

# Астрономия

## 26 сентября 2019

## 1 Уточнения к материалам предыдущего урока

### 1.1 Правило Тициуса-Боде

Расстояние  $R_i$  от Солнца до крупных объектов Солнечной системы (кроме Нептуна) с хорошей точностью описывается формулой  $R_i = 0.3 \cdot k_i + 0.4$  а.е., где

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Пояс астероидов	
$k_i$	0	1	2	4	8	

	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон	Эрида
$k_i$	16	32	64	-	128	256

Правило легко запомнить, так как значения  $k_i$  являются степенями числа 2, идущими подряд. При этом следует понимать, что указанная выше формула *эмпирическая*, то есть полученная из наблюдений<sup>1</sup>.

### 1.2 Пояс астероидов

Факт того, что расстояние от Солнца до пояса астероидов с хорошей точностью удовлетворяет правилу Тициуса-Боде, ещё в XVIII веке дал астрономам основания полагать, что между Марсом и Юпитером находится ещё одна планета. Сначала на предсказываемом правилом расстоянии от Солнца была обнаружена Церера (которая сейчас считается карликовой планетой), а позже выяснилось, что на таком же расстоянии от Солнца находится множество тел, формирующих, собственно, пояс астероидов, который, по одной из версий, сформировался в результате разрушения планеты Фэтон, которая раньше располагалась на этой орбите.

### 1.3 Первая открытая межзвёздная комета

Кроме астероида 1I/Оумуамуа, который прилетел к нам из межзвёздного пространства, известно также о существовании межзвёздной кометы 2I/Borisov. Она была открыта 30 августа 2019 года российским астрономом Геннадием Борисовым.

### 1.4 Облако Оорта

Облако Оорта - гипотетическая область Солнечной системы, служащая источником комет с большим периодом обращения. Многие косвенные факты указывают на его существование, но оно пока не подтверждено. Согласно некоторым теориям, внутренняя его граница находится на расстоянии 1000 а.е. от Солнца, внешняя - на 100 000 а.е.

---

<sup>1</sup>На текущий момент нет физического закона, который бы это правило описывало!

## 2 Немного геометрии

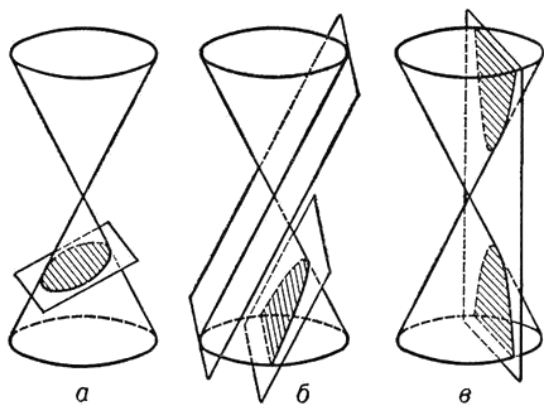


Рис.1. (а) - эллипс, (б) - парабола, (в) - гипербола.

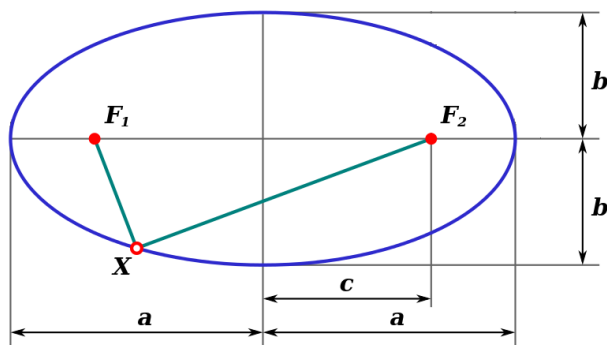


Рис.2. К описанию эллипса.

Сечения конуса плоскостью (см. рисунок слева) могут давать три типа кривых: эллипс, параболу или гиперболу. В силу закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона траектория небесного тела в поле тяготения другого, гораздо более массивного тела, может являться одной из трёх описанных выше кривых<sup>2</sup>.

**Эллипс** - геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух заданных точек - **фокусов** (на рисунке обозначены как  $F_1$  и  $F_2$ ) - постоянна<sup>3</sup>. **Окружность** является частным случаем эллипса (фокусы совпадают друг с другом и с центром окружности). **Большая и малая полуоси** эллипса - расстояние от центра фокуса до самой дальней и до самой ближней от него точек соответственно (на рисунке обозначены как  $a$  и  $b$ ). Одной из характеристик эллипса является **эксцентриситет**  $e$ , который задаётся формулой

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

В справедливости этой формулы нетрудно убедиться самостоятельно, мысленно передвинув точку  $X$  на рисунке сначала в самую ближнюю, а потом в самую дальнюю к центру эллипса точку и посчитав сумму расстояний от фокусов до неё. Понятно, что для эллипса  $e < 1$ , для окружности  $e = 0$ ; для других конических сечений также можно определить эксцентриситет (по другим формулам). Для параболы  $e = 1$ , для гиперболы  $e > 1$ .

## 3 Законы Кеплера

Эти законы, подобранные Иоганном Кеплером на основе анализа астрономических наблюдений Тихо Браге, описывают идеализированную<sup>4</sup> гелиоцентрическую<sup>5</sup> орбиту планеты. На самом деле, согласно этим законам движутся не только планеты вокруг Солнца, но и кометы, астероиды и другие малые тела, а так же спутники (естественные и искусственные) вокруг планет. Вообще, они хорошо описывают движение тела массой  $m_1$  вокруг тела массой  $m_2$  при условии, что  $m_2$  много больше  $m_1$  и вокруг них больше нет никаких сопоставимых с ними по массе тел.

<sup>2</sup>Это не очень трудно показать, используя полярные координаты. Не будем заострять на этом внимание.

<sup>3</sup>То есть сумма длин отрезков  $F_1X$  и  $XF_2$  постоянна для любой точки  $X$ , лежащей на эллипсе.

<sup>4</sup>В действительности орбита планеты может быть не такой, как описано, а более сложной формы.

<sup>5</sup>То есть с Солнцем в центре.

**Первый закон:** орбита каждой планеты Солнечной системы - эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Для всех планет (кроме Меркурия и Плутона) эксцентриситет орбиты не превышает 0.1. Это позволяет утверждать<sup>6</sup>, что планеты движутся практически по окружностям, то есть большая полуось примерно равна малой - в этом нетрудно убедиться, подставив 0.1 (или меньшую величину) в формулу выше и выразив из неё соотношение **a** и **b**.

**Второй закон:** каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, замечает собой равные площади.

С этим законом связаны два понятия: **перигелий** - ближайшая к Солнцу и **афелий** - наиболее удалённая от Солнца точки орбиты. Если говорить о вращении чего-либо по эллипсу вокруг Земли, то используют понятия **перигей** и **апогей**. На рисунке справа площади закрасненных секторов равны. Дуги эллипса, на которые опираются эти сектора (выделены пожирнее) планета проходит за одинаковые промежутки времени. Следовательно, планета движется неравномерно: в афелии её скорость минимальна, в перигелии максимальна. Иногда этот закон формулируют в следующем виде: секториальная скорость планет относительно Солнца постоянна.

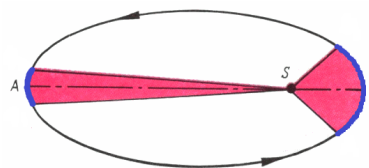


Рис.3. Иллюстрация второго закона Кеплера

**Третий закон:** квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

Этот закон можно переформулировать следующим образом:  $T^2/a^3 = \text{const}$  - величина постоянная, которая определяется только массой Солнца и некоторыми физическими постоянными, то есть указанное отношение одинаково для всех планет. Это упрощает жизнь: если измерять период обращения **T** планеты в земных годах, а длину большой полуоси **a** (которая, как было сказано выше, не сильно отличается от длины малой полуоси и от расстояния между Солнцем и планетой) в астрономических единицах, то  $\text{const} = 1 \text{ год}^2/(\text{a.e.})^3$ .

**Задача.** Найдите период обращения Сатурна вокруг Солнца в земных годах.

**Решение.** Самое простое решение заключается в открытии учебника или соответствующей странички в интернете. Но, предположим, у нас этих возможностей нет. Тогда мы можем воспользоваться двумя описанными ранее принципами, которые помогут нам без труда найти желаемый ответ. Сразу отметим, что высокой точности в решении таких задач не требуется.

Сначала найдём примерное расстояние от Солнца до Сатурна по правилу Тициуса-Боде (как было сказано выше, для него  $k_{\text{Сатурна}} = 32$ ):  $R_{\text{Сатурна}} = 0.3 \cdot 32 + 0.4 = 10 \text{ a.e.}$  Не пытаясь угнаться за точностью, скажем, что это и есть длина большой полуоси орбиты Сатурна:  $a_{\text{Сатурна}} = 10 \text{ a.e.}$  Теперь подставим полученное значение в третий закон Кеплера:

$$T_{\text{Сатурна}}^2 = a_{\text{Сатурна}}^3 \frac{\text{год}^2}{\text{a.e.}^3} \Rightarrow T_{\text{Сатурна}} = a_{\text{Сатурна}}^{3/2} \text{ лет} = 10^{3/2} \text{ лет} \approx 31.6 \text{ лет}$$

В действительности период обращения Сатурна чуть меньше: примерно 29.5 земных лет. Однако полученный ответ достаточно точный для оценок описанными выше методами.

<sup>6</sup>С достаточно высокой для школьных уроков астрономии точностью.