JFiTT - Lista 1, zadanie 1

Piotr Kołodziejczyk

November 2019

1 Zadanie 1

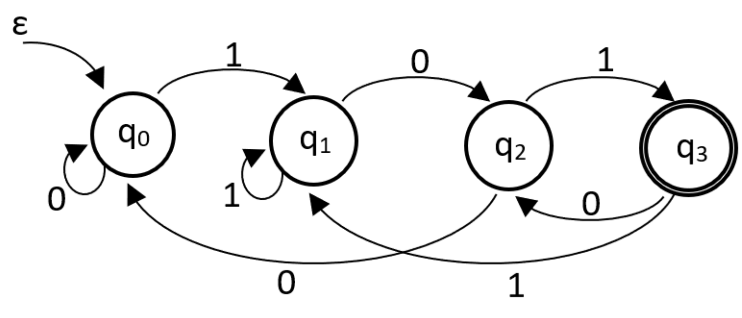
Podać deterministyczne automaty skończone (DFA) akceptujące następujące języki nad alfabetem $\{0, 1\}$:

1.1

Zbiór wszystkich łańcuchów o zakończeniu *101*:

- $\Sigma = \{0, 1\}$ - alfabet
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ - zbiór stanów
- Funkcja przejścia jak na rys. 1
- q_0 - stan początkowy
- $F = \{q_3\}$ - zbiór stanów akceptujących

Jedyna możliwość znalezienia się w stanie akceptującym to wprowadzenie ciągu znaków *101*, więc automat na pewno nie zaakceptuje ciągów zakończonych inną sekwencją, jednocześnie wprowadzając końcowy ciąg *101*, na pewno go zaakceptuje (niezależnie od poprzednich stanów).



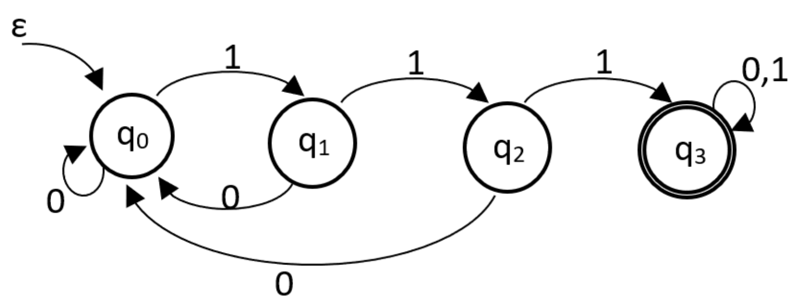
Rysunek 1

1.2

Zbiór wszystkich łańcuchów zawierających trzy kolejne jedynki:

- $\Sigma = \{0, 1\}$ - alfabet
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ - zbiór stanów, gdzie q_i oznacza liczbę kolejnych jedynek z zakresu
- Funkcja przejścia jak na rys. 2
- q_0 - stan początkowy
- $F = \{q_3\}$ - zbiór stanów akceptujących

Automat otrzymując kolejno trzy jedynki znajduje się w stanie akceptującym, z którego już nie opuszcza. Akceptuje więc tylko słowa zawierające kolejno trzy jedynki i żadnych innych.



Rysunek 2

1.3

Zbiór wszystkich łańcuchów, w których każdy blok złożony z pięciu kolejnych symboli zawiera co najmniej dwa zera:

- $\Sigma = \{0, 1\}$ - alfabet
- $Q = \{q_{abcde} : a, b, c, d, e \in \{0, 1\}\}$ - indeksy pamiętają ostatnich pięć wprowadzonych liter (a - najstarsza), dodatkowy stan q_e
- Funkcja przejścia

$$\delta(q_{abcde}, f) = \begin{cases} q_{bcdef}, & b + c + d + e + f \leqslant 3, \\ q_e, & \text{w p.p.} \end{cases}$$

- q_{00000} - stan początkowy

- $F = \{q_{abcde} : a+b+c+d+e \leqslant 3\}$ - zbiór stanów akceptujących

Indeksy stanów zawierają informację o ostatnio wprowadzonych literach, wobec czego łatwo stwierdzić, czy stan jest akceptujący czy nie - jeśli suma indeksów jest mniejsza równa od 3, to w bloku pięciu ostatnio wprowadzonych znaków są co najmniej dwa zera (stan akceptujący). Jeśli w którymś bloku suma ta jest większa, funkcja przejścia prowadzi do stanu q_e, tzw. śmietnika, gdzie pozostaje do końca (niespełniony warunek, brak akceptacji). Przyjmuję, że akceptuję wszystkie słowa krótsze niż pięć znaków.

1.4

Zbiór wszystkich łańcuchów zaczynających się od 1, które interpretowane jako binarna reprezentacja liczby całkowitej są wielokrotnością 7:

- $\Sigma = \{0, 1\}$ - alfabet
- $Q = \{q_i : i$ - reszta z dzielenia liczby przez $7\}$, dodatkowy stan początkowy s oraz stan e
- Funkcja przejścia
$$\delta(q_i, 0) = q_{2i\%7}$$
$$\delta(q_i, 1) = q_{(2i+1)\%7}$$
dodatkowo: $\delta(s, 1) = q_1, \delta(s, 0) = e, \delta(e, \_) = e$
- s - stan początkowy
- $F = \{q_0\}$ - zbiór stanów akceptujących

Korzystamy z własności, że $n +$ '1' $= 2n$, a $n +$ '1' $= 2n + 1$, wobec czego dodając kolejne zera i jedynki przemieszczamy się pomiędzy kolejnymi resztami z dzielenia liczby przez 7. Jedynym stanem akceptującym jest q_0, więc automat akceptuje tylko liczby podzielne przez 7.

1.5

Zbiór wszystkich łańcuchów, w których piąty symbol od końca jest zerem:

- $\Sigma = \{0, 1\}$ - alfabet
- $Q = \{q_{abcde} : a, b, c, d, e \in \{0, 1\}\}$
- Funkcja przejścia $\delta(q_{abcde}, f) = q_{bcdef}$
- q_{11111} - stan początkowy
- $F = \{q_{abcde} : a = 0\}$ - zbiór stanów akceptujących

Stany pamiętają informację o ostatnich pięciu symbolach, jeśli piątym od końca jest 0, to stan jest akceptujący - automat akceptuje więc na pewno tylko to co powinien. Ustalam, że stanem początkowym jest q_{11111}, wobec czego żadne słowo krótsze niż pięć znaków nie będzie akceptowane.