# **Emparelhamento**

Zenilton Patrocínio

#### **Emparelhamento**

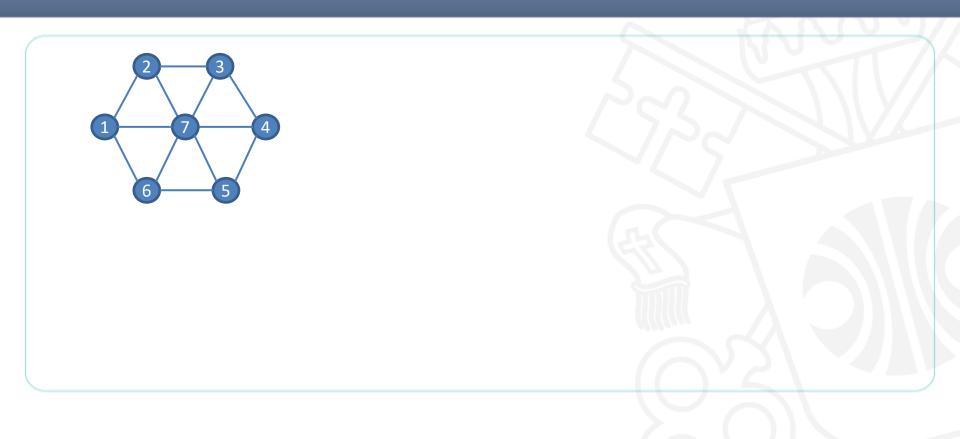
Dado um grafo G = (V, E), um conjunto  $M \subseteq E$  é um **emparelhamento** (*matching* ou casamento) caso as arestas em M não possuam vértices em comum.

Dado um emparelhamento M, um vértice é denominado coberto (ou saturado) caso seja extremo de uma das arestas de M; senão ele é considerado exposto (ou ainda, livre ou descoberto).

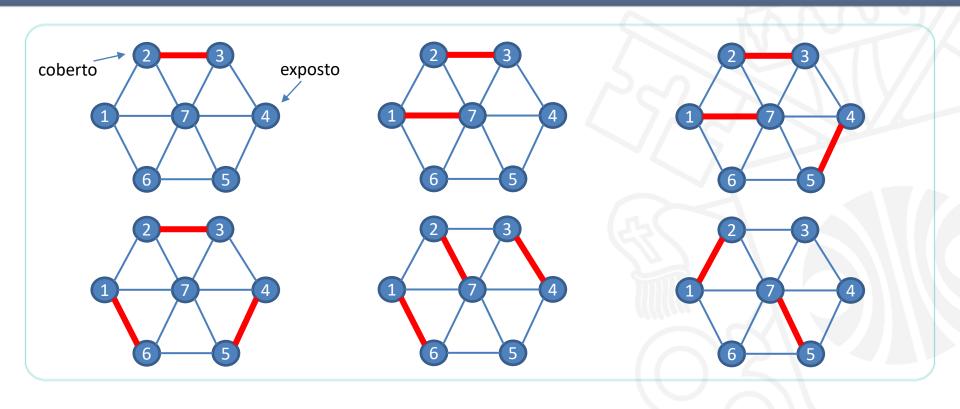
Um caminho simples é M-alternante se suas arestas estiverem alternadamente em M e fora de M (ou vice-versa).

Um caminho M-alternante é **M-aumentante** se começa e termina num vértice exposto e tem comprimento maior que 0.

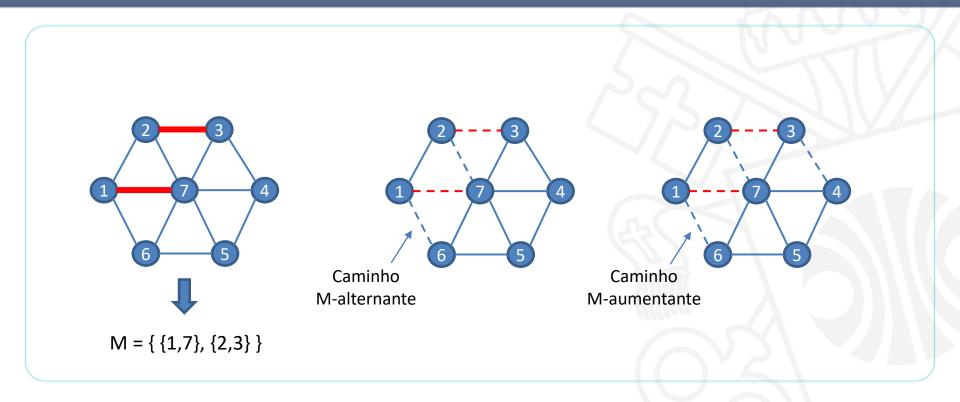
# **Emparelhamento – Exemplos**



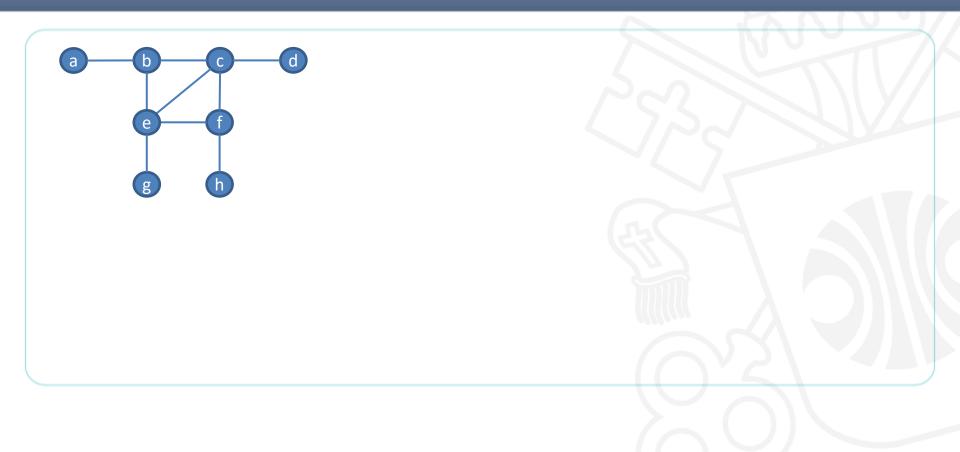
# Emparelhamento – Exemplos



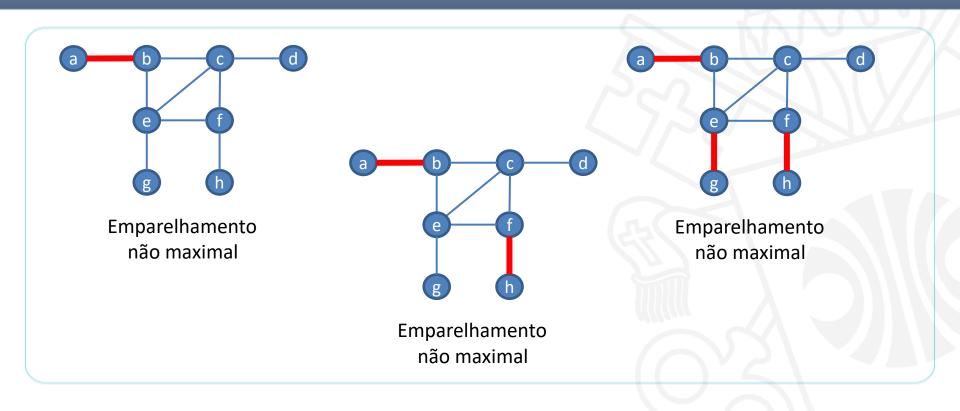
### **Emparelhamento – Exemplos**



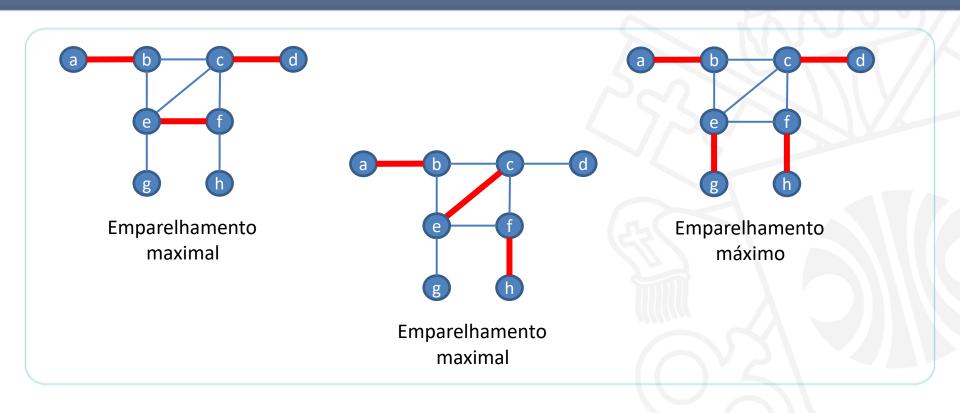
# Emparelhamento – Maximal × Máximo



#### **Emparelhamento – Maximal × Máximo**

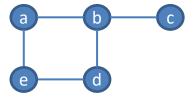


#### **Emparelhamento – Maximal × Máximo**



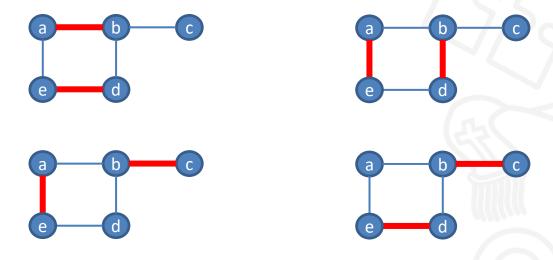
#### **Emparelhamento Máximo**

Emparelhamento máximo não implica em todos os vértices estarem saturados.



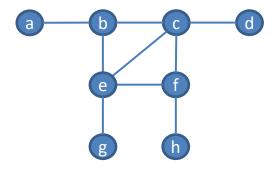
#### **Emparelhamento Máximo**

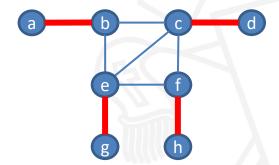
Emparelhamento máximo não implica em todos os vértices estarem saturados.



#### **Casamento Perfeito**

Casamento perfeito (ou completo) é um emparelhamento em que todos os vértices do grafo estão cobertos.





#### **Aumento de Emparelhamento**

Considere um emparelhamento M e um caminho M-aumentante P, tal que E<sub>P</sub> representa as arestas de P.

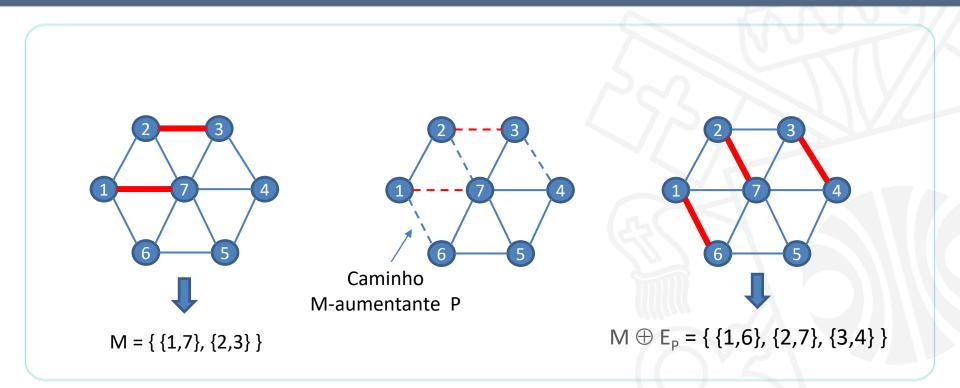
A diferença simétrica de M e  $E_P$  é dada por M  $\oplus$   $E_P$  = (M –  $E_P$ )  $\cup$  ( $E_P$  – M).

A diferença simétrica de M e E<sub>P</sub> equivale a retirar de M todas arestas de P que estão em M e acrescentar a M todas as arestas de P que não estão em M.

Se P for um caminho M-aumentante então:

- M ⊕ E<sub>P</sub> é um emparelhamento; e
- $M \oplus E_p$  é maior que M.

#### **Aumento de Emparelhamento**



### Obtenção de Emparelhamento Máximo

Um emparelhamento M em um grafo G = (V, E) possui cardinalidade máxima se e somente se não existe caminho M-aumentante em G. (Teorema de Berge)

#### Método iterativo para obtenção de Emparelhamento Máximo

- 1. Obter um emparelhamento inicial M
- 2. <u>enquanto</u> existir caminho M-aumentante P <u>efetuar</u>
  - a. Atualizar M, isto é, M  $\leftarrow$  M  $\oplus$  E<sub>P</sub>

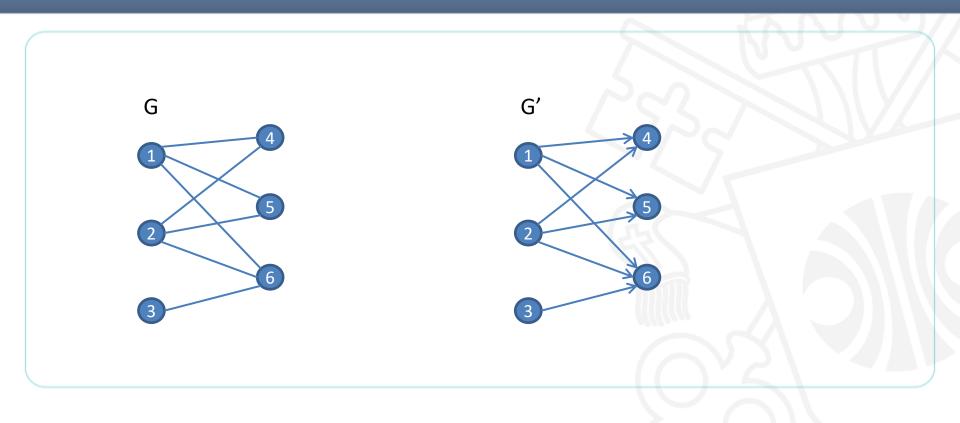
#### Obtenção de Caminho M-aumentante

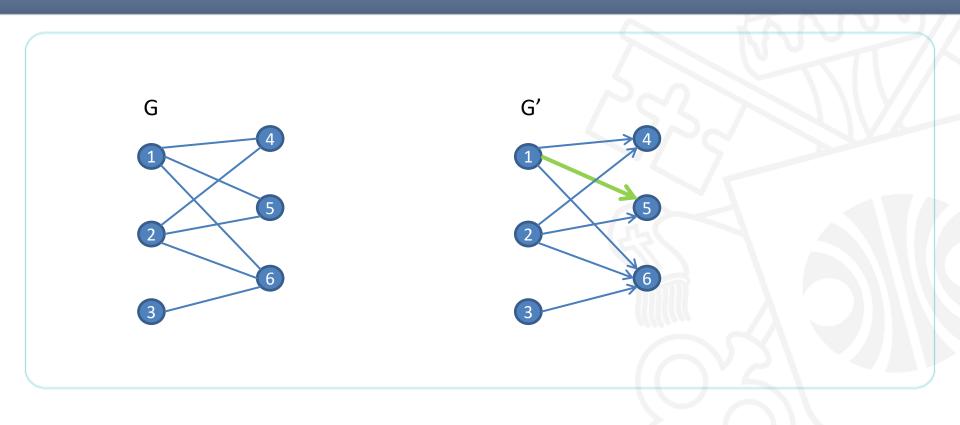


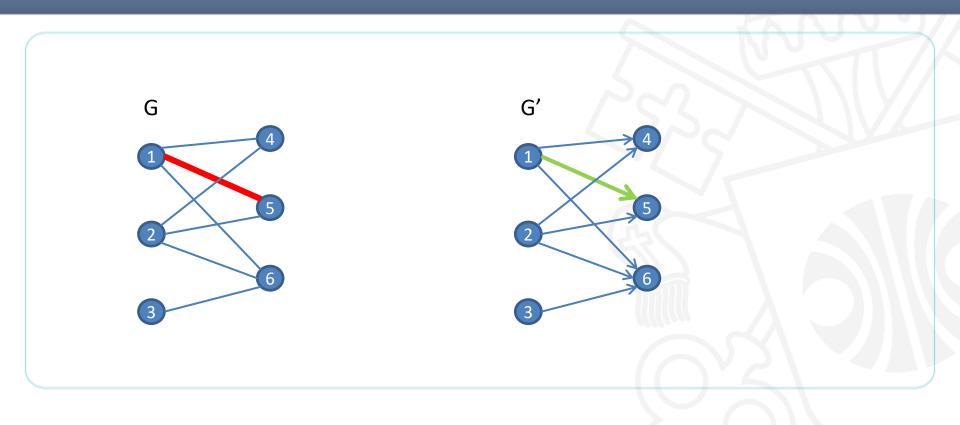
#### Método para obtenção de caminho M-aumentante em grafo bipartido

- 1. Dado um grafo não direcionado e bipartido  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  e um emparelhamento  $M \subseteq E$ , construir grafo direcionado  $G' = (V_1 \cup V_2, E')$ , em que, para  $v \in V_1$  e  $w \in V_2$ , :
  - a. se a aresta  $\{v, w\} \not\in M$  então  $(v, w) \in E'$ ; ou
  - b. se a aresta  $\{v, w\} \in M$  então  $(w, v) \in E'$ .
- 2. Se existir um caminho P em G' de um vértice livre em  $V_1$  para um vértice livre em  $V_2$  então P corresponde a caminho M-aumentante

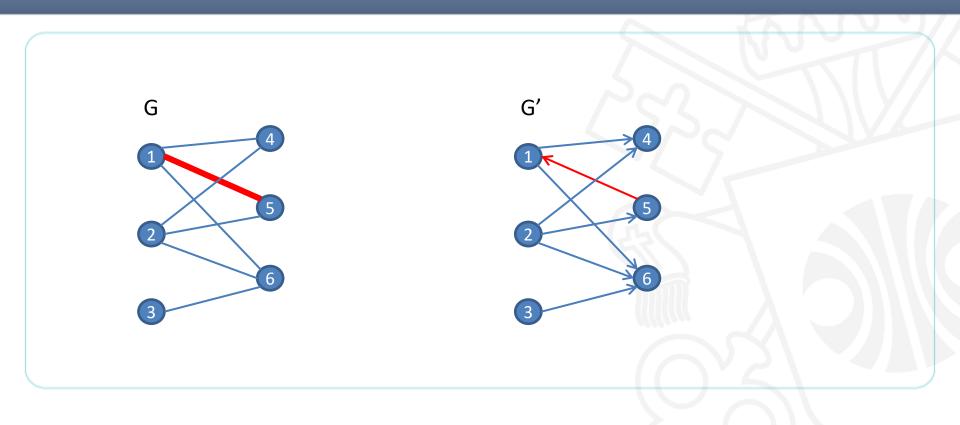


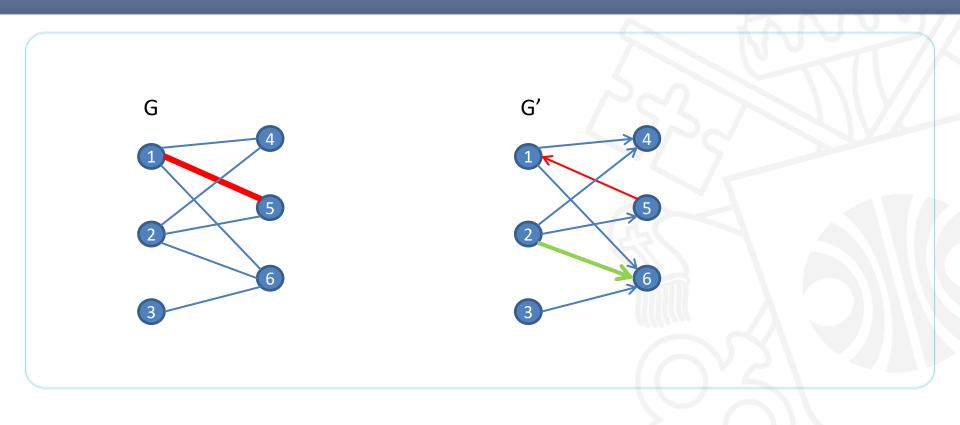


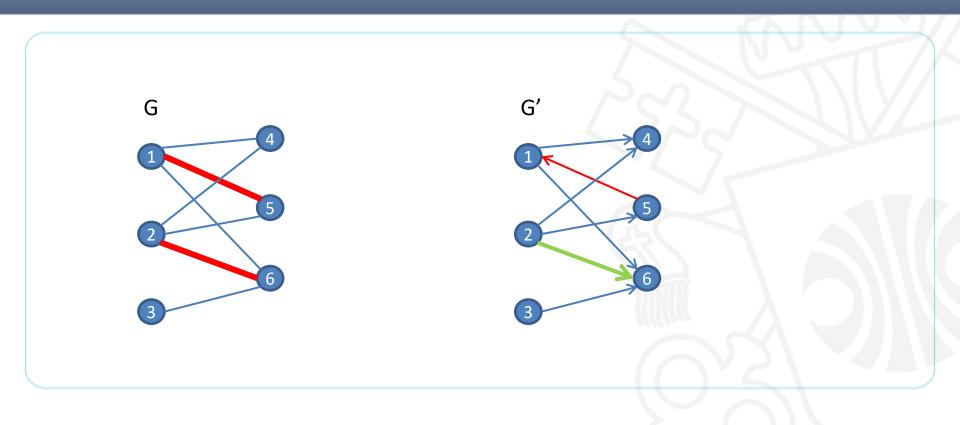




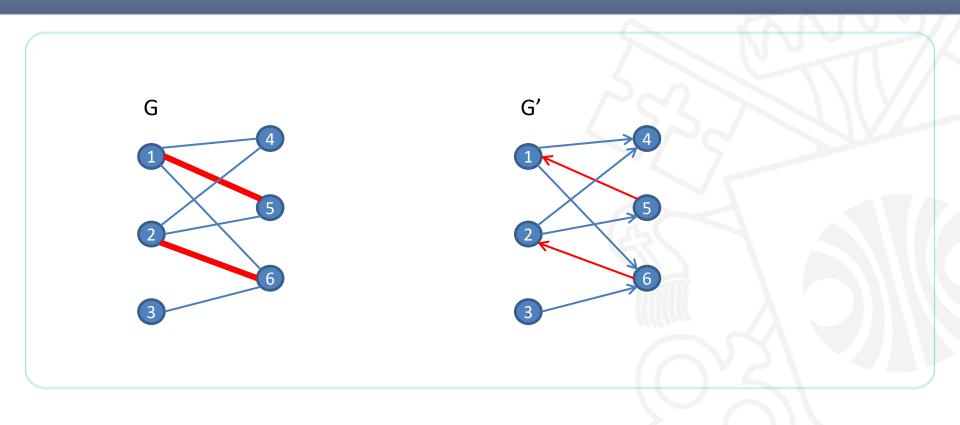


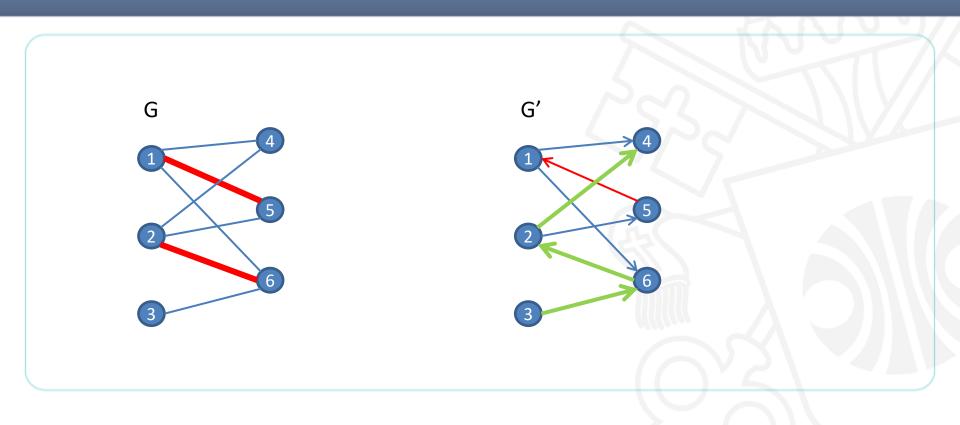


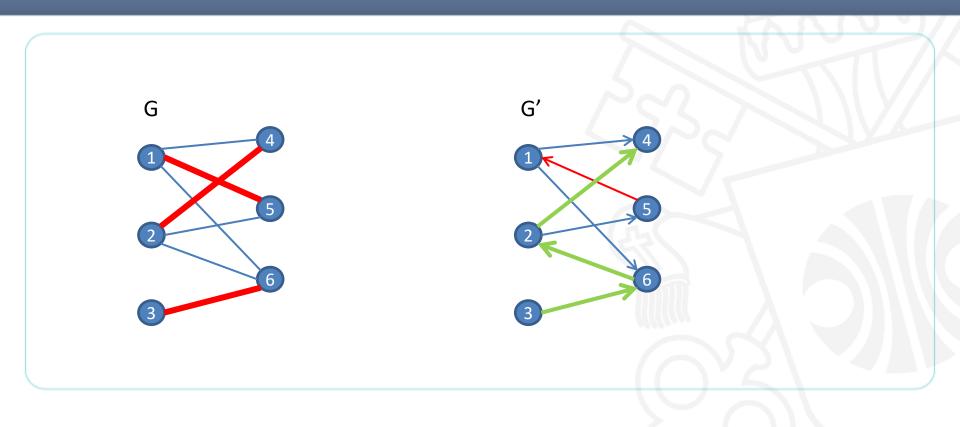




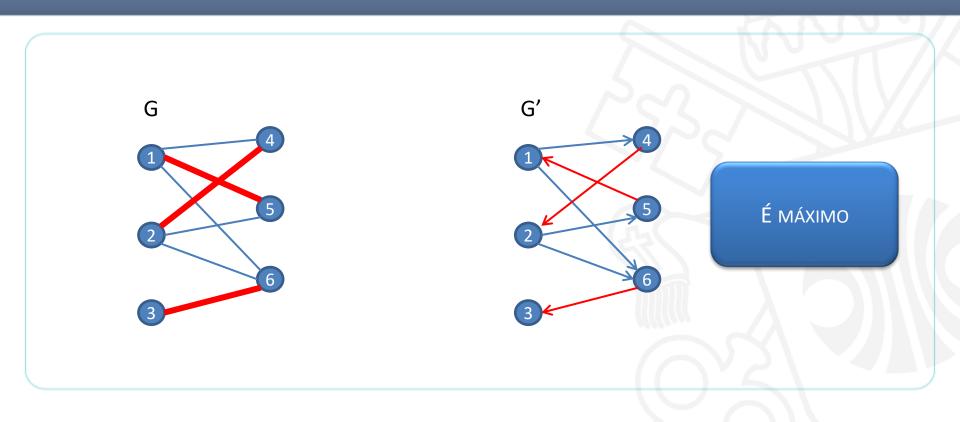


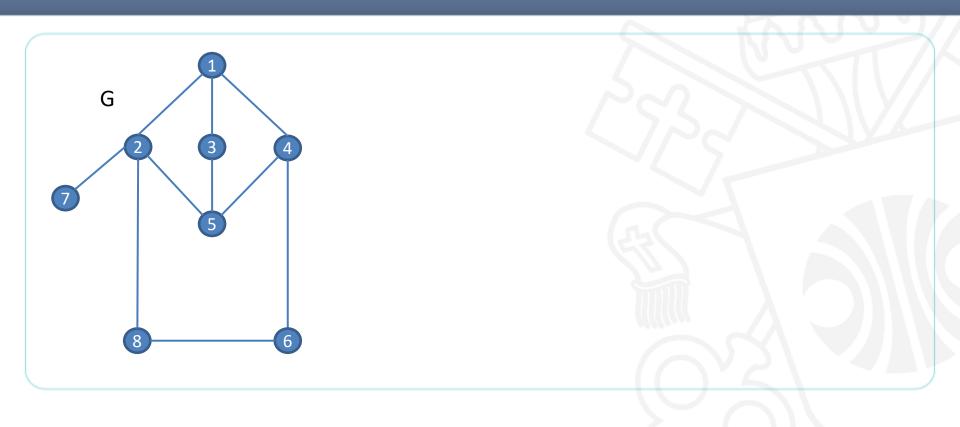


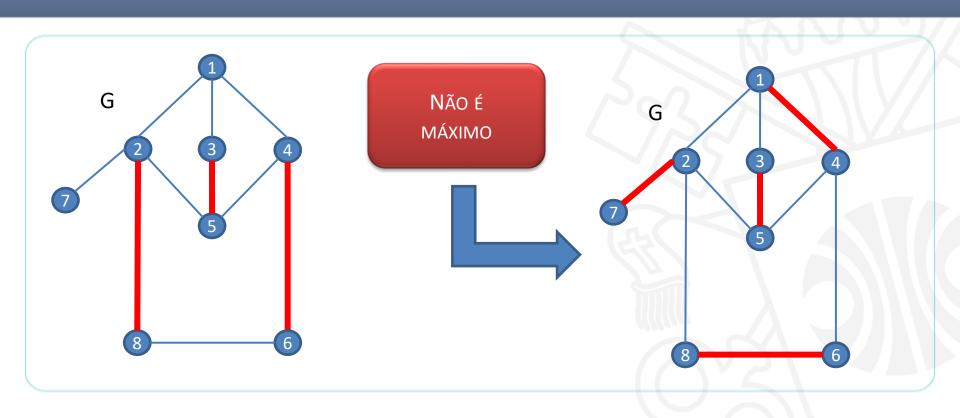


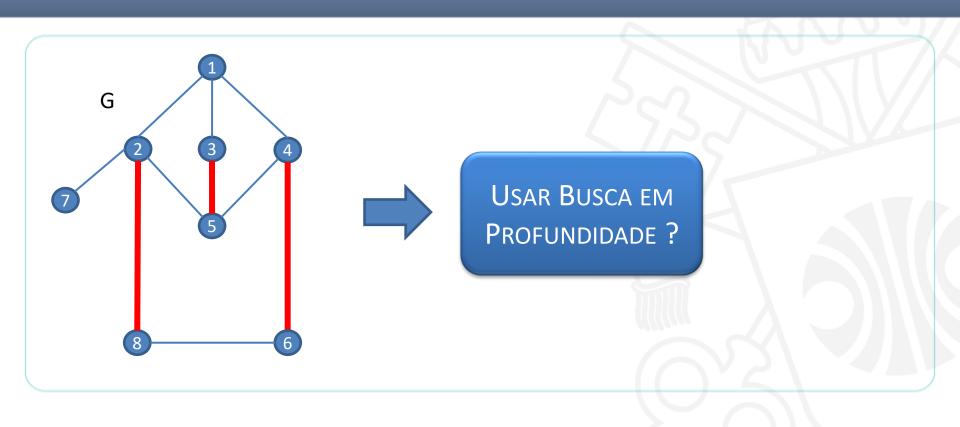


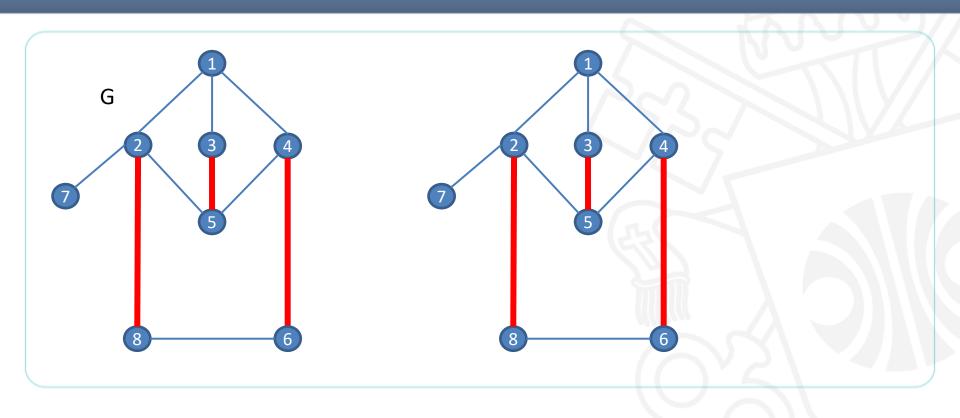


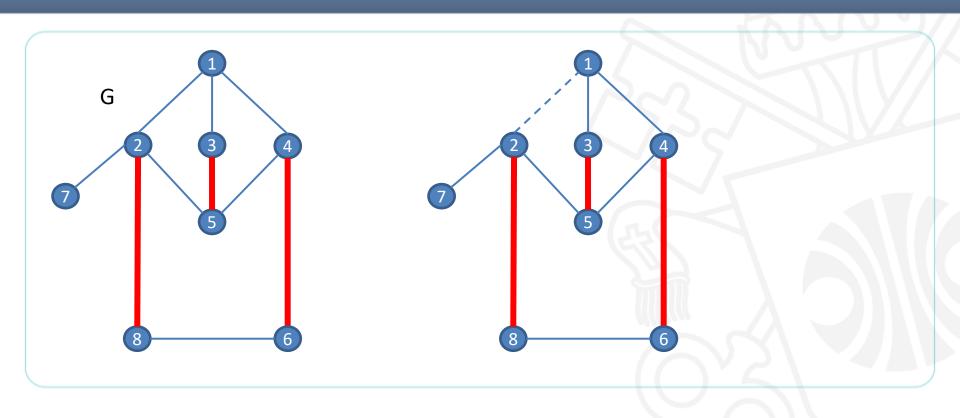


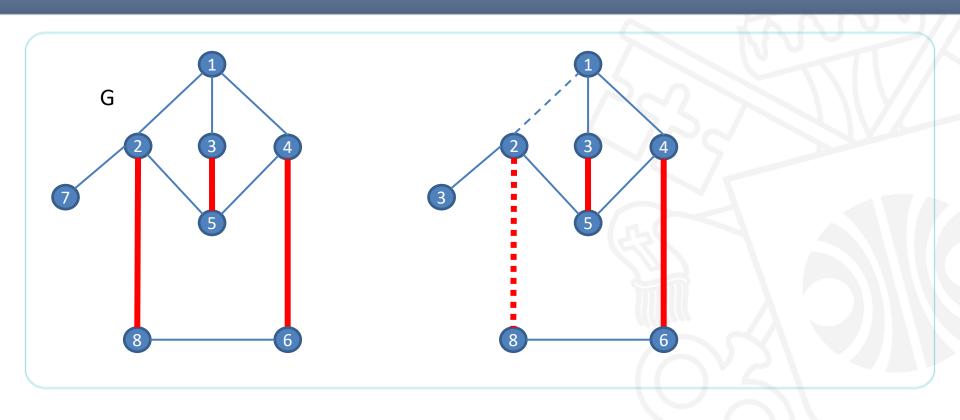


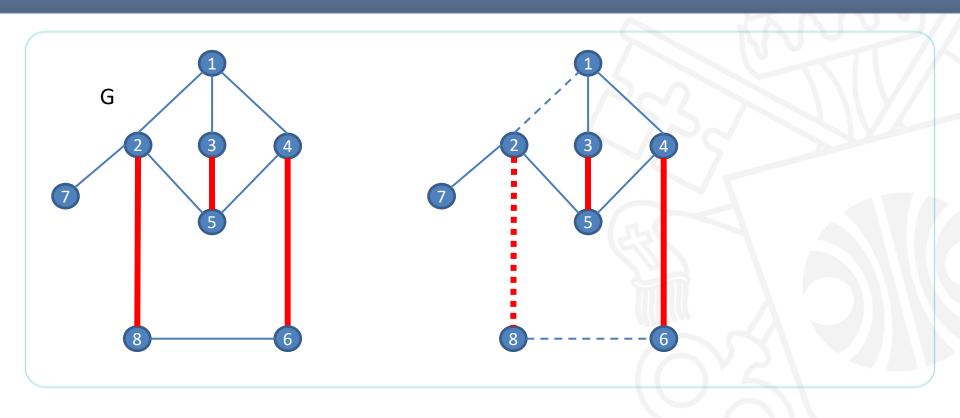


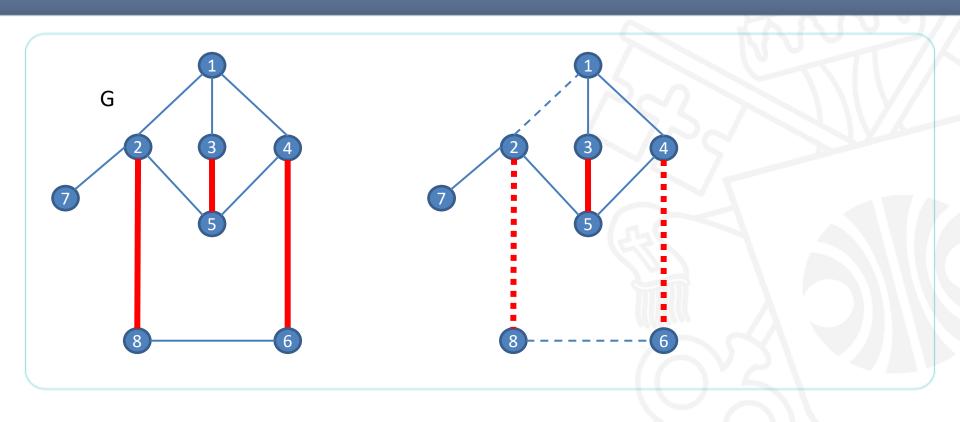


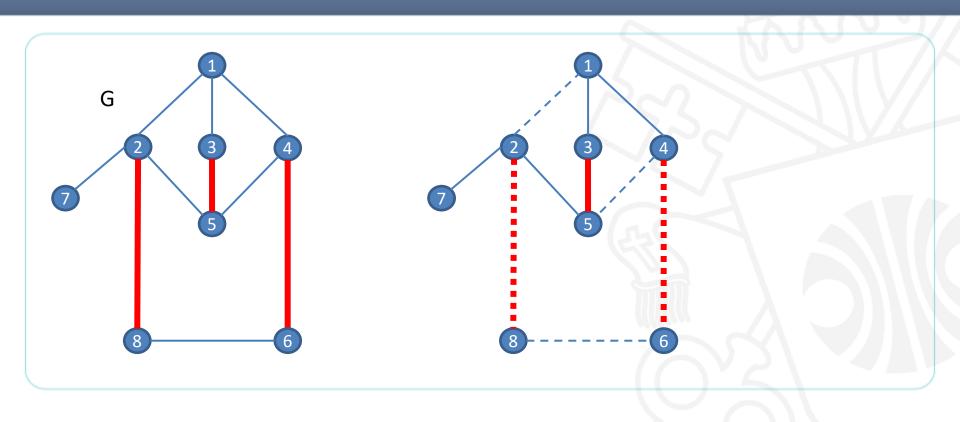


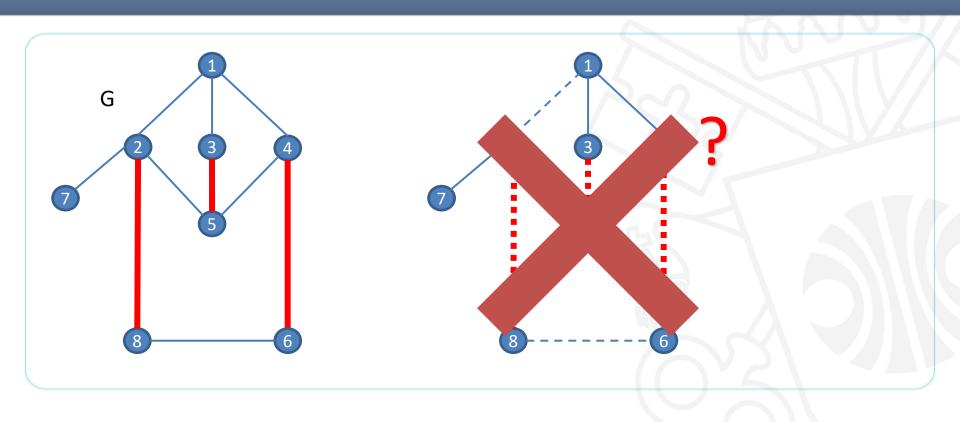


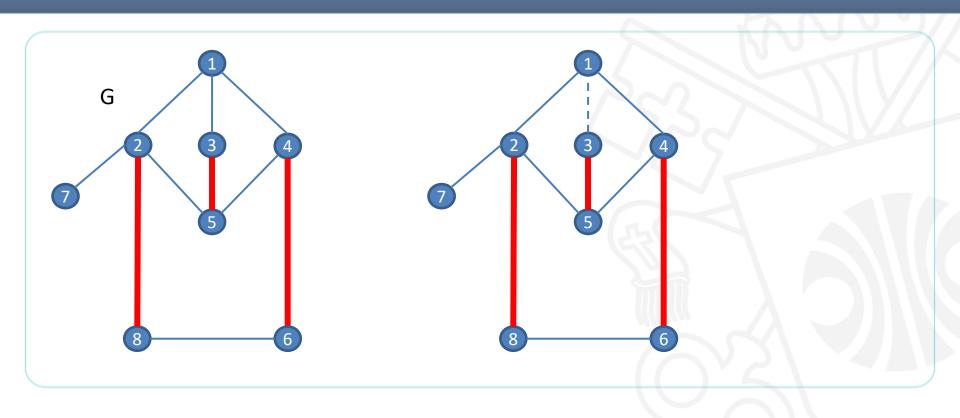


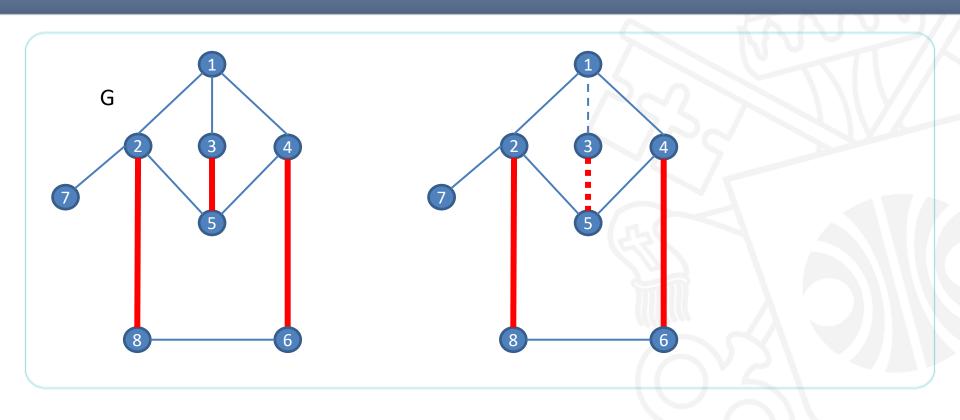


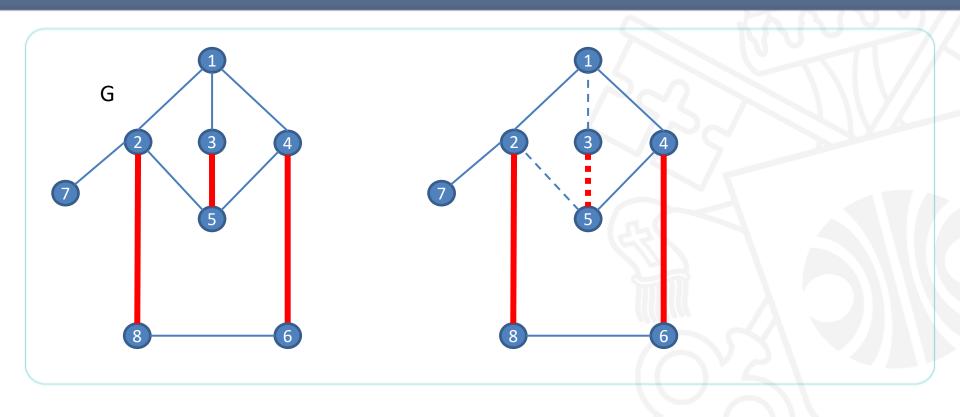


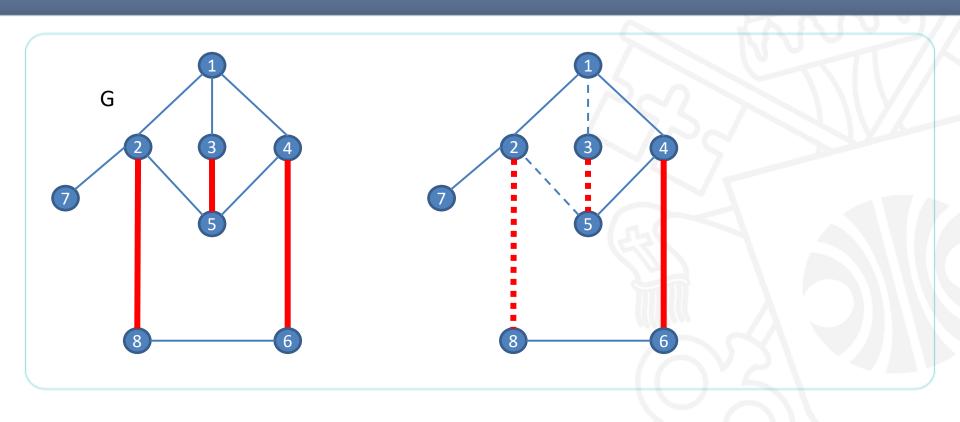


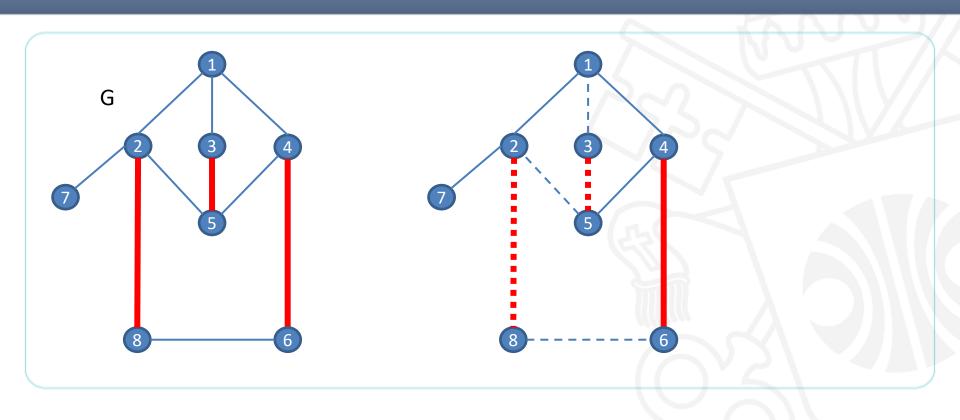


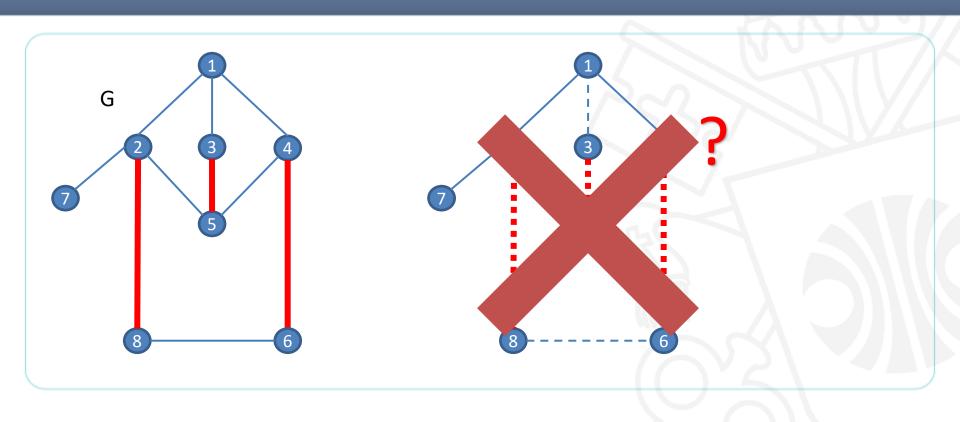


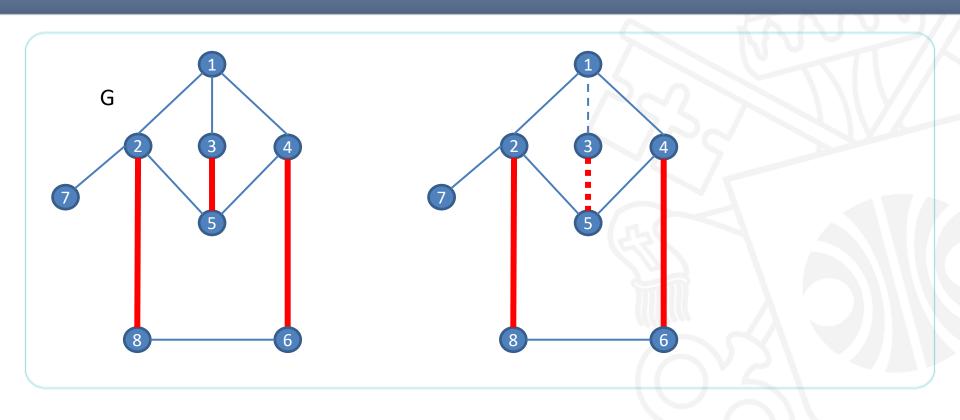


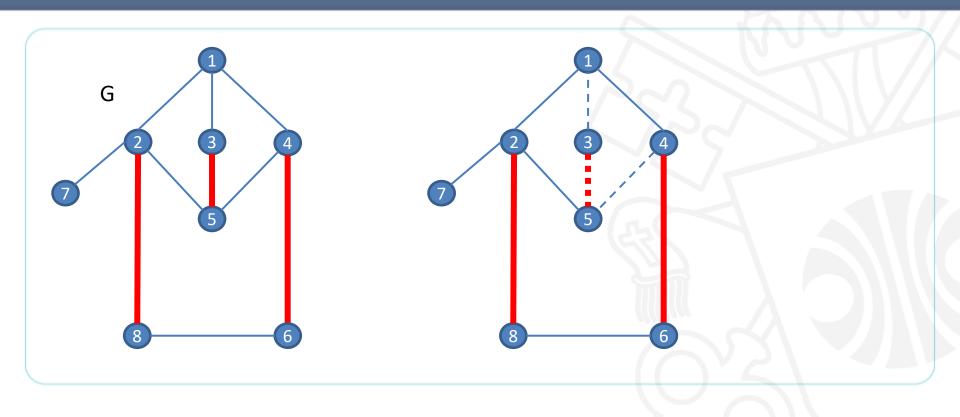


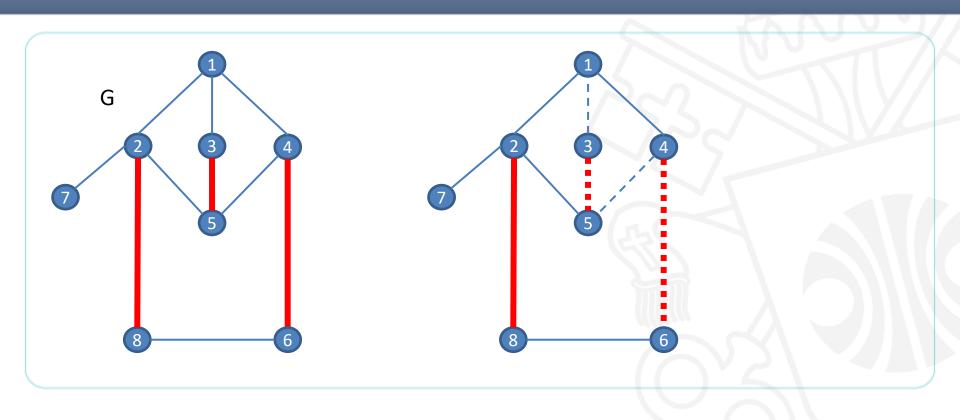


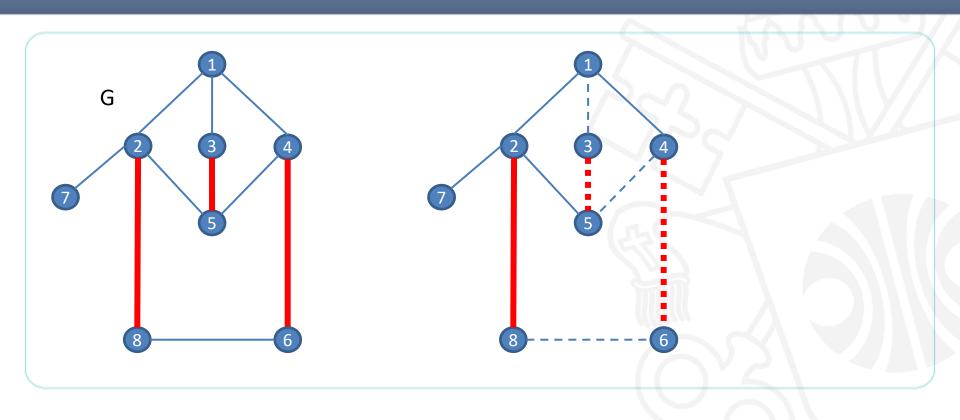


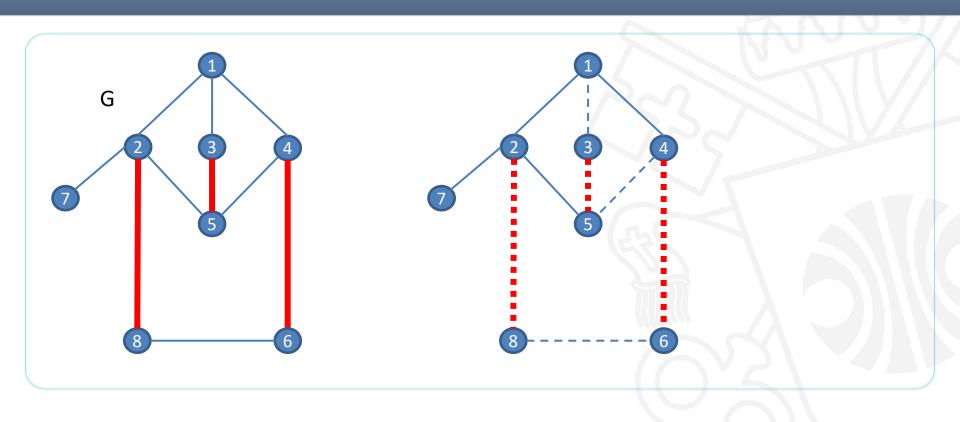


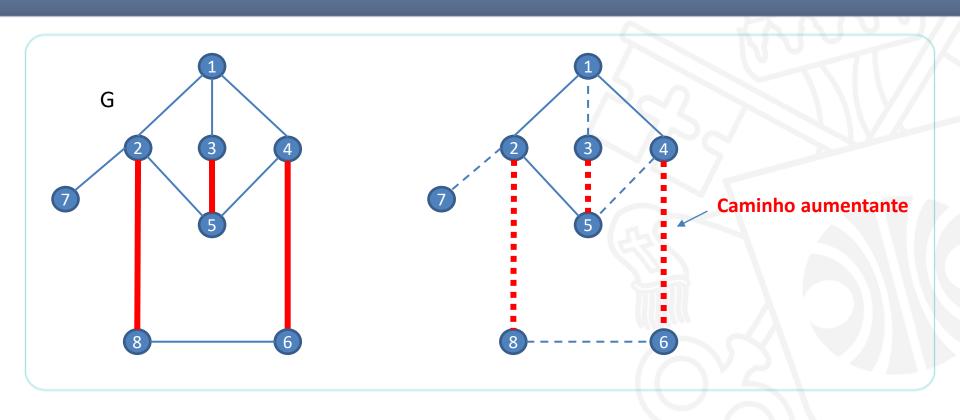


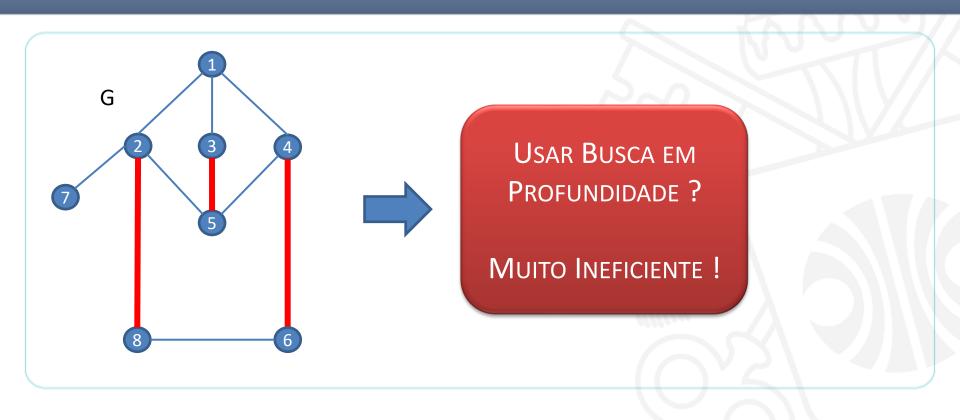


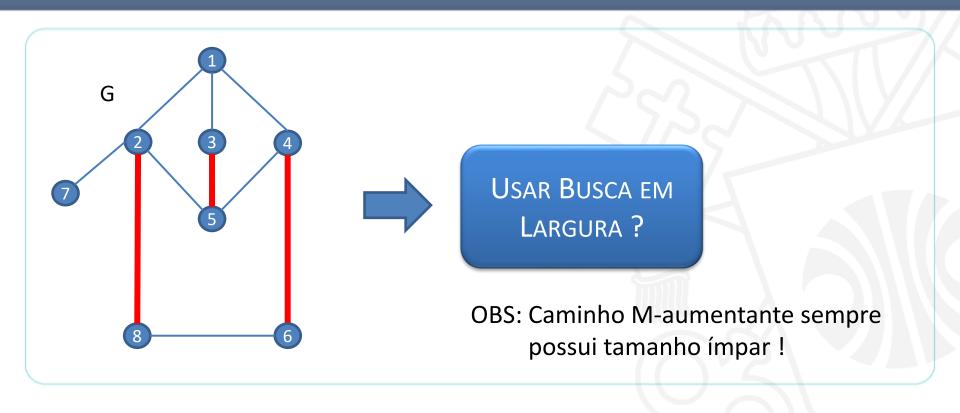


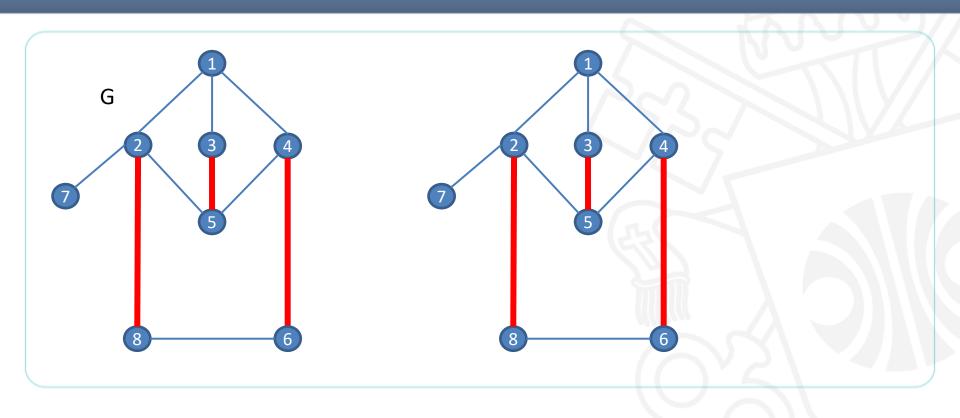


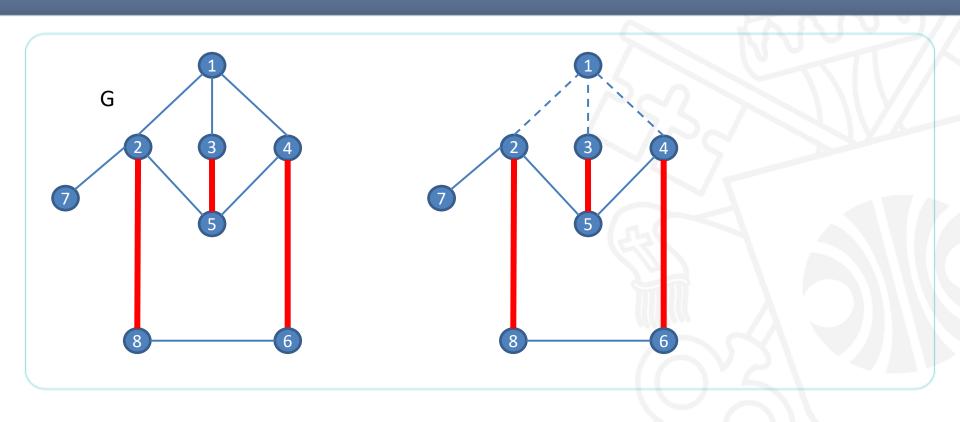


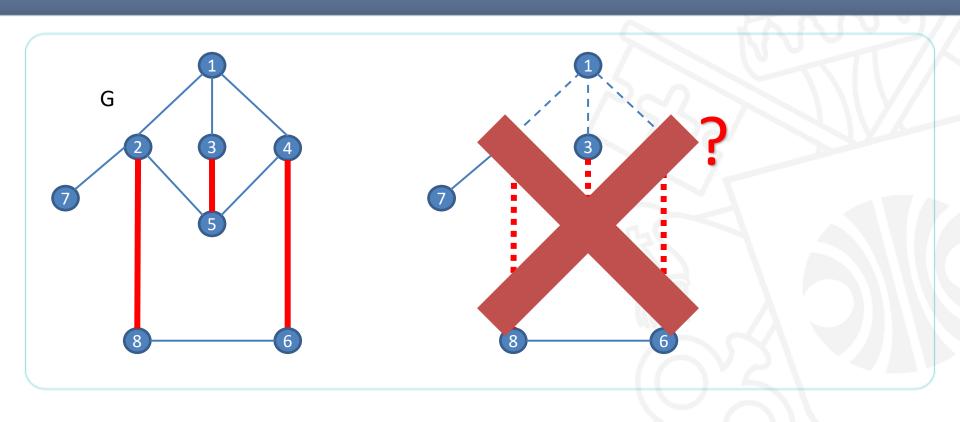






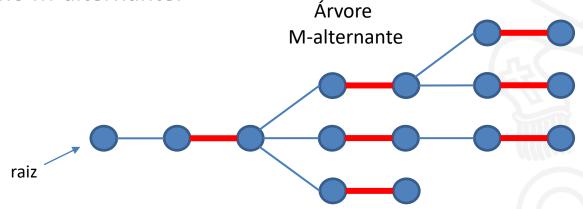






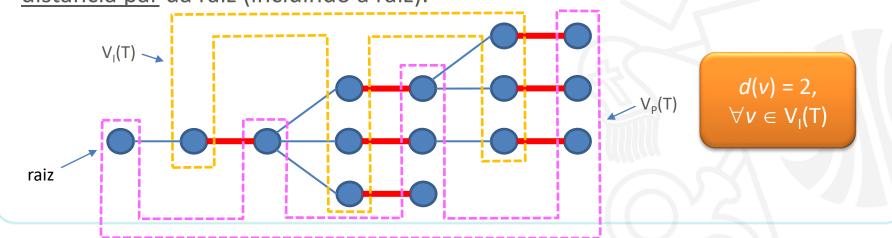
#### **Árvore M-alternante**

Seja um grafo não direcionado G = (V, E), M um emparelhamento de G e X o conjunto dos vértices livres. Uma **árvore M-alternante** T é uma árvore de G com raiz em um vértice  $r \in X$  tal que todo caminho entre r e uma folha de T seja um caminho M-alternante.



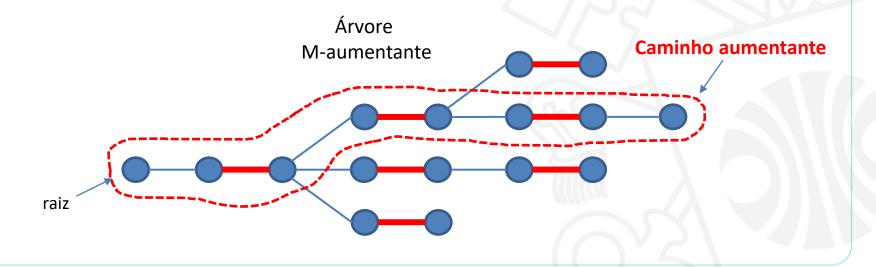
#### **Árvore M-alternante**

Em uma árvore M-alternante T com raiz  $r \in X$ , pode-se subdividir os vértices V(T) da árvore em <u>dois conjuntos</u>:  $V_I(T)$  que contém os vértices que estão a uma <u>distância ímpar</u> da raiz e  $V_P(T)$  que contém os vértices que estão a uma <u>distância par</u> da raiz (incluindo a raiz).



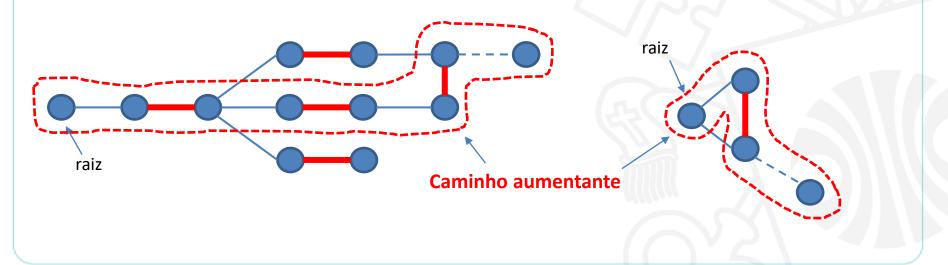
#### **Árvore M-aumentante**

Uma árvore M-alternante T é dita **árvore M-aumentante**, se T contém vértice *v* exposto que seja distinto de sua raiz (logo existe um caminho M-aumentante).



#### **Árvore M-aumentante – Desafio**

Uma árvore M-alternante T pode conter um ciclo de tamanho ímpar formado pela existência de aresta entre vértices "pares", isto é, que pertencem a  $V_P(T)$ .

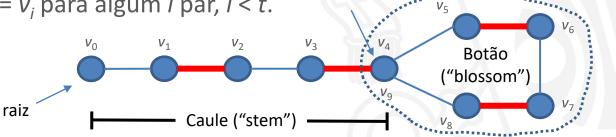


#### Blossom

Seja um grafo não direcionado G = (V, E), M um emparelhamento de G e X o conjunto dos vértices livres. Um passeio M-alternante  $v_0, v_1, \ldots, v_t$  é chamado de M-flor se satisfaz:



- $v_0, v_1, \ldots, v_{t-1}$  são distintos,
- $t \in \text{impar, e } v_t = v_i \text{ para algum } i \text{ par, } i < t.$

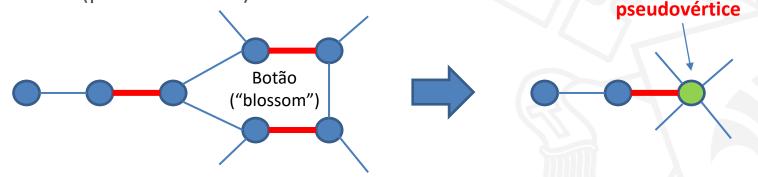


base

M-Flor

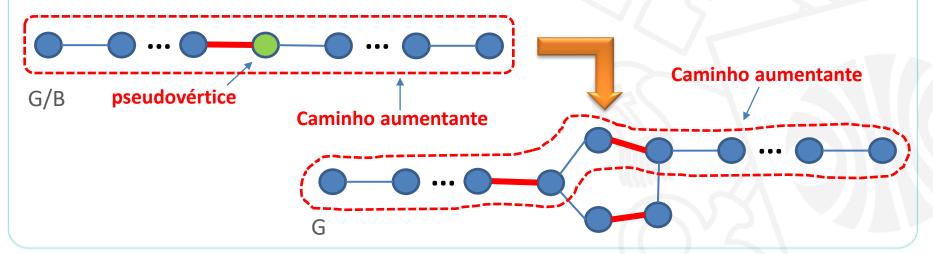
# Contração de Blossom

Se B é um M-botão, definimos o grafo G/B (chamado G contraído de B), com emparelhamento M/B, como o grafo que resulta da substituição do botão B por um vértice (pseudovértice).

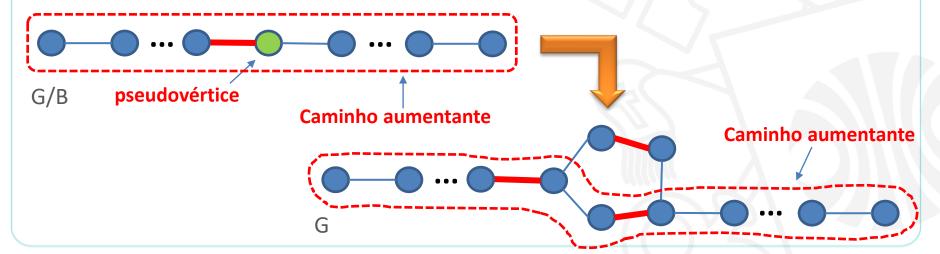


Dado um emparelhamento M em G e um botão B. Então M é máximo em G se e somente se M/B é um emparelhamento máximo em G/B. (Teorema Edmonds)

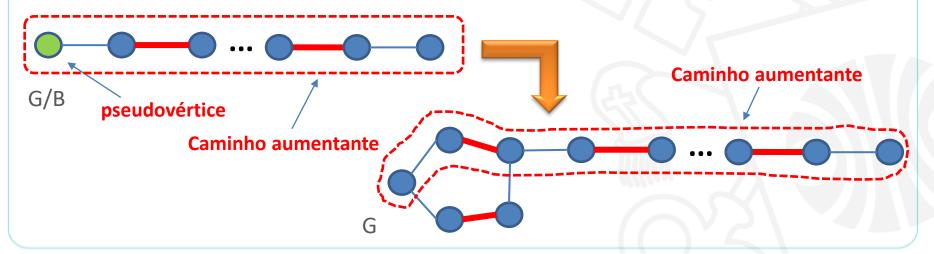
A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso o pseudovértice faça parte do caminho).



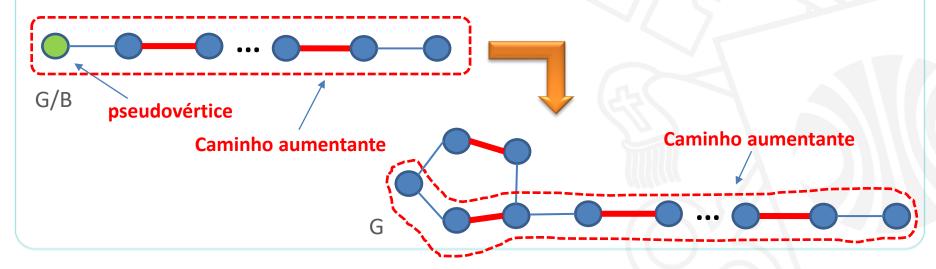
A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



# Método de Edmonds

#### Método de Edmonds

A ideia básica é buscar caminhos M-alternantes entre vértices distintos do conjunto de vértices livres (isto é, caminho M-aumentantes).

Se não existe caminho M-aumentante, então o emparelhamento é máximo.

Se for obtido um caminho M-aumentante P sem flor, reaplica-se o algoritmo a G com emparelhamento M  $\leftarrow$  M  $\oplus$  E<sub>P</sub> .

Se for encontrado um caminho com um botão B, aplica-se o algoritmo a G/B com emparelhamento M/B.

Uma vez que G pode conter vértices resultantes de contrações, deve-se desfazê-las preservando-se a maximalidade do emparelhamento.

# Método de Edmonds – Algoritmo

#### Emparelhamento\_Máximo(G)

- 1.  $M \leftarrow \emptyset$ ;
- 2.  $P \leftarrow Encontra Caminho Aumentante(G, M);$
- 3. enquanto ( $P \neq \emptyset$ ) efetuar
  - a.  $M \leftarrow M \oplus E_p$
  - b.  $P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G, M);$

# Método de Edmonds – Algoritmo

retornar  $\emptyset$ ;

```
Encontra Caminho Aumentante(G, M)
     F \leftarrow Inicializa Floresta Alternante(G, M);
    para todo vértice desmarcado v \in F tal que dist(v, F.raiz[v]) for par faça
         enquanto \exists aresta e = \{v, w\} desmarcada efetuar
              se w ∉ F então
                    Adicionar a Floresta(M, F, v, w);
               senão se dist(w, F.raiz[w]) for par então
                    retornar Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w);
          iii.
               Marcar aresta e;
          Marcar vértice v;
```

# Método de Edmonds – Algoritmo

```
Inicializa_Floresta_Aumentante(G, M)
```

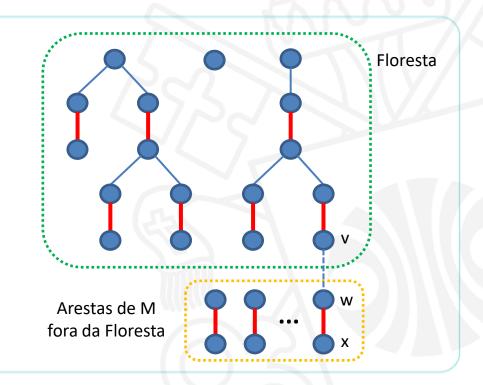
- 1.  $F \leftarrow \emptyset$ ;
- 2. para todo vértice  $v \in V(G)$  faça Desmarcar vértice v;
- 3. para todo vértice livre  $v \in V(G)$  faça
  - a. F.Adiciona\_Arvore\_Trivial(v);
  - b. F.raiz[v]  $\leftarrow v$ ;
- 4. para toda aresta  $e \in E(G)$  faça Desmarcar aresta  $\{v, w\}$ ;
- 5. para toda aresta  $e \in M$  faça Marcar aresta  $\{v, w\}$ ;
- 6. <u>retornar</u> F;

```
    Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
    Encontrar a aresta {w, x} ∈ M;
    F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(w);
    F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
    F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(x);
    F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
    F.raiz[w] ← F.raiz[v];
```

 $F.raiz[x] \leftarrow F.raiz[v];$ 

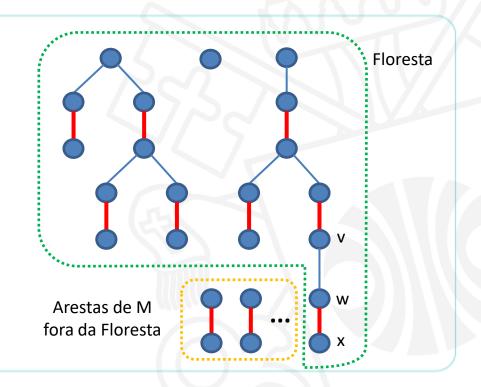
```
Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
```

- 1. Encontrar a aresta  $\{w, x\} \in M$ ;
- F.Arvore(v).Adiciona\_Vertice(w);
- 3. F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
- 4. F.Arvore(v).Adiciona\_Vertice(x);
- F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
- 6. F.raiz[w]  $\leftarrow$  F.raiz[v];
- 7. F.raiz[x]  $\leftarrow$  F.raiz[v];



```
Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
```

- 1. Encontrar a aresta  $\{w, x\} \in M$ ;
- F.Arvore(v).Adiciona\_Vertice(w);
- 3. F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
- F.Arvore(v).Adiciona\_Vertice(x);
- F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
- 6. F.raiz[w]  $\leftarrow$  F.raiz[v];
- 7. F.raiz[x]  $\leftarrow$  F.raiz[v];



```
Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w)
     se F.raiz[v] \neq F.raiz[w] então
          P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])
     senão
        B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
          G' \leftarrow Contrair Blossom Grafo(G, B, z);
          M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
          P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
          se z \in P então
                P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
     retornar P;
```

Obter\_Novo\_Caminho(G, M, F, v, w)

- 1.  $\underline{\text{se}} \text{ F.raiz}[v] \neq \text{F.raiz}[w] \underline{\text{então}}$ 
  - a.  $P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])$

Caminho aumentante

```
Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w)
     se F.raiz[v] \neq F.raiz[w] então
          P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])
     senão
        B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
          G' \leftarrow Contrair Blossom Grafo(G, B, z);
          M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
          P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
          se z \in P então
                P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
     retornar P;
```

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
                  {v, w} é ignorada quando
                 dist(w, F.raiz[w]) for impar
```

```
a. B ← ObterCaminho(F, v, w) + v;
b. G' ← Contrair_Blossom_Grafo(G, B, z);
c. M' ← Contrair_Blossom_Emparelhamento(M, B, z);
d. P ← Encontra_Caminho_Aumentante(G', M');
e. se z ∈ P então
P ← Expandir_Blossom(P, G, B, z);
```

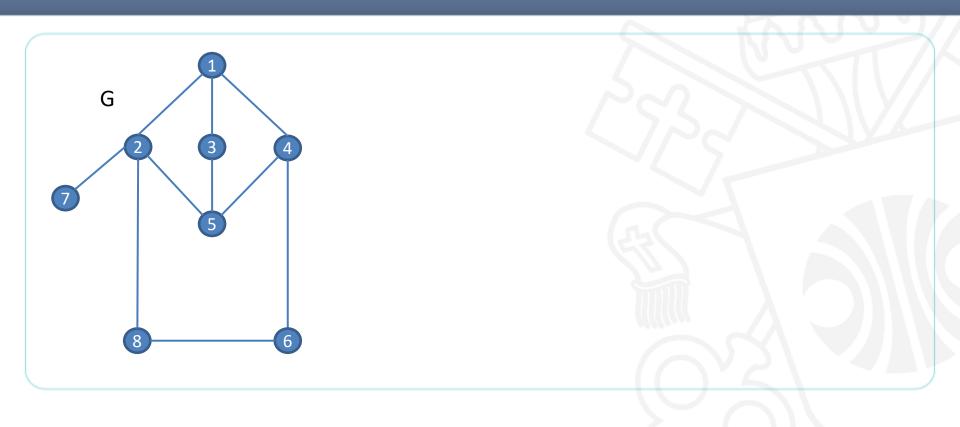
**Floresta** 

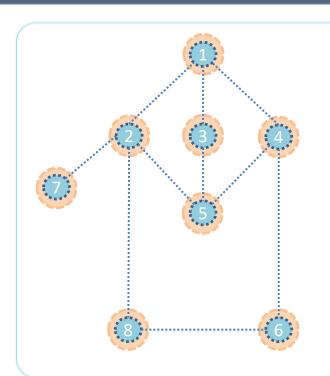
Blossom

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                             Caminho aumentante
```

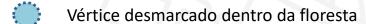
```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                             Caminho aumentante
```

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                                                                                          Blossom
                             Caminho aumentante
```









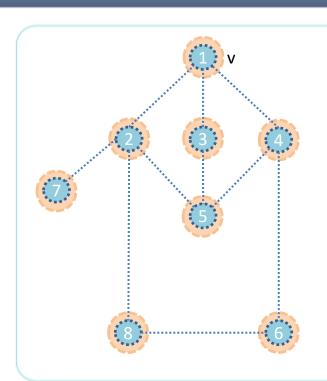
Vértice marcado

---- Aresta em análise

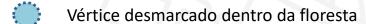
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

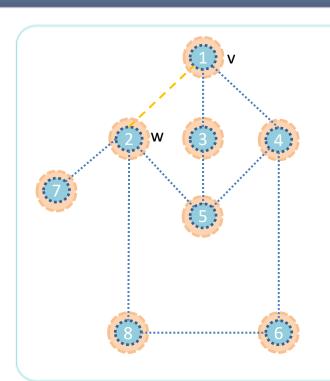
Aresta marcada dentro do emparelhamento



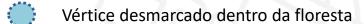




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







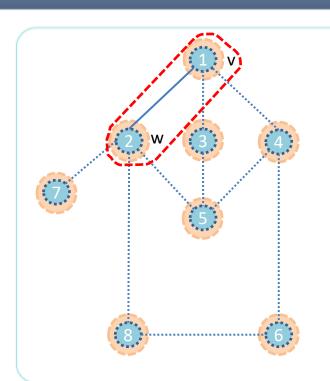
Vértice marcado

---- Aresta em análise

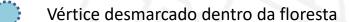
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







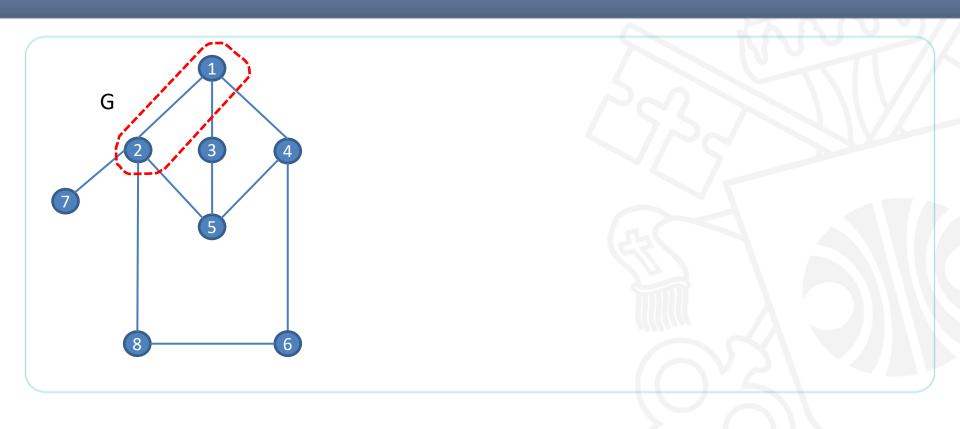


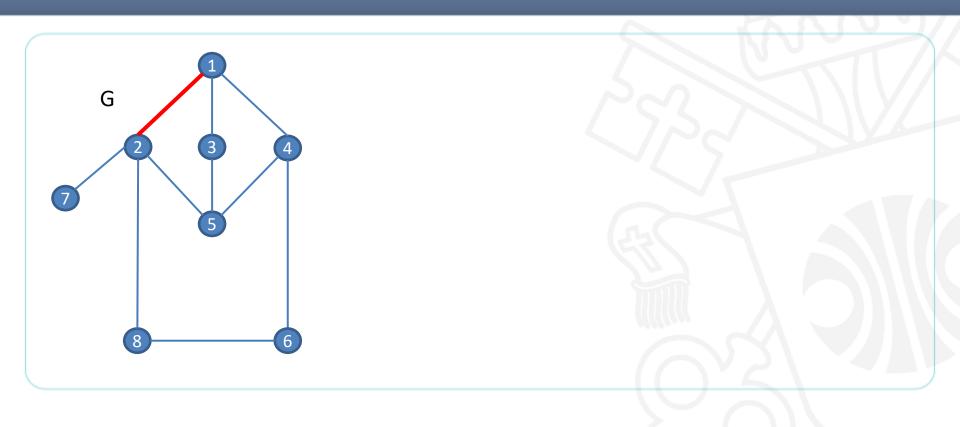
---- Aresta em análise

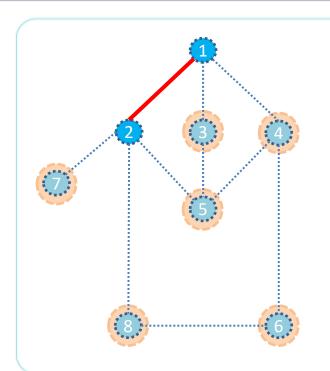
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento











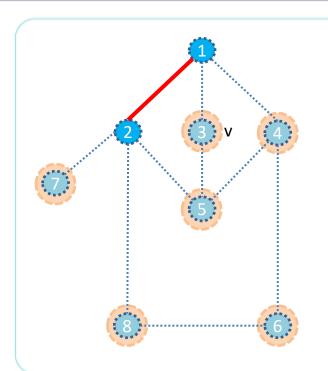


---- Aresta em análise

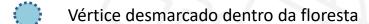
····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

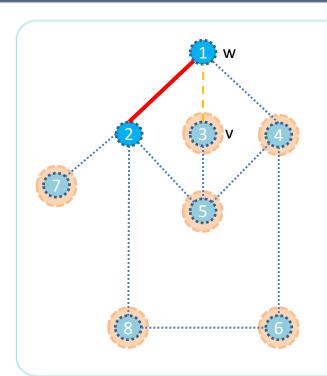
Aresta marcada dentro do emparelhamento



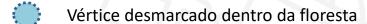




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







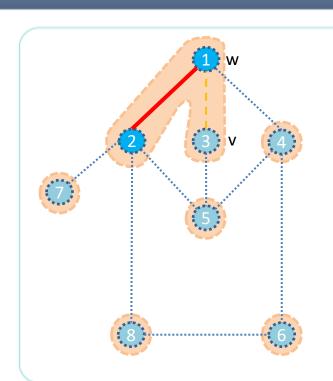


---- Aresta em análise

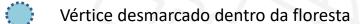
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

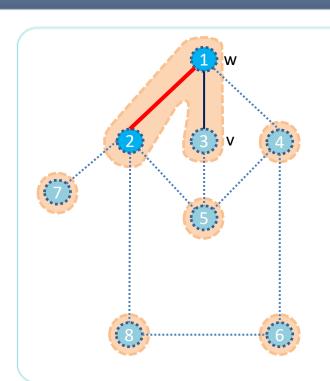
Aresta marcada dentro do emparelhamento



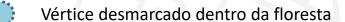




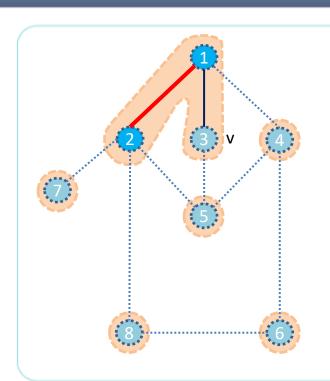
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



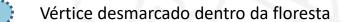




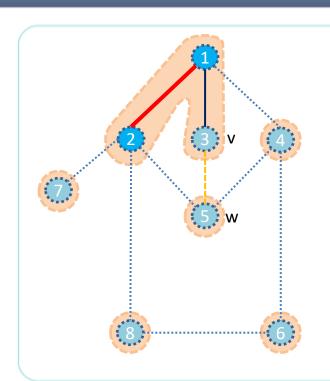
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



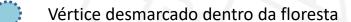




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







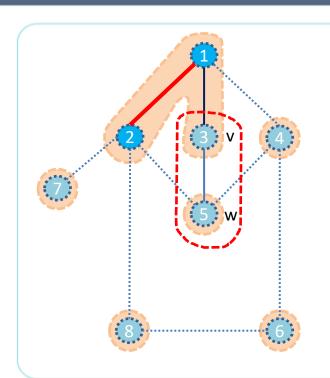


--- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

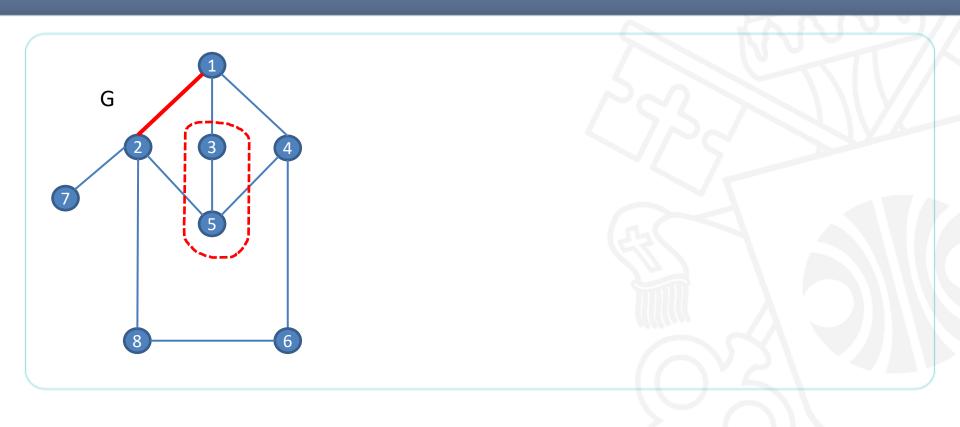
Aresta marcada dentro do emparelhamento

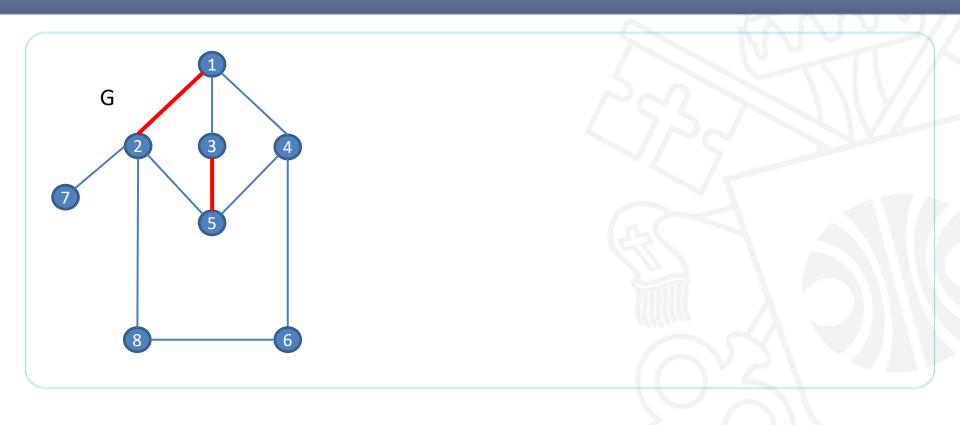


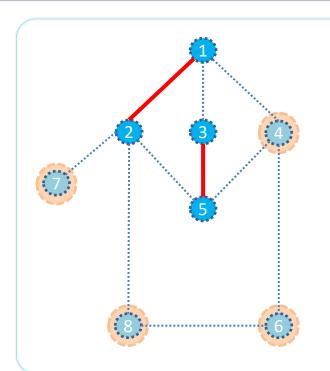




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta











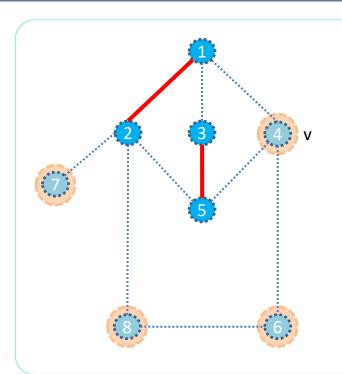


---- Aresta em análise

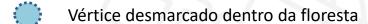
····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

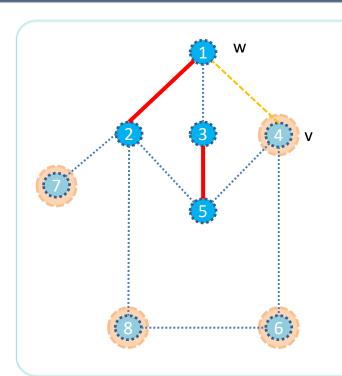
Aresta marcada dentro do emparelhamento



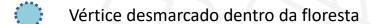




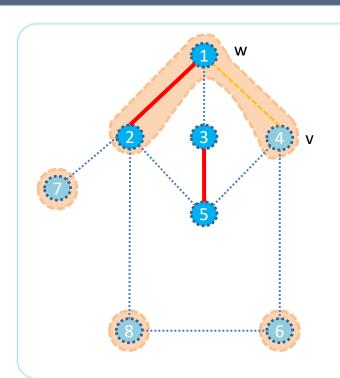
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







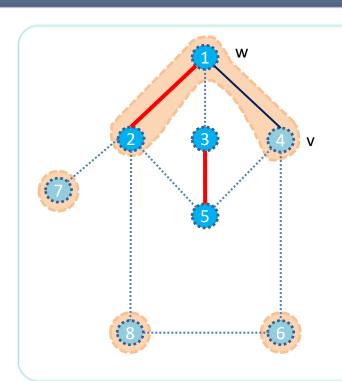


--- Aresta em análise

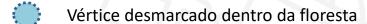
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

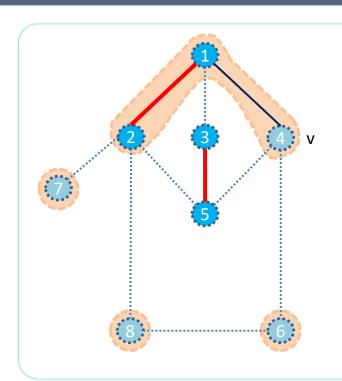
Aresta marcada dentro do emparelhamento



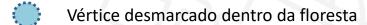




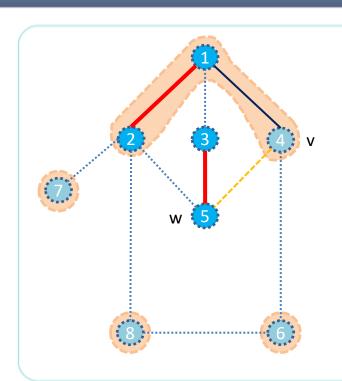
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



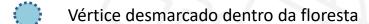




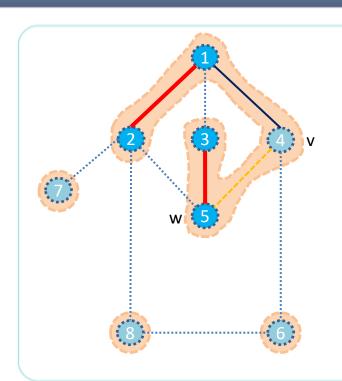
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







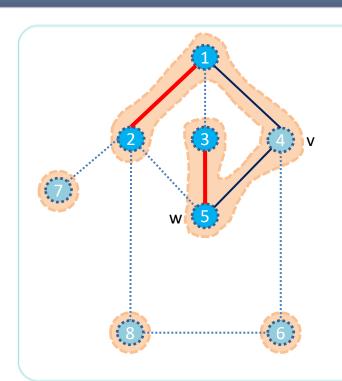


---- Aresta em análise

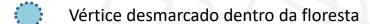
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

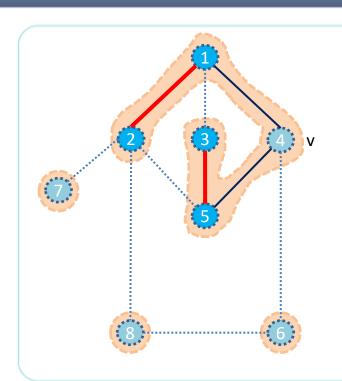
Aresta marcada dentro do emparelhamento



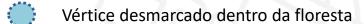




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







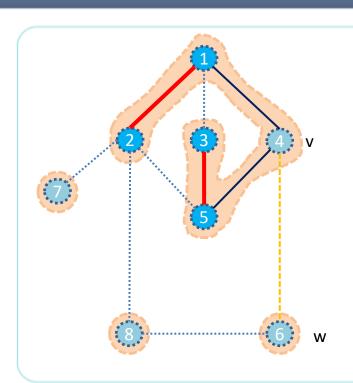
Vértice marcado

---- Aresta em análise

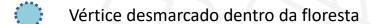
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

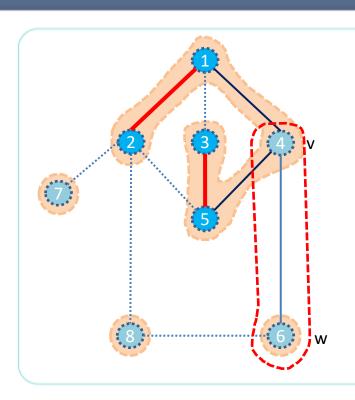
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







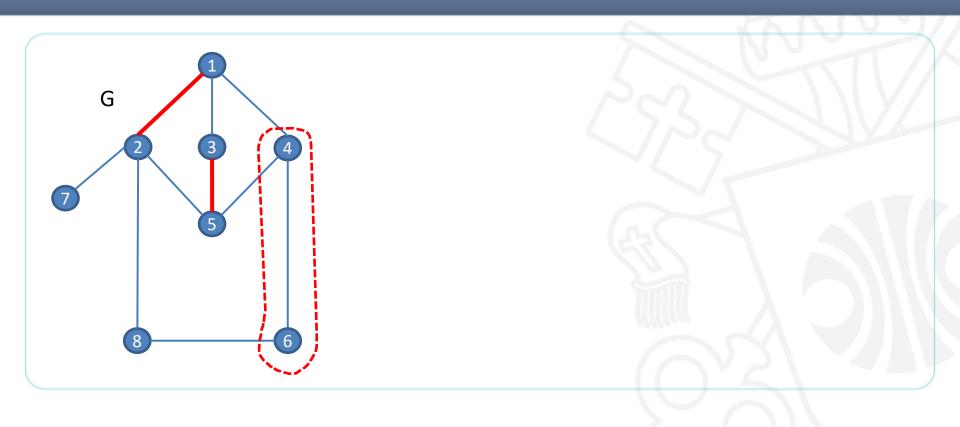
Vértice marcado

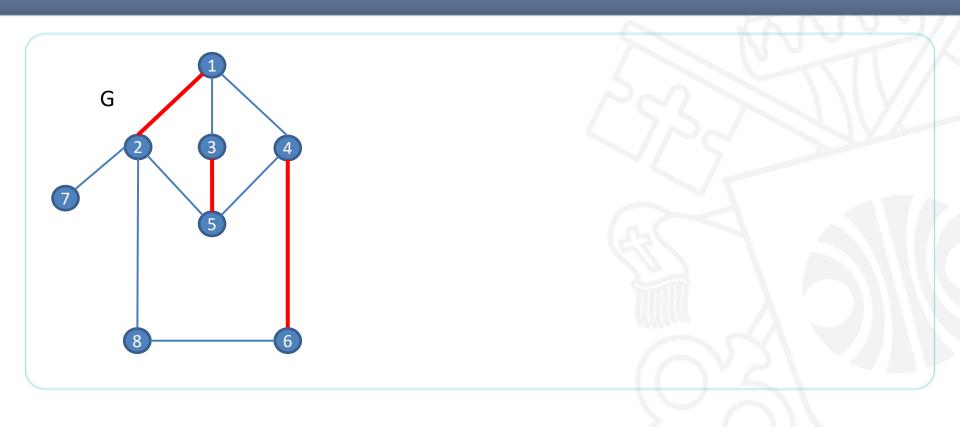
---- Aresta em análise

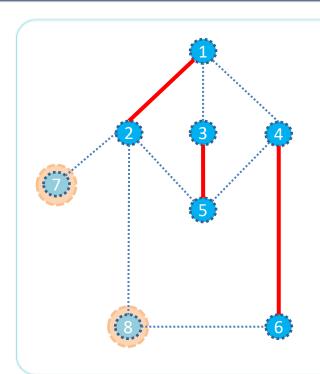
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento











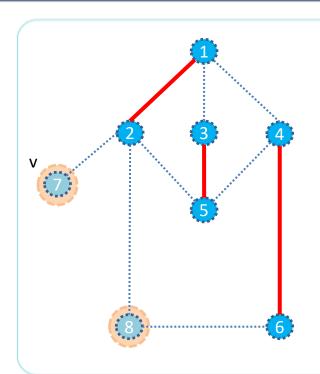


---- Aresta em análise

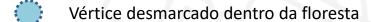
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







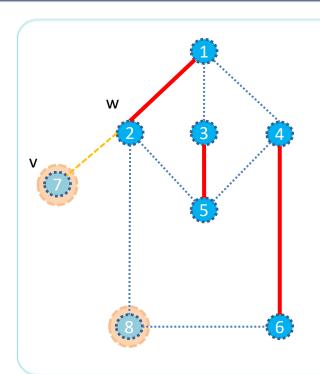


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







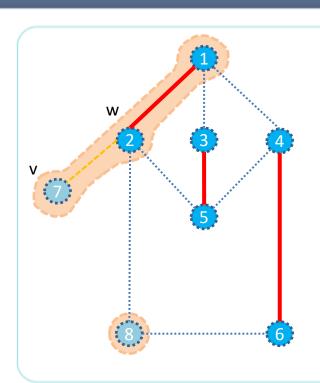


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







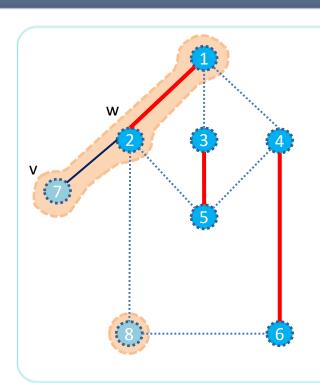
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







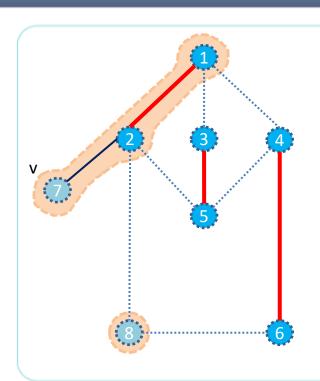


--- Aresta em análise

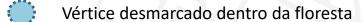
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

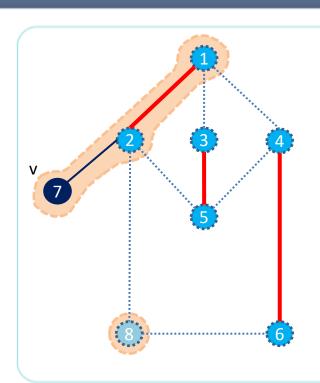
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







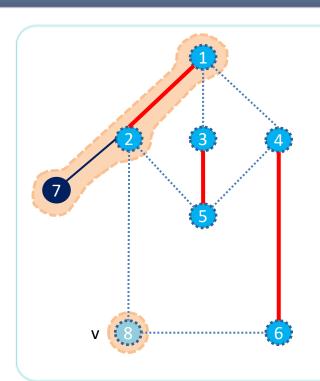


--- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

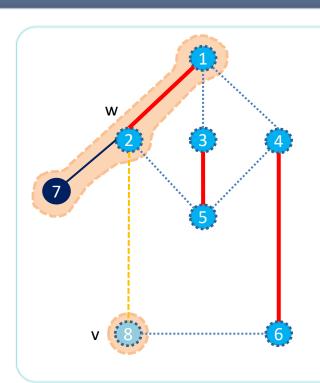
Aresta marcada dentro do emparelhamento



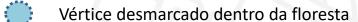




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







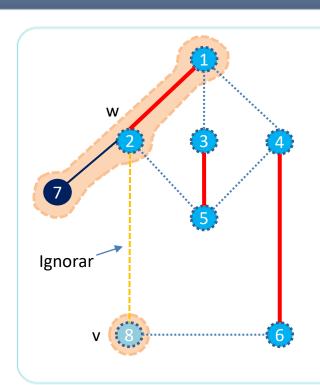
Vértice marcado

--- Aresta em análise

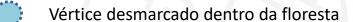
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







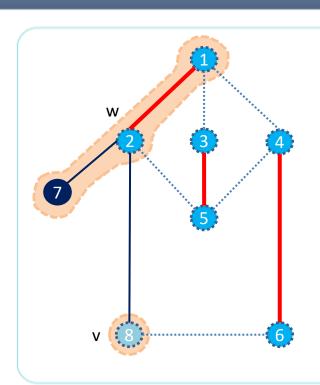


--- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







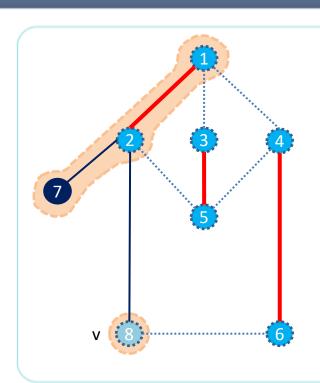
Vértice marcado

--- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







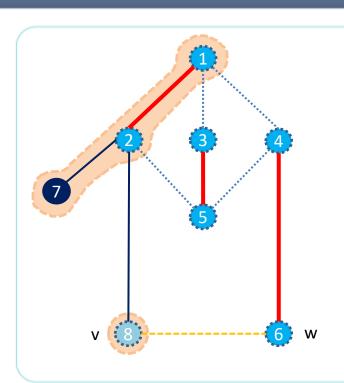


--- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

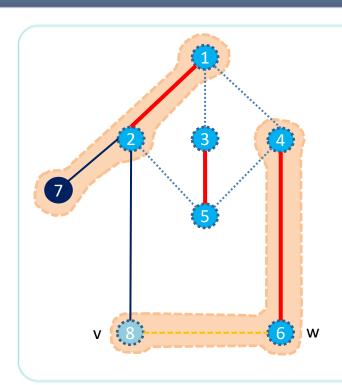
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







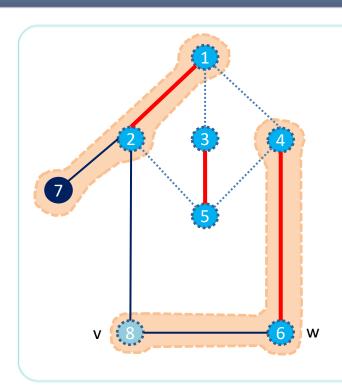


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

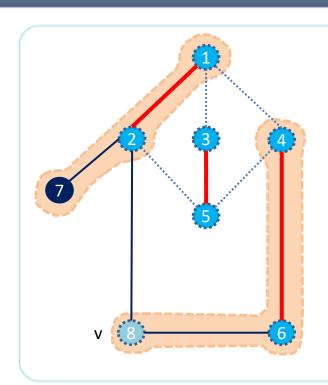
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







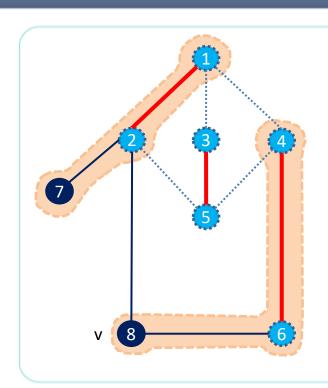


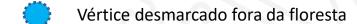
---- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







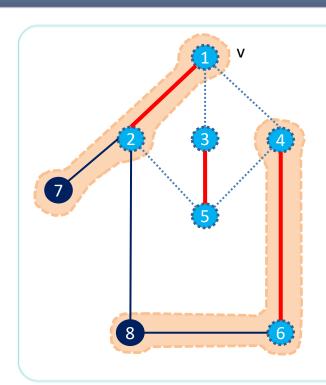
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







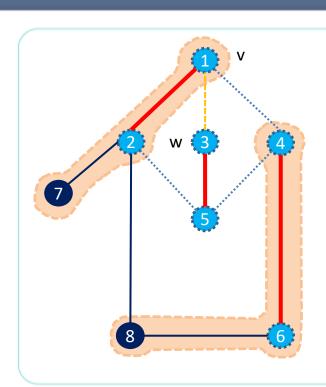


---- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

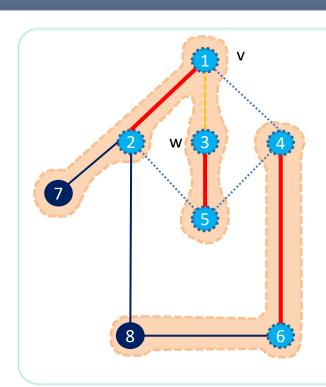
Aresta marcada dentro do emparelhamento



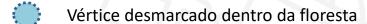




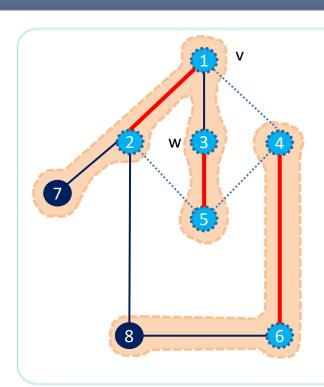
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta





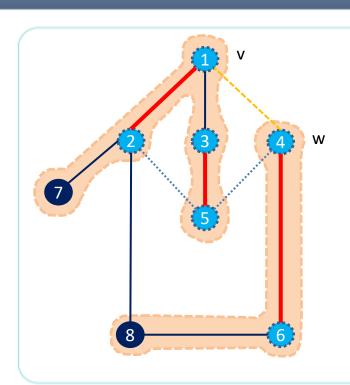


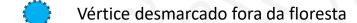
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta





- Vértice desmarcado dentro da floresta
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







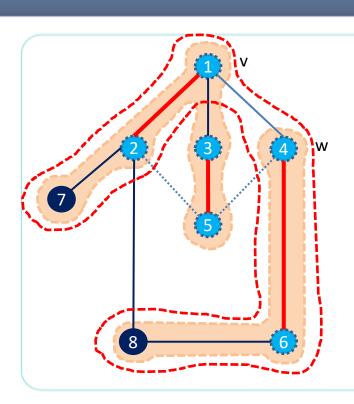
Vértice marcado

--- Aresta em análise

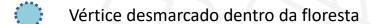
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

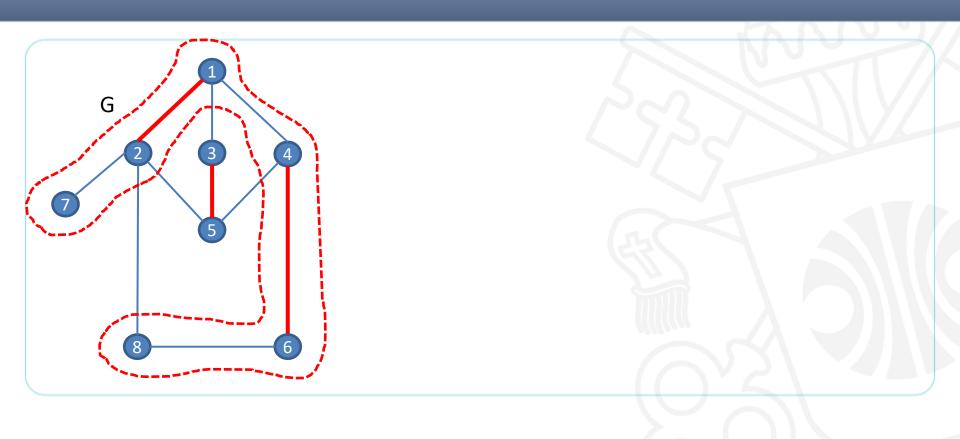
Aresta marcada dentro do emparelhamento

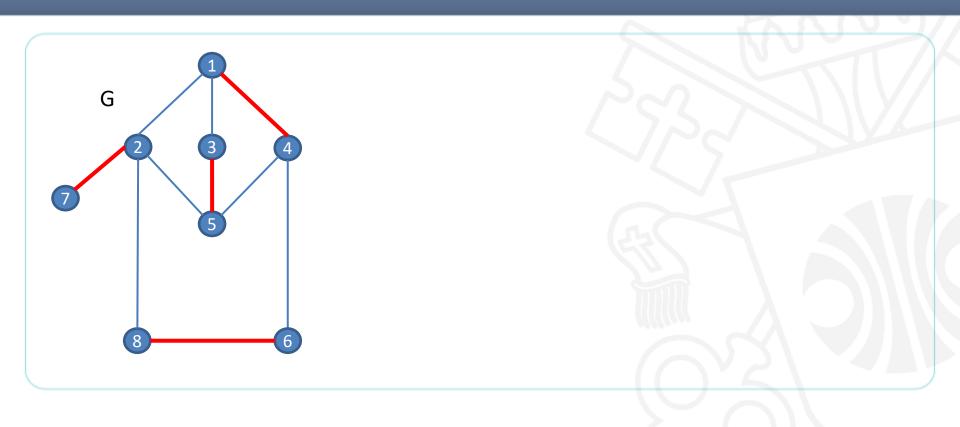


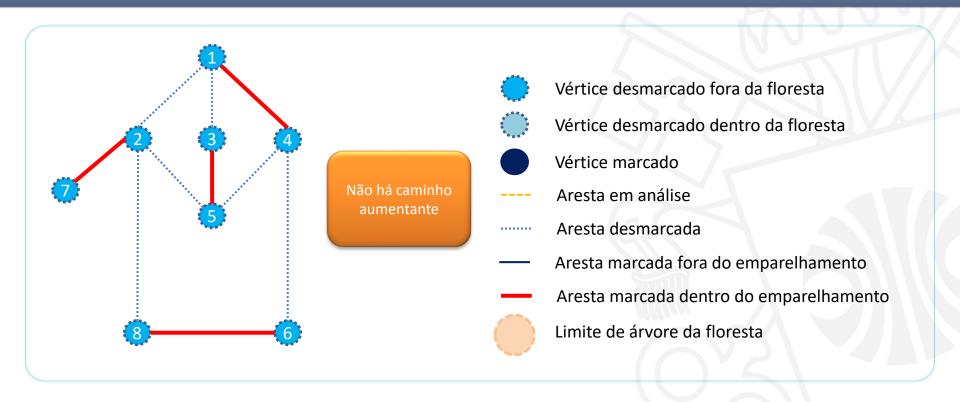


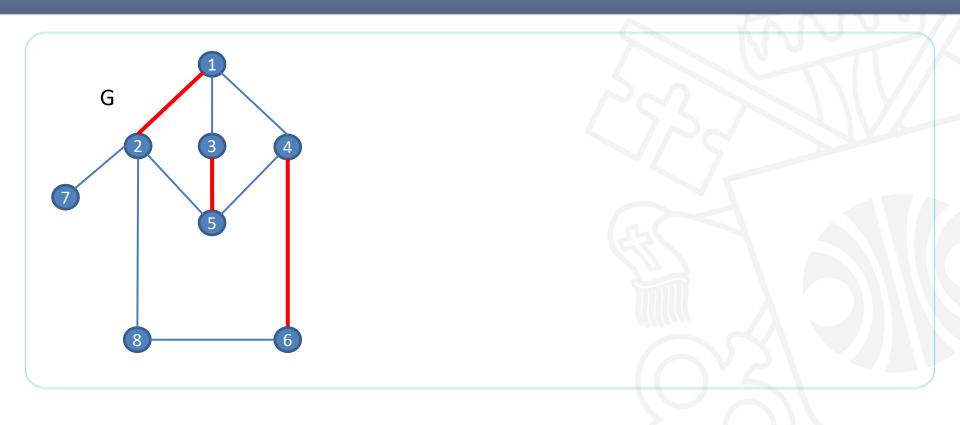


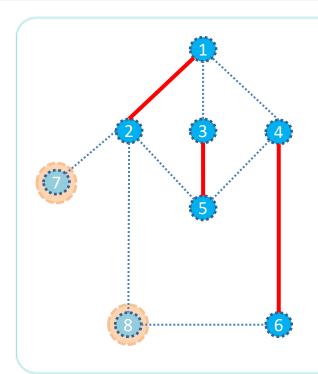
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta

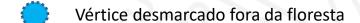


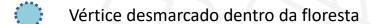












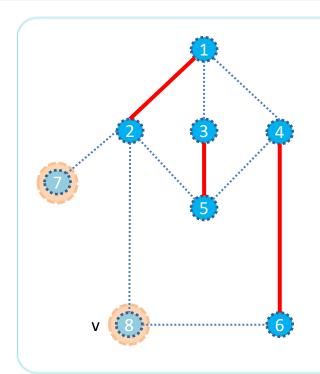
Vértice marcado

--- Aresta em análise

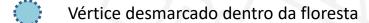
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

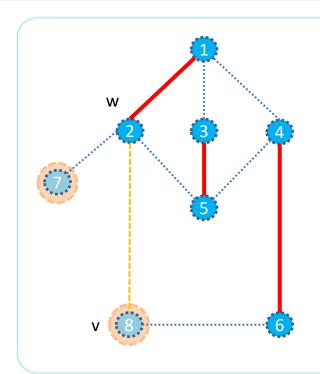
Aresta marcada dentro do emparelhamento



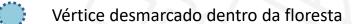




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







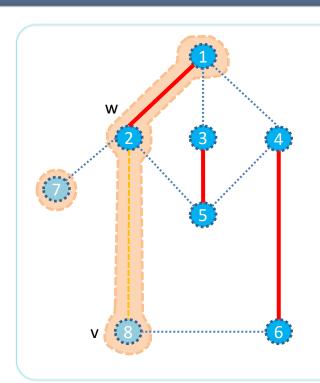
Vértice marcado

--- Aresta em análise

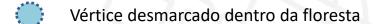
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

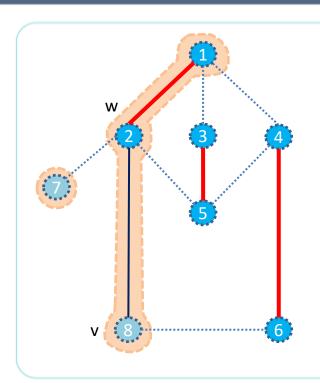
Aresta marcada dentro do emparelhamento







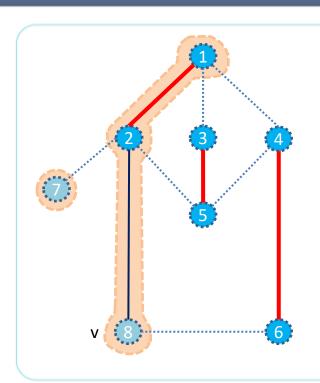
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







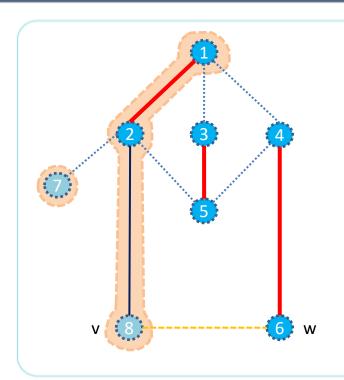


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

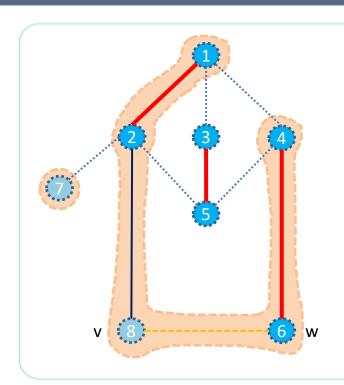
Aresta marcada dentro do emparelhamento



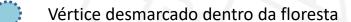




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







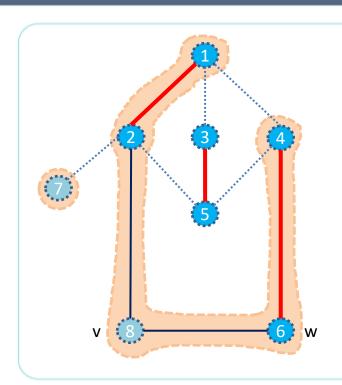


---- Aresta em análise

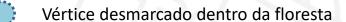
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

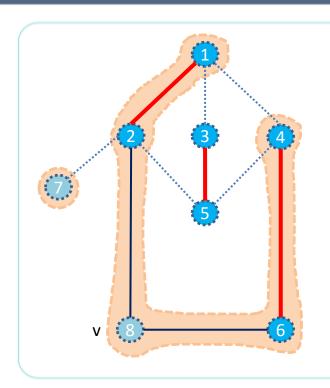
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







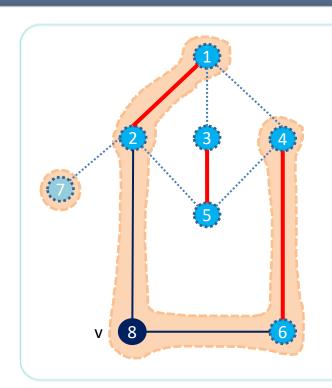


---- Aresta em análise

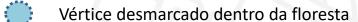
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







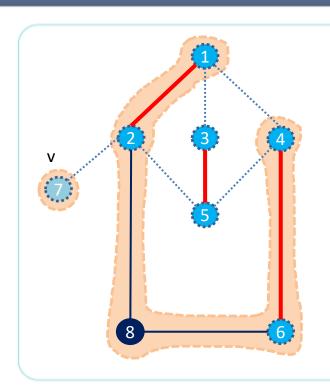
Vértice marcado

---- Aresta em análise

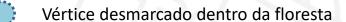
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







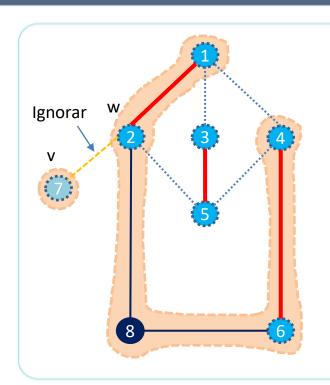


---- Aresta em análise

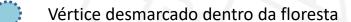
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







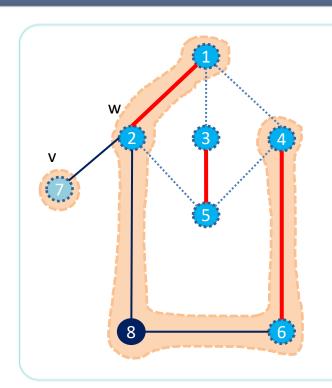


---- Aresta em análise

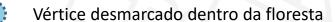
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







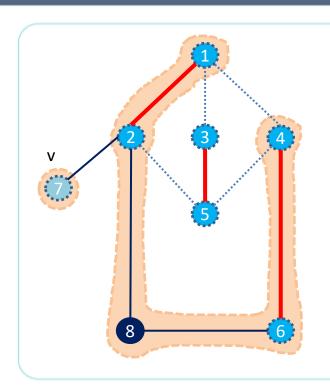


---- Aresta em análise

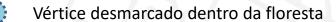
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

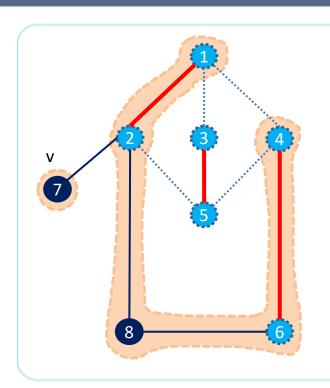
Aresta marcada dentro do emparelhamento



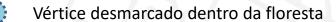




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







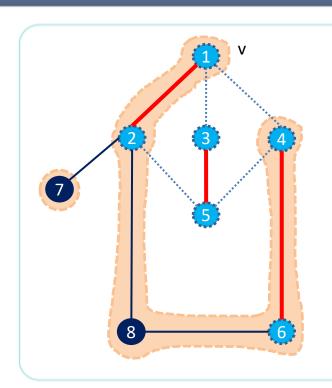
Vértice marcado

---- Aresta em análise

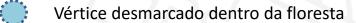
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

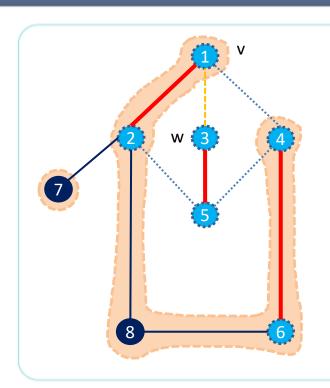
Aresta marcada dentro do emparelhamento



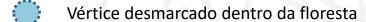




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







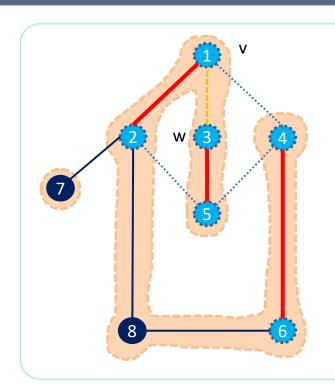


---- Aresta em análise

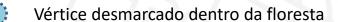
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







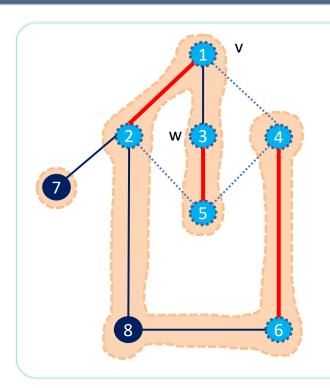
Vértice marcado

---- Aresta em análise

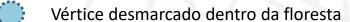
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







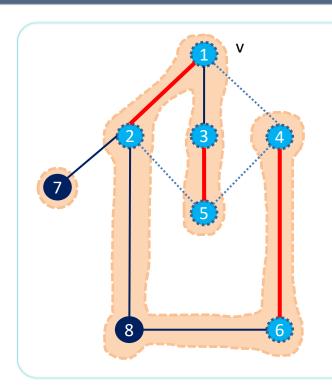


---- Aresta em análise

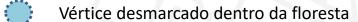
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







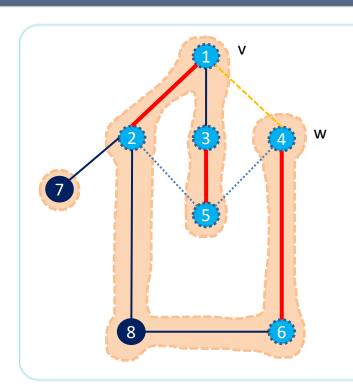


---- Aresta em análise

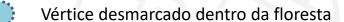
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

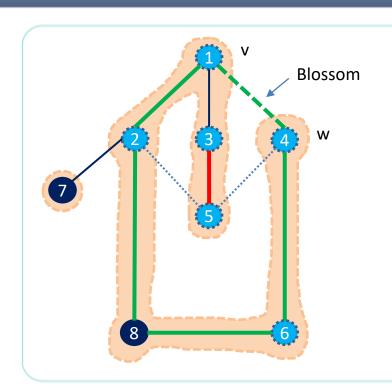
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







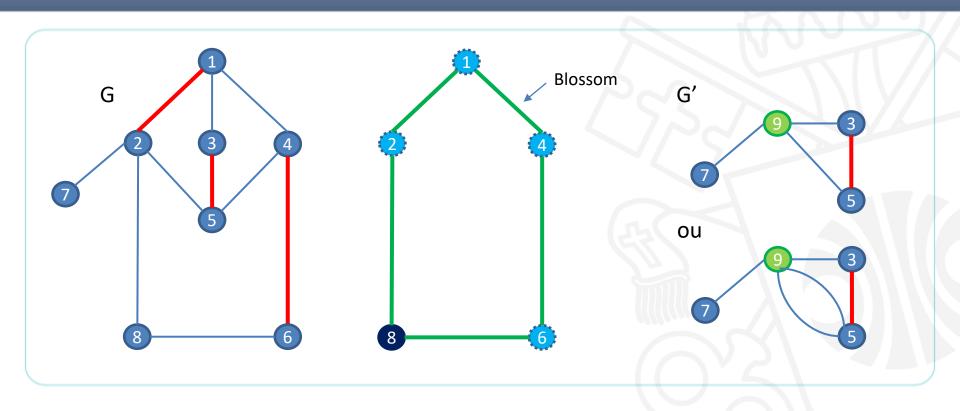


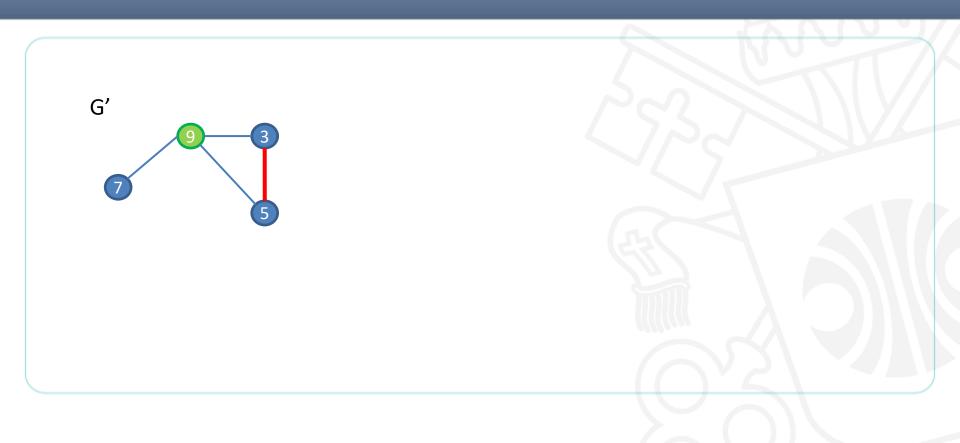
---- Aresta em análise

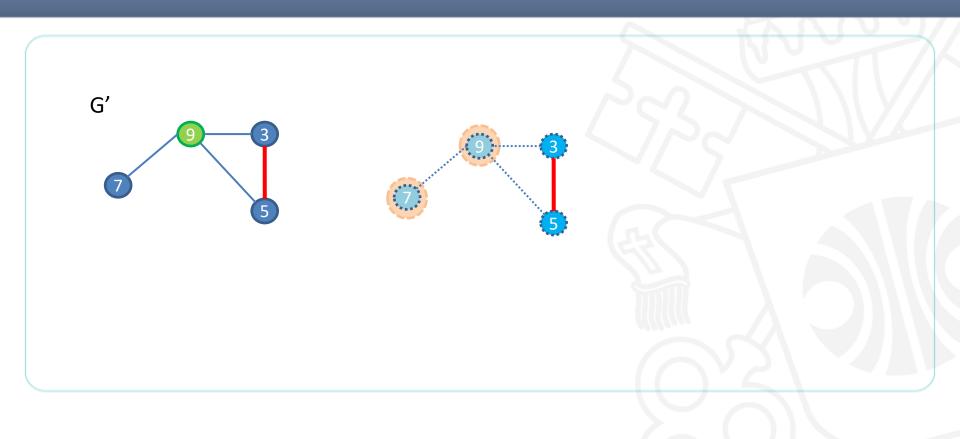
····· Aresta desmarcada

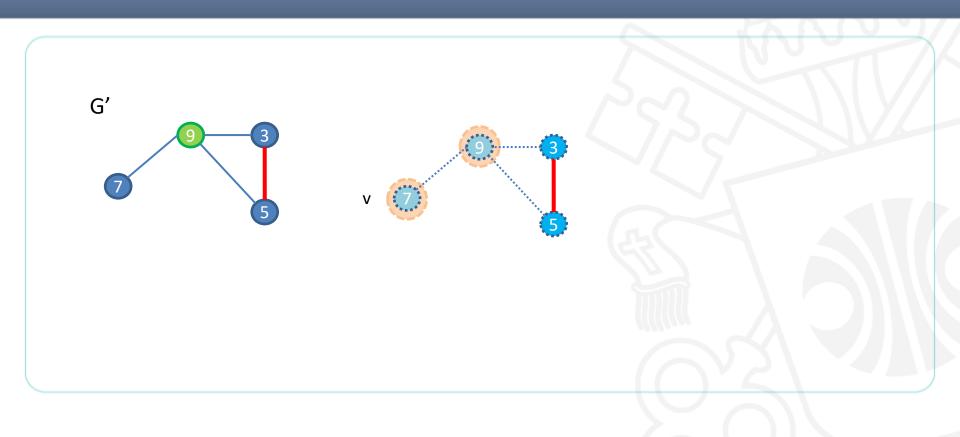
— Aresta marcada fora do emparelhamento

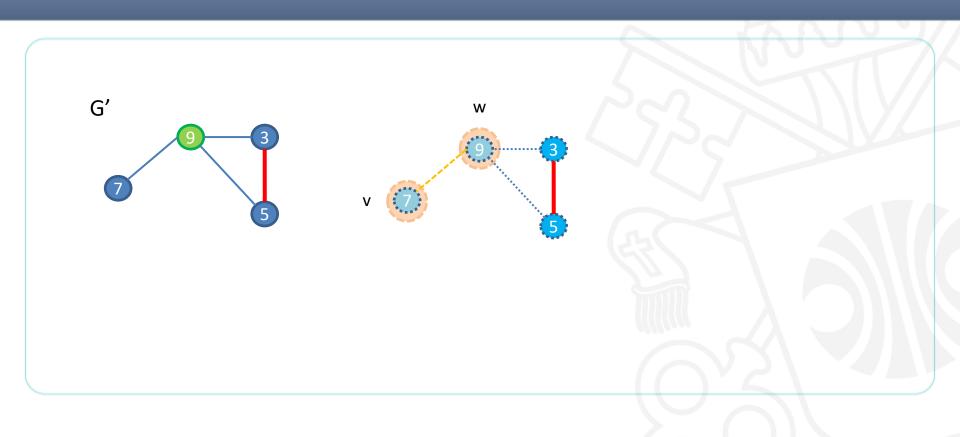
Aresta marcada dentro do emparelhamento

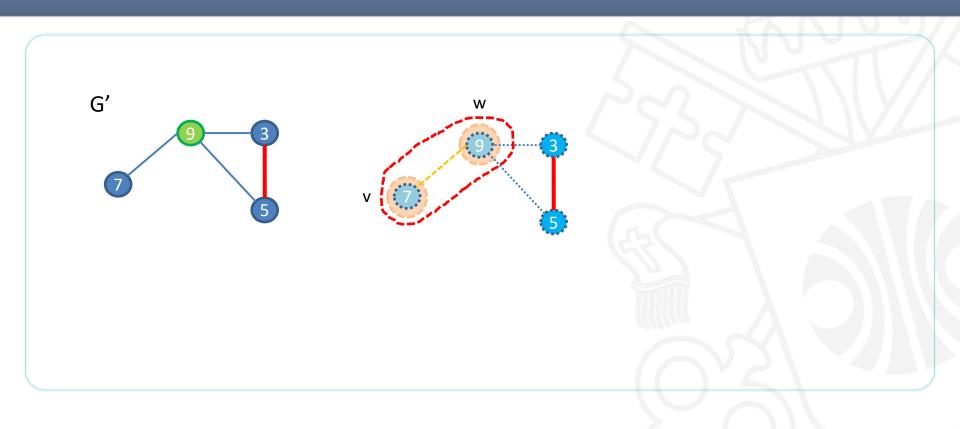


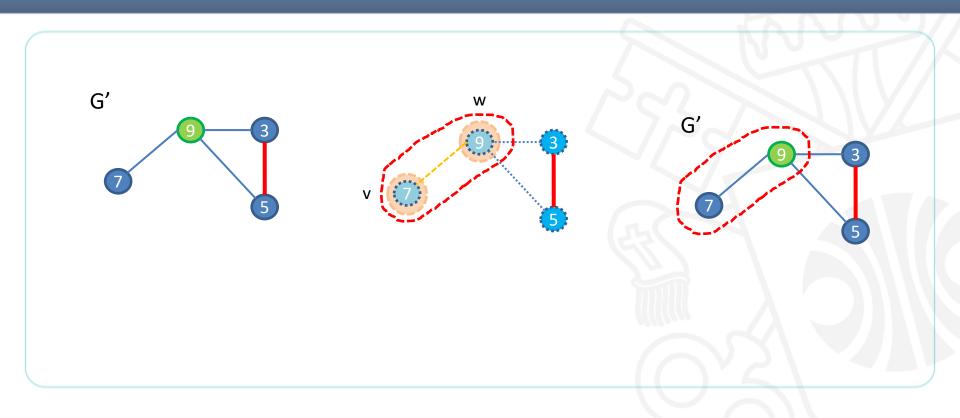


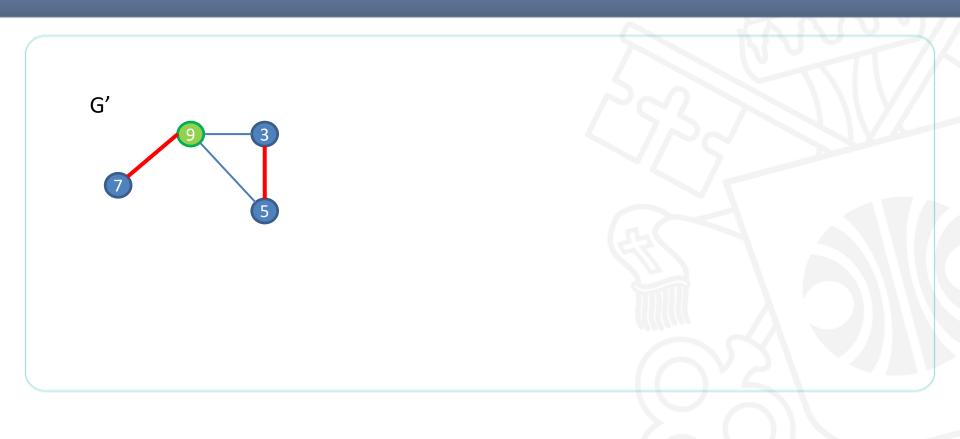


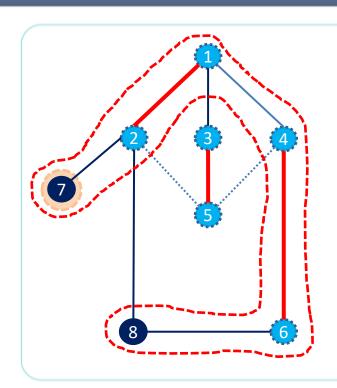




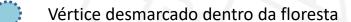














---- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento

