

Exercice 1 (Un ordinateur compte mal!).

1. Que doit normalement afficher le programme suivant ?

```
format longE;
function res = Higham(x)
    for i=1:52
        x=sqrt(x);
    end
    for i=1:52
        x = x.^2;
    end
    res = x;
end
Higham(4)
```

2. Exécuter le programme sur l'ordinateur. Quel est le résultat affiché ? Expliquez.
3. Exécuter le programme suivant :

```
x = logspace(0, 1, 2013);
y = Higham(x);
plot(x, y, 'k.', x, x, '--')
```

Expliquer le graphique (identifier les points tels que $y = x$).

Exercice 2 (Récurrence). Nous désirons évaluer l'intégrale définie I_n défini par

$$I_n = \int_0^1 x^n \cdot e^{-x} dx.$$

Pour ceci nous considérons la formule de récurrence suivante : $I_0 = 1 - e^{-1}$ et $I_n = -e^{-1} + n \cdot I_{n-1}$.

1. Écrire un programme utilisant cette formule de récurrence pour calculer cette intégrale en double précision.
2. Donnez un encadrement simple de $x^n \cdot e^{-x}$ sur $[0, 1]$, en déduire un encadrement simple pour I_n et comparez au résultat de votre calcul pour différentes valeurs de n .
3. Déduire de la formule précédente une formule de récurrence donnant I_n en fonction de I_{n+1} .
4. Écrire un programme utilisant cette nouvelle formule de récurrence pour calculer I_n à partir de $n + m$ en initialisant arbitrairement avec $I_{n+m} = 12$ et $m = 50$.
5. Commentez, à n fixé, les résultats obtenus pour $m = 10$, $m = 20$, $m = 50$ et $m = 100$.

À titre de comparaison voici la valeur exacte de I_n pour quelques valeurs de n :

n	I_n
5	0.071302178109803159860
10	0.036461334624107272383

Exercice 3 (Utilisation des BLAS).

1. Soit A une matrice de taille $m \times n$. Écrire un programme MATLAB « orienté colonne » calculant

$$s_i = \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

pour $i = 1, 2, \dots, m$. Utiliser ensuite les BLAS (via la commande `norm`) pour calculer les s_i . Comparer l'efficacité de ces deux algorithmes.

2. Étant données 2 matrices A et B de taille $n \times n$. Écrire un programme qui calcule AB . Comparer l'efficacité de votre programme avec la commande `A*B`.

Exercice 4 (Implantation de la décomposition LU).

1. Implanter la décomposition LUP d'une matrice carrée en utilisant la stratégie du pivot partiel.
2. Tester votre implantation sur des exemples concrets.
3. Comparer votre implantation avec celle de MATLAB (commande `lu`)

Remarque : pour les mesures de temps, vous utiliserez les commandes `tic` et `toc` de MATLAB :

```
tic;  
programme;  
toc
```