Practica 6 — clase 6

Punto flotante

(P1)

(vale $x<0$)

Cualq $x \in \mathbb{R}$, $x>0$ lo puedo escribir

$x = 0,a_1, a_2 \ldots \cdot 10^{l}$ $a_1 \neq 0$

El numero de maquina es una maquina con matizo de m digitos

$x = 0,a_1, a_2 \ldots a_m \times 10^{l}$ $-n_1 \leq l \leq n_2$ (n_1, n_2 corresponde de la maquina)

y sus correspondientes negativos y el 0

Ej $m=4$

$fl(2) = 0,2 \times 10^{1}$

$fl(0{,}002) = fl(0{,}2 \times 10^{-2}) = 0{,}2 \times 10^{-2}$

$fl(31{,}71582) = fl(0{,}3171582 \times 10^{2}) =$ Redondeo para arriba

$0{,}3172 \times 10^{2} = 31{,}72$

$fl(1000\,1\,000) = fl(0{,}10000\,1\,000 \times 10)$

$= fl(0{,}100\,001 \times 10^{4}) = 0{,}1 \times 10^{8}$

$fl(1004000) = fl(0{,}1004 \times 10^{8}) = 0{,}1 \times 10^{8}$

OBS: $x+y \longmapsto fl(fl(x) + fl(y))$

$\dfrac{|x - fl(x)|}{x} \leq 5 \cdot 10^{-m}$ → largo de la matizo

def Epsilon

→ Base (depende de la mantizo

$\dfrac{base}{2}$

OBS: ε es el menor numero de maquina / $1+\varepsilon \neq 1$

Prob. Sumar 2 numeros con magnitudes muy distintos Ej $1+1 \cdot 10^{16}$

$fl(x) = fl(0{,}1 \times 10^{17}) = 0{,}1 \times 10^{17}$

$fl(y) = fl(0{,}1 \times 10^{1}) = 0{,}1 \times 10^{1}$

$f(0{,}1 \times 10^{17} + 0{,}1 \times 10^{1}) = fl(0{,}\overbrace{1 \ldots 0}^{16} \times 10^{17})$

$= 0{,}1 \times 10^{17}$

CamScanner

(P2)

- Resto: Restar 2 números muy cercanos

$$x = 1 + 2^{-29}$$
$$y = 1 + 2^{-30}$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

El error de hacer la 1ª operación es mayor que el error de hacer la segunda.

Error Relativo

<u>Def</u>: $f(x) = O(g(x))$ para $x \to x_0$ si $\exists\ c > 0$ t.q./

$$\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right|$$

Ej: a) $3x^3 - 2x - 1 = O(x^3)$ si $x \to \infty$ $\quad x \to x_0$

$$\left| \frac{3x^3 - 2x - 1}{x^3} \right| = \cancel{\frac{x^3}{x^3}} \left[\frac{3 - (2/x^2) - (1/x^3)}{1} \right] \xrightarrow{x \to \infty}$$

$$3 - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} \leq 3$$

b) $1 + 2 + \dots + n = O(n^2)$ $n \to \infty$

$$\left| \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2} \right| \underset{\substack{\downarrow \\ \text{estoy} \\ \text{en } \mathbb{N}}}{=} \frac{n(n+1)}{2n^2} = \frac{n^2 + n}{2n^2} = \frac{1}{2} + \underset{\leq 1}{\frac{1}{2n}} \xrightarrow{\text{MAYOR}} \leq \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

Obs: Esto es clave xq si $\exists c \Rightarrow$ quiere decir que en el ∞ o con n muy grande el comportamiento de f y g es similar.

Def: $f(x) = \theta(g(x))$ para $x \to x_0$ si $\lim\limits_{x \to x_0} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| = 0$

a) Ej

$3x^2+x^5=O(x) \quad x\to 0^+$

$$\lim_{x\to 0^+}\left|\frac{3x^2+x^5}{x}\right| = \lim_{x\to 0^+} 3x+x^4=0$$

aplicación: diferencias $\cancel{\varnothing}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(x-h)}{h}$$

$f(x)=2x^3-x^2+x$

$f'(1)=5$

Para encontrar el error desarrollar taylor de orden 2 alrededor de x (con termino de error)

$$f(x+h)= \quad + \frac{h^3}{3!}f'''(I) \quad I\in(x,x+h)$$

CamScanner