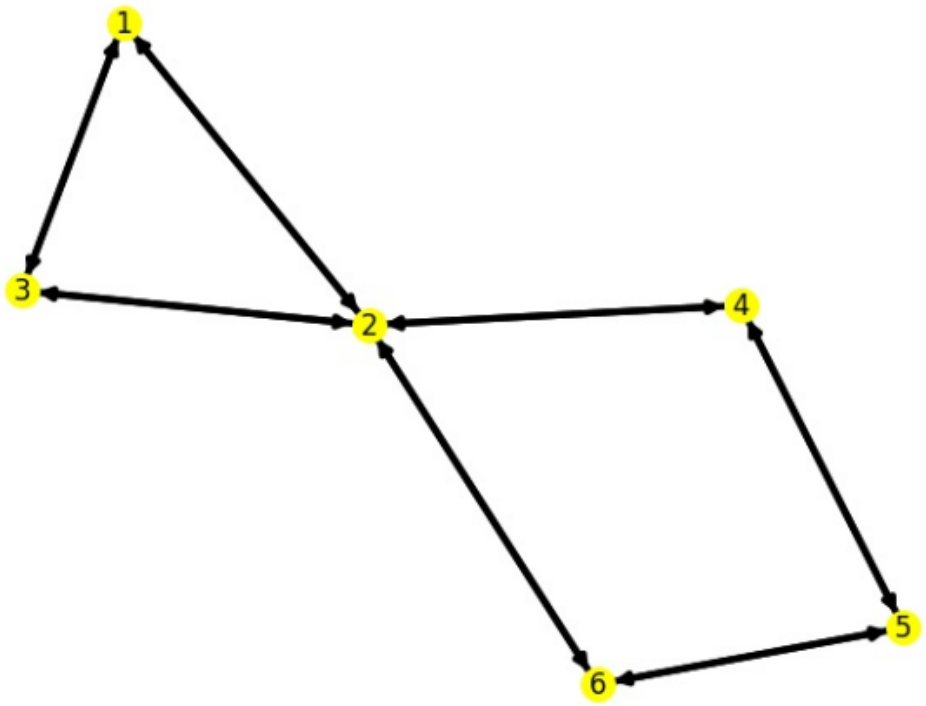
Hice un pescado con grafos y ¿Ahora qué?

Equipo: Pedro Burgos y Bruno Goldfarb.




```
6
14
1 2
1 3
2 1
2 3
2 4
2 6
3 1
3 2
4 2
4 5
5 4
5 6
6 2
6 5
```

Álgebra Lineal Computacional

1er Cuatrimestre 2024

Trabajo Práctico N° 1: El problema de PageRank.

Introducción

El motor del buscador de Google, desde hace más de 20 años, utiliza el denominado *ranking de Page* o *PageRank*[1] como uno de los criterios para ponderar la importancia de los resultados de cada búsqueda. Calcular este ranking requiere "simplemente" resolver un sistema de ecuaciones lineales donde la cantidad de ecuaciones e incógnitas del sistema es igual al número de páginas consideradas.

Modelado del problema

Para un determinado conjunto de n páginas web se define la *matriz de conectividad* $\boldsymbol{W}$ estableciendo $w_{ij} = 1$ si la página j tiene un link a la página i y $w_{ij} = 0$ en caso contrario. Además $w_{ii} = 0$ pues ignoramos los *autolinks*. De esta forma, la matriz $\boldsymbol{W}$ puede resultar extremadamente rala y muy grande de acuerdo al tamaño del conjunto.

Para cada página $j = 1, \ldots, n$, definimos su *grado* como:

$$c_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} \tag{1}$$

Es decir, la cantidad de links *salientes* de j. Típicamente c_j es un número mucho menor que n.

Se busca que el ranking sea mayor en las páginas *importantes*. Heurísticamente, una página es importante cuando recibe muchos "votos" de otras páginas, es decir, links. Pero no todos los links pesan igual: los links de páginas más importantes valen más. Pocos links de páginas importantes pueden valer más que muchos links de páginas poco importantes. Y los links de páginas con muchos links valen poco. Por lo tanto, una forma de calcular la importancia o *puntaje* x_i de la página i es:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{x_j}{c_j} w_{ij} \tag{2}$$

Es decir, la página j le aporta a i su puntaje ponderado por cuántos links salientes tiene. También, se puede definir la matriz de puntajes $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{D}$, donde $\boldsymbol{D}$ es una matriz diagonal con elementos d_{jj} de la forma:

$$d_{jj} = \begin{cases} 1/c_j & \text{si} \quad c_j \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad c_j = 0 \end{cases},$$

[1] Por Larry Page, uno de los fundadores de Google, otrora joven científico actualmente devenido multimillonario. Ver artículo original del 1998 con más de 16500 citas [1].

Lo cual nos permite calcular el ranking de todas las páginas como:

$$\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} \tag{3}$$

donde $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n)^t$. Luego, la ecuación 2 corresponde al elemento i-ésimo $(\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x})_i$.

Este modelo tiene un problema: no logra capturar el comportamiento errático del usuario mientras navega por la red redes.

Modelo del navegante aleatorio

Un enfoque alternativo es considerar el modelo del *navegante aleatorio*. El navegante aleatorio empieza en una página cualquiera del conjunto, y luego en cada página j que visita elige con probabilidad $p \in (0, 1)$ si va a seguir uno de sus links, o con probabilidad $1 - p$, si va a pasar a otra página cualquiera del conjunto. Una vez tomada esa decisión, si decidió seguir un link de la página j elige uno al azar con probabilidad $1/c_j$, mientras que si decidió pasar a otra página cualquiera entonces elige una al azar con probabilidad $1/n$. Cuando la página j no tiene links salientes, es decir $c_j = 0$, elige al azar una página cualquiera del conjunto. Por lo tanto, se espera que luego de mucho surfear el navegante aleatorio va a estar en páginas importantes con mayor probabilidad.

Formalmente, definimos la matriz $\boldsymbol{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ donde a_{ij} representa la probabilidad de pasar de la página j a la página i:

$$a_{ij} = \begin{cases} (1-p)/n + (p\ w_{ij})/c_j & \text{si} \quad c_j \neq 0 \\ 1/n & \text{si} \quad c_j = 0 \end{cases}, \tag{4}$$

Entonces el *ranking de Page* es la solución del sistema:

$$\boldsymbol{A}\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} \tag{5}$$

que cumple $x_i \geq 0$ y $\sum_i x_i = 1$.

Por lo tanto, el elemento i-ésimo $(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x})_i$ es la probabilidad de encontrar al navegante aleatorio en la página i sabiendo que x_j es la probabilidad de encontrarlo en la página j, para $j = 1, \ldots, n$.

Luego, la matriz $\boldsymbol{A}$ puede reescribirse como:

$$\boldsymbol{A} = p\ \boldsymbol{W}\ \boldsymbol{D} + \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{z}^t,$$

donde $\boldsymbol{D}$ es una matriz diagonal de la forma

$$d_{jj} = \begin{cases} 1/c_j & \text{si} \quad c_j \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad c_j = 0 \end{cases},$$

$\boldsymbol{e}$ es un vector columna de unos de dimensión n y $\boldsymbol{z}$ es un vector columna cuyos componentes son:

$$z_j = \begin{cases} (1-p)/n & \text{si} \quad c_j \neq 0 \\ 1/n & \text{si} \quad c_j = 0 \end{cases}.$$

Así, la ecuación (5) puede reescribirse como

$$(\boldsymbol{I} - p\ \boldsymbol{W}\ \boldsymbol{D})\ \boldsymbol{x} = \gamma\ \boldsymbol{e}, \tag{6}$$

donde $\gamma = \boldsymbol{z}^t\ \boldsymbol{x}$ funciona como un factor de escala.

Cálculo del ranking de Page

De esta manera, un procedimiento para calcular el ranking de Page consiste en:

1. Suponer $\gamma = 1$.
2. Resolver el sistema lineal de la ecuación (6).
3. Normalizar el vector $\boldsymbol{x}$ de manera que $\sum_i x_i = 1$.

Enunciado

Se debe implementar un programa en `Python` que realice el cálculo del ranking de Page según el procedimiento descripto anteriormente.

Como parte **obligatoria** se pide implementar la factorización LU para resolver el sistema de ecuaciones (6) que permite hallar la solución buscada (es decir, el ranking de páginas). Se podrá utilizar la función `solve_triangular` de la librería `SciPy` de `Python` para resolver sistemas triangulares.

Previamente, **deberán** estudiar las características de la matriz involucrada y responder a lo siguiente:

1. ¿Por qué la matriz $\boldsymbol{A}$ definida en (4) es equivalente a $p\, \boldsymbol{W}\, \boldsymbol{D} + \boldsymbol{e}\, \boldsymbol{z}^t$? Justificar adecuadamente.
2. ¿Cómo se garantiza existencia de la factorización LU? ¿ La matriz $(\boldsymbol{I} - p\, \boldsymbol{W}\, \boldsymbol{D})$ está bien condicionada? ¿Cómo influye el valor de p?

Experimentación

Se deberá realizar tanto un análisis cualitativo como cuantitativo de los métodos vistos en el trabajo.

1. Para el análisis cuantitativo, se pide, como mínimo, estudiar los tiempos de procesamiento en función del tamaño del grafo de páginas y de la densidad del mismo. Para esto, se espera que presenten gráficos mostrando los tiempos de ejecución para obtener la solución en función de la cantidad de nodos/links de diferentes grafos de páginas aleatorios.
2. Para el análisis cualitativo se deberán estudiar los rankings obtenidos, en función de la estructura del grafo, y del valor de p. Para esto, se espera que presenten gráficos mostrando las probabilidades de las páginas mejor rankeadas en función del valor de p.
3. Se considerarán los siguientes casos de prueba:
   - `instagram_famosos_grafo.txt`,
   - `mathworld_grafo.txt`,
   - `test_dosestrellas.txt`,
   - `test_15_segundos.txt`.
   - `test_30_segundos.txt`.

   Para el caso `test_dosestrellas.txt` se pregunta: ¿Cuál es la mínima cantidad de links que se deben agregar para que la pagina 1 quede primera en el ranking? ¿Cómo se modificó la conectividad? Analizar.

El grupo **deberá** proponer al menos 3 instancias de prueba, dos de las cuales deben ser de tipo TODOS CONECTADOS, y otra de tipo NINGUNO CONECTADO. La tercera instancia queda a criterio del grupo.

Para el análisis, guiarse y responder las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo es el ranking obtenido en cada caso de acuerdo a la estructura del grafo páginas?
2. ¿Qué conclusiones pueden sacar de la interpretación de los resultados?

Los archivos de entrada serán de texto plano, y respetan el siguiente formato: en la primera línea un entero N, la cantidad total de páginas. En la segunda línea un entero M, la cantidad total de links. Luego siguen M líneas, cada una con dos enteros i j separados por un espacio ($1 \leq i, j \leq N$), indicando que hay un link de la página i a la página j.

Entrega y lineamientos

La entrega se realizará a través del campus virtual de la materia con las siguientes fechas y formato:

- Fecha de entrega: hasta el miércoles **8 de mayo** a las 23:59 hs.
- Fecha de re-entrega: hasta el **28 de mayo** a las 23:59 hs.
  Es condición obligatoria haber realizado un envío en la primera fecha de entrega para tener la posibilidad de reentregar.
- Formato: Jupyter Notebook del template-alumnos. Archivo funciones.py completo.

Prestar especial atención a las siguientes indicaciones:

- El TP1 se realizará en grupos de dos personas. Deberán inscribir su grupo en el foro 'Foro de Grupos de TP' destinado para tal fin, dentro de la sección Laboratorio/TP1 del campus de la materia.

  Importante: es indispensable realizar la inscripción previa del grupo para poder hacer el envío a través del campus. Los grupos o personas no inscriptas en grupos no estarán habilitadas en el formulario de carga del TP. No se aceptarán envíos por email.

- Leer el enunciado completo antes de comenzar a generar código y sacarse todas las dudas de cada ítem antes de implementar. Para obtener un código más legible y organizado, pensar de antemano qué funciones deberán implementarse y cuáles podrían reutilizarse.

- El código debe estar correctamente comentado. Cada función definida debe contener un encabezado donde se explique los parámetros que recibe y qué se espera que retorne. Además las secciones de código dentro de la función deben estar debidamente comentados. Los nombre de las variables deben ser explicativos.

- Las conclusiones y razonamientos que respondan los ejercicios, o cualquier experimentación agregada, debe estar debidamente explicada en bloques de texto de las notebooks (markdown cells), separado de los bloques de código. Aprovechen a utilizar código LaTeX si necesitan incluir fórmulas.

- Gráficos: deben contener título, etiquetas en cada eje y leyendas indicando qué es lo que se muestra.

Referencias

[1] Sergey Brin and Lawrence Page. The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine. *Computer networks and ISDN systems*, 30(1-7):107–117, 1998.

Trabajo Práctico 1 - Cálculo de Ranking Page

Enunciado

Pregunta 1 - ¿Por que la matriz A definida en (4) es equivalente a $p\,\mathbf{W}\,\mathbf{D} + e\,z^t$? Justificar.

Variables y Componentes

Variables:

- **p**: Probabilidad que está entre 0 y 1.
- **W**: Es la matriz de conexión:
  - Si `w[i,j] = 1`, entonces `j` tiene un enlace hacia la página `i`.
  - Si `w[i,j] = 0`, entonces `j` NO tiene un enlace hacia la página `i`.
  - Si `i = j`, entonces `w[i,j] = 0`, es decir, toda su diagonal es 0 porque ignoramos autolinks.
- **D**: Es la matriz de importancia:
  - Se calcula a través de los grados, como el grado de la página `j`, que sería `c_j = sumatoria(i=1,n,w[i.j])`.
  - Representa la cantidad de enlaces salientes de `j`.
  - La matriz `D` se compone de `d[j,j]`:
    - Si `c_j != 0`, entonces `1/c_j`.
    - En otro caso, 0.
  - Es decir, la diagonal de `D` es pura 0 o 1/c_j, y las demás variables `d[i,j]` donde `i!=j` son 0.
- **e**: Es un vector columna compuesto por 1.
- **z transpuesta**: Es un vector columna que ahora es un vector fila y se compone de `z[j]`.
  - Si `c_j != 0`, entonces `(1-p)/n`.
  - En otro caso, `1/n`.

Componentes de A:

- Los componentes `a[i,j]` de la matriz `A` se calculan de la siguiente manera:
  - Si `c_j != 0`, entonces `(1-p)/n + (p * w[i,j])/c_j`.
  - En otro caso, `1/n`.

Casos a considerar:

Caso 1: Todos los `c_j = 0`

En este caso:

- `p` queda igual.
- `W` sería una matriz `n x n` con puros 0s porque cualquier link que `j` funcione cambiaría un `c_j` y se asume que todos los `c_j` son 0.
- `D` sería una matriz `n x n` con puros 0s porque si `c_j` es 0, las diagonales serán 0, y el resto ya era 0.
- `e` se mantiene igual.
- `z transpuesta` es un vector fila hecho por 1/n.

En ese caso: `p * W@D + e @ z transpuesta` que en rango es `1 x 1 * n x n * n x n + n x 1 * 1 x n = n x n`
Cumple con el rango de A siempre, pero los `a[i,j]` estarían compuestos por:

- `a[i,j] = 0 + (1) * (1/n) = 1/n` con `c_j = 0` (cumpliendo lo pedido en (4)).

Caso 2: Todos los `c_j != 0`

En este caso:

- `p` queda igual.
- `W` sería una matriz `n x n` con 1 y 0 en los `w[i,j]`, excepto en la diagonal que sería todo 0 y que en toda fila haya al menos

un 1 que conecte en un link para hacer que `c_j` nunca sea 0.
- `D` sería una matriz `n x n` con la diagonal compuesta de 1/c_j y el resto 0.
- `e` se mantiene igual.
- `z transpuesta` es un vector fila hecho por (1-p)/n.

`p * W@D + e @ z transpuesta` que de rango es `1 x 1 * n x n * n x n + n x 1 * 1 x n = n x n` Cumple con el rango de A siempre, pero los `a[i,j]` estarían compuestos por:

- `a[i,j] = p * w[i,j] * 1/c_j + 1 * (1-p)/n` con `c_j != 0` (cumpliendo lo pedido en (4)).

Si juntamos estos 2 casos, tenemos que:

- `a[i,j] = 0 + (1) * (1/n) = 1/n` con `c_j = 0` (cumpliendo lo pedido en (4)).
- `a[i,j] = p * w[i,j] * 1/c_j + 1 * (1-p)/n` con `c_j != 0` (cumpliendo lo pedido en (4)).

Demostrando la equivalencia pedida

Pregunta 2 - ¿Cómo se garantiza existencia de la factorización LU? ¿ La matriz $(\mathbf{I} - p\ \mathbf{W}\ \mathbf{D})$ está bien condicionada? ¿Cómo influye el valor de p?

1. En A me garantizo que es LU debido a que en ningún momento la diagonal puede ser 0 por como está compuesta la misma.

2. Para ver si está bien condicionada primero digo:

    - I - p * W @ D = M (solo para comodidad)
    - La matriz M se compone de:
        A. 1 en las diagonales, o sea 1 en M[i,j] donde i == j
        B. donde i!=j:
            - si cj != 0 entonces M[i,j] = - (p * W[i,j]/cj)
            - en otro caso es 0
    - Dividamos en dos casos para M:
        - si cj = 0 (en todos los j):
            A. si pasa eso, M solo tendrá una diagonal compuesta de 1
            B. M sería la IDENTIDAD
            C. La condición de M en ese caso sería 1 (sea en 1, infinito o 2)
        - si cj != 0 (en todos los j):
            - ahora con condición infinito:
                - tomo norma-inf(M) = la máxima de las sumas por fila a módulo
                - creo un Msingular tal que aplicando norma-inf(M-Msingular) = 1
                - puedo decir que la máxima de las sumas por fila a módulo de M <= cond(M)
            - ahora con condición 1:
                - tomo norma-1(M) = la máxima de las sumas por columna a módulo
                - creo un Msingular tal que aplicando norma-1(M-Msingular) = 1
                - puedo decir que la máxima de las sumas por columna a módulo de M <= cond(M)
        - juntaré ambos casos donde algunos cj = 0 y otros no:
            - los casos Diferentes casos son:
                - la máxima de las sumas por fila a módulo de M <= cond(M) infinito
                - la máxima de las sumas por columna a módulo de M <= cond(M) 1
                - Identidad
    - Llego a la conclusión de que está mal condicionada porque siempre sera 1 o mayor a 1
3. p influye en los valores donde este pueda acceder, o sea, donde cj!=0, siendo un número entre 0 y 1 pero que nunca toque los enteros haciendo que (p * W[i,j]/cj) dé un resultado más chico o más grande alterando al final la suma final en la condición siempre superando a 1, pero por cuanto sería ver con p.

Implementación

Implementar la factorización LU para resolver el sistema de ecuaciones (6) que permite hallar la solución buscada (es decir, el ranking de páginas). Se podrá utilizar la función **scipy.linalg.solve_triangular** para resolver sistemas triangulares.

En el siguiente cuerpo de la notebook se genera un test que va a evaluar la función que resuelve el sistema a través de un test unitario. La resolución debe realizarse en el archivo **funciones.py** que acompaña el **template-alumnos**.

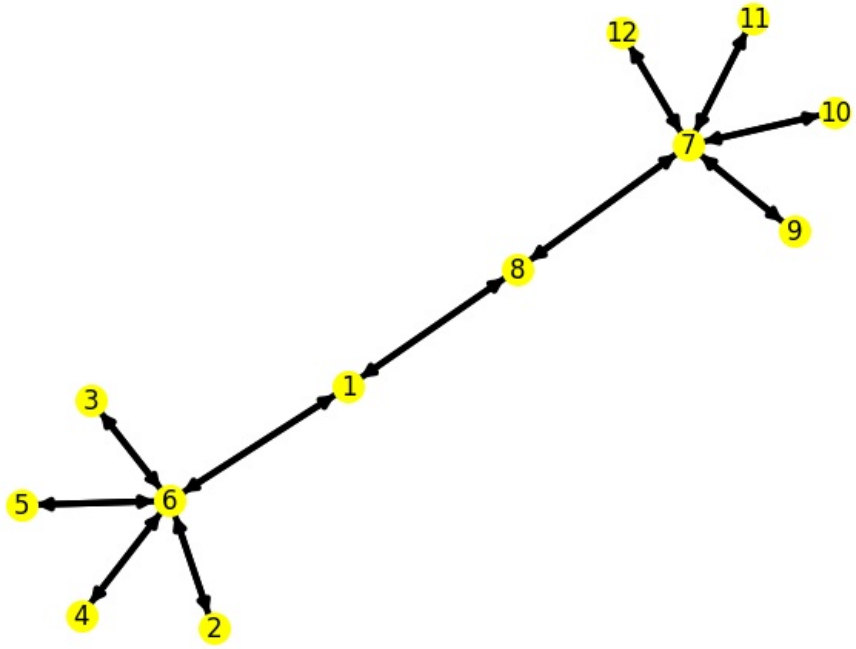
In [1]:
```
from funciones import *
```

Test Unitario

Test Unitario

En el archivo funciones.py hay que implementar la función que obtienen el ranking de las páginas. Se espera que el llamado a la siguiente función arroje un valor esperado

In [2]:
```
#ARCHIVOS DE ENTRADA
archivo_test = './tests/test_dosestrellas.txt'

#CARGA DE ARCHIVO EN GRAFO
W = leer_archivo(archivo_test)

dibujarGrafo(W, print_ejes=False)

# defino la probabilidad de salto de continuar los links de la pagina actual
p = 0.5
# Realizo el test unitario para el calculo del mayor score, que pruebe que el codigo funciona correctamente.
print('*'*50)
print('Test unitario 1')
try:
    assert(np.isclose(obtenerMaximoRankingScore(W, p), 0.18115942))
except:
    print('OUCH!! - No paso el test unitario')
else:
    print('BIEN! - Paso correctamente el test unitario')
print('*'*50)
```




```
**************************************************
Test unitario 1
BIEN! - Paso correctamente el test unitario
**************************************************
```

Test Unitarios Adicionales

El grupo **deberá** proponer al menos 3 instancias de prueba no triviales, dos de las cuales deben ser de tipo TODOS LOS NODOS CONECTADOS, y otra de tipo NINGUNO CONECTADO. La tercera instancia queda a criterio del grupo.

Para el análisis, guiarse y responder las siguientes preguntas:

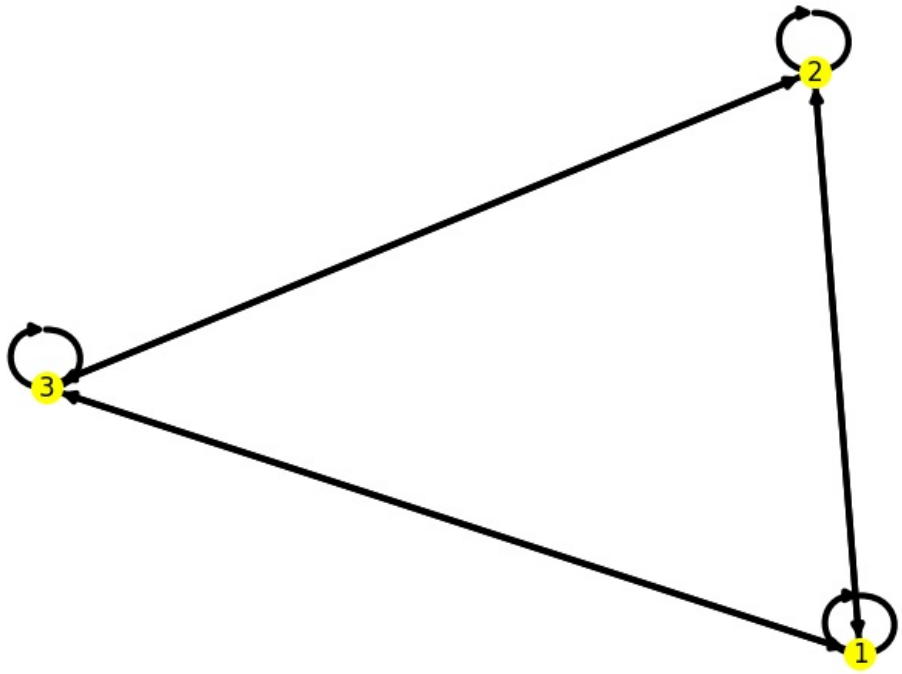
- ¿Cómo es el ranking obtenido en cada caso de acuerdo a la estructura del grafo páginas?
- ¿Qué conclusiones pueden sacar de la interpretación de los resultados?

Graficar los grafos usando las funciones en el **funciones.py**.

In [ ]:
```
```

In [3]:
```
#Casos todos conectados
archivo_test = './tests/test_todos_unidos.txt'

#CARGA DE ARCHIVO EN GRAFO
W = leer_archivo(archivo_test)
```

```
dibujarGrafo(W, print_ejes=False)

#calculo diferentes p para entender mejor que es lo que pasa
p = [0.1, 0.25, 0.5, 0.75]

for i in p:
    print(calcularRanking(W,i))


"""Los rankings obtenidos son iguales, no hay diferencias de los flotantes cuando usamos diferentes casos de pr
```




```
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([1, 3, 2], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
```

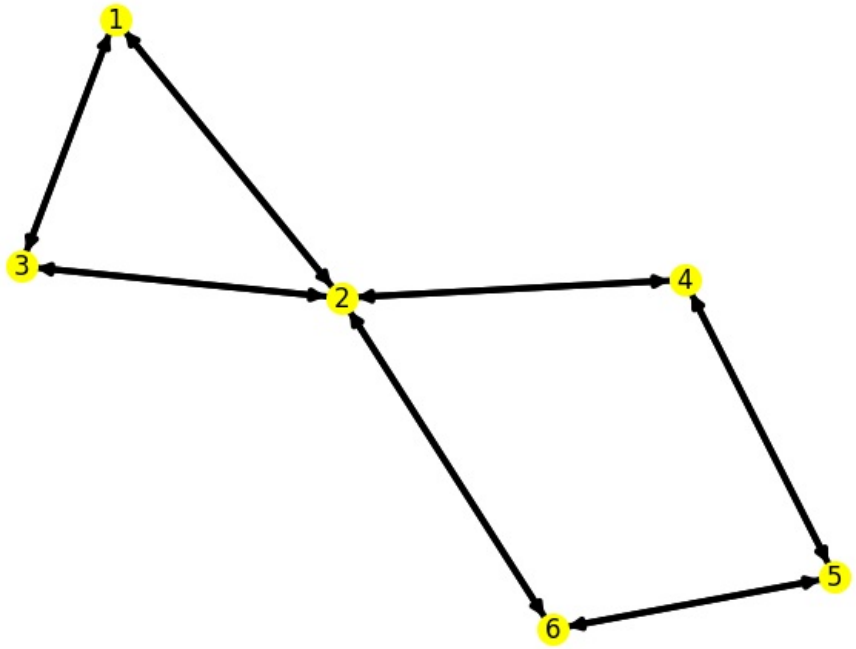
Out[3]: 'Los rankings obtenidos son iguales, no hay diferencias de los flotantes cuando usamos diferentes casos de prob
abilidad. Esto se debe a que cuando armamos D para calcular ranking este estará compuesto por varios cj idéntic
os dejandonos estos rankings tan peculiares'

In [4]:
```
archivo_test = './tests/test_todos_desconectados.txt'

#CARGA DE ARCHIVO EN GRAFO
W = leer_archivo(archivo_test)

dibujarGrafo(W, print_ejes=False)

p = [0.1, 0.25, 0.5, 0.75]

for i in p:
    print(calcularRanking(W,i))

"""Similar al caso de arriba pero sin ningun tipo de conexión entre los diferentes nodos. Los cj siguen siendo
```


```
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
([3, 2, 1], array([[0.33333333],
       [0.33333333],
       [0.33333333]]))
```

Out[4]: 'Similar al caso de arriba pero sin ningun tipo de conexión entre los diferentes nodos. Los cj siguen siendo ig
uales y los rankings están conformados por triples empates.'

In [5]:
```
archivo_test = './tests/test_especial.txt'

#CARGA DE ARCHIVO EN GRAFO
W = leer_archivo(archivo_test)

dibujarGrafo(W, print_ejes=False)

p = [0.1, 0.25, 0.5, 0.75]

for i in p:
    print(calcularRanking(W,i))

""" Este grafo presenta 6 nodos, entre los cuales está el n° 2 que está conectado con otros 4 siendo el más impo
```




```
([5, 1, 6, 4, 2, 3], array([[0.16269889],
       [0.18255772],
       [0.16269889],
       [0.16287833],
       [0.16628783],
       [0.16287833]]))
([6, 1, 5, 4, 2, 3], array([[0.15742397],
       [0.2039356 ],
       [0.15742397],
       [0.15831843],
       [0.16457961],
       [0.15831843]]))
([6, 1, 5, 4, 2, 3], array([[0.15023474],
       [0.23474178],
       [0.15023474],
       [0.15258216],
       [0.15962441],
       [0.15258216]]))
([6, 1, 5, 3, 2, 4], array([[0.14509068],
       [0.26141338],
       [0.14509068],
       [0.14790494],
       [0.15259537],
       [0.14790494]]))
```

Out[5]: ' Este grafo presenta 6 nodos, entre los cuales está el n° 2 que está conectado con otros 4 siendo el más importante. El resto de los nodos solo tiene 2 conexiones. El otro nodo destacable es el n° 5, que al no estar conectado con el n° 2 siempre es el segundo más importante. Los nodos n° 1 y 3 y los n° 4 y 6 van intercambiando posiciones en el ranking según va cambiando p '

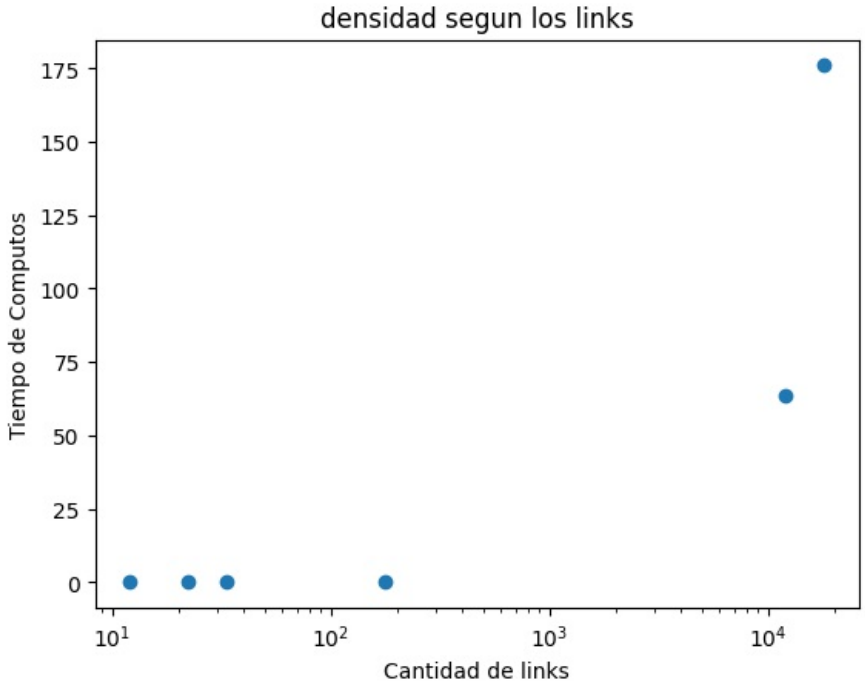
Enunciado

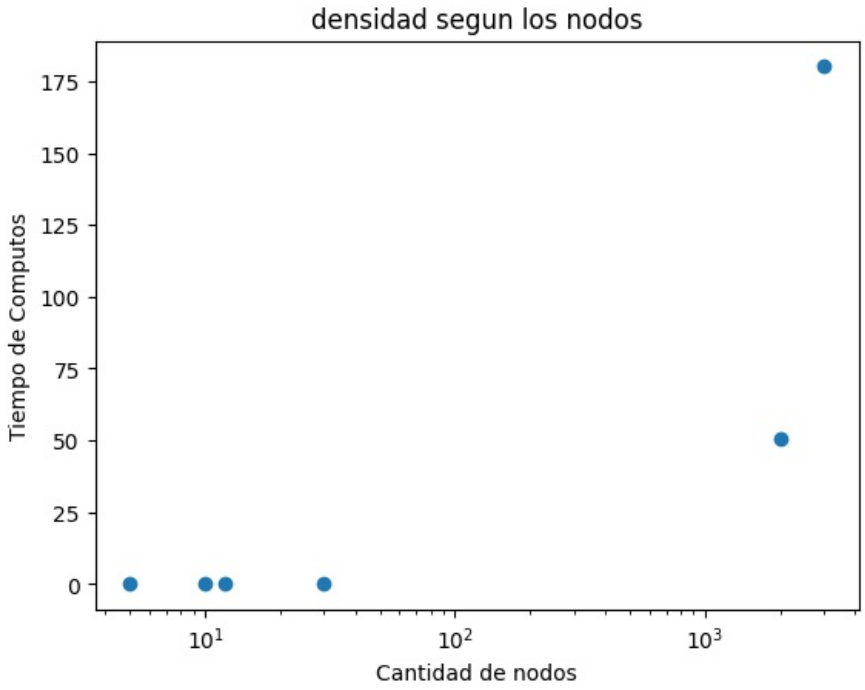
Sobre los casos de test que se encuentran en el folder `tests`, se pide realizar los análisis siguientes para todos los grafos del folder.

Análisis Cuantitativo

Para el análisis cuantitativo, se pide, como mínimo, estudiar los tiempos de procesamiento en función del tamaño del grafo de páginas y de la densidad del mismo. Para esto, se espera que presenten gráficos mostrando los tiempos de ejecución para obtener la solución en función de la cantidad de nodos/links de diferentes grafos de páginas aleatorios.

In [7]:
```
graficoCuantitativoLinks()
graficoCuantitativoNodos()
```

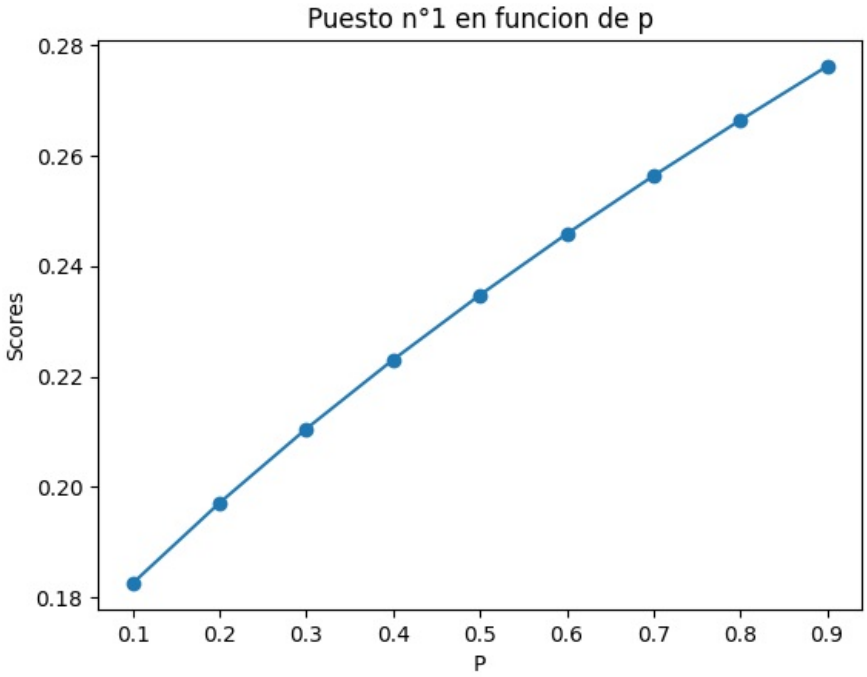


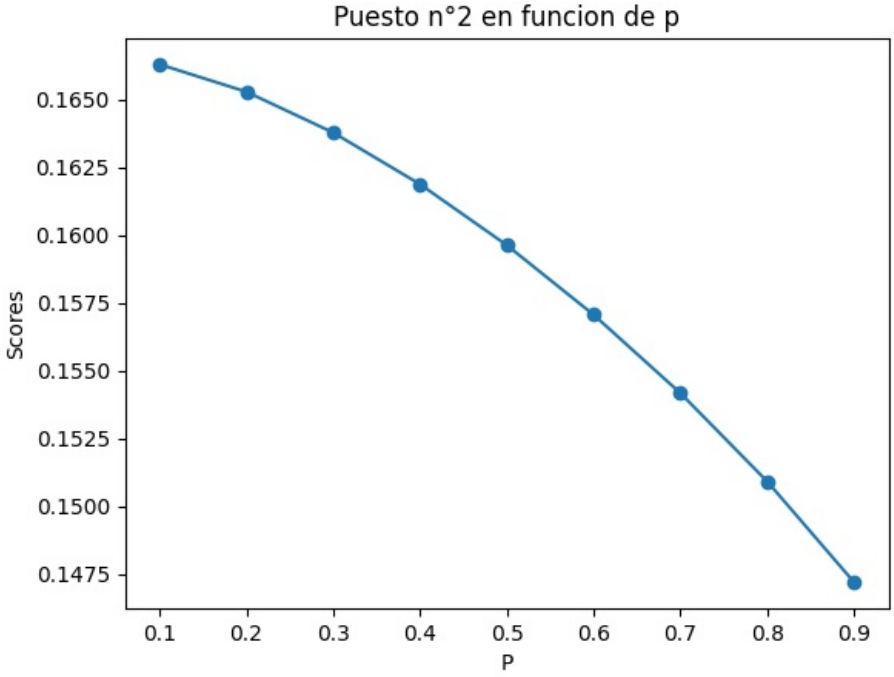


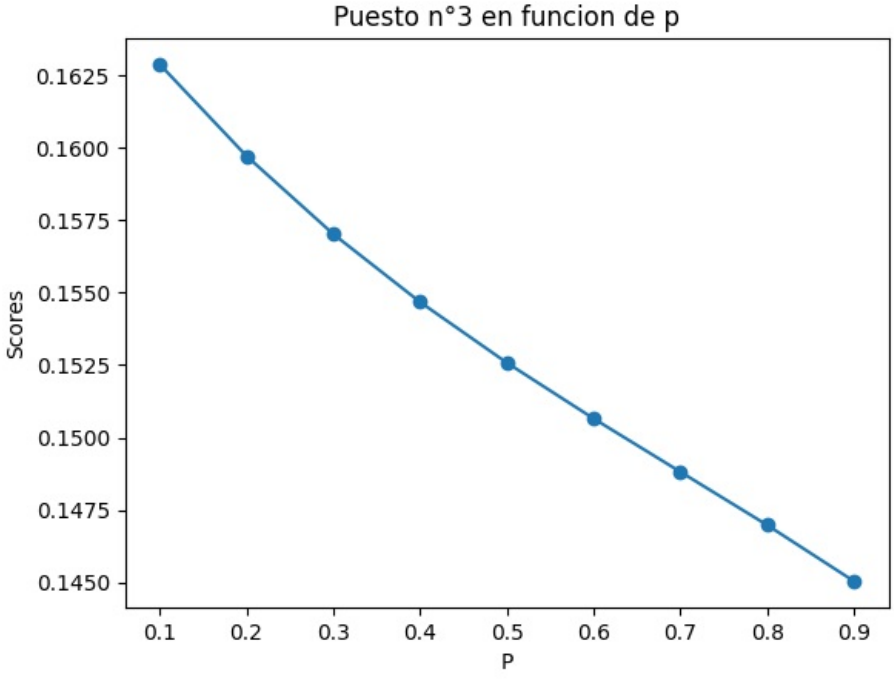
Análisis Cualitativo

Para el análisis cualitativo se deberán estudiar los rankings obtenidos, en función de la estructura del grafo, y del valor de p. Para esto, se espera que presenten gráficos mostrando las probabilidades de las páginas mejor rankeadas en función del valor de p.

In [8]:
```
w = leer_archivo("./tests/test_especial.txt")
graficoCualitativo(w)
```





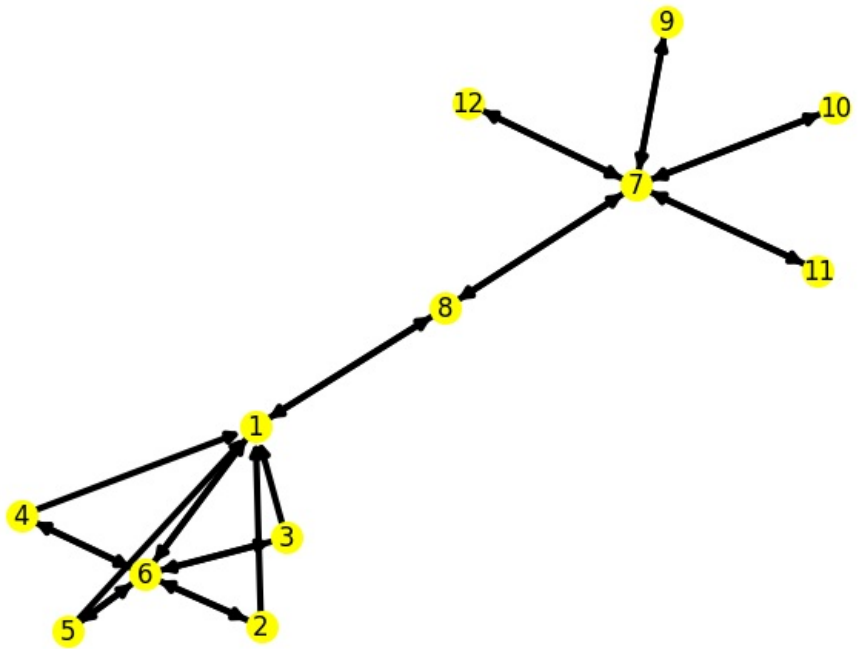


Dos estrellas

Para el caso **test_dosestrellas.txt** se pregunta:

¿Cuál es la mínima cantidad de links que se deben agregar para que la pagina correspondiente al nodo 1 quede primera en el ranking?
¿ Cómo se modificó la conectividad? Analizar.

In [9]:
```
#ARCHIVOS DE ENTRADA
archivo_test = './tests/test_dosestrellas_modificada.txt'

#CARGA DE ARCHIVO EN GRAFO
W = leer_archivo(archivo_test)

dibujarGrafo(W, print_ejes=False)
p = 0.5

print(calcularRanking(W,p))



"""La minima cantidad de links que se pueden agregar para que 1 sea el más importante son 4. Elegimos los links
```




```
([1, 12, 11, 10, 9, 3, 2, 4, 8, 7, 6, 5], array([[0.1781686 ],
       [0.05365639],
       [0.05365639],
       [0.05365639],
       [0.05365639],
       [0.15983322],
       [0.16277329],
       [0.06879778],
       [0.05395039],
       [0.05395039],
       [0.05395039],
       [0.05395039]]))
```

Out[9]:
```
'La minima cantidad de links que se pueden agregar para que 1 sea el más importante son 4. Elegimos los links (
2 1 ,3 1 , 4 1, 5 1) los mas cercanos al 6, marcando una conectividad con tendencias al 1 muy cerrada. Además c
orroboramos con diferentes valores para p y la mínima cantidad de links sigue siendo 4'
```

In [ ]: