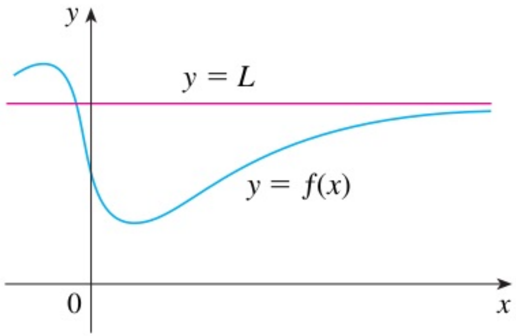
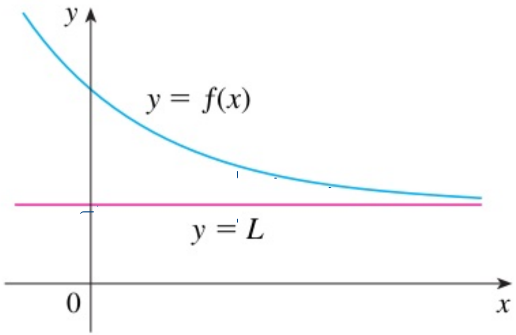
Limites no infinito

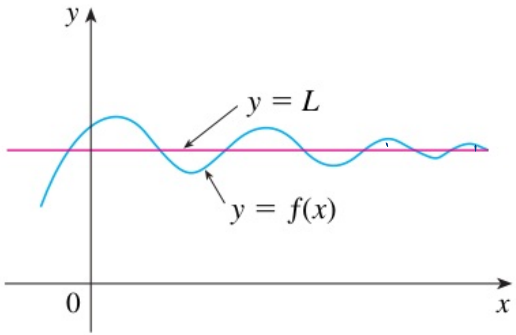
Definição Seja f uma função definida em algum intervalo (a, ∞). Então

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L$$

significa que os valores de $f(x)$ ficam arbitrariamente próximos de L tomando x suficientemente grande.



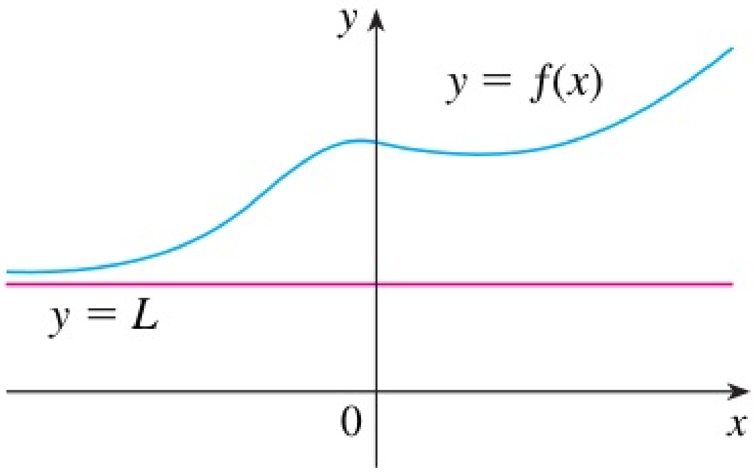




Definição Seja f uma função definida em algum intervalo $(-\infty, a)$. Então

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$$

significa que os valores de $f(x)$ podem ficar arbitrariamente próximos de L, tomando--se x suficientemente grande em valor absoluto, mas negativo.

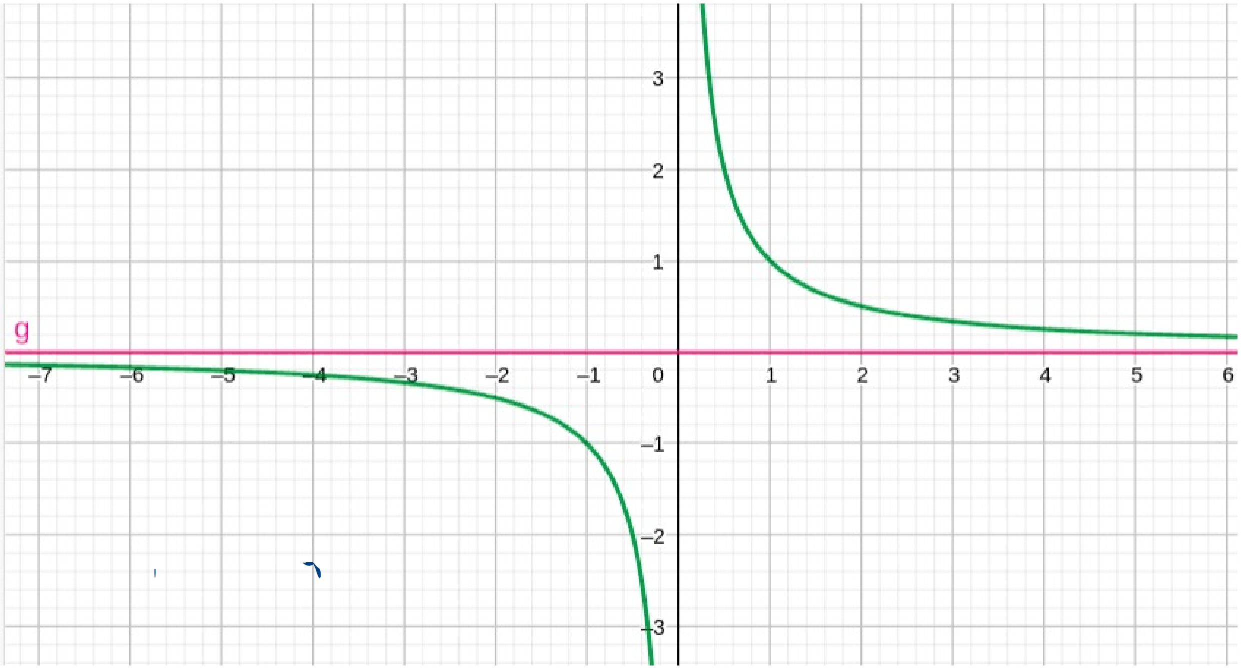


A reta $y = L$ é chamada **assíntota horizontal** da curva $y = f(x)$ se

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L \qquad \text{ou} \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = L$$

Encontre $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$ e $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x}$.

x	$\frac{1}{x}$
10	
100	
1000	
10.000	



Teorema Se $r > 0$ for um número racional, então

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^r} = 0$$

Se $r > 0$ for um número racional tal que x^r seja definida para todo x, então

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^r} = 0$$

Encontre o limite

1) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x+5}{x-4}$

2) $\lim\limits_{y \to \infty} \dfrac{2-3y^2}{5y^2-4y}$

3) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-x}}{x^3+1}$

4) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^4-3x^2+x}{x^3-x+2}$

5) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2-6x+5}{x^4-x}$

6) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1+x^4}{x^2-x^4}$

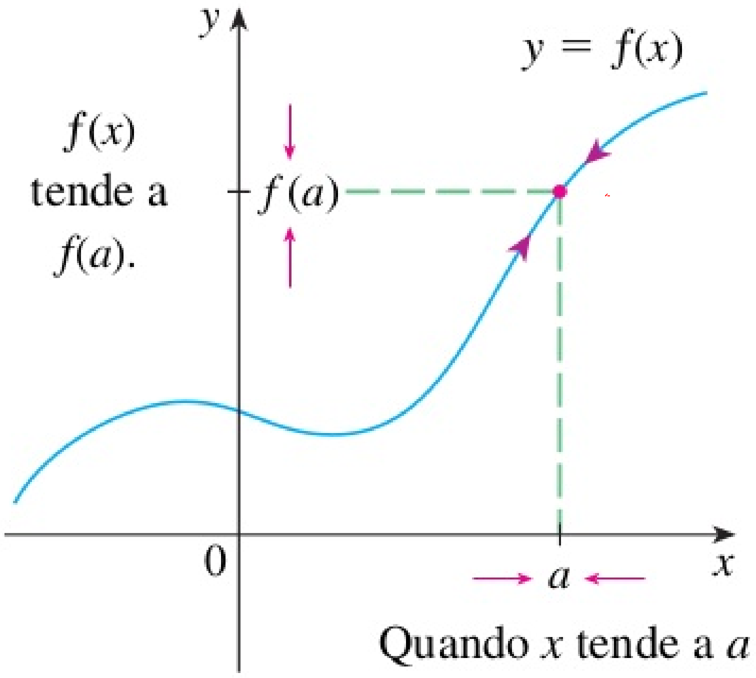
7) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1+x^4}{x^2-x^4}$

Continuidade.

Definição Uma função f é **contínua em um número a** se

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

1. $f(a)$ está definida (isto é, a está no domínio de f)
2. $\lim_{x \to a} f(x)$ existe
3. $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$



Teorema Se f e g forem contínuas em a e se c for uma constante, então as seguintes funções também são contínuas em a:

1. $f + g$ **2.** $f - g$ **3.** cf

4. fg **5.** $\dfrac{f}{g}$ se $g(a) \neq 0$

Teorema Os seguintes tipos de funções são contínuas para todo o número de seus domínios:

polinômios	funções racionais	funções raízes
funções trigonométricas	funções trigonométricas inversas	
funções exponenciais	funções logarítmicas	

Qual o maior conjunto onde as funções são contínuas?

$$F(x) = \frac{x}{x^2 + 5x + 6}$$

26. $G(x) = \sqrt[3]{x}\,(1 + x^3)$

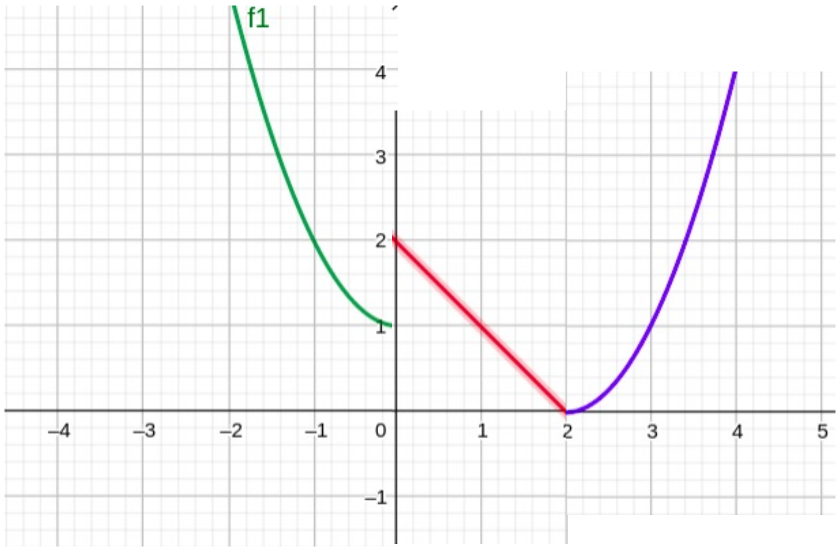
27. $R(x) = x^2 + \sqrt{2x - 1}$

28. $h(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x + 1}$

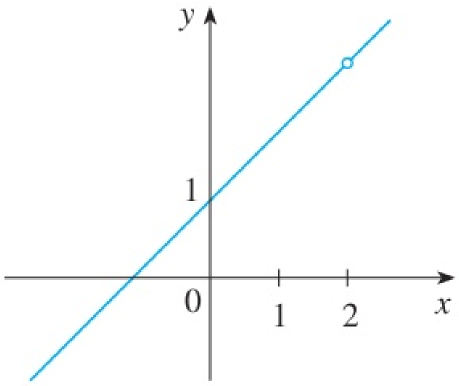
27. $R(x) = x^2 + \sqrt{2x - 1}$

Para quais valores a função é descontínua?

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{se } x \leqslant 0 \\ 2 - x & \text{se } 0 < x \leqslant 2 \\ (x-2)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$



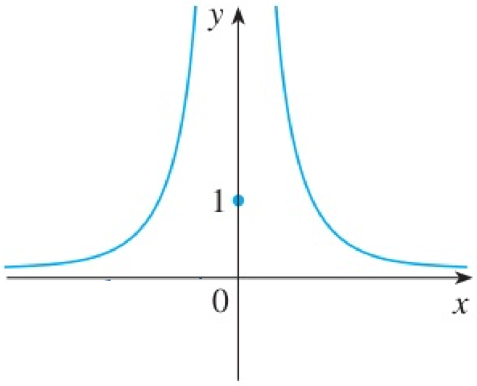
Tipos de descontinuidade.



(a) $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

descontinuidade removível

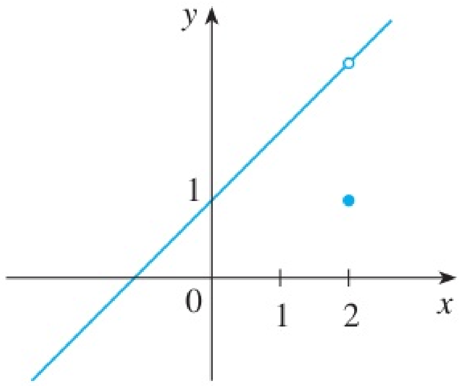
$f(2)$ não existe



(b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

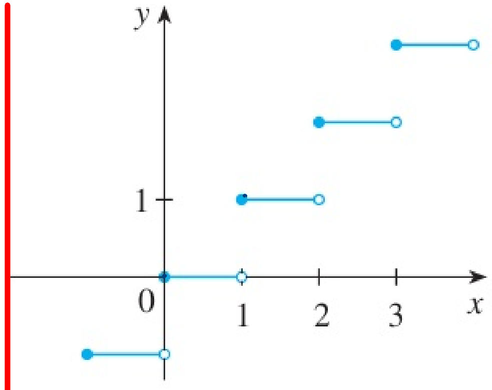
descontinuidade infinita

$f(x) \to \infty$



(c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \end{cases}$

descontinuidade removível



(d) $f(x) = [\![x]\!]$

descontinuidade em saltos

Explique porque a funçaõ é descontínua em $a = -2$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2} & \text{se } x \neq -2 \\ 1 & \text{se } x = -2 \end{cases}$$