

# — TRDNOST —

2020/2021

VAJE

Marko Župan

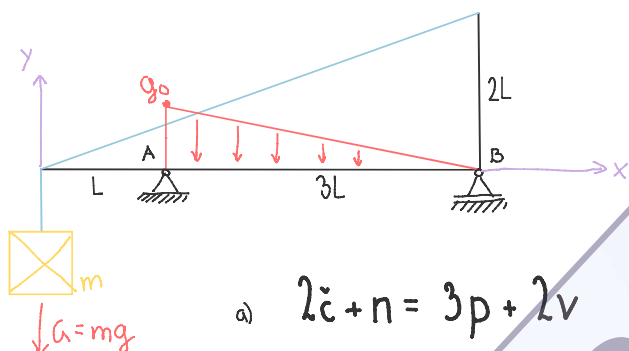
# VAJA 1

STATIKA - reakcije, notranje obremenitve

TRDNOST - napetosti, deformacije → predpogoji: notranje obremenitve

## 1. naloga

Za konstrukcijo preverite statično določanost in izračunajte mesto in velikost največjega notranjega upogibnega momenta.



$$\begin{aligned} L &= 1\text{ m} \\ G &= 2\text{ kN} \\ q_0 &= 10\text{ kN/m} \end{aligned}$$

- a) statična določanost  
b) notranji upogibni moment (absolutna max. vrednost)

a)  $2\check{c} + n = 3p + 2v$

$\check{c}$  = seštevek členkov po posameznih elementih

$n$  = število neznank v podporah

$p$  = število konstrukcijskih elementov (palic + nosilcev)

$v$  = število vozlišč

$$\underbrace{2 \cdot 2 + 3}_L = \underbrace{3 \cdot 1 + 2 \cdot 2}_D \quad \checkmark \quad (\text{izpolnjeni pogoji})$$

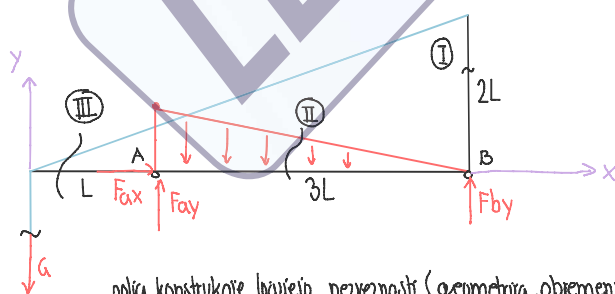
$L = D$  statično določena konstrukcija

$L > D$  statično nedoločena konstrukcija

$L < D$  statično predoločena konstrukcija → mehanizem (konstrukcija ni dovolj podprta, gibanje)

Ce je sila v vrvi znana se upošteva kot obremenitev in ne kot kons. element.

b) izračunamo reakcije v podporah



ravovesne enačbe

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0 &= F_{Ax} \\ \sum F_{iy} = 0 &= F_{Ay} + F_{By} - G - \frac{q_0 \cdot 3L}{2} \end{aligned}$$

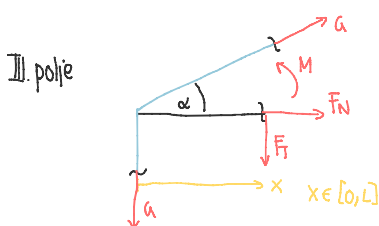
$$\sum M_B = 0 = G \cdot 4L - F_{Ay} \cdot 3L + \frac{q_0 \cdot 3L}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3L$$

$$F_{By} = G + \frac{q_0 \cdot 3L}{2} - F_{Ay} = 4,33\text{ kN}$$

$$F_{Ay} = \frac{4 \cdot G + q_0 \cdot 3L}{3} = 12,67\text{ kN}$$

polja konstrukcije ločujejo nezveznosti (geometrija, obremenitve, materialne lastnosti)

V nadaljevanju režemo nosilec po poljih. Moramo rezati tudi čez vrvi



$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26,57^\circ$$

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0 &= F_N + G \cdot \cos \alpha & F_N &= -G \cdot \cos \alpha = -1,79\text{ kN} \\ \sum F_{iy} = 0 &= -F_T - G \cdot \sin \alpha & F_T &= -G + G \cdot \sin \alpha = -1,1\text{ kN} \\ \sum M_p = 0 &= G \cdot x - G \cdot \sin \alpha \cdot x + M & M &= G(\sin \alpha - 1) \cdot x \end{aligned}$$

sprašuje po maksimalnem upogibnem momentu

$$\begin{aligned} M(x=0) &= 0\text{ Nm} \\ M(x=L) &= 1,1\text{ kNm} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} M(x=0) &= 0\text{ Nm} \\ M(x=L) &= 1,1\text{ kNm} \end{aligned}} \right\} \text{ robovi}$$

Če nimamo linearne funkcije moramo preveriti tudi stacionarne točke

I. polje



$$\varphi = 90^\circ - \alpha$$

$$\sum F_{ix} = 0 = -F_t - G \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0 = -F_N - G \cdot \sin \alpha$$

$$F_t = -G \cos \alpha = -1,79 \text{ kN}$$

$$F_N = -G \sin \alpha = -0,89 \text{ kN}$$

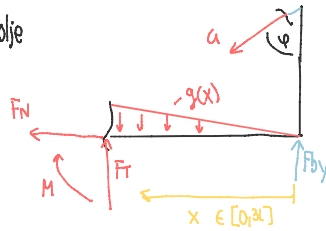
$$x \in [0, 2L]$$

$$\sum M_p = 0 = -M + G \cos \alpha \cdot x = 0 \quad M = G \cos \alpha \cdot x$$

$$M(x=0) = 0 \text{ Nm}$$

$$M(x=2L) = 3,58 \text{ kNm}$$

II. polje



Določimo funkcijo  $q(x)$ :

$$q(x) = a \cdot x + b$$

$$q(x) = \frac{q_0 \cdot x}{3L}$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$q(3L) = q_0 = a \cdot 3L$$

$$\sum F_{ix} = 0 = -F_N - G \cos \alpha \quad F_N = -G \cos \alpha = -1,79 \text{ kN}$$

$$\sum F_{iy} = 0 = F_t + F_{by} - G \sin \alpha - \frac{q_0 x^2}{6L}$$

$$F_t = G \sin \alpha + \frac{q_0 x^2}{6L} - F_{by}$$

$$\sum M_p = 0 = +F_{by} \cdot x + G \cos \alpha \cdot 2L - G \sin \alpha \cdot x - \frac{q_0 x^3}{18L} - M$$

$$M(x=0) = 3,58 \text{ kNm}$$

$$M(x=3L) = -1,11 \text{ kNm}$$

$$M = F_{by} \cdot x + G \cos \alpha \cdot 2L - G \sin \alpha \cdot x - \frac{q_0 x^3}{18L}$$

$$M(x=x_0) = 6,87 \text{ kNm}$$

maksimalni moment

ekstrem momenta

$$M' = F_{by} - G \sin \alpha - G \cos \alpha - \frac{q_0 x^2}{6L}$$

$$M' = 0$$

$$\frac{q_0 x^2}{6L} + G \cos \alpha \cdot x + G \sin \alpha (1+2L) - F_{by} = 0$$

$$x_0 = \pm 1,4 \text{ m}$$