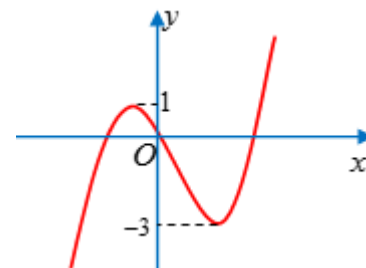


## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

### CỰC TRỊ HÀM BẬC 3

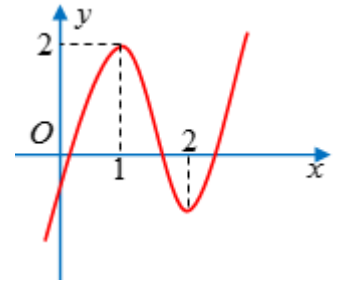
#### PEN-C TOÁN - THẦY NGUYỄN THANH TÙNG

1. (*Chuyên Vinh – Lần 2*). Đồ thị (C) có hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x) + m|$  có ba điểm cực trị là:



- A.  $m = -1$  hoặc  $m = 3$ .  
B.  $m \leq -1$  hoặc  $m \geq 3$ .  
C.  $1 \leq m \leq 3$ .  
D.  $m \leq -3$  hoặc  $m \geq 1$ .
2. Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = x^3 - m^2x^2 - (4m + 20)x - 3$  đạt cực đại tại  $x = -2$ ?  
A.  $m = 1$ .  
B.  $m = -1$ .  
C.  $m = 2$ .  
D.  $m = -1$  hoặc  $m = 2$ .
3. Tìm giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$  đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .  
A.  $m = 1$ .  
B.  $m = -5$ .  
C.  $m = -1$ .  
D.  $m = 5$ .
4. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$  có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng  $y = x + 2$ .  
A.  $m = 0$ .  
B.  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ .  
C.  $m = 2$ .  
D.  $m = 0$  hoặc  $m = 2$ .
5. Cho hàm số  $y = -2x^3 + (2m - 1)x^2 - (m^2 - 1)x + 2$ . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số đã cho có hai điểm cực trị.  
A. 6.  
B. 3.  
C. 5.  
D. 4.
6. (*THPTQG – 104 – 2017*). Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = (2m - 1)x + 3 + m$  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .  
A.  $m = \frac{3}{2}$ .  
B.  $m = \frac{1}{4}$ .  
C.  $m = -\frac{1}{2}$ .  
D.  $m = \frac{3}{4}$ .
7. (*Chuyên Thái Bình – Lần 3*). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $a$  sao cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax + 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9$ .  
A.  $a = 2$ .  
B.  $a = -4$ .  
C.  $a = -3$ .  
D.  $a = -1$ .
8. Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  (C) có hai điểm cực trị là  $O(0; 0)$  và  $A(2; -4)$ . Khi đó trong các phát biểu sau, phát biểu nào không đúng?  
A.  $c$  và  $d$  đều bằng 0.  
B.  $a$  là số thực dương.  
C.  $a + b = -2$ .  
D. Đồ thị (C) đi qua điểm  $N(-1; -2)$ .
9. Cho hàm số  $y = x^3 - x^2 - x + 1$  có đồ thị (C). Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là:  
A.  $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ .  
B.  $y = -\frac{9}{8}x + \frac{1}{8}$ .  
C.  $y = -\frac{8}{9}x - \frac{8}{9}$ .  
D.  $y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$ .
- 10.

Hàm số  $y = x^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên.  
 Giá trị biểu thức  $T = b - c + d$  bằng bao nhiêu?



- A. -1. B. 1.  
 C. 13. D. 12.
11. Số điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  là  
 A. 0 B. 1  
 C. 3 D. 2
12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + mx^2 - x$  có 2 điểm cực trị.  
 A.  $|m| > \sqrt{3}$ . B.  $|m| \geq \sqrt{3}$ .  
 C.  $|m| > 2$ . D.  $|m| \geq 2\sqrt{3}$ .
13. Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .  
 A.  $y_{CD} = 0$ . B.  $y_{CD} = -1$ .  
 C.  $y_{CD} = 1$ . D.  $y_{CD} = 4$ .
14. Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3(m-1)x^2 - 6mx + 1$ . Gọi  $m = m_0$  là giá trị làm cho hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1. Khi đó giá trị nào dưới đây gần  $m_0$  nhất?  
 A. -3. B. -2.  
 C. 2. D. 1.
15. (Đề Tham Khảo - 2017) Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$  có hai điểm cực trị là  $A$  và  $B$  sao cho  $A, B$  nằm khác phía và cách đều đường thẳng  $y = 5x - 9$ . Tính tổng các phần tử của  $S$   
 A. 0. B. -6.  
 C. 6. D. 3.
16. Cho hàm số  $y = 2x^3 - 9x^2 + ax + b$  có đồ thị  $(C)$ . Biết  $M(-1; 3)$  là một điểm cực trị của  $(C)$ . Khi đó tổng  $a + b$  bằng  
 A. 28. B. -34.  
 C. -10. D. -14.
17. Tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - 3(m-1)x^2 - 2$  có hai điểm cực trị là  
 A.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ . B.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ .  
 C.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . D.  $m \in \mathbb{R}$ .
18. Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1-m^2)x + m^3 - m^2$ . Điểm  $M(1; 2)$  thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho. Tất cả các giá trị của  $m$  là  
 A.  $m = 1$  hoặc  $m = -1$ . B.  $m = 0$  hoặc  $m = 2$ .  
 C.  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ . D.  $m = 1$ .
19. Biết các cực trị của hàm số  $y = ax^3 - (a+2)x^2 - 9x - b$  đều là các số không âm và  $x = -1$  là điểm cực đại của hàm số. Giá trị lớn nhất của  $a + b$  là  
 A. 14. B. 7.  
 C. -26. D. -11.
20. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = (1-m)x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  có cực trị.  
 A.  $m < 1$ . B.  $m > -1$ .  
 C.  $0 < m \neq 1$  D.  $m > 0$ .
21. Gọi  $m = m_0$  là một giá trị để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1$  có hai cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = -3$ . Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào gần  $m_0$  nhất?  
 A. -1. B. 1.  
 C. -4. D. 0.
22. (THPTQG - 104- 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích bằng 4 với  $O$  là gốc tọa độ.

- A.  $m = -1; m = 1$ .  
B.  $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$   
C.  $m \neq 0$ .  
D.  $m = 1$ .
23. (THPTQG – 103– 2017). Đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 5$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ . Tính diện tích  $S$  của tam giác  $OAB$  với  $O$  là gốc tọa độ.  
A.  $S = \frac{10}{3}$ .  
B.  $S = 5$ .  
C.  $S = 9$ .  
D.  $S = 10$ .
24. Khi nói về hàm số  $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$  có đồ thị  $(C)$ , ta có các phát biểu :  
(1) Với  $\forall m \in \mathbb{R}$ , hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_2 - x_1| = 1$ .  
(2) Gọi  $A$  là điểm cực đại thuộc  $(C)$ , khi đó  $A$  thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ .  
(3) Khi  $m = 0$  thì hàm số đồng biến trên  $[1; +\infty)$ .  
(4) Khi  $m = 0$  thì đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của  $(C)$  có phương trình  $x + y - 1 = 0$ .  
Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng?  
A. 2.  
B. 1.  
C. 4.  
D. 3.
25. Trong các hàm số sau, hàm số nào có điểm cực đại  $x_{CD}$  và điểm cực tiểu  $x_{CT}$  sao cho  $x_{CD} > x_{CT}$ ?  
A.  $y = x^3 + x^2 - x + 1$ .  
B.  $y = -x^3 + 2x - 2$ .  
C.  $y = -2x^3 + x^2 - x - 1$ .  
D.  $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ .
26. (Sở GD&ĐT Nam Định). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ .  
A.  $-\frac{3}{2}$ .  
B. 3.  
C. -3.  
D.  $\frac{3}{2}$ .
27. Biết  $m = m_0$  là giá trị làm cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}(2m - 1)x^2 + (m^2 - m)x$  đạt cực tiểu tại  $x = 1$ . Khi đó  $m_0$  gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?  
A. 2.  
B. -1.  
C. -4.  
D. 5.
28. Biết hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - 2x$ . Điểm cực tiểu của hàm số là  
A.  $x = 0$ .  
B. không xác định được.  
C.  $x = 1$ .  
D.  $x = 2$ .
29. Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?  
A.  $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ .  
B.  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ .  
C.  $y = x^3 - x^2 + x + 1$ .  
D.  $y = -x^3 + 2x^2 - x - 1$ .
30. (THPTQG – 102– 2017). Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$5$	$1$	$+\infty$	

- Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu điểm cực trị?  
A. 4  
B. 2  
C. 5  
D. 3
31. Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là  $x_1, x_2$ . Biết  $x_1 < x_2$ . Xác định dấu của  $a$ .  
A.  $a = 0$ .  
B.  $a > 0$ .  
C.  $a < 0$ .  
D. không xác định được.
32. Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có hai điểm cực trị nằm về cùng phía so với trục tung khi và chỉ khi  
A.  $b^2 > 3ac > 0$ .  
B.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .  
C.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .  
D.  $b^2 > 3ac > 0$  và  $bc < 0$ .

33. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $x - 2y - 5 = 0$ .
- A.  $m = 1$ .  
B.  $m = 0$ .  
C.  $m = 3$ .  
D.  $m = -1$ .

34. Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m - 1)x - 1$ . Trong các mệnh đề sau, đâu là mệnh đề sai?
- A. Với  $\forall m > 1$  thì hàm số có cực trị.  
B. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.  
C. Với  $\forall m < 1$  thì hàm số có hai điểm cực trị.  
D. Với  $\forall m \neq 1$  thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

35. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	

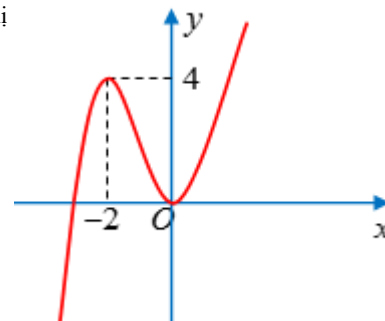
Ta có các phát biểu:

- Hàm số có hai điểm cực trị.
- Hàm số có điểm cực tiểu bằng  $-1$ .
- Hàm số có cực đại bằng  $-2$ .
- Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu thuộc đường thẳng  $x - 2y - 3 = 0$ .

Trong các phát biểu trên có bao nhiêu phát biểu đúng?

- A. 4  
B. 2  
C. 1  
D. 3
36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3m + 1$  có hai điểm cực trị.
- A.  $m \neq 0$ .  
B.  $m < 0$ .  
C.  $m > 0$ .  
D.  $m \geq 0$ .

37. (Chuyên KHTN – Lần 3) Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  có dạng như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số  $y = |x^3 + 3x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2.  
B. 3.  
C. 0.  
D. 1.
38. Đồ thị hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 - 9x + 2$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $AB$ ?
- A.  $P(1; 0)$ .  
B.  $N(-2; -4)$ .  
C.  $M(1; 10)$ .  
D.  $Q(-1; 10)$ .
39. Nếu đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có hai điểm cực trị là  $M(-3; 17)$  và  $N(1; -15)$  thì giá trị của  $T = -a + b - c + d$  bằng bao nhiêu?
- A.  $-5$ .  
B.  $1$ .  
C.  $-10$ .  
D.  $4$ .
40. Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 2$  có đồ thị  $(C_m)$  và đường thẳng  $\Delta: y = -x + 2$ . Biết  $(C_m)$  có hai điểm cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của  $(C_m)$  đến đường thẳng  $\Delta$  bằng  $\sqrt{2}$ . Trong các giá trị  $m$  thỏa mãn bài toán, giá trị nào dưới đây gần  $m$  nhất?
- A.  $-2$ .  
B.  $3$ .  
C.  $4$ .  
D.  $0$ .