

## 2ª AVALIAÇÃO - 20 pontos

Nome: \_\_\_\_\_

- 1) Considere um problema de construção de rodovias entre  $n$  cidades:  $C_1, \dots, C_n$ . As rodovias serão construídas de tal forma que a partir de cada cidade é possível chegar a outra diretamente. O custo de construção da rodovia entre o par de cidades  $(i, j)$  é dado por  $p_{ij}$ . De forma a garantir viabilidade econômica ao projeto de construção de rodovias, deseja-se encontrar o conjunto de rodovias que garanta que todas as cidades sejam alcançáveis ao menor custo possível. (02 pts + 02 pts = 04 pts)

Pede-se:

- Descreva como esse problema pode ser modelado utilizando grafos, detalhando tipo de grafo (direcionado ou não), o que os vértices e arestas representam e se eles são valorados/ponderados ou não e com que informação). Forneça também uma descrição de método a ser utilizado para obtenção da solução para o problema com base na modelagem descrita.
- Aplique a modelagem e método descritos no item (a) para o caso em que existem 4 cidades, cujos custos de construção (em milhões de reais) são apresentados na tabela abaixo:

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$C_1$	0	30	20	50
$C_2$	30	0	50	10
$C_3$	20	50	0	75
$C_4$	50	10	75	0

- 2) Considere a matriz D abaixo, em que um valor na posição  $D[i, j] \neq 0$  representa o comprimento da aresta direcionada  $(i, j)$ . Determine os **caminhos mínimos** (tamanho e suas arestas) a partir do **vértice 1** para os todos os demais. (04 pts)

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	6	5	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	-1	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	-2	0	$\infty$	1	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	-2	0	$\infty$	-1	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	3
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

- 3) O *food truck* **Rango Bom** produz uma grande variedade de diferentes itens do cardápio de almoço. Infelizmente, eles só podem produzir seus alimentos em quantidades limitadas, por isso muitas vezes ficam sem itens populares, deixando os clientes tristes.

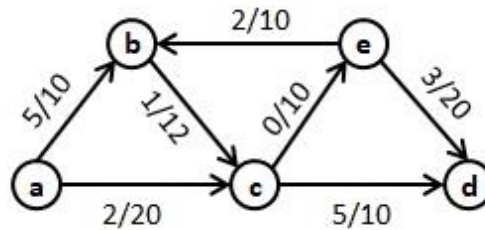
Para minimizar a tristeza de seus clientes, o **Rango Bom** está implementando um sofisticado sistema de pedidos de almoço. Os clientes enviam mensagens de texto com suas escolhas aceitáveis antes da hora do almoço. Em seguida, utiliza-se um algoritmo para atribuir previamente os almoços aos clientes. Os clientes que não obtiverem uma de suas opções deverão receber um voucher de R\$ 10,00. Por razões óbvias, o **Rango Bom** gostaria de minimizar o número de vouchers distribuídos.

Forneça um algoritmo eficiente para o **Rango Bom** atribuir almoços aos clientes. Em geral, suponha que, num determinado dia, o **Rango Bom** tenha produzido  $m$  tipos de alimentos  $b_1, \dots, b_m$  e a quantidade

de cada tipo de alimento  $b_j$  é exatamente  $q_j$ . Suponha que  $n$  clientes  $a_1, \dots, a_n$  enviam suas preferências, de modo que cada cliente  $a_i$  envia um conjunto  $A_i$  com uma ou mais opções de almoço aceitáveis, isto é  $A_i = \{ j \mid b_j \text{ é uma das preferências do cliente } a_i \}$ . O algoritmo deve atribuir a cada cliente uma de suas escolhas ou um voucher de R\$ 10,00, minimizando o número total de vouchers.

Descreva como modelar esse problema por meio de grafos e forneça uma descrição detalhada sobre o seu algoritmo para cálculo da solução (incluindo uma discussão sobre a complexidade da abordagem proposta). (04 pts)

- 4) Calcule **fluxo máximo** (passo a passo) e as **arestas do corte** de capacidade mínima para o seguinte grafo considerando que cada aresta está rotulada com 02 (dois) valores: limite inferior e limite superior para capacidade de fluxo no arco. (04 pts)



- 5) Calcule (passo a passo) uma **ordenação topológica** para o seguinte grafo pelo **método de Kahn** (usar ordem lexicográfica, quando necessário). (04 pts)

