Exercício Resolvido (1)

Mostre (e justifique) se cada expressão abaixo é verdadeira ou falsa:

a) (
$$\vee$$
) $\sum_{k=0}^{\infty} k^3 = \sum_{k=1}^{\infty} k^3$
0^3 = 0 ou seja, o somatório vai de 1 a 200
1000
b) (\digamma) $\sum_{p=0}^{\infty} (3+p)=3+\sum_{p=0}^{\infty} p$
(3+0) + (3+1) + (3+2) = 3 + 4 + 5 = 12
3 + [0+1+2] = 3 + 3 = 6

c)
$$(V)$$
 $\sum_{l=1}^{n} 3l = 3.\sum_{l=1}^{n} l$

d) (F)
$$\sum_{k=0}^{12} k^p = \left(\sum_{k=0}^{12} k\right)^p$$

Digamos o dado exemplo:
$$p = 2$$

 $0^2 + 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$
 $(0 + 1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

e) (
$$\bigvee$$
) $\sum_{t=8}^{32} (3+t) = 75 + \sum_{t=8}^{32} t$
 $\sum_{t=8}^{32-8=24+1=25 \text{ termos}} (3+t) = 75+t$

Exercício Resolvido (2)

• Aplique associatividade para unificar os dois somatórios abaixo:

$$S_n = \sum_{3}^{n} a_i + \sum_{1}^{n} b_i$$

$$Sn = b + b + (a + b)$$

Exercício Resolvido (3)

Usando a comutatividade, prove que os somatórios abaixo são iguais

R:
$$(3+2.i) = \sum_{0 \le i \le 4} (3+2.(4-i))$$
R:
$$(3+2.0) + (3+2.1) + (3+2.2) + (3+2.3) + (3+2.4)$$

$$= 3+5+7+9+11=35$$
R:
$$(3+2[4-0]) + (3+2[4-1]) + (3+2[4-2]) + (3+2[4-3]) + (3+2[4-3])$$

$$= 3+2.4+3+2.3+3+2.2+3+2.1+3+2.0$$

$$= 11+9+7+5+3=35$$

Exercício Resolvido (4)

 Aplique as regras de transformação para obter a fórmula fechada da soma S_n dos elementos de uma Progressão Aritmética (PA)

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} (a + b.i)$$

Exercício Resolvido (4)

 Aplique as regras de transformação para obter a fórmula fechada da soma S dos Recordando Progressão Aritmética

• Exercício: Mostre os valores de a e b na sequência 1, 4, 7, 10, 13, ...

$$a = 1$$

 $b = 3$
 $S = (a + b * i)$

Exercício Resolvido (5)

 Sabendo a fórmula da soma de uma progressão aritmética qualquer, mostre a fórmula fechada para o somatório de Gauss

$$\sum_{0 \le i \le n} i = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = (2.0 * 0 + 1 * n) (n + 1) / 2$$

COLA

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} [a + b.i] = \frac{(2.a + b.n).(n+1)}{2}$$

$$S = (n + n) / 2$$

Exercício Resolvido (6)

 Dada a fórmula fechada do somatório dos n primeiros números inteiros, mostre um algoritmo mais eficiente que o apresentado abaixo:

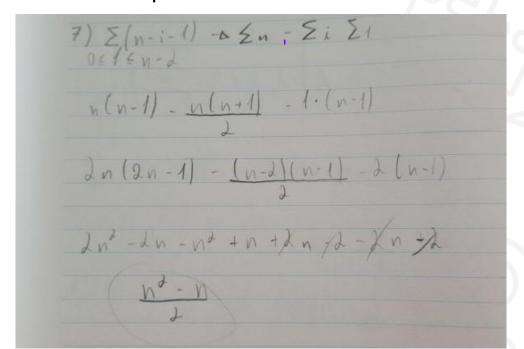
```
int somatorio(int n){
   int soma = 0;
   for(int i = 1; i <= n; i++){
       soma += i;
    return soma;
```

```
int somatorio(int n)
{
```

Exercício Resolvido (7)

• O Algoritmo de Seleção realiza $\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1)$ comparações entre registros. Agora, mostre a fórmula fechada para esse somatório

Resolução da questão:



PUC Minas Virtual

Exercício Resolvido (8): Justifique as Expressões

$$a)\sum_{1}^{n}i = \sum_{0}^{n}i$$

R: O somatório de 1 até n é o mesmo de 0 até n

b)
$$\sum_{a_i} \neq \sum_{a_i} R$$
: O somatório de n elementos começando pelo a até o n, é diferente da somac

c)
$$\sum_{i=1}^{n} a_{i} = \sum_{i=1}^{n} a_{i+1}$$
 R: A primeira soma vai de a até o a que é a mesma coisa de a + 1 (a) até

Exercício Resolvido (9)

 Sendo 1 ≤ m ≤ n, aplique a propriedade P1 para unificar os dois somatórios (quase disjuntos) abaixo:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{i} + \sum_{i=1}^{n} a_{i} = \sum_{i=1}^{n} a_{i} + a_{i}, \text{ sendo a a interesção entre ambérence}$$

Exercício Resolvido (11)

Aplique P2 para obter a fórmula fechada da soma S_n dos elementos de uma PG

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} a.x^i$$

Quando
$$x = y$$
:

COLA

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \le i \le n} a_{i+1}$$

COLA

$$a_i = a.x^i$$

PUC Minas Virtual

Exercício Resolvido (12)

Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo:

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i \cdot 2^i$$

$$5n = 2^{n+1}(n-1) + 2$$

COLA

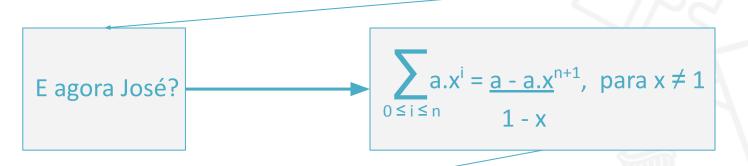
$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \le i \le n} a_{i+1}$$



Exercício Resolvido (12)

• Logo:

$$S_n + (n+1).2^{n+1} = 2S_n + 2\sum_{0 \le i \le n} 2^i$$



Fazendo a = 1 e x = 2, temos
$$\sum_{0 \le i \le n} 1.2^i$$