Clase 3 (P1)

1) Determinar si los siguientes conjuntos son LI

a) $Q = \{(1,2,3,4), (5,6,7,8), (1,3,5,7)\} \subseteq \mathbb{R}^4$

b) $D = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^{2\times 2}$

c) $E = D \cup \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^{2\times 2}$

Def $\{v_1, \dots v_m\} \subseteq V$ es li si $\sum_{i=1}^{m} a_i v_i = 0$ si todos los $a_i = 0 \; \forall \; 1 \le i \le m$

método: 1°) armo la matriz A con los vectores como fila

2°) Escalonar A

3°) si alguna fila se anula → los vectores no son LI

Sino ninguna se anula, son LI

se hizo en papel

(a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{no son LI}$$

xq en forma escalonada se anula una fila

(b)

→ lo q' se anula es combinación de los demás.

(b) 1°) Convertimos las matrices a vectores $\mathbb{R}^{2\times 2} \cong \mathbb{R}^4$

$D' = \{(1,1,0,1), (1\,1\,2\,0), (1\,0\,1\,3), (0\,1\,1\,1)\} \subseteq \mathbb{R}^4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

→ LI

... hace que no sólo nulo la cosa (B)

C = Agrego la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} \subseteq \mathbb{R}^{2\times 2}$ (P2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

no puedo tener 5 vectores LI de sólo 4

NO ES L.I

no altera todo.

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

~~es elegir cero.~~

aunque no sea LI genera un espacio

② Para C ~~del~~ del ej 1, extraer una base de $\langle C \rangle$

espacio generado por los vectores de C

Extender la base a una base de $\mathbb{R}^4$

def $B = \{v_1, \dots v_m\} \subseteq V$
es una base de V si los vectores $v_1 \dots v_m$ son li
generan V.

def: la dimensión de V es la # elem. cualquier base.

si tengo un cjto de generadores de V, puedo extraer una base $B \subseteq C$

si los vectores de C son li puedo extender a una base B
con ~~⊆~~ $C \subseteq B$

$C = \{(1,2,3,4)\ (5,6,7,8), (1,3,5,7)\}$

Busco base de $\langle C \rangle \subseteq \mathbb{R}^4$ (Extraer una base)

- Primero) escalonamos la matriz
- 2do) Dimensión del espacio = # Filas no nulas
- 3°) si tengo 3 vectores y la dimensión es n, necesito eliminar n−3 vectores
- 4°) Pruebo eliminar alguno y veo que no disminuye la dimensión

elimino el que hace que no sea nula la coro ~~que no nula~~ (Row echo) se saca alguno vto que para $\left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\0&1&2&3\end{smallmatrix}\right)$

(8)

5) Extender $\{(1,2,3,4)(5,6,7,8)\}$ a una base de R^4

hay que agregar 2 vectores

mirando la forma escalonada agrego $(0,0,1,0),(0,0,0,1)$

Para que quede una matriz triangular

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\{\ \} \to$ conjunto de vectores

3) Dado $C = \langle (1,3,-4,2,1),(2,1,-1,1,0)(-4,3,-5,1,2),(-3,1,-2,0,2) \rangle$ $\to$ espacio generado por esto vectores

y $S = \langle C \rangle \to$ espacio de generadores por los vectores de C

- Extraer de C una base B de S
- Extender B a una base de R^5

matriz escalonada

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & -4 & 2 & 1 \\ \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \cancel{0.5} & \cancel{-0.5} & \cancel{0.5} & \cancel{0} \\ 0 & 1 & 1.4 & 0.6 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

~~$\langle 4,1, 0.5$~~

es base que elijo

agregamos $(0 0 1 0 0),(0 0 0 1 0)$

la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1.4 & 0.6 & 0.4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

esta escalonada