Série N°7: Modularidade

Fundamentação 1: Algoritmos de otimização

Algoritmos de otimização tem a finalidade de encontrar x, dentro do domínio viável, pontos que resultem em valores ótimos da função objetivo $f(x)$. Por exemplo, quando minimizamos, a solução global do problema são os valores do vetor x que deixam $f(x)$ menor possível. Outras notações para vetor x: x_i, $i = 1 \dots n$ e também $[x_1, x_2, \dots, x_n]$. Maximização é conceituado analogamente. Então, uma das áreas de Ciência da Computação é construir algoritmos eficientes e eficazes para resolver problemas de otimização (maximização ou minimização). Entretanto, há diversos problemas de otimização no mundo real que não é possível garantir que a resposta computada é ótima. O que podemos afirmar é sobre o desempenho do algoritmo no enfrentamento de funções teste; se o algoritmo foi testado ele se torna mais confiável ou menos confiável.

Fundamentação 2: Exemplo Função Teste

Para exemplificar o entendimento de funções teste, considere o caso a seguir:

Expressão algébrica	Domínio nome da função	Dim. n	Valor ótimo vetor solução
$\min f(x) = \sum_{i=1}^{3} x_i^2$	$-100 \leq x_i \leq 100$ sphere (quadratic)	3	0 [0,0,0]

Interpretação da tabela:

- o problema é de minimização devido ao termo min e maximização seria max;
- o número de dimensões do problema é $n = 3$, logo um possível x é $x = [-33.23, 4.12, 100]$;
- a expressão $f(x) = \sum_{i=1}^{3} x_i^2$ é equivalente a $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$;
- o domínio é $-100 \leq x_i \leq 100$, logo $x = [-33.2, 4.1, 100]$ é viável e $x = [-105, 14.1, 99]$ é inviável;
- a avaliação da função se dá da seguinte forma: $x = [2, -5, 10]$, então $f(x) = 129$;
- o mínimo ocorre em $x = [0, 0, 0]$, quando $f(x) = 0$.

Exercício 1

Os exercícios desta lista consideram o desenvolvimento de uma biblioteca de funções teste, que temos a intenção de deixar modular. Desenvolva algoritmos para computar as funções testes se seguem. Para simplificar a tabela, todas as funções estão no formato de minimização.

Expressão algébrica	Domínio nome da função	Dim. n	Valor ótimo vetor solução
$f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$-100 \leq x_i \leq 100$ sphere(quadratic)	3	0 [0,0,0]
$f_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (1 - x_i)^2]$	$-2.048 \leq x_i \leq 2.048$ Rosenbrock	2	0 [1,1]
$f_3(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} inteiro(x_i)$	$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$ Degrau - De Jong	5	0 [0,0,0,0,0]
$f_4(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} i x_i^4 + Gauss(0,1)$	$-1.28 \leq x_i \leq 1.28$ Gauss - De Jong	30	0 [0, ... ,0]
$f_5(\mathbf{x}) = 0.002 + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^{2} (x_i - a_{ji})^6}$	$-65.536 \leq x_i \leq 65.536$ Shekel's Foxholes	2	0.9980038 [-31.9784576, -31.9786271]
$f_6(\mathbf{x}) = (x_1^2 + x_2^2)^{0.25} [\sin^2(50(x_1^2 + x_2^2)^{0.1}) + 1.0]$	$-100 \leq x_i \leq 100$ Schaffer	2	0 [0,0]
$f_7(\mathbf{x}) = (x_1^2 + x_2^2)/2 - \cos(20\pi x_1)\cos(20\pi x_2) + 2$	$-10 \leq x_i \leq 10$	2	1 [0,0]
$f_8(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i))$	$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$ Rastrigin	20	0 [0, ... ,0]