

TPE

TALLER DE MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Caseres Marina - LU: 250469

Bedini Pia - LU: 250456

Introducción

El presente trabajo aborda la innovadora temática de modelos computacionales. Estos, son empleados para resolver simulaciones de situaciones hipotéticas que podrían verse aplicadas a la realidad, observándose así, el estudio de la evolución progresiva del comportamiento de sistemas complejos mediante las matemáticas, la física y la informática, implementando una herramienta fundamental como lo son los algoritmos que arrojan resultados muy aproximados. En particular, se trabajó en el desarrollo de un modelo computacional orientado a calcular la variación del agua en un tanque con forma cilíndrica, analizando su crecimiento (llenado) y decrecimiento (vaciado), los cuales están determinados por parámetros específicos ingresados por el usuario, tales como: Δt , área del tanque, altura del tanque, altura inicial de la columna de agua, entrada y salida de la misma y otros como K, W y G. Estos últimos corresponden a cambios en la salida de agua. La estructura principal de dicho modelo responde a una ecuación matemática, que arroja como resultado el tiempo en el que fluctúa el cuerpo de agua. En este informe, se explica el problema con su análisis inicial, luego se procede a exponer el proceso de programación del modelo computacional, y por último se describe la utilización adecuada por parte del usuario final. Esto es ampliado con ejemplos visuales de los resultados de las situaciones planteadas desde la cátedra, con su posterior análisis.

Metodología

Se comenzó con un análisis del comportamiento de un cuerpo de agua dentro de un tanque y de todas las fórmulas planteadas por la cátedra. Esto apunta a la incorporación de las características físicas posibles del mismo, visto que posee una forma cilíndrica constante. Partiendo de esto, se observa la posibilidad de calcular ciertos parámetros tales como el volumen del agua aplicando la fórmula $V(t) = A * h(t)$. A su vez, la misma discrimina una altura específica estrechamente condicionada por variables, que evolucionan en relación al tiempo transcurrido. Lo antes mencionado aplica en la siguiente ecuación: $h(t_i) = h(t_{i-1}) + (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t / A$.

Cabe aclarar que cada parámetro supone una equivalencia en la simulación:

"A" refiere al área del tanque con forma cilíndrica;

"h" es la altura de la columna de agua;

"E" simboliza a la entrada del agua en el tanque;

"S" expresa la salida del agua en el contenedor;

"Δt" representa la discretización del tiempo ;

"i" es la iteración o conteo que influye en el avance del tiempo.

Se prosiguió por aplicar técnicas para la resolución de la problemática planteada.

Propiamente se utilizó el lenguaje de programación Javascript en combinación con HTML y CSS (lenguajes de programación web). Se optó por utilizar estas herramientas debido a que permiten un acabado de una interfaz más intuitiva para el manejo del usuario.

A continuación, se describen los pasos seguidos para componer este programa:

Primero, se declararon variables que almacenan los tiempos de cada operación en segundos. Luego, se obtuvieron los datos ingresados por el usuario en las casillas asignadas para esa tarea.

Posteriormente, se declaró la primera función correspondiente al primer botón (encargado de la simulación con entrada y salida de agua constante). Dentro de ésta, se comenzó la simulación en 3 etapas: la primera refiere al llenado hasta la mitad del tanque; la siguiente al llenado por completo del contenedor, y la última, al vaciado del mismo.

Inmediatamente después, se diseñaron 3 funciones más con la estructura antes mencionada, con la diferencia en las fórmulas implementadas en cada una, específicamente en la salida del agua "S" que fue reemplazada por dichas fórmulas con el fin de incluir otros parámetros que modifican el resultado final.

Procediendo con la explicación del uso y manejo por parte del usuario, y de la misma manera que se mencionó en la introducción, los parámetros nombrados son ingresados manualmente por el mismo. Más aún, se le agregan algunos (hasta ahora no explicados) como por ejemplo "K", "W" y "G" (parámetros que en ocasiones se reemplazan por S) y "C", que sería el equivalente a la altura del contenedor o tanque de agua.

Por último, se enseñarán y desarrollarán diversos ejemplos del uso de este programa con sus respectivos parámetros:

| | | |
|-------------------|-----|--|
| TIEMPO | 0.5 | Simular Entrada y Salida constantes |
| ÁREA | 1 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ALTURA DEL TANQUE | 4 | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| ALTURA DEL AGUA | 1 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ENTRADA DE AGUA | 5 | El tanque se llenó a la mitad en: 0.5 segundos. Iteraciones: 1 |
| SALIDA DE AGUA | 1 | El tanque se llenó en: 1 segundos. Iteraciones: 2 |
| PARÁMETRO K | K | El tanque se vació en: 5 segundos. Iteraciones: 10 |
| PARÁMETRO W | W | |
| PARÁMETRO G | G | |

| | | |
|-------------------|----------------|--|
| TIEMPO | 0.5 | Simular Entrada y Salida constantes |
| ÁREA | 1 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ALTURA DEL TANQUE | 4 | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| ALTURA DEL AGUA | 1 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ENTRADA DE AGUA | 5 | El tanque se llenó a la mitad en: 0.5 segundos. Iteraciones: 1 |
| SALIDA DE AGUA | Salida de agua | El tanque se llenó en: 1 segundos. Iteraciones: 2 |
| PARÁMETRO K | 1 | El tanque se vació en: 3 segundos. Iteraciones: 6 |
| PARÁMETRO W | W | |
| PARÁMETRO G | G | |

Resultados obtenidos botón 1 (simulación E y S constantes)

Las simulación muestra un progreso relativamente rápido, siendo así que se llega a la media en la primer iteración y se llena en dos iteraciones, pero el vaciado completo se observa retardado debido a que la entrada sigue condicionando el caudal de agua.

Resultados obtenidos botón 2 (simulación $S = K * t$)

Para esta simulación y las siguientes dos se usan los mismos parámetros que fueron ingresados en la primer prueba, variando la salida. De esta forma se ve como los resultados no varían en cuanto a la media del tanque y en cuando se llena, pero en el vaciado completo se denota que se incrementó la velocidad en la que esto sucede.

| | | |
|-------------------|----------------|--|
| TIEMPO | 0.5 | Simular Entrada y Salida constantes |
| ÁREA | 1 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ALTURA DEL TANQUE | 4 | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| ALTURA DEL AGUA | 1 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ENTRADA DE AGUA | 5 | El tanque se llenó a la mitad en: 0.5 segundos. Iteraciones: 1 |
| SALIDA DE AGUA | Salida de agua | El tanque se llenó en: 1 segundos. Iteraciones: 2 |
| PARÁMETRO K | K | El tanque se vació en: 2.5 segundos. Iteraciones: 5 |
| PARÁMETRO W | 1 | |
| PARÁMETRO G | G | |

| | | |
|-------------------|----------------|--|
| TIEMPO | 0.5 | Simular Entrada y Salida constantes |
| ÁREA | 1 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ALTURA DEL TANQUE | 4 | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| ALTURA DEL AGUA | 1 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ENTRADA DE AGUA | 5 | El tanque se llenó a la mitad en: 0.5 segundos. Iteraciones: 1 |
| SALIDA DE AGUA | Salida de agua | El tanque se llenó en: 1 segundos. Iteraciones: 2 |
| PARÁMETRO K | K | El tanque se vació en: 17 segundos. Iteraciones: 34 |
| PARÁMETRO W | W | |
| PARÁMETRO G | 1 | |

Resultado obtenido del botón 3 (simulación $S(t) = W * t^2$)

Siguiendo el criterio de las observaciones del "botón 4", no se advierten cambios en la media y el llenado del tanque. Pero en el vaciado total del tanque sucede en un rango en un tiempo e iteraciones menor que la anterior. Claramente se incrementó la salida del caudal de agua.

Resultado obtenido del botón 4 (simulación $S(t) = G/A * h(t)$)

Acá sucede lo contrario a los casos anteriores, si se hace uso del cuarto botón se ve claramente que el vaciado es prácticamente nulo, incluso si los parámetros no son ajustados, éste lleva a un bucle infinito. Definitivamente el caudal de agua que sale se ve afectado de tal forma que cada vez se vuelve más ínfimo y nunca termina de vaciar.

Esta página dice

Los parametros seleccionados implican demasiadas iteraciones

Aceptar

2

TIEMPO

1.5

ÁREA

6

ALTURA DEL TANQUE

0.5

ALTURA DEL AGUA

1

ENTRADA DE AGUA

1

SALIDA DE AGUA

1

PARÁMETRO K

K

PARÁMETRO W

W

PARÁMETRO G

G

Simular Entrada y Salida constantes

Simular $S(t) = K \cdot t$

Simular $S(t) = W \cdot t^2$

Simular $S(t) = G/A \cdot h(t)$

El tanque se llenó a la mitad en: 4 segundos. Iteraciones: 2

El tanque se llenó en: 10 segundos. Iteraciones: 5

El tanque se vació en: 20 segundos. Iteraciones: 10

Esta página dice

Los parametros seleccionados implican demasiadas iteraciones

Aceptar

2

TIEMPO

1.5

ÁREA

6

ALTURA DEL TANQUE

0.5

ALTURA DEL AGUA

1

ENTRADA DE AGUA

1

SALIDA DE AGUA

1

PARÁMETRO K

K

PARÁMETRO W

W

PARÁMETRO G

G

Simular Entrada y Salida constantes

Simular $S(t) = K \cdot t$

Simular $S(t) = W \cdot t^2$

Simular $S(t) = G/A \cdot h(t)$

El tanque se llenó a la mitad en: -1 segundos. Iteraciones: -1

El tanque se llenó en: -1 segundos. Iteraciones: -1

El tanque se vació en: -1 segundos. Iteraciones: -1

| | | |
|--|---|--|
| <p>Salida igual a Entrada</p> <p>Este es un caso más que obvio, ya que si la salida es igual a la entrada, el caudal de agua nunca puede incrementar más de lo que ya tenía desde un inicio. Esto mismo genera un número de iteraciones prácticamente infinito, situación reflejada en una alerta de la página.</p> | <p>Entrada mayor a la Salida</p> <p>Siendo la entrada mayor a la salida, el tiempo en llegar a la media, al llenado total y al vaciado total, son relativamente equivalentes, es decir, suceden en un rango igual o la duplica en valor de tiempo e iteraciones de los valores anteriores. Se completa el ciclo en su totalidad.</p> | <p>Entrada menor a la salida</p> <p>En este sucede algo parecido al caso en que la salida es igual a la entrada, ya que el tanque nunca aumenta su caudal, pero si mantiene un flujo de agua, lo que lleva a un número de iteraciones infinitas o muy extensas para finalmente no retorna ningún valor de las tres situaciones que se plantean.</p> |
|--|---|--|

TIEMPO

10

Simular Entrada y Salida constantes

ÁREA

1.5

Simular $S(t) = K \cdot t$

ALTURA DEL TANQUE

6

Simular $S(t) = W \cdot t^2$

ALTURA DEL AGUA

0.5

Simular $S(t) = G/A \cdot h(t)$

El tanque se llenó a la mitad en: 10 segundos. Iteraciones: 1

ENTRADA DE AGUA

1.5

El tanque se llenó en: 20 segundos. Iteraciones: 2

SALIDA DE AGUA

1

El tanque se vació en: 30 segundos. Iteraciones: 3

PARÁMETRO K

K

PARÁMETRO W

W

PARÁMETRO G

G

TIEMPO

0.1

Simular Entrada y Salida constantes

ÁREA

1.5

Simular $S(t) = K \cdot t$

ALTURA DEL TANQUE

6

Simular $S(t) = W \cdot t^2$

ALTURA DEL AGUA

0.5

Simular $S(t) = G/A \cdot h(t)$

El tanque se llenó a la mitad en: 7.6000000000000005 segundos. Iteraciones: 76

ENTRADA DE AGUA

1.5

El tanque se llenó en: 16.6 segundos. Iteraciones: 166

SALIDA DE AGUA

1

El tanque se vació en: 25.700000000000003 segundos. Iteraciones: 257

PARÁMETRO K

K

PARÁMETRO W

W

PARÁMETRO G

G

| | |
|--|--|
| <p>Δt grande</p> <p>Si se ingresa un valor Δt grande lo que sucede es que el salto del tiempo es tan extenso que se pierden los valores de la evolución comprendidos entre un instante al otro, provocando que no se registren los momentos justos o más aproximados en los que se cumplen las tres situaciones planteadas.</p> | <p>Δt chico</p> <p>Si se ingresa un valor de Δt muy pequeño lo que sucede es que se hace aún más preciso el segundo donde se cumplen las tres situaciones planteadas, pero esto aumenta el número de iteraciones necesarias, no conlleva ningún fallo pero es una consecuencia. Se podría considerar que ingresar un número razonablemente chico es muy práctico.</p> |
|--|--|

| | |
|-------------------|---|
| TIEMPO | Simular Entrada y Salida constantes |
| 2 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ÁREA | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| 1.5 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ALTURA DEL TANQUE | |
| 6 | |
| ALTURA DEL AGUA | El tanque se llenó a la mitad en: 10 segundos. Iteraciones: 5 |
| 0 | |
| ENTRADA DE AGUA | |
| 1.5 | El tanque se llenó en: 18 segundos. Iteraciones: 9 |
| SALIDA DE AGUA | |
| 1 | |
| PARÁMETRO K | El tanque se vació en: 28 segundos. Iteraciones: 14 |
| K | |
| PARÁMETRO W | |
| W | |
| PARÁMETRO G | |
| G | |

| | |
|-------------------|--|
| TIEMPO | Simular Entrada y Salida constantes |
| 2 | Simular $S(t) = K * t$ |
| ÁREA | Simular $S(t) = W * t^2$ |
| 1.5 | Simular $S(t) = G/A * h(t)$ |
| ALTURA DEL TANQUE | |
| 6 | |
| ALTURA DEL AGUA | El tanque se llenó a la mitad en: 0 segundos. Iteraciones: 0 |
| 6 | |
| ENTRADA DE AGUA | |
| 1.5 | El tanque se llenó en: 0 segundos. Iteraciones: 0 |
| SALIDA DE AGUA | |
| 1 | |
| PARÁMETRO K | El tanque se vació en: 10 segundos. Iteraciones: 5 |
| K | |
| PARÁMETRO W | |
| W | |
| PARÁMETRO G | |
| G | |

Tanque arranca vacío

En este caso, se puede observar el ciclo completo sin influencia de una columna de agua inicial. Los valores se mantienen sin variar demasiado entre los valores finales de las situaciones.

Tanque arranca lleno

Visto que el tanque arranca lleno, las dos primeras situaciones se cumplen incluso antes de que las iteraciones y de que el correr del tiempo comience. Esto se ve reflejado en sus valores finales que son cero, pero el vaciado total si corre y cierra el ciclo sin ningún problema.

Conclusión

Luego de una breve pero confiable profundización en el tema, se concluyó que, aunque la complejidad para crear un modelo computacional es elevada, ésta es una herramienta versátil muy conveniente y recomendable a utilizar e implementar en caso de ser necesario, ya que proporciona una extensa variedad de pruebas exactas en un tiempo inmediato.

Nuestras principales dificultades se centraron en un principio en la creación del código de dicho programa (en nuestro caso, página web). La dificultad en general fue alta, más bien refiriéndonos en primera instancia al entendimiento de cómo evoluciona cada parámetro dependiendo de los cambios que sufre la salida del agua "S". Para lograr el funcionamiento adecuado, en su mayoría, se tuvieron que implementar pequeños arreglos dentro del código, los cuales debían responder al caso hipotético relacionado a lo que el usuario ingresara.

Finalmente, el total de todo este proceso de programación mediante prueba y error concluyó en la invención satisfactoria de una herramienta funcional, haciéndonos entender las distintas formas de ver e interpretar cada variable, parámetro, e incluso fórmula. Deseamos agregar, que este programa supuso un gran esfuerzo y tiempo, pero valió la pena.