Teorema do Valor Médio (TVM)

O Teorema do Valor Médio Seja f uma função que satisfaça as seguintes hipóteses:

1. f é contínua no intervalo fechado $[a, b]$.
2. f é derivável no intervalo aberto (a, b).

Então, existe um número c em (a, b) tal que

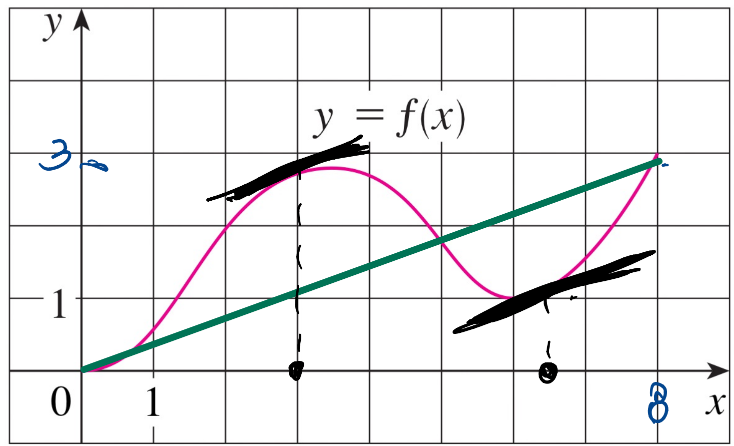
1
$$\boxed{f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$$

ou, de maneira equivalente,

2
$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$$

pg 261

7. Use o gráfico de f para estimar os valores de c que satisfaçam à conclusão do Teorema do Valor Médio para o intervalo $[0, 8]$.



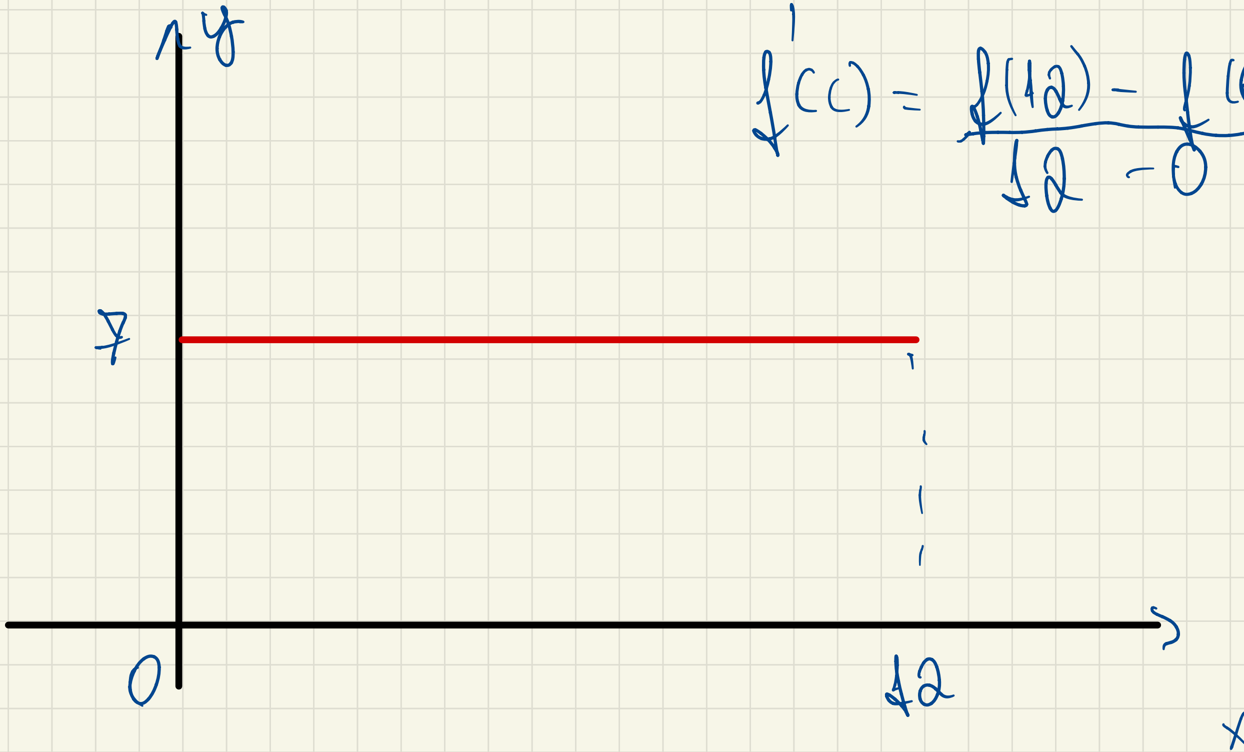
$$f'(c) = \frac{f(8) - f(0)}{8 - 0} = \frac{3 - 0}{8 - 0} = \frac{3}{8}$$

TEREMOS

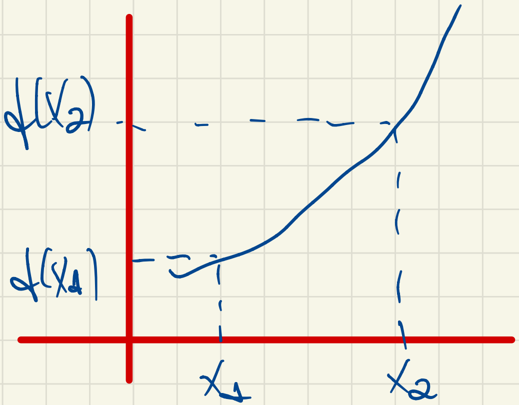
$c = 3$ E C $c = 6{,}5$

$\boxed{5}$ Teorema Se $f'(x) = 0$ para todo x em um intervalo (a, b), então f é constante em (a, b).

$$f'(c) = \frac{f(12) - f(0)}{12 - 0} = 0$$

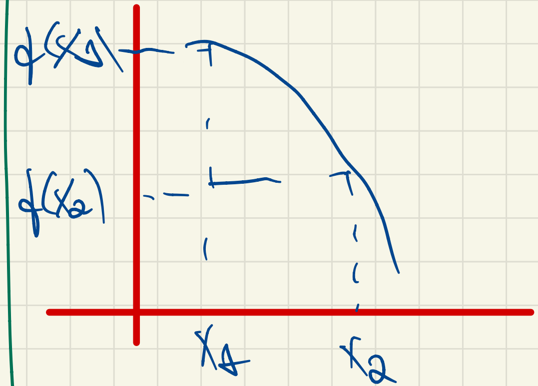


FUNÇÃO CRESCENTE



$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

FUNÇÃO DECRESCENTE



$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Teste Crescente/Decrescente

(a) Se $f'(x) > 0$ em um intervalo, então f é crescente nele.

(b) Se $f'(x) < 0$ em um intervalo, então f é decrescente nele.

c) SE $f'(x) = 0$ EM UM INTERVALO, ENTÃO f É CONSTANTE pg 269

9–18

(a) Encontre os intervalos nos quais f é crescente ou decrescente.

(b) Encontre os valores máximo e mínimo locais de f.

(c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.

9. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

10. $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

11. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

12. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 3}$

13. $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x, \ 0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

14. $f(x) = \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

15. $f(x) = e^{2x} + e^{-x}$

16. $f(x) = x^2 \ln x$

17. $f(x) = x^2 - x - \ln x$

18. $f(x) = \sqrt{x}\, e^{-x}$

g) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

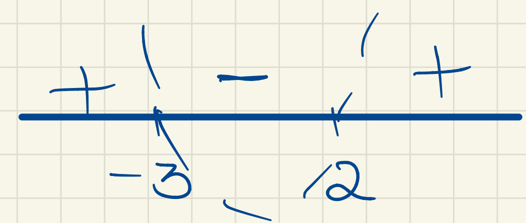
$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$

$$6x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Delta = 1 + 24 = 25 \qquad x = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 2)$	$(2, \infty)$
sinal f'	$+$	$-$	$+$
f	CRESCENTE	DECRESCENTE	CRESCENTE



12. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+3}$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+3) - x^2(2x)}{(x^2+3)^2} = \frac{\cancel{2x^3} + 6x - \cancel{2x^3}}{(x^2+3)^2} = \frac{6x}{(x^2+3)^2}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
sinal f'	$-$	$+$
f	DEC.	CRE

$6x$: $- \; - \; - \;\; 0 \;\; + \; + \; +$

$(x^2+3)^2$: $+ \; + \; + \; + \; + \; +$

$\dfrac{6x}{(x^2+3)^2}$: $- \;\; 0 \;\; +$

16. $f(x) = x^2 \ln x$

$f'(x) = 2x\ln x + x^{\cancel{2}} \cdot \dfrac{1}{\cancel{x}} = 2x\ln x + x = x(2\ln x + 1)$

$x(2\ln x + 1) = 0$

$x = 0$

$2\ln x + 1 = 0 \Rightarrow \ln x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow e^{\ln x} = e^{-1/2} \Rightarrow x = e^{-1/2}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, e^{-1/2})$	$(e^{-1/2}, \infty)$
sinal f'	$+$	$-$	$+$
f	CRE	DEC	CRE

x: $- \; - \;\big|_{0}\; + \; + \; + \; +$

$2\ln x + 1$: $- \; - \; - \; - \;\big|_{e^{-1/2}}\; + \; +$

$x(2\ln x + 1)$: $+ \;\big|_{0}\; - \;\big|_{e^{-1/2}}\; +$