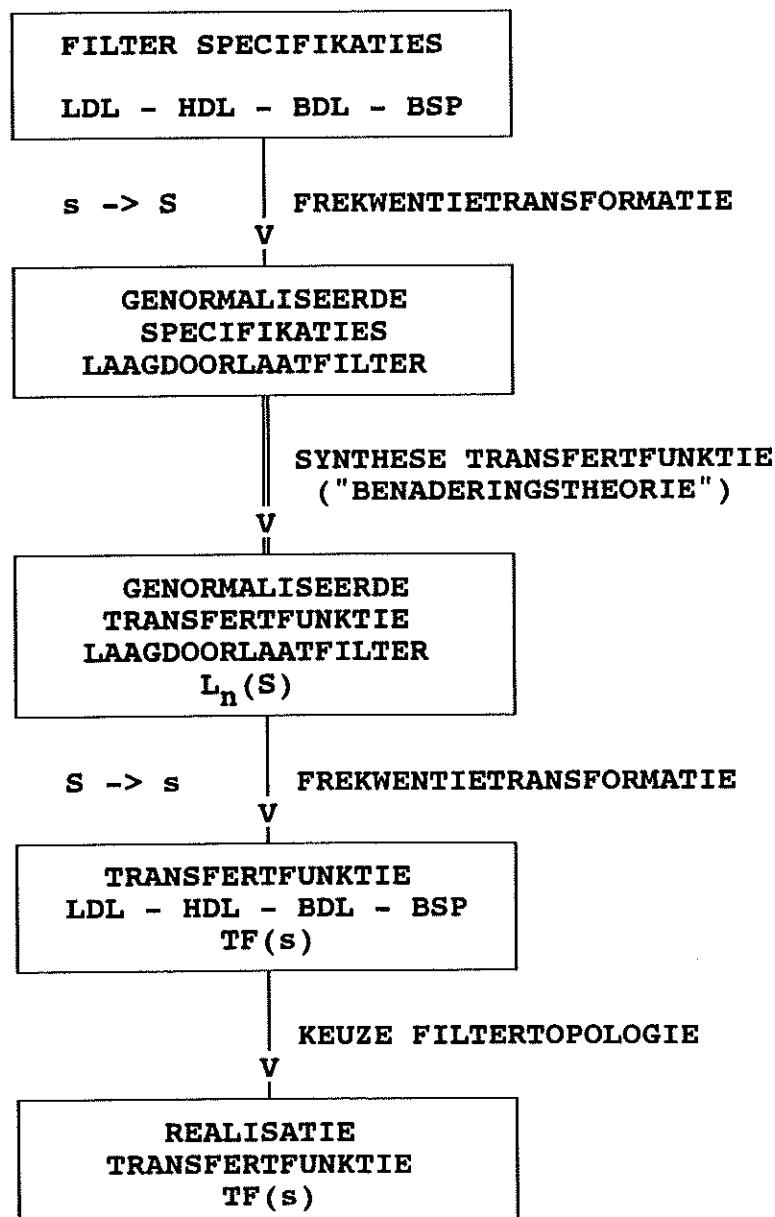


fig. 1.1 : ONTWERPPROCEDURE VAN FILTERS

Het ontwerp van een filter kan worden opgesplitst in een aantal sekwentiële stappen (fig. 1.1):

1. Opstellen van een nauwkeurige set van specifikaties die kompatibel is met het systeem waarin het filter wordt gebruikt.
2. Met een specifieke frekwentietransformatie wordt deze set van specifikaties ( $ldl - hdl - bdl - bsp$ ) omgezet in de specifikaties van een genormaliseerd laagdoorlaatfilter (met afsnijpulsatie  $\omega_c = 1\text{Hz}$ ).
3. Bepaal een "realiseerbare" laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(S)$  die voldoet aan de genormaliseerde specifikaties ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ). Dit is de meest komplexe ontwerpstap en valt in het domein van de "benaderingstheorie".
4. Met de specifieke frekwentietransformatie uit 2 wordt de transfertfunktie  $L_n(S)$  omgezet naar de transfertfunktie  $TF(s)$ , die voldoet aan de oorspronkelijke specifikatie.
5. Er wordt een filtertopologie gekozen die in staat is de bekomen transfertfunktie  $TF(s)$  te realiseren. De waarden van de komponenten worden berekend.

Door de frekwentietransformatie wordt het synthese probleem herleid tot het ontwerp van een genormaliseerd laagdoorlaatfilter ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ). De filtersynthese wordt volledig uitgewerkt voor een genormaliseerd laagdoorlaatfilter (stap 3). Deze synthese wordt universeel door het toepassen van een gepaste frekwentietransformatie (stap 2 en 4).

## 2. SPECIFIKATIES VAN EEN GENORMALISEERD LAAGDOORLAATFILTER

Een laagdoorlaatfilter moet signalen doorlaten van DC tot de afsnijpulsatie  $\omega_c$  (de doorlaatband), met een versterking binnen de grenzen  $[K, K_p]$ . Frekwenties boven  $\omega_s$  (de sperband) moeten onderdrukt worden met minimum een faktor  $K/K_s$  t.o.v. de doorlaatband. Binnen de frekwentieband  $[\omega_c, \omega_s]$  (de transitieband) moet de weergave van het laagdoorlaatfilter overgaan van een versterking  $K_p$  naar een versterking  $K_s$ . De specifikaties van het laagdoorlaatfilter worden volledig beschreven met de 5 parameters:  $K, K_p, K_s, \omega_c, \omega_s$ .

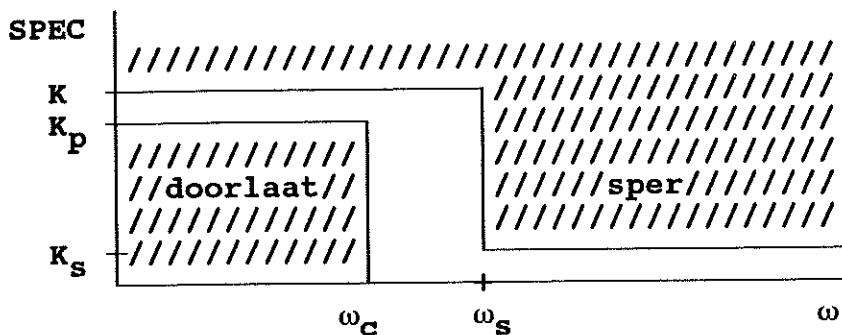


fig. 2.1 : SPECIFIKATIES VAN EEN LAAGDOORLAATFILTER

Om de afleiding algemeen te houden, worden de frekwenties genormaliseerd tov  $\omega_c$  ( $\Omega = \text{genormaliseerde frekventie}$ ):

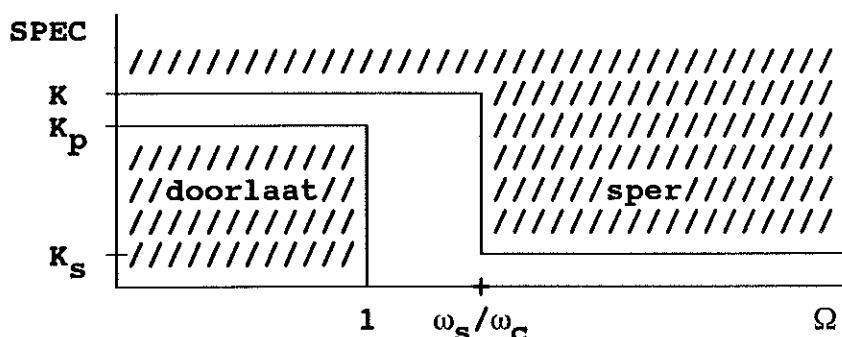
$$\Omega = \omega / \omega_c \quad (2.1)$$

In het amplitudedomein worden de specifikaties van het laagdoorlaatfilter aangegeven met versterking of verzwakking:

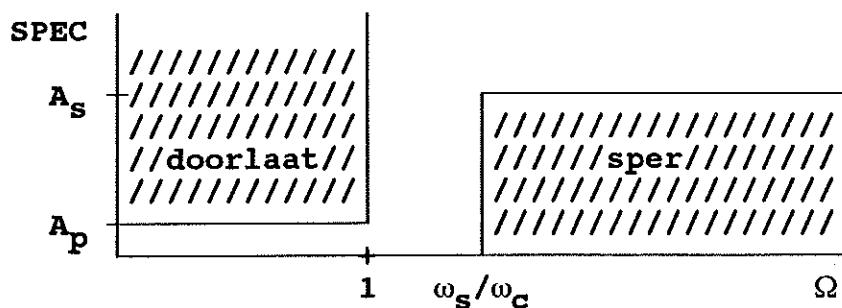
versterking :  $|L_n(\Omega)|$  ( $K = \text{max versterking in doorlaatband}$ )

verzwakking :  $|A(\Omega)| = 20 \log |K / L_n(\Omega)|$

#### LAAGDOORLAAT (versterking)



#### LAAGDOORLAAT (verzwakking)



#### S P E C I F I K A T I E S

$A_s = 20 \log (K/K_s) = \text{minimum verzwakking in sperband}$

$A_p = 20 \log (K/K_p) = \text{maximum verzwakking in doorlaatband}$

$\Omega_c = 1 = \text{afsnijpulsatie (doorlaatband)}$

$\Omega_s = \omega_s / \omega_c = \text{grenspulsatie sperband}$

$\omega_s - \omega_c = \text{transitieband}$

fig. 2.2 : SPECIFIKATIES GENORMALISEERD LAAGDOORLAATFILTER

### 3. REALISATIE

De benaderingstheorie levert een laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(s)$ , die voldoet aan de specificaties van fig. 2.2. Deze kan worden geschreven als een produkt van een aantal tweede orde trappen en een extra eerste orde trap voor filters van oneven orde (orde  $n = 2k + 1$  [oneven] of  $n = 2k$  [even]).

$$\text{oneven: } L_n(s) = Kf \frac{\Omega_{c0}}{s + \Omega_{c0}} \prod_{i=1}^k \frac{\Omega_{ni}^2}{s^2 + 2\zeta\Omega_{ni}s + \Omega_{ni}^2} \quad (3.1)$$

$$\text{even : } L_n(s) = Kf \prod_{i=1}^k \frac{\Omega_{ni}^2}{s^2 + 2\zeta\Omega_{ni}s + \Omega_{ni}^2} \quad (3.2)$$

Indien een filtertrap gerealiseerd wordt met de eigenschap:

$$Z_o = 0 \Omega \quad (3.3)$$

dan heeft de belasting van de filtertrap geen invloed op de transfertfunktie van de filtertrap. De transfertkarakteristiek van een kaskadeschakeling van filtertrappen is dan gelijk aan het produkt van transfertfunkties van de afzonderlijke filtertrappen:

$$F(s) = \prod_i F_i(s) \quad (3.4)$$

Indien deze vergelijking mag toegepast worden, dan kunnen de transfertfunkties (3.1) en (3.2) gerealiseerd worden als een kaskadeschakeling van een versterkertrap, een aantal tweede orde filtertrappen en een extra eerste orde filtertrap voor filters van oneven orde.

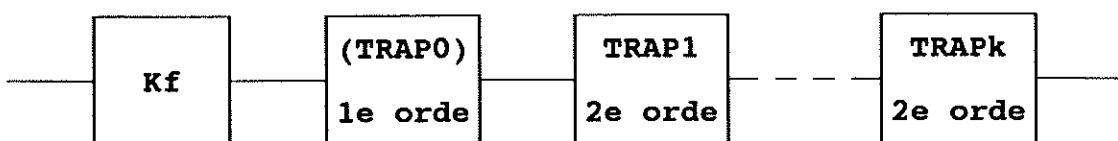


fig. 3.1 : REALISATIE VAN EEN HOGER ORDE FILTER ALS EEN KASKADESCHAKELING VAN 1STE/2DE ORDE TRAPPEN

Wordt de versterking in de filtertrappen zelf gerealiseerd, dan kan deze theoretisch op willekeurige wijze over de trappen verdeeld worden:

$$Kf = \pi K_i \quad (3.5)$$

#### 4. BENADERINGSTHEORIE

De weergave van een ideaal laagdoorlaatfilter is konstant (versterking  $K_f$ ) over de doorlaatband en valt terug op 0 bij de afsnijpulsatie  $\Omega_c$  (transitieband nul).

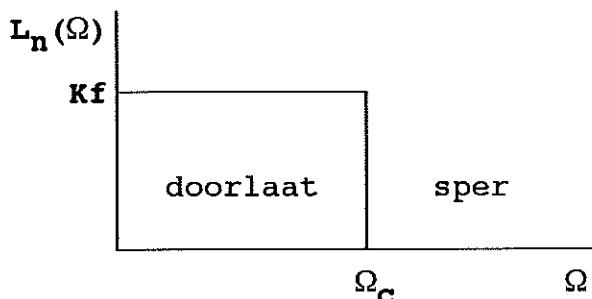


fig. 4.1: WEERGAVE VAN EEN IDEAAL LAAGDOORLAATFILTER

Deze weergave kan in de praktijk echter nooit gerealiseerd worden (oneindig grote orde nodig). De benaderingstheorie (approximation theory) bepaalt realiseerbare transfertfunkties die dit ideale gedrag tot een zekere orde benaderen.

##### 4.1 BUTTERWORTH BENADERING (MAXIMALLY FLAT)

###### a. TRANSFERTFUNKTIE

De amplituderesponsie van de Butterworth benadering is:

$$|L_n(\Omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot \Omega^{2n}}} \quad (4.1)$$

met  $n = \text{geheel}$

De amplitudeweergave bij drie typische frekwenties:

$\Omega$	$ L_n(\Omega) $	$ A(\Omega) $
0	K	0 dB
$\Omega_c = 1$	$\frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}$	$10 \log (1 + \varepsilon^2)$
$\infty$	$\frac{K}{\varepsilon \cdot \Omega^n}$	$20 \log \varepsilon + 20 n \log \Omega$

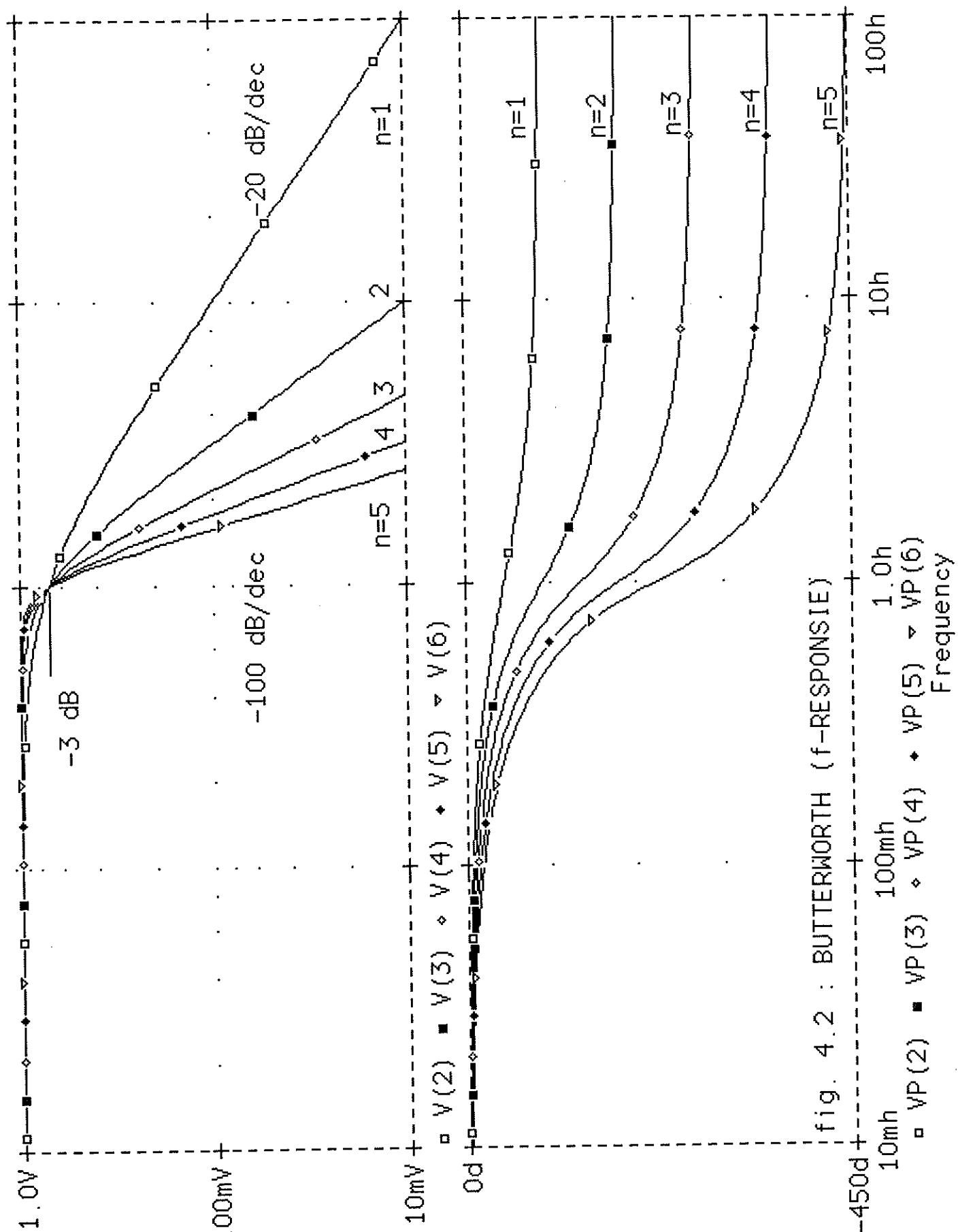


fig. 4.2 : BUTTERWORTH (f-RESPONSIE)

De Taylor expansie van (4.1) is:

$$|L_n(\Omega)| = Kf \left( 1 - \varepsilon^2 \Omega^{2n}/2 + \varepsilon^4 \Omega^{4n}/8 - \dots \right) \quad (4.2)$$

Hieruit volgt dat de  $2n-1$  eerste afgeleiden bij  $\Omega = 0$  (DC) gelijk zijn aan nul. Voor een veelterm van nde orde is dit het maximaal aantal afgeleiden dat nul kan gemaakt worden. Vandaar dat de Butterworth benadering ook "maximaal vlak" wordt genoemd. Voor de amplitude- en fasekarakteristiek zie fig. 4.2.

### b. POLE-ZERO PLOT

Wordt  $\varepsilon^{1/n}\Omega$  vervangen door  $s'/j$  dan wordt vergelijking (4.1)

$$|L_n(s)| = \frac{K}{\sqrt{1 + (s'/j)^{2n}}} \quad (4.3)$$

De polen zijn dus de nulpunten van:  $(s'/j)^{2n} = -1$

$$\Rightarrow (-1)^n (s')^{2n} = e^{j(2k-1)\pi} = -1 \quad k=0, 1, 2, \dots, 2n-1$$

$$\Rightarrow (s')^{2n} = e^{j(2k+n-1)\pi} \quad k=0, 1, 2, \dots, 2n-1$$

$$s = s' \cdot \varepsilon^{-1/n} = \varepsilon^{-1/n} \cdot e^{j\pi(2k+n-1)/2n} \quad k=0, \dots, 2n-1 \quad (4.4)$$

Het Butterworth filter bevat enkel polen ("all pole filter"). Deze zijn gelegen op een cirkel in het S vlak.

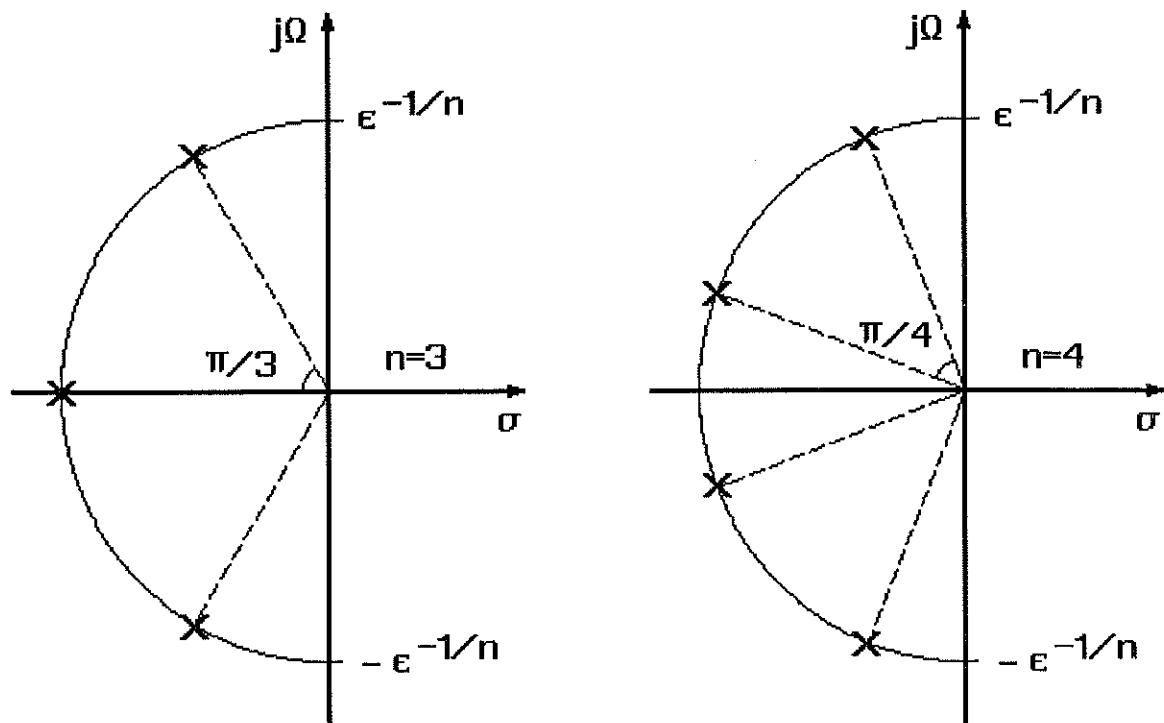


fig. 4.3 : POLE-ZERO PLOT VAN HET BUTTERWORTH FILTER

De complex toegevoegde polenparen (2de orde trappen) van het Butterworth filter zijn allen op dezelfde natuurlijke pulsatie afgestemd:

$$\Omega_{ni} = \epsilon^{-1/n} \quad (4.5)$$

Ze hebben dus allen een phasedraaiing van  $90^\circ$  op dezelfde frekwentie. De kwaliteitsfactoren zijn zodanig gekozen dat de combinatie van de trappen (samen met een eventuele 1ste orde trap) een maximaal vlakke transfertfunktie geven (fig. 4.4).

### c. ORDE

De specifikaties van het laagdoorlaatfilter worden volledig beschreven met de 5 parameters:  $K$ ,  $A_p$ ,  $A_s$ ,  $\omega_c$ ,  $\omega_s$ . Hieruit moeten de parameters  $\epsilon$  en  $n$  van het Butterworth filter (4.1) berekend worden, opdat de transfertfunktie  $L_n(s)$  voldoet aan de genormaliseerde specifikaties:

$$A_p = |A(\Omega_c)| = 10 \log (1 + \epsilon^2) \Rightarrow \epsilon$$

$$A_s = |A(\Omega_s)| = 10 \log (1 + \epsilon^2 \cdot (\omega_s / \omega_c)^{2n}) \Rightarrow n$$

Oplossen van deze vergelijkingen geeft uitdrukkingen voor de parameters  $\epsilon$  en  $n$  (geheel):

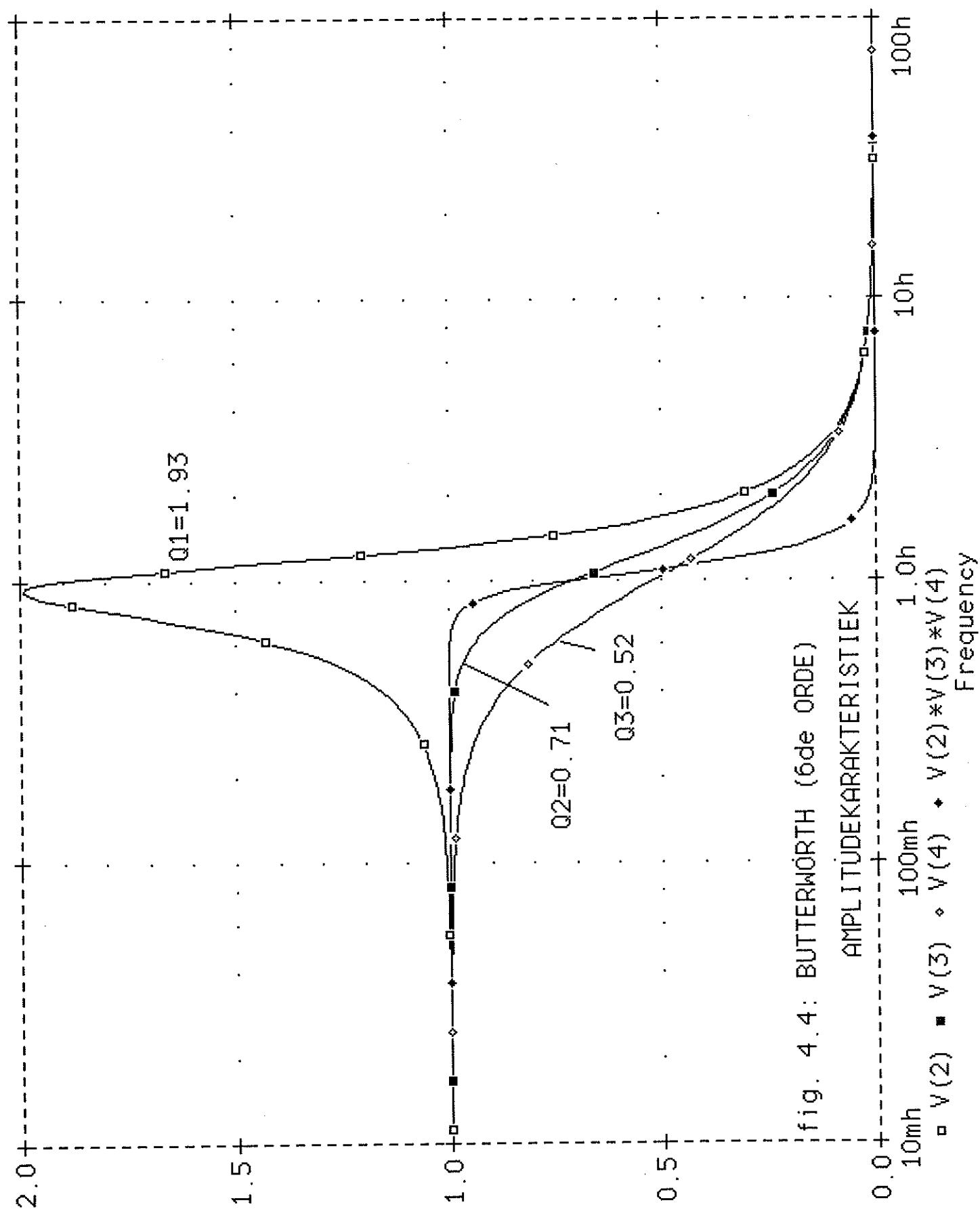
$$\epsilon = \sqrt{\frac{A_p/10}{10^{A_p/10} - 1}} \quad (4.6)$$

$$n \geq \frac{\log \sqrt{\frac{A_s/10}{10^{A_s/10} - 1}}}{\log (\omega_s / \omega_c)}$$

$$(4.7)$$

$\epsilon$  is een maat voor de maximale onderdrukking in de doorlaatband. In het bijzondere geval  $A_p = 3\text{dB}$ , is  $\epsilon = 1$ .

$n$  is het geheel getal dat de orde van het Butterworth filter geeft. Hoe hoger de orde, hoe meer polen en dus hoe meer filtertrappen die in kaskade moeten gezet worden.  $n$  is dus het kleinste geheel getal dat voldoet aan (4.7).



## 4.2 CHEBYSHEV BENADERING (EQUIRIPPLE)

### a. CHEBYSHEV VEELTERMEN

De  $n$ de orde Chebyshev veelterm wordt gedefinieerd als:

$$C_n(\Omega) = \cos(n \arccos \Omega) \quad |\Omega| \leq 1 \quad (4.8a)$$

$$C_n(\Omega) = \cosh(n \operatorname{arccosh} \Omega) \quad |\Omega| > 1 \quad (4.8b)$$

Voor de  $\operatorname{arccosh}$  functie is algemeen geldig :

$$\operatorname{arccosh}(\Omega) = \ln(\Omega + \sqrt{\Omega^2 - 1}) \quad \text{voor } \Omega \geq 1$$

Uit (4.8) volgen onmiddellijk de veeltermen (0de & 1ste orde):

$$C_0(\Omega) = 1$$

$$C_1(\Omega) = \Omega$$

De hogere orde veeltermen kunnen bekomen worden door de rekursieve vergelijking:

$$C_{n+1}(\Omega) = 2\Omega \cdot C_n(\Omega) - C_{n-1}(\Omega) \quad (4.9)$$

Een set van Chebyshev veeltermen is weergegeven in tabel 4.1.

n	$C_n(\Omega)$
0	1
1	$\Omega$
2	$2\Omega^2 - 1$
3	$4\Omega^3 - 3\Omega$
4	$8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1$
5	$16\Omega^5 - 20\Omega^3 + 5\Omega$
6	$32\Omega^6 - 48\Omega^4 + 18\Omega^2 - 1$
.	
n	$2^{n-1}\Omega^n - \dots$

TABEL 4.1 : CHEBYSHEV VEELTERMEN

Eigenschappen van de Chebyshev veeltermen:

1. De nulpunten van de veelterm liggen in het interval  $\Omega < 1$
2. Binnen het interval  $\Omega < 1$  geldt:  $0 \leq |C_n(\Omega)| \leq 1$   
(dit volgt dadelijk uit 4.8.a).
3.  $|C_n(0)| = 1$       n even      ;       $|C_n(0)| = 0$       n oneven
4.  $C_n(1) = 1$
5. Binnen het interval  $0 \leq \Omega \leq 1$  heeft  $C_n(\Omega)$  n 'raakpunten' met de horizontale lijnen 0 en 1.
6. Boven  $\Omega=1$  stijgt  $|C_n(\Omega)|$  snel met  $\Omega$ , in de limiet  $2^{n-1}\Omega^n$ .

## b. TRANSFERTFUNKTIE

De amplituderesponsie van de Chebyshev benadering is:

$$|L_n(\Omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot C_n(\Omega)^2}} \quad (4.10)$$

met  $n = \text{geheel}$

De amplitudeweergave bij drie typische frekwenties:

$\Omega$	$ L_n(\Omega) $	$ A(\Omega) $
$0$ $n$ even	$\frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}$	$10 \log (1 + \varepsilon^2)$
$n$ oneven	$\frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}$	$0 \text{ dB}$
$\Omega_c = 1$	$\frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}$	$10 \log (1 + \varepsilon^2)$
$\infty$	$\frac{K}{\varepsilon \cdot 2^{n-1} \cdot \Omega^n}$	$20 \log \varepsilon + 6(n-1) + 20n \log \Omega$

De Chebyshev transfertfunktie  $|L_n(\Omega)|$  vertoont in de doorlaatband ( $0 \leq \Omega \leq 1$ ) een rimpel (fig. 4.5) tussen:

maximum	$K$
minimum	$K / \sqrt{1 + \varepsilon^2}$

Deze rimpel is konstant (vandaar de naam "equiripple"). De rimpelhoogte of afstand tussen maximum en minimum is:

$$\text{rimpelhoogte} = K \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \right) \quad (4.11)$$

De parameter  $\varepsilon$  bepaalt de maximum rimpel in de doorlaatband. In de sperband daalt de weergave van het Chebyshev filter met  $20.n \text{ dB/dec}$ , met een initiële onderdrukking van  $6(n-1) \text{ dB}$  meer dan bij het Butterworth filter (vb.  $n=6 \rightarrow 30 \text{ dB}$ ). Door het vlak verloop in de doorlaatband vrij te geven (dus rimpel toe te laten), wordt een grotere onderdrukking in de transitieband en de sperband bekomen. De orde  $n$  van het filter bepaalt de onderdrukking in de sperband. Voor eenzelfde onderdrukking is dus een kleinere orde vereist dan bij het Butterworth filter.

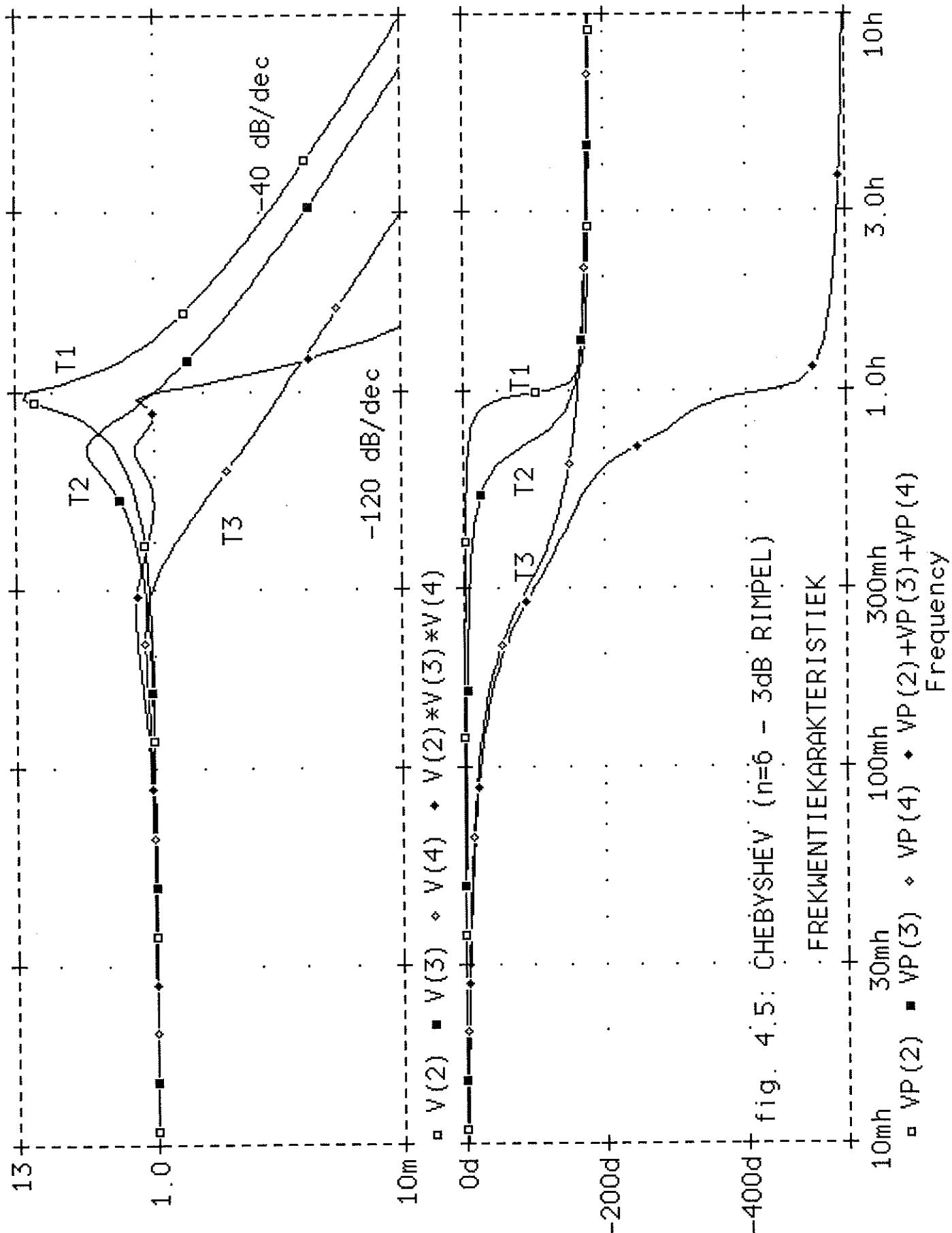


fig. 4.5: CHEBYSHEV ( $n=6$  - 3dB RIMPEL)

FREQUENTIEKARAKTERISTIEK

$\square$   $V(2)$     $\blacksquare$   $V(3)$     $\diamond$   $V(4)$     $\bullet$   $V(2)*V(3)*V(4)$   
 Frequency

### c. POLE-ZERO PLOT

Het Chebyshev filter bevat enkel polen ("all pole filter"). Deze polen  $s_k = \sigma_k + j\Omega_k$  liggen op een ellips in het S vlak:

$$\frac{\sigma_k^2}{\sinh^2 \beta_k} + \frac{\Omega_k^2}{\cosh^2 \beta_k} = 1 \quad (4.12)$$

$$\text{met } \beta_k = (1/n) \operatorname{arcsinh} (1/\varepsilon) \quad (4.13)$$

De focus van de ellips ligt op  $\Omega = \pm 1$ . De snijpunten met de reële en imaginaire as voor een aantal waarden van  $\varepsilon$  ( $n=6$ ):

$A_p$	$\varepsilon$	$\beta_k$	$\sinh \beta_k$	$\cosh \beta_k$
3 dB	1	0.147	0.147	1.011
2 dB	0.765	0.180	0.181	1.016
1 dB	0.508	0.238	0.240	1.028

De ellips komt dichter bij de imaginaire as te liggen naarmate de rimpel in de doorlaatband groter wordt ( $\varepsilon$  groter) en de orde  $n$  stijgt. De kwaliteitsfactor van de complex toegevoegde polen neemt dus toe.

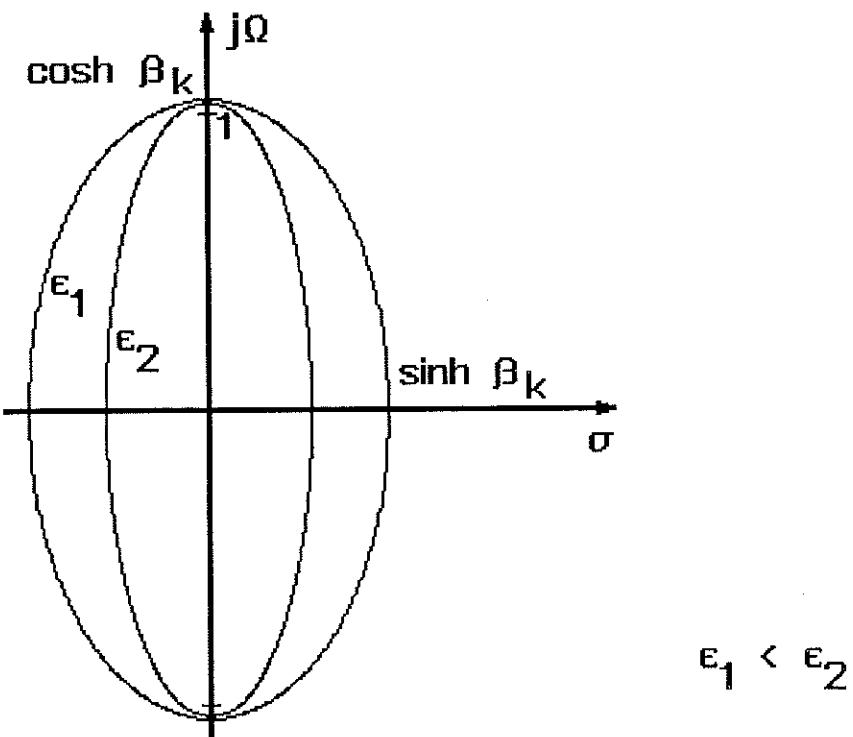


fig. 4.6 : ROOT LOCUS VAN CHEBYSHEV FILTER POLEN

Daar de polen op een ellips liggen, zijn de filtertrappen op verschillende natuurlijke pulsaties afgestemd (de meesten kleiner dan  $\omega_C$ ). De fasedraaiing van  $90^\circ$  treedt dus ook bij verschillende frequenties op. Dit geeft een meer grillig faseverloop (fig. 4.5) dan bij het Butterworth filter. De trappen met de hoogste natuurlijke pulsatie (dichtst tegen de transitieband) hebben de hoogste kwaliteitsfactor (fig. 4.7). Dit geeft een grote 'roll-off' in de transitieband.

#### d. ORDE

De specifikaties van het laagdoorlaatfilter worden volledig beschreven met de 5 parameters:  $K$ ,  $A_p$ ,  $A_s$ ,  $\omega_C$ ,  $\omega_s$ . Hieruit moeten de parameters  $\epsilon$  en  $n$  van het Chebyshev filter (4.10) berekend worden, opdat de transfertfunktie  $L_n(S)$  voldoet aan de genormaliseerde specifikaties:

$$A_p = |A(\Omega_C)| = 10 \log (1 + \epsilon^2) \Rightarrow \epsilon$$

$$A_s = |A(\Omega_s)| = 10 \log (1 + \epsilon^2 \cdot c_n^2(\omega_s/\omega_C)) \Rightarrow n$$

Gebruik makend van de definitie formule van de Chebyshev veelterm in de sperband (4.8b):

$$c_n(\omega_s/\omega_C) = \cosh(n \operatorname{arccosh}(\omega_s/\omega_C))$$

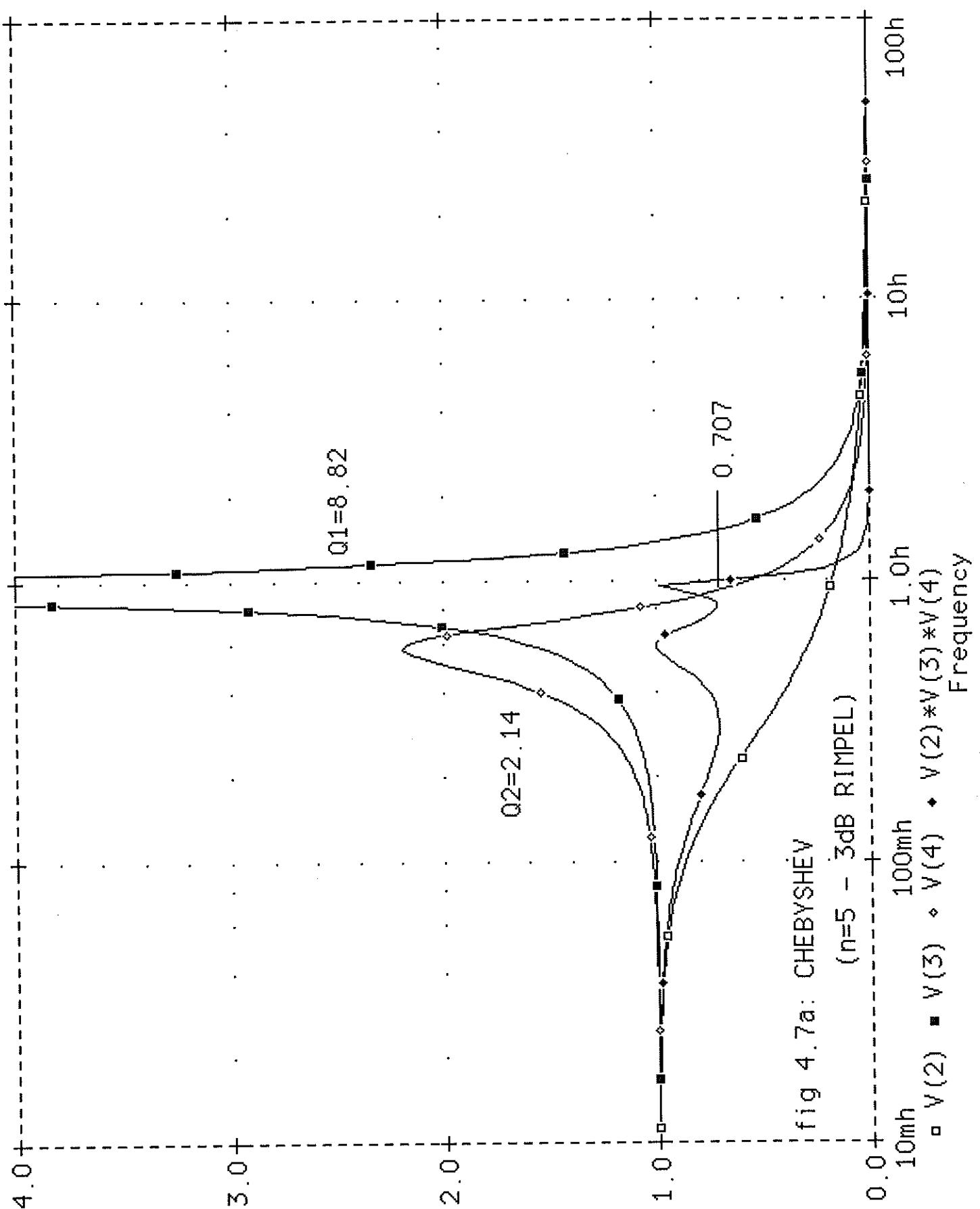
kunnen uitdrukkingen voor de parameters  $\epsilon$  en  $n$  (geheel) worden bepaald:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{A_p/10}{10} - 1} \quad (4.14)$$

$$n \geq \frac{\operatorname{arccosh} \left( \frac{A_s/10}{\sqrt{\frac{A_p/10}{10} - 1}} \right)}{\operatorname{arccosh} (\omega_s / \omega_C)} \quad (4.15)$$

$\epsilon$  is een maat voor de rimpel in de doorlaatband. In het bijzondere geval  $A_p = 3\text{dB}$ , is  $\epsilon = 1$ .

$n$  is het geheel getal dat de orde van het Chebyshev filter geeft. Hoe hoger de orde hoe meer polen en dus hoe meer filtertrappen die in kaskade moeten gezet worden. Het is dus het kleinste geheel getal dat voldoet aan (4.15).



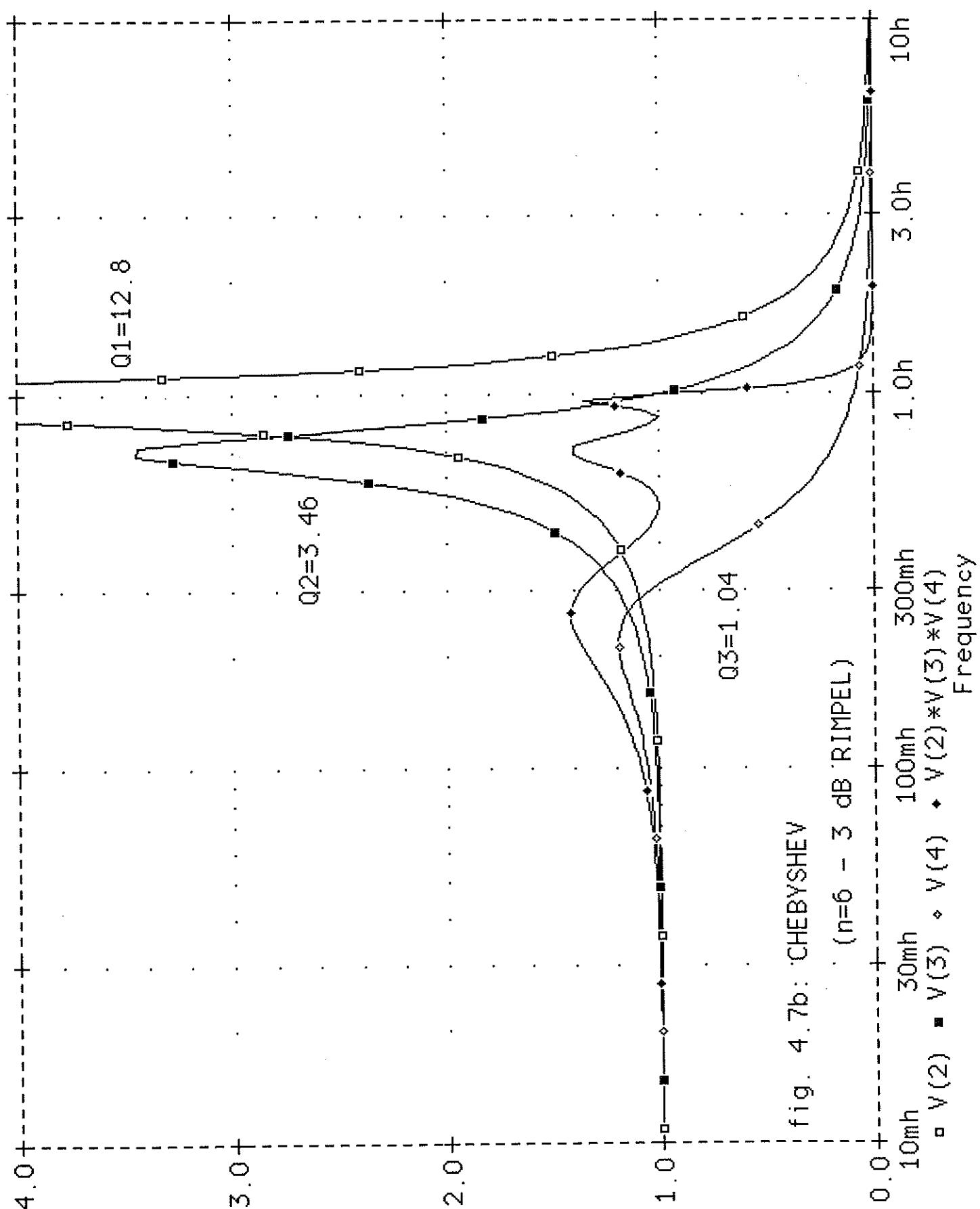


fig. 4.7b: CHEBYSHEV

( $n=6$  -  $-3 \text{ dB RIMPEL}$ )

### 4.3 BESSSEL BENADERING (LINEAR-PHASE)

#### a. BESSSEL VEELTERMEN

De Bessel veeltermen van 0de en 1ste orde zijn:

$$B_0(s) = 1$$

$$B_1(s) = s + 1$$

De hogere orde veeltermen kunnen bekomen worden door de rekursieve vergelijking:

$$B_n(s) = (2n - 1)B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s) \quad (4.16)$$

Een set van Bessel veeltermen is weergegeven in tabel 4.2.

n	$B_n(\Omega)$
0	1
1	$s + 1$
2	$s^2 + 3s + 3$
3	$s^3 + 6s^2 + 15s + 15$
4	$s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105$
5	$s^5 + 15s^4 + 105s^3 + 420s^2 + 945s + 945$
.	
n	$s^n + \dots$

TABEL 4.2 : BESSSEL VEELTERMEN

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

De transfertfunktie van de Bessel benadering is:

$$L_n(s) = K \frac{B_n(0)}{B_n(s)} \quad (4.17)$$

en is een veeltermbenadering van de transfertfunktie van een ideale vertragingslijn (vertraging  $T = 1$  sec):

$$D(s) = K \cdot e^{-sT} \quad (4.18)$$

De vertragingskarakteristiek (delay) van  $L_n(s)$  bij DC is maximaal vlak. Er is een maximum aan afgeleiden gelijk aan nul.

De amplitudeweergave bij typische frekwenties:

$\Omega$	$ L_n(\Omega) $	$ A(\Omega) $
0	K	0 dB
$\infty$	$\frac{K B_n(0)}{\Omega^n}$	$-20 \log (B_n(0)) + 20n \log \Omega$

Het vlakke verloop in de vertragingss karakteristiek wordt bekomen ten koste van een verminderde onderdrukking in de sperband. Daar  $B_n(0) \gg 1$  is de term  $-20 \log (B_n(0))$  sterk negatief. Deze moet gekompenseerd worden met een hogere orde. De onderdrukking in de sperband is zelfs lager dan deze voor de Butterworth benadering.

### c. POLE-ZERO PLOT

Het Bessel filter bevat enkel polen ("all pole filter"). De trappen zijn afgestemd op verschillende natuurlijke pulsaties, allen groter dan  $\omega_c$ . De kwaliteitsfactoren zijn klein (de meesten kleiner dan 1) om een zo vlak mogelijk faseverloop te bekomen. De trap met de hoogste natuurlijke pulsatie heeft de grootste kwaliteitsfactor.

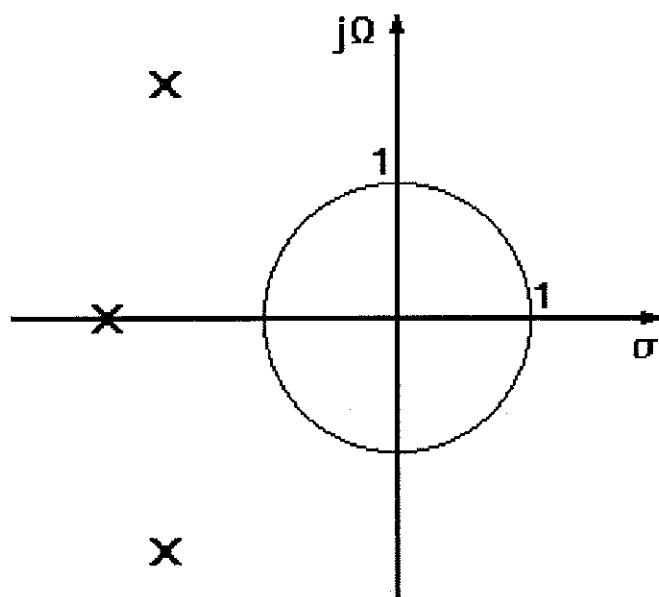


fig. 4.8 : POLE-ZERO PLOT VAN HET BESSSEL FILTER (n=3)

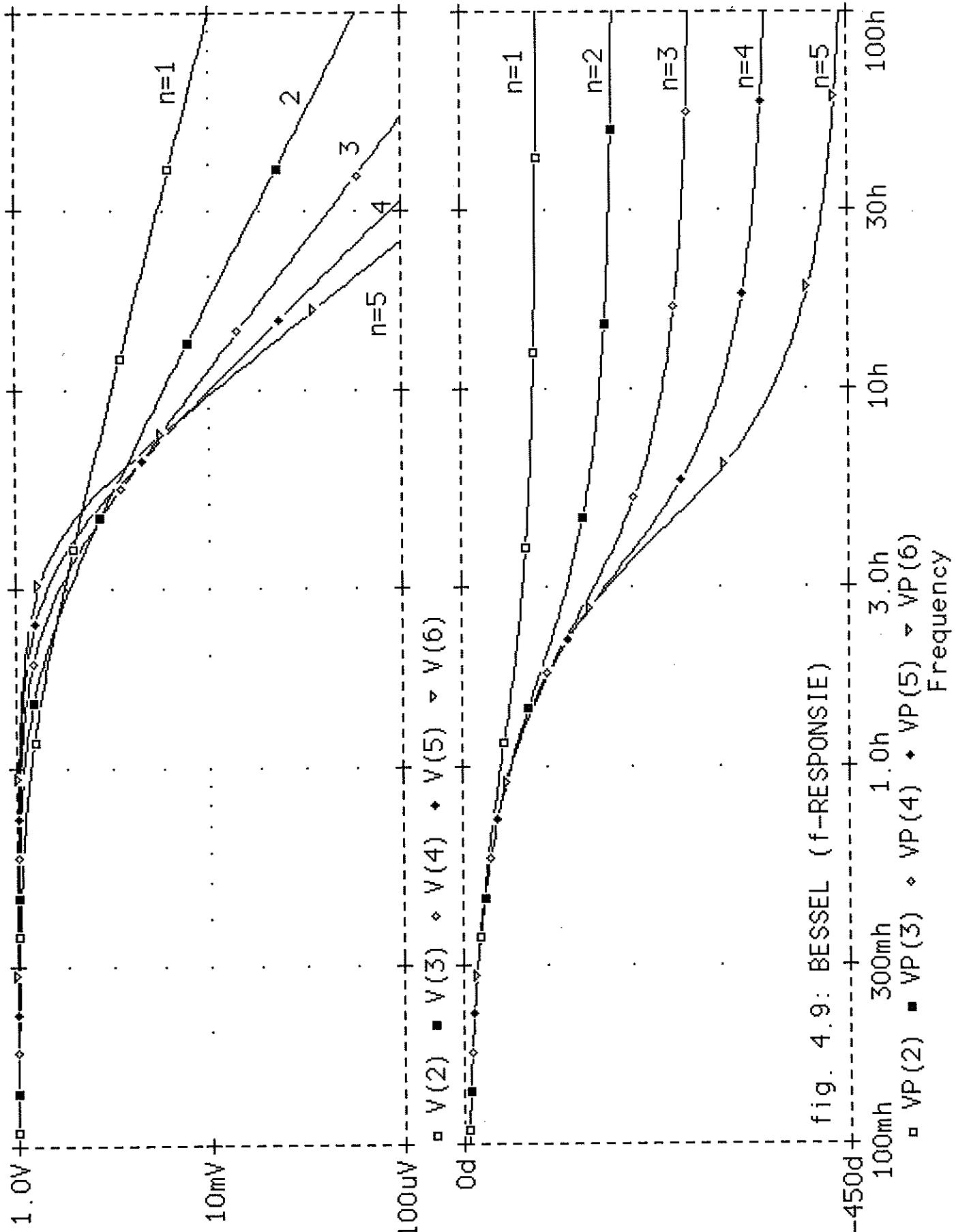


fig. 4.9: BESSEL (f-RESPONSIE)

-450d +  
100mHz      300mHz      1.0h      3.0h  
□ V(2)      ■ V(3)      ◆ V(4)      ♦ V(5)      ▲ V(6)  
Filters - FO19

## 5. VERGELIJKING

Om te bepalen welke van de drie 'all-pole' benaderingen het meest geschikt is voor een bepaalde toepassing, worden deze vergeleken op basis van de pole-zero plot, de amplitude- en faseresponsie, de stapresponsie.

### a. POLE-ZERO PLOT

De polen van het Butterworth filter liggen op een halve cirkel. Deze van het Chebyshev filter liggen op een ellips die smaller wordt naarmate de rimpel toeneemt. Deze van het Bessel filter liggen op een kurve buiten de Butterworth halve cirkel. De Chebyshev polen hebben voor een gegeven  $n$  de hoogste  $Q$ .

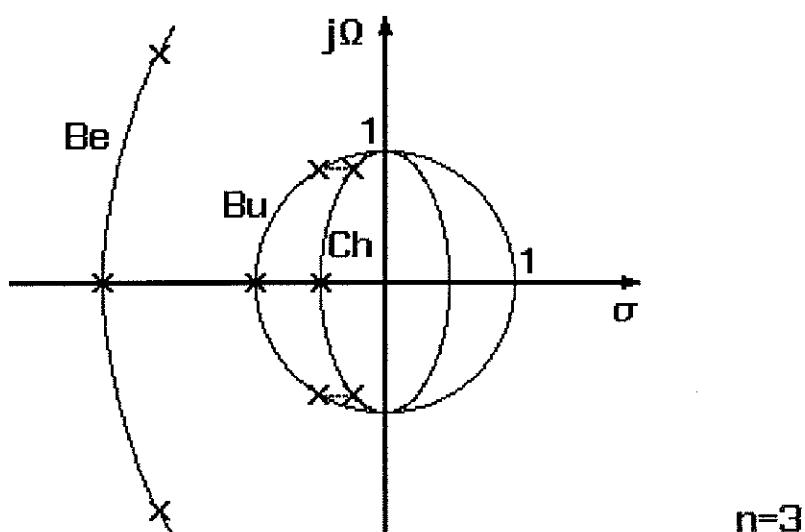


fig. 4.10 : POLE-ZERO PLOT

### b. FREKWENTIERESPONSIE (fig. 4.11)

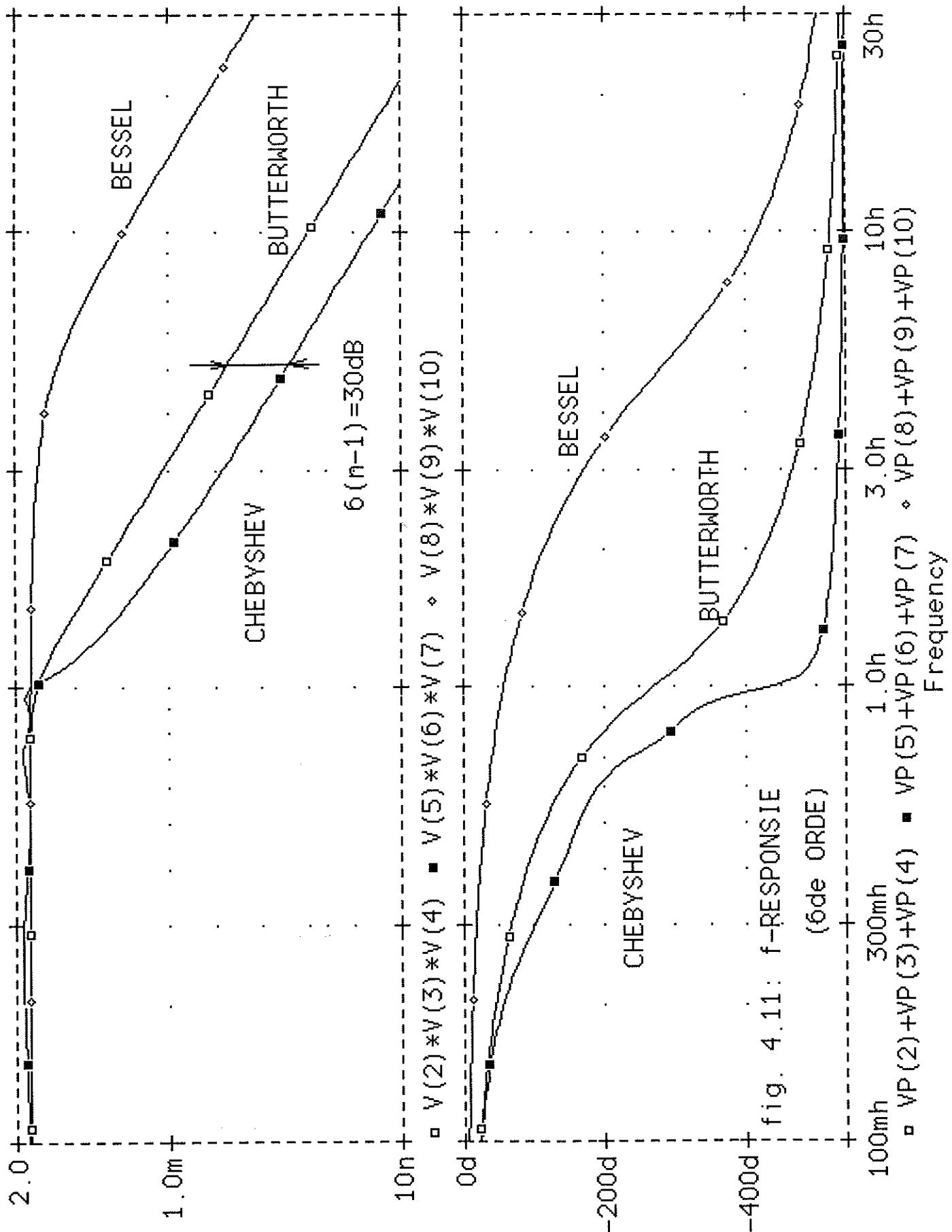
**AMPLITUDERESPONSIE :** Door de trappen met hoge  $Q$  nabij de transitieband, heeft het Chebyshev filter de grootste onderdrukking buiten de doorlaatband, ten koste van rimpel binnen de doorlaatband.

**FASERESPONSIE :** De lage kwaliteitsfaktoren geven aan het Besselfilter een zeer lineair faseverloop (bij kleine  $Q$  wijkt de fase over een breed frekwentieinterval). Het Chebyshev filter heeft een uitgesproken niet-lineair verloop.

### c. STAPRESPONSIE (fig. 4.12)

De stapresponsie van het Chebyshev filter vertoont ringing en heeft een grote settling time omwille van de trappen met hoge kwaliteitsfactor (kleine damping). Dit uit zich ook in het grillig faseverloop.

Het Bessel filter is opgebouwd met trappen met lage kwaliteitsfactor. Daarom vertoont de stapresponsie geen ringing.



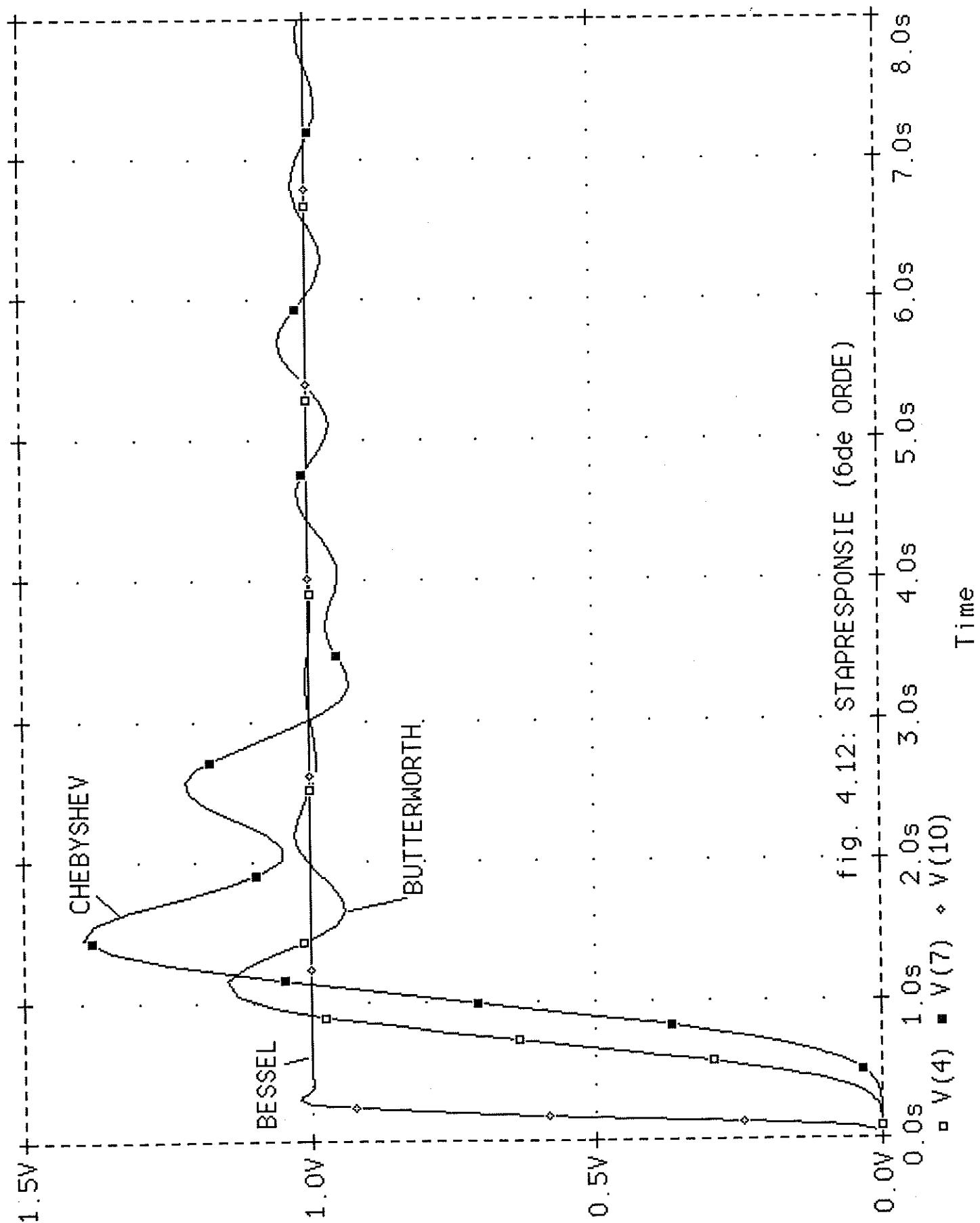


fig. 4.12: STAPRESPONSIE (6de ORDE)

## 6. TABELLEN

De laagdoorlaatfilter transfertfunkties voor de verschillende benaderingen worden in tabellen samengevat. Om deze universeel te maken, is de frekwentie genormaliseerd tov  $\omega_C$ , de afsnijpulsatie van het totaal filter:

$$S = s/\omega_C$$

De transfertfunktie voldoet dus aan de genormaliseerde specificaties van fig. 2.2.

### a. EERSTE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie van een eerste orde laagdoorlaat trap, zoals die in tabellen wordt teruggevonden:

$$F_{ldl}(S) = \frac{K \cdot C}{S + C} \quad (6.1)$$

met  $C$  = filtercoëfficient uit de tabel  
 $= \omega_3/\omega_C = 3\text{dB}$  pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$   
 $K$  = DC versterking van de filtertrap

### b. TWEEDE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie van een tweede orde laagdoorlaat trap, zoals die in tabellen wordt teruggevonden:

$$F_{ldl}(S) = \frac{K \cdot C}{(S^2 + B \cdot S + C)} \quad (6.2)$$

met  $B, C$  = filtercoëfficiënten uit de tabel  
 $K$  = DC versterking van de filtertrap

Door identifikatie met de algemene voorstelling:

$$F_{ldl}(S) = \frac{K \cdot \Omega_n^2}{(S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_n \cdot S + \Omega_n^2)} \quad (6.3)$$

met  $\Omega_n = \omega_n/\omega_C$   
 $=$  natuurlijke pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$

worden volgende verbanden bekomen:

$$\Omega_n = \sqrt{C} \quad \zeta = B / 2\sqrt{C} \quad Q = \sqrt{C}/B \quad \Omega_{bw} = Q/\Omega_n = B$$

## FREKWENTIETRANSFORMATIES

### 1. PRINCIPE FREKWENTIETRANSFORMATIE

De wiskundige benaderingen (Butterworth, Chebyshev, Bessel, Invers Chebyshev, Elliptisch), worden in tabellen samengevat voor een laagdoorlaatfilter met afsnijpulsatie  $\omega_c = 1\text{Hz}$ . Door gebruik te maken van frekwentietransformatie worden de tabellen algemeen toepasbaar bij het ontwerp van een laagdoorlaat, hoogdoorlaat, symmetrische banddoorlaat, symmetrische bandsper filter.

De specifikaties van een ldl, hdl, bdl, bsp filter worden eerst omgezet naar specifikaties van een laagdoorlaatfilter met  $\omega_c = 1\text{Hz}$ . Uit de tabellen kan de genormaliseerde laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(s)$  gehaald worden, die aan deze specifikaties voldoet.  $L_n(s)$  wordt dan getransformeerd naar de gewenste ldl, hdl, bdl, bsp transfertfunktie  $H(s)$ .

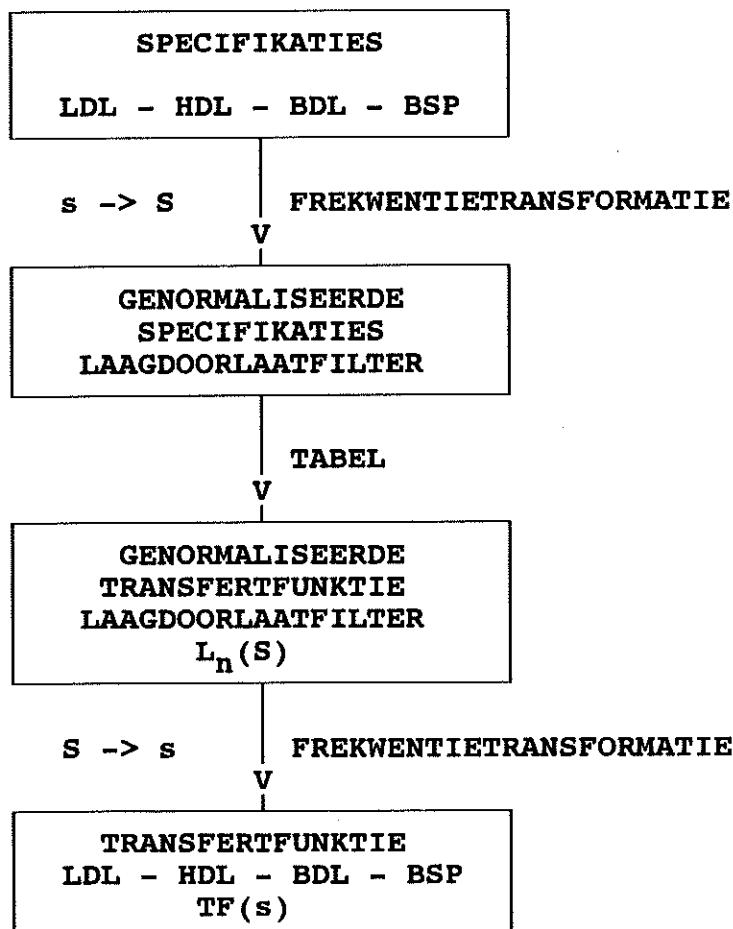


fig. 1.1 : PRINCIPE FREKWENTIETRANSFORMATIE

## 2. LAAGDOORLAATFILTER

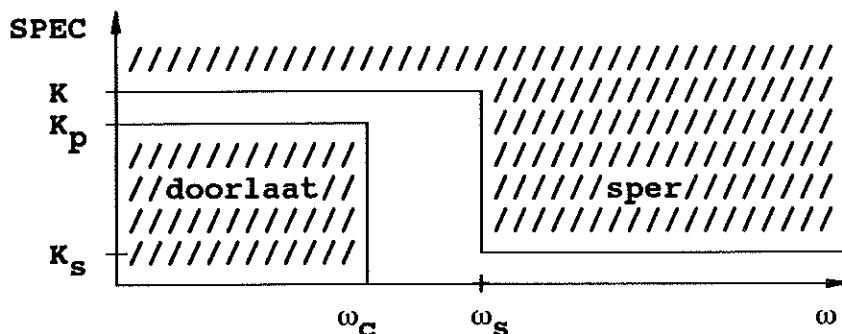
### 2.1 SPECIFIKATIES

In het amplitudedomein worden de specifikaties van het laagdoorlaatfilter aangegeven met versterking of verzwakking:

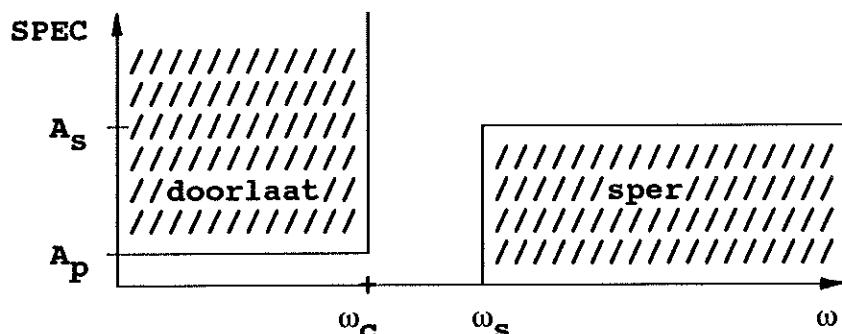
versterking :  $|H(\omega)|$  ( $K = \text{max versterking in doorlaatband}$ )

$$\text{verzwakking : } |A(\omega)| = 20 \log \left| \frac{K}{H(\omega)} \right|$$

LAAGDOORLAAT (versterking)



LAAGDOORLAAT (verzwakking)



#### S P E C I F I K A T I E S

$A_s = 20 \log (K/K_s) = \text{minimum verzwakking in sperband}$

$A_p = 20 \log (K/K_p) = \text{maximum verzwakking in doorlaatband}$

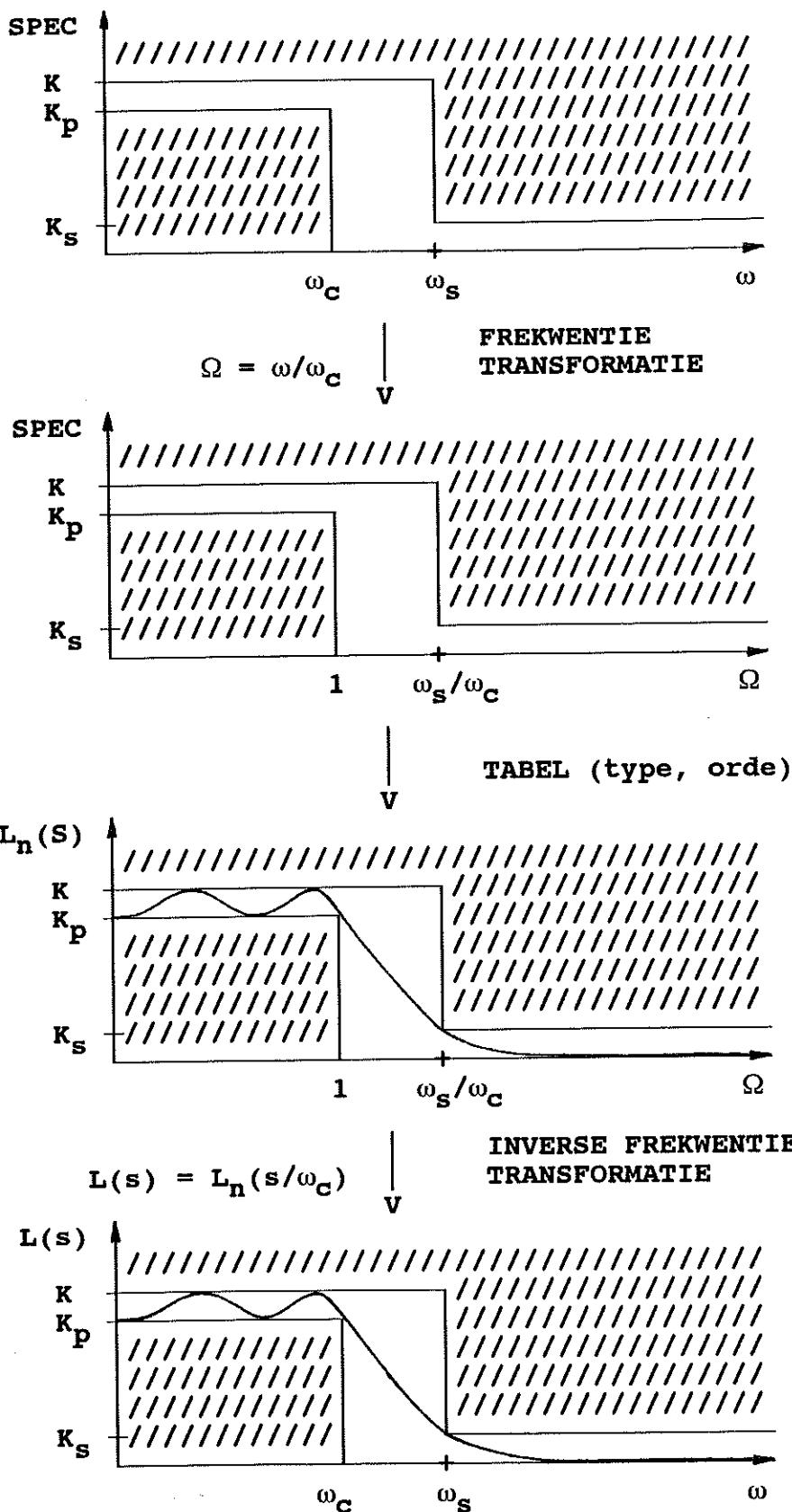
$\omega_c = \text{afsnijpulsatie (doorlaatband)}$

$\omega_s = \text{grenspulsatie sperband}$

$\omega_s - \omega_c = \text{transitieband}$

fig. 2.1 : SPECIFIKATIES LAAGDOORLAATFILTER

## 2.2 FREKWENTIETRANSFORMATIE : LAAGDOORLAAT



Met de frekwentietransformatie:

$$s = \frac{s}{\omega_c} \quad (2.1)$$

worden de specifikaties van een laagdoorlaatfilter omgezet in de specifikaties van een genormaliseerd laagdoorlaatfilter ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ):

$s(\text{LDL})$	$s(\text{LDL}_n)$
DC	DC
$\infty$	$\infty$
$\omega_c$	1
$\omega_s$	$\omega_s/\omega_c$

Met dezelfde frekwentietransformatie wordt de transfertfunktie van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter  $L_n(s)$ , zoals deze volgt uit de beschikbare tabellen, omgezet in de gezochte transfertfunktie  $L(s)$  van het laagdoorlaatfilter:

$$L(s) = L_n(s/\omega_c) \quad (2.2)$$

Deze voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties van het laagdoorlaatfilter.

### 2.3 EERSTE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een eerste orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt teruggevonden, is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s + C} \quad (2.3)$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (2.1) wordt een eerste orde laagdoorlaatfilter bekomen:

$$L(s) = L_n(s/\omega_c) = \frac{C \cdot \omega_c}{s + (C \cdot \omega_c)}$$

met genormaliseerde 3dB frekventie:

$$\Omega_3 = \omega_3/\omega_c = C \quad (2.4)$$

## 2.4 TWEEDE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een tweede orde laagdoorlaat-trap (zoals in de tabellen), is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s^2 + B.s + C} \quad (2.5)$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (2.1) wordt een tweede orde laagdoorlaatfilter bekomen:

$$L(s) = L_n\left(\frac{s}{\omega_c}\right) = \frac{C \cdot \omega_c^2}{s^2 + B \cdot \omega_c \cdot s + C \cdot \omega_c^2}$$

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 2de orde systeem, volgen dadelijk volgende eigenschappen:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_c} = \sqrt{C} \quad Q = \frac{\sqrt{C}}{B} \quad \Omega_{bw} = \frac{BW}{\omega_c} = \frac{\Omega_n}{Q} = B \quad (2.6)$$

Enkel de frekwentie-as wordt gewijzigd. De kwaliteitsfactor  $Q$  (amplitude opslingerung) blijft behouden. In de pole-zero plot verschuiven de polen volgens een straal ( $\cos\theta=1/2Q=\zeta=kte!$ ).

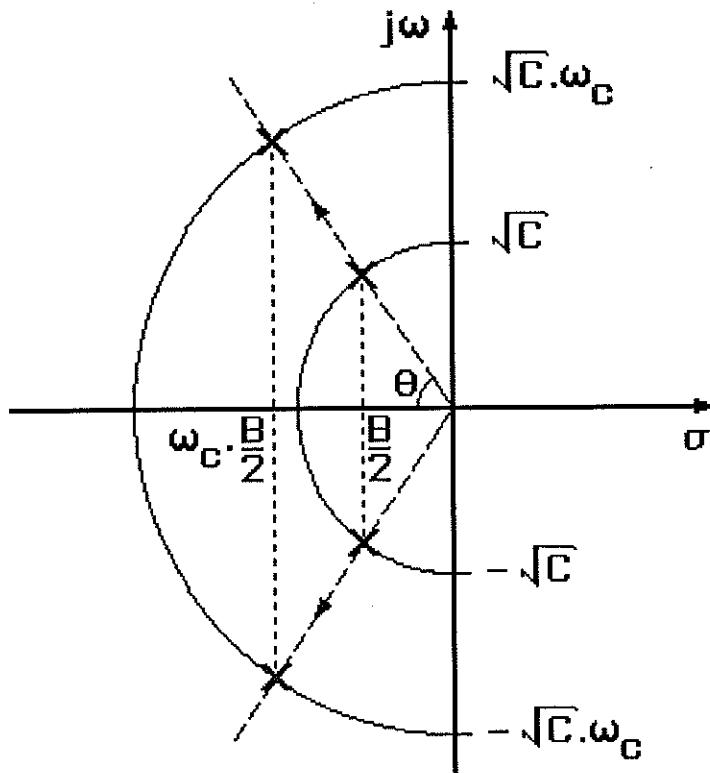
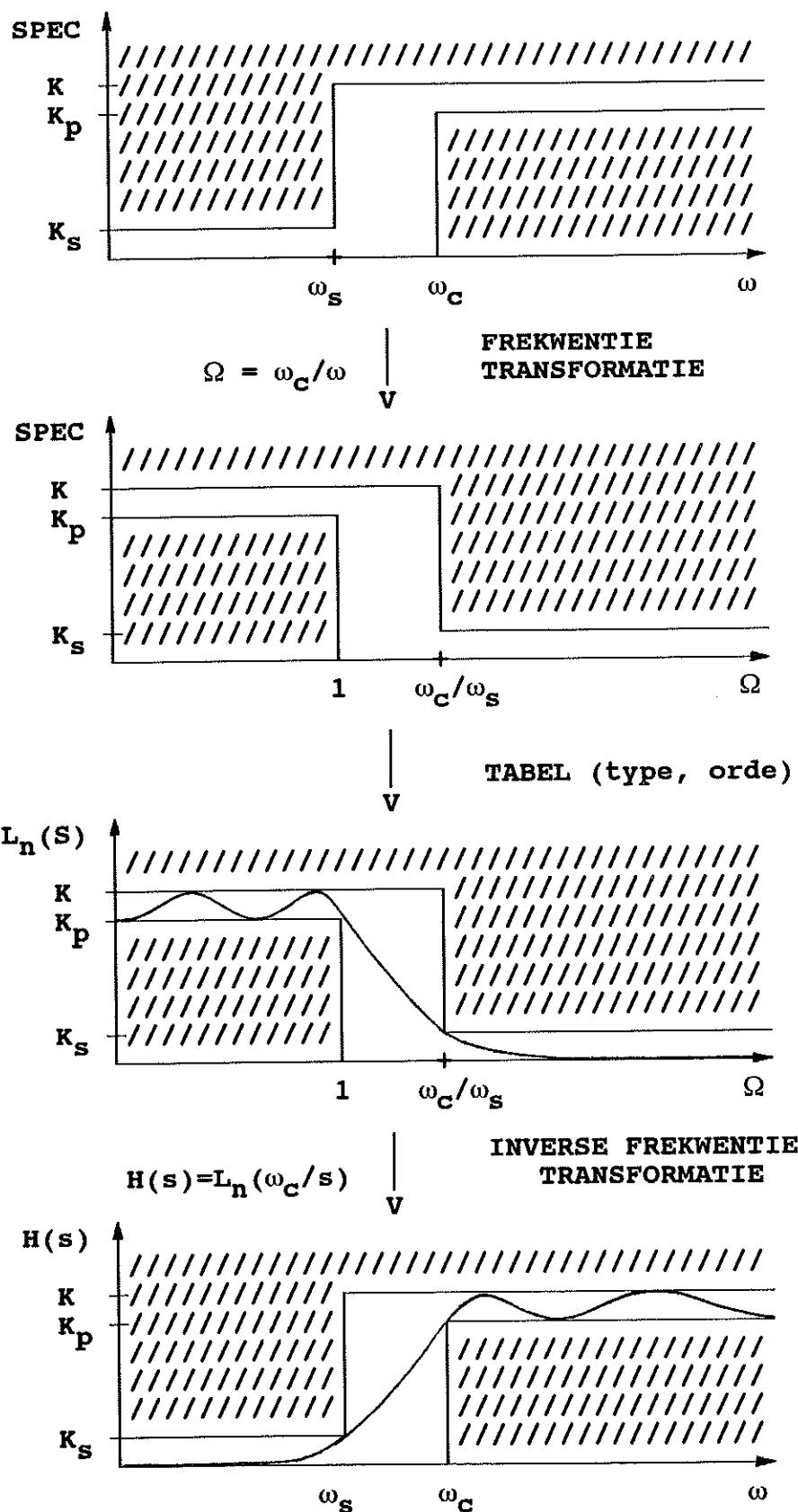


fig. 2.2 : FREKVENTIETRANSFORMATIE IN POLE-ZERO PLOT

### 3. HOOGDOORLAAT FILTER

#### 3.1 FREKWENTIETRANSFORMATIE : HOOGDOORLAAT



Met de frekwentietransformatie:

$$s = \frac{\omega_c}{s} \quad (3.1)$$

worden de specifikaties van een hoogdoorlaatfilter omgezet in de specifikaties van een genormaliseerd laagdoorlaatfilter ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ):

$s(\text{HDL})$	$ s (\text{LDL}_n)$
DC	$\infty$
$\infty$	DC
$\omega_c$	1
$\omega_s$	$\omega_c/\omega_s$

Met dezelfde frekwentietransformatie wordt de transfertfunktie van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter  $L_n(s)$ , zoals deze volgt uit de beschikbare tabellen, omgezet in de gezochte transfertfunktie  $H(s)$  van het hoogdoorlaatfilter:

$$H(s) = L_n(\omega_c/s) \quad (3.2)$$

Deze voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties van het hoogdoorlaatfilter.

### 3.2 EERSTE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een eerste orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt teruggevonden, is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s + C}$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (3.1) wordt een eerste orde hoogdoorlaatfilter bekomen:

$$H(s) = L_n(\omega_c/s) = \frac{s}{s + (\omega_c/C)} \quad (3.3)$$

met genormaliseerde 3dB frekventie:

$$\Omega_3 = \omega_3/\omega_c = 1 / C \quad (3.4)$$

### 3.3 TWEEDE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een tweede orde laagdoorlaat-trap (zoals in de tabellen), is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s^2 + B.s + C}$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (3.1) wordt een tweede orde hoogdoorlaatfilter bekomen:

$$H(s) = L_n\left(\frac{\omega_c}{s}\right) = \frac{s^2}{s^2 + (B/C).s + \omega_c^2/C} \quad (3.5)$$

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 2de orde systeem, volgen dadelijk volgende eigenschappen:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_c} = \frac{1}{\sqrt{C}} \quad Q = \frac{\sqrt{C}}{B} \quad \Omega_{bw} = \frac{BW}{\omega_c} = \frac{\Omega_n}{Q} = \frac{B}{C} \quad (3.6)$$

Enkel de frekwentie-as wordt gewijzigd. De kwaliteitsfactor  $Q$  (amplitude opslingerig) blijft behouden. In de pole-zero plot verschuiven de polen volgens een straal ( $\cos\theta = 1/2Q = \text{kte!}$ ).

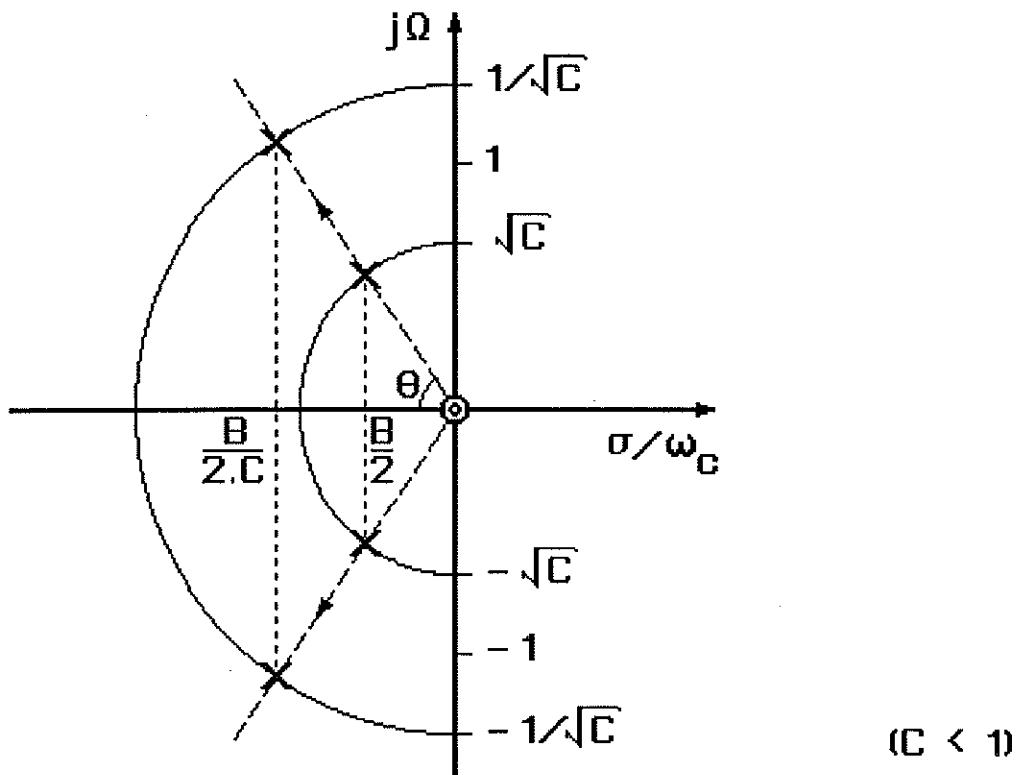
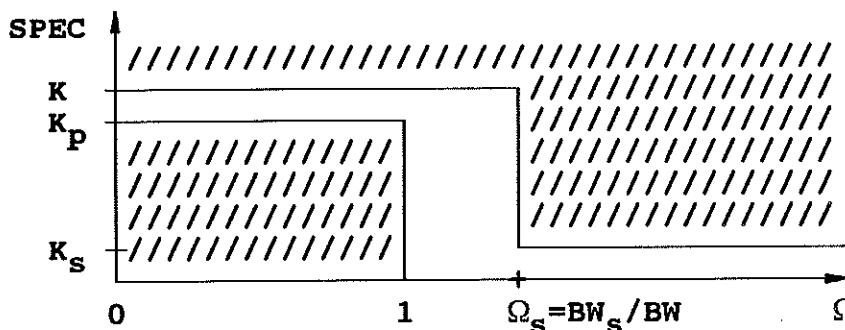
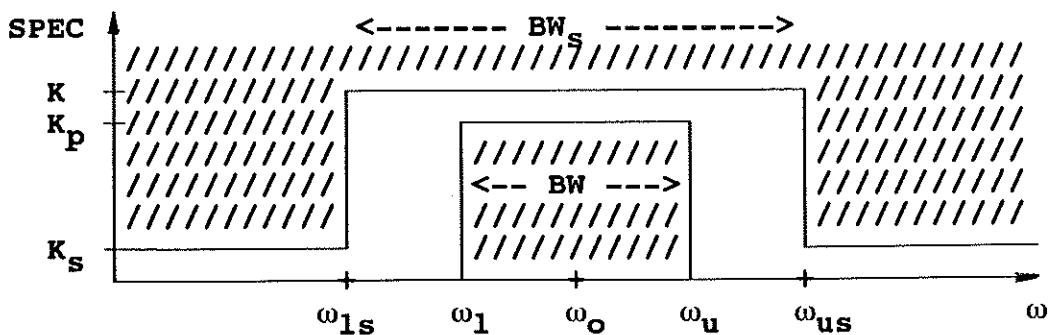


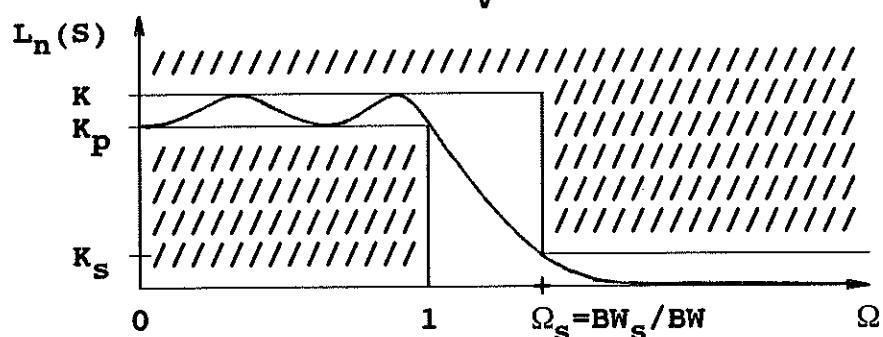
fig. 3.1 : TRANSFORMATIE IN GENORMALISEERDE POLE-ZERO PLOT

#### 4. BANDDOORLAAT FILTER

##### 4.1 FREKWENTIETRANSFORMATIE : BANDDOORLAAT



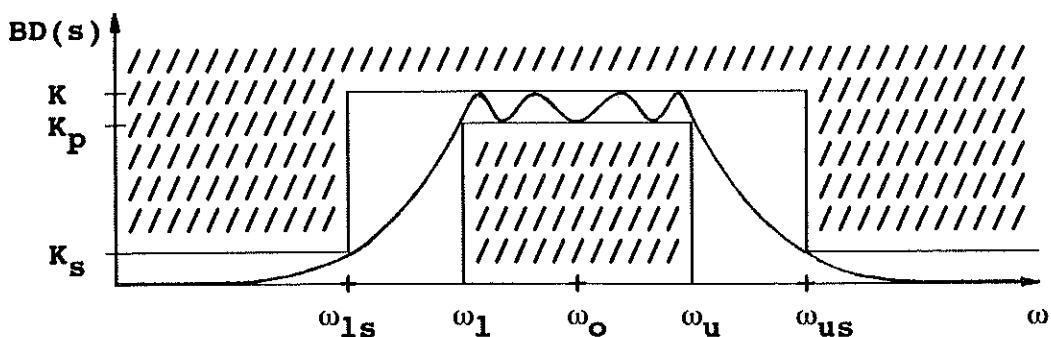
TABEL (type, orde)



INVERSE FREKWENTIE TRANSFORMATIE

$$BD(s) = L_n \left[ \frac{s^2 + \omega_o^2}{BW \cdot s} \right]$$

V



De  $\pm 45^\circ$  frekwenties van een tweede orde banddoorlaatfilter liggen - op een logaritmische as - symmetrisch tov  $\omega_n$ :

$$\omega_n = \sqrt{\omega_{-45^\circ} \cdot \omega_{+45^\circ}}$$

Er wordt verondersteld dat de specifikaties van het banddoorlaatfilter symmetrisch zijn tov de center frekwentie  $\omega_o$ :

$$BW = \omega_u - \omega_l = \text{breedte van de doorlaatband} \quad (4.1)$$

$$BW_s = \omega_{us} - \omega_{ls} = \begin{matrix} \text{breedte doorlaatband} \\ + \text{transitieband} \end{matrix} \quad (4.2)$$

$$\omega_o = \sqrt{\omega_u \cdot \omega_l} = \text{center frekwentie} \quad (4.3)$$

$$\omega_o = \sqrt{\omega_{us} \cdot \omega_{ls}} = \text{center frekwentie} \quad (4.4)$$

De kwaliteitsfaktor van het totaal filter is per definitie gelijk aan het inverse van de relatieve bandbreedte:

$$Q_f = \frac{\omega_o}{BW} \quad (4.5)$$

De komplexe frekwentietransformatie:

$$\boxed{S = \frac{s^2 + \omega_o^2}{BW \cdot s}} \quad \xrightarrow{\begin{matrix} S=j\Omega \\ s=j\omega \end{matrix}} \quad \boxed{\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{BW \cdot \omega}} \quad (4.6)$$

zet de specifikaties van een banddoorlaatfilter om in deze voor een genormaliseerd laagdoorlaatfilter ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ):

$s(\text{BDL})$	$S(\text{LDL}_n)$
DC	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$
$\omega_o$	0
$\omega_l$	-1
$\omega_u$	+1
$\omega_{ls}$	$-BW_s/BW$
$\omega_{us}$	$+BW_s/BW$

Met dezelfde frequentietransformatie wordt de transfertfunktie van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter  $L_n(s)$ , zoals deze volgt uit de beschikbare tabellen, omgezet in de gezochte transfertfunktie  $BD(s)$  van het banddoorlaatfilter:

$$BD(s) = L_n(s) = L_n\left(\frac{s^2 + \omega_0^2}{BW.s}\right) \quad (4.7)$$

Deze voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties van het banddoorlaatfilter.

#### 4.2 EERSTE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een eerste orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt terug gevonden, is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s + C} \quad (4.8)$$

Door toepassing van de frequentietransformatie (4.6) wordt een tweede orde banddoorlaatfilter bekomen:

$$BD(s) = L_n\left[\frac{s^2 + \omega_0^2}{BW.s}\right] = \frac{C \cdot BW \cdot s}{s^2 + C \cdot BW \cdot s + \omega_0^2} \quad (4.9)$$

Door identificatie met de algemene voorstelling van een 2de orde systeem, volgen dadelijk volgende eigenschappen:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_0} = 1 \quad Q = \frac{Q_f}{C} \quad (4.10)$$

(Voor Butterworth is  $C=1$ , voor Chebyshev is  $C<1$  en dus  $Q>Q_f$ )

#### 4.3 TWEEDE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(s)$  van een tweede orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt terug gevonden, is:

$$L_n(s) = \frac{C}{s^2 + B \cdot s + C} \quad (4.11)$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (4.6) wordt een vierde orde banddoorlaatfilter bekomen:

$$\begin{aligned} BD(s) &= L_n \left[ \frac{s^2 + \omega_0^2}{BW \cdot s} \right] \\ &= \frac{C \cdot BW^2 \cdot s^2}{s^4 + B \cdot BW \cdot s^3 + (C \cdot BW^2 + 2\omega_0^2) \cdot s^2 + B \cdot BW \cdot \omega_0^2 \cdot s + \omega_0^4} \end{aligned}$$

Deze transfertfunktie kan gerealiseerd worden als een kaskadeschakeling van 2 tweede orde banddoorlaatfilters,  $BD_1(s)$  en  $BD_2(s)$ , met eenzelfde kwaliteitsfactor, maar die t.o.v. van de center frekwentie  $\omega_0$  symmetrisch "verstemd" zijn, met een faktor  $D > 1$  (detuning factor):

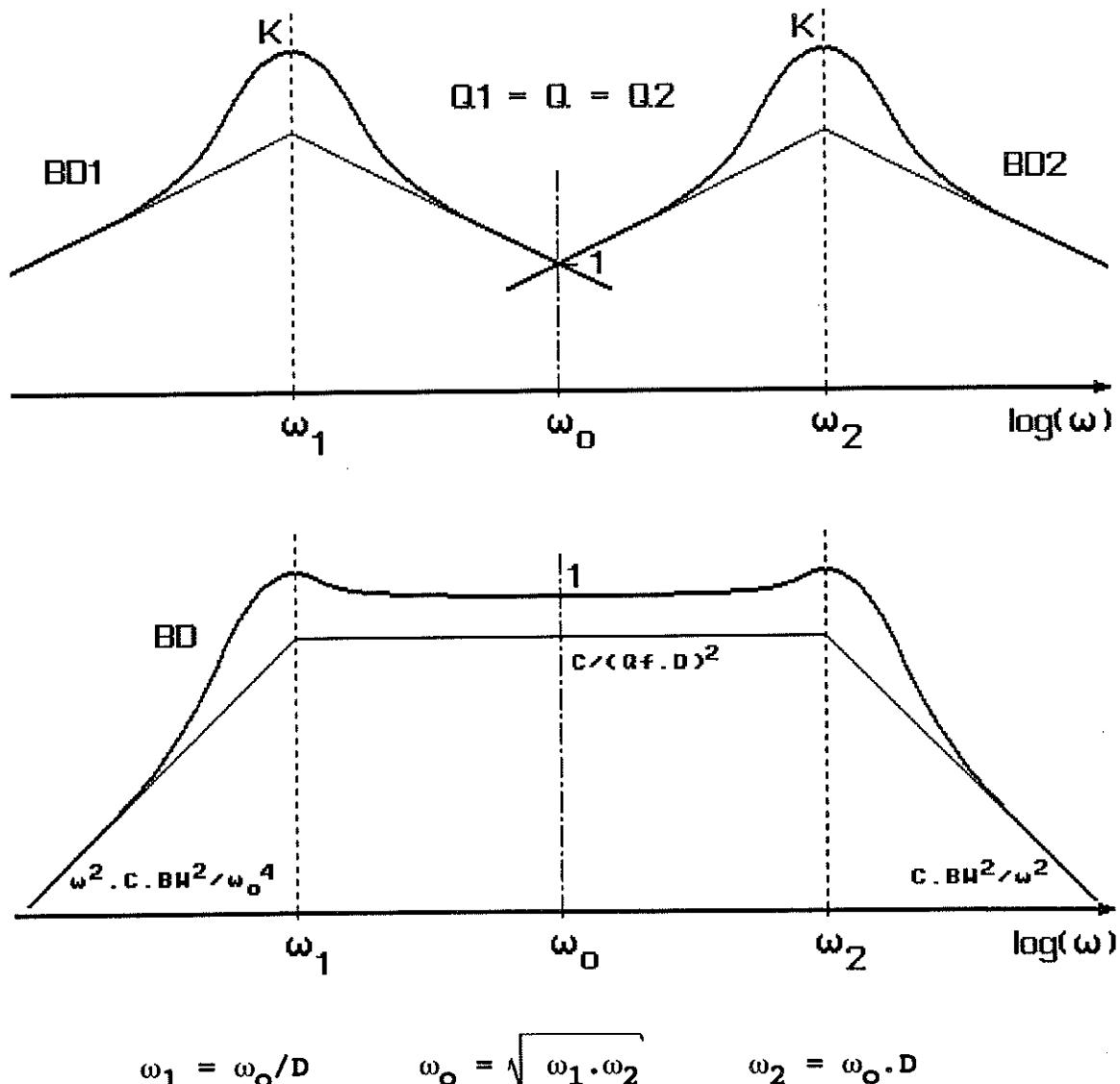


fig. 4.1 :  $BD(s)$  ALS EEN KOMBINATIE VAN 2 TWEEDE ORDE FILTERS  
[  $BD(\omega_0) = BD_1(\omega_0) = BD_2(\omega_0) = 1$  ]

$$BD1(s) = K \frac{(1/Q) \cdot (\omega_o/D) \cdot s}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_o/D) \cdot s + (\omega_o/D)^2} \quad (4.12)$$

$$BD2(s) = K \frac{(1/Q) \cdot (\omega_o \cdot D) \cdot s}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_o \cdot D) \cdot s + (\omega_o \cdot D)^2} \quad (4.13)$$

Worden beide transfertfunkties gelijk gesteld:

$$BD(s) = BD1(s) \cdot BD2(s)$$

dan worden volgende betrekkingen bekomen:

$$K = \sqrt{C} \frac{Q}{Q_f} \quad (4.14)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{C + 4 \cdot Q_f^2 + \sqrt{(C + 4 \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}} \quad (4.15)$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{Q_f} \right]^2 - 4} \right) \quad (4.16)$$

In situaties waar de kwaliteitsfactor  $Q_f$  van het banddoorlaat-filter veel groter is dan 1 ( $Q_f \gg 1$ ) geldt:

$$(C + 4 \cdot Q_f^2)^2 \gg (2 \cdot B \cdot Q_f)^2$$

$$\sqrt{C + 4 \cdot Q_f^2} \approx 2 \cdot Q_f \cdot (1 + C/8 \cdot Q_f^2)$$

Hieruit volgt een benaderende formule voor Q en D:

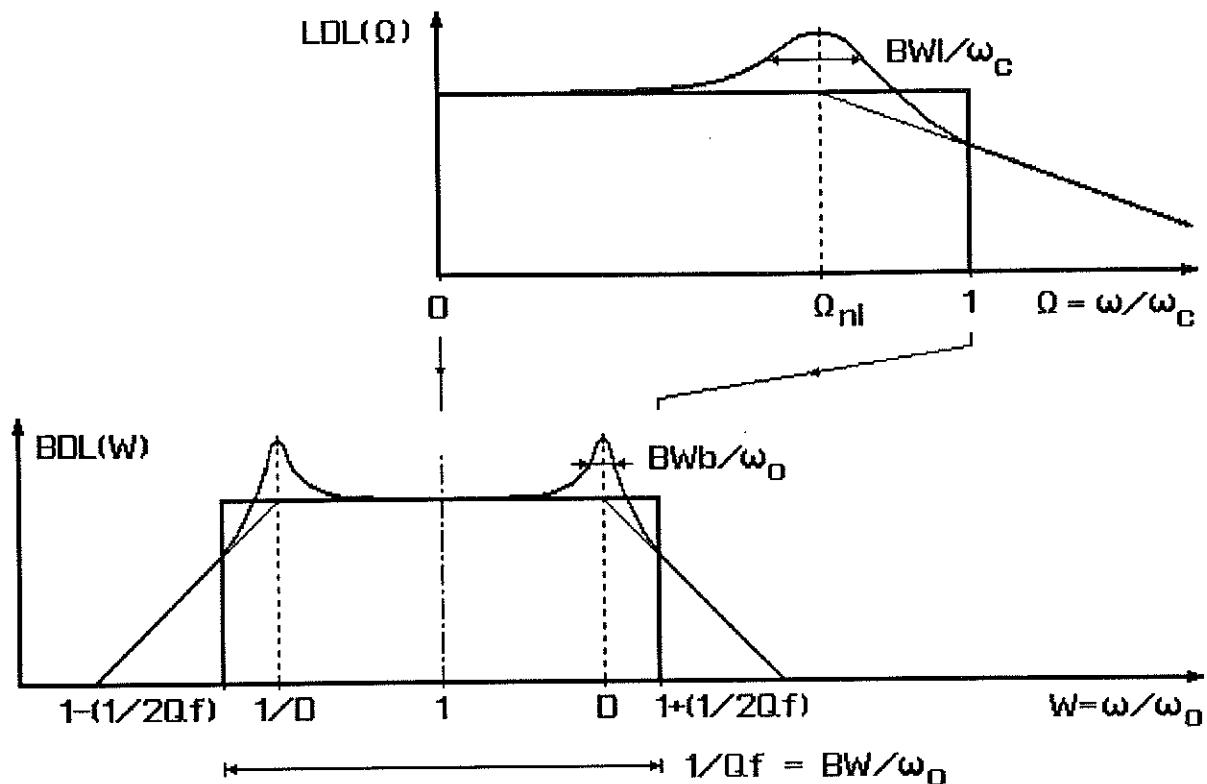
$$Q \approx (2 \cdot Q_f / B) \cdot (1 + C/8 \cdot Q_f^2)$$

$$D \approx 1 + (C/8 \cdot Q_f^2) + \sqrt{C/4 \cdot Q_f^2}$$

Indien de kwadratische termen in  $Q_f$  worden verwaarloosd, dan worden eenvoudige verbanden gevonden:

$$D = 1 + \frac{\sqrt{C}}{2 \cdot Q_f} \quad Q = \frac{2 \cdot Q_f}{B} \quad (4.17)$$

Grafische interpretatie voor  $Q_f \gg 1$ :



### LAAGDOORLAAT

$$\Omega_{n1} = \sqrt{C} \quad BW_1/\omega_c = B \quad Q_1 = \sqrt{C}/B$$

### BANDDOORLAAT

$$D = 1 + \frac{\Omega_{n1}}{2Q_f} = 1 + \frac{\sqrt{C}}{2Q_f}$$

$$\frac{BW_b}{\omega_0} = \frac{BW_1}{\omega_c} \times \frac{1}{2Q_f} = \frac{B}{2Q_f}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW_b} = \frac{2Q_f}{B} = \frac{2Q_f \cdot Q_1}{\sqrt{C}}$$

Elke komplex toegevoegde pool van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter, wordt door de frekventietransformatie omgezet in twee keer een komplex toegevoegd polenpaar met een nulpunt in de oorsprong (banddoorlaat). Daar beide polenparen dezelfde kwaliteitsfactor  $Q$  hebben, liggen deze polen op een rechte door de oorsprong. Stijgt de kwaliteitsfactor  $Q_1$  van het laagdoorlaat polenpaar, dan stijgt ook  $Q$  van het banddoorlaat polenpaar.

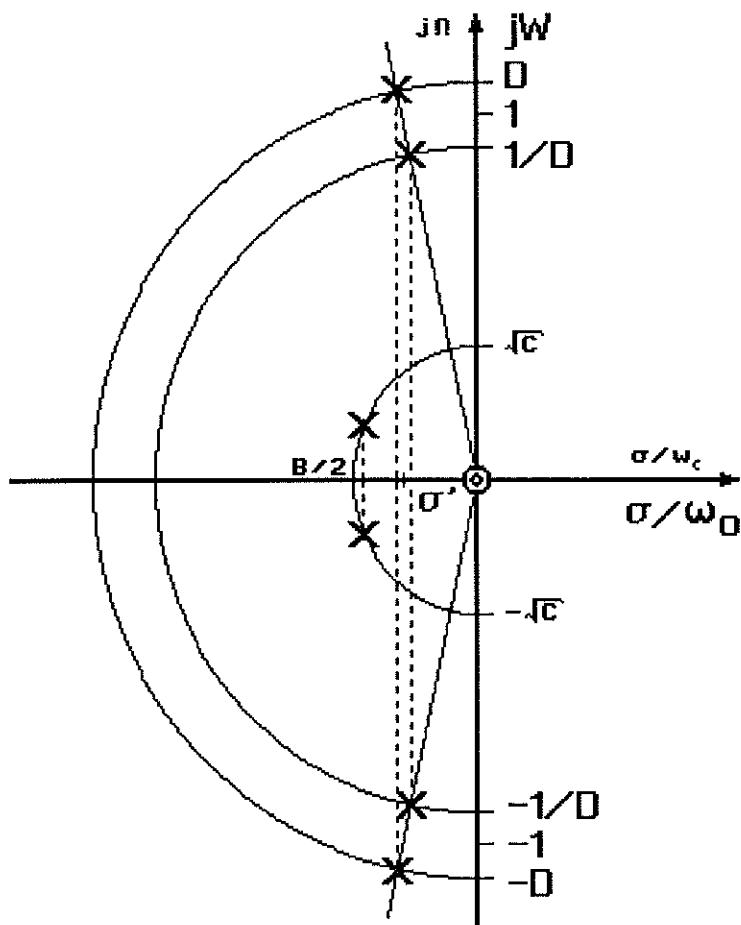
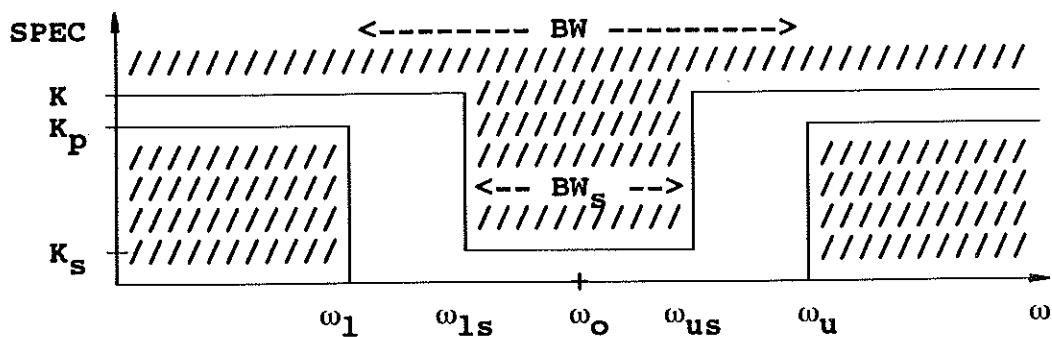


fig. 4.2 : TRANSFORMATIE IN GENORMALISEERDE POLE-ZERO PLOT

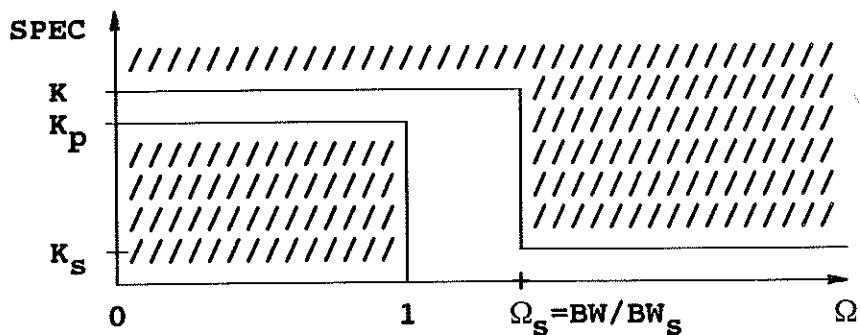
$$[ \sigma' \approx \frac{B}{2} \frac{1}{2Q_f} \quad \text{als} \quad Q_f \gg 1 ]$$

## 5. BANDSPER FILTER

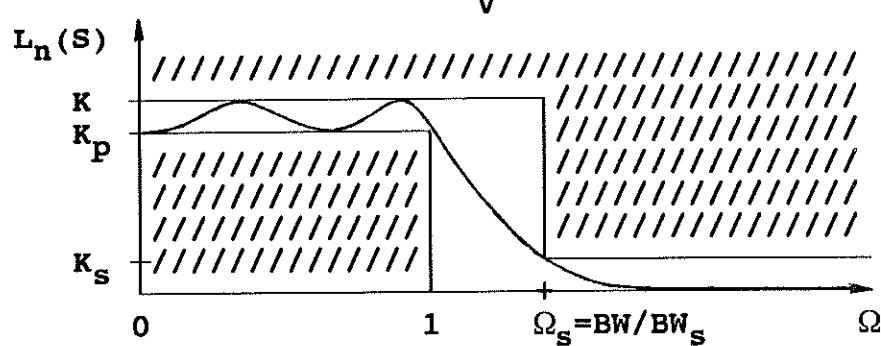
### 5.1 FREKWENTIETRANSFORMATIE : BANDSPER



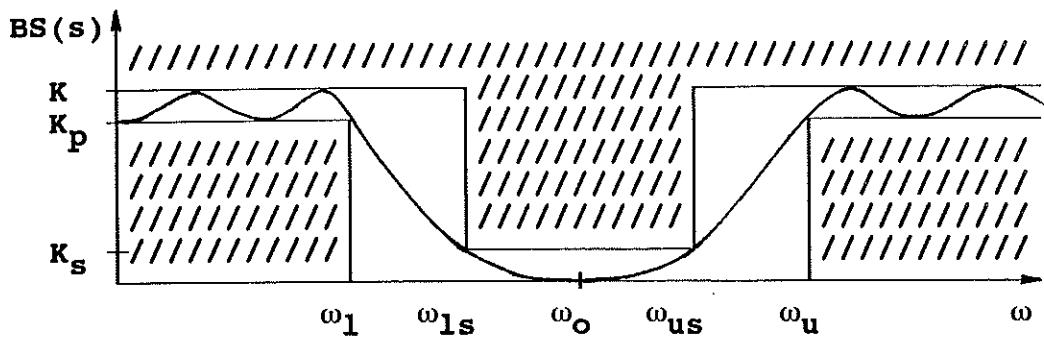
$$\Omega = \frac{BW \cdot \omega}{\omega_o^2 - \omega^2} \quad \downarrow \text{V} \quad \text{FREKWENTIE TRANSFORMATIE}$$



$\downarrow \text{V} \quad \text{TABEL (type, orde)}$



$$BS(s) = L_n \left[ \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_o^2} \right] \quad \downarrow \text{V} \quad \text{INVERSE FREKWENTIE TRANSFORMATIE}$$



De  $\pm 45^\circ$  frekwenties van een tweede orde bandsperfilter liggen - op een logaritmische as - symmetrisch tov  $\omega_n$ :

$$\omega_n = \sqrt{\omega_{-45^\circ} \cdot \omega_{+45^\circ}}$$

Er wordt verondersteld dat de specifikaties van het bandsperfilter symmetrisch zijn tov de center frekwentie  $\omega_o$ :

$$BW = \omega_u - \omega_l = \text{breedte sperband + transitieband} \quad (5.1)$$

(afstand tussen doorlaatbanden)

$$BW_s = \omega_{us} - \omega_{ls} = \text{breedte van de sperband} \quad (5.2)$$

$$\omega_o = \sqrt{\omega_u \cdot \omega_l} = \text{center frekwentie} \quad (5.3)$$

$$\omega_o = \sqrt{\omega_{up} \cdot \omega_{lp}} = \text{center frekwentie} \quad (5.4)$$

De kwaliteitsfactor van het totaal filter is per definitie gelijk aan het inverse van de relatieve bandbreedte:

$$Q_f = \frac{\omega_o}{BW} \quad (5.5)$$

De komplexe frekwentietransformatie:

$$\boxed{S = \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_o^2}} \quad \xrightarrow[s=j\omega]{S=j\Omega} \quad \boxed{\Omega = \frac{BW \cdot \omega}{\omega_o^2 - \omega^2}} \quad (5.6)$$

zet de specifikaties van een bandsperfilter om in deze voor een genormaliseerd laagdoorlaatfilter ( $\omega_c = 1\text{Hz}$ ):

$s(\text{BSP})$	$S(\text{LDL}_n)$
DC	+0
$+\infty$	-0
$\omega_o$	$\infty$
$\omega_l$	+1
$\omega_u$	-1
$\omega_{ls}$	$+BW/BW_s$
$\omega_{us}$	$-BW/BW_s$

Met dezelfde frekuentietransformatie wordt de transfertfunktie van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter  $L_n(S)$ , zoals deze volgt uit de beschikbare tabellen, omgezet in de gezochte transfertfunktie  $BS(s)$  van het bandsperfilter:

$$BS(s) = L_n(S) = L_n\left(\frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_0^2}\right) \quad (5.7)$$

Deze voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties van het bandsperfilter.

## 5.2 EERSTE ORDE TRAP

De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(S)$  van een eerste orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt terug gevonden, is:

$$L_n(S) = \frac{C}{s + C} \quad (5.8)$$

Door toepassing van de frekuentietransformatie (5.6) wordt een tweede orde bandsperfilter bekomen:

$$BS(s) = L_n\left[\frac{\frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_0^2}}{s^2 + \omega_0^2}\right] = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + (BW/C)s + \omega_0^2} \quad (5.9)$$

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 2de orde systeem, volgen dadelijk volgende eigenschappen:

polen	$\Omega_p = \omega_n/\omega_0 = 1$	$Q = C \cdot Q_f$	(5.10)
-------	------------------------------------	-------------------	--------

nulpunten	$\Omega_z = \omega_n/\omega_0 = 1$	(5.11)
-----------	------------------------------------	--------

De komplex toegevoegde polen en de reële nulpunten zijn afgestemd op dezelfde natuurlijke pulsatie  $\omega_n$  (ze liggen in het s-vlak dus op een cirkel): (5.9) is een zuiver bandsperfilter.

## 5.3 TWEDE ORDE TRAP

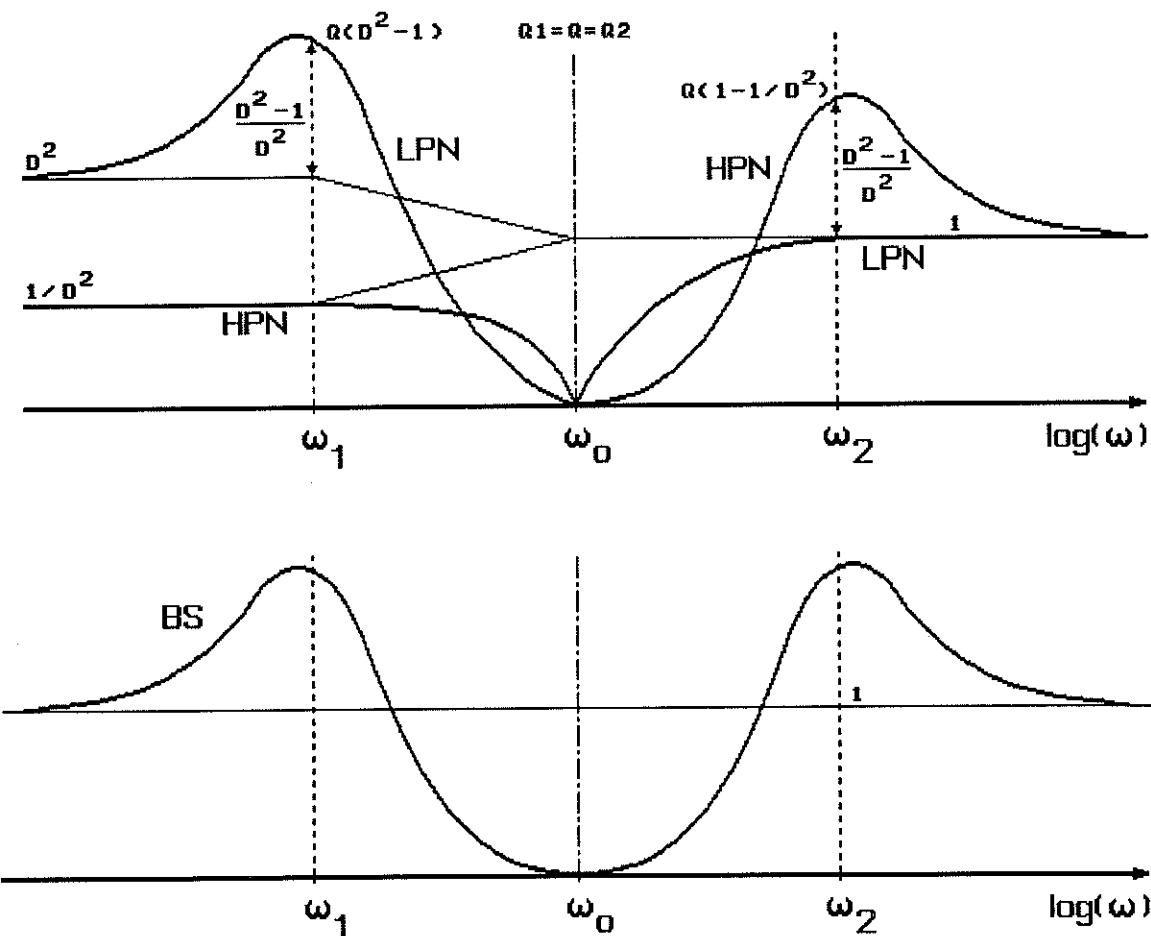
De genormaliseerde transfertfunktie  $L_n(S)$  van een tweede orde laagdoorlaat-trap, zoals die in de tabellen wordt terug gevonden, is:

$$L_n(S) = \frac{C}{s^2 + B \cdot s + C} \quad (5.12)$$

Door toepassing van de frekwentietransformatie (5.6) wordt een vierde orde bandsperfilter bekomen:

$$\begin{aligned} BS(s) &= L_n \left[ \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_0^2} \right] \\ &= \frac{(s^2 + \omega_0^2)^2}{s^4 + B \cdot (BW/C) \cdot s^3 + ((BW^2/C) + 2\omega_0^2) \cdot s^2 + B \cdot (BW/C) \cdot \omega_0^2 \cdot s + \omega_0^4} \end{aligned}$$

Deze transfertfunktie kan gerealiseerd worden als een kaskadeschakeling van 2 tweede orde bandsperfilters (notch): LPN(s) [Low Pass Notch] en HPN(s) [High Pass Notch]. De nulpunten blijven op  $\omega_0$  liggen. De polen hebben eenzelfde kwaliteitsfactor, maar zijn t.o.v. van de center frekventie  $\omega_0$  symmetrisch "verstemd" met een faktor  $D > 1$  (detuning factor):



$$\omega_1 = \omega_0/D \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \quad \omega_2 = \omega_0 \cdot D$$

fig. 5.1 : BS(s) ALS EEN KOMBINATIE VAN 2 TWEEDE ORDE FILTERS  
[ BS( $\omega_0$ ) = LPN( $\omega_0$ ) = HPN( $\omega_0$ ) = 0 ]

$$LPN(s) = \frac{s^2 + \omega_o^2}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_o/D) \cdot s + (\omega_o/D)^2} \quad (5.13)$$

$$HPN(s) = \frac{s^2 + \omega_o^2}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_o \cdot D) \cdot s + (\omega_o \cdot D)^2} \quad (5.14)$$

Worden beide transfertfunkties gelijk gesteld:

$$BS(s) = LPN(s) \cdot HPN(s)$$

dan worden volgende betrekkingen bekomen:

$$Q = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2 + \sqrt{(1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}} \quad (5.15)$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} \right]^2 - 4} \right) \quad (5.16)$$

In praktische situaties waar de kwaliteitsfactor  $Q_f$  van het bandsperfilter veel groter is dan 1 ( $Q_f \gg 1$ ) geldt:

$$(1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2)^2 \gg (2 \cdot B \cdot Q_f)^2$$

$$\sqrt{1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2} \approx 2 \cdot \sqrt{C \cdot Q_f} \cdot (1 + 1/8 \cdot C \cdot Q_f^2)$$

Hieruit volgt een benaderende formule voor Q en D:

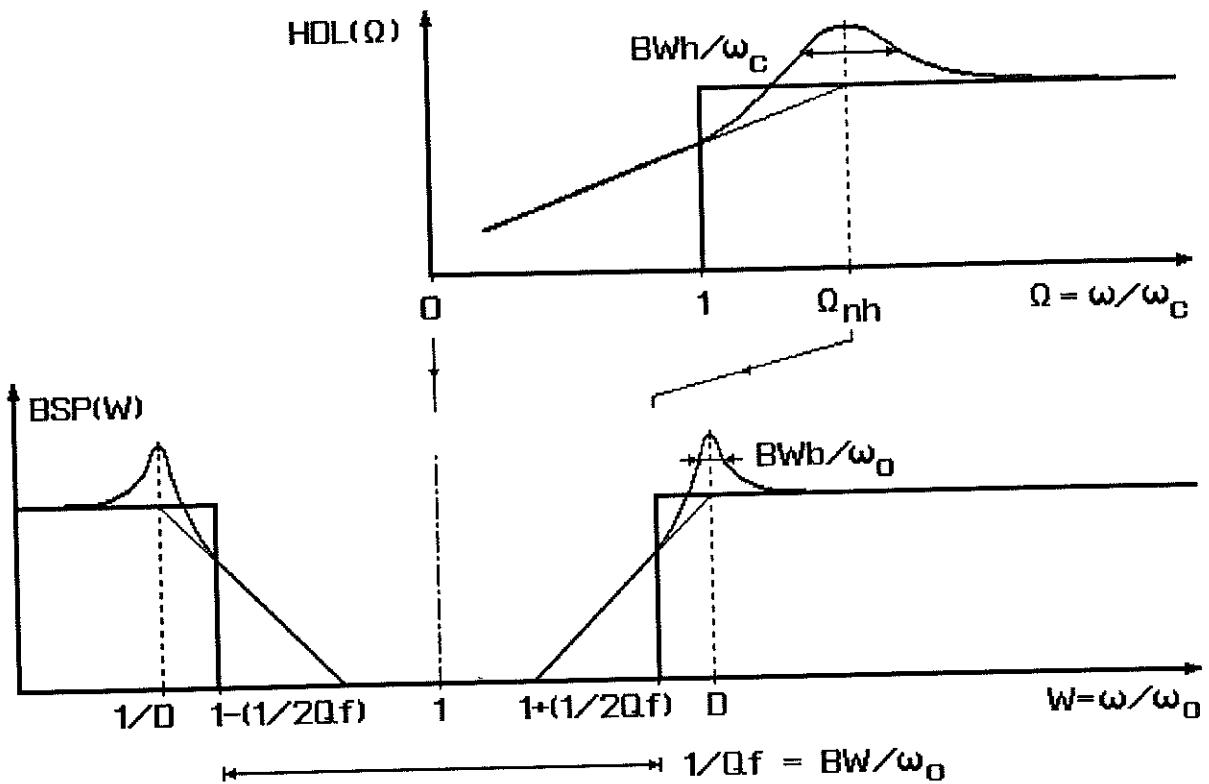
$$Q \approx (2 \cdot Q_f \cdot C / B) \cdot (1 + 1/8 \cdot C \cdot Q_f^2)$$

$$D \approx 1 + (1/8 \cdot C \cdot Q_f^2) + \sqrt{1/4 \cdot C \cdot Q_f^2}$$

Indien de kwadratische termen in  $Q_f$  worden verwaarloosd, dan worden eenvoudige verbanden gevonden:

$$D = 1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot Q_f} \quad Q = \frac{2 \cdot Q_f \cdot C}{B} \quad (5.17)$$

Grafische interpretatie voor  $Q_f \gg 1$ :



#### HOOGDOORLAAT

$$\Omega_{nh} = 1/\sqrt{C} \quad BW_h/\omega_c = B/C \quad \Omega_h = \sqrt{C}/B$$

#### BANDSPER

$$D = 1 + \frac{\Omega_{nh}}{2\Omega_f} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{C}\cdot\Omega_f}$$

$$\frac{BW_b}{\omega_0} = \frac{BW_h}{\omega_c} \times \frac{1}{2\Omega_f} = \frac{B}{2\cdot\Omega_f\cdot C}$$

$$\Omega = \frac{\omega_0}{BW_b} = \frac{2\cdot\Omega_f\cdot C}{B} = 2\cdot\Omega_f\cdot\Omega_1\cdot\sqrt{C}$$

Elke komplex toegevoegde pool van het genormaliseerde laagdoorlaatfilter, wordt door de frekventietransformatie omgezet in twee keer een komplex toegevoegd polenpaar met 2 nulpunten op  $\omega_0$  (bandsper). Daar beide polenparen dezelfde kwaliteitsfaktor  $Q$  hebben, liggen deze polen op een rechte door de oorsprong. Stijgt de kwaliteitsfactor  $Q_1$  van het laagdoorlaat polenpaar, dan stijgt ook  $Q$  van het bandsper polenpaar.

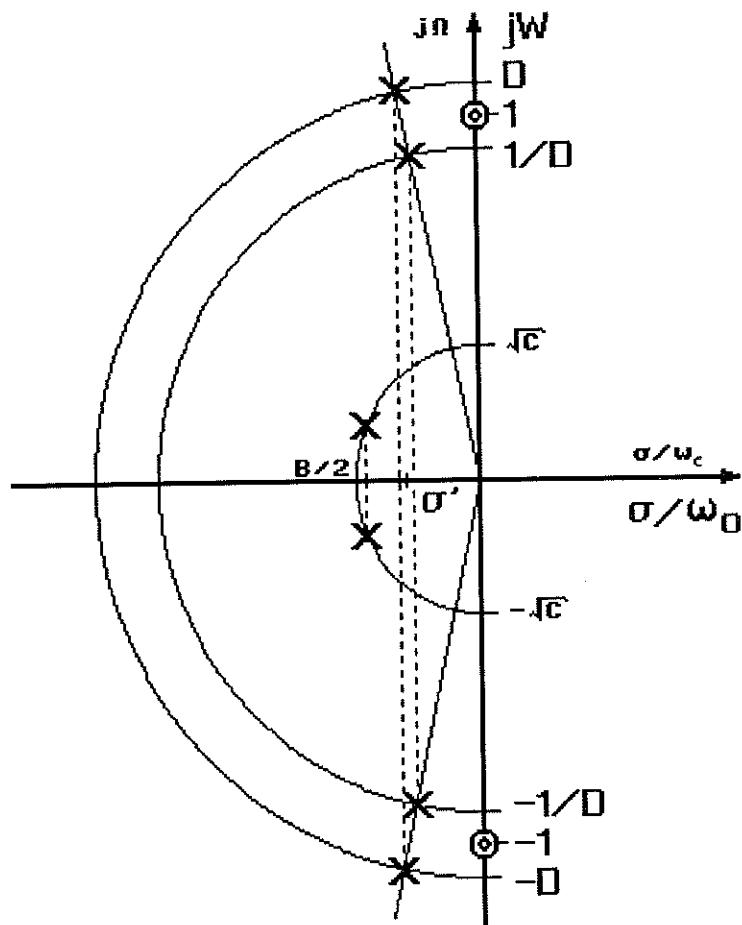


fig. 5.2 : TRANSFORMATIE IN GENORMALISEERDE POLE-ZERO PLOT

$$[ \sigma' \approx -\frac{B}{2 \cdot 2Q_f C} \quad \text{als} \quad Q_f \gg 1 ]$$

## 6. REKENVOORBEELD

5<sup>e</sup> orde Chebyshev filter

$$\omega_C = 1\text{Hz}$$

$$\begin{aligned} \text{BDL, BSP : } Q_f &= 5 \\ \omega_o &= 1\text{Hz} \end{aligned}$$

1 <sup>e</sup> ORDE (LDL)		2 <sup>e</sup> ORDE (LDL)			
		$C_1 = 0.178$	$B_2 = 0.287$ $C_2 = 0.377$	$B_3 = 0.110$ $C_3 = 0.936$	
L D L	$\Omega_{-3} = C$	0.178	0.614 2.139	0.967 8.800	$\Omega_n = \sqrt{C}$ $Q = \sqrt{C}/B$
H D L	$\Omega_{-3} = 1/C$	5.618	1.629 2.139	1.034 8.800	$\Omega_n = 1/\sqrt{C}$ $Q = \sqrt{C}/B$
B D L	$\Omega_n$	1	1.061 (1.061) 0.942	1.10 (1.10) 0.91	D (*) 1/D
	$Q = Q_f/C$	28.1	34.9 (34.8)	91.3 (90.9)	Q (*)
B S P	$\Omega_n$	1	1.171 (1.163) 0.854	1.11 (1.10) 0.902	D (*) 1/D
	$Q = Q_f \cdot C$	0.89	13.3 (13.1)	85.5 (85.1)	Q (*)

(\*) : exakt (benaderd)

**AKTIEVE FILTERS**  
**COEFFICIENT MATCHING TECHNIK**

**1. PRINCIPE VAN COEFFICIENT MATCHING**

Een hoger orde filter kan gerealiseerd worden als een kaskade van tweede orde filtertrappen (+ 1e orde voor oneven orde):



fig. 1.1 : REALISATIE VAN EEN HOGER ORDE FILTER ALS  
EEN KASKADESCHAKELING VAN 2DE ORDE TRAPPEN

De vergelijking voor de transfertfunktie van de tweede orde trappen is afhankelijk van de toegepaste wiskundige benadering (Butterworth, Chebyshev, Invers Chebyshev, Bessel, Elliptisch) en is in tabellen samengevat. Elke tweede orde trap kan worden beschreven door de algemene biquadratische vergelijking:

$$F(s) = K \cdot \frac{Ms^2 + Ds + E}{Ns^2 + Bs + C} \quad (1.1)$$

met       $M = 1 \text{ of } 0$                                    $N = 1 \text{ of } 0$   
 $B, C, D, E = \text{filtercoëfficiënten uit tabel}$   
 $\text{of na frekventietransformatie}$   
 $K \cdot E/C = \text{DC versterking van de filtertrap}$

Bijzondere gevallen zijn LDL, HDL, BDL, BSP, delay equaliser.

Een mogelijke manier om deze biquadratische vergelijking te realiseren (in algemene of bijzondere vorm) is gebruik te maken van aktieve filters (op basis van opamps, R's en C's). Er is een groot gamma aktieve filter-topologieën beschikbaar (MFB, VCVS, BIQUAD, ...). De transfertfunktie die een aktief filter realiseert, kan algemeen geschreven worden als:

$$AF(s) = k \cdot \frac{ms^2 + ds + e}{ns^2 + bs + c} \quad (1.2)$$

met       $m = 1 \text{ of } 0$                                    $n = 1 \text{ of } 0$   
 $k, b, c, d, e = f(R_i, C_i, \text{topologie})$   
 $k \cdot e/c = \text{DC versterking van de filtertrap}$

Door de te realiseren transfertfunktie  $F(s)$  gelijk te stellen aan de transfertfunktie  $AF(s)$  die door het aktief filter wordt gerealiseerd, wordt een set vergelijkingen bekomen, waaruit de  $R_i$ 's en  $C_i$ 's voor het aktief filter schema kunnen berekend worden. Deze techniek is coëfficient matching.

TABEL

$$\begin{array}{ccc}
 & & \text{AKTIEF FILTER} \\
 & | & | \\
 & V & V \\
 \text{te realiseren} & & \text{selekteer topologie} \\
 \text{transfertfunktie} & & \text{met transfertfunktie} \\
 \\ 
 F(s) = K \cdot \frac{Ms^2 + Ds + E}{Ns^2 + Bs + C} & = & AF(s) = k \cdot \frac{ms^2 + ds + e}{ns^2 + bs + c} \\
 & | & | \\
 & V & V \\
 \text{COEFFICIENT MATCHING} & & \\
 \\ 
 \text{vergelijkingen} & \begin{array}{l} K = k = fk(R_i, C_i) \\ B = b = fb(R_i, C_i) \\ C = c = fc(R_i, C_i) \\ D = d = fd(R_i, C_i) \\ E = e = fe(R_i, C_i) \end{array} & 
 \end{array}$$

#### bijkomende vergelijkingen

fig. 1.2 : PRINCIPE VAN COEFFICIENT MATCHING

Indien er meer komponenten in het aktief filter aanwezig zijn dan dat er vergelijkingen beschikbaar zijn, dan kunnen bijkomende vergelijkingen worden opgesteld (minimale gevoeligheid voor komponentvariaties, eenvoud van implementatie, ...).

### 1.1 FREKWENTIETRANSFORMATIE

De beschikbare tabellen bevatten enkel laagdoorlaat transfertfunkties  $L_n(s)$  met een afsnijpulsatie  $\omega_c = 1\text{Hz}$  (genormaliseerde frekventie  $s$ ). Om deze transfertfunktie  $L_n(s)$  om te zetten naar een transfertfunktie die voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties moet een frekventietransformatie worden toegepast (dit maakt de tabellen algemeen bruikbaar).

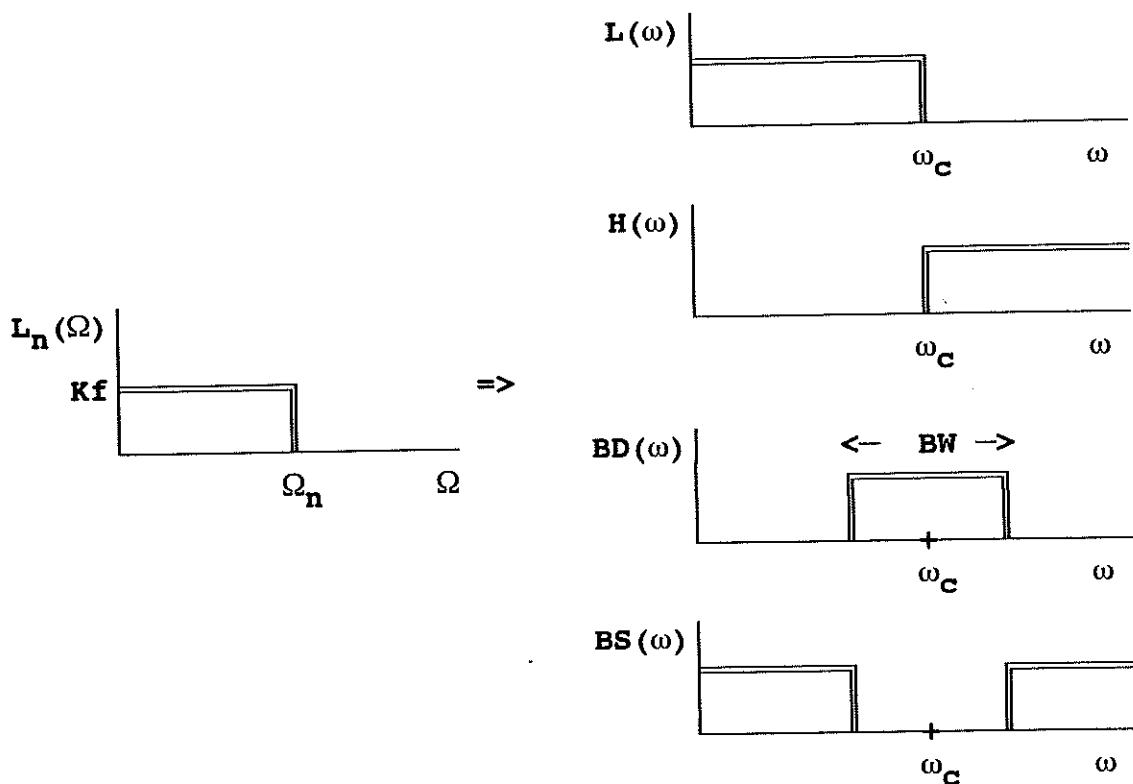


fig. 1.3 : FREKWENTIETRANSFORMATIE

Per filtertype is er een specifieke frekventietransformatie:

$$\text{LAAGDOORLAAT} \quad L(s) = L_n \left( \frac{s}{\omega_c} \right) \quad (1.3)$$

$$\text{HOOGDOORLAAT} \quad H(s) = L_n \left( \frac{\omega_c}{s} \right) \quad (1.4)$$

$$\text{BANDDOORLAAT} \quad BD(s) = L_n \left( \frac{s^2 + \omega_c^2}{BW \cdot s} \right) \quad (1.5)$$

$$\text{BANDSPER} \quad BS(s) = L_n \left( \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_c^2} \right) \quad (1.6)$$

## 1.2 FREKWENTIE-SCALING

Om de ontwerpvergelijkingen voor een aktief filter algemeen te kunnen schrijven wordt gebruik gemaakt van genormaliseerde frekwenties: de komponenten worden bepaald voor een filter met afsnijfrekentie (LDL,HDL) of centerfrekentie (BDL,BSP)  $\omega_c = 1\text{Hz}$ . Om de komponentwaarden te kennen bij een willekeurige pulsatie  $\omega_n$ , wordt frekentie-scaling toegepast.

In de coëfficiënten  $b,c,d,e$  van de transfertfunktie van een aktief filter, komen R's en C's steeds voor als een RC produkt of als een verhouding van weerstanden. Op deze algemene eigenschap is frekentie-scaling gebaseerd.

Voor een aktief filter met natuurlijke pulsatie  $\Omega_n$  en komponentwaarden R en C wordt bijvoorbeeld gevonden:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_c} = \frac{1}{R C} = \sqrt{\frac{1}{R C R C}} \quad (1.7)$$

Dit geeft na denormalisatie:

$$\omega_n = \frac{\omega_c}{R C} \quad (1.8)$$

Door een reduktie van alle R's OF alle C's met  $\omega_c$  wordt de gepaste frekentie-scaling toegepast:

$$\text{alle } R_i' = \frac{R_i}{\omega_c} \quad \text{OF} \quad C_i' = \frac{C_i}{\omega_c} \quad (1.9)$$

met  $R_i'$  en  $C_i'$  de komponentwaarden van het aktief filter met natuurlijke pulsatie  $\Omega_n \cdot \omega_c$  (topologie wijzigt niet!).

Weerstandsverhoudingen worden door frekentie-scaling niet gewijzigd. Deze regel is algemeen toepasbaar: de frekentie-weergave van een aktief filter kan met een faktor  $\alpha$  verhoogd worden door alle kapaciteiten (OF weerstanden) met een faktor  $\alpha$  te reduceren.

## 1.3 IMPEDANTIE-SCALING

Bij de afleiding van de ontwerpvergelijkingen blijkt dat er meestal meer onafhankelijke komponentwaarden zijn dan vergelijkingen. De vrijheidgraden worden opgenomen door voor bepaalde komponenten een waarde te kiezen. Daarbij worden eenvoudige komponentwaarden genomen ( $R_i=1$  en/of  $C_i=1$ ). Hierdoor worden eenvoudige ontwerpvergelijkingen bekomen. De komponentwaarden die hiermee berekend worden, zijn echter niet altijd praktisch.

Voor de eigenlijke implementatie van het filter, worden daarom de komponentwaarden omgezet in praktische waarden met behulp van impedantie-scaling.

R's en C's in een transfertfunktie komen steeds voor als een RC produkt of als een verhouding van weerstanden. Door alle weerstanden met een faktor ISF (=Impedance Scaling Factor) te verhogen en alle kapaciteiten met eenzelfde faktor te reduceren, blijven alle RC produkten en alle weerstandsverhoudingen behouden. Door deze bewerking wordt de transfertfunktie dus niet gewijzigd.

$$\text{alle } R_i'' = R_i' \cdot \text{ISF} \quad \text{EN} \quad C_i'' = \frac{C_i'}{\text{ISF}} \quad (1.10)$$

Er kan per trap een andere ISF gekozen worden.

#### 1.4 ONTWERPFLOW

De ontwerpflow met coëfficient matching voor een aktief filter is samengevat in fig. 1.4.

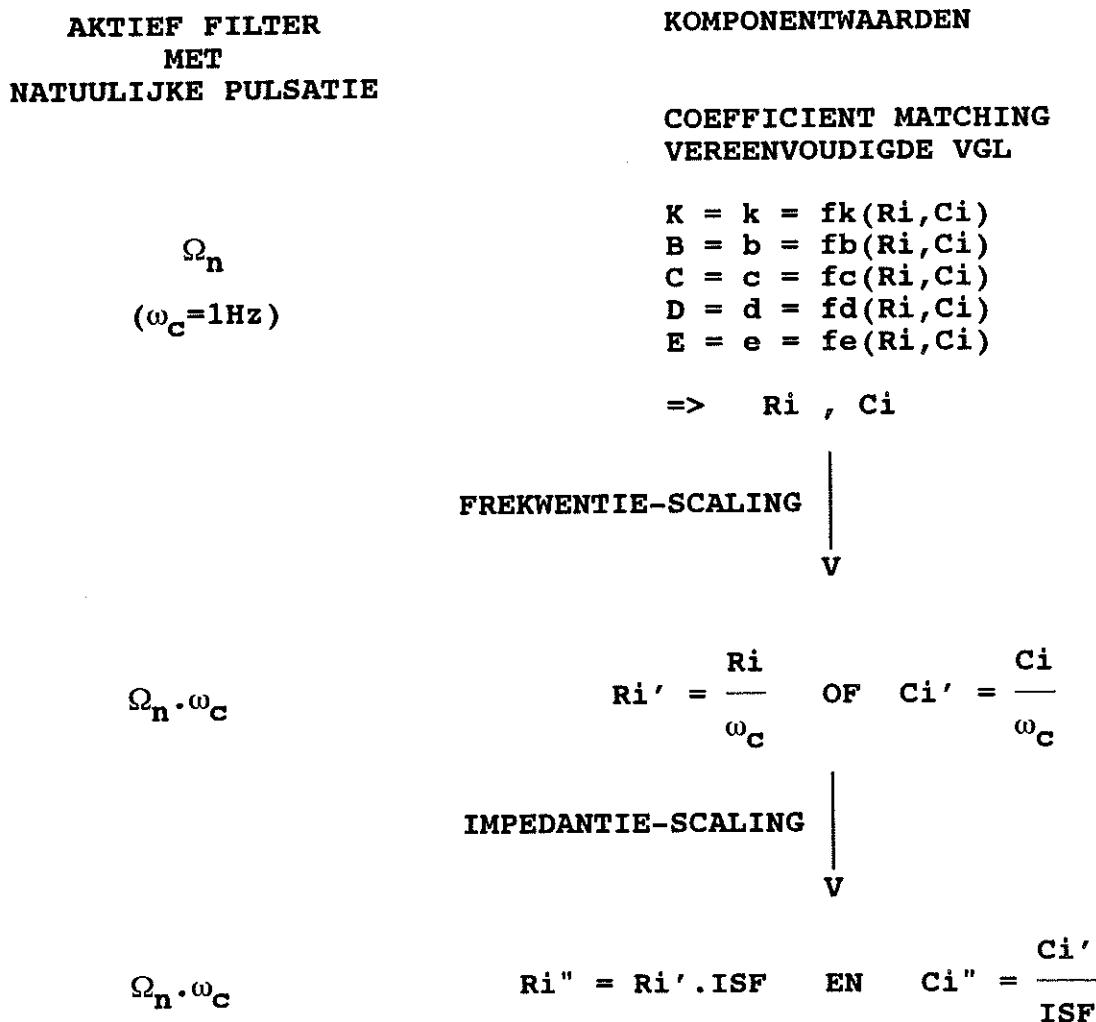


fig. 1.4 : ONTWERPFLOW AKTIEF FILTER

## 2. LAAGDOORLAATFILTERS

### 2.1 EERSTE ORDE LAAGDOORLAAT

De eerste orde laagdoorlaattrap wordt enkel gebruikt voor filters van oneven orde.

#### 2.1.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

De genormaliseerde transfertfunktie van een eerste orde laagdoorlaat trap, zoals die in tabellen wordt teruggevonden:

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot C}{s + C} \quad (2.1)$$

met  $C$  = filtercoëfficient uit de tabel

$K$  = DC versterking van de filtertrap

$S = s/\omega_C$

= komplexe frekwentie genormaliseerd tov  $\omega_C$ ,  
de afsnijpulsatie van het totaal filter

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 1ste orde laagdoorlaat systeem in genormaliseerde vorm, kunnen dadelijk de eigenschappen van deze filtertrap worden afgeleid.

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot \Omega_3}{s + \Omega_3} \quad (2.2)$$

met  $\Omega_3 = \omega_3/\omega_C = 3\text{dB}$  pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$

$K$  = DC versterking van de filtertrap

$S = s/\omega_C$

Dit geeft volgend verband:

$$\Omega_3 = C \quad (2.3)$$

Na denormalisatie wordt de 3dB pulsatie:

$$\omega_3 = \Omega_3 \cdot \omega_C = C \cdot \omega_C \quad (2.4)$$

Hieruit volgt dadelijk de tijdsconstante  $\tau$  van het systeem:

$$\tau = 1 / C \cdot \omega_C \quad (2.5)$$

Deze kan ook genormaliseerd worden tov  $\omega_C$ :

$$\tau' = \tau \cdot \omega_C = 1/C \quad (2.6)$$

### 2.1.2 AKTIEF EERSTE ORDE FILTER

#### a. TOPOLOGIE

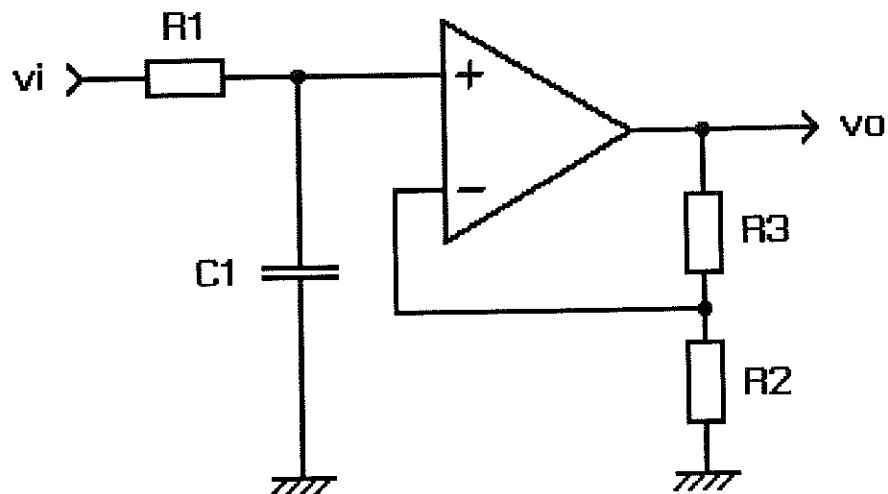


fig. 2.1 : EERSTE ORDE - LAAGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$EO(s) = \frac{k / (R_1 C_1)}{s + 1 / (R_1 C_1)} \quad (2.7)$$

$$K = k = 1 + (R_3 / R_2) \quad (2.8)$$

$$\Omega_3 = C = 1 / (R_1 C_1) \quad (2.9)$$

$$R_1 = R_2 // R_3 \quad [\text{invloed biasstroom} = 0] \quad (2.10)$$

#### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 4 komponentwaarden te bepalen. Er blijft 1 vrijheidsgraad over. Een mogelijke keuze is :  $C_1 = 1$ . De ontwerpvergelijkingen worden dan:

C <sub>1</sub> = 1	R <sub>1</sub> = $\frac{1}{\Omega_3}$	R <sub>2</sub> = $\frac{K}{K-1} \frac{1}{\Omega_3}$	R <sub>3</sub> = $\frac{K}{\Omega_3}$	(2.11)
--------------------	---------------------------------------	---	---------------------------------------	--------

## 2.2 TWEEDE ORDE LAAGDOORLAAT

### 2.2.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

De genormaliseerde transfertfunktie van een tweede orde laagdoorlaat trap, zoals die in tabellen wordt teruggevonden:

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot C}{(s^2 + B \cdot s + C)} \quad (2.12)$$

met  $B, C$  = filtercoëfficiënten uit de tabel  
 $K$  = DC versterking van de filtertrap  
 $S$  =  $s/\omega_C$   
= complexe frekventie genormaliseerd tov  $\omega_C$ ,  
de afsnijpulsatie van het totaal filter

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 2de orde laagdoorlaat systeem in genormaliseerde vorm, kunnen dadelijk de eigenschappen van deze filtertrap worden afgeleid.

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot \Omega_n^2}{(s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_n \cdot s + \Omega_n^2)} \quad (2.13)$$

met  $\Omega_n = \omega_n / \omega_C$   
= natuurlijke pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$   
 $\zeta$  = demping van de filtertrap  
 $K$  = DC versterking van de filtertrap  
 $S$  =  $s/\omega_C$   
= complexe frekventie genormaliseerd tov  $\omega_C$

Dit geeft volgende verbanden:

$$\Omega_n = \sqrt{C} \quad \zeta = B / 2\sqrt{C}$$

waaruit ook dadelijk andere eigenschappen volgen:

- . Tijds gedrag : beschreven door reëel en imaginair deel van de complex toegevoegde polen

$$\begin{aligned} \tau' &= \tau \cdot \omega_C = \text{tijdske te uitdemping genormaliseerd tov } \omega_C \\ T' &= T \cdot \omega_C = \text{uitslingerperiode genormaliseerd tov } \omega_C \end{aligned}$$

- . Frekventie gedrag :

$$\begin{aligned} \Omega_m, K_m &= \text{resonantie} \\ \Omega_C, K_C &= \text{weergave bij afsnijpulsatie } \Omega_C = 1 \text{ Hz van totaal filter} \end{aligned}$$

ALGEMEEN	TABEL
$\Omega_n = \omega_n / \omega_c$	$\sqrt{C}$
$Q$	$\frac{\sqrt{C}}{B}$
$\zeta$	$\frac{B}{2\sqrt{C}}$
$\Omega_{bw} = BW / \omega_c = \Omega_n / Q$	$B$
POLEN (STAPRESPONSIE)	
$\Omega_n \cdot \zeta = 1/\tau'$	$B/2$
$\tau'$	$2/B$
$\Omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{T'}$	$\sqrt{C - \frac{B^2}{4}}$
$T'$	
FREKWENTIERESPONSIE	
$\Omega_m = \Omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$	$\sqrt{C - \frac{B^2}{2}}$
$K_m = K \frac{Q}{\sqrt{1-\zeta^2}}$	$K \frac{C/B}{\sqrt{C-(B/2)^2}}$
$K_C =  F(\Omega=1) $	$K \frac{C}{\sqrt{(C-1)^2 + (B)^2}}$

TABEL 2.1 : EIGENSCHAPPEN VAN TWEDE ORDE LAAGDOORLAATTRAP  
(frekwenties en tijden genormaliseerd tov  $\omega_c$ )

## 2.2.2 MULTIPLE FEEDBACK FILTER = MFB (LOW-Q)

### a. TOPOLOGIE

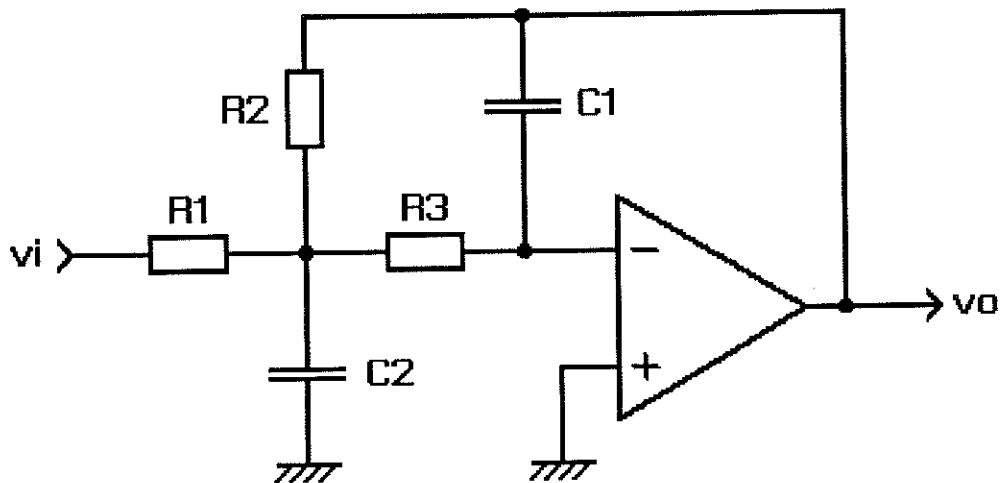


fig. 2.2 : MFB - LAAGDOORLAATFILTER

### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$MFB(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}{s^2 + s \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad (2.14)$$

$$K = R_2 / R_1 \quad (2.15)$$

$$\Omega_n = \sqrt{C} = 1 / \sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (2.16)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = \frac{1 / \sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}}{(1/C_2) (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)} \quad (2.17)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 5 komponentwaarden te bepalen. Er blijven dus 2 vrijheidsgraden over. (Eventueel kunnen bijkomende eisen gesteld worden, zoals minimale gevoeligheid van  $F_{ldl}(s)$  voor komponentvariaties). Daar de totale versterking van het filter vrij over de filtertrappen kan verdeeld worden, is  $K$  binnen bepaalde grenzen een vrije variabele.

Een mogelijke keuze is:

$$R_2 = R_3 = 1$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(2.15) \Rightarrow K = 1/R_1$$

$$(2.16) \Rightarrow \Omega_n = 1/ \sqrt{C_1 C_2}$$

$$(2.17) \Rightarrow Q \cdot (K+2) = \sqrt{C_2 / C_1}$$

Een set van ontwerpvergelykkingen wordt dan:

$C_1 = \frac{1}{Q(K+2)\Omega_n}$	$C_2 = \frac{Q(K+2)}{\Omega_n}$	$R_1 = \frac{1}{K}$	$R_2 = R_3 = 1$
----------------------------------	---------------------------------	---------------------	-----------------

(2.18)

Om de afleiding van de synthesevergelykkingen te vereenvoudigen, werden ook eenvoudige komponentwaarden gekozen en werd de frekwentie tov  $\omega_c$  genormaliseerd. Om tot praktische komponentwaarden te komen moet impedantie-scaling en frekwentie-scaling toegepast worden.

### d. KWALITEITSFAKTOR Q

De kwaliteitsfaktor wordt in eerste instantie bepaald door de verhouding in kapaciteiten:

$\frac{C_2}{C_1} = [Q \cdot (K+2)]^2$	<span style="font-size: 1.5em;">(2.19)</span>
---------------------------------------	---

Deze verhouding in capaciteitswaarden is evenredig met het kwadraat van de kwaliteitsfactor  $Q$ . Omdat de capaciteiten praktisch realiseerbaar zouden zijn, moet deze verhouding beperkt blijven (typisch 100):

- .  $C$  niet te groot -> kost, oppervlak, kwaliteit ( $\mu F$ )

- .  $C$  niet te klein -> invloed parasitaire capaciteiten ( $pF$ )

Het kwadratisch verband met  $Q$ , beperkt de bruikbaarheid van dit schema tot kwaliteitsfactoren van typisch 6.

De versterkingsfactor  $K$  verhoogt ook kwadratisch de verhouding in capaciteitswaarden. Uit bovenstaande beschouwingen is het aangewezen de grootste versterking toe te kennen aan de filtertrap met de kleinste kwaliteitsfactor.

Met  $R_1=1/K$  kan  $Q$  worden bijgeregeld onafhankelijk van  $\Omega_n$ :

$$Q = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{1}{K + 2} \quad (2.20)$$

$Q$  neemt echter af met toenemende versterking.

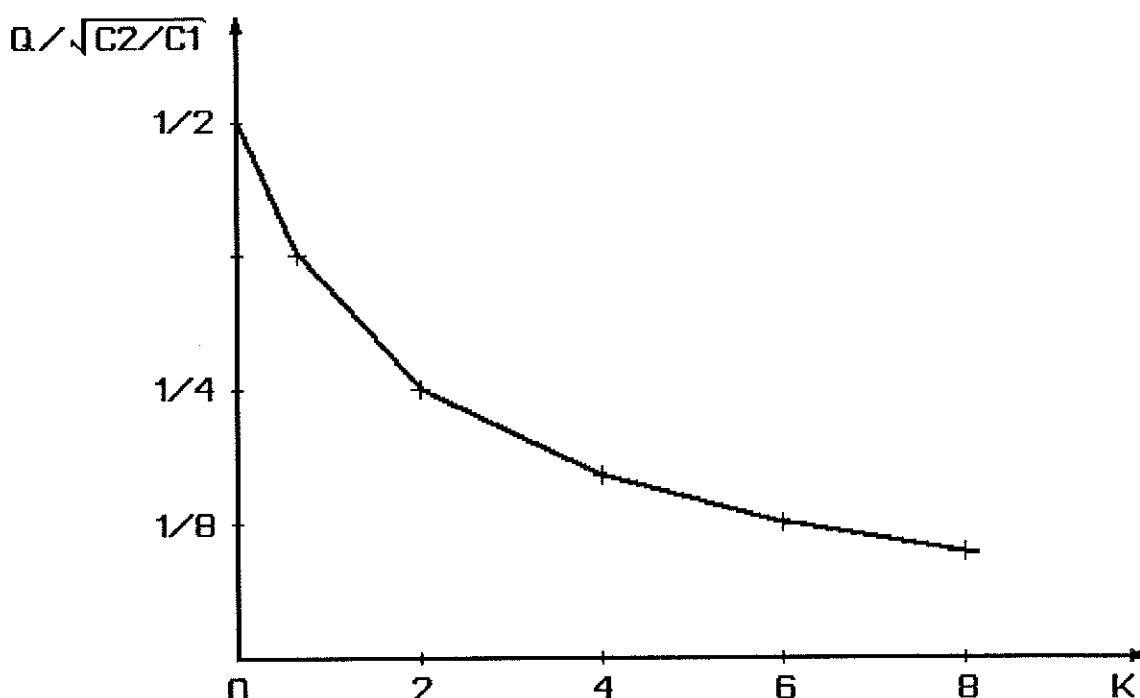


fig. 2.3 : Q AFHANKELIJKHEID VAN K - MFB

Een bovengrens voor de kwaliteitsfactor is:

$$Q_{\max} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (2.21)$$

Dit schema kan dus niet toegepast worden voor hoge  $Q$ .

### 2.2.3 VOLTAGE CONTROLLED VOLTAGE SOURCE = VCVS (MEDIUM-Q)

Deze schakeling wordt toegeschreven aan Sallen & Key.

#### a. TOPOLOGIE

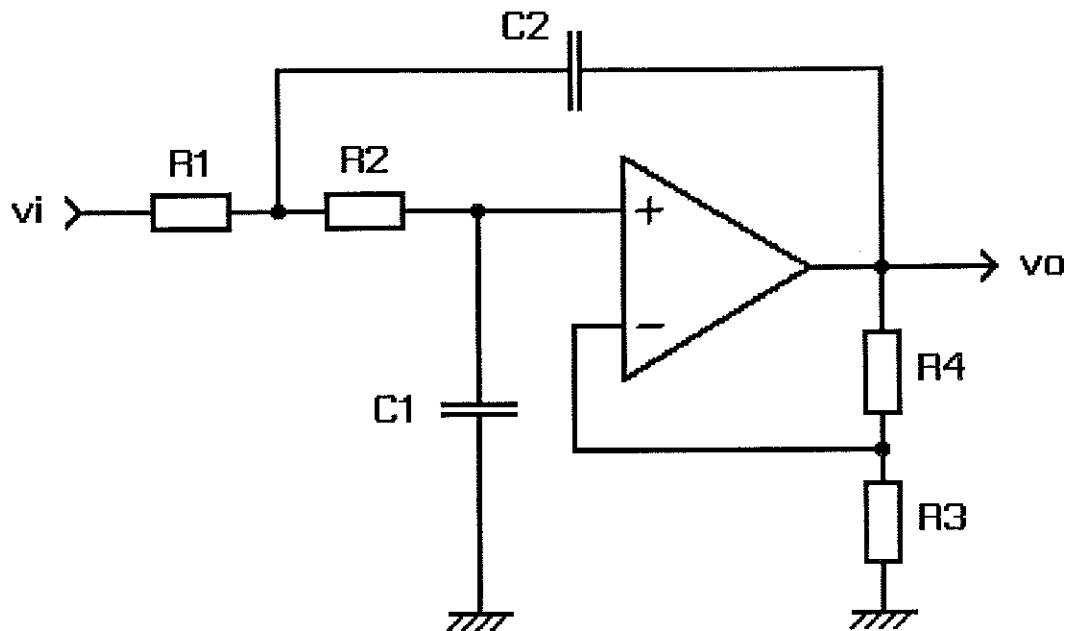


fig. 2.4 : VCVS - LAAGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$VCVS(s) = \frac{k \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-k}{R_2 C_1} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (2.22)$$

$$K = k = 1 + (R_4 / R_3) \quad (2.23)$$

$$\Omega_n = \sqrt{C} = 1 / \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (2.24)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = \frac{1 / \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-k}{R_2 C_1}} \quad (2.25)$$

### C. ONTWERPVERGELIJKINGEN & KWALITEITSFAKTOREN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 5 parameters te bepalen. Er blijven dus 2 vrijheidsgraden over. Er worden een aantal keuzes met elkaar vergeleken op basis van de realiseerbaarheid van een hoge kwaliteitsfactor.

#### KEUZE 1

=====

##### . ONTWERPVERGELIJKINGEN

-----

Een mogelijke keuze is:

$$R_1 = R_2 = 1$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(2.23) \Rightarrow K = k$$

$$(2.24) \Rightarrow \Omega_n = 1 / \sqrt{C_1 C_2}$$

$$(2.25) \Rightarrow Q = \frac{\frac{1}{\sqrt{C_1 C_2}}}{\frac{2}{C_2} + \frac{1 - k}{C_1}}$$

Voor  $k=1$  wordt de set van ontwerpvergelijkingen:

$C_1 = \frac{1}{2Q\Omega_n}$	$C_2 = \frac{2Q}{\Omega_n}$	$k = 1$	$R_1 = R_2 = 1$
------------------------------	-----------------------------	---------	-----------------

(2.26)

##### . KWALITEITSFAKTOREN

-----

Voor  $k=1$  is de kwaliteitsfactor:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{V}{2} \quad (2.27)$$

Dit komt overeen met de maximale kwaliteitsfactor voor de MFB topologie ( $V$  = karakteristieke kapaciteitsverhouding).

Voor de VCVS topologie kan de kwaliteitsfactor verhoogd worden door de versterkingsfactor te vergroten, zonder daarbij de natuurlijke pulsatie te wijzigen. De kwaliteitsfactor geschreven in termen van  $V$ :

$$Q = \frac{1}{2/V + V(1-k)} \quad (2.28)$$

$Q$  wordt oneindig voor een versterking  $k$ :

$$k = 1 + 2.C1/C2 = 1 + 2.V^{-2}$$

Oplossen van de kwadratische vergelijking in  $V$  (2.28) geeft:

$$V = \sqrt{\frac{C2}{C1}} = \frac{1 - \sqrt{1 - 8Q^2(1-k)}}{2Q(1-k)} \quad (2.29)$$

Hierdoor liggen de grenzen voor  $k$  vast:

$$1 - 1/8Q^2 < k < 1 + 2.V^{-2} \quad (2.30)$$

Door  $k$  te verhogen kan  $V$  kleiner gemaakt worden voor eenzelfde kwaliteitsfactor  $Q$  (kleinere komponentgevoeligheid).

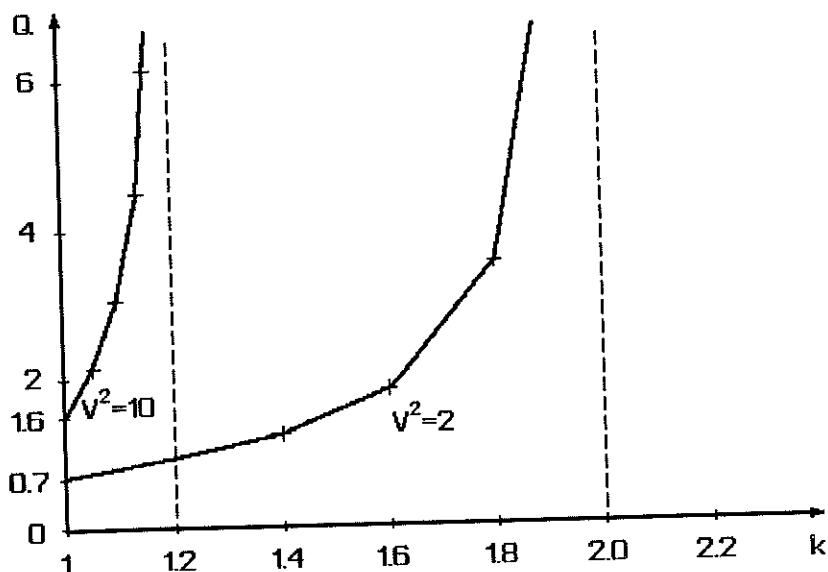


fig. 2.5 : Q AFHANKELIJKHEID VAN k

Op deze wijze wordt de grote verhouding in komponentwaarden nu gereduceerd. De exacte waarde van  $k$  wordt echter kritisch voor grote waarden van  $Q$  (grote gevoeligheid : temperatuur, veroudering, vochtigheid, ...). Typische limiet:  $Q < 20$

## KEUZE 2

=====

Een andere mogelijke keuze is:

$$C_1 = C_2 = 1 \quad R_1 = R_2 = R$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(2.23) \Rightarrow K = k$$

$$(2.24) \Rightarrow \Omega_n = 1/R$$

$$(2.25) \Rightarrow Q = \frac{1}{3 - k}$$

De set van ontwerpvergelijkingen wordt dan:

$$\boxed{C_1 = C_2 = 1 \quad R_1 = R_2 = \frac{1}{\Omega_n} \quad k = 3 - \frac{1}{Q}}$$

(2.31)

Voor deze komponentkeuze is de gevoeligheid van de kwaliteitsfactor voor komponentvariaties groter dan voor keuze 1.

## KEUZE 3 (SARAGA)

=====

De keuze voorgesteld door Saraga geeft het beste compromis wat betreft gevoeligheid van de kwaliteitsfactor voor aktieve en passieve komponentwaarden. De kaliteitsfactor wordt nu gerealiseerd door zowel spreiding te voorzien op de capaciteitswaarden als op de weerstandswaarden:

$$\frac{C_2}{C_1} = \sqrt{3} Q \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

De set van ontwerpvergelijkingen wordt dan (voor  $k=4/3$ ):

$$\boxed{C_1 = 1 \quad C_2 = \sqrt{3} Q \quad R_1 = \frac{1}{Q \Omega_n} \quad R_2 = \frac{1}{\sqrt{3} \Omega_n} \quad k = \frac{4}{3}}$$

(2.32)

## 2.2.4 STATE-VARIABLE-FILTER = BIQUAD (HIGH Q)

### a. TOPOLOGIE

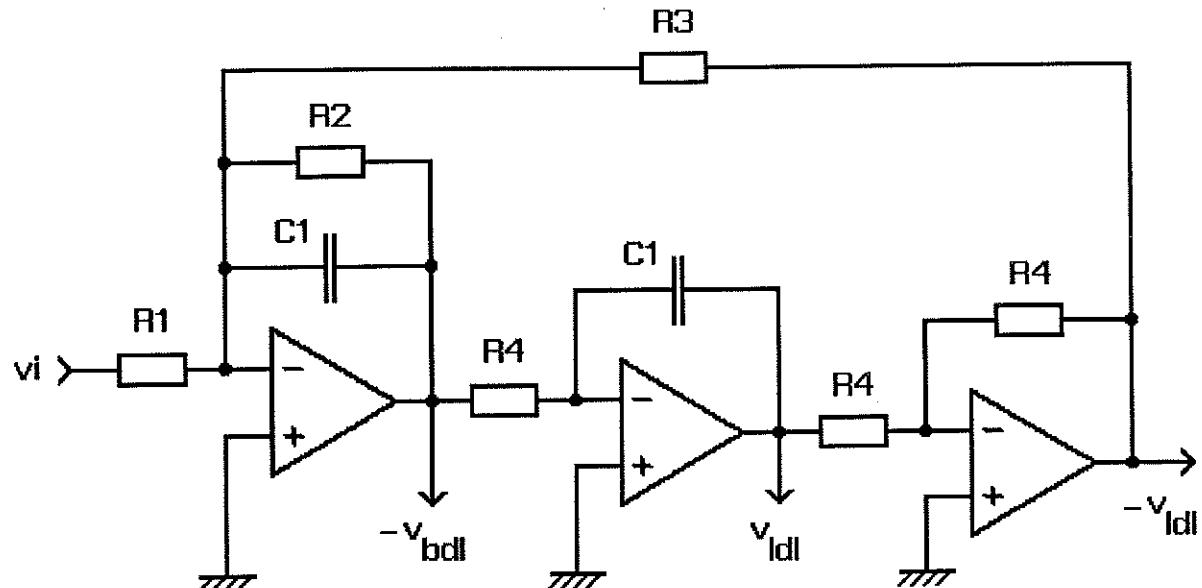


fig. 2.6 : BIQUAD - LAAGDOORLAATFILTER

### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$BIQ(s) = \frac{\frac{R3}{R1} \frac{1}{R3 R4 C1^2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R2 C1} \right) + \frac{1}{R3 R4 C1^2}} \quad (2.33)$$

$$K = k = (R3 / R1) \quad (2.34)$$

$$\Omega_n = \sqrt{C} = 1 / C1 \sqrt{R3 R4} \quad (2.35)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = R2 / \sqrt{R3 R4} \quad (2.36)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is:

$$C_1 = 1 \quad R_3 = R_4 = R$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(2.34) \Rightarrow K = R / R_1$$

$$(2.35) \Rightarrow \Omega_n = 1 / R$$

$$(2.36) \Rightarrow Q = R_2 / R$$

Er worden eenvoudige ontwerpvergelijkingen bekomen:

$C_1 = 1$	$R_1 = \frac{1}{K\Omega_n}$	$R_2 = \frac{Q}{\Omega_n}$	$R_3 = R_4 = \frac{1}{\Omega_n}$
-----------	-----------------------------	----------------------------	----------------------------------

(2.37)

### d. KWALITEITSFAKTOR

De komponentverhouding neemt nu lineair toe met de kwaliteitsfactor. Dit laat toe hoge kwaliteitsfactoren te realiseren (typisch  $> 20$ ), met kleine gevoeligheden voor komponentvariaties.

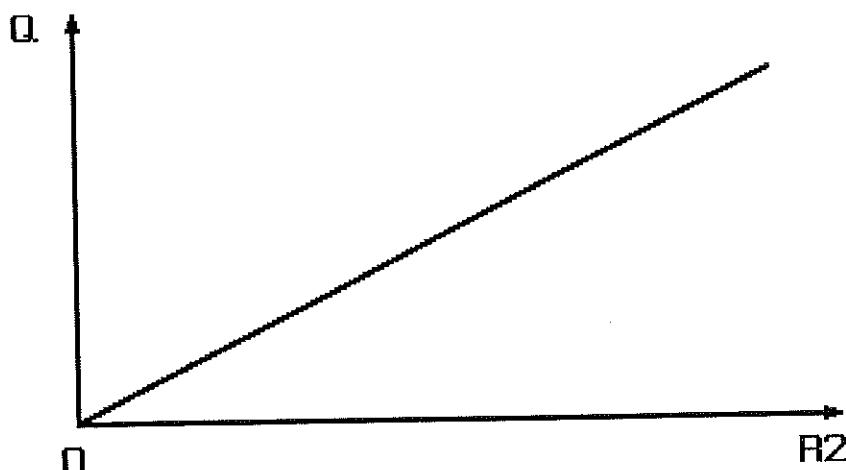


fig. 2.7 : Q AFHANKELIJKHED VAN R2

### 3. HOOGDOORLAATFILTERS

#### 3.1 EERSTE ORDE HOOGDOORLAAT

De eerste orde hoogdoorlaattrap wordt enkel gebruikt voor filters van oneven orde.

##### 3.1.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

In de tabellen wordt enkel de genormaliseerde transfertfunktie van een laagdoorlaatfilter (2.1) gegeven. De genormaliseerde transfertfunktie van een hoogdoorlaatfilter wordt gevonden door de frekwentietransformatie ( $\omega_C = 1\text{Hz}$ ):

$$s = \frac{1}{s} \Rightarrow F_{hdl}(s) = F_{ldl}(1/s) \quad (3.1)$$

Voor een eerste orde filtertrap:

$$F_{hdl}(s) = \frac{K \cdot s}{s + 1/C} \quad (3.2)$$

met   
 C = filtercoëfficient uit de tabel  
 K = versterking van de filtertrap op  $\infty$   
 S =  $s/\omega_C$   
 = komplexe frekwentie genormaliseerd tov  $\omega_C$ ,  
 de afsnijpulsatie van het totaal filter

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 1ste orde hoogdoorlaat systeem in genormaliseerde vorm, kunnen dadelijk de eigenschappen van deze filtertrap worden afgeleid.

$$F_{hdl}(s) = \frac{K \cdot s}{s + \Omega_3} \quad (3.3)$$

met   
 $\Omega_3 = \omega_3/\omega_C = 3\text{dB}$  pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$   
 K = versterking van de filtertrap op  $\infty$   
 S =  $s/\omega_C$

Dit geeft volgend verband:

$$\Omega_3 = 1/C \quad (3.4)$$

De tijdsconstante  $\tau$  genormaliseerd worden tov  $\omega_C$ :

$$\tau' = \tau \cdot \omega_C = C \quad (3.5)$$

### 3.1.2 AKTIEF EERSTE ORDE FILTER

#### a. TOPOLOGIE

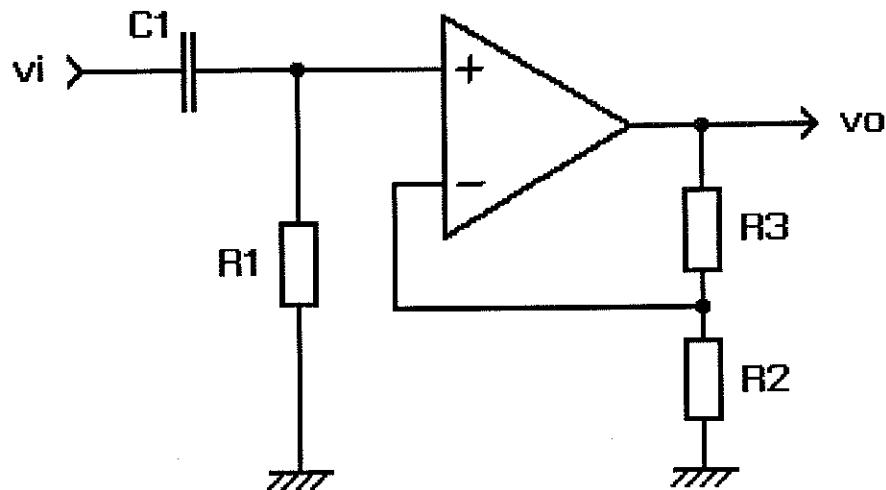


fig. 3.1 : EERSTE ORDE - HOOGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$EO(s) = \frac{K s}{s + 1/(R_1 C_1)} \quad (3.6)$$

$$K = k = 1 + (R_3 / R_2) \quad (3.7)$$

$$\Omega_3 = 1/C = 1/(R_1 C_1) \quad (3.8)$$

$$R_1 = R_2 // R_3 \quad [\text{invloed biasstroom} = 0] \quad (3.9)$$

#### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 4 komponentwaarden te bepalen. Er blijft 1 vrijheidsgraad over. Een mogelijke keuze is :  $C_1 = 1$ . De ontwerpvergelykkingen worden dan:

C <sub>1</sub> = 1	R <sub>1</sub> = $\frac{1}{\Omega_3}$	R <sub>2</sub> = $\frac{K}{K-1} \frac{1}{\Omega_3}$	R <sub>3</sub> = $\frac{K}{\Omega_3}$	(3.10)
--------------------	---------------------------------------	---	---------------------------------------	--------

### 3.2 TWEEDE ORDE HOOGDOORLAAT

#### 3.2.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

In de tabellen wordt enkel de genormaliseerde transfertfunktie van een laagdoorlaatfilter gegeven. De genormaliseerde transfertfunktie van een hoogdoorlaat filter wordt gevonden door de frekwentietransformatie ( $\omega_C=1\text{Hz}$ ): (3.1)

Voor een tweede orde filtertrap:

$$F_{hdl}(s) = \frac{K \cdot s^2}{(s^2 + (B/C) \cdot s + 1/C)} \quad (3.12)$$

met  $B, C$  = filtercoëfficiënten uit tabel  
 $K$  = versterking van de filtertrap op  $\infty$   
 $s$  =  $s/\omega_C$   
= komplexe frekwentie genormaliseerd tov  $\omega_C$ ,  
de afsnijpulsatie van het totaal filter

Door identifikatie met de algemene voorstelling van een 2de orde hoogdoorlaat systeem in genormaliseerde vorm, kunnen dadelijk de eigenschappen van deze filtertrap worden afgeleid.

$$F_{hdl}(s) = \frac{K \cdot s^2}{(s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_n \cdot s + \Omega_n^2)} \quad (3.13)$$

met  $\Omega_n = \omega_n/\omega_C$   
= natuurlijke pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_C$   
 $\zeta$  = demping van de filtertrap  
 $K$  = versterking van de filtertrap op  $\infty$

Dit geeft volgende verbanden:

$$\Omega_n = 1/\sqrt{C} \quad \zeta = B / 2\sqrt{C}$$

waaruit ook dadelijk andere eigenschappen volgen:

- . Tijds gedrag : beschreven door reëel en imaginair deel van de komplex toegevoegde polen
- . Frekwentie gedrag :
  - $\Omega_m, K_m$  = resonantie
  - $\Omega_c, K_c$  = weergave bij de afsnijpulsatie  $\Omega_c=1\text{Hz}$  van het totaal filter

De amplitude eigenschappen  $\zeta, Q, K_m$  en  $K_c$  worden door de frekwentietransformatie (3.1) niet gewijzigd worden (vergelijk tabel 3.1 met tabel 2.1).

ALGEMEEN	TABEL
$\Omega_n = \omega_n / \omega_c$	$1/\sqrt{C}$
Q	$\frac{\sqrt{C}}{B}$
$\zeta$	$\frac{B}{2\sqrt{C}}$
$\Omega_{bw} = BW / \omega_c = \Omega_n / Q$	$B/C$
POLEN (STAPRESPONSIE)	
$\Omega_n \cdot \zeta = 1/\tau'$	$B/(2 \cdot C)$
$\tau'$	$(2 \cdot C)/B$
$\Omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{T'}$	$\sqrt{\frac{1}{C} - \frac{B^2}{4C^2}}$
T'	
FREKWENTIERESPONSIE	
$\Omega_m = \Omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$	$\sqrt{\frac{1}{C} - \frac{B^2}{2C^2}}$
$K_m = K \frac{Q}{\sqrt{1-\zeta^2}}$	$K \frac{C/B}{\sqrt{C-(B/2)^2}}$
$K_C =  F(\Omega=1) $	$K \frac{C}{\sqrt{(C-1)^2+(B)^2}}$

TABEL 3.1 : EIGENSCHAPPEN VAN TWEEDERDE ORDE HOOGDOORLAATTRAP  
(frekwenties en tijden genormaliseerd tov  $\omega_c$ )

### 3.2.2 MULTIPLE FEEDBACK FILTER = MFB (LOW-Q)

#### a. TOPOLOGIE

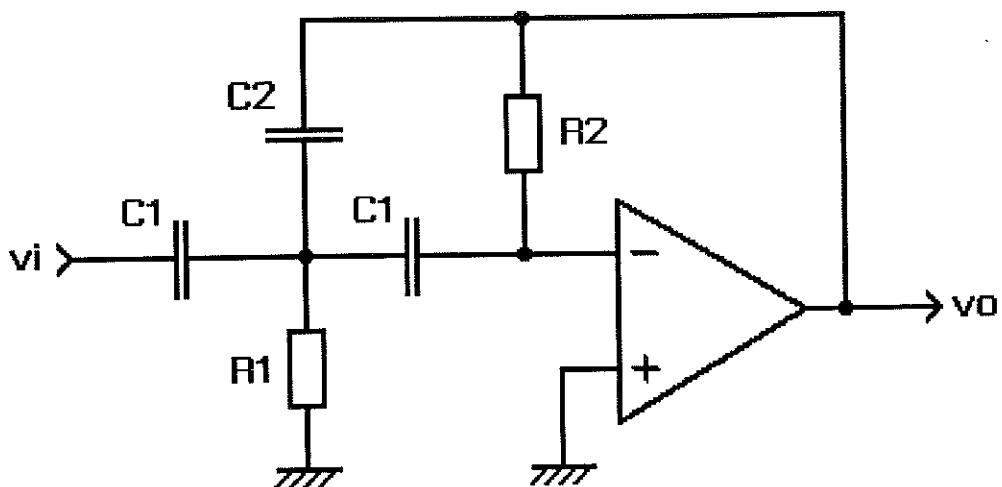


fig. 3.2 : MFB - HOOGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$MFB(s) = \frac{-\frac{C_1}{C_2} s^2}{s^2 + s \frac{1}{R_2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{2}{C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.14)$$

$$K = C_1 / C_2 \quad (3.15)$$

$$\Omega_n = 1/\sqrt{C} = 1/ \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (3.16)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = \frac{1/ \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{(1/R_2) (1/C_1 + 2/C_2)} \quad (3.17)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 4 komponentwaarden te bepalen. Er blijft dus 1 vrijheidsgraad over. (Eventueel kunnen bijkomende eisen gesteld worden, zoals minimale gevoeligheid van  $F(s)$  voor komponentvariaties). Daar de totale versterking van het filter vrij over de filtertrappen kan verdeeld worden, is  $K$  binnen bepaalde grenzen een vrije variabele.

Een mogelijke keuze is:

$$C_1 = 1$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(3.15) \Rightarrow K = 1/C_2$$

$$(3.16) \Rightarrow \Omega_n = (1/\sqrt{C_2}) \cdot (1/\sqrt{R_1 R_2})$$

$$(3.17) \Rightarrow Q = \frac{(1/\sqrt{C_2})}{(1 + 2/C_2)} \sqrt{R_2 / R_1}$$

Een set van ontwerpvergelijkingen wordt dan:

$R_1 = \frac{K}{Q(1+2K)\Omega_n}$	$R_2 = \frac{Q(1+2K)}{\Omega_n}$	$C_1 = 1$	$C_2 = \frac{1}{K}$
-----------------------------------	----------------------------------	-----------	---------------------

(3.18)

Om de afleiding van de synthesevergelijkingen te vereenvoudigen, werden ook eenvoudige komponentwaarden gekozen en werd de frekwentie tov  $\omega_c$  genormaliseerd. Om tot praktische komponentwaarden te komen moet impedantie-scaling en frekwentie-scaling toegepast worden.

### d. KWALITEITSFAKTOR Q

De kwaliteitsfaktor wordt in eerste instantie bepaald door de verhouding in weerstanden:

$\frac{R_2}{R_1} = [Q(1+2K)]^2 / K$	<span style="font-size: 1.5em;">(3.19)</span>
-------------------------------------	---

Deze verhouding in weerstandswaarden is evenredig met het kwadraat van de kwaliteitsfactor  $Q$ . Het kwadratisch verband met  $Q$ , beperkt de bruikbaarheid van dit schema tot kwaliteitsfaktoren van typisch 6. De versterkingsfactor  $K$  ligt best in het interval  $[0.25, 1]$  voor een maximale kwaliteitsfactor. De kwaliteitsfactor neemt af met toenemende versterking:

$$Q = \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\sqrt{K}}{1 + 2K}} \quad (3.20)$$

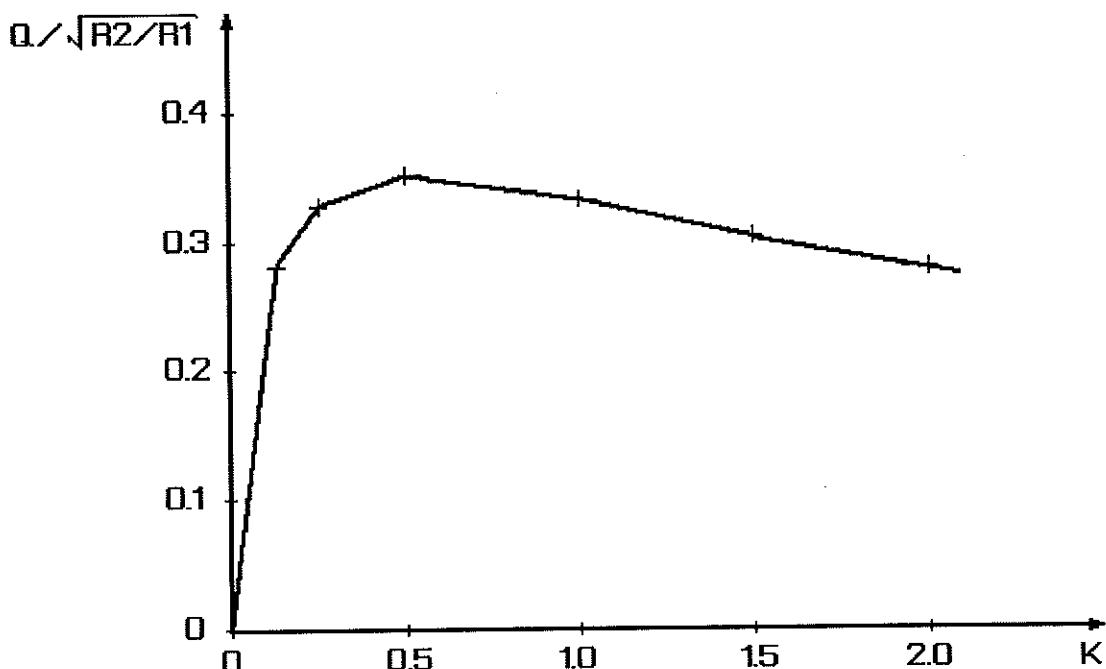


fig. 3.3 :  $Q$  AFHANKELIJKHEID VAN  $K$  - MFB ( $R_2/R_1 = \text{kte}$ )

Een bovengrens voor de kwaliteitsfactor is:

$$Q_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (K = 1/2) \quad (3.21)$$

Dit schema kan dus niet toegepast worden voor hoge kwaliteitsfaktoren ( $Q < 6$ ).

#### e. BRONWEERSTAND

Een eindige bronweerstand komt in serie te staan met de capaciteit aan de ingang ( $C_1$ ) van de MFB schakeling. Deze vormen samen een laagdoorlaatfilter en veroorzaken een fout in de transfertfunktie.

### 3.2.3 VOLTAGE CONTROLLED VOLTAGE SOURCE = VCVS (MEDIUM-Q)

Deze schakeling wordt toegeschreven aan Sallen & Key.

#### a. TOPOLOGIE

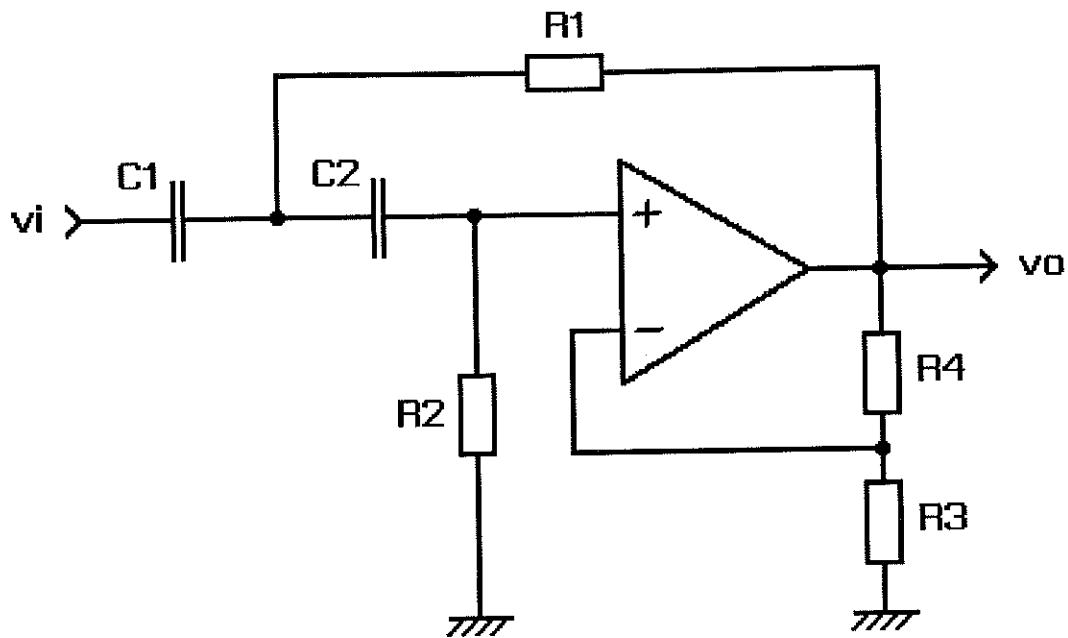


fig. 3.4 : VCVS - HOOGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$\text{VCVS}(s) = \frac{k s^2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-k}{R_1 C_1} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.22)$$

$$k = k = 1 + (R_4 / R_3) \quad (3.23)$$

$$\Omega_n = 1/\sqrt{C} = 1/ \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (3.24)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = \frac{1/\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-k}{R_1 C_1}} \quad (3.25)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 5 parameters te bepalen. Er blijven dus 2 vrijheidsgraden over.  
Een mogelijke keuze is:

$$R_1 = R_2 = 1$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(3.23) \Rightarrow K = k$$

$$(3.24) \Rightarrow \Omega_n = 1 / \sqrt{C_1 C_2}$$

$$(3.25) \Rightarrow Q = \frac{1 / \sqrt{C_1 C_2}}{\frac{1}{C_2} + \frac{2 - k}{C_1}}$$

Voor  $k=2$  wordt de set van ontwerpvergelykkingen:

$$C_1 = \frac{1}{Q\Omega_n} \quad C_2 = \frac{Q}{\Omega_n} \quad k = 2 \quad R_1 = R_2 = 1$$

(3.26)

### d. KWALITEITSFAKTOR

Voor  $k=2$  is de kwaliteitsfaktor:

$$Q = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = v \quad (3.27)$$

Voor de VCVS topologie kan de kwaliteitsfaktor verhoogd worden door de versterkingsfactor te vergroten, zonder daarbij de natuurlijke pulsatie te wijzigen. De kwaliteitsfaktor geschreven in termen van  $v$  (de karakteristieke kapaciteitsverhouding):

$$Q = \frac{1}{1/v + v(2-k)} \quad (3.28)$$

$Q$  wordt oneindig voor een versterking  $k$ :

$$k = 2 + C_1/C_2 = 2 + v^{-2}$$

Oplossen van de kwadratische vergelijking in  $v$  (3.28) geeft:

$$v = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4Q^2(2-k)}}{2Q(2-k)} \quad (3.29)$$

Hierdoor liggen de grenzen voor  $k$  vast:

$$2 - 1/4Q^2 < k < 2 + v^{-2} \quad (3.30)$$

Door  $k$  te verhogen kan  $v$  kleiner gemaakt worden voor eenzelfde kwaliteitsfactor  $Q$  (kleinere komponentgevoeligheid).

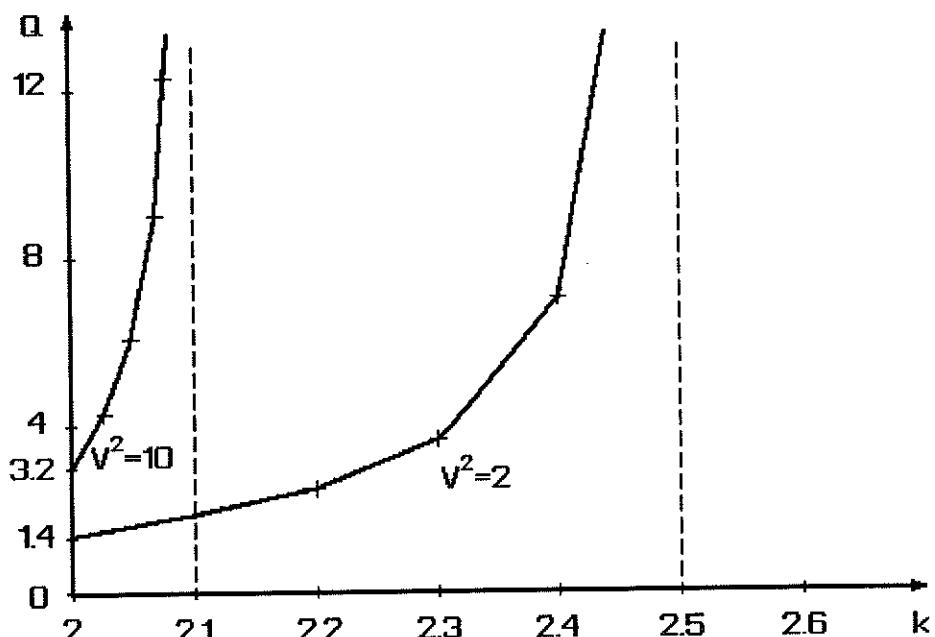


fig. 3.5 :  $Q$  AFHANKELIJKHEID VAN  $k$

Op deze wijze wordt de grote verhouding in komponentwaarden nu gereduceerd. De exacte waarde van  $k$  wordt echter kritisch voor grote waarden van  $Q$  (grote gevoeligheid : temperatuur, veroudering, vochtigheid, ...). Typische limiet:

$$Q < 20$$

#### e. BRONWEERSTAND

Een eindige bronweerstand komt in serie te staan met de kapaciteit aan de ingang ( $C_1$ ) van de VCVS schakeling. Deze vormen samen een laagdoorlaatfilter en veroorzaken een fout in de transfertfunktie.

### 3.2.4 STATE-VARIABLE-FILTER = BIQUAD (HIGH Q)

#### a. TOPOLOGIE

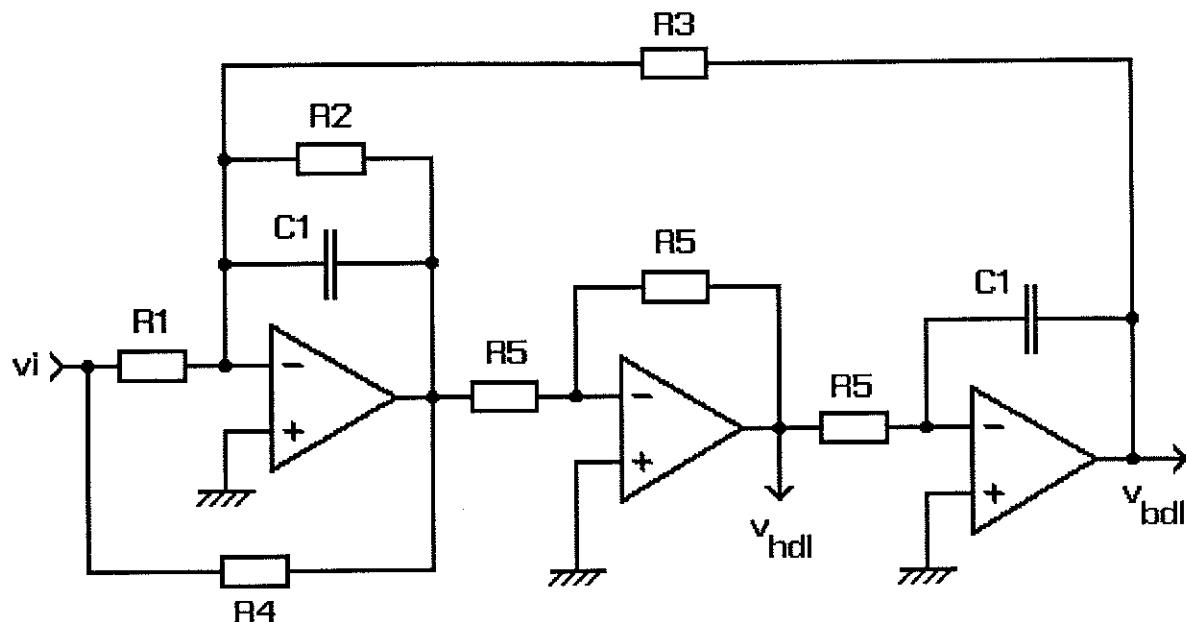


fig. 3.6 : BIQUAD - HOOGDOORLAATFILTER

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$BIQ(s) = \frac{\frac{R5}{R4} s^2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R2 C1} \right) + \frac{1}{R3 R5 C1^2}} \quad \text{als } \frac{R5}{R4} = \frac{R2}{R1} \quad (3.31)$$

$$K = k = (R5 / R4) \quad (3.32)$$

$$\Omega_n = 1/\sqrt{C} = 1/ C_1 \sqrt{R3 R5} \quad (3.33)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = R2 / \sqrt{R3 R5} \quad (3.34)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is:

$$C_1 = 1 \quad R_3 = R_5 = R$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(3.32) \Rightarrow K = R / R_4$$

$$(3.33) \Rightarrow \Omega_n = 1 / R$$

$$(3.34) \Rightarrow Q = R_2 / R$$

Er worden eenvoudige ontwerpvergelijkingen bekomen:

$$\boxed{C_1 = 1 \quad R_1 = \frac{Q}{K\Omega_n} \quad R_2 = \frac{Q}{\Omega_n} \quad R_4 = \frac{1}{K\Omega_n} \quad R_3 = R_5 = \frac{1}{\Omega_n}}$$

(3.35)

### d. KWALITEITSFAKTOR

De komponentverhouding neemt nu lineair toe met de kwaliteitsfactor. Dit laat toe hoge kwaliteitsfactoren te realiseren, met kleine gevoeligheden voor komponentvariaties.

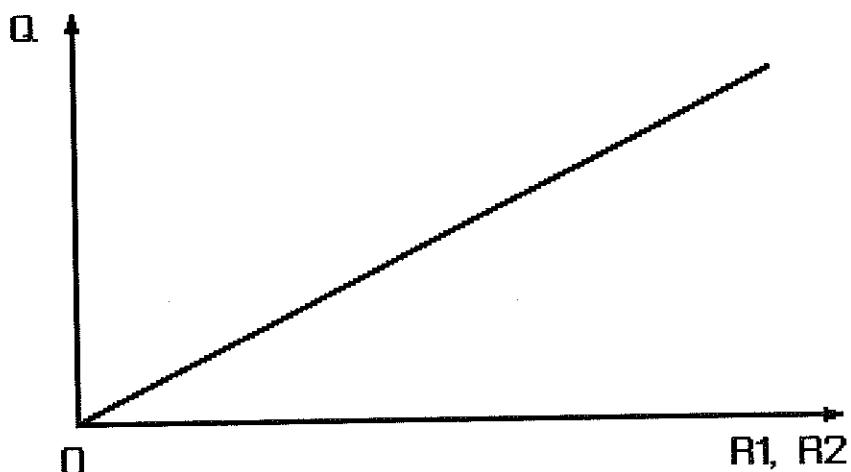


fig. 3.7 : Q AFHANKELIJKHEID VAN R1, R2

#### 4. BANDDOORLAATFILTERS

##### 4.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

In de tabellen wordt enkel de genormaliseerde transfertfunktie van een laagdoorlaatfilter gegeven. De transfertfunktie van een banddoorlaat filter wordt gevonden door de frekwentietransformatie :

$$s = \frac{s^2 + \omega_0^2}{BW \cdot s} \quad (4.1)$$

Het banddoorlaatfilter kan algemeen geschreven worden als een kaskadeschakeling van een aantal tweede orde banddoorlaattrappen met algemene vergelijking:

$$F(s) = \frac{K \cdot 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_n \cdot s}{(s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_n \cdot s + \Omega_n^2)} \quad (4.2)$$

met  $\Omega_n = \omega_n / \omega_c$   
 $\zeta$  = natuurlijke pulsatie genormaliseerd tov  $\omega_c$   
 $K$  = demping van de filter  
 $S$  = versterking op  $\Omega_n$  van de filtertrap  
 $s = s / \omega_c$   
= komplexe frekwentie genormaliseerd tov  $\omega_c$ ,  
de afsnijpulsatie van het totaal filter

Hierbij zijn  $\Omega_n$  en  $\zeta$  vaak komplexe functies van B en C, de filtercoëfficiënten die in de tabellen vermeld staan (zie frekwentietransformaties).

## 4.2 MULTIPLE FEEDBACK FILTER = MFB (LOW-Q)

### a. TOPOLOGIE

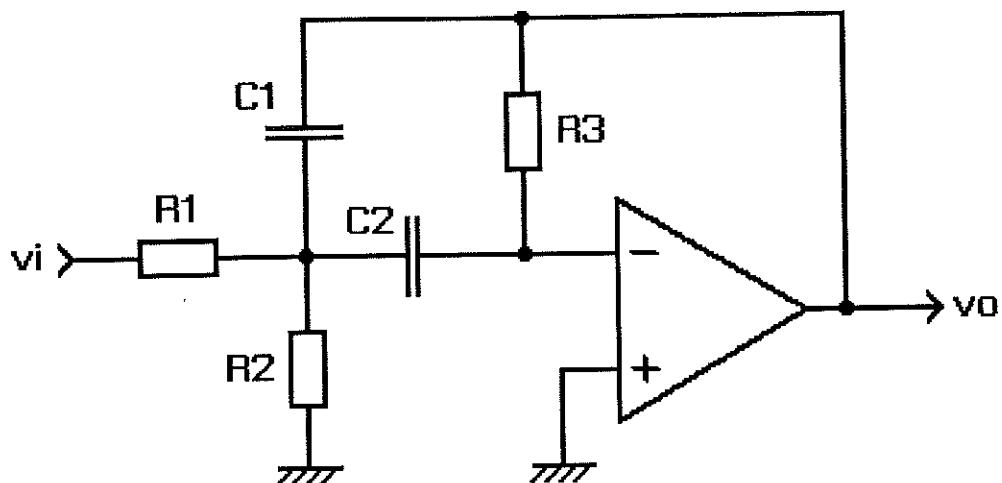


fig. 4.1 : MFB - BANDDOORLAATFILTER

### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$MFB(s) = \frac{s \frac{1}{R_1 C_1}}{s^2 + s \frac{1}{R_3} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{1}{R R_3 C_1 C_2}} \quad (4.3)$$

$$\text{met } R = R_1 // R_2 \quad (4.4)$$

$$K = \frac{R_3}{R_1} \frac{1}{\left( 1 + C_1/C_2 \right)} \quad (4.5)$$

$$\Omega_n = 1 / \sqrt{R R_3 C_1 C_2} \quad (4.6)$$

$$Q = \frac{1 / \sqrt{R R_3 C_1 C_2}}{(1/R_3) \left( 1/C_1 + 1/C_2 \right)} \quad (4.7)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 5 komponentwaarden te bepalen. Er blijven dus 2 vrijheidsgraden over. (Eventueel kunnen bijkomende eisen gesteld worden, zoals minimale gevoeligheid van  $F(s)$  voor komponentvariaties). Daar de totale versterking van het filter vrij over de filtertrappen kan verdeeld worden, is  $K$  binnen bepaalde grenzen een vrije variabele.

Een mogelijke keuze is ( $C$  wordt nadien gekozen):

$$C_1 = 1 \quad C_2 = C$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(4.5) \Rightarrow K = (R_3/R_1) \cdot (C / 1+C)$$

$$(4.6) \Rightarrow \Omega_n = 1 / \sqrt{R R_3 C}$$

$$(4.7) \Rightarrow Q = \sqrt{(R_3 \cdot C) / R} \cdot (1 / 1+C)$$

Een set van ontwerpvergelijkingen wordt dan:

$R_3 = \frac{Q \cdot (1+C)}{\Omega_n \cdot C}$	$R = \frac{1}{Q \cdot \Omega_n \cdot (1+C)}$	$R_1 = \frac{Q}{K \cdot \Omega_n}$	$C_1=1 \quad C_2=C$
--	--	------------------------------------	---------------------

(4.8)

Uitwerken naar  $R_2$  geeft:

$$R_2 = \frac{Q/\Omega_n}{Q^2 \cdot (1+C) - K}$$

Opdat  $R_2$  realiseerbaar zou zijn moet  $C$  zo gekozen worden dat:

$$K < Q^2 \cdot (1+C)$$

### d. KWALITEITSFAKTOR Q

De kwaliteitsfactor wordt bepaald door de verhouding van weerstanden:

$\frac{R_3}{R} = Q^2 \cdot \frac{(1+C)^2}{C}$	(4.9)
---	-------

#### 4.3 VOLTAGE CONTROLLED VOLTAGE SOURCE = VCVS (MEDIUM-Q)

##### a. TOPOLOGIE

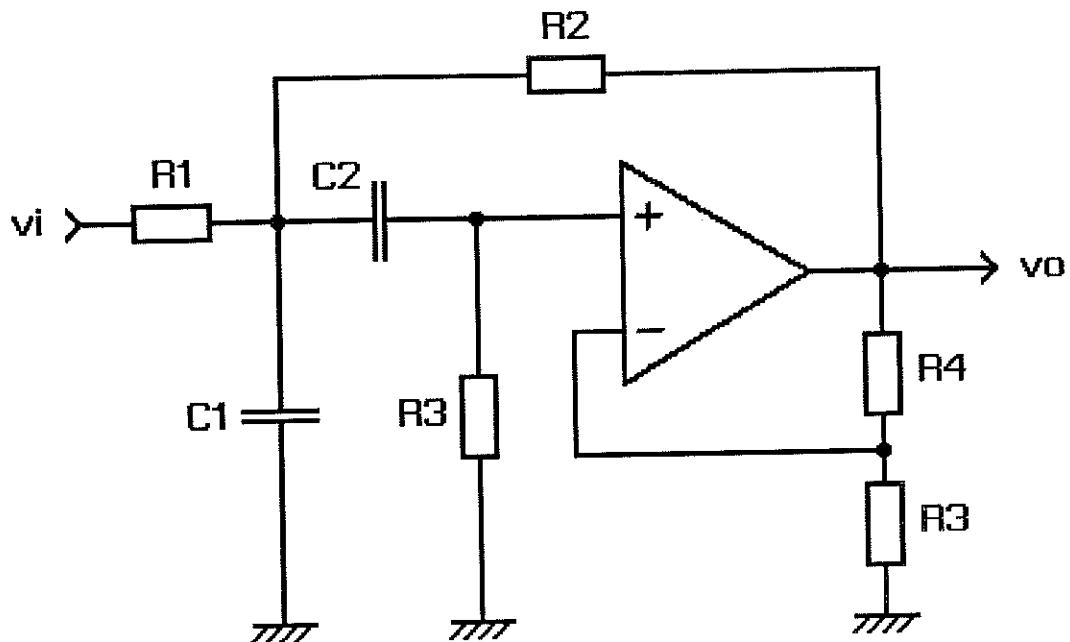


fig. 4.2 : VCVS - BANDDOORLAATFILTER

##### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$VCVS(s) = \frac{s \frac{k}{R_1 C_1}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_1} \right) + \frac{1}{R R_3 C_1 C_2}} \quad (4.10)$$

$$\text{met } R = R_1 // R_2 \quad k = 1 + (R_5 / R_4) \quad (4.11)$$

$$k/K = \frac{R_1 C_1}{R_3 C_2} + \frac{R_1}{R_3} + 1 + \frac{R_1}{R_2} (1-k) \quad (4.12)$$

$$\Omega_n = 1 / \sqrt{R R_3 C_1 C_2} \quad (4.13)$$

$$Q = \frac{1 / \sqrt{R R_3 C_1 C_2}}{\frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_1}} \quad (4.14)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN & KWALITEITSFAKTOR

Er is nu een set van 3 vergelijkingen om 6 parameters te bepalen. Er blijven dus 3 vrijheidsgraden over.

Een mogelijke keuze is:

$$C1 = C2 = 1 \quad R1 = R2 = R'$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(4.12) \Rightarrow \frac{k}{K} = 2 \frac{R'}{R_3} + 2 - k$$

$$(4.13) \Rightarrow \Omega_n = \frac{1}{\sqrt{R' R_3}}$$

$$(4.14) \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{R'}{R_3}} \frac{K}{k}$$

De set van ontwerpvergelijkingen wordt dan:

$$C1 = C2 = 1 \quad R1 = R2 = \frac{Q}{\Omega_n} \frac{k}{K} \quad R3 = \frac{1}{\Omega_n \cdot Q} \frac{K}{k}$$

$$k = K \frac{(K+1) + \sqrt{(K+1)^2 - 16Q^2}}{4Q^2}$$

(4.15)

Er is slechts een geldige oplossing voor  $k$  (kwadratische vergelijking), als voldaan is aan:

$$2Q^2 \cdot k^2 - K(1+K) \cdot k + 2K^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad K > 4Q - 1 \quad (4.16)$$

Deze voorwaarde begrenst de maximale  $Q$  van het VCVS schema.

### d. KWALITEITSFAKTOR Q

$Q$  wordt bepaald door een verhouding van weerstanden:

$$\frac{R'}{R_3} = Q^2 \frac{K}{k} \quad (4.17)$$

#### 4.4 STATE-VARIABLE-FILTER = BIQUAD (HIGH Q)

##### a. TOPOLOGIE

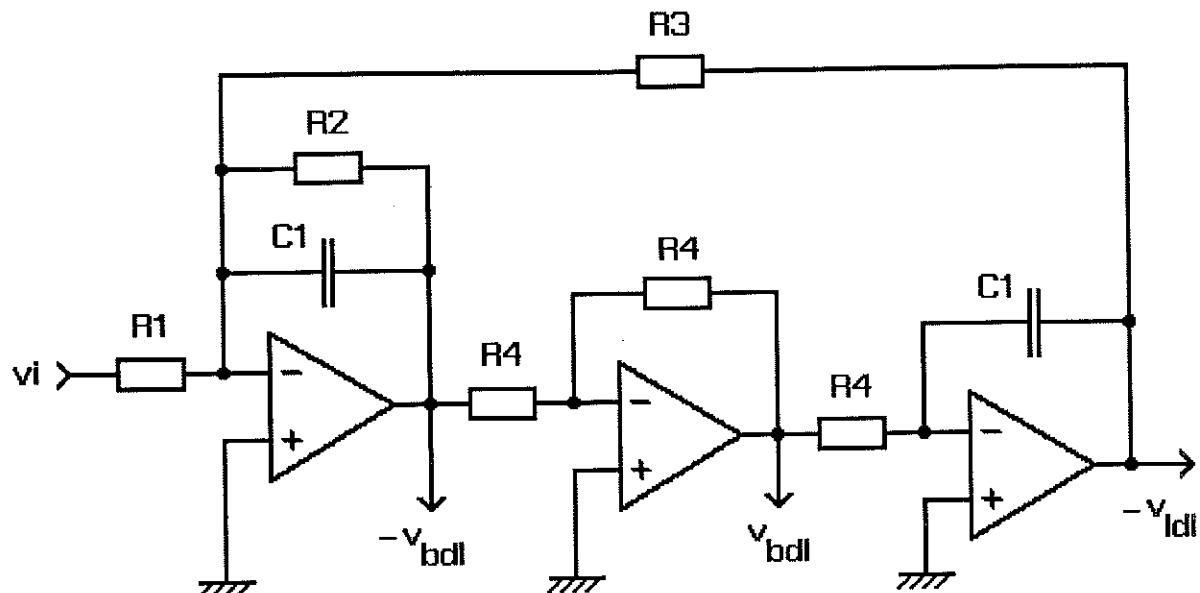


fig. 4.3 : BIQUAD - BANDDOORLAATFILTER

##### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$BIQ(s) = \frac{\frac{1}{s \frac{R1 C1}{R2 C1}}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R2 C1} \right) + \frac{1}{R3 R4 C1^2}} \quad (4.18)$$

$$K = (R2 / R1) \quad (4.19)$$

$$\Omega_n = 1 / C1 \sqrt{R3 R4} \quad (4.20)$$

$$Q = R2 / \sqrt{R3 R4} \quad (4.21)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is:

$$C_1 = 1 \quad R_3 = R_4 = R$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(4.19) \Rightarrow K = R_2 / R_1$$

$$(4.20) \Rightarrow \Omega_n = 1 / R$$

$$(4.21) \Rightarrow Q = R_2 / R$$

Er worden eenvoudige ontwerpvergelijkingen bekomen:

$C_1 = 1$	$R_1 = \frac{Q}{K\Omega_n}$	$R_2 = \frac{Q}{\Omega_n}$	$R_3 = R_4 = \frac{1}{\Omega_n}$
-----------	-----------------------------	----------------------------	----------------------------------

(4.22)

### d. KWALITEITSFAKTOR

De komponentverhouding neemt nu lineair toe met de kwaliteitsfactor. Dit laat toe hoge kwaliteitsfactoren te realiseren, met kleine gevoeligheden voor komponentvariaties.

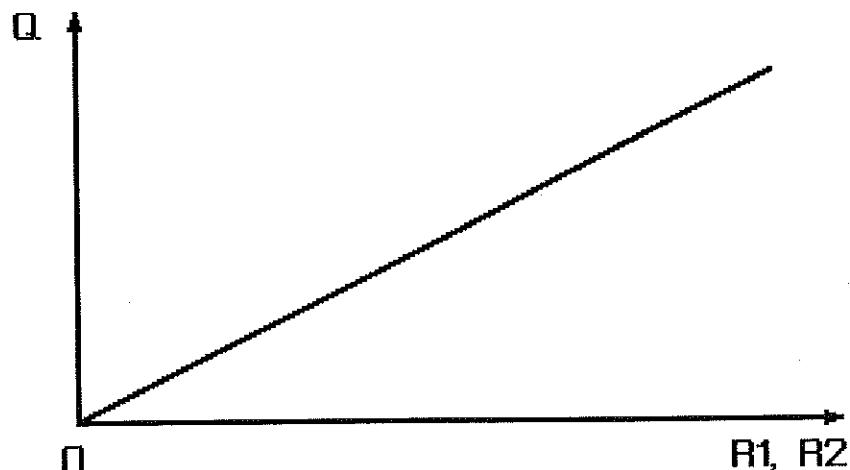


fig. 4.4 : Q AFHANKELIJKHEID VAN R1, R2

## 5. BANDSPERFILTERS

### 5.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE EN EIGENSCHAPPEN

In de tabellen wordt enkel de genormaliseerde transfertfunktie van een laagdoorlaatfilter gegeven. De transfertfunktie van een bandsper filter wordt gevonden door de frekventietransformatie :

$$S = \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (5.1)$$

Het bandspertfilter kan algemeen geschreven worden als een kaskadeschakeling van één zuiver tweede orde bandsperfilter  $BS(S)$  [voor de eerste orde term van het overeenkomstig laagdoorlaatfilter van oneven orde] en een Low Pass Notch LPN(S) High Pass Notch HPN(S) combinatie [voor elke tweede orde term van het overeenkomstig laagdoorlaatfilter]:

$$BS(S) = \frac{s^2 + \Omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\Omega_n \cdot s + \Omega_n^2)} \quad (5.2)$$

met  $\Omega_n = \omega_n/\omega_c$   
 $=$  natuurlijke pulsatie van polen en nulpunten  
 genormaliseerd tov  $\omega_c$   
 $\zeta$  = demping van de polen  
 $S = s/\omega_c$   
 $=$  komplexe frekventie genormaliseerd tov  $\omega_c$

$$LPN/HPN(S) = \frac{s^2 + \Omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta_p\Omega_p \cdot s + \Omega_p^2)} \quad (5.3)$$

met  $\Omega_n = \omega_n/\omega_c$   
 $=$  natuurlijke pulsatie van de nulpunten  
 genormaliseerd tov  $\omega_c$   
 $\Omega_p = \omega_p/\omega_c$   
 $=$  natuurlijke pulsatie van de polen  
 genormaliseerd tov  $\omega_c$   
 $= \Omega_n/D$  (LPN) [detuning factor  $D > 1$ ]  
 $= \Omega_n \cdot D$  (HPN)  
 $\zeta_p$  = demping van de polen

Hierbij zijn  $\Omega_n$ ,  $\Omega_z$ ,  $\Omega_p$  en  $\zeta_p$  vaak komplexe functies van  $B$  en  $C$ , de filtercoëfficiënten die in de tabellen vermeld staan (zie frekventietransformaties).

## 5.2 BANDSPERFILTER (HIGH-Q)

### a. TOPOLOGIE

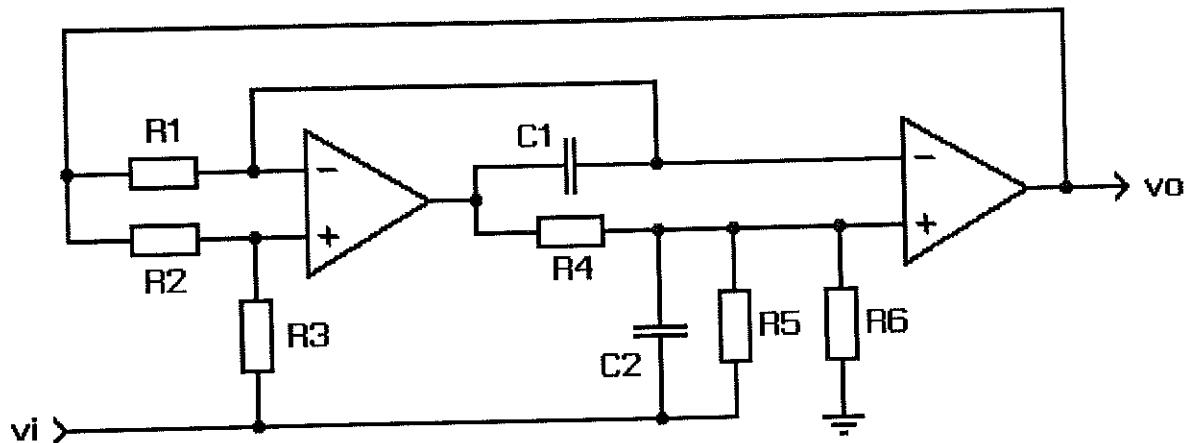


fig. 5.1 : BANDSPERFILTER

### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$BSP(s) = \frac{s^2 + \frac{R2}{R1 R3 R4 C1 C2}}{s^2 + s \frac{1}{C2} \left( \frac{1}{R5} + \frac{1}{R6} \right) + \frac{R2}{R1 R3 R4 C1 C2}} \quad (5.4)$$

$$\text{als } R2 R5 = R3 R6 \quad (5.5)$$

$$\Omega_n = \sqrt{\frac{R2}{R1 R3 R4 C1 C2}} \quad (5.6)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R2}{R1 R3 R4 C1 C2}}}{(1/C2) \left( 1/R5 + 1/R6 \right)} \quad (5.7)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is (3 vergelijkingen, 8 onbekenden):

$$C_1 = C_2 = 1$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_a \quad \text{en} \quad R_5 = R_6 = R_b$$

Met deze keuze is voldaan aan (5.5). Met de 2 overblijvende vergelijkingen kunnen de komponentwaarden bepaald worden:

$$(5.6) \Rightarrow \Omega_n = 1 / R_a$$

$$(5.7) \Rightarrow Q = \Omega_n R_b / 2$$

Er worden eenvoudige ontwervergelijkingen bekomen:

$C_1=C_2 = 1$	$R_1=R_2=R_3=R_4 = \frac{1}{\Omega_n}$	$R_5=R_6 = \frac{2Q}{\Omega_n}$	(5.8)
---------------	--	---------------------------------	-------

### d. KWALITEITSFAKTOR

De komponentverhouding neemt lineair toe met de kwaliteitsfaktor. Dit laat toe hoge kwaliteitsfactoren te realiseren, met kleine gevoeligheden voor komponentvariaties.

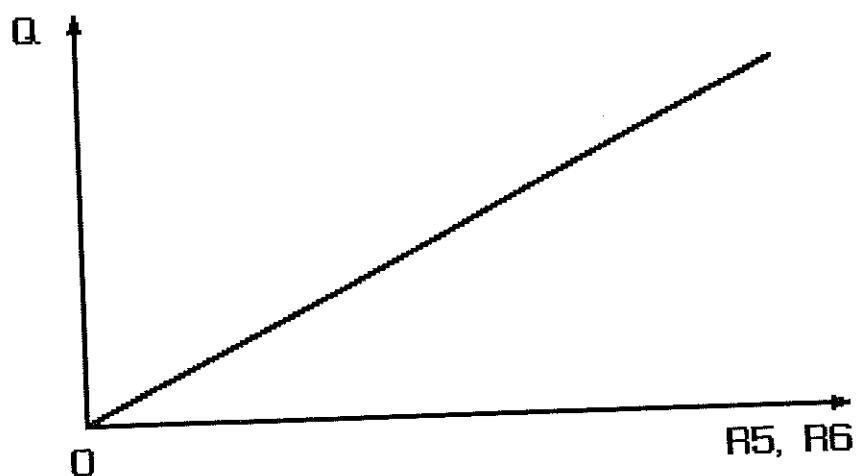


fig. 5.2 : Q AFHANKELIJKHED VAN R5, R6

### 5.3 LOW PASS NOTCH / HIGH PASS NOTCH

#### 5.3.1 DUAL OPAMP

##### a. TOPOLOGIE

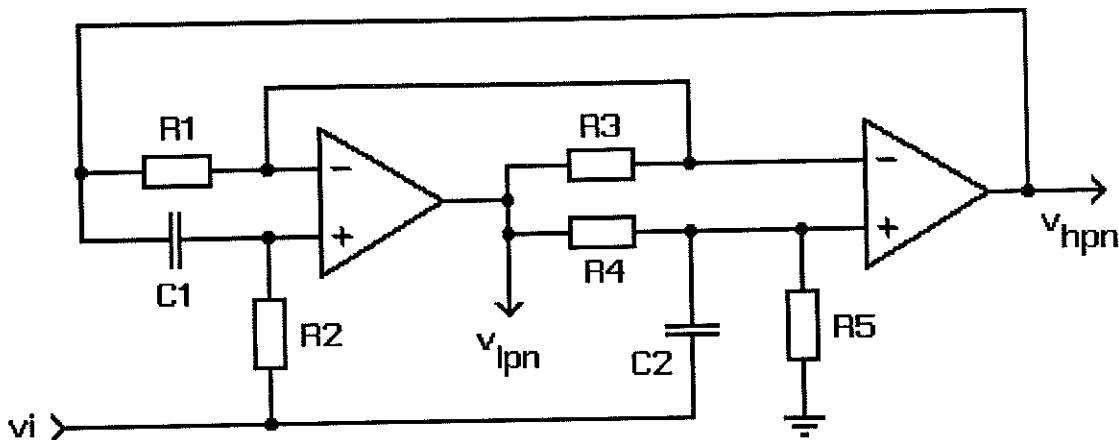


fig. 5.3 : DUAL OPAMP - LOW PASS NOTCH / HIGH PASS NOTCH

##### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$LPN/HPN(s) = \frac{s^2 + \Omega_z^2}{s^2 + s \frac{1}{C_2 R_5} + \frac{R_3}{R_1 R_2 R_4 C_1 C_2}} \quad (5.9)$$

$$\Omega_p = \sqrt{\frac{R_3}{R_1 R_2 R_4 C_1 C_2}} \quad (5.10)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R_3}{R_1 R_2 R_4 C_1 C_2}}}{1/(C_2 R_5)} \quad (5.11)$$

$$LPN: \quad \Omega_z^2 = \Omega_p^2 (1 + R_4/R_5) = \Omega_p^2 \cdot D^2 \quad (5.12)$$

$$HPN: \quad \Omega_z^2 = \Omega_p^2 (1 - (R_1 R_4 / R_3 R_5)) = \Omega_p^2 / D^2 \quad (5.13)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is (3 vergelijkingen, 7 onbekenden):

$$C1 = C2 = 1$$

$$R1 = R3 = Ra$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de komponentwaarden bepaald worden:

$$(5.10) \Rightarrow \Omega_p = 1 / \sqrt{R2 R4}$$

$$(5.11) \Rightarrow Q = \Omega_p R5$$

$$\text{LPN: } (5.12) \Rightarrow D^2 = 1 + R4/R5$$

$$\text{HPN: } (5.13) \Rightarrow 1/D^2 = 1 - R4/R5$$

De waarden voor  $R1$  en  $R3$  worden door deze vergelijkingen niet bepaald en kunnen dus gekozen worden (een factor  $Q$  kleiner dan  $R5$ ). Bij de realisatie van een bandsperfilter is  $\Omega_z = \Omega_n$  gemeenschappelijk voor LPN en HPN. De polen hebben een detuning  $D$ . De ontwerpvergelijkingen worden dan:

LPN ( $\Omega_z = \Omega_n = \Omega_p \cdot D$ )

$C1=C2=1$	$R1=R3=\frac{D}{\Omega_n}$	$R5=\frac{QD}{\Omega_n}$	$R4=\frac{QD}{\Omega_n(D^2-1)}$	$R2=\frac{1}{Q\Omega_n} \frac{D}{D^2-1}$
-----------	----------------------------	--------------------------	---------------------------------	--

(5.14)

HPN ( $\Omega_z = \Omega_n = \Omega_p/D$ )

$C1=C2=1$	$R1=R3=\frac{1}{\Omega_n D}$	$R5=\frac{Q}{\Omega_n D}$	$R4=\frac{Q(D^2-1)}{\Omega_n D^3}$	$R2=\frac{1}{Q\Omega_n} \frac{D}{D^2-1}$
-----------	------------------------------	---------------------------	------------------------------------	--

(5.15)

### d. KWALITEITSFAKTOOR & DETUNING

Problemen bij de praktische realisatie voor grote  $D$ :

LPN :  $R4/R2 = Q^2 \cdot (D^2-1)^2 \rightarrow$  grote verhouding bij grote  $D$  en  $Q$

HPN :  $\frac{R4}{R5} = \frac{D^2-1}{D^2} \approx 1$  bij grote  $D$ , maar voor  $R4=R5$  is  $\Omega_z = 0$ !

### 5.3.2 STATE-VARIABLE-FILTER = BIQUAD (HIGH Q)

#### a. TOPOLOGIE

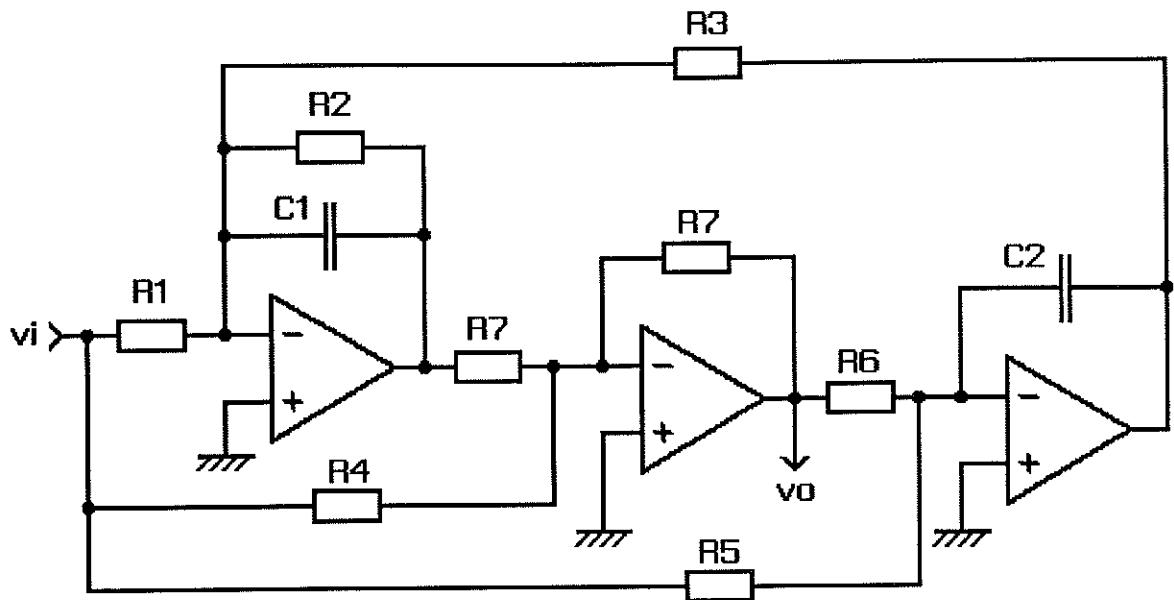


fig. 5.4: BIQUAD - LOW PASS NOTCH / HIGH PASS NOTCH

#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$LPN/HPN(s) = - \frac{R7}{R4} \frac{s^2 + \frac{R4}{R3 R5 R7 C1 C2}}{s^2 + s \frac{1}{C1 R2} + \frac{1}{R3 R6 C1 C2}} \quad (5.16)$$

$$\text{als : } R1 R7 = R2 R4 \quad (5.17)$$

$$K_\infty = R7 / R4 \quad (5.18)$$

$$\Omega_p = \sqrt{1 / R3 R6 C1 C2} \quad (5.19)$$

$$\Omega_z^2 / \Omega_p^2 = R4 R6 / R5 R7 \quad (5.20)$$

$$Q = \sqrt{1 / R3 R6 C1 C2 \cdot (C1 R2)} \quad (5.21)$$

### c. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is (5 vergelijkingen, 9 onbekenden):

$$C1 = C2 = 1$$

$$R3 = R6 = R7 = R$$

De komponentwaarden volgen uit de 5 beschikbare vergelijkingen:

$$(5.17) \Rightarrow R1 R = R2 R4$$

$$(5.18) \Rightarrow K_{\infty} = R / R4$$

$$(5.19) \Rightarrow \Omega_p = 1 / R$$

$$(5.20) \Rightarrow \Omega_z^2 / \Omega_p^2 = R4 / R5$$

$$(5.21) \Rightarrow Q = R2 / R$$

Bij de realisatie van een bandsperfilter is  $\Omega_z = \Omega_n$  gemeenschappelijk voor LPN en HPN. De polen hebben een detuning D.

LPN ( $\Omega_z = \Omega_n = \Omega_p \cdot D$ )

$C1=C2=1$	$R3=R6=R7=\frac{D}{\Omega_n}$	$R1=\frac{QD}{K_{\infty}\Omega_n}$	$R2=\frac{QD}{\Omega_n}$	(5.22)
		$R4=\frac{D}{K_{\infty}\Omega_n}$	$R5=\frac{1}{DK_{\infty}\Omega_n}$	

HPN ( $\Omega_z = \Omega_n = \Omega_p / D$ )

$C1=C2=1$	$R3=R6=R7=\frac{1}{D\Omega_n}$	$R1=\frac{Q}{DK_{\infty}\Omega_n}$	$R2=\frac{Q}{D\Omega_n}$	(5.23)
		$R4=\frac{1}{DK_{\infty}\Omega_n}$	$R5=\frac{D}{K_{\infty}\Omega_n}$	

### d. KWALITEITSFAKTOR & DETUNING

$$\Omega_z^2 / \Omega_p^2 = R4 / R5 \rightarrow \text{bepaalt detuning}$$

$$\text{LPN : } R1 / R5 = D^2 Q \rightarrow Q : \text{lineair}$$

$$D : \text{kwadratisch}$$

## 6. ALDOORLAATFILTERS

Een aldoorlaatfilter ("all pass" filter) heeft een konstante amplituderesponsie, maar de faseresponsie is frekwentieafhankelijke. Deze wordt gebruikt om het fasgedrag (= tijdsvertraging) van amplitudeselektieve filters aan te passen, vandaar de naam "delay equalizer".

### 5.1 EERSTE ORDE ALDOORLAAT

#### 5.1.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE

De algemene transfertfunktie van een eerste orde aldoorlaat-filter is:

$$AP(s) = \frac{s - \omega_a}{s + \omega_a} \quad (6.1)$$

met  $\omega_a$  de pulsatie van de negatieve reële pool en het positieve reële nulpunt.

#### 5.1.2 AKTIEF EERSTE ORDE FILTER

##### a. TOPOLOGIE

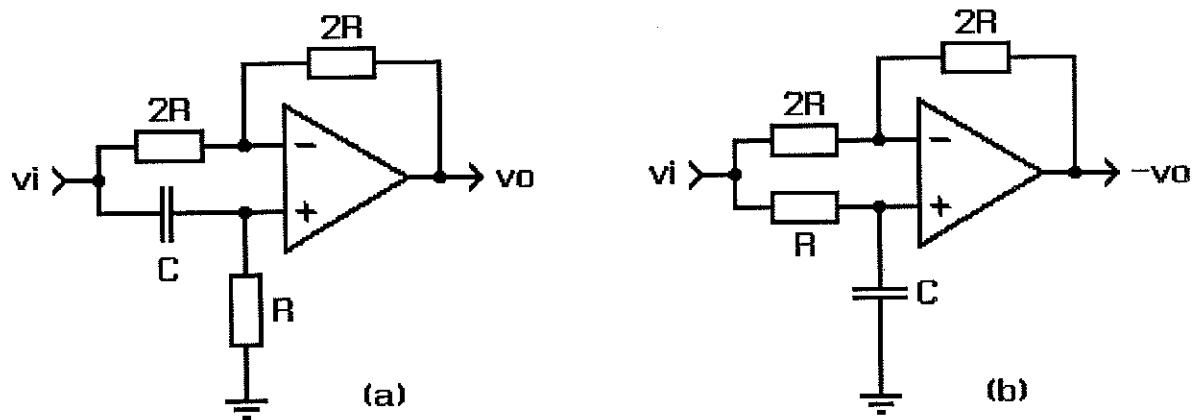


fig. 6.1: EERSTE ORDE - ALDOORLAATFILTER  
 (a) NIET GEÏNVERTEERD (b) GEÏNVERTEERD

##### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$AP(s) = \frac{s - 1/RC}{s + 1/RC} \quad (6.2)$$

## 5.2 TWEEDE ORDE ALDOORLAAT

### 5.2.1 ALGEMENE TRANSFERTFUNKTIE

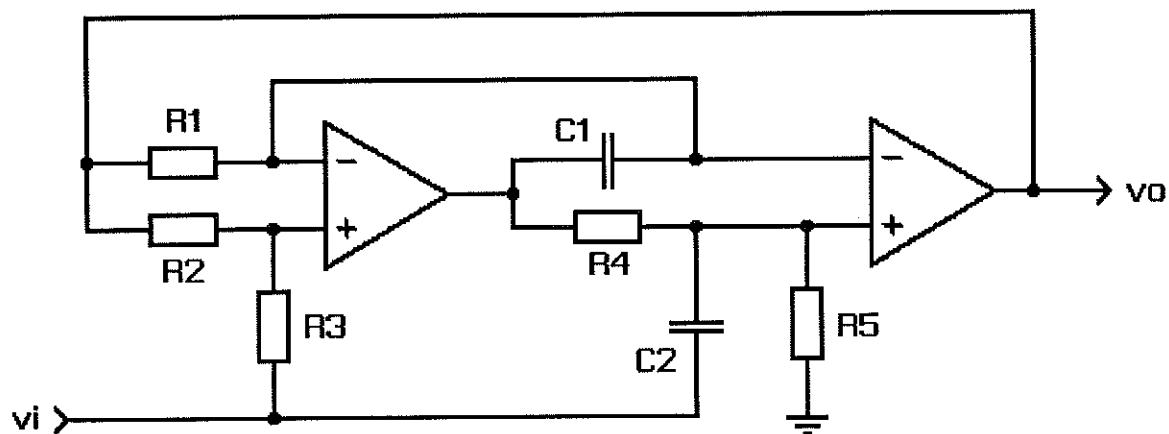
De algemene transfertfunktie van een tweede orde aldoorlaat-filter is:

$$AP(s) = \frac{s^2 - 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.3)$$

met  $\omega_n$  de pulsatie van de komplex toegevoegde polen (LHV) en nulpunten (RHV).

### 5.1.2 AKTIEF TWEEDE ORDE FILTER

#### a. TOPOLOGIE



#### b. TRANSFERTFUNKTIE

$$AP(s) = \frac{\frac{1}{C_2 R_5} + \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}}{\frac{1}{C_2 R_5} + \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}} \quad (6.4)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}} \quad (6.5)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}}}{1 / (C_2 R_5)} \quad (6.6)$$

### C. ONTWERPVERGELIJKINGEN

Een mogelijke keuze is (3 vergelijkingen, 7 onbekenden):

$$C_1 = C_2 = 1 \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

Met de 2 beschikbare vergelijkingen kunnen de komponentwaarden bepaald worden:

$$(6.5) \Rightarrow \omega_n = 1 / R$$

$$(6.6) \Rightarrow Q = \omega_n R_5$$

Er worden eenvoudige ontwerpvergelijkingen bekomen:

$$\boxed{C_1=C_2 = 1 \quad R_1=R_2=R_3=R_4 = \frac{1}{\omega_n} \quad R_5 = \frac{Q}{\omega_n}} \quad (6.7)$$

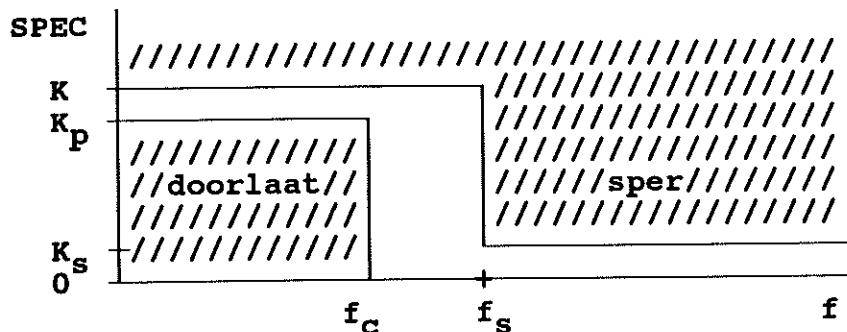
**ONTWERP VAN AKTIEVE FILTERS : TUTORIAL**

## 1. LAAGDOORLAAT FILTER

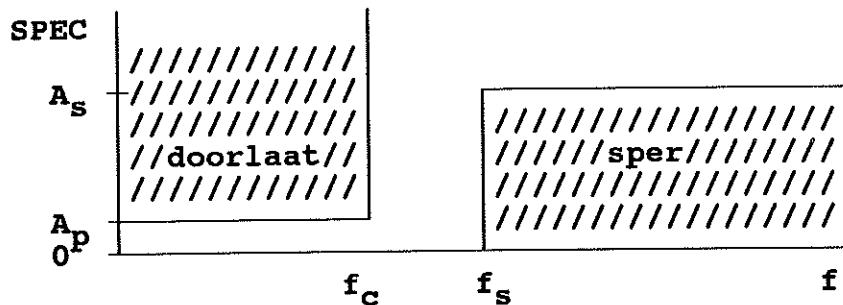
### 1.1 SPECIFIKATIES

In het amplitudedomein worden de specifikaties van het laagdoorlaatfilter aangegeven met versterking of verzwakking:

**LAAGDOORLAAT (versterking)**



**LAAGDOORLAAT (verzwakking)**



S P E C I F I K A T I E S		
$K = 2\sqrt{2}$	$K_p = 2$	$K_s = 8.9E-3$
$A_s = 20 \log (K/K_s) = 60 \text{ dB} = \text{verzwakking in sperband}$		
$A_p = 20 \log (K/K_p) = 3 \text{ dB} = \text{verzwakking in doorlaatband}$		
$f_c = 100 \text{ Hz} = 3\text{dB frekwentie (doorlaatband)}$		
$f_s = 350 \text{ Hz} = \text{grensfrekwentie (sperband)}$		
$f_s - f_c = 250 \text{ Hz} = \text{transitieband}$		

$$K = 2\sqrt{2} \quad K_p = 2 \quad K_s = 8.9E-3$$

$$A_s = 20 \log (K/K_s) = 60 \text{ dB} = \text{verzwakking in sperband}$$

$$A_p = 20 \log (K/K_p) = 3 \text{ dB} = \text{verzwakking in doorlaatband}$$

$$f_c = 100 \text{ Hz} = 3\text{dB frekwentie (doorlaatband)}$$

$$f_s = 350 \text{ Hz} = \text{grensfrekwentie (sperband)}$$

$$f_s - f_c = 250 \text{ Hz} = \text{transitieband}$$

fig. 1.1 : SPECIFIKATIES LAAGDOORLAATFILTER

De synthese van het filter verloopt in twee stappen:

1. Bepaal een (realiseerbare) transfertfunktie  $L(s)$  die voldoet aan de vooropgestelde specificaties
2. Implementeer  $L(s)$  met een gepast aktief filter schema (dimensioneer de komponenten met coëfficient matching).

## 1.2 BEPALEN TRANSFERTFUNKTIE

### a. BEPALEN FILTER-ORDE

Om de filtertabellen te kunnen gebruiken, moet de orde  $n$  van het filter gekend zijn. Voor de wiskundige benaderingen volgens Butterworth en Chebyshev (all-pole filters) is deze:

$$\text{Butterworth} \quad n_b = \frac{\log \sqrt{\frac{A_s/10}{10 - 1}}}{\log (\omega_s / \omega_c)} = 5.51 \rightarrow 6$$

$$\text{Chebyshev} \quad n_c = \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{A_s/10}{10 - 1}}}{\operatorname{arccosh} (\omega_s / \omega_c)} = 3.95 \rightarrow 4$$

$$[ \operatorname{arccosh} (x) = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad \text{voor } x \geq 1 ]$$

Door gebruik te maken van de Chebyshev benadering kan een tweede orde filtertrap worden uitgespaard.

### b. GENORMALISEERDE TRANSFERTFUNKTIE UIT DE TABELLEN

Uit de tabellen volgt dadelijk de genormaliseerde transfertfunktie van een vierde orde Chebyshev filter (3dB rimpel in de doorlaatband,  $\omega_c=1\text{Hz}$ ):

$$L_n(s) = \frac{K_f \cdot (0.196) \cdot (0.903)}{(s^2 + 0.411 s + 0.196)(s^2 + 0.17 s + 0.903)} \quad (1.1)$$

Voor een even orde Chebyshev filter is de versterking bij DC  $K_f = K_p = 2$ . (De invloed van komponenttoleranties op  $K_f$  wordt voor de eenvoud verder verwaarloosd.)

De transfertfunktie (1.1) kan gerealiseerd worden als een kaskade van 2 tweede-orde filtertrappen en een versterkertrap:



fig. 1.2 : REALISATIE VAN EEN HOGER ORDE FILTER ALS EEN KASKADESCHAKELING VAN 2DE ORDE TRAPPEN

Wordt de versterking in de filtertrappen zelf gerealiseerd, dan kan deze theoretisch op willekeurige wijze over de trappen verdeeld worden:

$$K_f = \pi K_i \quad (1.2)$$

De genormaliseerde transfertfunktie per tweede-orde trap kan dan algemeen voorgesteld worden als:

$$F_n(s) = \frac{K \cdot C}{(s^2 + B \cdot s + C)} \quad (1.3)$$

met  $B, C$  = filtercoëfficiënten uit de Chebyshev-tabel  
 $K$  = DC versterking van de filtertrap  
 $s$  = komplexe frekwentie genormaliseerd t.o.v.  $\omega_c$ ,  
de 3dB afsnijpulsatie van het "totaal" filter

### c. FREKWENTIETRANSFORMATIE

Daar de transfertfunktie  $L_n(\Omega)$  gespecificeerd is voor een afsnijpulsatie  $\omega_c$  van 1Hz (genormaliseerde frekwentie  $S$ ), moet een frekwentietransformatie worden toegepast om de transfertfunktie te kennen voor een vooropgestelde  $\omega_c$ .

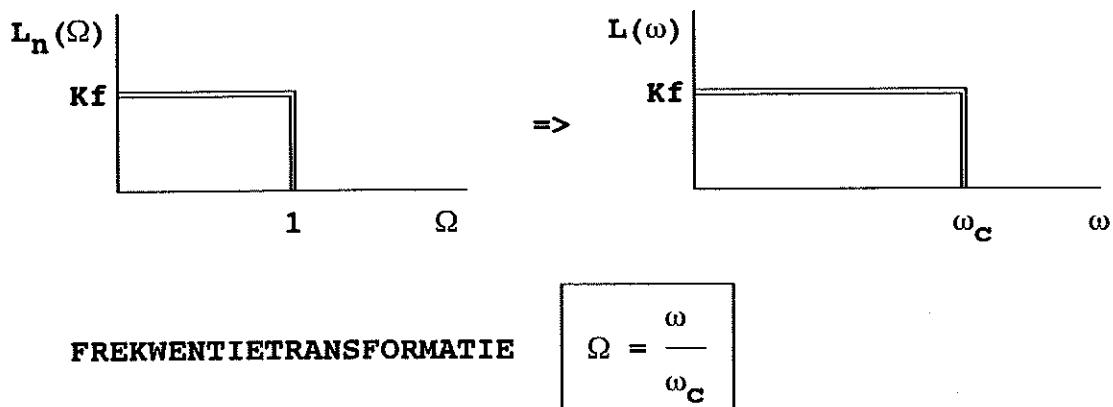


fig. 1.3 : FREKWENTIETRANSFORMATIE

Door toepassing van de frekwentietransformatie:

$$s = \frac{s}{\omega_c} \quad (1.4)$$

wordt de transfertfunktie  $L(s)$  bekomen voor een afsnijpulsatie  $\omega_c$  (van het totaal filter). Toegepast op de transfertfunktie van een 2de orde systeem:

$$F(s) = F_n\left(\frac{s}{\omega_c}\right) = \frac{K \cdot C \cdot \omega_c^2}{(s^2 + B \cdot \omega_c \cdot s + C \cdot \omega_c^2)} \quad (1.5)$$

#### d. EIGENSCHAPPEN VAN DE FILTERTRAPPEN

Door identifikatie van (1.5) met de algemene voorstelling van een 2de orde systeem:

$$F(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{(s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2)} \quad (1.6)$$

kunnen dadelijk de eigenschappen van de tweede orde filtertrap worden afgeleid. Voor synthese zijn de voornaamste parameters:

$\Omega_n$  = genormaliseerde natuurlijke pulsatie

$Q$  = kwaliteitsfactor

De verhouding van deze parameters geeft  $\Omega_{bw}$ , de genormaliseerde bandbreedte.

Het tijds gedrag van elke 2de orde trap wordt beschreven door het reëel en imaginair deel van de komplex toegevoegde polen:

$\tau' = \tau \cdot \omega_c$  = tijds kte uitdemping genormaliseerd tov  $\omega_c$

$T' = T \cdot \omega_c$  = uitslingerperiode genormaliseerd tov  $\omega_c$

Typische punten op de frekwentiekarakteristiek:

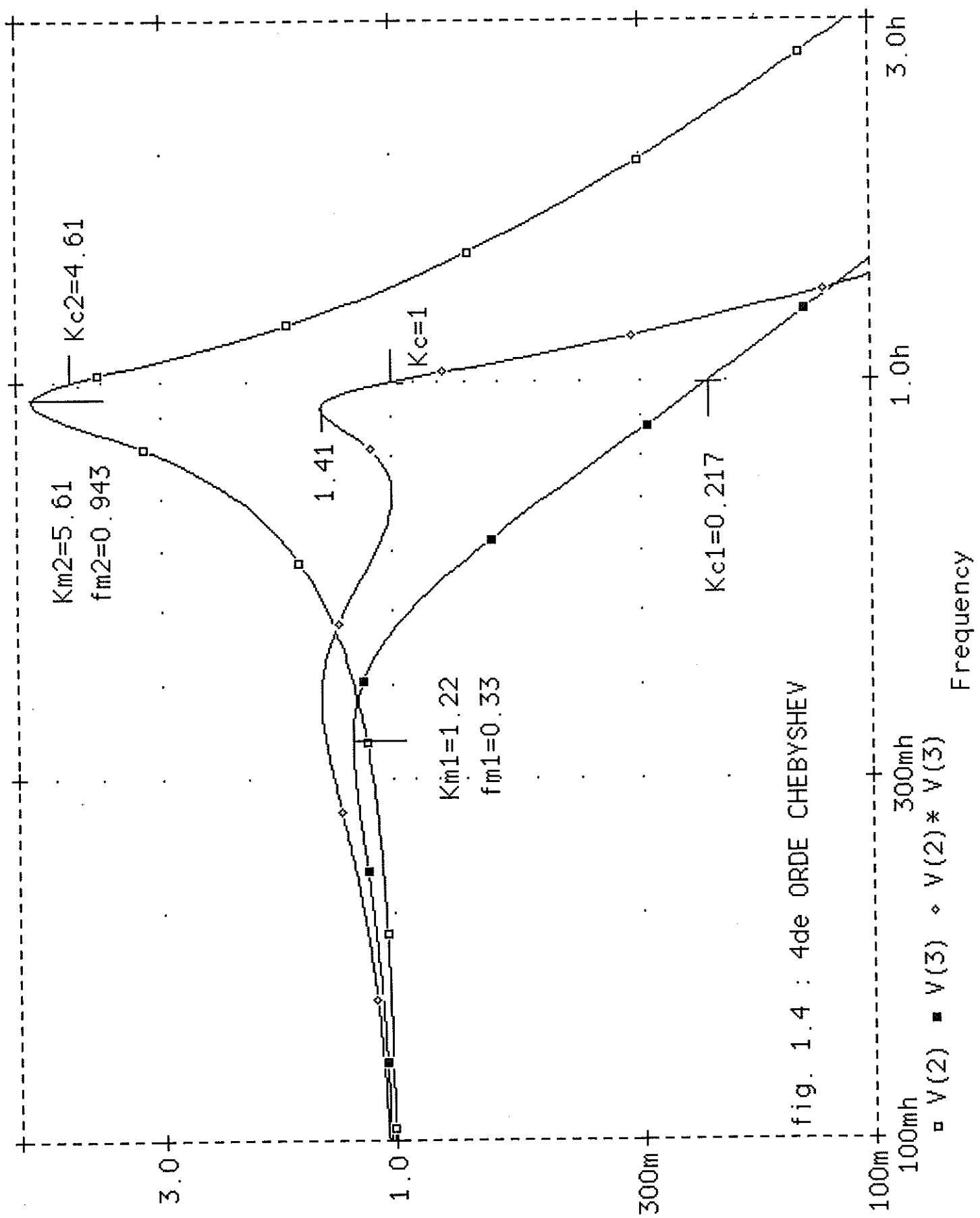
$\Omega_m, K_m$  = resonantie van de filtertrap

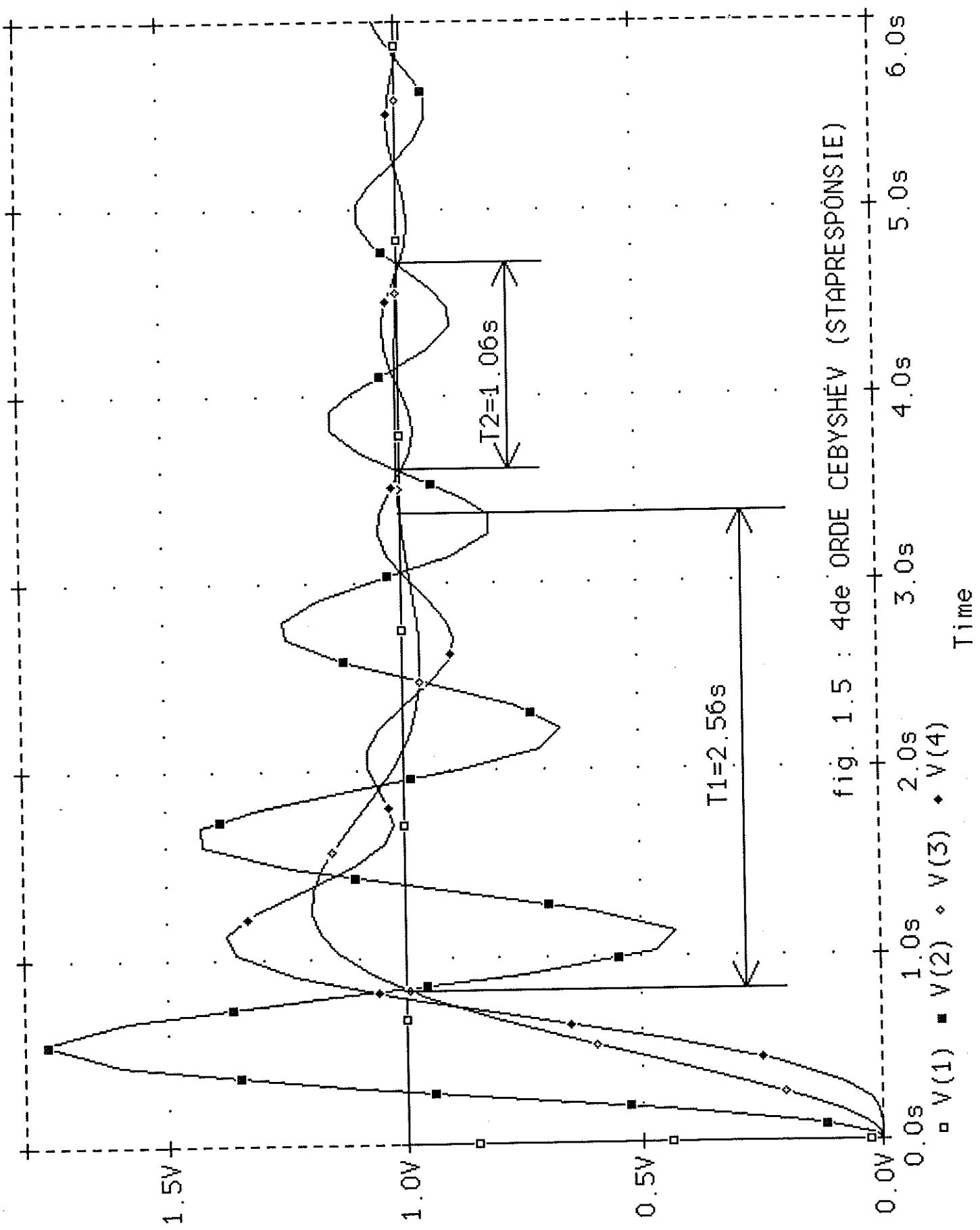
$\Omega_c, K_c$  = weergave van de filtertrap bij de afsnijpulsatie  
 $\Omega_c = 1\text{Hz}$  van het totaal filter

In tabel 1.1 zijn deze eigenschappen per filtertrap berekend.

ALGEMEEN	TABEL	TRAP1	TRAP2
		$B = 0.411$ $C = 0.196$	$B = 0.17$ $C = 0.903$
$\Omega_n = \omega_n / \omega_c$	$\sqrt{C}$	0.44 Hz	0.95 Hz
Q	$\frac{\sqrt{C}}{B}$	1.08	5.59
$\zeta$	$\frac{B}{2\sqrt{C}}$	0.46	0.089
$\Omega_{bw} = \Omega_n / Q$	B	0.41 Hz	0.17 Hz
POLEN (STAPRESPONSIE)			
$\Omega_n \cdot \zeta = 1/\tau'$	B/2	0.205 Hz	0.085 Hz
$\tau'$	2/B	4.9 s	1.8 s
$\Omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{T'}$	$\sqrt{C - \frac{B^2}{4}}$	0.39 Hz	0.964 Hz
T'		2.56 s	1.06 s
FREKWENTIERESPONSIE			
$\Omega_m = \Omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$	$\sqrt{C - \frac{B^2}{2}}$	0.33 Hz	0.943 Hz
$K_m = K \frac{Q}{\sqrt{1-\zeta^2}}$	$K \frac{C/B}{\sqrt{C-(B/2)^2}}$	$K_1 * 1.22$	$K_2 * 5.61$
$K_C =  F(\omega=\omega_c) $	$K \frac{C}{\sqrt{(C-1)^2+(B)^2}}$	$K_1 * 0.217$	$K_2 * 4.61$

TABEL 1.1 : EIGENSCHAPPEN VAN TWEDE ORDE FILTERTRAPPEN  
(frekwenties en tijden genormaliseerd tot  $\omega_c$ )





De ideale frekwentierresponsie (fig. 1.4) en stapresponsie (fig. 1.5) voor de afzonderlijke trappen en voor de kaskadeschakeling zijn aangegeven. (De versterkingsfactoren  $K_f$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  werden bij de voorstelling 1 genomen).

#### e. KASKADE-VOLGORDE

Theoretisch is de kaskade-volgorde van de tweede orde trappen niet relevant. In praktische toepassingen, waar ook grote ingangssignalen kunnen optreden, moet worden opgelet voor clipping van een filteruitgang tegen de voedingsspanning. Wordt een trap met hoge kwaliteitsfactor vooraan geschakeld, dan zal omwille van de grote opslingerering (resonantie) sneller clipping optreden (= voor kleinere ingangssignalen).

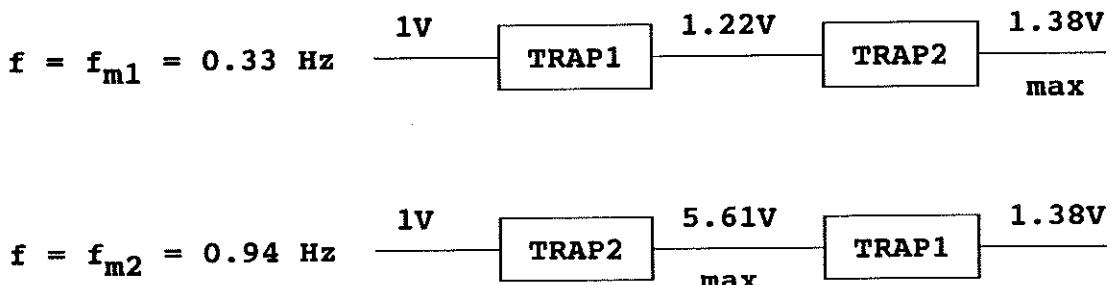


fig. 1.6 : POSITIE EN GROOTTE VAN DE MAXIMALE OPSLINGERING

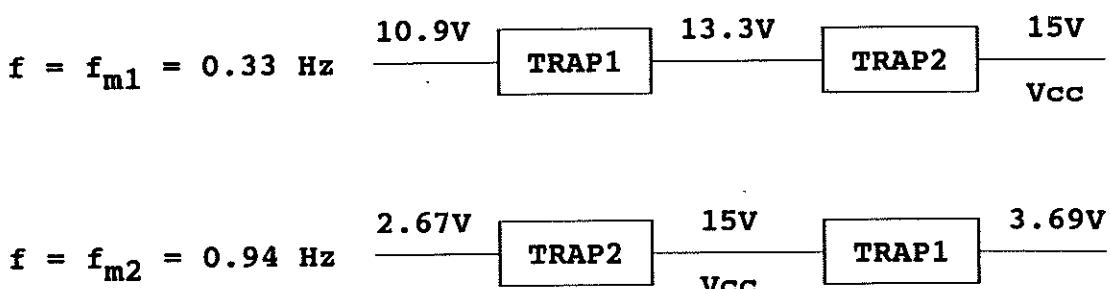


fig. 1.7 : CLIPPING VOORWAARDE AAN DE INGANG ( $V_{cc} = \pm 15 \text{ V}$ )

#### KASKADE-REGEL:

Voor een maximaal dynamisch bereik is de kaskade-schakeling zodanig dat ter hoogte van de interkonnektie van twee trappen het frekwentiespektrum in de doorlaatband zo vlak mogelijk blijft. Dit is in het kaskade-netwerk meestal ekwivalent aan een toename van de kwaliteitsfactor van ingang naar uitgang.

### 1.3 IMPLEMENTATIE MET AKTIEF FILTER

Er zijn een groot aantal aktieve filters die de transfertfunktie (1.5) kunnen realiseren. De selektie van een bepaalde topologie is gebaseerd op de kwaliteitsfactor (een hoge Q vergt meestal een komplexer schema):

$$Q_1 = 1.08 \Rightarrow TRAP1 = MFB = Multiple FeedBack$$

$$Q_2 = 5.59 \Rightarrow TRAP2 = MFB = Multiple FeedBack$$

(Trap2 zou ook met een VCVS kunnen geïmplementeerd worden.)

#### a. COEFFICIENT MATCHING TECHNIK

De transfertfunktie van een laagdoorlaat MFB filter is:

$$MFB(s) = \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}{s^2 + s \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad (1.7)$$

De te realiseren transfertfunktie (Chebyshev filtertrap) is:

$$F(s) = \frac{K.C.\omega_C^2}{(s^2 + B.\omega_C.s + C.\omega_C^2)} \quad (1.8)$$

Door beide functies aan elkaar gelijk te stellen :

$$F(s) = MFB(s)$$

wordt een set vergelijkingen bekomen, die toelaat waarden voor  $R_i$  en  $C_i$  te bepalen. Deze techniek noemt men coëfficient matching.

Om de vergelijkingen algemeen te maken, wordt genormaliseerd tot  $\omega_C$  (nadien wordt scaling op  $R_i$  en  $C_i$  toegepast):

$$MFB(s) = F_n(s) = \frac{K.C}{(s^2 + B.s + C)} \quad (1.9)$$

$$K = R_2 / R_1 \quad (1.10)$$

$$\Omega_n = \sqrt{C} = 1 / \sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (1.11)$$

$$Q = \sqrt{C}/B = \frac{1 / \sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}}{(1/C_2) (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)} \quad (1.12)$$

We beschikken nu over een set van 3 vergelijkingen om 5 komponentwaarden te bepalen. Er blijven dus 2 vrijheidsgraden over. (Eventueel kunnen bijkomende eisen gesteld worden, zoals minimale gevoeligheid van  $F(s)$  voor komponentvariaties). Daar  $K_f$  over de filtertrappen kan verdeeld worden volgens (1.2), is  $K$  binnen bepaalde grenzen een vrije variabele.

Een mogelijke keuze is:

$$R_2 = R_3 = 1$$

Met de 3 beschikbare vergelijkingen kunnen de andere komponentwaarden bepaald worden:

$$(1.10) \Rightarrow R_1 = 1/K$$

$$(1.11) \Rightarrow \Omega_n = 1 / \sqrt{C_1 C_2}$$

$$(1.12) \Rightarrow Q \cdot (K+2) = \sqrt{C_2 / C_1}$$

Deze laatste vergelijking verder uitgewerkt, geeft:

$$\frac{C_2}{C_1} = [Q \cdot (K+2)]^2 \quad (1.13)$$

De verhouding in kapaciteitswaarden is evenredig met het kwadraat van de kwaliteitsfactor  $Q$ . Opdat de kapaciteiten praktisch realiseerbaar zouden zijn moet deze verhouding beperkt blijven (typisch 100):

- $C$  niet te groot  $\rightarrow$  kost, oppervlak, kwaliteit
  - $C$  niet te klein  $\rightarrow$  invloed van parasitaire kapaciteiten
- Het kwadratisch verband met  $Q$ , beperkt de bruikbaarheid van dit schema tot kwaliteitsfactoren van typisch 6.

De versterkingsfactor  $K$  verhoogt ook kwadratisch de verhouding in kapaciteitswaarden. Uit bovenstaande beschouwingen is het aangewezen de grootste versterking toe te kennen aan de filtertrap met de kleinste kwaliteitsfactor.

Een set van ontwerpvergelijkingen wordt dan:

$C_1 = \frac{1}{Q(K+2)\Omega_n}$	$C_2 = \frac{Q(K+2)}{\Omega_n}$	$R_1 = \frac{1}{K}$	$R_2 = R_3 = 1$
----------------------------------	---------------------------------	---------------------	-----------------

(1.14)

Om de afleiding van de synthesevergelijkingen te vereenvoudigen, werden ook eenvoudige komponentwaarden gekozen en werd de frequentie tov  $\omega_c$  genormaliseerd. Om tot praktische komponentwaarden te komen moet impedantie-scaling en frequentie-scaling toegepast worden.

## b. FREKWENTIE-SCALING

Door gebruik te maken van genormaliseerde frekwenties kunnen ontwerpvergelijkingen algemeen geschreven worden. (Dit laat ook toe filtertransfertfunkties in tabellen te plaatsen.)

Denormalisatie van een transfertfunktie wordt bekomen door de frekwentietransformatie (1.4).

Zoals blijkt uit (1.7) komen R's en C's steeds voor als een RC produkt of als een verhouding van weerstanden. Voor een aktief filter met natuurlijke pulsatie  $\Omega_n$  en komponentwaarden R en C wordt bijvoorbeeld gevonden:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_c} = \frac{1}{R C} = \sqrt{\frac{1}{R C R C}} \quad (1.15)$$

Dit geeft na denormalisatie:

$$\omega_n = \frac{\omega_c}{R C} \quad (1.16)$$

Door een reduktie van alle R's OF alle C's met  $\omega_c$  wordt de gepaste frekwentie-scaling toegepast:

$$\text{alle } R_i' = \frac{R_i}{\omega_c} \quad \text{OF} \quad C_i' = \frac{C_i}{\omega_c} \quad (1.17)$$

met  $R_i'$  en  $C_i'$  de komponentwaarden van een aktief filter met natuurlijke pulsatie  $\Omega_n \cdot \omega_c$  (topologie wijzigt niet!).

Deze regel is algemeen toepasbaar: de frekwentieweergave van een aktief filter kan met een faktor  $\alpha$  verhoogd worden door alle kapaciteiten (OF weerstanden) met eenzelfde faktor  $\alpha$  te reduceren.

## c. IMPEDANTIE-SCALING

Bij de afleiding van de ontwerpvergelijkingen werden een-voudige komponentwaarden genomen. Met impedantie-scaling worden de komponentwaarden omgezet in praktische waarden.

R's en C's in een transfertfunktie komen steeds voor als een RC produkt of als een verhouding van weerstanden. Door alle weerstanden met een faktor ISF (= Impedance Scaling Factor) te verhogen en alle kapaciteiten met eenzelfde faktor te reduceren, blijven alle RC produkten en alle weerstandsverhoudingen behouden. Door deze bewerking wordt de transfertfunktie dus niet gewijzigd.

$$\text{alle } R_i'' = R_i' \cdot ISF \quad \text{EN} \quad C_i'' = \frac{C_i'}{ISF} \quad (1.18)$$

Er kan per trap een andere ISF gekozen worden.

d. IMPLEMENTATIE VAN 4de ORDE CHEBYSHEV MET MFB

GENORMALISEERDE KOMPONENTWAARDEN [TABEL 1.1 & (1.14)]:

	TRAP1	TRAP2
$C_1 = \frac{1}{Q(K+2)\sqrt{C}}$	526 mF	62.75 mF
$C_2 = \frac{Q(K+2)}{\sqrt{C}}$	9.818 F	17.65 F
$R_1 = 1/K$	0.5 Ω	1 Ω
$R_2$	1 Ω	1 Ω
$R_3$	1 Ω	1 Ω
K	2	1

FREKWENTIE-SCALING (alle  $C_i/\omega_C$ , met  $\omega_C = 628.3$  Hz)

	TRAP1	TRAP2
K	2	1
$C_1' = \frac{C_1}{\omega_C}$	837.3 μF	99.87 μF
$C_2' = \frac{C_2}{\omega_C}$	15.63 mF	28.09 mF
$R_1' = R_1$	0.5 Ω	1 Ω
$R_2' = R_2$	1 Ω	1 Ω
$R_3' = R_3$	1 Ω	1 Ω
K	2	1
Q	1.08	5.59
$f_n$	44 Hz	95 Hz

IMPEDANTIE-SCALING (fig. 1.8)

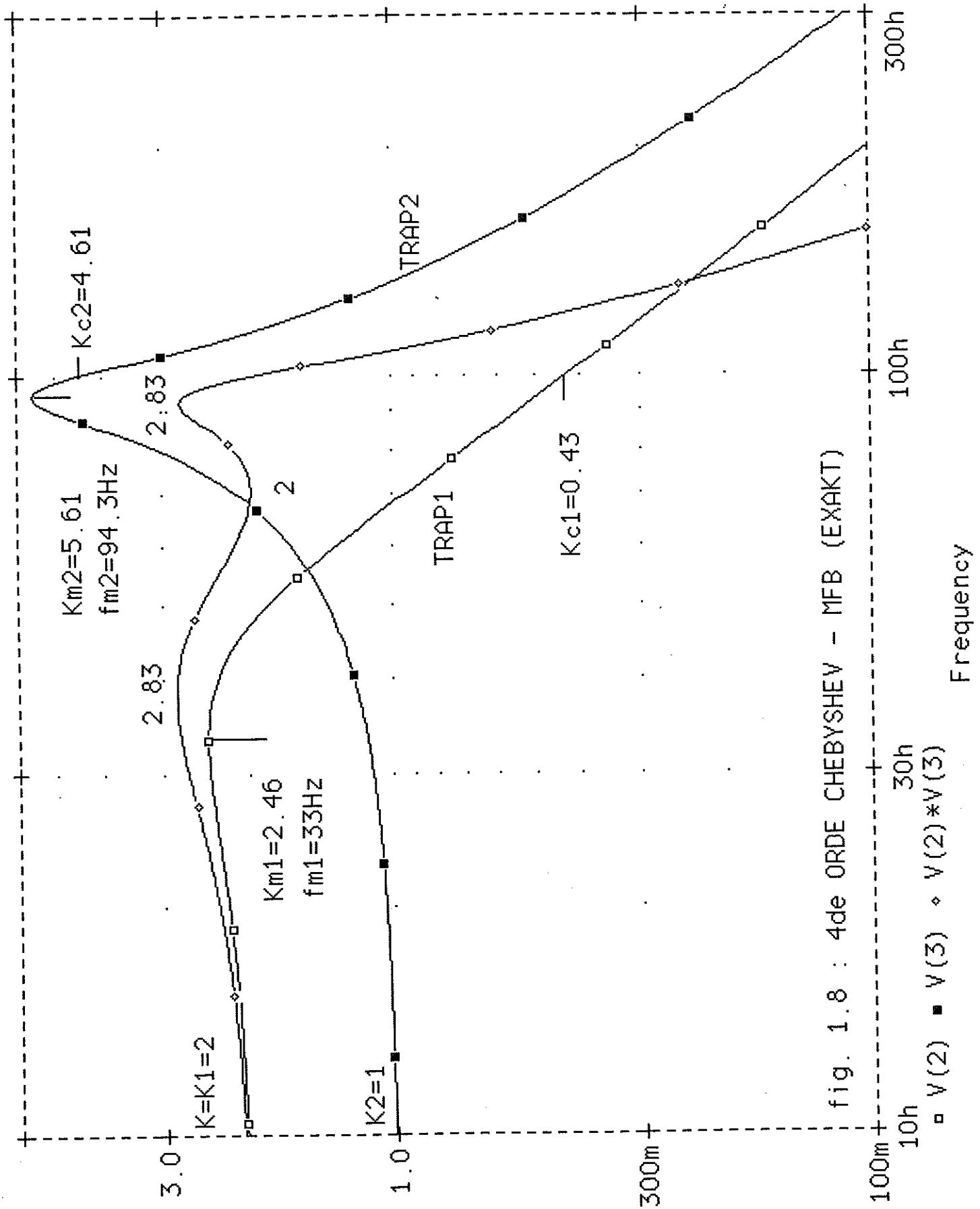
	TRAP1	TRAP2
ISF	330000	390000
C1" = C1'/ISF	2.537 nF	256.1 pF
C2" = C2'/ISF	47.35 nF	72.02 nF
R1" = R1'.ISF	165 kΩ <->	390 kΩ
R2" = R2'.ISF	330 kΩ	390 kΩ
R3" = R3'.ISF	330 kΩ	390 kΩ

E12-IMPLEMENTATIE (fig. 1.9)

	TRAP1	TRAP2
C1" = C1'/ISF	2.7 nF	270 pF
C2" = C2'/ISF	47 nF	68 nF
R1" = R1'.ISF	165 kΩ <->	390 kΩ
R2" = R2'.ISF	330 kΩ	390 kΩ
R3" = R3'.ISF	330 kΩ	390 kΩ
K" (1.10)	2	1
Q" (1.11)	1.04	5.29
f <sub>n</sub> " (1.12)	42.8 Hz	95.2 Hz

ANALYSE FREKWENTIERESPONSIE (exakt - fig. 1.8)

	TRAP1	TRAP2
K (DC)	2	1
f <sub>m</sub>	33 Hz	94.3 Hz
K <sub>m</sub>	2.46	5.61
K <sub>C</sub>	0.434	4.61



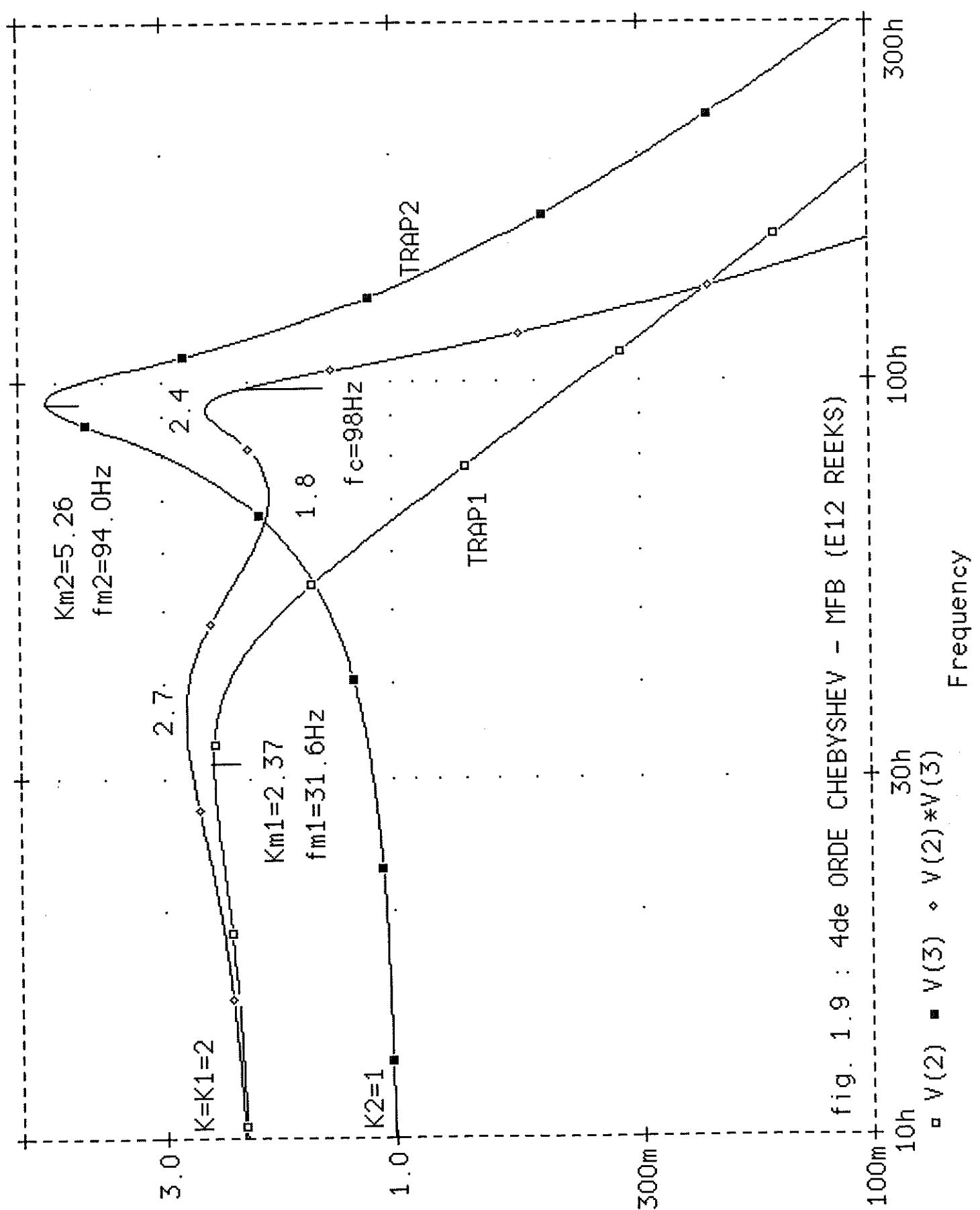


fig. 1.9 : 4de ORDE CHEBYSHEV - MFB (E12 REEKS)

300h

100h

30h

10h

Frequency

## ALTERNATIEVE OPLOSSING

Daar er vrijheidsgraden overblijven, zijn er meerdere mogelijke oplossingen. Uiteraard moet naar de meest praktische gezocht worden. Indien de totale DC versterking  $K_f$  gelijkmatig over de filtertrappen verdeeld wordt, dan vinden we:

	TRAP1	TRAP2
$C_1'' = C_1' / ISF$	2.954 nF	225.0 pF
$C_2'' = C_2' / ISF$	40.17 nF	81.96 nF
$R_1'' = R_1' \cdot ISF$	233 kΩ $\leftrightarrow$	276 kΩ
$R_2'' = R_2' \cdot ISF$	330 kΩ	390 kΩ
$R_3'' = R_3' \cdot ISF$	330 kΩ	390 kΩ
$K$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

## ANALYSE FREKWENTIERESPONSIE (fig. 1.10)

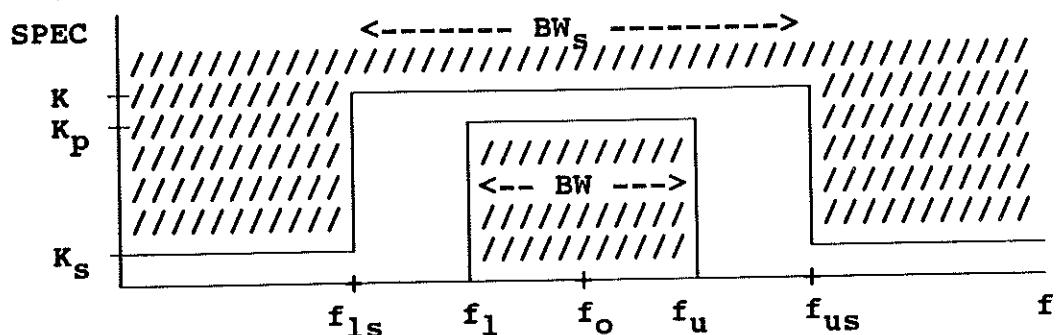
	TRAP1	TRAP2
$K$ (DC)	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$f_m$	33 Hz	94.3 Hz
$K_m$	1.74	7.93
$K_c$	0.307	6.52

De verhouding van de kapaciteiten in trap2 is nu groter dan in de vorige oplossing. Ook de maximale versterking in trap2 is groter.

## 2. BANDDOORLAATFILTER

### 2.1 SPECIFIKATIES

De specifikaties van het banddoorlaatfilter zijn opgegeven in het amplitudedomein (de fase is hier niet gespecificeerd, maar is bij behandeling van digitale signalen wel essentieel).



S P E C I F I K A T I E S														
$K = 1$	$K_p = 0.89$	$K_s = 3.2E-3$												
$A_s = 20 \log (K/K_s) = 50 \text{ dB} = \text{verzwakking in sperband}$														
$A_p = 20 \log (K/K_p) = 1 \text{ dB} = \text{verzwakking in doorlaatband}$														
<table> <thead> <tr> <th>DOORLAATBAND</th><th>SPERBAND</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f_u = 3400 \text{ Hz}</math></td><td><math>f_{us} = 7270 \text{ Hz}</math></td></tr> <tr> <td><math>f_l = 300 \text{ Hz}</math></td><td><math>f_{ls} = 140 \text{ Hz}</math></td></tr> <tr> <td><math>BW = f_u - f_l = 3100 \text{ Hz}</math></td><td><math>BW_s = f_{us} - f_{ls} = 7130 \text{ Hz}</math></td></tr> <tr> <td><math>f_o = \sqrt{f_u \cdot f_l} = \sqrt{f_{us} \cdot f_{ls}} = 1010 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}</math></td><td></td></tr> <tr> <td><math>\Omega_f = f_o/BW = 0.326 = \text{filter-kwaliteitsfactor}</math></td><td></td></tr> </tbody> </table>			DOORLAATBAND	SPERBAND	$f_u = 3400 \text{ Hz}$	$f_{us} = 7270 \text{ Hz}$	$f_l = 300 \text{ Hz}$	$f_{ls} = 140 \text{ Hz}$	$BW = f_u - f_l = 3100 \text{ Hz}$	$BW_s = f_{us} - f_{ls} = 7130 \text{ Hz}$	$f_o = \sqrt{f_u \cdot f_l} = \sqrt{f_{us} \cdot f_{ls}} = 1010 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}$		$\Omega_f = f_o/BW = 0.326 = \text{filter-kwaliteitsfactor}$	
DOORLAATBAND	SPERBAND													
$f_u = 3400 \text{ Hz}$	$f_{us} = 7270 \text{ Hz}$													
$f_l = 300 \text{ Hz}$	$f_{ls} = 140 \text{ Hz}$													
$BW = f_u - f_l = 3100 \text{ Hz}$	$BW_s = f_{us} - f_{ls} = 7130 \text{ Hz}$													
$f_o = \sqrt{f_u \cdot f_l} = \sqrt{f_{us} \cdot f_{ls}} = 1010 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}$														
$\Omega_f = f_o/BW = 0.326 = \text{filter-kwaliteitsfactor}$														

fig. 2.1 : SPECIFIKATIES BANDDOORLAATFILTER

De specifikaties van het banddoorlaatfilter zijn symmetrisch tot  $f_o$ . Moesten  $f_{us}$  en  $f_{ls}$  hier niet aan voldoen, dan kunnen de specifikaties toch symmetrisch gemaakt worden, door de frekventie die op logaritmische schaal het verst van  $f_o$  ligt, te verschuiven naar  $f_o$  toe. Het filter dat aan deze strengere specifikaties voldoet, zal ook aan de oorspronkelijke specificaties voldoen.

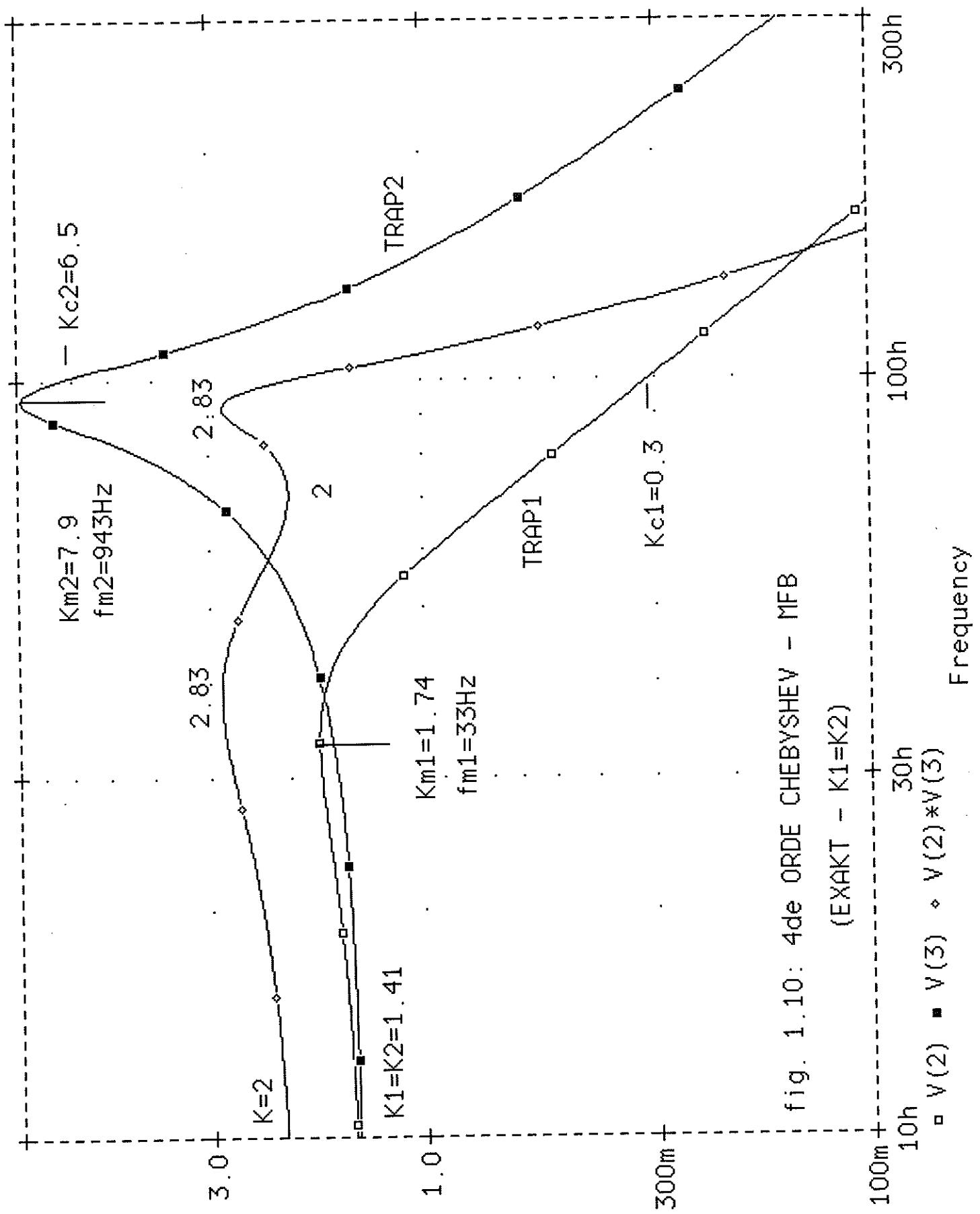


fig. 1.10: 4de ORDE CHEBYSHEV - MFB  
(EXAKT - K1=K2)  
 $\square$   $V(2)$     $\blacksquare$   $V(3)$     $\diamond$   $V(2) * V(3)$

## 2.2 BEPALEN TRANSFERTFUNKTIE

### a. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

Om de tabellen te kunnen gebruiken, moeten de specifikaties van het banddoorlaatfilter eerst worden getransformeerd in specifikaties voor een laagdoorlaatfilter.

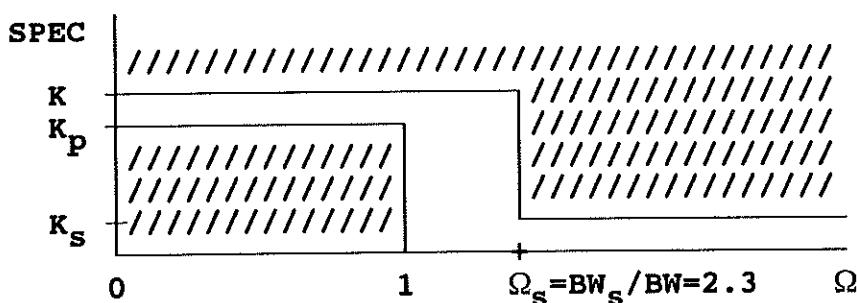
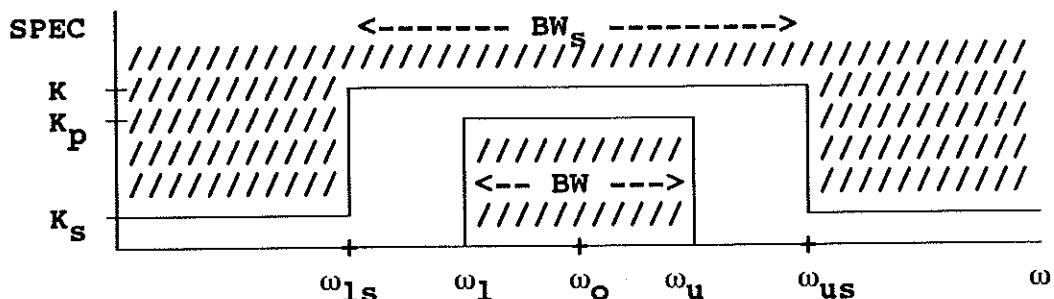


fig. 2.2 : FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

### b. BEPALEN FILTER-ORDE

Butterworth

$$n_b = \frac{\log \sqrt{\frac{A_s/10}{10^{-1}}}}{\log (\frac{BW_s}{BW})} = 7.72 \rightarrow 8$$

Chebyshev

$$n_c = \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{A_s/10}{10^{-1}}}}{\operatorname{arccosh} (\frac{BW_s}{BW})} = 4.83 \rightarrow 5$$

### c. GENORMALISEERDE TRANSFERTFUNKTIE UIT DE TABELLEN

Uit de tabellen volgt dadelijk de genormaliseerde transfertfunktie van een vijfde orde Chebyshev filter (1dB rimpel in de doorlaatband,  $\omega_c = 1\text{Hz}$ ):

$$L_n(s) = \frac{K_f \cdot (0.289) \cdot (0.429) \cdot (0.988)}{(s + 0.289)(s^2 + 0.468 s + 0.429)(s^2 + 0.179 s + 0.988)}$$

Voor een oneven orde Chebyshev filter is de versterking bij DC  $K_f = K = 1$ . (De invloed van komponenttoleranties op  $K_f$  wordt voor de eenvoud verder verwaarloosd.)

### d. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE TRANSFERTFUNKTIE

De genormaliseerde laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(s)$  moet worden omgezet in een banddoorlaat transfertfunktie  $BD(s)$  die voldoet aan de oorspronkelijke specificaties. Dit gebeurt met de frekwentietransformatie:

$$BD(s) = L_n(s) = L_n\left(\frac{s^2 + \omega_0^2}{BW \cdot s}\right) \quad (2.1)$$

Dit geeft aanleiding tot 5 tweede orde banddoorlaattrappen.

### e. EIGENSCHAPPEN VAN DE FILTERTRAPPEN

Voor synthese zijn de voornaamste parameters (2de orde):

$K$  = versterking bij de natuurlijke pulsatie  $\Omega_n$   
 $\Omega_n$  = genormaliseerde natuurlijke pulsatie  
 $Q$  = kwaliteitsfactor

eerste orde LDL  $\rightarrow$  tweede orde BDL

$K = 1$	$\Omega_n = \omega_n / \omega_0 = 1$	$Q = Q_f / C$
---------	--------------------------------------	---------------

tweede orde LDL  $\rightarrow$  2 x tweede orde BDL

$$K = \sqrt{C} Q / Q_f$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{C + 4 \cdot Q_f^2 + \sqrt{(C + 4 \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}}$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{Q_f} \right]^2 - 4} \right)$$

LDL	BDL
$C_1 = 0.289$	$K_1 = 1$ $Q_1 = 1.128$ $\Omega_{n1} = 1$ (TRAP1)
$B_2 = 0.429$ $C_2 = 0.468$	$K_2 = 4.564$ $Q_2 = 2.175$ $\Omega_{n2a} = D = 2.455$ (TRAP2) $\Omega_{n2b} = 1/D = 0.407$ (TRAP3)
$B_3 = 0.179$ $C_3 = 0.988$	$K_3 = 20.23$ $Q_3 = 6.635$ $\Omega_{n3a} = D = 3.344$ (TRAP4) $\Omega_{n3b} = 1/D = 0.299$ (TRAP5)

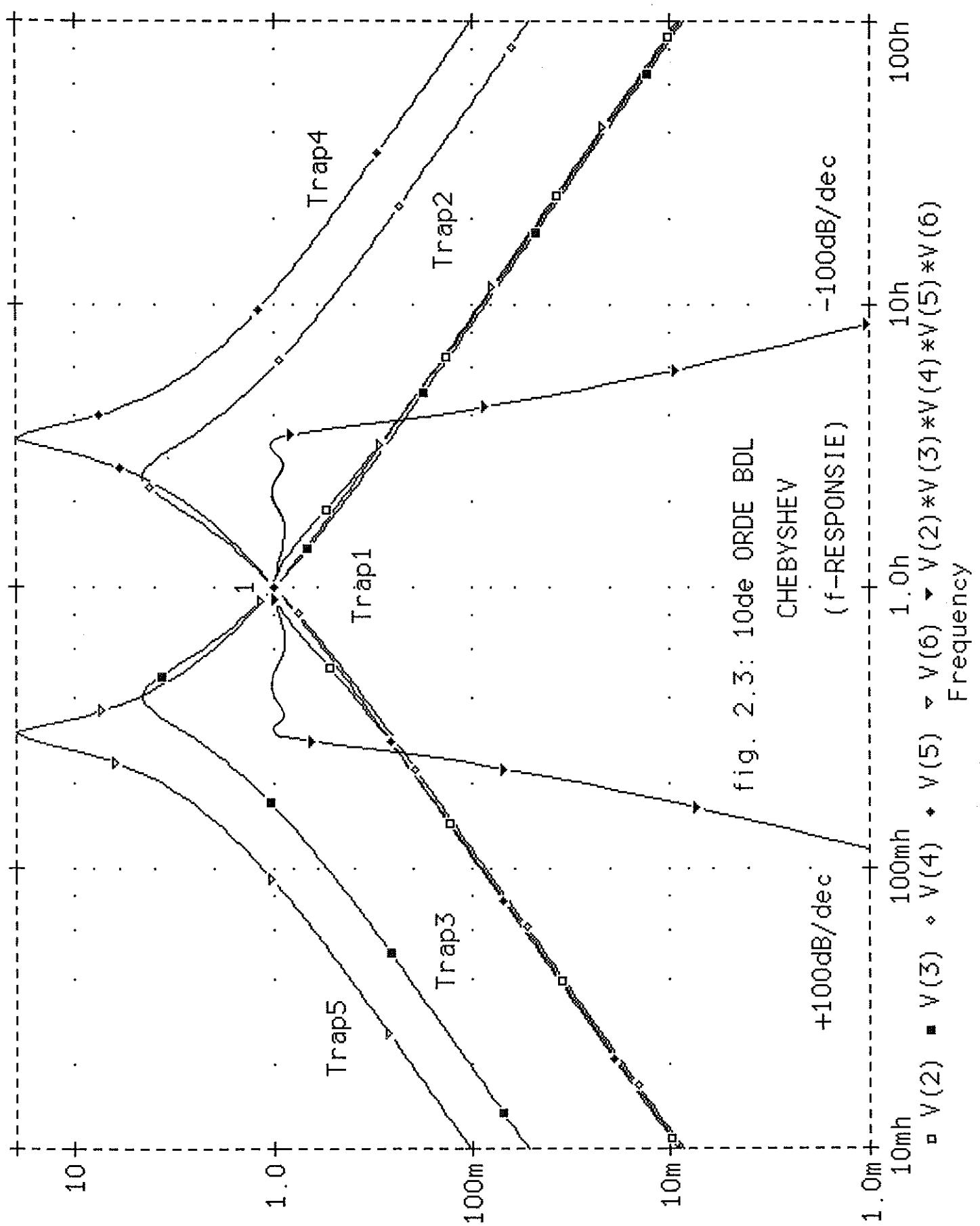
TABEL 2.1 : EIGENSCHAPPEN VAN 2DE ORDE BDL TRAPPEN  
(frekwenties genormaliseerd tov  $\omega_0$ )

De trappen met hoogste kwaliteitsfactor Q bevinden zich aan de rand van de doorlaatband en hebben ook de grootste versterkingsfactor  $K_i$ . De versterking van elke afzonderlijke tweede orde trap bij de centerfrekwentie  $\omega_0$  is gelijk aan  $K_f^{1/n} = 1$ , (zie ook de frekwentieresponsie in fig. 2.3). Dit is enkel geldig indien voor de transformatie van  $L_n(S)$  de totale versterking  $K_f$  evenredig over de n laagdoorlaattrappen verdeeld werd volgens:

$$K_{i(1d1)} = K_f^{1/n}$$

(In het besproken voorbeeld is  $K_{i(1d1)} = 1$  voor alle i). Wordt de versterking niet evenredig verdeeld over de laagdoorlaattrappen, dan blijft gelden:

$$\sum_i B D_i (\omega_0) = K_f$$



### 2.3 IMPLEMENTATIE VAN HET AKTIEF FILTER

De selektie van een bepaalde banddoorlaat filtertopologie is gebaseerd op de kwaliteitsfactor (een hoge Q vergt meestal een complexer schema):

$$\begin{array}{lll} K_1 = 1 & Q_1 = 1.128 & \Rightarrow \text{TRAP1} = \text{MFB} \\ K_2 = 4.564 & Q_2 = 2.175 & \Rightarrow \text{TRAP2} = \text{MFB} \\ K_3 = 20.23 & Q_3 = 6.635 & \Rightarrow \text{TRAP3} = \text{MFB} \\ & & \text{TRAP4} = \text{BIQUAD} \\ & & \text{TRAP5} = \text{BIQUAD} \end{array}$$

(Trap4 en trap5 kunnen niet met VCVS gerealiseerd worden, daar niet voldaan is aan de voorwaarde  $K_i > 4Q_i - 1$ ).

#### a. COEFFICIENT MATCHING TECHNIEK

##### MFB

##### TRANSFERTFUNKTIE

$$MFB(s) = \frac{s \frac{1}{R_1 C_1}}{s^2 + s \frac{1}{R_3} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{1}{R R_3 C_1 C_2}} \quad (2.2)$$

$$\text{met } R = R_1 // R_2 \quad (2.3)$$

##### ONTWERPVERGELIJKINGEN

$R_3 = \frac{Q \cdot (1+C)}{\Omega_n \cdot C}$	$R_2 = \frac{Q/\Omega_n}{Q^2 \cdot (1+C) - K}$	$R_1 = \frac{Q}{K \cdot \Omega_n}$	$C_1=1$	$C_2=C$
--	--	------------------------------------	---------	---------

$$\text{met } K < Q^2 \cdot (1+C) \quad (2.4)$$

##### BIQUAD

##### TRANSFERTFUNKTIE

$$BIQ(s) = \frac{s \frac{1}{R_1 C_1}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_2 C_1} \right) + \frac{1}{R_3 R_4 C_1^2}} \quad (2.5)$$

##### ONTWERPVERGELIJKINGEN

$C_1 = 1$	$R_1 = \frac{Q}{K \Omega_n}$	$R_2 = \frac{Q}{\Omega_n}$	$R_3 = R_4 = \frac{1}{\Omega_n}$
-----------	------------------------------	----------------------------	----------------------------------

$$(2.6)$$

**b. IMPLEMENTATIE**

GENORMALISEERDE KOMPONENTWAARDEN [ TABEL 2.1 & (2.4) & (2.6) ]:

	TRAP1	TRAP2	TRAP3	TRAP4	TRAP5
SCH	MFB	MFB	MFB	Biquad	Biquad
C1	1000 mF				
C2	1000 mF				
R1	1128 mΩ	194.1 mΩ	1172 mΩ	98.08 mΩ	1097 mΩ
R2	730.1 mΩ	180.9 mΩ	1091 mΩ	1984 mΩ	22190 mΩ
R3	2256 mΩ	1772 mΩ	10688 mΩ	299.0 mΩ	3344 mΩ
R4	/	/	/	299.0 mΩ	3344 mΩ
K	1.0	4.564	4.564	20.23	20.23

FREKWENTIE-SCALING (alle  $C_i/\omega_o$ , met  $\omega_o = 6346$  Hz)

	TRAP1	TRAP2	TRAP3	TRAP4	TRAP5
SCH	MFB	MFB	MFB	Biquad	Biquad
C1'	157.6 μF				
C2'	157.6 μF				
R1	1128 mΩ	194.1 mΩ	1172 mΩ	98.08 mΩ	1097 mΩ
R2	730.1 mΩ	180.9 mΩ	1091 mΩ	1984 mΩ	22190 mΩ
R3	2256 mΩ	1772 mΩ	10688 mΩ	299.0 mΩ	3344 mΩ
R4	/	/	/	299.0 mΩ	3344 mΩ
K	1.0	4.564	4.564	20.23	20.23
Q	1.128	2.175	2.175	6.635	6.635
f <sub>n</sub>	1010 Hz	2480 Hz	411 Hz	3377 Hz	302 Hz

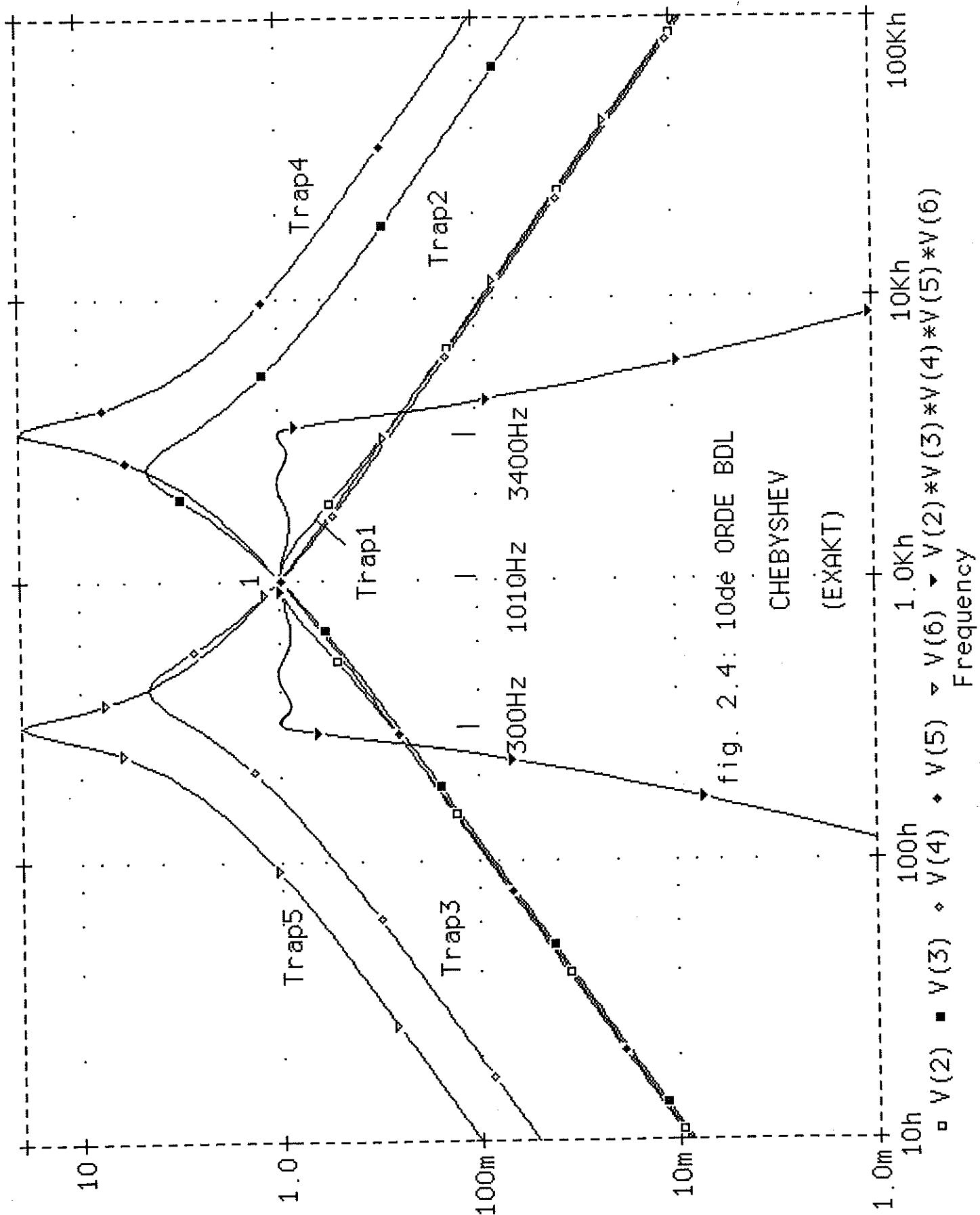
IMPEDANTIE-SCALING (fig. 2.4)

	TRAP1	TRAP2	TRAP3	TRAP4	TRAP5
SCH	MFB	MFB	MFB	Biquad	Biquad
ISF	4776	4776	4776	4776	4776
C1' / ISF	33 nF				
C2' / ISF	33 nF				
R1.ISF	5387 Ω	927.0 Ω	5597 Ω	468.4 Ω	5239 Ω
R2.ISF	3487 Ω	864.0 Ω	5211 Ω	9476 Ω	106 kΩ
R3.ISF	10775 Ω	8463 Ω	51046 Ω	1428 Ω	15971 Ω
R4.ISF	/	/	/	1428 Ω	15971 Ω

E12-IMPLEMENTATIE (fig. 2.5)

	TRAP1	TRAP2	TRAP3	TRAP4	TRAP5
SCH	MFB	MFB	MFB	Biquad	Biquad
C1"	33 nF				
C2"	33 nF				
R1"	5600 Ω	1000 Ω	5600 Ω	470 Ω	5600 Ω
R2"	3300 Ω	820 Ω	5600 Ω	10000 Ω	100 kΩ
R3"	10000 Ω	8200 Ω	47000 Ω	1500 Ω	15000 Ω
R4"	/	/	/	1500 Ω	15000 Ω
K"	0.89	4.1	4.2	21.3	17.9
Q"	1.10	2.13	1.45	6.66	6.66
f <sub>n</sub> "	1058 Hz	2509 Hz	297 Hz	3215 Hz	321.5 Hz

Afronding van de komponentwaarden naar de E12 reeks wijzigt de eigenschappen ( $K$ ,  $Q$ ,  $f_n$ ) tov de gewenste waarden (zie tabel frekwentie-scaling en de frekwentiekarakteristiek fig. 2.5).



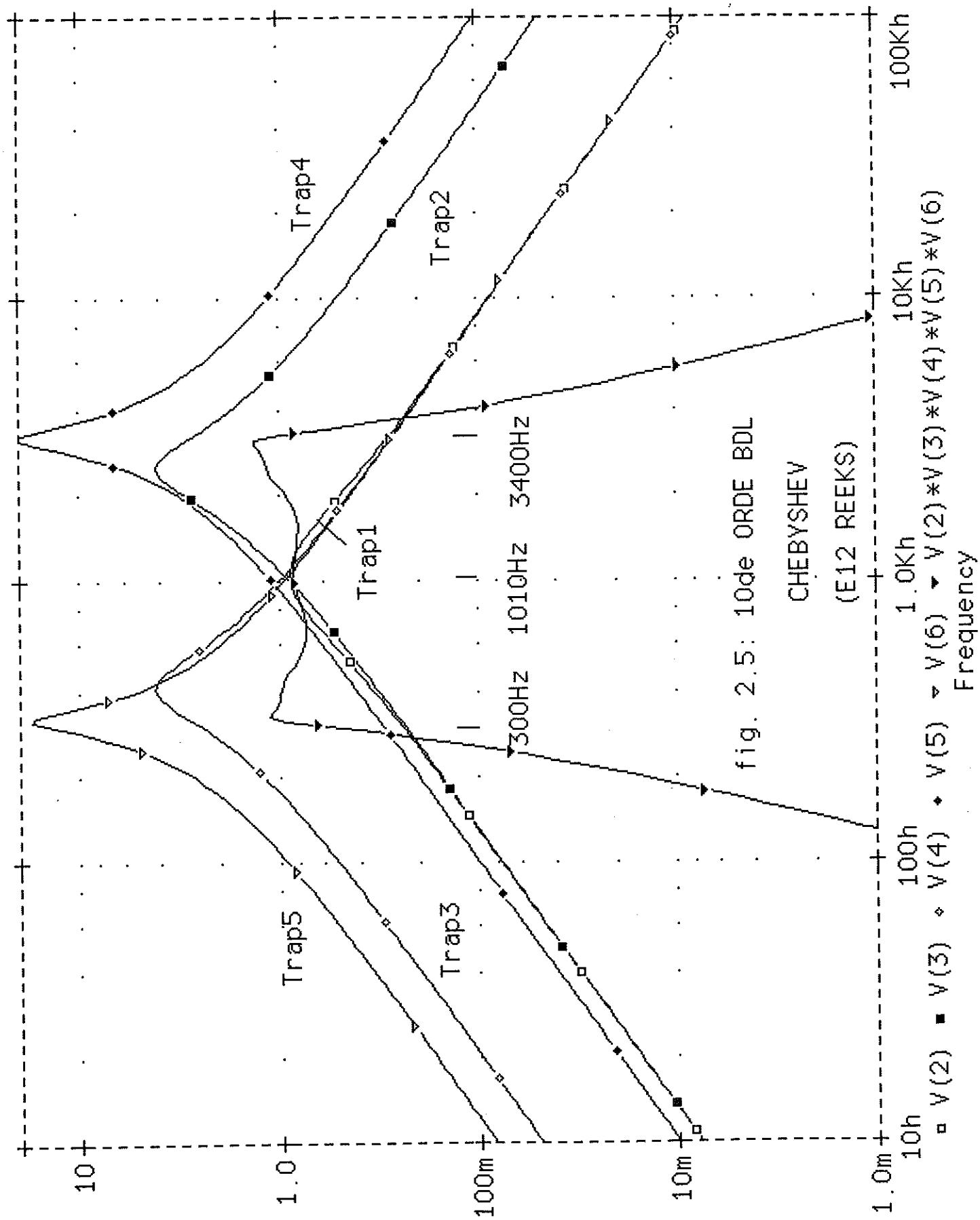


fig. 2.5: 10de ORDE BDL

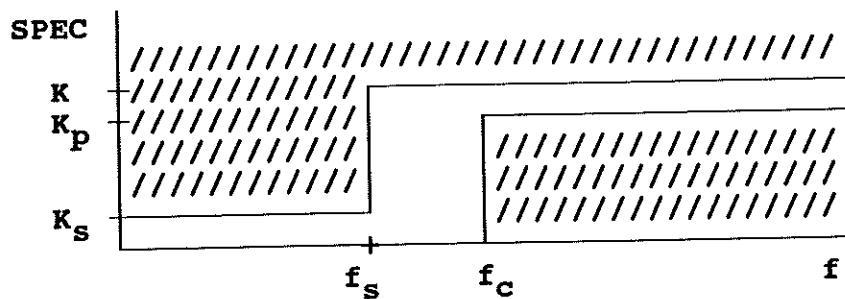
CHEBYSHEV

(E12 REEKSEN)

### 3. HOOGDOORLAAT

#### 3.1 SPECIFIKATIES

De specifikaties van het bandsperfilter zijn opgegeven in het amplitudedomein (de fase is niet gespecificeerd).



S P E C I F I K A T I E S		
$K = 2$	$K_p = 1.41$	$K_s = 2E-4$
$A_s = 20 \log (K/K_s) = 80 \text{ dB} = \text{verzwakking in sperband}$		
$A_p = 20 \log (K/K_p) = 3 \text{ dB} = \text{verzwakking in doorlaatband}$		
$f_c = 1000 \text{ Hz} = 3\text{dB frekwentie (doorlaatband)}$		
$f_s = 250 \text{ Hz} = \text{grensfrekwentie (sperband)}$		

fig. 3.1 : SPECIFIKATIES HOOGDOORLAATFILTER

#### 3.2 BEPALEN TRANSFERTFUNKTIE

##### a. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

De specifikaties van het hoogdoorlaatfilter worden eerst getransformeerd in specifikaties voor een laagdoorlaatfilter.

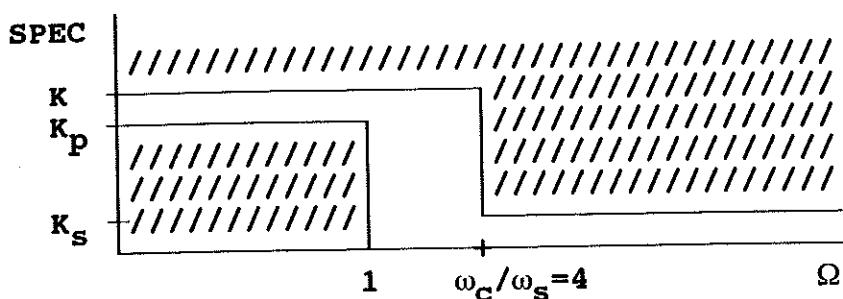


fig. 3.2 : FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

**b. BEPALEN FILTER-ORDE**

$$\text{Butterworth} \quad n_b = 6.65 \rightarrow 7$$

$$\text{Chebyshev} \quad n_c = 4.80 \rightarrow 5$$

**c. GENORMALISEERDE TRANSFERTFUNKTIE UIT DE TABELLEN**

Uit de tabellen volgt dadelijk de genormaliseerde transfertfunktie van een vijfde orde Chebyshev filter (3dB rimpel in de doorlaatband,  $\omega_c=1\text{Hz}$ ):

$$L_n(s) = \frac{K_f \cdot (0.178) \cdot (0.377) \cdot (0.936)}{(s + 0.178)(s^2 + 0.287 s + 0.377)(s^2 + 0.11 s + 0.936)}$$

Voor een oneven orde Chebyshev filter is de versterking bij DC  $K_f = K = 2$ . (De invloed van komponenttoleranties op  $K_f$  wordt voor de eenvoud verder verwaarloosd.)

**d. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE TRANSFERTFUNKTIE**

De genormaliseerde laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(s)$  moet worden omgezet in een hoogdoorlaat transfertfunktie  $H(s)$  die voldoet aan de oorspronkelijke specificaties. Dit gebeurt met de frekwentietransformatie:

$$H(s) = L_n(s) = L_n\left(\frac{s}{\omega_c}\right) \quad (3.1)$$

Dit geeft aanleiding tot 1 eerste orde hoogdoorlaattrap en 2 tweede orde hoogdoorlaattrappen.

**e. EIGENSCHAPPEN VAN DE FILTERTRAPPEN**

De eerste orde hoogdoorlaattrap (TRAP1) wordt eerst geschaald (geen opslingerig!) en realiseert de volledige versterking van het filter:

$$K_1 = 2$$

$$\Omega_3 = \omega_3/\omega_c = 1/C = 5.62$$

De voornaamste parameters van de 2de orde hoogdoorlaattrappen (TRAP2 en TRAP3) zijn:

$$\begin{aligned} \Omega_n &= \text{genormaliseerde natuurlijke pulsatie} \\ Q &= \text{kwaliteitsfaktor} \end{aligned}$$

De verhouding van deze parameters geeft  $\Omega_{bw}$ , de genormaliseerde bandbreedte.

ALGEMEEN	TABEL	TRAP2	TRAP3
		B = 0.287 C = 0.377	B = 0.110 C = 0.936
$\Omega_n = \omega_n/\omega_c$	$1/\sqrt{C}$	1.63 Hz	1.03 Hz
Q	$\frac{\sqrt{C}}{B}$	2.14	8.80
$\zeta$	$\frac{B}{2\sqrt{C}}$	0.234	0.057
$\Omega_{bw} = \Omega_n / Q$	B/C	0.761 Hz	0.118 Hz
POLEN (STAPRESPONSIE)			
$\Omega_n \cdot \zeta = 1/\tau'$	B/(2.C)	0.380 Hz	0.059 Hz
$\tau'$	(2.C)/B	2.63 s	17.0 s
$\Omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{T'}$	$\sqrt{\frac{1}{C} - \frac{B^2}{4C^2}}$	1.58 Hz	1.032 Hz
T'		0.631 s	0.969 s
FREKWENTIERESPONSIE			
$\Omega_m = \Omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$	$\sqrt{\frac{1}{C} - \frac{B^2}{2C^2}}$	1.54 Hz	1.030 Hz
$K_m = K \frac{Q}{\sqrt{1-\zeta^2}}$	$K \frac{C/B}{\sqrt{C-(B/2)^2}}$	2.20 (K2 = 1)	8.81 (K3 = 1)
$K_C =  F(\omega=\omega_c) $	$K \frac{C}{\sqrt{(C-1)^2+(B)^2}}$	0.550	7.35

MFB

BIQUAD

TABEL 3.1 : EIGENSCHAPPEN VAN TWEEDE ORDE HOOGDOORLAATTRAP  
(frekwenties en tijden genormaliseerd tot  $\omega_c$ )

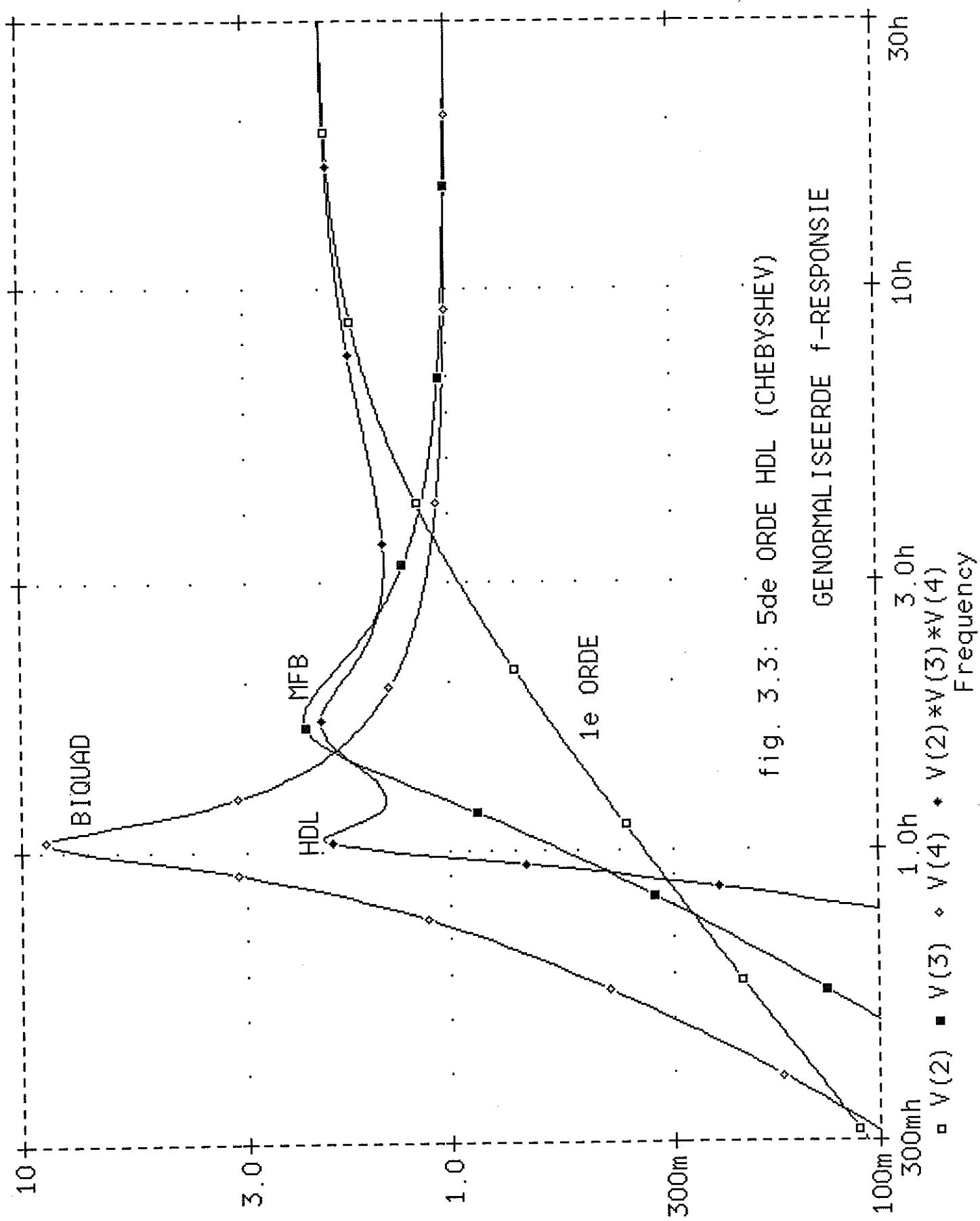


fig. 3.3: 5de ORDE HDL (CHEBYSHEV)

GENORMAALISEERDE f-RESPONSIE

### 3.3 IMPLEMENTATIE VAN HET AKTIEF FILTER

FREKWENTIE-SCALING (alle  $C_i/\omega_C$ , met  $\omega_C = 6283$  Hz)

	TRAP1	TRAP2-MFB	TRAP3-BIQ
C1	159.1 $\mu F$	159.1 $\mu F$	159.1 $\mu F$
C2	/	159.1 $\mu F$	/
R1	178 m $\Omega$	95.62 m $\Omega$	8.519 $\Omega$
R2	356 m $\Omega$	3.941 $\Omega$	8.519 $\Omega$
R3 = R5	356 m $\Omega$	/	968 m $\Omega$
R4	/	/	968 m $\Omega$
K	2	1	1
Q	/	2.14	8.80
$f_3$ , $f_n$	5618 Hz	1629 Hz	1033 Hz

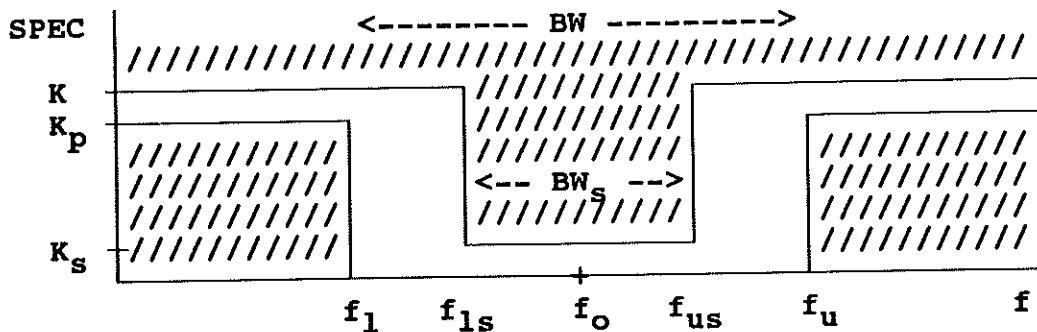
IMPEDANTIE-SCALING & E12-IMPLEMENTATIE

	TRAP1	TRAP2-MFB	TRAP3-BIQ
ISF	10000	10000	4700
$C1'' = C1' / ISF$	15 nF	15 nF	33 nF
$C2'' = C2' / ISF$	/	15 nF	/
$R1'' = R1' \cdot ISF$	1.8 k $\Omega$	1 k $\Omega$	39 k $\Omega$
$R2'' = R2' \cdot ISF$	3.9 k $\Omega$	39 k $\Omega$	39 k $\Omega$
$R3'' = R3' \cdot ISF$	3.9 k $\Omega$	/	4.7 k $\Omega$
$R4'' = R4' \cdot ISF$	/	/	4.7 k $\Omega$
K"	2	1	1
Q"	/	2.08	8.30
$f_3'', f_n''$	5895 Hz	1699 Hz	1026 Hz

#### 4. BANDSPERFILTER

##### 4.1 SPECIFIKATIES

De specifikaties van het bandsperfilter zijn opgegeven in het amplitudedomein (de fase is niet gespecificeerd).



S P E C I F I K A T I E S														
$K = 1$	$K_p = 0.79$	$K_s = 0.1$												
$A_s = 20 \log (K/K_s) = 20 \text{ dB} = \text{verzwakking in sperband}$														
$A_p = 20 \log (K/K_p) = 2 \text{ dB} = \text{verzwakking in doorlaatband}$														
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">DOORLAATBAND</td> <td style="width: 50%;">SPERBAND</td> </tr> <tr> <td><math>f_u = 308 \text{ Hz}</math></td> <td><math>f_{us} = 195 \text{ Hz}</math></td> </tr> <tr> <td><math>f_1 = 8 \text{ Hz}</math></td> <td><math>f_{ls} = 13 \text{ Hz}</math></td> </tr> <tr> <td><math>BW = f_u - f_1 = 300 \text{ Hz}</math></td> <td><math>BW = f_{us} - f_{ls} = 182 \text{ Hz}</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2"> <math>f_o = \sqrt{f_u \cdot f_1} = \sqrt{f_{up} \cdot f_{lp}} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}</math> </td></tr> <tr> <td colspan="2"><math>\Omega_f = f_o/BW = 0.167 = \text{filter-kwaliteitsfactor}</math></td></tr> </table>			DOORLAATBAND	SPERBAND	$f_u = 308 \text{ Hz}$	$f_{us} = 195 \text{ Hz}$	$f_1 = 8 \text{ Hz}$	$f_{ls} = 13 \text{ Hz}$	$BW = f_u - f_1 = 300 \text{ Hz}$	$BW = f_{us} - f_{ls} = 182 \text{ Hz}$	$f_o = \sqrt{f_u \cdot f_1} = \sqrt{f_{up} \cdot f_{lp}} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}$		$\Omega_f = f_o/BW = 0.167 = \text{filter-kwaliteitsfactor}$	
DOORLAATBAND	SPERBAND													
$f_u = 308 \text{ Hz}$	$f_{us} = 195 \text{ Hz}$													
$f_1 = 8 \text{ Hz}$	$f_{ls} = 13 \text{ Hz}$													
$BW = f_u - f_1 = 300 \text{ Hz}$	$BW = f_{us} - f_{ls} = 182 \text{ Hz}$													
$f_o = \sqrt{f_u \cdot f_1} = \sqrt{f_{up} \cdot f_{lp}} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \text{symmetrisch}$														
$\Omega_f = f_o/BW = 0.167 = \text{filter-kwaliteitsfactor}$														

fig. 4.1 : SPECIFIKATIES BANDSPERFILTER

De onderdrukking van het 50 Hz signaal moet zo volledig mogelijk gebeuren: het transmissienulpunt van elk gebruikt tweede orde filter moet dus op  $f_o=50 \text{ Hz}$  liggen. De onderdrukking die bij  $f_o$  door de reële schakeling gerealiseerd wordt is groot, maar hangt af van parasitaire effecten (nauwkeurigheid van de komponenten, uitgangsimpedantie van de opamp, ...).

## 4.2 BEPALEN TRANSFERTFUNKTIE

### a. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

Om de tabellen te kunnen gebruiken, moeten de specifikaties van het bandsperfilter eerst worden getransformeerd in specifikaties voor een laagdoorlaatfilter.

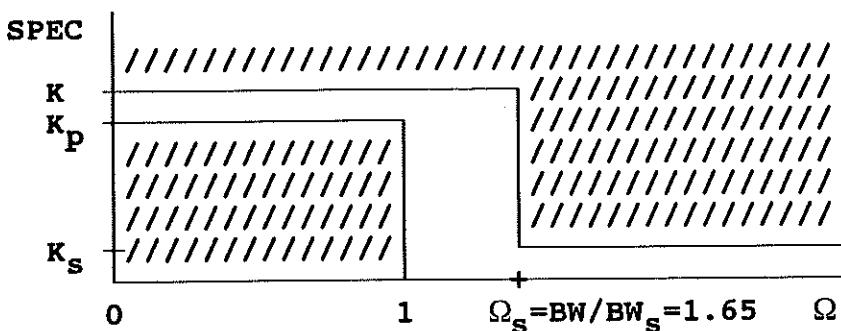


fig. 4.2 : FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE SPECIFIKATIES

### b. BEPALEN FILTER-ORDE

$$\text{Butterworth} \quad n_b = 5.12 \rightarrow 6$$

$$\text{Chebyshev} \quad n_c = 2.99 \rightarrow 3$$

### c. GENORMALISEERDE TRANSFERTFUNKTIE UIT DE TABELLEN

Uit de tabellen volgt dadelijk de genormaliseerde transfertfunktie van een derde orde Chebyshev filter (2dB rimpel in de doorlaatband,  $\omega_C=1\text{Hz}$ ):

$$L_n(s) = \frac{K_f \cdot (0.369) \cdot (0.886)}{(s + 0.369)(s^2 + 0.369 s + 0.886)}$$

Voor een oneven orde Chebyshev filter is de versterking bij DC  $K_f = K = 1$ . (De invloed van komponenttoleranties op  $K_f$  wordt voor de eenvoud verder verwaarloosd.)

### d. FREKWENTIETRANSFORMATIE VAN DE TRANSFERTFUNKTIE

De genormaliseerde laagdoorlaat transfertfunktie  $L_n(s)$  moet worden omgezet in een bandsper transfertfunktie  $BS(s)$  die voldoet aan de oorspronkelijke specifikaties. Dit gebeurt met de frekwentietransformatie:

$$BS(s) = L_n(s) = L_n\left(\frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_0^2}\right) \quad (4.1)$$

Dit geeft aanleiding tot 1 tweede orde bandspertrap en 1 combinatie LPN/HPN (Low Pass Notch / High Pass Notch).

## e. EIGENSCHAPPEN VAN DE FILTERTRAPPEN

Voor synthese zijn de voornaamste parameters (2de orde):

$\Omega_n$  = genormaliseerde natuurlijke pulsatie  
 $Q$  = kwaliteitsfactor

eerste orde LDL  $\rightarrow$  tweede orde BSP

$$\Omega_z = \Omega_p = \omega_n / \omega_o = 1 \quad Q = Q_f \cdot C$$

tweede orde LDL  $\rightarrow$  1 x tweede orde LPN  
 $\rightarrow$  1 x tweede orde HPN

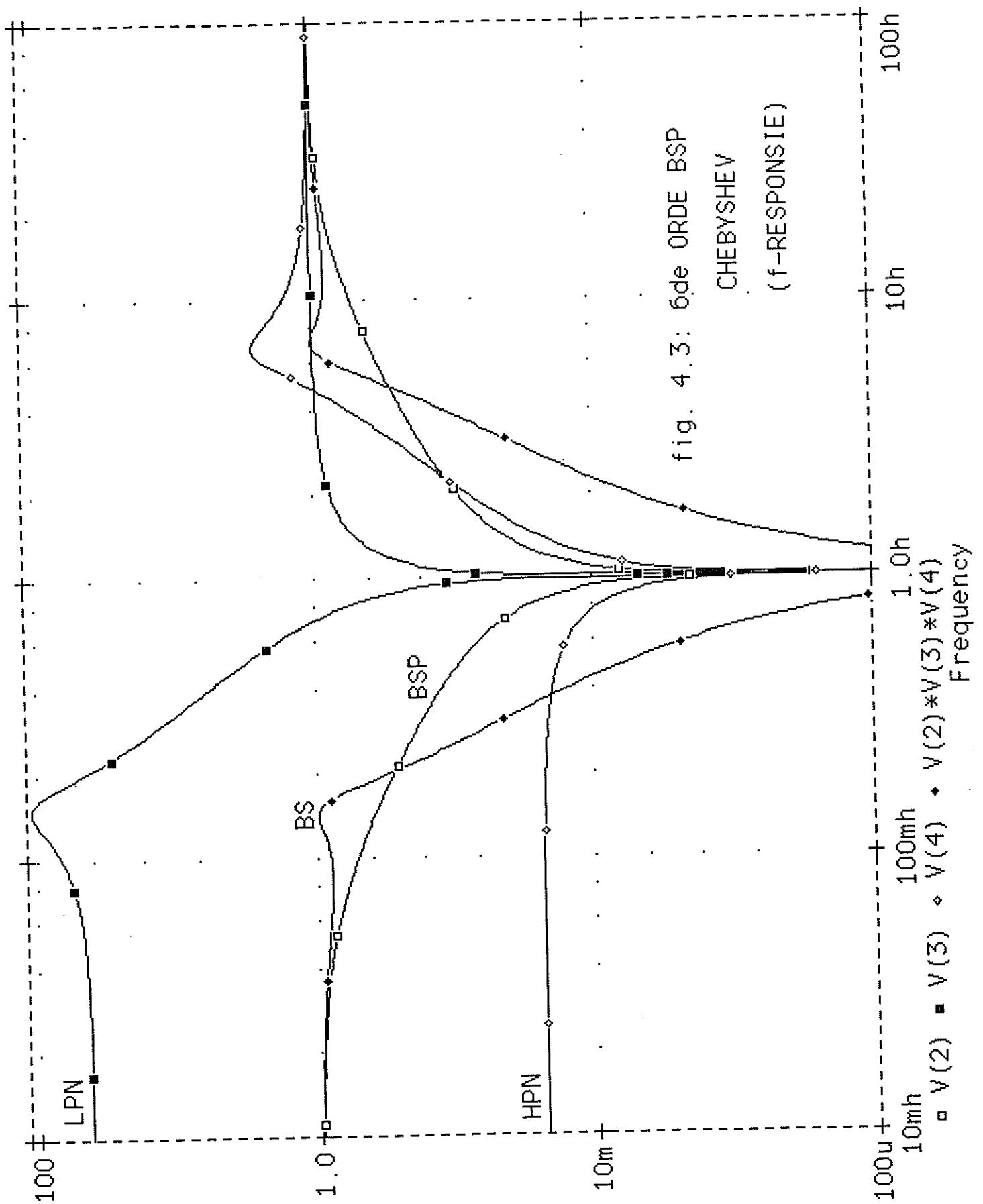
$$Q = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2 + \sqrt{(1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}}$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} \right]^2 - 4} \right)$$

LDL	BS
$C_1 = 0.369$	$Q_1 = 0.0615$ $\Omega_{z1} = \Omega_{p1} = 1$ (BSP)
$B_2 = 0.369$ $C_2 = 0.886$	$Q_2 = 2.669$ $\Omega_{p2a} = D = 6.516$ (HPN) $Q_2 (1 - 1/D^2) = 2.606$ $\Omega_{p2b} = 1/D = 0.1535$ (LPN) $Q_2 (D^2 - 1) = 110.65$

TABEL 4.1 : EIGENSCHAPPEN VAN 2DE ORDE BSP TRAPPEN  
(frekwenties genormaliseerd tot  $\omega_o$ )

De genormaliseerde frekwentieresponsie is in fig. 4.3 weergegeven.



#### 4.3 IMPLEMENTATIE VAN HET AKTIEF FILTER

FREKWENTIE-SCALING (alle  $C_i/\omega_0$ , met  $\omega_0 = 314.2$  Hz)

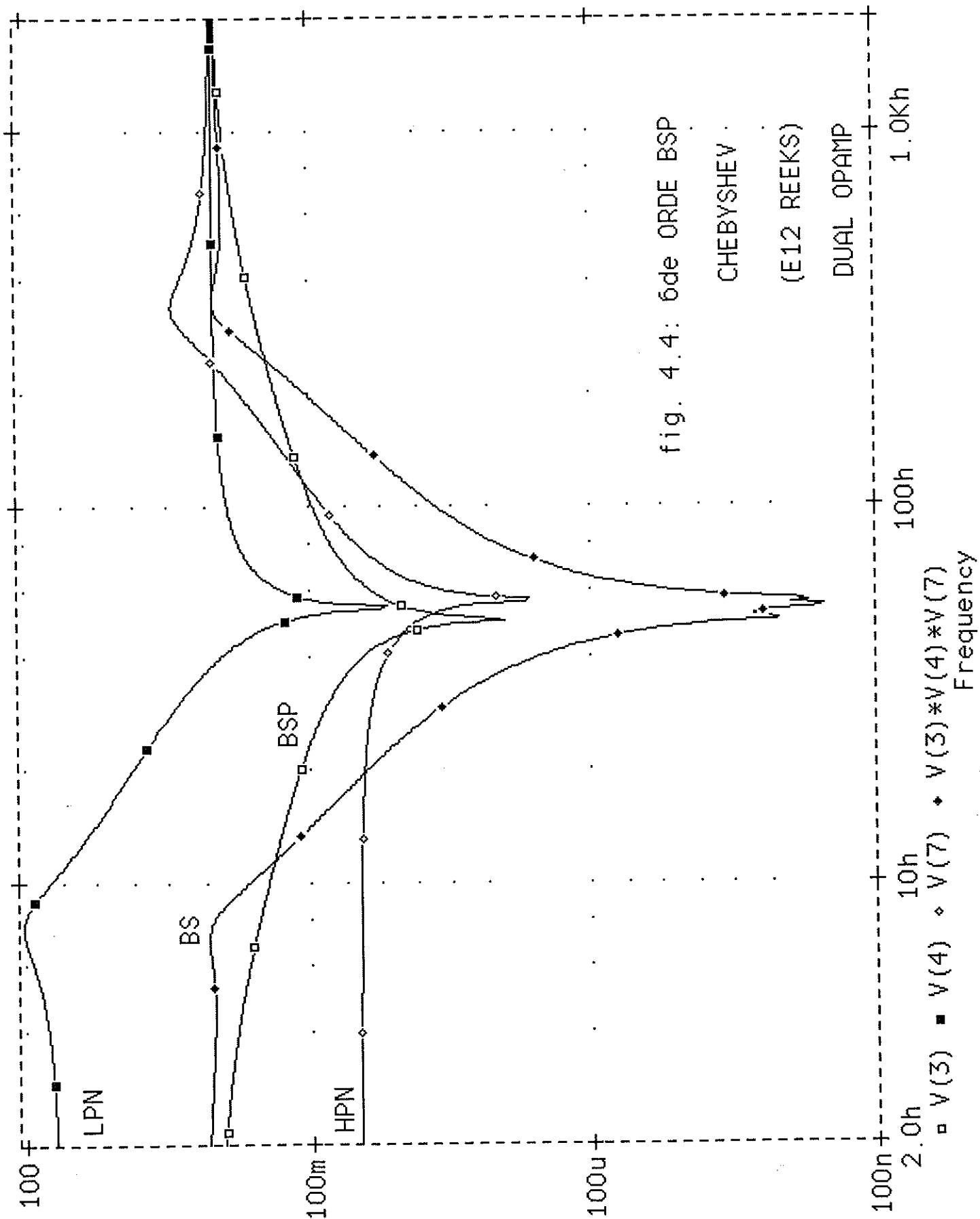
SCH	BSP	LPN-DO	HPN-DO	LPN-BIQ	HPN-BIQ
C1' = C2'	3183 $\mu\text{F}$	3183 $\mu\text{F}$	3183 $\mu\text{F}$	3183 $\mu\text{F}$	3183 $\mu\text{F}$
R1	1000 $\text{m}\Omega$	6516 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$	17392 $\text{m}\Omega$	409.7 $\text{m}\Omega$
R2	1000 $\text{m}\Omega$	58.88 $\text{m}\Omega$	58.88 $\text{m}\Omega$	17392 $\text{m}\Omega$	409.7 $\text{m}\Omega$
R3	1000 $\text{m}\Omega$	6516 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$	6516 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$
R4	1000 $\text{m}\Omega$	720.94 $\Omega$	400.0 $\text{m}\Omega$	6516 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$
R5	123 $\text{m}\Omega$	17392 $\text{m}\Omega$	409.7 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$	6515 $\text{m}\Omega$
R6=R7	123 $\text{m}\Omega$	/	/	6516 $\text{m}\Omega$	153.5 $\text{m}\Omega$
Q	0.0615	2.669	2.669	2.669	2.669
f <sub>p</sub>	50 Hz	7.674 Hz	325.8 Hz	7.674 Hz	325.8 Hz

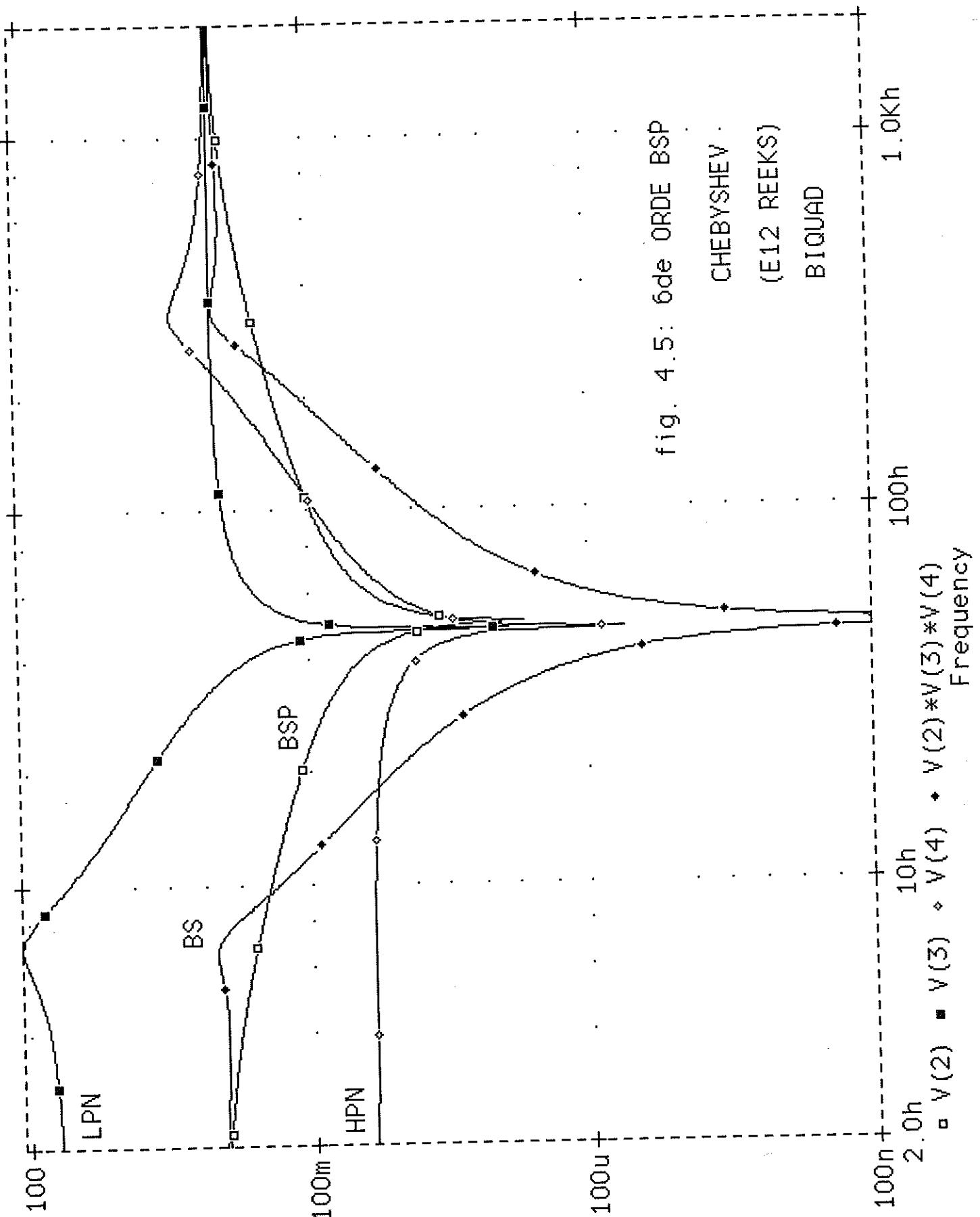
IMPEDANTIE-SCALING & E12-IMPLEMENTATIE (fig. 4.4, fig. 4.5)

SCH	BSP	LPN-DO	HPN-DO	LPN-BIQ	HPN-BIQ
ISF	39000	1137	97500	10000	10000
C1' / ISF	82 nF	2.7 $\mu\text{F}$	33 nF	330 nF	330 nF
R1.ISF	39 k $\Omega$	6.8 k $\Omega$	15 k $\Omega$	180 k $\Omega$	3.9 k $\Omega$
R2.ISF	39 k $\Omega$	68 $\Omega$	5.6 k $\Omega$	180 k $\Omega$	3.9 k $\Omega$
R3.ISF	39 k $\Omega$	6.8 k $\Omega$	15 k $\Omega$	68 k $\Omega$	1.5 k $\Omega$
R4.ISF	39 k $\Omega$	820 k $\Omega$	39 k $\Omega$	68 k $\Omega$	1.5 k $\Omega$
R5.ISF	4.7 k $\Omega$	18 k $\Omega$	40.2 k $\Omega$	1.5 k $\Omega$	68 k $\Omega$
R6.ISF	4.7 k $\Omega$	/	/	68 k $\Omega$	1.5 k $\Omega$
Q	0.0603	2.41	2.72	2.65	2.60
f <sub>p</sub> "	49.7 Hz	7.89 Hz	326.4 Hz	7.09 Hz	321.5 Hz
f <sub>z</sub> "	49.7 Hz	53.9 Hz	56.4 Hz	47.8 Hz	47.8 Hz

DO=DUAL OPAMP

BIQ=BIQUAD





**AKTIEVE FILTERS**  
**EFFEKten VAN REELE OPAMPS**

### 1. EIGENSCHAPPEN VAN REELE OPAMPS

Bij het praktisch ontwerp van een aktief filter moet rekening gehouden worden met de eigenschappen van een reële opamp:

- dynamisch bereik
- slew rate
- offset-spanning, offset-stroom, bias-stroom
- common mode signalen, CMMR, ruis
- frekwentiekarakteristiek

De voornaamste karakteristiek van de opamp bij filtersynthese is wel zijn eindige, frekwentieafhankelijke versterking. Twee belangrijke effekten hiervan zijn:

- pool-verschuiving: de frekwentiekarakteristiek van het filter met reële opamps verschilt van de karakteristiek berekend met ideale opamps.
- instabiliteit: door de negatieve terugkoppeling in aktieve filters aanwezig, bestaat de mogelijkheid tot instabiliteit.

Als model voor de frekwentieafhankelijke opamp-versterking wordt een 1-pool benadering genomen:

$$A(s) = A_0 \frac{\omega_C}{s + \omega_C} = \frac{\omega_u}{s + \omega_C} \quad (1.1)$$

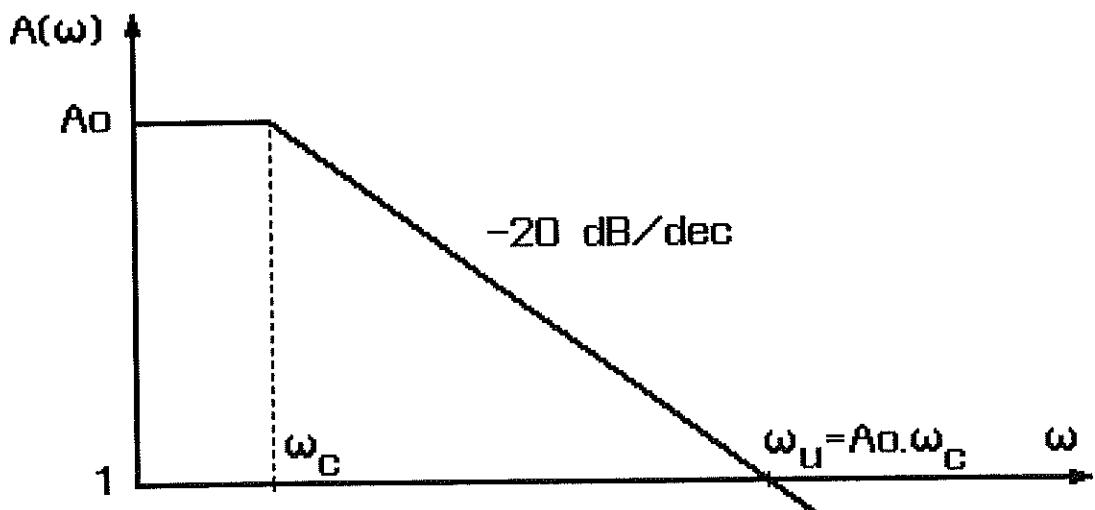


fig. 1.1 : EERSTE ORDE OPAMP MODEL

## 2. POOL-VERSCHUIVING (FREKWENTIEVERVORMING)

De ontwerpvergelijkingen voor aktieve filters zijn gebaseerd op een analyse die gebruik maakt van ideale opamps. Door de eindige, frekwentieafhankelijke versterking van de reële opamp verschilt de reële filterkarakteristiek van de berekende.

### 2.1 EERSTE ORDE AKTIEF FILTER (INTEGRATOR)

De integrator (fig. 2.1) is een eenvoudig eerste orde aktief laagdoorlaatfilter.

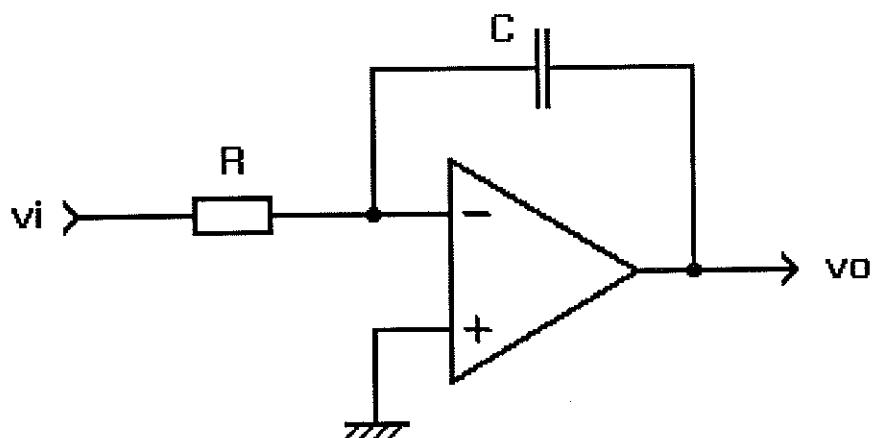


fig. 2.1 : EERSTE ORDE INTEGRATOR

De transfertfunktie van de integrator met ideale opamp is:

$$H_i(s) = - \frac{1}{s RC} \quad (2.1)$$

Wordt de integrator gerealiseerd met een reële opamp met transfertfunktie  $A(s)$ , dan worden de knooppuntvergelijkingen:

$$V_o = - A(s) \cdot V_- \quad (2.2)$$

$$(V_i - V_-)/R = (V_- - V_o) \cdot sC \quad (2.3)$$

Dan wordt de reële transfertfunktie van de integrator:

$$H_r(s) = - \frac{1}{s \cdot RC + (1 + sRC)/A(s)} \quad (2.4)$$

Slechts als  $A(s) = \infty$  wordt  $H_r = H_i$ .

De transfertfunktie kan geschreven worden in de algemene vorm van een teruggekoppeld systeem (gesloten lus versterking):

$$A_{cl}(s) = \frac{A_{ol}(s)}{1 + A\beta_1(s)} \quad (2.5)$$

met versterkingsfactoren:

$$\text{open lus versterking} \quad A_{ol} = A(s) \frac{1/sC}{R + 1/sC} \quad (2.6)$$

$$\text{lusversterking} \quad A\beta_1 = A(s) \frac{R}{R + 1/sC} \quad (2.7)$$

$$\text{terugkoppelfactor} \quad \beta_f = \frac{A\beta_1}{A_{ol}} = sRC \quad (2.8)$$

Voor extreme waarden van de lusversterking kunnen benaderingen voor de gesloten lus versterking gebruikt worden:

$$A\beta_1 \gg 1 : A_{cl}(s) \approx 1 / \beta_f \quad (2.9)$$

$$A\beta_1 \ll 1 : A_{cl}(s) \approx A_{ol} \quad (2.10)$$

Daar de lusversterking frekventieafhankelijk is, moet worden nagegaan in welke frekventieband welke benadering geldig is.

Indien we de 1-pool benadering (1.1) van de reële opamp toe-passen, dan wordt de reële transfertfunktie:

$$H_r(s) = - \frac{1}{s \cdot RC + (s + \omega_C) \cdot (1 + sRC) / \omega_u} \quad (2.11)$$

Na uitwerken wordt dit:

$$H_r(s) = - A_o \frac{\omega_C / RC}{s^2 + s(\omega_u + \omega_C + 1/RC) + \omega_C / RC} \quad (2.12)$$

Daar in praktische situaties de unity gain pulsatie  $\omega_u$  groot is ( $\mu A741$ :  $f_u = 1\text{MHz}$ ,  $A_o = 100000$ ,  $f_C = 10\text{Hz}$ ), geldt:

$$\omega_u \gg \omega_C + 1/RC \quad (2.13)$$

De transfertfunktie (2.6) mag dan vereenvoudigd worden tot:

$$H_r(s) = - A_o \frac{\omega_C / RC}{s^2 + s \cdot \omega_u + \omega_C / RC} \quad (2.14)$$

Uit de identifikatie van (2.14) met de algemene voorstelling van een tweede orde systeem volgen dadelijk de verbanden:

$$K = A_O \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\omega_C}{RC}} \quad \zeta = \frac{\omega_u}{2 \cdot \omega_n} \gg 1 \quad (2.15)$$

Daar de demping  $\zeta$  veel groter is dan 1, heeft het systeem twee ver uit elkaar liggende reële polen [met  $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$ ]:

$$p_1 \approx -\frac{1}{A_O \cdot RC} \quad (2.16)$$

$$p_2 \approx -\omega_u \quad (2.17)$$

Door de eindige versterking van de opamp wordt de dominante pool in de oorsprong verschoven naar  $p_1$ . Er wordt ook een hoogfrequente pool  $p_2$  geïntroduceerd ter hoogte van de unity gain frekwentie (de opamp heeft daar geen versterking meer).

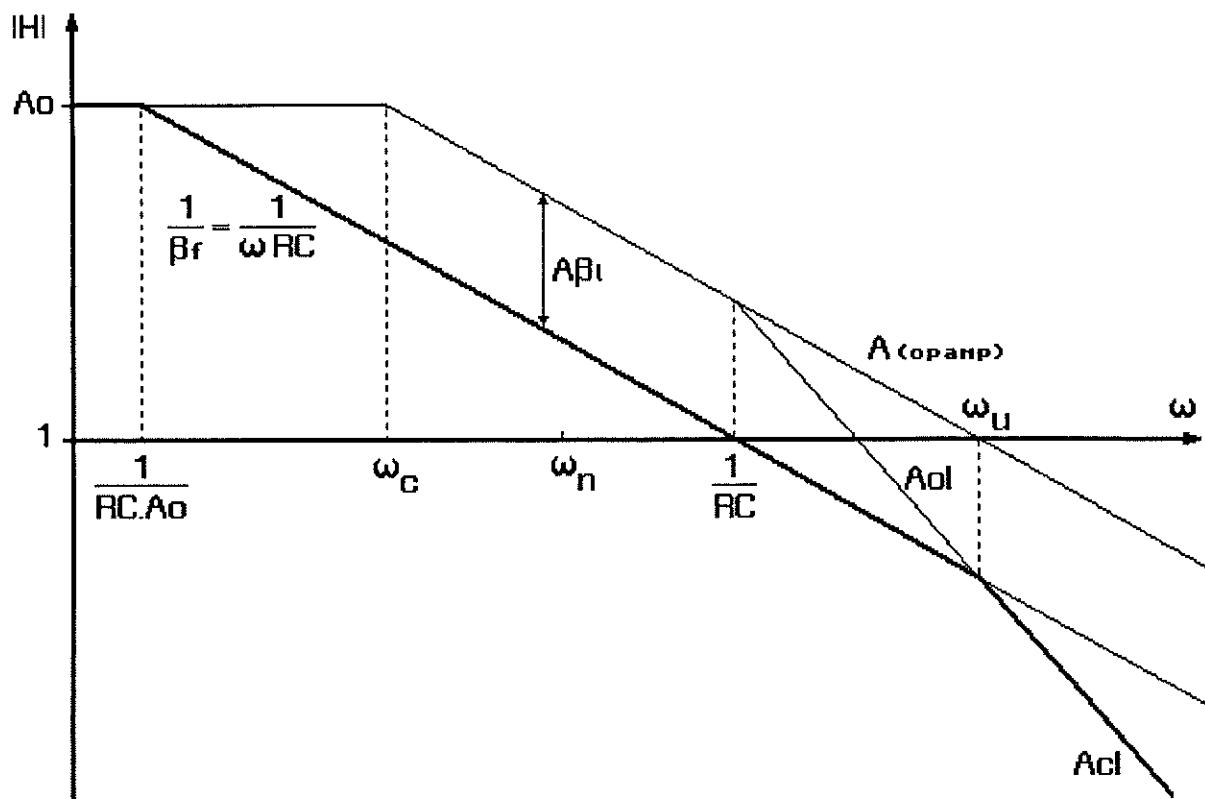


fig. 2.2 : FREKWENTIEKARAKTERISITIEK VAN EEN REËLE INTEGRATOR

Dit voorbeeld illustreert de twee effekten van een reële opamp op de transfertfunktie van aktieve filters:

1. Verschuiving van de dominante pool (polen)
2. Ontstaan van nieuwe hoogfrequente pool (polen)

## 2.2 TWEEDE ORDE AKTIEF FILTER

Voor een tweede orde filtertrap kunnen gelijkaardige afleidingen worden uitgevoerd. Deze zijn echter vrij complex.

Voor frekventies boven de 3dB frekventie  $f_c$ , gedraagt de opamp zich als een zuivere integrator met transfertfunktie:

$$A(j\omega) = \frac{\omega_u}{j\omega} \quad (\omega \gg \omega_c) \quad (2.18)$$

en wordt zijn karakteristiek enkel door  $\omega_u$  bepaald. Vaak liggen de polen van een aktief filter boven  $f_c$  (vb.  $f_c=10\text{Hz}$ ) en geldt deze benadering.

Uit simulaties blijkt duidelijk dat de laagdoorlaatkarakteristiek van de opamp de frekventieweergave van het aktief filter beïnvloedt. In fig. 2.3 en fig. 2.4 is voor een komplex toegevoegd polenpaar (VCVS topologie) de invloed aangegeven voor verschillende unity gain frekventies  $f_u$  ( $\text{GBW} = 1.f_u$ ) van de opamp:

een daling van  $f_u$  veroorzaakt een daling van  $f_n$  en  $Q$

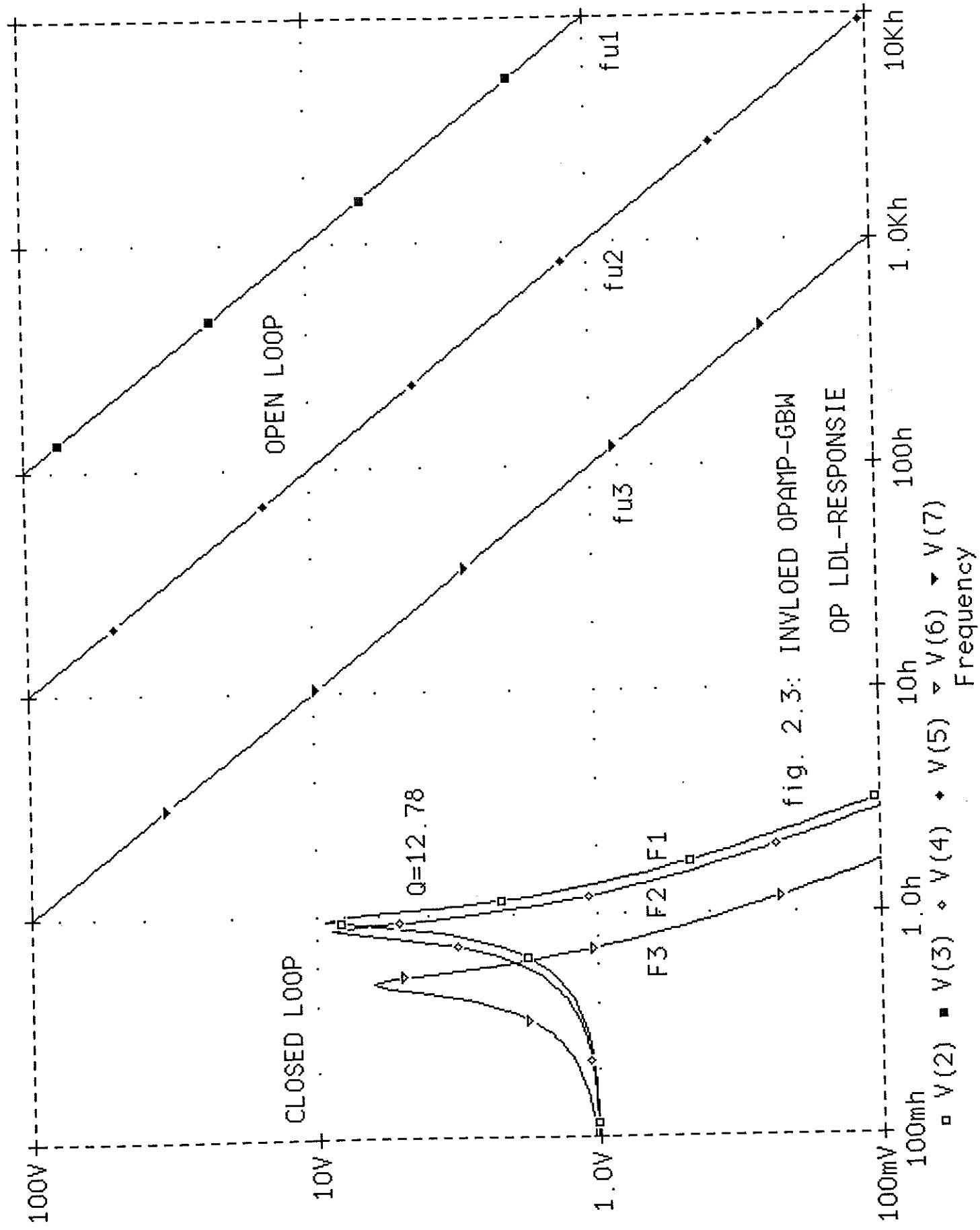
(Dit effekt is iets meer uitgesproken voor de MFB dan voor de VCVS topologie.)

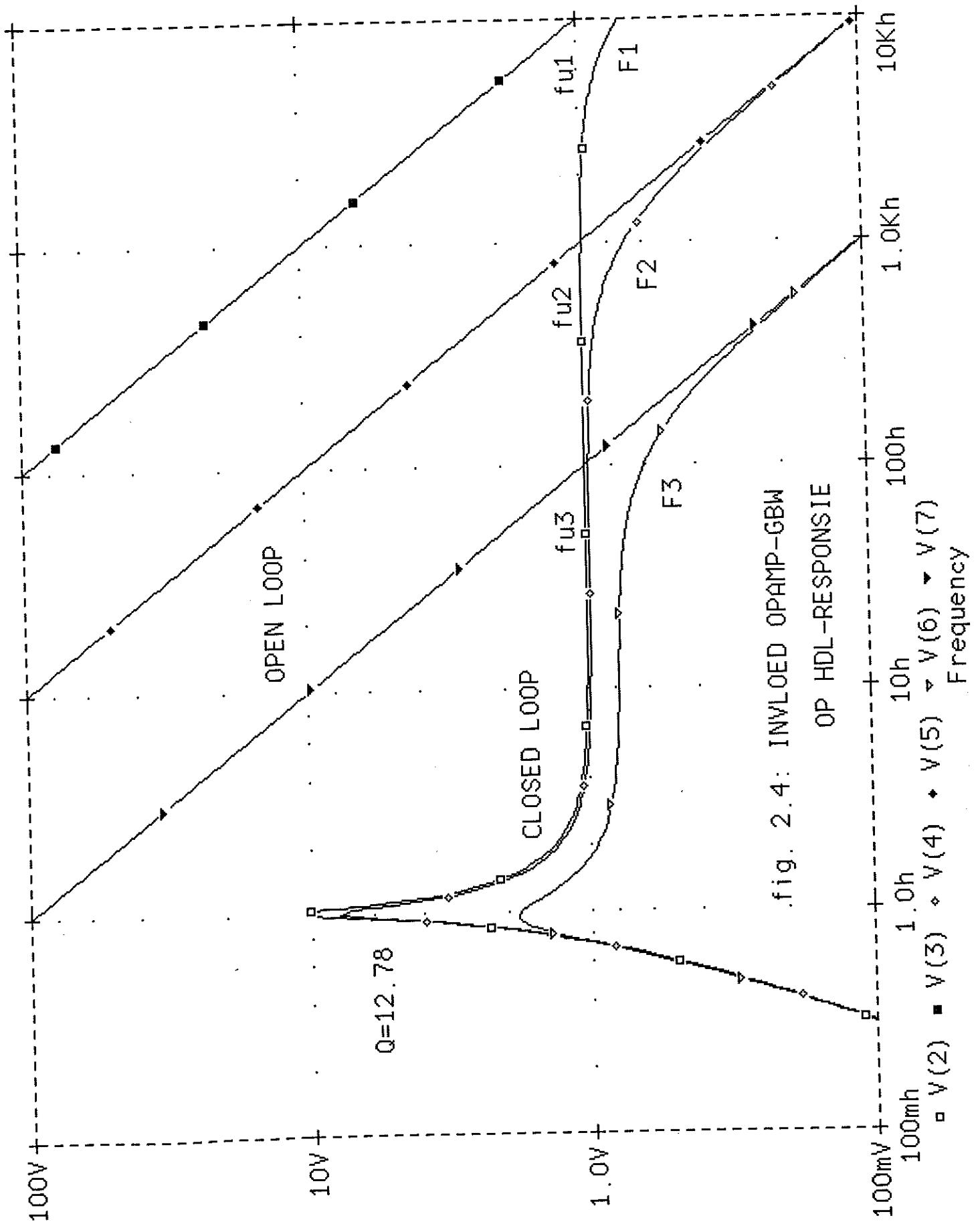
Een goede ontwerpregel is:

$$\boxed{K.Q.f_n < \text{GBW}/100} \quad (2.19)$$

Het produkt van versterking en frekventie van het filter ter hoogte van de resonantietop moet een faktor 100 kleiner blijven dan het gainbandwidth produkt (GBW) van de gebruikte opamp. Dit begrenst de frekventieband waarin aktieve filters met opamps kunnen geïmplementeerd worden tot het audiogebied. (Vb.  $K=1$ ,  $Q=1$ ,  $\text{GBW}=1\text{MHz} \Rightarrow f_n < 10\text{ kHz}$ ).

Voor een hoogdoorlaatfilter blijft de frekventieweergave naar hoge frekventies ook begrensd door het gainbandwidth produkt (GBW).





**TWEEDE ORDE SYSTEMEN**

**EIGENSCHAPPEN VAN BASIS FILTERFUNKTIES**

	LDL	HDL	BDL	BSP
$\Omega_r$	$\frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi^2}}$	1	1
$H_r$	$\frac{\Omega}{\sqrt{1 - \xi^2}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{1 - \xi^2}}$	1	0
$\Omega_n$	1	1	1	1
$\phi_n$	$-90^\circ$	$+90^\circ$	$0^\circ$	$-90^\circ \rightarrow +90^\circ$
$H_n$	$\Omega$	$\Omega$	1	0
$\Omega_{+45^\circ}$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi$
$\phi_{+45^\circ}$	$-45^\circ$	$+135^\circ$	$+45^\circ$	$-45^\circ$
$H_{+45^\circ}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{+45^\circ}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{-45^\circ}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Omega_{-45^\circ}$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$	$\sqrt{\xi^2 + 1} + \xi$
$\phi_{-45^\circ}$	$-135^\circ$	$+45^\circ$	$-45^\circ$	$+45^\circ$
$H_{-45^\circ}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{-45^\circ}}$	$\frac{\Omega}{\sqrt{2} \Omega_{+45^\circ}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

### 3. BESEL BENADERING

$$B_n(s) = (2n - 1)B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s) \quad (4.16)$$

$$L_n(s) = K \frac{B_n(0)}{B_n(s)} \quad (4.17)$$

### 4. TABELLEN

#### a. EERSTE ORDE TRAP

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot C}{s + C} \quad (6.1)$$

$$\Omega_3 = C$$

#### b. TWEEDE ORDE TRAP

$$F_{ldl}(s) = \frac{K \cdot C}{(s^2 + B \cdot s + C)} \quad (6.2)$$

$$\Omega_n = \sqrt{C} \quad \zeta = B / 2\sqrt{C} \quad Q = \sqrt{C}/B \quad \Omega_{bw} = Q/\Omega_n = B$$

## FILTER ONTWERP

### 1. BUTTERWORTH BENADERING

$$|L_n(\Omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot \Omega^{2n}}} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_p/10} - 1} \quad (4.6)$$

$$n \geq \frac{\log \sqrt{\frac{10^{A_s/10} - 1}{10^{A_p/10} - 1}}}{\log (\omega_s / \omega_c)} \quad (4.7)$$

### 2. CHEBYSHEV BENADERING

$$C_{n+1}(\Omega) = 2\Omega \cdot C_n(\Omega) - C_{n-1}(\Omega) \quad (4.9)$$

$$|L_n(\Omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot C_n(\Omega)^2}} \quad (4.10)$$

met n = geheel

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_p/10} - 1} \quad (4.14)$$

$$n \geq \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{10^{A_s/10} - 1}{10^{A_p/10} - 1}}}{\operatorname{arccosh} (\omega_s / \omega_c)} \quad (4.15)$$

## FREKWENTIETRANSFORMATIES

### 1. FREKWENTIETRANSFORMATIE : LAAGDOORLAAT

$$S = \frac{s}{\omega_C} \quad (2.1)$$

#### a. EERSTE ORDE TRAP

$$\Omega_3 = \omega_3 / \omega_C = C \quad (2.4)$$

#### b. TWEEDE ORDE TRAP

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_C} = \sqrt{C} \quad Q = \frac{\sqrt{C}}{B} \quad \Omega_{bw} = \frac{BW}{\omega_C} = \frac{\Omega_n}{Q} = B \quad (2.6)$$

### 2. FREKWENTIETRANSFORMATIE : HOOGDOORLAAT

$$S = \frac{\omega_C}{s} \quad (3.1)$$

#### a. EERSTE ORDE TRAP

$$\Omega_3 = \omega_3 / \omega_C = 1 / C \quad (3.4)$$

#### b. TWEEDE ORDE TRAP

$$\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_C} = \frac{1}{\sqrt{C}} \quad Q = \frac{\sqrt{C}}{B} \quad \Omega_{bw} = \frac{BW}{\omega_C} = \frac{\Omega_n}{Q} = \frac{B}{C} \quad (3.6)$$

### 3. FREKWENTIETRANSFORMATIE : BANDDOORLAAT

$$\boxed{S = \frac{s^2 + \omega_0^2}{BW \cdot s}} \xrightarrow[s=j\omega]{S=j\Omega} \boxed{\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{BW \cdot \omega}} \quad (4.6)$$

a. EERSTE ORDE TRAP  $\rightarrow$  1 x TWEEDE ORDE TRAP

$$\boxed{\Omega_n = \frac{\omega_n}{\omega_0} = 1 \quad Q = \frac{Q_f}{C}} \quad (4.10)$$

b. TWEEDE ORDE TRAP  $\rightarrow$  2 x TWEEDE ORDE TRAP

$$\boxed{BD1(s) = K \frac{(1/Q) \cdot (\omega_0/D) \cdot s}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_0/D) \cdot s + (\omega_0/D)^2}} \quad (4.12)$$

$$\boxed{BD2(s) = K \frac{(1/Q) \cdot (\omega_0 \cdot D) \cdot s}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_0 \cdot D) \cdot s + (\omega_0 \cdot D)^2}} \quad (4.13)$$

$$K = \sqrt{C} \frac{Q}{Q_f} \quad (4.14)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{C + 4 \cdot Q_f^2 + \sqrt{(C + 4 \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}} \quad (4.15)$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{Q_f} \right]^2 - 4} \right) \quad (4.16)$$

$Q_f \gg 1$ :

$$D = 1 + \frac{\sqrt{C}}{2 \cdot Q_f} \quad Q = \frac{2 \cdot Q_f}{B} \quad (4.17)$$

#### 4. FREKWENTIETRANSFORMATIE : BANDSPER

$$\boxed{S = \frac{BW \cdot s}{s^2 + \omega_O^2}} \xrightarrow[s=j\omega]{S=j\Omega} \boxed{\Omega = \frac{BW \cdot \omega}{\omega_O^2 - \omega^2}} \quad (5.6)$$

a. EERSTE ORDE TRAP  $\rightarrow$  1 x TWEEDE ORDE TRAP

$$\text{polen} \quad \Omega_p = \omega_n / \omega_O = 1 \quad Q = C \cdot Q_f \quad (5.10)$$

$$\text{nulpunten} \quad \Omega_z = \omega_n / \omega_O = 1 \quad (5.11)$$

b. TWEEDE ORDE TRAP  $\rightarrow$  2 x TWEEDE ORDE TRAP

$$\boxed{LPN(s) = \frac{s^2 + \omega_O^2}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_O/D) \cdot s + (\omega_O/D)^2}} \quad (5.13)$$

$$\boxed{HPN(s) = \frac{s^2 + \omega_O^2}{s^2 + (1/Q) \cdot (\omega_O \cdot D) \cdot s + (\omega_O \cdot D)^2}} \quad (5.14)$$

$$Q = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{2} \cdot B} \sqrt{1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2 + \sqrt{(1 + 4 \cdot C \cdot Q_f^2)^2 - (2 \cdot B \cdot Q_f)^2}} \quad (5.15)$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} + \sqrt{\left[ \frac{B \cdot Q}{C \cdot Q_f} \right]^2 - 4} \right) \quad (5.16)$$

$Q_f \gg 1$ :

$$D = 1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot Q_f} \quad Q = \frac{2 \cdot Q_f \cdot C}{B} \quad (5.17)$$

## FILTER TABELLEN

### 1. BUTTERWORTH

Table 7-2 Denominator polynomials of Butterworth filters (normalized with respect to  $\omega_c$ )

(a) Normalized denominator polynomials in factored form

<i>n</i>	
1	$(1 + s)$
2	$(1 + 1.414s + s^2)$
3	$(1 + s)(1 + s + s^2)$
4	$(1 + 0.765s + s^2)(1 + 1.848s + s^2)$
5	$(1 + s)(1 + 0.618s + s^2)(1 + 1.618s + s^2)$
6	$(1 + 0.518s + s^2)(1 + 1.414s + s^2)(1 + 1.932s + s^2)$
7	$(1 + s)(1 + 0.445s + s^2)(1 + 1.247s + s^2)(1 + 1.802s + s^2)$
8	$(1 + 0.390s + s^2)(1 + 1.111s + s^2)(1 + 1.663s + s^2)(1 + 1.92s + s^2)$
9	$(1 + s)(1 + 0.347s + s^2)(1 + s + s^2)(1 + 1.532s + s^2)(1 + 1.879s + s^2)$
10	$(1 + 0.313s + s^2)(1 + 0.908s + s^2)(1 + 1.414s + s^2)(1 + 1.782s + s^2)(1 + 1.975s + s^2)$

(b) Pole quality factor  $q_p$  for complex-conjugate pole pairs

<i>n</i>	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	0.71	1.00	1.31	1.62	1.93	2.25	2.57	2.88	3.19
			0.54	0.62	0.71	0.80	0.90	1.0	1.10
					0.52	0.55	0.60	0.65	0.71
						0.51	0.53	0.56	0.51

## 2. CHEBYSHEV

Table 7-3 Denominator polynomials of Chebyshev filters (normalized with respect to  $\omega_c$ )

(a) Normalized denominator polynomials in factored form

<i>n</i>	(i) 0.1-dB Ripple ( $\epsilon = 0.153$ )
1	$(6.552 + s)$
2	$(3.314 + 2.372s + s^2)$
3	$(0.969 + s)(1.690 + 0.969s + s^2)$
4	$(1.330 + 0.528s + s^2)(0.623 + 1.275s + s^2)$
5	$(0.539 + s)(1.195 + 0.333s + s^2)(0.636 + 0.872s + s^2)$
6	$(1.129 + 0.229s + s^2)(0.696 + 0.627s + s^2)(0.263 + 0.856s + s^2)$
7	$(0.377 + s)(1.092 + 0.168s + s^2)(0.753 + 0.470s + s^2)(0.330 + 0.679s + s^2)$
8	$(1.069 + 0.128s + s^2)(0.799 + 0.364s + s^2)(0.416 + 0.545s + s^2)(0.146 + 0.643s + s^2)$
9	$(0.290 + s)(1.054 + 0.101s + s^2)(0.834 + 0.290s + s^2)(0.498 + 0.445s + s^2)$ $(0.201 + 0.546s + s^2)$
10	$(1.044 + 0.082s + s^2)(0.862 + 0.237s + s^2)(0.568 + 0.369s + s^2)(0.274 + 0.465s + s^2)$ $(0.092 + 0.515s + s^2)$
<i>n</i>	(ii) 0.5-dB Ripple ( $\epsilon = 0.349$ )
1	$(2.863 + s)$
2	$(1.516 + 1.426s + s^2)$
3	$(0.626 + s)(1.142 + 0.626s + s^2)$
4	$(1.064 + 0.351s + s^2)(0.356 + 0.847s + s^2)$
5	$(0.362 + s)(1.036 + 0.224s + s^2)(0.477 + 0.586s + s^2)$
6	$(1.023 + 0.155s + s^2)(0.590 + 0.424s + s^2)(0.157 + 0.580s + s^2)$
7	$(0.256 + s)(1.016 + 0.114s + s^2)(0.677 + 0.319s + s^2)(0.254 + 0.462s + s^2)$
8	$(1.012 + 0.087s + s^2)(0.741 + 0.248s + s^2)(0.359 + 0.372s + s^2)(0.088 + 0.439s + s^2)$
9	$(0.198 + s)(1.009 + 0.069s + s^2)(0.789 + 0.198s + s^2)(0.453 + 0.304s + s^2)$ $(0.156 + 0.373s + s^2)$
10	$(1.007 + 0.056s + s^2)(0.826 + 0.162s + s^2)(0.532 + 0.252s + s^2)(0.238 + 0.318s + s^2)$ $(0.056 + 0.352s + s^2)$
<i>n</i>	(iii) 1-dB Ripple ( $\epsilon = 0.509$ )
1	$(1.965 + s)$
2	$(1.103 + 1.098s + s^2)$
3	$(0.494 + s)(0.994 + 0.494s + s^2)$
4	$(0.987 + 0.279s + s^2)(0.279 + 0.674s + s^2)$
5	$(0.289 + s)(0.988 + 0.179s + s^2)(0.429 + 0.468s + s^2)$
6	$(0.991 + 0.124s + s^2)(0.558 + 0.340s + s^2)(0.125 + 0.464s + s^2)$
7	$(0.205 + s)(0.993 + 0.091s + s^2)(0.653 + 0.256s + s^2)(0.230 + 0.370s + s^2)$
8	$(0.994 + 0.070s + s^2)(0.724 + 0.199s + s^2)(0.341 + 0.298s + s^2)(0.070 + 0.352s + s^2)$
9	$(0.159 + s)(1.00 + 0.06s + s^2)(0.78 + 0.16s + s^2)(0.44 + 0.24s + s^2)(0.14 + 0.30s + s^2)$
10	$(0.996 + 0.045s + s^2)(0.814 + 0.130s + s^2)(0.521 + 0.203s + s^2)(0.227 + 0.255s + s^2)$ $(0.045 + 0.283s + s^2)$

<i>n</i>	(iv) 2-dB Ripple ( <i>e</i> = 0.765)
1	(1.308 + <i>s</i> )
2	(0.823 + 0.804 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
3	(0.369 + <i>s</i> )(0.886 + 0.369 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
4	(0.929 + 0.210 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.222 + 0.506 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
5	(0.218 + <i>s</i> )(0.952 + 0.135 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.393 + 0.353 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
6	(0.966 + 0.094 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.533 + 0.257 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.100 + 0.351 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
7	(0.155 + <i>s</i> )(0.975 + 0.069 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.635 + 0.194 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.212 + 0.280 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
8	(0.980 + 0.053 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.710 + 0.151 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.327 + 0.226 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.057 + 0.266 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
9	(0.121 + <i>s</i> )(0.984 + 0.042 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.764 + 0.121 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.428 + 0.185 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> ) (0.132 + 0.227 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
10	(0.987 + 0.034 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.806 + 0.099 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.512 + 0.153 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.218 + 0.193 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> ) (0.036 + 0.214 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )

<i>n</i>	(v) 3-dB Ripple ( <i>e</i> = 1)
1	(1.002 + <i>s</i> )
2	(0.708 + 0.645 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
3	(0.299 + <i>s</i> )(0.839 + 0.299 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
4	(0.903 + 0.170 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.196 + 0.411 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
5	(0.178 + <i>s</i> )(0.936 + 0.110 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.377 + 0.287 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
6	(0.955 + 0.076 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.522 + 0.209 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.089 + 0.285 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
7	(0.126 + <i>s</i> )(0.966 + 0.056 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.627 + 0.158 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.204 + 0.228 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
8	(0.974 + 0.043 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.704 + 0.123 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.321 + 0.184 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.050 + 0.217 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
9	(0.098 + <i>s</i> )(0.980 + 0.034 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.760 + 0.098 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.423 + 0.151 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> ) (0.127 + 0.185 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )
10	(0.983 + 0.028 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.802 + 0.080 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.508 + 0.125 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )(0.214 + 0.158 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> ) (0.032 + 0.175 <i>s</i> + <i>s</i> <sup>2</sup> )

Table 7-4 The relative passband  $\omega_c/\omega_{3dB}$  for Chebyshev filters

<i>e</i>	<i>A</i> <sub>max</sub> [dB]	<i>n</i>									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.153	0.1	0.153	0.515	0.720	0.824	0.881	0.915	0.936	0.951	0.961	0.968
0.349	0.5	0.349	0.719	0.857	0.915	0.944	0.960	0.971	0.978	0.982	0.985
0.509	1	0.509	0.821	0.913	0.950	0.967	0.978	0.983	0.987	0.990	0.992
0.765	2	0.765	0.931	0.968	0.982	0.988	0.992	0.994	0.995	0.996	0.997
1.00	3	0.998	0.999	1	1	1	1	1	1	1	1

$\omega_{3dB}$  is larger than  $\omega_c$ , i.e.  $\omega_{3dB}/\omega_c > 1$ . The relationship between  $\omega_{3dB}$ , the order *n*, and the ripple factor *e* is given by

$$\omega_{3dB} = \cosh\left(\frac{1}{n} \cosh^{-1} \frac{1}{e}\right) \omega_c$$

(b) Pole-quality factor  $q_p$  for complex-conjugate pole pairs  
0.1 dB

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	0.77	1.34	2.18	3.28	4.63	6.23	8.08	10.18	12.52
			0.62	0.91	1.33	1.85	2.45	3.14	3.92
					0.60	0.85	1.18	1.59	2.04
							0.59	0.82	1.13
									0.59

0.5 dB

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	0.86	1.71	2.94	4.54	6.51	8.84	11.53	14.58	17.92
			0.71	1.18	1.81	2.58	3.47	4.49	5.61
					0.68	1.09	1.61	2.21	2.89
							0.68	1.06	1.53
									0.67

1 dB

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	0.96	2.02	3.56	5.56	8.00	10.90	14.24	18.03	22.26
			0.78	1.40	2.20	3.16	4.27	5.53	6.94
					0.76	1.30	1.96	2.71	3.56
							0.75	1.55	1.86
									0.75

2 dB

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	1.13	2.55	4.59	7.23	10.46	14.28	18.69	23.68	29.27
			0.93	1.78	2.84	4.12	5.58	7.25	9.11
					0.90	1.65	2.53	3.54	4.66
							0.89	1.60	2.41
									0.89

3 dB

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	1.30	3.07	5.58	8.82	12.78	17.46	22.87	29.00	35.85
			1.08	2.14	3.46	5.02	6.83	8.87	11.15
					1.04	1.98	3.08	4.32	5.70
							1.03	1.93	2.94
									1.03

### 3. BESSSEL

Table 7-7 Denominator polynomials of Bessel filters (normalized for  $\tau_k(1) = 1$  s)

(a) Normalized denominator polynomials in factored form

<i>n</i>	
1	$(1.000 + s)$
2	$(3.000 + 3.000s + s^2)$
3	$(2.322 + s)(6.459 + 3.678s + s^2)$
4	$(9.140 + 5.792s + s^2)(11.488 + 4.208s + s^2)$
5	$(3.647 + s)(14.272 + 6.704s + s^2)(18.156 + 4.649s + s^2)$
6	$(18.801 + 8.497s + s^2)(20.853 + 7.471s + s^2)(26.514 + 5.032s + s^2)$
7	$(4.972 + s)(25.666 + 9.517s + s^2)(28.937 + 8.140s + s^2)(36.597 + 5.371s + s^2)$
8	$(31.977 + 11.176s + s^2)(33.935 + 10.410s + s^2)(38.569 + 8.737s + s^2)(48.432 + 5.678s + s^2)$
9	$(6.297 + s)(62.041 + 5.959s + s^2)(49.789 + 9.277s + s^2)(43.647 + 11.209s + s^2)$ $(40.589 + 12.259s + s^2)$
10	$(77.443 + 6.218s + s^2)(62.626 + 9.772s + s^2)(54.839 + 11.935s + s^2)(50.582 + 13.231s + s^2)$ $(48.668 + 13.844s + s^2)$

(b) Quality factor  $q_p$  for complex-conjugate pole pairs

<i>n</i>	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_p$	0.58	0.69	0.81	0.92	1.02	1.13	1.23	1.32	1.42
			0.52	0.56	0.61	0.66	0.71	0.76	0.81
				0.51	0.53	0.56	0.59	0.62	
					0.51	0.52	0.54		
						0.50			

### 4. BUTTERWORTH VS BESSSEL

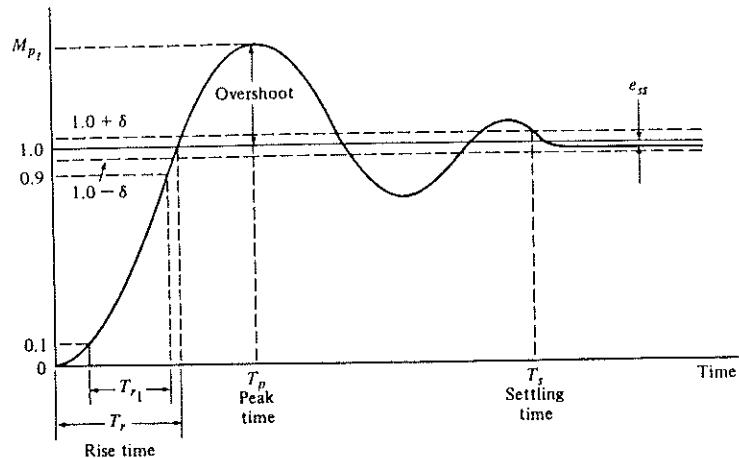


Table 7-6 Overshoot of Butterworth and Bessel filters

Order	Butterworth (%)	Bessel (%)
1	0	0
2	4.3	0.43
3	8.15	0.75
4	10.9	0.83
5	12.8	0.76

Table 7-8 Rise time of Butterworth and Bessel filters

Order	Butterworth	Bessel
1	2.20	2.20
2	2.15	2.73
3	2.29	3.07
4	2.43	3.36
5	2.56	3.58