Exercício Resolvido (1)

- Mostre (e justifique) se cada expressão abaixo é verdadeira ou falsa:

a) (V) $\sum_{k=0}^{200} k^3 = \sum_{k=1}^{200} k^3$

0^3 = 0 ou seja, o somatório vai de 1 a 200

c) (✓) $\sum_{l=1}^{n} 3l = 3.\sum_{l=1}^{n} l$

3.l = (3).l

e) (V) $\sum_{t=8}^{32} (3+t) = 75+\sum_{t=8}^{32} t$

32 - 8 = 24 + 1 = 25 termos
25 * 3 = 75
(3 + t) = 75 + t

b) (F) $\sum_{p=0}^{1000} (3+p) = 3+\sum_{p=0}^{1000} p$

(3+0) + (3+1) + (3+2) = 3 + 4 + 5 = 12
3 + [0 +1 +2] = 3 + 3 = 6

d) (F) $\sum_{k=0}^{12} k^p = \left(\sum_{k=0}^{12} k\right)^p$

Digamos o dado exemplo: p = 2
0^2 + 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5
(0 + 1 + 2)^2 = 3^2 = 9

Exercício Resolvido (2)

- Aplique associatividade para unificar os dois somatórios abaixo:

$$S_n = \sum_{3}^{n} a_i + \sum_{1}^{n} b_i$$

$$\boxed{Sn = b + b + (a \overset{n}{\underset{3}{\,}} + b)}$$

Exercício Resolvido (3)

- Usando a comutatividade, prove que os somatórios abaixo são iguais

$$\sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2.i) = \sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2.(4-i))$$

R:

(3 + 2.0) + (3 + 2.1) + (3 + 2.2) + (3 + 2.3) + (3 + 2.4)

= 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35

R:(3 + 2[4-0]) + (3 + 2[4-1]) + (3 + 2[4-2]) + (3 + 2[4-3]) + (3 + 2[4-3])

= 3 + 2.4 + 3 + 2.3 + 3 + 2.2 + 3 + 2.1 + 3 + 2.0

= 11 + 9 + 7 + 5 + 3 = 35

Exercício Resolvido (4)

- Aplique as regras de transformação para obter a fórmula fechada da soma S_n dos elementos de uma **Progressão Aritmética (PA)**

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} (a + b.i)$$

R:r = a - aS =

Exercício Resolvido (4)

- Aplique as regras de transformação para obter a fórmula fechada da soma S dos

Recordando Progressão Aritmética

- **<u>Exercício</u>**: Mostre os valores de **a** e **b** na sequência 1, 4, 7, 10, 13, …

$a = 1$

$b = 3$

$$\boxed{S = \underset{0}{\overset{n}{}} (a + b * i)}$$

Exercício Resolvido (5)

- Sabendo a fórmula da soma de uma progressão aritmética qualquer, mostre a fórmula fechada para o somatório de Gauss

$$\sum_{0 \leq i \leq n} i = 0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n$$

$$\boxed{S = (2.0 * 0 + 1 * n)\ (n + 1) / 2}$$

$$\boxed{S = (n^2 + n) / 2}$$

COLA

$$\boxed{S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} [a + b.i] = \frac{(2.a + b.n).(n+1)}{2}}$$

Exercício Resolvido (6)

- Dada a fórmula fechada do somatório dos ***n*** primeiros números inteiros, mostre um algoritmo mais eficiente que o apresentado abaixo:

```
int somatorio(int n){
    int soma = 0;
    for(int i = 1; i <= n; i++){
        soma += i;
    }
    return soma;
}
```

```
int somatorio(int n)
{
```

Exercício Resolvido (7)

- O Algoritmo de Seleção realiza $\sum_{0 \leq i \leq n-2} (n - i - 1)$ comparações entre registros. Agora, mostre a fórmula fechada para esse somatório

Resolução da questão:

7) $\sum_{0 \leq i \leq n-2} (n-i-1) \to \sum n - \sum i - \sum 1$

$n(n-1) - \frac{n(n+1)}{2} - 1 \cdot (n-1)$

$2n(2n-1) - \frac{(n-2)(n-1)}{2} - 2(n-1)$

$2n^2 - 2n - n^2 + n + \cancel{2}n \cancel{-2} - \cancel{2}n \cancel{+2}$

$\frac{n^2 - n}{2}$

Exercício Resolvido (8): Justifique as Expressões

a) $\sum_{1}^{n} i = \sum_{0}^{n} i$

R: O somatório de 1 até n é o mesmo de 0 até n

b) $\sum_{1}^{n} a_i \neq \sum_{0}^{n} a_i$

R: O somatório de n elementos começando pelo a até o n, é diferente da somac

c) $\sum_{1}^{n} a_i = \sum_{0}^{n-1} a_{i+1}$

R: A primeira soma vai de a até o a que é a mesma coisa de a + 1 (a)até

PUC Minas Virtual

Exercício Resolvido (9)

- Sendo 1 ≤ m ≤ n, aplique a propriedade P1 para unificar os dois somatórios (quase disjuntos) abaixo:

$$\sum_{1}^{m} a_i + \sum_{m}^{n} a_i =$$

n

1a + a, sendo a a interesção entre ambo

Exercício Resolvido (11)

- Aplique P2 para obter a fórmula fechada da soma S_n dos elementos de uma PG

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} a.x^i$$

Quando x = y :

$$\sum_{i=0}^{n} \boxed{a \rightarrow (n+1) * a}$$

COLA

$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \le i \le n} a_{i+1}$$

COLA

$$a_i = a.x^i$$

Exercício Resolvido (12)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo:

$$S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} i.2^i$$

$$\boxed{5n = 2^{n+1}(n-1) + 2}$$

COLA

$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \leq i \leq n} a_{i+1}$$

Exercício Resolvido (12)

- **Logo**:

$$S_n + (n+1).2^{n+1} = 2S_n + 2 . \sum_{0 \le i \le n} 2^i$$

E agora José?

$$\sum_{0 \le i \le n} a.x^i = \frac{a - a.x^{n+1}}{1 - x}, \quad \text{para } x \neq 1$$

Fazendo a = 1 e x = 2, temos $\sum_{0 \le i \le n} 1.2^i$