Exercício Resolvido (1)

- **2º Passo (indução propriamente dita)**:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = \frac{(n-1)(n)(2n-1)}{6} + n^2 \quad \Rightarrow$$

$$6S_n = (n-1)(n)(2n-1) + 6n^2 \quad \Rightarrow$$

$$6S_n = (n^2-n)(2n-1) + 6n^2 \quad \Rightarrow$$

$$6S_n = [2n^3 - n^2 - 2n^2 + n] + 6n^2 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{S_n = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$ (verdadeiro) ✓

Exercício Resolvido (2)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo e, em seguida, prove a usando indução matemática

$$\sum_{0}^{n}(3+i) =$$

$$\sum_{0}^{n} 3 + \sum_{0}^{n} i =$$

$$3(n+1) + \frac{n(n+1)}{2} =$$

$$\frac{6n+6+n^2+n}{2} =$$

$$\frac{n^2+7n+6}{2}$$

Prova por indução:

1) Passo base:

$$\frac{0^2+7.0+6}{2} = 3 \ (verdadeiro)$$

2) Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = \frac{(n-1)^2+7(n-1)+6}{2} + (3+n)$$

$$S_n = \frac{(n^2-2n+1)+(7n-7)+6}{2} + \frac{2(3+n)}{2}$$

$$S_n = \frac{(n^2-2n+1)+(7n-7)+6+(6+2n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n^2+7n+6}{2} \ (verdadeiro)$$

Indução propriamente dita

PUC Minas Virtual

Exercício Resolvido (3)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo e, em seguida, prove a usando indução matemática

$$\sum_{1}^{n}[(2i+1)^2-(2i)^2] =$$

$$\sum_{1}^{n}[(4i^2+4i+1)-4i^2] =$$

$$\sum_{1}^{n}[4i+1] =$$

$$4\sum_{1}^{n}[i]+\sum_{1}^{n}[1] =$$

$$4\frac{n(n+1)}{2}+n =$$

$$2n^2+3n$$

Prova por indução:

1) Passo base:

$$2.1^2+3.1=5\ (verdadeiro)$$

2) Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1}+a_n$$

$$S_n = 2(n-1)^2+3(n-1)+(4n+1)$$

$$S_n = 2(n^2-2n+1)+(3n-3)+(4n+1)$$

$$S_n = (2n^2-4n+2)+(3n-3)+(4n+1)$$

$$S_n = 2n^2+3n\ (verdadeiro)$$

Indução propriamente dita

Exercício Resolvido (5)

- Prove a fórmula apresentada anteriormente usando indução matemática

$$\sum_{0 \le i \le n} i.2^i = (n-1).2^{n+1} + 2$$

Provando por indução

Prova por indução:

1) Passo base:

$$(0-1)2^{0+1} + 2 = 0 \; (verdadeiro)$$

2) Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = [((n-1)-1)2^{(n-1)+1} + 2] + (n2^n)$$

$$S_n = (n-2)2^n + 2 + n2^n$$

$$S_n = (2n-2)2^n + 2$$

$$S_n = (n-1)2^n2 + 2$$

$$S_n = (n-1)2^{n+1} + 2 \; (verdadeiro)$$

Exercício Resolvido (6)

- Continuando, temos:

$$S_n + (n+1)^2 = \sum_{0 \le i \le n} (i+1)^2 \Rightarrow$$

$$S_n + (n+1)^2 = \sum_{0 \le i \le n} (i^2+2i+1) \Rightarrow$$

$$S_n + (n+1)^2 = S_n + n(n+1) + (n+1)$$

Temos um problema, pois as somas se anulam...

... vamos tentar resolver o somatório dos cubos!!!

Exercício Resolvido (7)

- Reorganizando:

Efetuando algebrismo

$$\mathrm{S_{CUBO}}_n + (n+1)^3 = \mathrm{S_{CUBO}}_n + 3S_n + \frac{3n(n+1)}{2} + (n+1) \Rightarrow$$

$$(n+1)^3 = 3S_n + \frac{3n(n+1)}{2} + (n+1) \Rightarrow$$

$$6S_n = 2(n+1)^3 - 3n(n+1) - 2(n+1) \Rightarrow$$

$$6S_n = 2(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - 3n^2 - 3n - 2n - 2 \Rightarrow$$

$$6S_n = 2n^3 + 6n^2 + 6n + 2 - 3n^2 - 3n - 2n - 2 \Rightarrow$$

$$S_n = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Exercício (1)

- Faça um método *int somatorioPA(double a, double b, int n)* que retorna o somatório dos n primeiros termos de uma PA com termo inicial *a* e razão *b*.

```
int somatorioPA(double a, double b, int n)
{
```

Exercício (2)

- Um algoritmo de ordenação tradicional é o Inserção. Faça a análise de complexidade desse algoritmo para os números de comparações e movimentações entre registros no pior e melhor caso

Um algoritmo de ordenação tradicional é o Inserção. Faça a análise de complexidade desse algoritmo para os números de comparações e movimentações entre registros no pior e melhor caso:
Melhor caso: ordem crescente
Pior caso: ordem decrescente, pois assim o código terá que movimentar algum elemento em cada comparação.