

Problema de Transporte

Zenilton Patrocínio

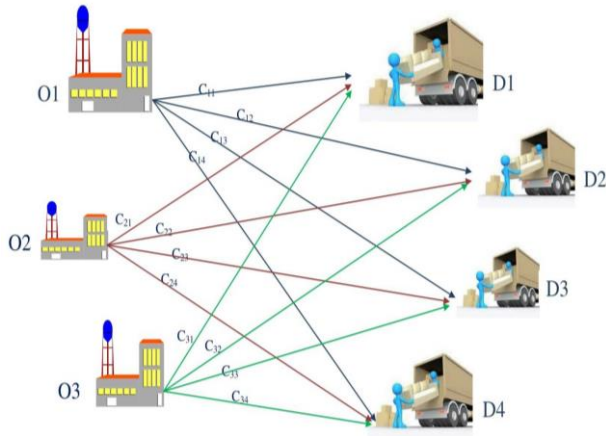
Problema de Transporte

Formulado pela primeira vez por Hitchcock (1941) e mais tarde abordado de forma independente por Koopmans e Reiter (1951). Daí, é frequentemente lembrado como o Problema de Transporte de Hitchcock-Koopmans.

O problema de transporte consiste em determinar as quantidades de certo produto que deverão ser transportadas de n origens para m destinos.

A solução deste problema é sujeita a restrições de oferta máxima dos produtos em cada origem e de demanda máxima nos destinos.

Problema de Transporte



Quadro de Restrições Técnicas

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Ponto de Demanda 4	Oferta
Ponto de Oferta 1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	O_1
Ponto de Oferta 2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	O_2
Ponto de Oferta 3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	O_3
Demanda	D_1	D_2	D_3	D_4	

Transporte – Formulação Matemática

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

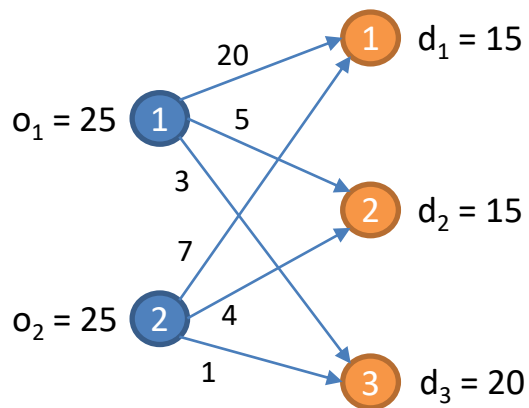
sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = o_i, \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = d_j, \forall j = 1, \dots, m$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i = 1, \dots, n, \\ \forall j = 1, \dots, m$$

Problema de Transporte – Exemplo



$$\min z = 20x_{11} + 5x_{12} + 3x_{13} + 7x_{21} + 4x_{22} + 1x_{23}$$

sujeito a:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 25$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 25$$

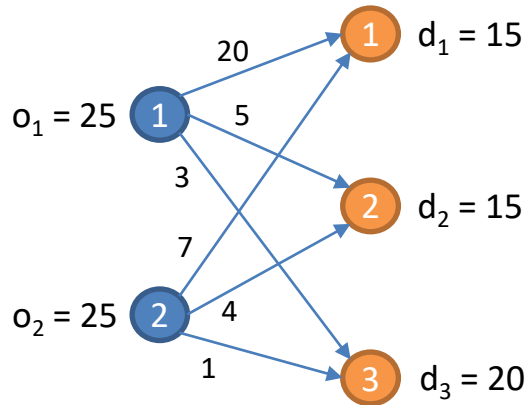
$$x_{11} + x_{21} = 15$$

$$x_{12} + x_{22} = 15$$

$$x_{13} + x_{23} = 20$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

Problema de Transporte – Exemplo



	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	<div>20</div> <div>x_{11}</div>	<div>5</div> <div>x_{12}</div>	<div>3</div> <div>x_{13}</div>	25
Ponto de Oferta 2	<div>7</div> <div>x_{21}</div>	<div>4</div> <div>x_{22}</div>	<div>1</div> <div>x_{23}</div>	25
Demanda	15	15	20	

Método Simplex (Tableau)

Solução Viável Básica

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = o_i, \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = d_j, \forall j = 1, \dots, m$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i = 1, \dots, n, \\ \forall j = 1, \dots, m$$

Solução Viável:

- Atende a todas as restrições

Solução Viável Básica:

- Atenda a todas as restrições
- $m + n - 1$ variáveis ≥ 0 (básicas)
- $m \times n - (m + n - 1)$ variáveis nulas (não-básicas)

Custo Relativo

O custo relativo de uma variável (ou rota) c_{ij}^r permite avaliar sua contribuição para a solução.

O custo relativo é dado por $c_{ij}^r = c_{ij} - u_i - v_j$ em que u_i e v_j são os preços marginais (multiplicadores de Lagrange ou variáveis duais) associados aos pontos de oferta e demanda respectivamente.

Define-se que custo relativo $c_{ij}^r = 0$ para toda variável (ou rota) básica. Daí, pode-se usar as rotas básicas para obter os valores das variáveis duais e, conseqüentemente, calcular os custos relativos das rotas não-básicas.

Método Simplex (Tableau)

Versão simplificada do método Simplex (Dantzig, 1951).

Método iterativo para obtenção de Transporte Ótimo

1. Obter solução viável básica inicial
2. Calcular custos relativos
3. enquanto \exists custo relativo < 0 efetuar
 - a. Determinar variável básica que deixa a solução
 - b. Determinar variável não básica que entra na solução
 - c. Calcular novos custos relativos

Obtenção de Solução Viável Básica

Método do Canto Noroeste

1. Selecionar a célula do canto noroeste (rota x_{11})
2. enquanto \exists linha ou coluna não cancelada efetuar
 1. Alocar o máximo possível a célula selecionada e ajustar fornecimentos e demandas subtraindo a quantidade alocada
 2. Cancelar linha ou coluna que ficar zerada (cancelar apenas uma)
 3. se uma coluna foi cancelada então
Selecionar a célula à direita da anterior
senão
Selecionar a célula abaixo da anterior

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		Oferta
Ponto de Oferta 1	20		5		3		25
Ponto de Oferta 2	7		4		1		25
Demanda	15		15		20		

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20	5	3	25
Ponto de Oferta 2	7	4	1	25
Demanda	15	15	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

$\min\{25, 15\}$

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5	3	25 10
Ponto de Oferta 2	7	4	1	25
Demanda	15 0	15	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5	3	25 10
Ponto de Oferta 2	7	4	1	25
Demanda	15 0	15	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5	3	25 10
Ponto de Oferta 2	7	4	1	25
Demanda	15 0	15	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

$\min\{10, 15\}$

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3	25 10 0
Ponto de Oferta 2	7	4	1	25
Demanda	15 0	15 5	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		Oferta
Ponto de Oferta 1	20	15	5	10	3		25 10 0
Ponto de Oferta 2	7		4		1		25
Demanda	15 0		15 5		20		

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		Oferta
Ponto de Oferta 1	20	15	5	10	3		25 10 0
Ponto de Oferta 2	7		4		1		25
Demanda	15 0		15 5		20		

Obtenção de Solução Viável Básica

$\min\{ 25, 5 \}$

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3	25 10 0
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1	25 20
Demanda	15 0	15 5 0	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3 10	25 10 0
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20	25 20
Demanda	15 0	15 5 0	20	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		Oferta
Ponto de Oferta 1	20	15	5	10	3		25 10 0
Ponto de Oferta 2	7		4	5	1		25 20
Demanda	15 0		15 5 0		20		

Obtenção de Solução Viável Básica

$\min\{20, 20\}$

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	Oferta
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3	25 10 0
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20	25 20 0
Demanda	15 0	15 5 0	20 0	

Obtenção de Solução Viável Básica

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		Oferta
Ponto de Oferta 1	20	15	5	10	3		25 10 0
Ponto de Oferta 2	7		4	5	1	20	25 20 0
Demanda	15		15	5	20		
	0		0	0	0		

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

$$c_{11}^r = 0 \Rightarrow 20 - u_1 - v_1 = 0$$

$$c_{12}^r = 0 \Rightarrow 5 - u_1 - v_2 = 0$$

$$c_{22}^r = 0 \Rightarrow 4 - u_2 - v_2 = 0$$

$$c_{23}^r = 0 \Rightarrow 1 - u_2 - v_3 = 0$$

$$\text{Fazendo } v_3 = 0 \Rightarrow 1 - u_2 - 0 = 0$$

$$\text{Logo } u_2 = 1, \text{ daí } 4 - 1 - v_2 = 0$$

$$\text{Então, } v_2 = 3, \text{ daí } 5 - u_1 - 3 = 0$$

$$\text{Portanto, } u_1 = 2, \text{ daí } 20 - 2 - v_1 = 0$$

$$\text{Finalmente, } v_1 = 18$$

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3
Ponto de Oferta 2	7	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>
v_j			

u_i

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3
Ponto de Oferta 2	7 <u>0</u>	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>
v_j			0

u_i

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
Ponto de Oferta 2	7 <u>0</u>	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j			0	

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
Ponto de Oferta 2	7	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j		3	0	

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	2
Ponto de Oferta 2	7	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j		3	0	

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	2
Ponto de Oferta 2	7	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j	18	3	0	

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	2
Ponto de Oferta 2	7 -12	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j	18	3	0	

Cálculo de Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 15	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 1	2
Ponto de Oferta 2	7 -12	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
v_j	18	3	0	

Seleção da Variável que Entra na Base

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 1	2
25	7 -12	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
	v_j 18	3	0	

Seleção da Variável que Entra na Base

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 15	5 10	3
Ponto de Oferta 2	7 +Δ	4 5	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta		Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 1	2
25	Ponto de Oferta 2	7 -12	4 <u>0</u>	1 <u>0</u>	1
	v_j	18	3	0	

Seleção da Variável que Entra na Base

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20	15 $-\Delta$	5	10	3	
Ponto de Oferta 2	7	$+\Delta$	4	5	1	20
Demanda	15		15		20	

Custos Relativos

Oferta		Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		u_i
25	Ponto de Oferta 1	20	<u>0</u>	5	<u>0</u>	3	1	2
25	Ponto de Oferta 2	7	-12	4	<u>0</u>	1	<u>0</u>	1
	v_j	18		3		0		

Seleção da Variável que Entra na Base

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20	15 $-\Delta$	5	10 $+\Delta$	3	
Ponto de Oferta 2	7	$+\Delta$	4	5	1	20
Demanda	15		15		20	

Custos Relativos

Oferta		Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		u_i
25	Ponto de Oferta 1	20	<u>0</u>	5	<u>0</u>	3	1	2
25	Ponto de Oferta 2	7	-12	4	<u>0</u>	1	<u>0</u>	1
	v_j	18		3		0		

Seleção da Variável que Entra na Base

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20	15 $-\Delta$	5	10 $+\Delta$	3	
Ponto de Oferta 2	7	$+\Delta$	4	5 $-\Delta$	1	20
Demanda	15		15		20	

Custos Relativos

Oferta		Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		u_i
25	Ponto de Oferta 1	20	<u>0</u>	5	<u>0</u>	3	1	2
25	Ponto de Oferta 2	7	-12	4	<u>0</u>	1	<u>0</u>	1
	v_j	18		3		0		

Seleção da Variável que Deixa a Base

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20	15 $-\Delta$	5	10 $+\Delta$	3	
Ponto de Oferta 2	7	$+\Delta$	4	5 $-\Delta$	1	20
Demanda	15		15		20	

$$\begin{aligned}
 15 - \Delta &\geq 0 \\
 5 - \Delta &\geq 0
 \end{aligned}
 \Rightarrow \Delta \leq 5$$

Custos Relativos

Oferta		Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		u_i
25	Ponto de Oferta 1	20	<u>0</u>	5	<u>0</u>	3	1	2
25	Ponto de Oferta 2	7	-12	4	<u>0</u>	1	<u>0</u>	1
		v_j 18		3		0		

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta				
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
25	7 <u>0</u>	4	1 <u>0</u>	
	v_j			

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
Ponto de Oferta 2	7 <u>0</u>	4	1 <u>0</u>	
v_j			0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta 25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
Oferta 25	7 <u>0</u>	4	1 <u>0</u>	1
	v_j		0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta				
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	
25	7 <u>0</u>	4	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta				
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	14
25	7 <u>0</u>	4	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta 1	20 0	5 0	3	14
Oferta 2	7 0	4	1 0	1
v_j	6	-9	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Oferta				
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3	14
25	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	-9	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 -11	14
Ponto de Oferta 2	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
v_j	6	-9	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 -11	14
25	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	-9	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3 + Δ
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 -11	14
25	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	-9	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3 $+\Delta$
Ponto de Oferta 2	7 5	4	1 20 $-\Delta$
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 -11	14
25	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
	v_j	6	-9	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20 10	5 15	3 $+\Delta$
Ponto de Oferta 2	7 5 $+\Delta$	4	1 20 $-\Delta$
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20 <u>0</u>	5 <u>0</u>	3 -11	14
Ponto de Oferta 2	7 <u>0</u>	4 12	1 <u>0</u>	1
v_j	6	-9	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20	10 $-\Delta$	5	15	3	$+\Delta$
Ponto de Oferta 2	7	5 $+\Delta$	4		1	20 $-\Delta$
Demanda	15		15		20	

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1		Ponto de Demanda 2		Ponto de Demanda 3		u_i
Ponto de Oferta 1	20	<u>0</u>	5	<u>0</u>	3	-11	14
Ponto de Oferta 2	7	<u>0</u>	4	12	1	<u>0</u>	1
v_j	6		-9		0		

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	
Ponto de Oferta 1	20 10 - Δ	5 15	3 + Δ	
Ponto de Oferta 2	7 5 + Δ	4	1 20 - Δ	
Demanda	15	15	20	

$$\begin{aligned}
 10 - \Delta &\geq 0 \\
 20 - \Delta &\geq 0
 \end{aligned}
 \Rightarrow \Delta \leq 10$$

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20 0	5 0	3 -11	14
25	7 0	4 12	1 0	1
	v_j	6	-9	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
v_j			

u_i

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
v_j			0

u_i

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
v_j			

u_i

1

0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20	5	3	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1	1
v_j	0	0	0	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20	5	3	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1	1
v_j		2	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20	5	3	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1	1
v_j	6	2	0	

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Custos Relativos

Oferta	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
25	20	5	3	3
25	7	4	1	1
	v_j	6	2	0

Problema de Transporte – Exemplo

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3
Ponto de Oferta 1	20	5	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1
Demanda	15	15	20

Oferta

25

25

Custos Relativos

	Ponto de Demanda 1	Ponto de Demanda 2	Ponto de Demanda 3	u_i
Ponto de Oferta 1	20	5	3	3
Ponto de Oferta 2	7	4	1	1
v_j	6	2	0	

Solução Ótima

$$\nexists c_{ij}^r < 0$$

