Numeryczne obliczanie pochodnych

Wyznacz przybliżenie I, II i III pochodnej podanej funkcji f w punkcie x_0 z dokładnością $O(h^2)$, z krokiem $h = 10^{-3}$, stosując kolejno różnice skończone w przód (RSP), różnice skończone w tył (RST) oraz różnice skończone centralne (RSC). Porównaj je z dokładną wartością tych pochodnych.

Poniżej przedstawione są odpowiednie wzory z dokładnością $O(h^2)$.
Oznaczenia: $x_i = x_0 + ih$, $y_i = f(x_i)$.

RSP:

$$f'(x_i) = \frac{-y_{i+2} + 4y_{i+1} - 3y_i}{2h}$$

$$f''(x_i) = \frac{-y_{i+3} + 4y_{i+2} - 5y_{i+1} + 2y_i}{h^2}$$

$$f'''(x_i) = \frac{-3y_{i+4} + 14y_{i+3} - 24y_{i+2} + 18y_{i+1} - 5y_i}{2h^3}$$

RST:

$$f'(x_i) = \frac{3y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{2h}$$

$$f''(x_i) = \frac{2y_i - 5y_{i-1} + 4y_{i-2} - y_{i-3}}{h^2}$$

$$f'''(x_i) = \frac{5y_i - 18y_{i-1} + 24y_{i-2} - 14y_{i-3} + 3y_{i-4}}{2h^3}$$

RSC:

$$f'(x_i) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$$

$$f''(x_i) = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$$

$$f'''(x_i) = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3}$$