Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

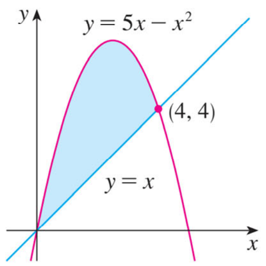
4^a Lista de Exercícios - Cálculo II

Áreas

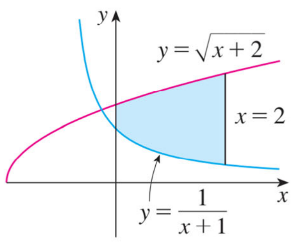
6.1 Exercícios

1–4 Encontre a área da região sombreada.

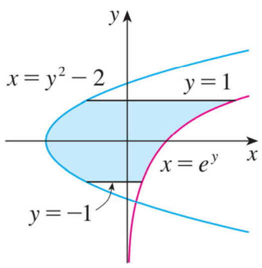
1.



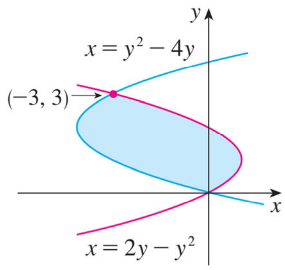
2.



3.



4.



5–12 Esboce a região delimitada pelas curvas indicadas. Decida quando integrar em relação a x ou y. Desenhe um retângulo aproximante típico e identifique sua altura e largura. Então, calcule a área da região.

5. $y = e^x, \quad y = x^2 - 1, \quad x = -1, \quad x = 1$

6. $y = \text{sen}\, x, \quad y = x, \quad x = \pi/2, \quad x = \pi$

7. $y = x, \quad y = x^2$

8. $y = x^2 - 2x, \quad y = x + 4$

9. $y = 1/x, \quad y = 1/x^2, \quad x = 2$

10. $y = \text{sen}\, x, \quad y = 2x/\pi, \quad x \geqslant 0$

11. $x = 1 - y^2, \quad x = y^2 - 1$

12. $4x + y^2 = 12, \quad x = y$

13–28 Esboce a região delimitada pelas curvas indicadas e encontre sua área.

13. $y = 12 - x^2, \quad y = x^2 - 6$

14. $y = x^2, \quad y = 4x - x^2$

15. $y = e^x, \quad y = xe^x, \quad x = 0$

16. $y = \cos x, \quad y = 2 - \cos x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

17. $x = 2y^2, \quad x = 4 + y^2$

18. $y = \sqrt{x - 1}, \quad x - y = 1$

19. $y = \cos \pi x, \quad y = 4x^2 - 1$

20. $x = y^4, \quad y = \sqrt{2 - x}, \quad y = 0$

21. $y = \text{tg}\, x, \quad y = 2\, \text{sen}\, x, \quad -\pi/3 \leqslant x \leqslant \pi/3$

22. $y = x^3, \quad x = y$

23. $y = \cos x, \quad y = \text{sen}\, 2x, \quad x = 0, \quad x = \pi/2$

24. $y = \cos x, \quad y = 1 - \cos x, \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi$

25. $y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{2}x, \quad x = 9$

26. $y = |x|, \quad y = x^2 - 2$

27. $y = 1/x, \quad y = x, \quad y = \frac{1}{4}x, \quad x > 0$

28. $y = \frac{1}{4}x^2, \quad y = 2x^2, \quad x + y = 3, \quad x \geqslant 0$

29–30 Use o cálculo para encontrar a área do triângulo com os vértices dados.

29. $(0, 0), \quad (3, 1), \quad (1, 2)$

30. $(0, 5), \quad (2, -2), \quad (5, 1)$

31–32 Calcule a integral e interprete-a como a área de uma região. Esboce a região.

31. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} |\, \text{sen}\, x - \cos 2x \,|\, dx$

32. $\displaystyle\int_0^4 |\, \sqrt{x + 2} - x \,|\, dx$

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

SCA É necessário usar um sistema de computação algébrica

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

4ª Lista de Exercícios - Cálculo II

Áreas

33–36 Use um gráfico para encontrar os valores aproximados das coordenadas x dos pontos de intersecção das curvas indicadas. A seguir, encontre a área aproximada da região delimitada pelas curvas.

33. $y = x\,\text{sen}(x^2), \quad y = x^4$

34. $y = \dfrac{x}{(x^2+1)^2}, \quad y = x^5 - x, \quad x \geqslant 0$

35. $y = 3x^2 - 2x, \quad y = x^3 - 3x + 4$

36. $y = e^x, \quad y = 2 - x^2$

37–40 Represente graficamente a região entre as curvas e use a calculadora para encontrar a área correta até a quinta casa decimal.

37. $y = \dfrac{2}{1+x^4}, \quad y = x^2$

38. $y = e^{1-x^2}, \quad y = x^4$

39. $y = \text{tg}^2 x, \quad y = \sqrt{x}$

40. $y = \cos x, \quad y = x + 2\,\text{sen}^4 x$

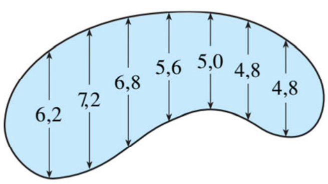
SCA **41.** Use um sistema de computação algébrica para encontrar a área exata da região delimitada pelas curvas $y = x^5 - 6x^3 + 4x$ e $y = x$.

42. Esboce a região no plano xy definida pelas inequações $x - 2y^2 \geqslant 0$, $1 - x - |y| \geqslant 0$ e encontre sua área.

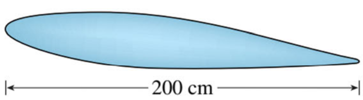
43. Os carros de corrida dirigidos por Chris e Kelly estão lado a lado na largada de uma corrida. A tabela mostra as velocidades de cada carro (em quilômetros por hora) durante os primeiros dez segundos da corrida. Use a Regra do Ponto Médio para estimar quão mais longe Kelly vai do que Chris durante os primeiros 10 segundos.

t	v_C	v_K	t	v_C	v_K
0	0	0	6	110	128
1	32	35	7	120	138
2	51	59	8	130	150
3	74	83	9	138	157
4	86	98	10	144	163
5	99	114			

44. As larguras (em metros) de uma piscina com o formato de rim foram medidas a intervalos de 2 metros, como indicado na figura. Use a Regra do Ponto Médio para estimar a área da piscina.

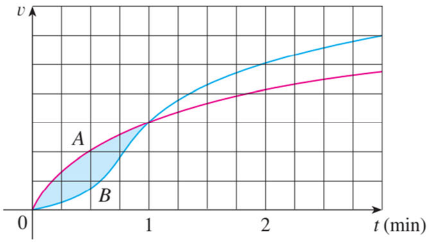


45. É mostrada a seção transversal da asa de um avião. As medidas em centímetros da espessura da asa, em intervalos de 20 centímetros, são 5,8, 20,3, 26,7, 29,0, 27,6, 27,3, 23,8, 20,5, 15,1, 8,7, e 2,8. Utilize a Regra do Ponto Médio para estimar a área da secção transversal da asa.

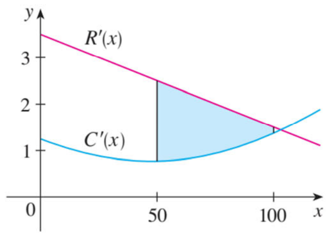


46. Se a taxa de natalidade da população é $b(t) = 2\,200e^{0{,}024t}$ pessoas por ano e a taxa de mortalidade é $d(t) = 1\,460e^{0{,}018t}$ pessoas por ano, encontre a área entre estas curvas para $0 \leqslant t \leqslant 10$. O que esta área representa?

47. Dois carros, A e B, largam lado a lado e aceleram a partir do repouso. A figura mostra os gráficos de suas funções velocidade.
(a) Qual carro estará na frente após 1 minuto? Explique.
(b) Qual o significado da área da região sombreada?
(c) Qual carro estará na frente após 2 minutos? Explique.
(d) Estime quando os carros estarão novamente lado a lado.



48. A figura mostra os gráficos da função receita marginal R' e da função custo marginal C' para um fabricante. [Lembre-se, da Seção 4.7, de que $R(x)$ e $C(x)$ representam as receitas e custos quando x unidades são manufaturadas. Suponha que R e C sejam medidas em milhares de dólares.] Qual é o significado da área da região sombreada? Use a Regra do Ponto Médio para estimar o valor dessa quantidade.



49. A curva com equação $y^2 = x^2(x+3)$ é chamada **cúbica de Tschirnhausen**. Se você colocar essa curva em um gráfico, verá que parte dela forma um laço. Encontre a área dentro desse laço.

50. Encontre a área da região delimitada pela parábola $y = x^2$, pela reta tangente a esta parábola em $(1, 1)$ e pelo eixo x.

51. Encontre o número b tal que a reta $y = b$ divida a região delimitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 4$ em duas regiões com área igual.

52. (a) Encontre o número a tal que a reta $x = a$ bissecte a área sob a curva $y = 1/x^2$, $1 \leqslant x \leqslant 4$.
(b) Encontre o número b tal que a reta $y = b$ bissecte a área da parte (a).

53. Encontre os valores de c tais que a área da região delimitada pelas parábolas $y = x^2 - c^2$ e $y = c^2 - x^2$ seja 576.

54. Suponha que $0 < c < \pi/2$. Para qual valor de c a área da região delimitada pelas curvas $y = \cos x$, $y = \cos(x - c)$ e $x = 0$ é igual à área da região delimitada pelas curvas $y = \cos(x - c)$, $x = \pi$ e $y = 0$?

55. Para quais valores de m a reta $y = mx$ e a curva $y = x/(x^2 + 1)$ delimitam uma região? Encontre a área da região.