

Clase 7 (solo práctica)

(P1)

Aritmética de Puntos Flotante

En python hay 2 tipos de datos implícitos

float o int

$$3^{**50} = (3.0)^{**50}$$

quando solo los 16 dígitos + notación científica

Problemas comunes ♥

- Suma de números de distintos ordenes

Ej si $n=5$ \rightarrow dígitos de muestra significativo
de mantisa

$$x = 46297210$$

$$y = 170$$

calcular $x+y$ en forma exacta y en punto flotante

$$x+y = 46297380$$

$$f1(x) = 0.46297 \cdot 10^8$$

$$46297000$$

$$f1(y) = 0.170 \cdot 10^3$$

$$170$$

$$f1(f1(x) + f1(y)) = x$$

Obs

hacemos lo cuenta en forma abdo y convertimos a número de máquina

$$\textcircled{x} f1(46297380) = 46297000 = 0.46297 \cdot 10^8$$
$$= x$$

Ejemplo las numeraciones de series.
(Notebook) (diverge o converge)

(2)

float (32) $\xrightarrow{\text{maquina}}$ float (64)

$$\sum_{i=1}^{10} \cdot \rightarrow \sin(1, 11)$$

\rightarrow no nos dice si converge o converge

si siempre caso diferente

\approx "posible diverge"

Resta de numeros similares

cancelación catastrófica

Ej: Calcular $\frac{f(x) - f(y)}{x - y}$ como exacta y en punto flotante ($m=5$)

$$x = 0,37215487$$

$$y = 0,3721412$$

$$x - y = 0,00015075$$

$$f(x) = 0,37215$$

$$f(y) = 0,37204$$

$$f(x) - f(y) = f(0,00011)$$

$$= 0,11 \times 10^{-3} \quad 0,00005$$

El error relativo es en muy grande
Grande (e175)

Hallar las raíces de la ecuación $x^2 + 62,6x + 1$ en forma exacta y en aritmético de 4 dígitos 15 para el error

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Solución
Exacto

$$x_1 = \frac{-62,6 \pm \sqrt{62,6^2 - 4}}{2}$$

$$x_1 = -0,0166723$$

$$\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{\underset{\text{redondeo}}{3856} - 4} = \underset{\text{redondeo}}{62,06}$$

$$np: 57 + (3856 - 4)$$

m punto flotante (m=4) (Redes usa notación científica)

$$1^o) f(62,6^2) = \frac{3856}{\text{primer 4 dig. representados}}$$

$$2^o) f(3856 - 4) = 3852$$

$$3^o) f(\sqrt{3852}) = 62,06$$

$$4^o) f(-62,6 \pm 62,06) = -0,04$$

$$5^o) \frac{-0,04}{2} = -0,02 \quad (\text{Aritmético de 4 dig})$$

error grande

¿Cómo se ve el error?

Multiplicar por el conjugado

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

$$= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{2a(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{2a(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}$$

$$= \frac{4ac}{2a(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

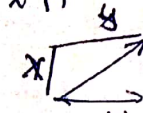
ej. Rehacer b
auto

acaso sino a (-)

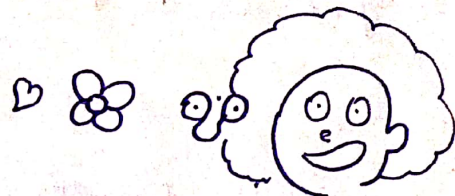
Normas.

Para $X = \mathbb{R}^n \text{ o } \mathbb{C}^n$ { Espacios
reales. }
una norma en X es ^{una} función $\| \cdot \| : X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ y
cumple (severos)

1 a) $\| \alpha \cdot x \| = |\alpha| \|x\|$

2 a) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$ 
(desigualdad Triangular)

3 a) $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \vec{0}$



Ej: En \mathbb{R}^n , $\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$
es una norma

En \mathbb{R}^3 , $\rho((x_1, x_2, x_3)) = |x_1 + x_2 + x_3|$

no es una norma

por ejemplo: $\rho((-1, 1, 0)) = 0$ pero $(-1, 1, 0) \neq \vec{0}$

Normas usuales a lo mismo en $X = \mathbb{R}^n \text{ o } \mathbb{C}^n$,

$\|x\|_1 = |x_1| + \dots + |x_n|$

$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$

$\|x\|_p = \left(\sum |x_i|^p \right)^{1/p}$
 $1 \leq p$

en \mathbb{C}^n

$\|x\|_2 = \sqrt{|x_1|^2 + \dots + |x_n|^2} = \sqrt{\bar{x}_1 \cdot x_1 + \dots + \bar{x}_n \cdot x_n}$

$x = a + bi$, $\bar{x} \cdot x = (a - bi)(a + bi) = a^2 + b^2$

En \mathbb{R}^n

$\langle x, y \rangle = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$

En \mathbb{C}^n

$\langle x, y \rangle = \bar{x}_1 y_1 + \dots + \bar{x}_n y_n$

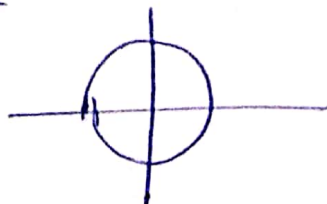
En ambos casos: $\|x\|_2 = \langle x, x \rangle^{1/2}$

Obs

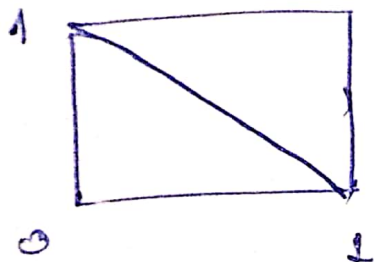
(P5)

$$\{(x, y) : \|(x, y)\|_2 = 1\}$$

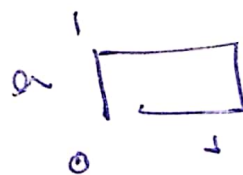
Es lo que rodea



Simulación



Puntos al azar



Se cuentan la proporción de los puntos con $\|x\|_2 \leq 1$

Idea (para estimar área)

tomar puntos al azar y calcular

puntos de la región

puntos totales

$\approx \frac{\text{Área de la región}}{\text{área total}}$

→ notebook