

Probabilidade

Otaviano Francisco Neves

Partição do Espaço amostral

Considere : $A_1, A_2 \dots A_n$ como partição do espaço amostral tal que

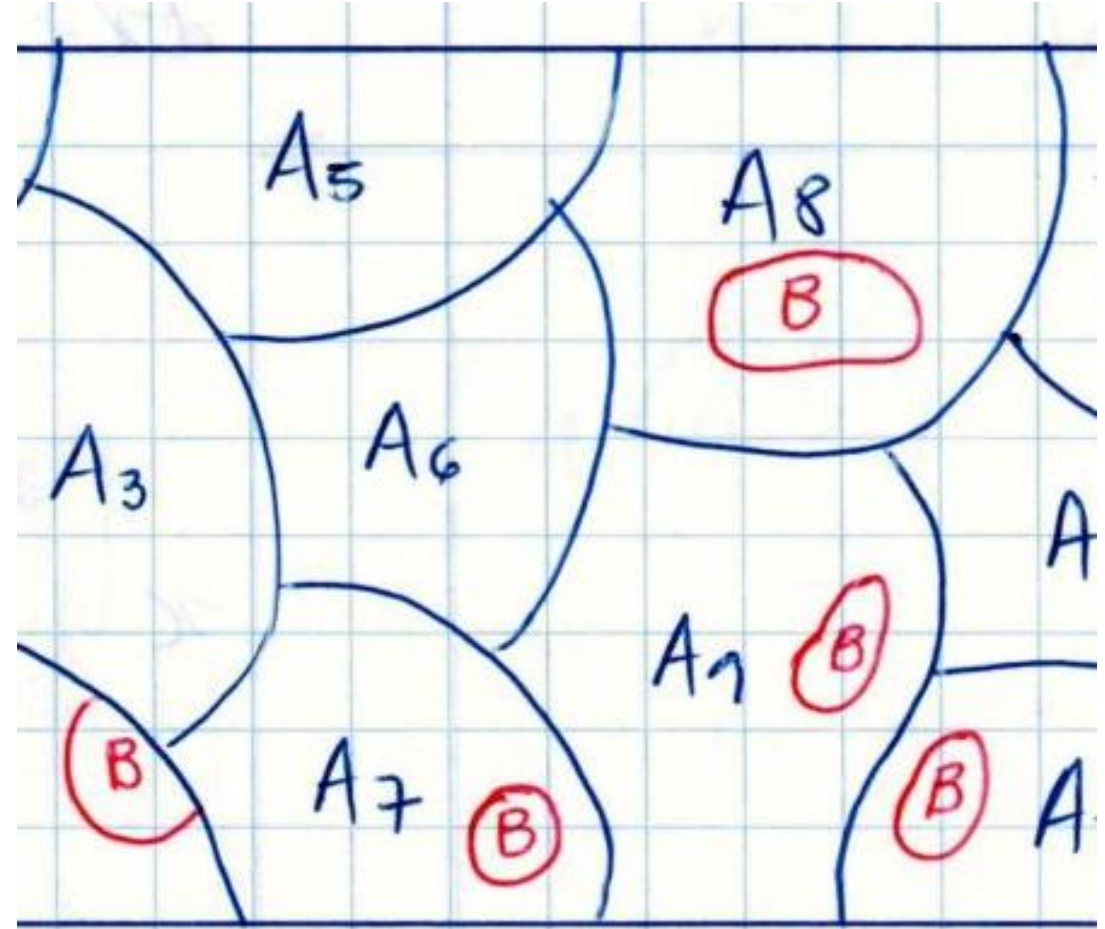
$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$$

$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset$$

Seja B um evento qualquer, assim:

$$P(B) = \sum P(A_i) \cdot P(B/A_i)$$

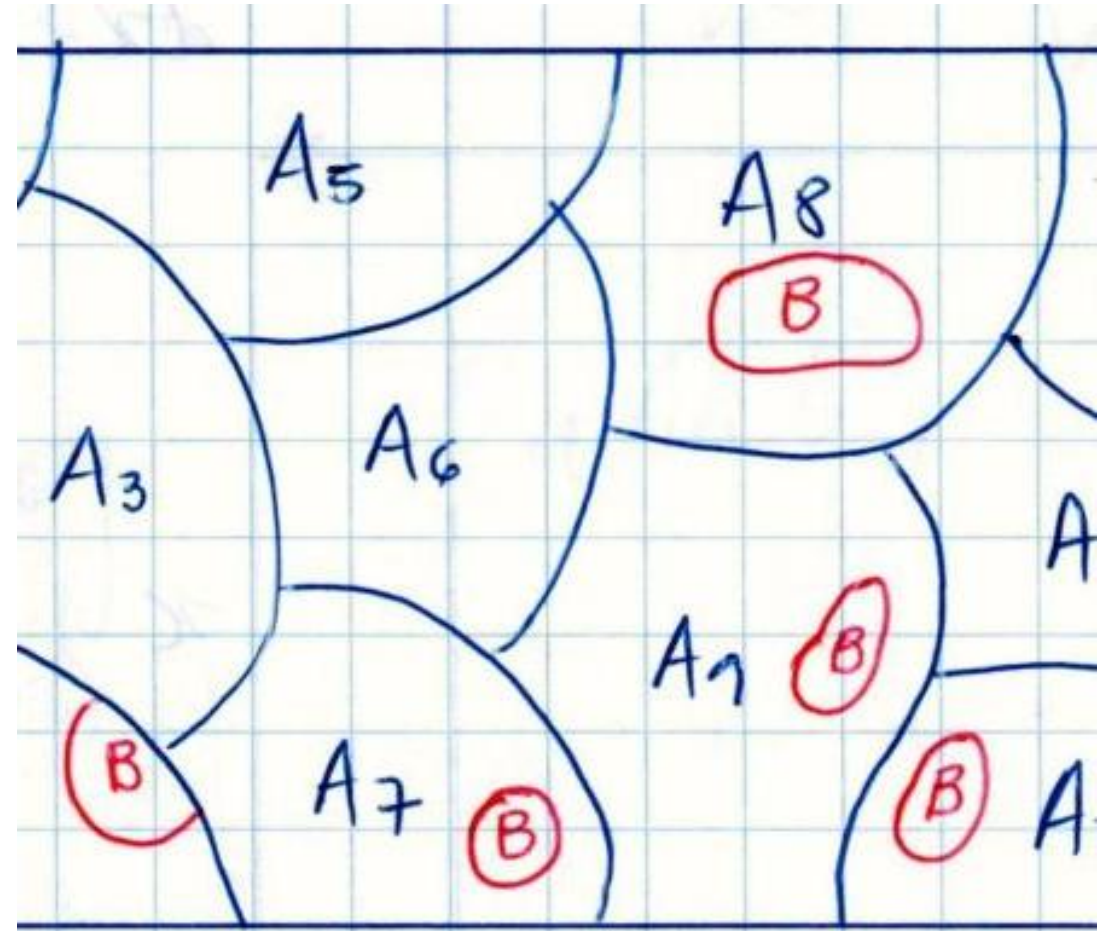


Teorema de Bayes

Considere a probabilidade de ocorrência de A_i , dado a ocorrência de B, assim:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B)}$$



Exemplo

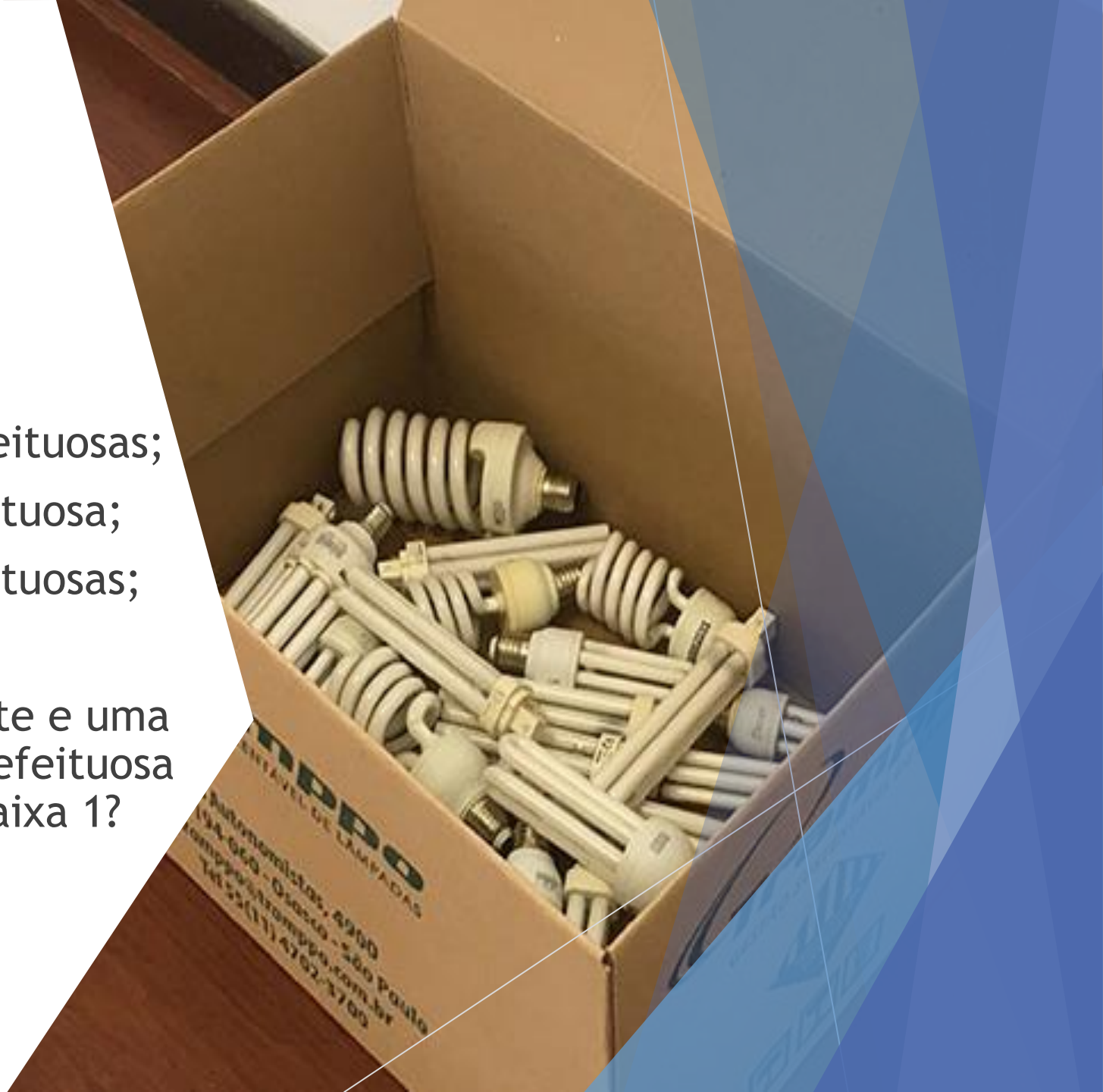
Considere 3 caixas:

Caixa 1: com 10 lâmpadas sendo 3 defeituosas;

Caixa 2: com 8 lâmpadas sendo 1 defeituosa;

Caixa 3: com 6 lâmpadas sendo 4 defeituosas;

Uma caixa é selecionada aleatoriamente e uma lâmpada é retirada. Se a lâmpada é defeituosa qual a probabilidade de ter vindo da caixa 1?



Resolução

Considere 3 caixas:

A_1 = Caixa 1; A_2 = Caixa 2; A_3 = Caixa 3

B = lâmpada defeituosa

Assim:

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$$

$$P(B/A_1) = 3/10$$

$$P(B/A_2) = 1/8$$

$$P(B/A_3) = 4/6$$



Resolução

Assim:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)$$

$$P(B) = 1/3 \cdot 3/10 + 1/3 \cdot 1/8 + 1/3 \cdot 4/6$$

$$P(B) = 0,10 + 0,0417 + 0,2222 = 0,3639$$

Pelo teorema de Bayes temos:

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$P(A_1/B) = \frac{0,10}{0,3639} = 0,2748$$



Teste de Câncer

Suponha que existisse um teste para câncer com a propriedade de que 95% das pessoas com câncer e 5% das pessoas sem câncer reagem positivamente. Admita que 2% dos pacientes de um hospital tem câncer. Qual a probabilidade de que um paciente escolhido ao acaso, que reage positivamente a esse teste, realmente tenha câncer?



Teste de Câncer

B= pessoa ter reagido positivamente ao teste

A_1 = pessoa tem câncer

A_2 = pessoa não tem câncer

Assim:

$$P(A_1) = 0,02$$

$$P(A_2) = 0,98$$

$$P(B/A_1) = 0,95$$

$$P(B/A_2) = 0,05$$



Teste de Câncer

Assim:

$$P(B) = P(A_1) * P(B/A_1) + P(A_2) * P(B/A_2)$$

$$P(B) = 0,02 * 0,95 + 0,98 * 0,05$$

$$P(B) = 0,019 + 0,049 = 0,068$$

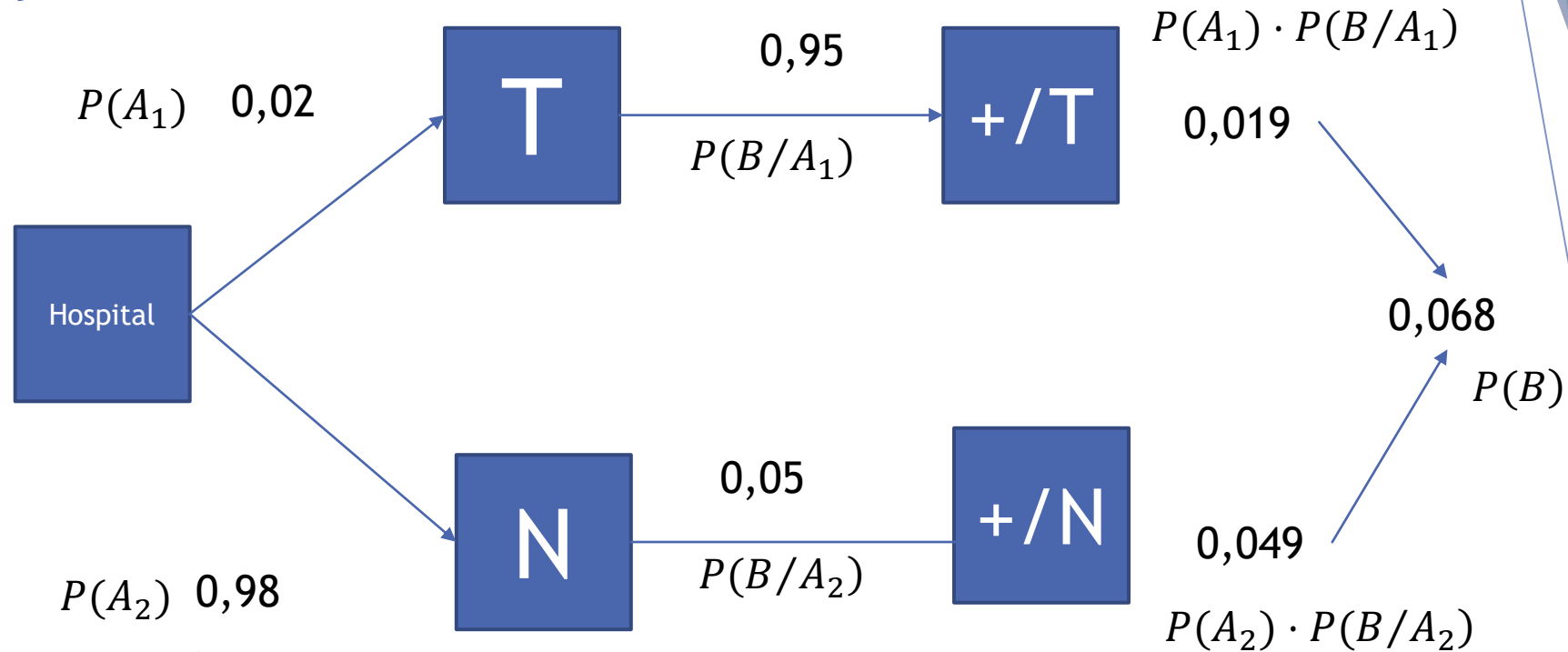
Pelo teorema de Bayes temos:

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$P(A_1/B) = \frac{0,019}{0,068} = 0,2794$$



Solução



Bayes

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$P(A_1/B) = \frac{0,019}{0,068} = 0,2794$$

Preferência alimentar

Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato a base de carne. Considere que 20% dos fregueses do sexo masculino e 65% dos fregueses do sexo feminino prefiram salada e que 25 % dos fregueses são mulheres. Calcule a probabilidade de uma pessoa que tenha pedido salada, ser uma mulher?



Preferência alimentar

B= Pessoa pedir salada

A_1 = pessoa do sexo Feminino

A_2 = pessoa do sexo Masculino

Assim:

$$P(A_1) = 0,25$$

$$P(A_2) = 0,75$$

$$P(B/A_1) = 0,65$$

$$P(B/A_2) = 0,20$$



Preferência alimentar

Assim:

$$P(B) = P(A_1) * P(B/A_1) + P(A_2) * P(B/A_2)$$

$$P(B) = 0,25 * 0,65 + 0,75 * 0,20$$

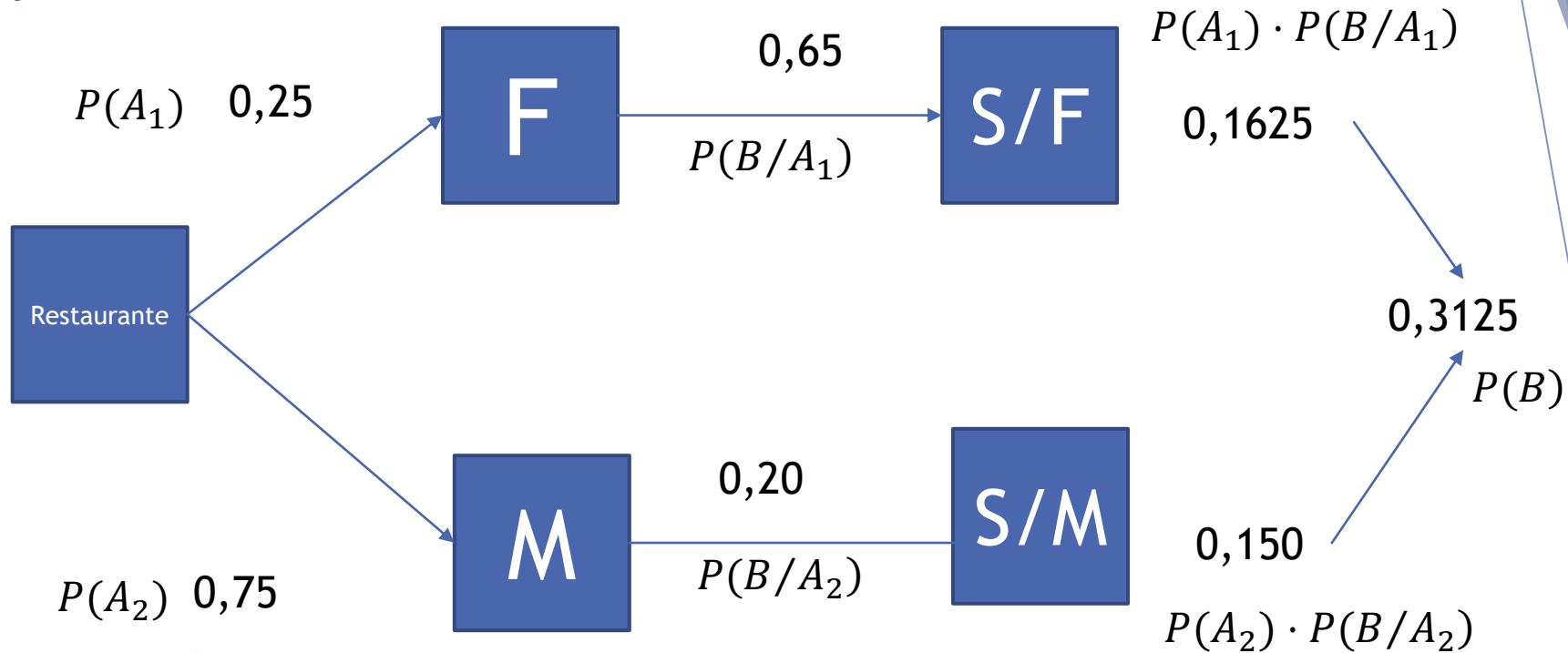
$$P(B) = 0,1625 + 0,15 = 0,3125$$

Pelo teorema de Bayes temos:

$$P(A_1/B) = \frac{0,1625}{0,3125} = 0,52$$



Solução



Bayes

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$P(A_1/B) = \frac{0,1625}{0,3125} = 0,52$$