Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – Ciência da Computação

Disciplina: Teoria dos Grafos e Computabilidade

Professor : Zenilton Kleber Gonçalves do Patrocínio Júnior

1ª AVALIAÇÃO - 20 pontos

Nome: ____

1) Considerando um grafo não direcionado simples G = (V, E) com 13 vértices e 6 componentes, responda e justifique as seguintes questões (respostas sem justificativas ou cujas justificativas não sejam adequadas serão desconsideradas): (01 + 01 + 01 + 01 = 04 pts)

   a) É possível que esse grafo possua 06 arestas?

   b) É possível que a soma de graus de todos os vértices seja igual a 14?

   c) É possível que a soma de graus de todos os vértices seja maior que 56?

   d) É possível transformar este grafo em um grafo conexo com a inclusão de 5 arestas?

2) Considere o grafo G = (V, E) representado pela matriz de incidência a seguir. (03 + 01 = 04 pts)

a	**–1**	**0**	**0**	**+1**	**–1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
b	**+1**	**–1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
c	**0**	**0**	**+1**	**–1**	**0**	**0**	**–1**	**0**	**0**	**0**
d	**0**	**0**	**0**	**0**	**+1**	**–1**	**0**	**0**	**0**	**0**
e	**0**	**+1**	**–1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**–1**	**0**	**0**
f	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**+1**	**+1**	**0**	**–1**	**+1**
g	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**+1**	**+1**	**–1**

Pede-se:

   a) Determine o fecho transitivo direto e o fecho transitivo inverso de cada um dos vértices;

   b) Determine a base e a antibase de G.

3) Considere que foi realizada uma busca em profundidade em um grafo direcionado G e cujos atributos (tempo de descoberta, tempo de término e pai/predecessor) dos vértices ao final da busca se encontram representados na tabela a seguir. (04 + 01 + 02 = 07 pts)

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**
TD	7	6	1	5	11	2
TT	8	9	4	10	12	3
pai	b	d	∅	∅	∅	c

Pede-se:

   a) Determine a classificação de cada aresta do grafo G, considerando que ele pode ser representado pela seguinte matriz de adjacência;

	a	b	c	d	e	f
a	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
b	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
c	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**
d	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
e	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
f	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**

b) Determine, justificando sua resposta, se o **grafo G é conexo ou não**. Caso ele seja conexo, estabelecer, também justificando sua resposta (resposta sem justificativas será desconsiderada):

   i. se ele é simplesmente conexo, mas não semifortemente conexo; ou

   ii. se ele é semifortemente conexo, mas não fortemente conexo; ou

   iii. se ele é fortemente conexo.

c) Determine os **componentes fortemente conexos** de G utilizando o **método de Kosaraju** (OBS: é obrigatório demonstrar o método passo a passo).

4) Indique (justificando sua resposta) qual dos seguintes grafos não é isomorfo a nenhum dos demais (respostas sem justificativas ou com justificativas inadequadas serão desconsideradas): (02 pts)

   a) G_1 = ({a, b, c, d, e}, {{a, c}, {b, d}, {a, b}, {b, c}, {c, e}, {d, e}});

   b) G_2 = ({a, b, c, d, e}, {{a, b}, {a, b}, {b, c}, {c, d}, {c, d}, {d, e}});

   c) G_3 = ({a, b, c, d, e}, {{d, e}, {a, c}, {a, c}, {b, c}, {b, d}, {d, e}});

   d) G_4 = ({a, b, c, d, e}, {{a, b}, {b, c}, {b, c}, {c, d}, {d, e}, {d, e}});

   e) G_5 = ({a, b, c, d, e}, {{d, e}, {a, c}, {a, c}, {b, c}, {b, e}, {d, e}}).

5) Forneça um algoritmo (passo a passo) para determinar se um grafo conexo é bipartido. Apresente um exemplo que ilustre cada uma das etapas do método descrito. (03 pts)