



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

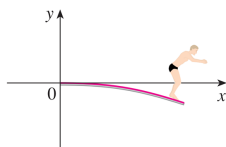
1ª Lista de Exercícios de Cálculo II

Professor: Pedro Belchior

Questão 1. Se um mergulhador de massa m permanece na ponta de um trampolim de comprimento L e densidade linear ρ , o trampolim toma a forma da curva $y = f(x)$, em que

$$EIy'' = mg(L - x) + \frac{1}{2}\rho g(L - x)^2$$

E e I são constantes positivas que dependem do material do trampolim e $g < 0$ é a aceleração da gravidade.



(a) Encontre uma expressão para a forma da curva. (b) Use $f(L)$ para estimar a distância da horizontal à ponta do trampolim.

Questão 2. Uma companhia estima que o custo marginal (em dólares por item) de produzir x itens é $1,9220,002x$. Se o custo de produzir um item for U\$ 562,00 encontre o custo de produzir 100 itens.

Questão 3. A densidade linear de um cabo de comprimento de 1 m é dado por

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

, em gramas por centímetro, em que x é medido em centímetros a partir da extremidade do cabo. Calcule a massa do cabo.

Questão 4. Uma vez que pingos de chuva crescem à medida que caem, sua área superficial cresce e, portanto, a resistência à sua queda aumenta. Um pingo de chuva tem uma velocidade inicial para baixo de 10 m/s e sua aceleração para baixo é

$$p(t) = \begin{cases} 9 - 0,9t, & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 0 & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

Se o pingo de chuva estiver inicialmente a 500 m acima do solo, quanto tempo ele levará para cair?



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

1ª Lista de Cálculo II

Professor: Pedro Belchior

Questão 5. Um carro está viajando a 80 km/h quando seu condutor freia completamente, produzindo uma desaceleração constante de 7 m/s^2 . Qual a distância percorrida antes de o carro parar?

Questão 6. Qual a aceleração necessária para aumentar a velocidade de um carro a 50 km/h para 80 km/h em 5 s ?

Questão 7. Um carro é freado com uma desaceleração constante de 5 m/s^2 , produzindo marcas de frenagem medindo 60 m antes de parar completamente. Quão rápido estava o carro viajando quando o freio foi acionado pela primeira vez?

Questão 8. Um carro está viajando a 100 km/h quando o motorista vê um acidente 80 m adiante e pisa no freio. Qual desaceleração constante é necessária para parar o carro em tempo de evitar a batida?

Questão 9. Um modelo de foguete é lançado para cima a partir do repouso. Sua aceleração para os três primeiros segundos é $a(t) = 18t$, e nesse ínterim o combustível acaba, e ele se transforma em um corpo em queda livre. Após 14 s o paraquedas do foguete se abre, e a velocidade (para baixo) diminui linearmente para $-5,5 \text{ m/s}$ em 5 segundos. O foguete então cai até o solo naquela taxa.

- a) Determine a função posição $s(t)$ e a função velocidade $v(t)$ (para todo instante t). Esboce os gráficos de $s(t)$ e $v(t)$.
- b) Em que instante o foguete atingiu sua altura máxima e qual é essa altura?

Questão 10. Um trem-bala de alta velocidade acelera e desacelera a uma taxa de $1,2 \text{ m/s}^2$. Sua velocidade máxima é de 145 km/h .

- a) Qual será a distância máxima percorrida pelo trem se ele acelerar a partir do repouso até atingir a velocidade de cruzeiro e permanecer nessa velocidade por 15 minutos?
- b) Suponha que o trem comece a partir do repouso e então pare completamente em 15 minutos. Que distância máxima ele poderá percorrer nessas condições?
- c) Encontre o tempo mínimo para o trem viajar entre duas estações consecutivas, distantes 72 km uma da outra.
- d) A viagem de uma estação para outra leva $37,5$ minutos. Qual a distância entre as estações?



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

1ª Lista de Cálculo II

Professor: Pedro Belchior

Respostas:

1) a) $f(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{6}mg(L-x)^3 + \frac{1}{24}mg(L-x)^4 + \left(\frac{1}{2}mgL^2 + \frac{1}{6}\rho gL^3 \right) - \left(\frac{1}{6}mgL^3 + \frac{1}{24}\rho gL^4 \right) \right]$
b. $-\frac{gL^3}{EI} \left(\frac{m}{3} + \frac{\rho L}{8} \right)$

2) U\$ 742,08

3) 20 g

4) 11,8s

5) 35,27m

6) $5/3 \text{ m/s}^2$

7) $24,49 \text{ m/s} = 88,18 \text{ km/h}$

8) $62500 \text{ km/h}^2 = 4,82 \text{ m/s}^2$

9)

$$a(t) = \begin{cases} 18t & , \text{ se } 0 \leq t \leq 3 \\ -9,8 & , \text{ se } t \geq 3 \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} 9t^2 & , \text{ se } 0 \leq t \leq 3 \\ -9,8(t-3) + 81 & , \text{ se } 3 \leq t \leq 14 \\ -5,5(t-14) - 26,8 & , \text{ se } 14 \leq t \leq 19 \\ -42,06 & , \text{ se } t \geq 19 \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} 3t^3 & , \text{ se } 0 \leq t \leq 3 \\ -4,9(t-3)^2 + 81(t-3) + 81 & , \text{ se } 3 \leq t \leq 14 \\ -2,75(t-14)^2 - 26,8(t-14) + 379,1 & , \text{ se } 14 \leq t \leq 19 \\ -42,06(t-19) + 176,35 & , \text{ se } t \geq 19 \end{cases}$$

10) a) 36.926 km b) 34.898 km c) 30 min 21s d) 89.278 km.