



PUC Minas

LICAP

Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada

PLANEJAMENTO DE CAPACIDADE, MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

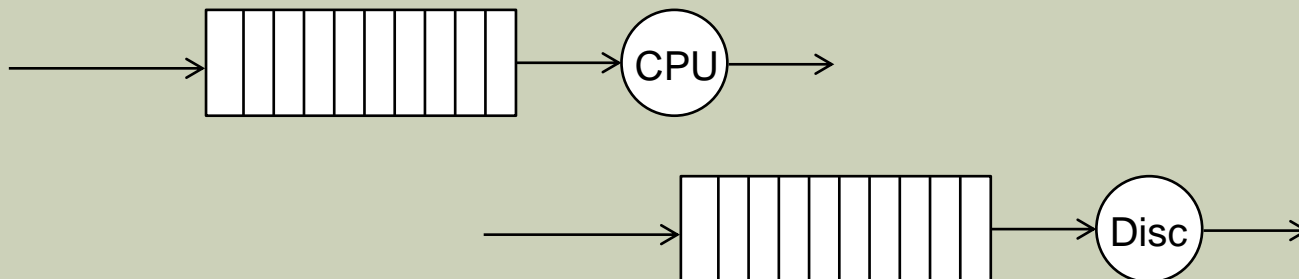
Equipe MAD

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

A modelagem matemática de Sistema Computacionais baseado na teoria das filas é fundamentada no fato de um sistema computacional, ao possuir velocidade finita, produz fila de espera.

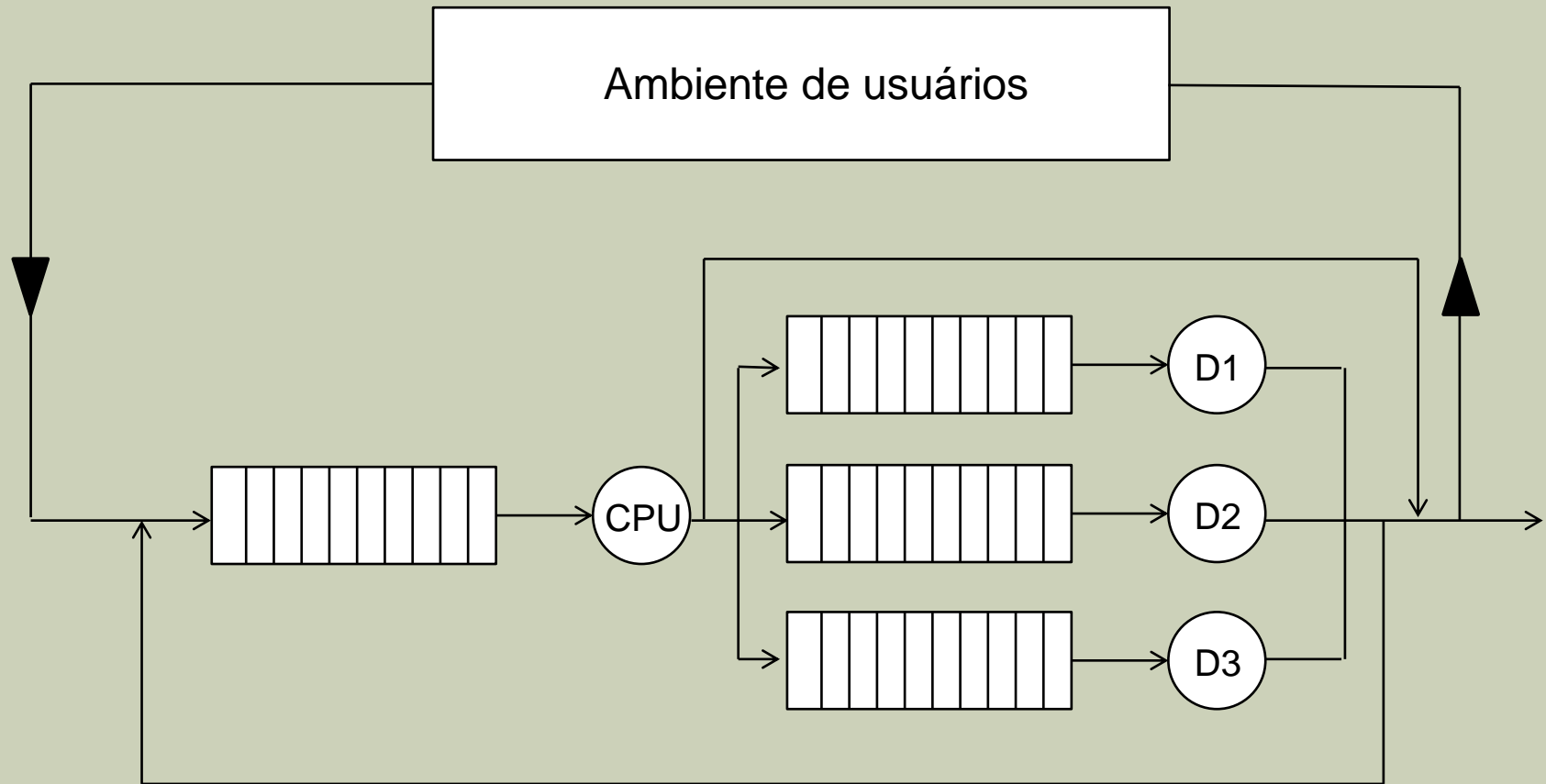
A modelagem baseado na teoria das filas, pode modelar qualquer sistema em distintos níveis de abstração.

Dispositivos isolados:

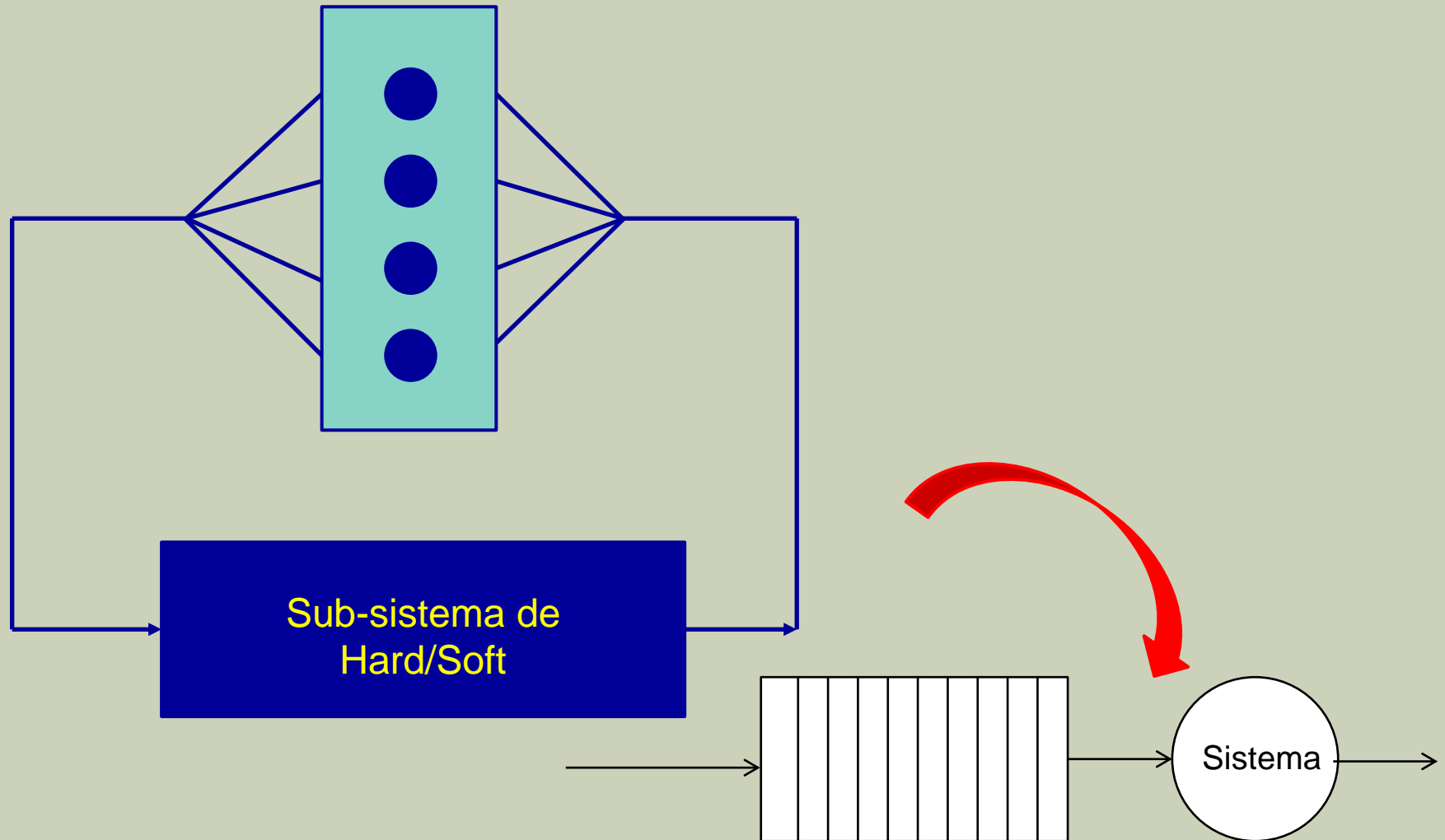


MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo de Sistema Computacional:

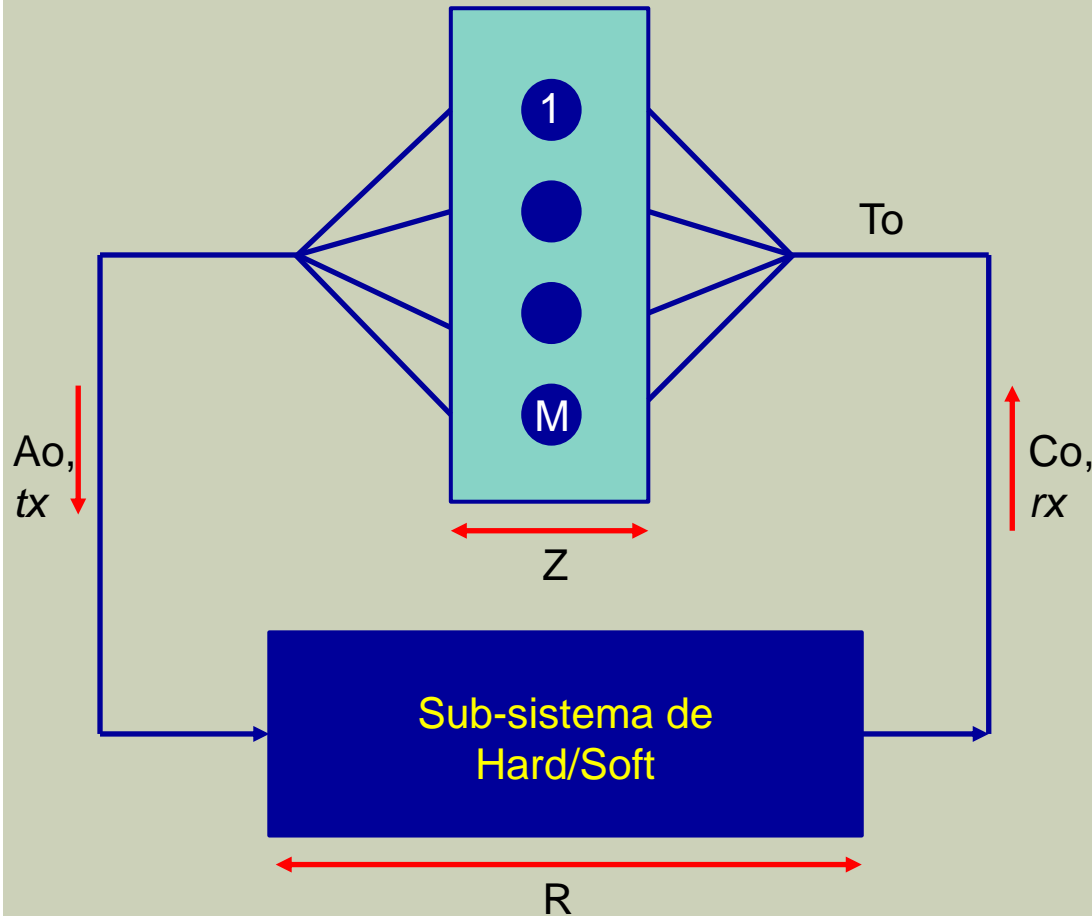


MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS



Modelagem de sistemas interativos

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS



T_o : Tempo de observação (s)

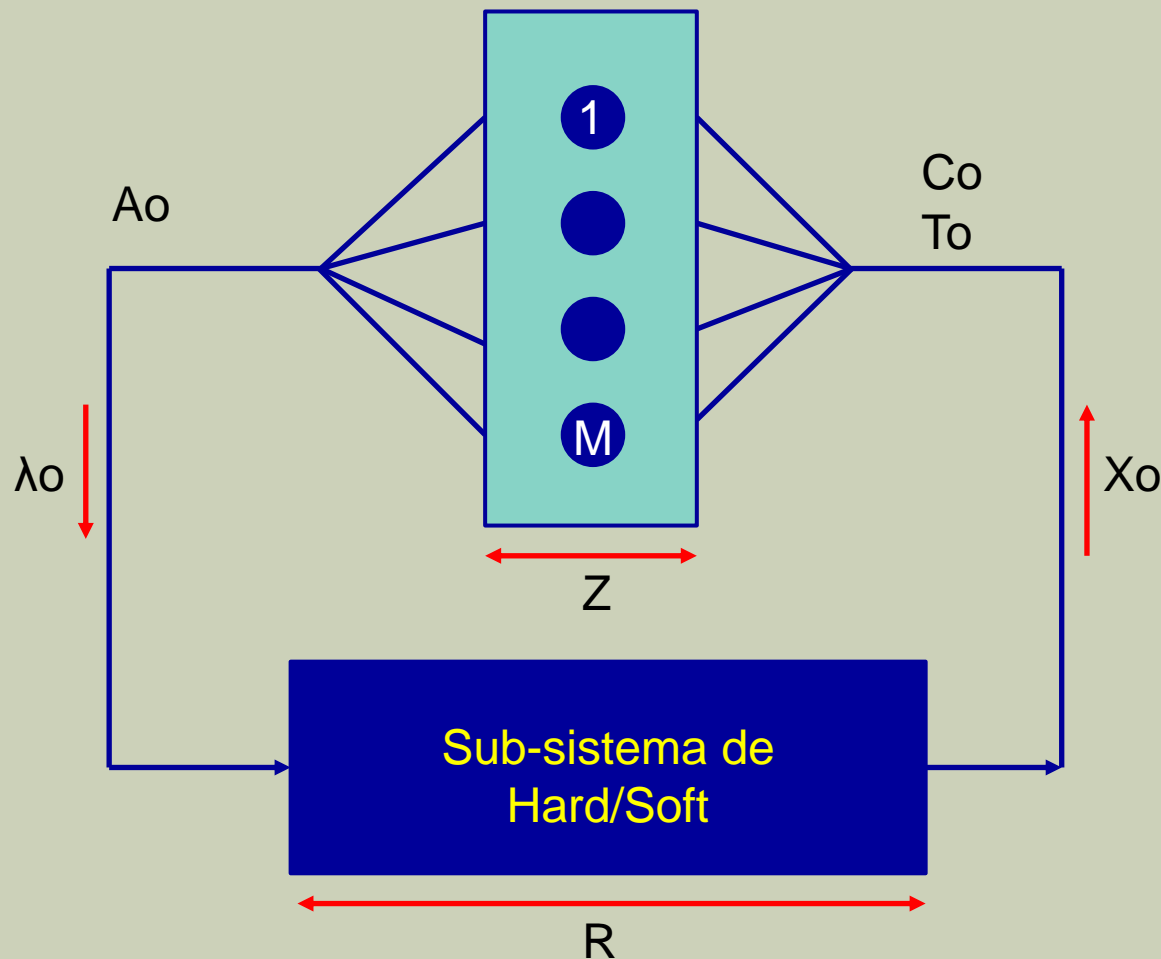
A_o : Requisições que chegam ao sistema durante T. (req)

C_o : Requisições atendidas durante T_o (req)

Z : Tempo de pensar (s)

R : Tempo médio de resposta (s/req)

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS



Variáveis derivadas:

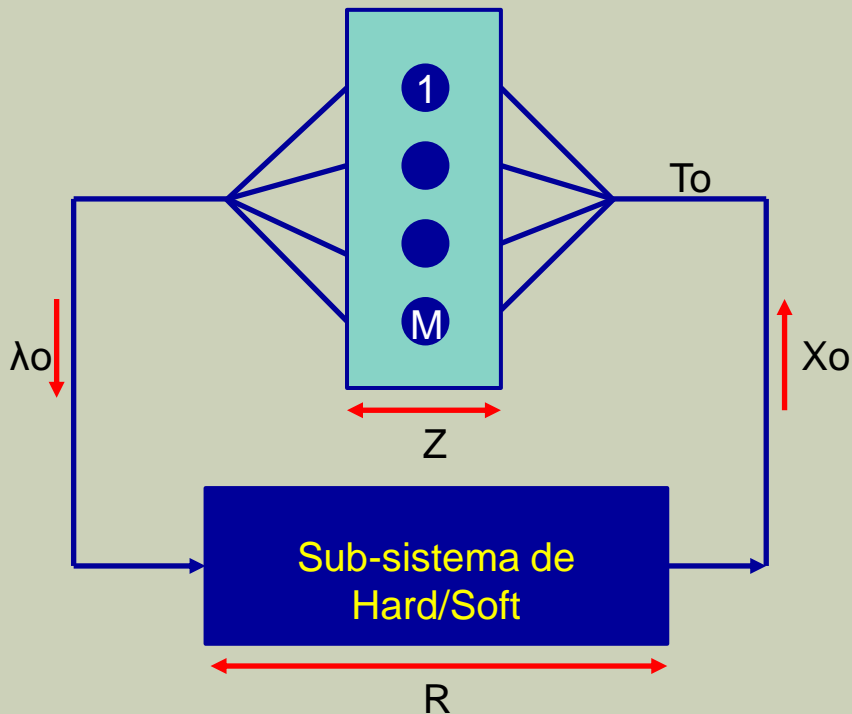
Carga de Trabalho:

$$\lambda_o = A_o / T_o \quad (\text{req/s})$$

Taxa de processamento do sistema:

$$X_o = C_o / T_o \quad (\text{req/s})$$

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS



Modelando o Sistema:

Considerando tempos médios,

$$\bar{Z} + \bar{tx} + \bar{R} + \bar{rx} = M/X_o$$

Tipicamente: $Z \approx 7$ s.

Como $tx \approx 0$, $rx \approx 0$, quando comparando com Z

$$Z + R = M/X_o$$

Tempo médio de resposta:

$$R = M/X_o - Z$$

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

Exemplo de aplicação:

Um sistema interativo foi observado durante 1 hora. Durante esse período de tempo foram atendidas 7200 requisições de usuários. Para um tempo de pensar de 7 s. Calcular o tempo médio de resposta (R) se o número de terminais é de 40.

$$T_o = 3600 \text{ s}; C_o = 7200 \text{ req.}; M = 40; Z = 7 \text{ s}$$

$$X_o = C_o/T_o = 7200/3600 = 2 \text{ req./s}$$

Tempo médio de resposta:

$$R = M/X_o - Z = (40/2) - 7 = 13 \text{ s/req}$$

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

Melhorando o Desempenho do Sistema:

Para diminuir $R \downarrow$ é possível:

$$R \downarrow = M \downarrow / X_o \uparrow - Z$$

a) Diminuindo o número de terminais (M):

Supondo que 10 terminais são desligados:

$M = 30$ terminais

$T_o = 3600$ s; $C_o = 7200$ req.; $Z = 7$ s

Tempo médio de resposta:

$$R = M/X_o - Z = (30/2) - 7 = 8 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

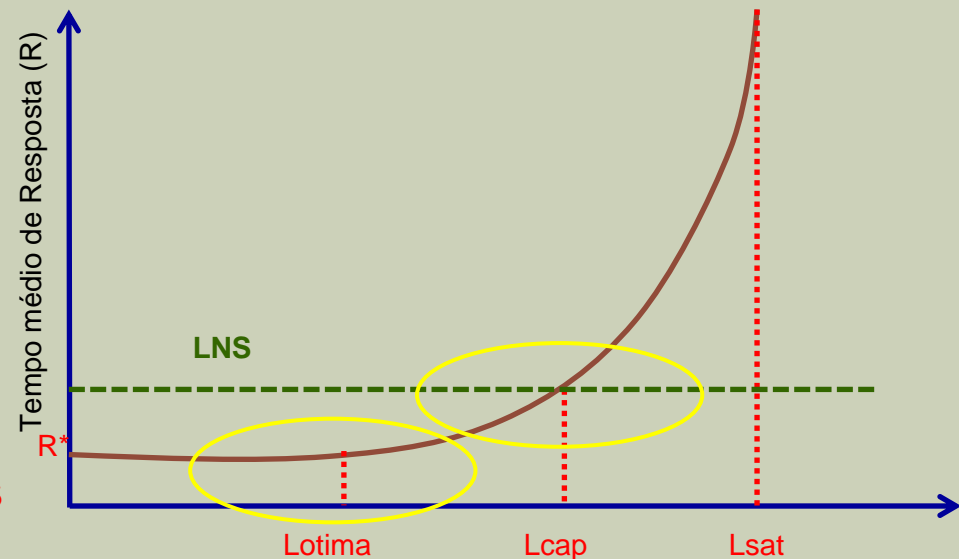
b) Propondo um tempo de resposta limite (LNS):

Para $RSLA = 3 \text{ s/req}$

$To = 3600 \text{ s}$; $Co = 7200 \text{ req.}$; $Z = 7\text{s}$

Número de terminais:

$M = X_o (R + Z) = 2 (3 + 7) = 20 \text{ terminais}$



c) Número mínimo de terminais:

$M_{\min} = ?$

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

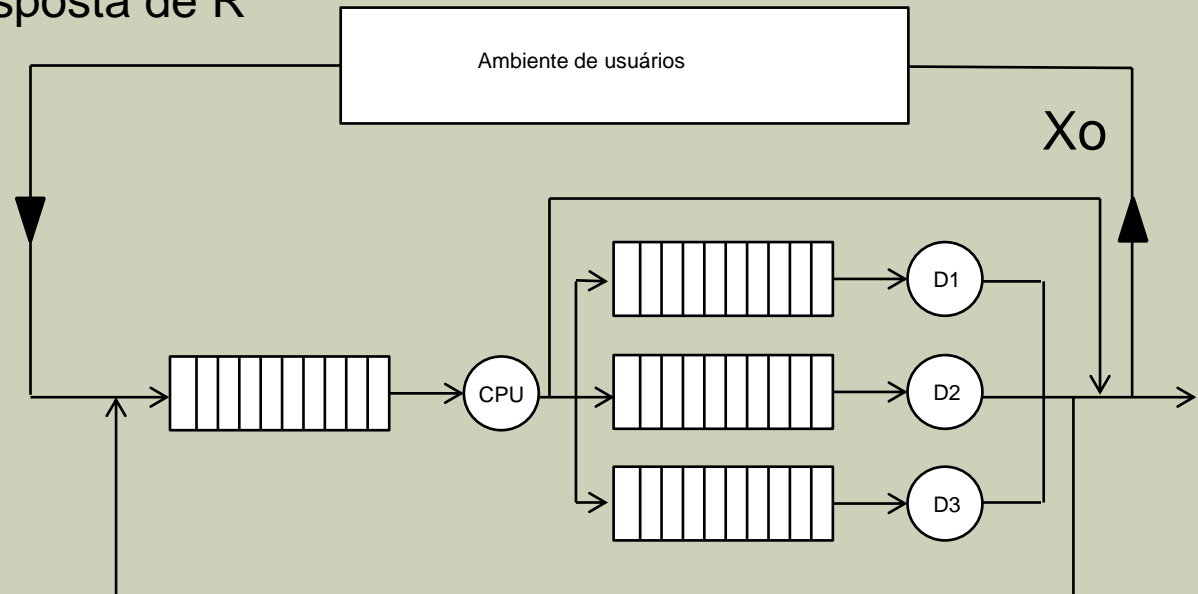
d) Aumentando a taxa de processamento:

Sendo:

$$X_o = M / (R + Z)$$

Para um Tempo médio de resposta de $R = 3 \text{ s/req.}$

$$X_o = 40 / (3 + 7) = 4 \text{ req/s}$$



MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

Exercício:

Um sistema interativo foi observado durante 1 hora. Durante esse período de tempo chegaram 9600 requisições ao sistema. O sistema possui 60 terminais, dos quais 50 estão ativos. Para um tempo de pensar de 7 s.

- a) Calcular o tempo médio de resposta (R)
- b) Se $R(\text{SLA}) = 5 \text{ s/req}$, determinar o máximo número de terminais que devem estar ativos
- c) Determinar a faixa de terminais que atendem ao limite do SLA

MODELAGEM DE SISTEMAS INTERATIVOS

Exercício:

Um sistema interativo foi observado durante 1 hora. Durante esse período de tempo chegaram 9600 requisições ao sistema. O sistema possui 60 terminais, dos quais 50 estão ativos. Para um tempo de pensar de 7 s.

- a) Calcular o tempo médio de resposta (R)
- b) Se $R(\text{SLA}) = 5 \text{ s/req}$, determinar o máximo número de terminais que devem estar ativos
- c) Determinar a faixa de terminais que atendem ao limite do SLA

a) $T_o = 3600 \text{ s}$; $A_o = 9600 \text{ req.}$; $M = 50$; $Z = 7 \text{ s}$

$X_o = C_o/T_o$ considerando a H. Eq. Fluxo : $A_o = C_o$

$X_o = A_o/T_o = 9600/3600 = 2,67 \text{ req./s}$

$R = M/X_o - Z = (50/2,67) - 7 = 11,72 \text{ s/req}$

b) $R_{\text{sla}} = 5 \text{ s/req.}$

$M_{\text{max}} = X_o (R + Z) = 2,67 (5 + 7) = 32,04 (32) \text{ terminais}$

c) $M_{\text{min}} = X_o (Z) = 2,67 * 7 = 18,69 (18) \text{ terminais}$

Faixa: $18 \leq M \leq 32$

$X_o = ?$

$R_{\text{sla}} = 5 \text{ s/req}$

$M = 60 \text{ terminais}$

$X_o = M / (R + Z)$

$X_o = 60 / (5 + 7)$

$X_o = 5 \text{ req/s}$

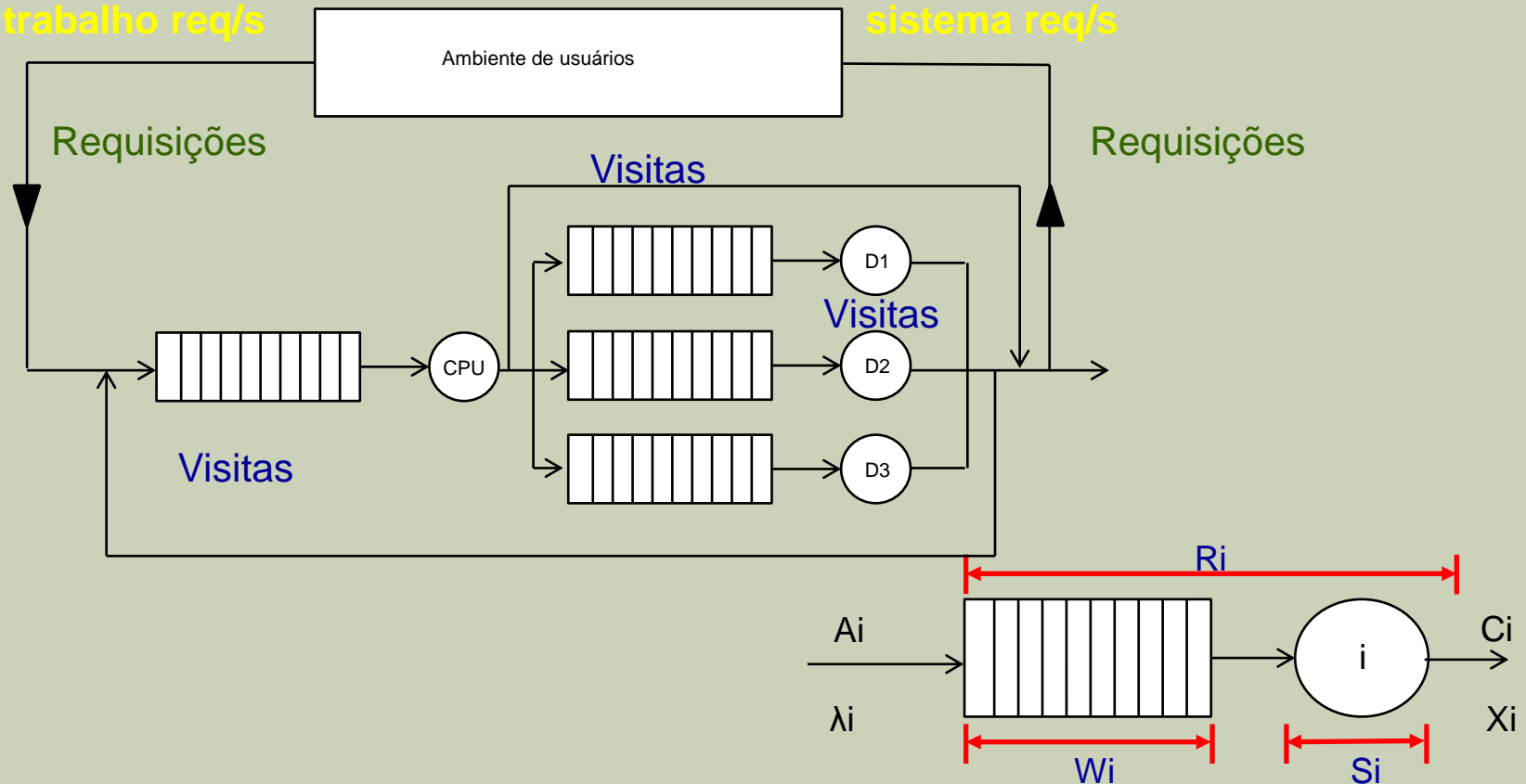
Modelagem de dispositivos isolados

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

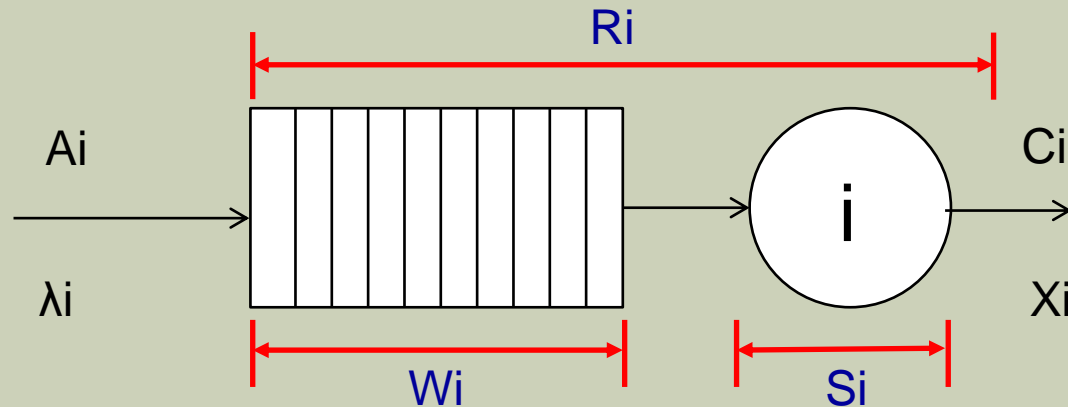
Requisições e visitas por requisição:

λ_o : Carga de trabalho req/s

X_o : Throughput do sistema req/s



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS



Variáveis Básicas:

T_o : Tempo de observação [s.]

A_i : Visitas que chegam ao dispositivo "i", durante T_o [visitas]

B_i : Tempo de ocupação do dispositivo "i", durante T_o [s.]

C_i : Visitas atendidas pelo dispositivo "i", durante T_o [visitas]

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = 10$ s. $B_i = 8$ s. $A_i = C_i = 10$ v.

Variáveis Derivadas:

λ_i : Carga de trabalho do dispositivo “i”, [v/s]

$$\lambda_i = A_i/T_o = 10/10 = 1 \text{ v/s}$$

X_i : Taxa de processamento do dispositivo “i”, [v/s]

$$X_i = C_i/T_o = 10/10 = 1 \text{ v/s}$$

U_i : Utilização do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = B_i/T_o = 8/10 = 0,8 \Rightarrow 80 \%$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = 10$ s. $B_i = 8$ s. $A_i = C_i = 10$ v.

U_i: Disponibilidade do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = 1 - U_i = 1 - 0,80 = 0,20 \Rightarrow 20 \%$$

S_i: Tempo médio de serviço do dispositivo “i”, [s/v]

$$S_i = B_i / C_i = 8 / 10 = 0,8 \text{ s/v}$$

R_i: Tempo médio de resposta do dispositivo “i” [s/v]

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 0,8 / (1 - 0,8) = 4 \text{ s/v}$$

W_i: Tempo médio de espera do dispositivo “i” [s/v]

$$W_i = R_i - S_i = 4,0 - 0,8 = 3,2 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

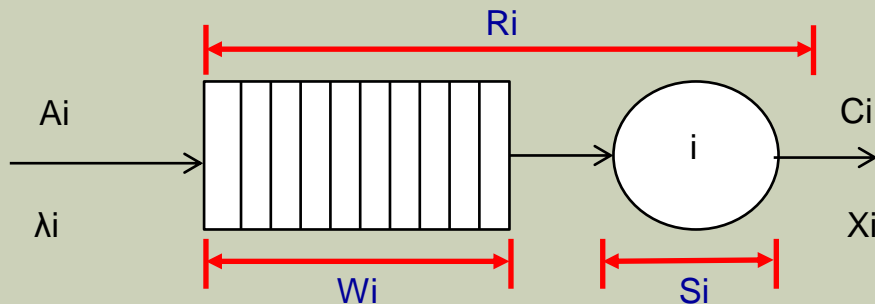
Lei da Utilização:

Como:

$$U_i = \frac{B_i}{T_o}$$

$$U_i = \frac{B_i}{T_o} \times \frac{C_i}{C_i}$$

$$U_i = S_i \times X_i$$



Teorema da Utilização:

Pela hipótese do Equilíbrio de Fluxo:

$$A_i = C_i$$

Então:

$$\frac{A_i}{T_o} = \frac{C_i}{T_o}$$

Por tanto: $\lambda_i = X_i$

Logo: $U_i = S_i \times \lambda_i$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Aumentando a carga de trabalho em 10 % (mês 1)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_atual}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 1,0 = 1,10 \text{ v/s}$$

$$S_{i_novo} = S_{i_anterior} = \text{constante}$$

$$S_i = 0,8 \text{ s/v}$$

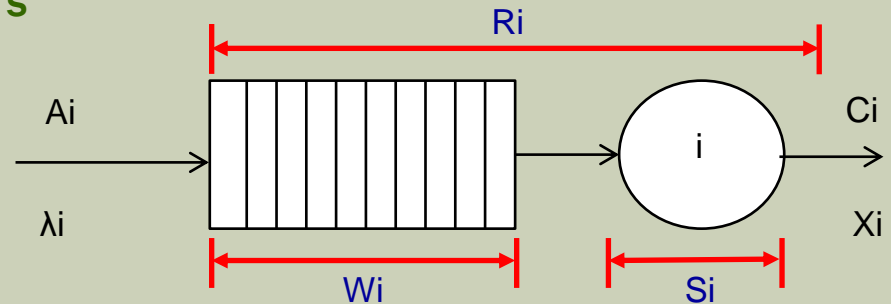
$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$U_{i_novo} = 0,8 \times 1,10 = 0,88 \Rightarrow 88 \%$$

$$U_{di} = 1 - U_i = 1 - 0,880 = 0,12 \Rightarrow 12 \%$$

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 0,8 / (1 - 0,88) = 6,7 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 6,7 - 0,8 = 5,9 \text{ s/v}$$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Aumentando a carga mais trabalho em 10 % (mês 2)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 1,10 = 1,21 \text{ v/s}$$

$$S_{i_novo} = S_{i_anterior} = \text{constante}$$

$$S_i = 0,8 \text{ s/v}$$

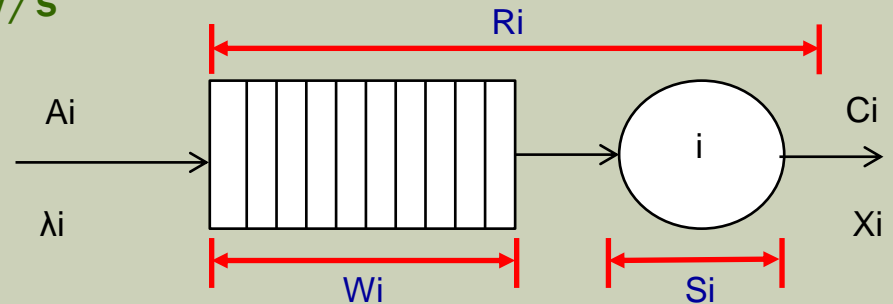
$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$U_{i_novo} = 0,80 \times 1,21 = 0,968 \Rightarrow 97 \%$$

$$U_{di} = 1 - U_i = 1 - 0,97 = 0,03 \Rightarrow 3 \%$$

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 0,8 / (1 - 0,97) = 26,7 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 26,7 - 0,8 = 25,9 \text{ s/v}$$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Aumentando a carga mais trabalho em 10 % (mês 3)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 1,21 = 1,31 \text{ v/s}$$

$$S_{i_novo} = S_{i_anterior} = \text{constante}$$

$$S_i = 0,8 \text{ s/v}$$

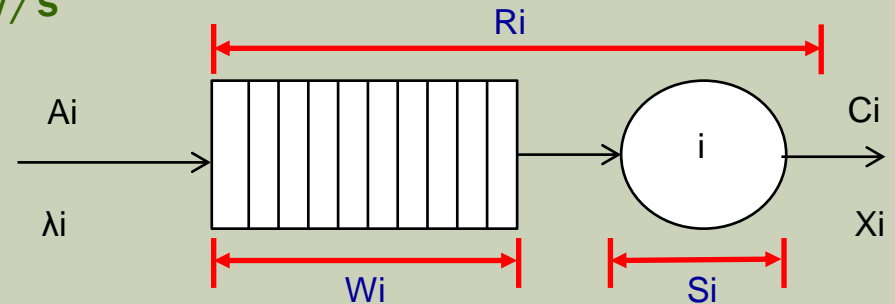
$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$U_{i_novo} = 0,80 \times 1,31 = 1,05 \Rightarrow 99 \%$$

$$U_{di} = 1 - U_i = 1 - 1,06 \Rightarrow 0,0 \%$$

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 0,8 / (1 - 0,99) = 80 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 80 - 0,8 = 79,2 \text{ s/v}$$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

$\lambda i_{\text{atual}} = 1,0 \text{ v/s} \rightarrow 60 \text{ v/min}$

$Ri_{\text{atual}} = 4 \text{ s/v}$

$Ui_{\text{atual}} = 0,80$

Mês 1:

$\lambda i_1 = 1,10 \text{ v/s} \rightarrow 66 \text{ v/min}$

$Ri_1 = 6,7 \text{ s/v}$

$Ui_1 = 0,88$

Mês 2:

$\lambda i_2 = 1,21 \text{ v/s} \rightarrow 72,6 \text{ v/min}$

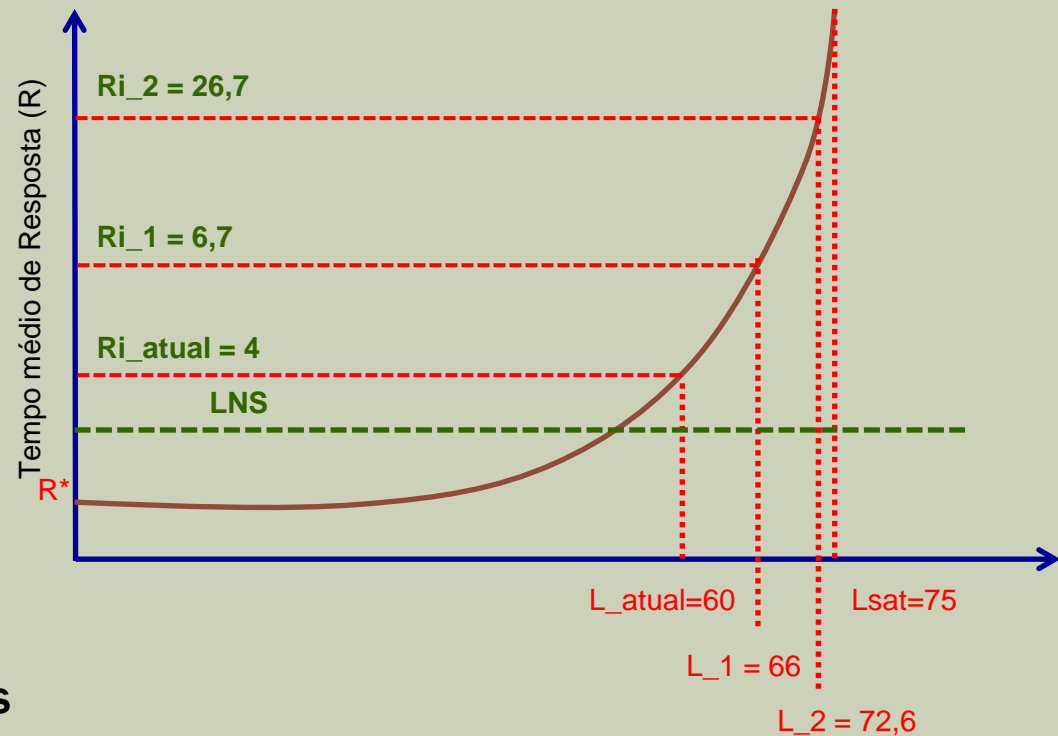
$Ri_2 = 26,7 \text{ s/v}$

$Ui_2 = 0,97$

$\lambda i_{\text{sat}} = 1/Si = 1/0,8 = 1,25 \text{ v/s}$

$\lambda i_{\text{sat}} = 75 \text{ v/min}$

$Ui = 1$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Troca de Dispositivo:

Considere a carga futura de 1,32 v/s e um tempo limite (LNS) para o tempo de resposta de 5 s/v. Determine as características do novo dispositivo

$$\lambda_i = 1,32 \text{ v/s}; R_i = 5 \text{ s/v}; S_i = ?$$

$$S_{i_novo} = 5 / (1 + 5 \times 1,32) = 0,65 \text{ s/v}$$

Como:

$$\text{Como: } S_{i_ant} = 0,80 \text{ s/v}$$

$$R_i = S_i / (1 - U_i)$$

$$\text{Fator Velocidade} = S_{i_antigo} / S_{i_novo}$$

e

$$U_i = S_i \times \lambda_i \text{ (teorema da utilização)} \quad \text{Fator} = 0,80 / 0,65 = 1,23 \text{ (23\% mais rápido)}$$

Substituindo:

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = S_i / (1 - S_i \times \lambda_i)$$

Exemplo:

Se processador atual faz 10^6 somas/s

-> 1230,000 somas/s

Se disco gasta 10 ms/IO

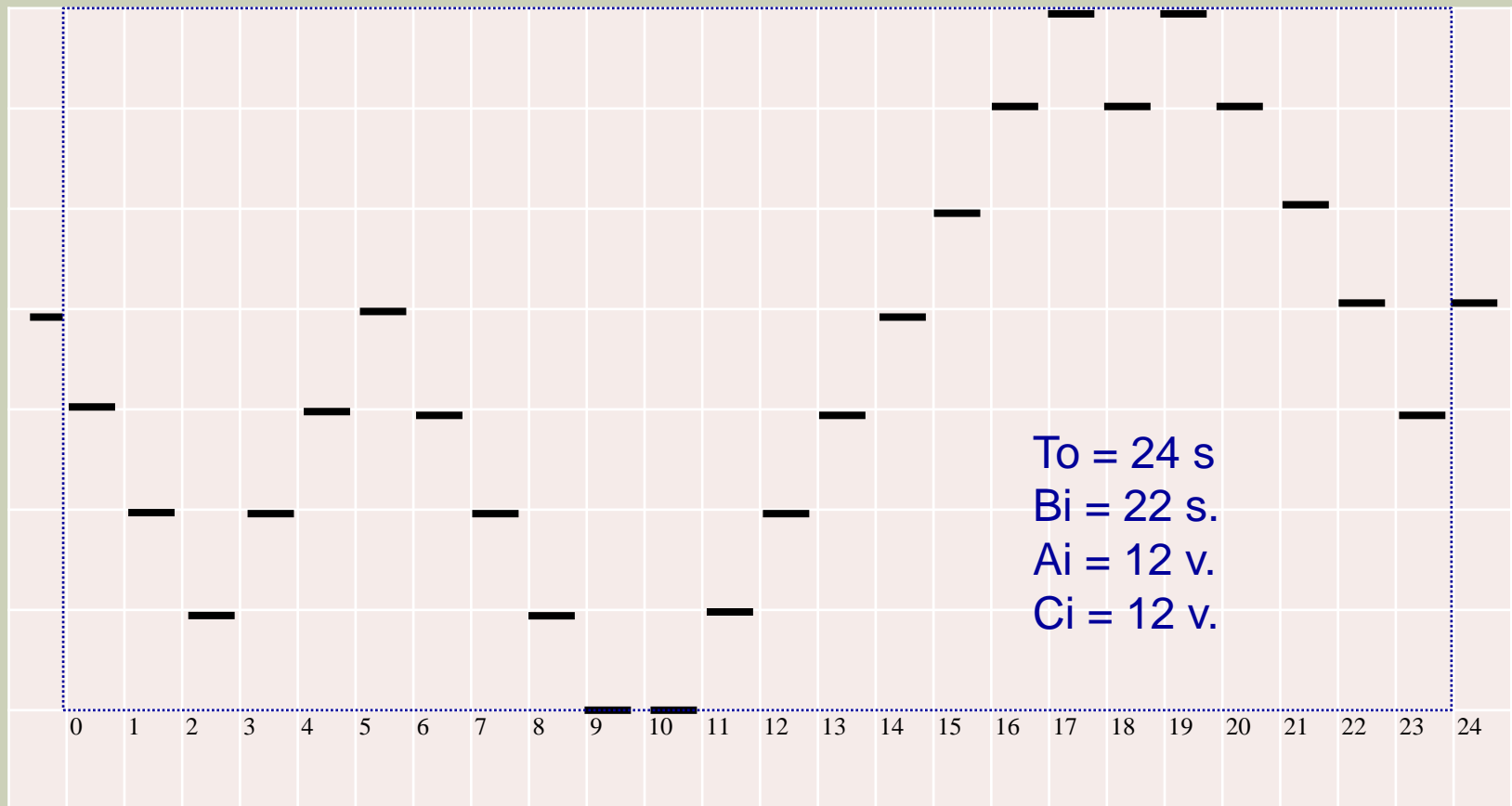
-> 7,7 ms/IO

Então:

$$S_i = R_i / (1 + R_i \times \lambda_i)$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Diagramas de Sequenciamento:



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = 24$ s. $B_i = 22$ s. $A_i = C_i = 12$ v.

Variáveis Derivadas:

λ_i : Carga de trabalho do dispositivo “i”, [v/s]

$$\lambda_i = A_i/T_o = 12/24 = 0,5 \text{ v/s}$$

X_i : Taxa de processamento do dispositivo “i”, [v/s]

$$X_i = C_i/T_o = 12/24 = 0,5 \text{ v/s}$$

U_i : Utilização do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = B_i/T_o = 22/24 = 0,92 \Rightarrow 92 \%$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = 24$ s. $B_i = 22$ s. $A_i = C_i = 12$ v.

U_i: Disponibilidade do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = 1 - U_i = 1 - 0,92 = 0,08 \Rightarrow 8 \%$$

S_i: Tempo médio de serviço do dispositivo “i”, [s/v]

$$S_i = B_i / C_i = 22 / 12 = 1,83 \text{ s/v}$$

R_i: Tempo médio de resposta do dispositivo “i” [s/v]

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 1,83 / (1 - 0,92) = 22,92 \text{ s/v}$$

W_i: Tempo médio de espera do dispositivo “i” [s/v]

$$W_i = R_i - S_i = 22,92 - 1,83 = 21,09 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

1) Otimizando Código em 25 %

$$Si_{\text{novo}} = 0,75 \times Si_{\text{anterior}}$$

$$Si = 0,75 \times 1,83 = 1,37 \text{ s/v}$$

Mantendo a carga constante: $\lambda_i = 0,5 \text{ v/s}$

$$Ui_{\text{novo}} = Si \times \lambda_{i_{\text{novo}}} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$Ui_{\text{novo}} = 1,37 \times 0,50 = 0,68 \Rightarrow 68 \%$$

$$Ri_{\text{novo}} = Si_{\text{novo}} / (1 - Ui) = 1,37 / (1 - 0,68) = 4,28 \text{ s/v}$$

$$Wi = Ri - Si = 4,28 - 1,37 = 2,91 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

2) Aumentando a Carga de trabalho em 10%

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,50 = 0,55 \text{ v/s}$$

$$S_i = 1,37 \text{ s/v}$$

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

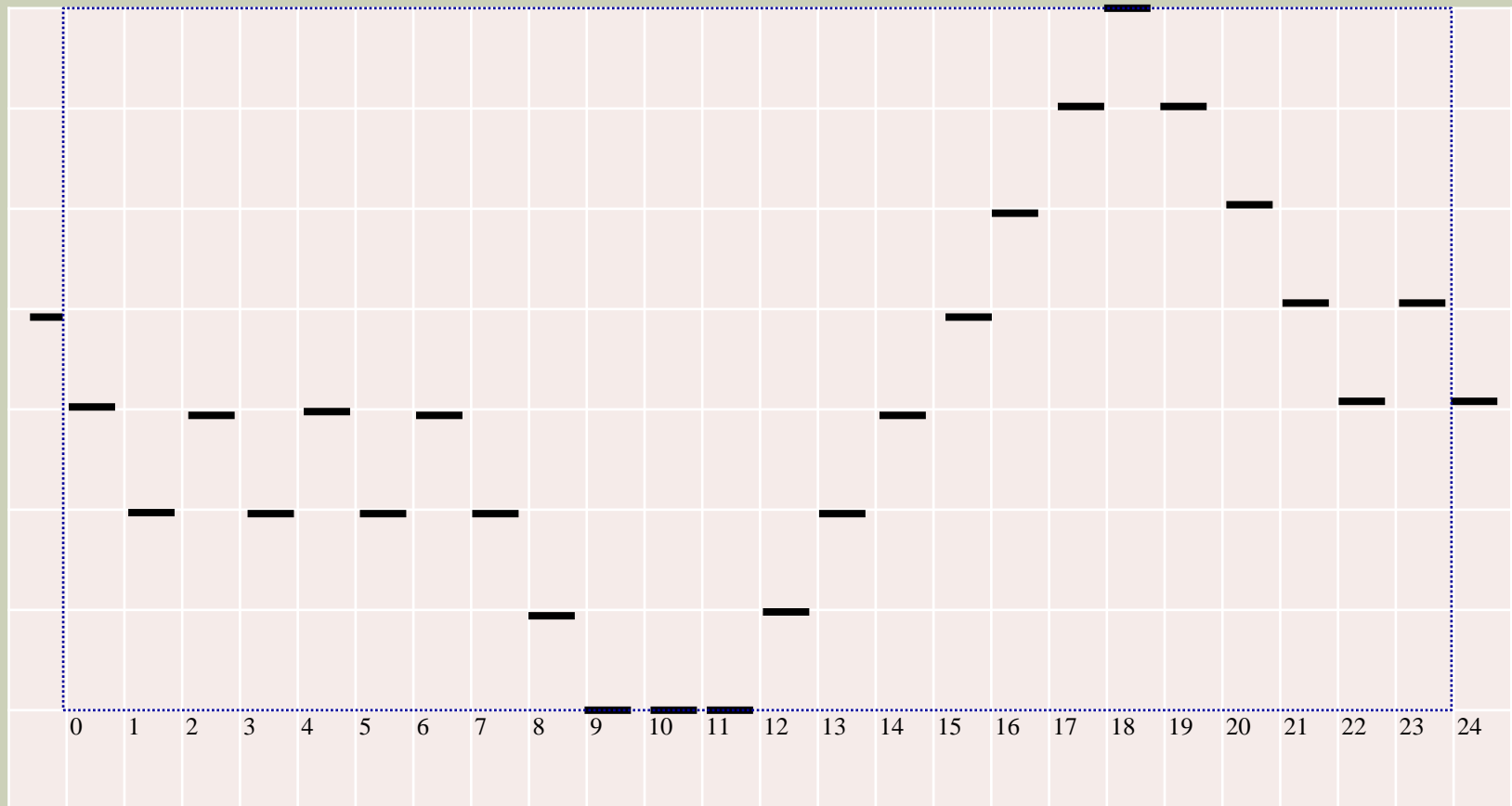
$$U_{i_novo} = 1,37 \times 0,55 = 0,75 \Rightarrow 75 \%$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,37 / (1 - 0,75) = 5,48 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 5,48 - 1,37 = 4,11 \text{ s/v}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

EXERCÍCIO - Diagramas de Sequenciamento:



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = 24$ s. $B_i = 21$ s. $A_i = 11$ v. $C_i = 12$ v.

Variáveis Derivadas:

λ_i : Carga de trabalho do dispositivo “i”, [v/s]

$$\lambda_i = A_i/T_o = 11/24 = 0,46 \text{ v/s}$$

X_i : Taxa de processamento do dispositivo “i”, [v/s]

$$X_i = C_i/T_o = 12/24 = 0,50 \text{ v/s}$$

U_i : Utilização do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = B_i/T_o = 21/24 = 0,875 \text{ (87\%)}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

Exemplo: $T_o = ?$ s. $B_i = ?$ s. $A_i = C_i = ?$ v.

U_i: Disponibilidade do dispositivo “i”, adim, [%]

$$U_i = 1 - U_i = 1 - 0,87 = 0,13$$

S_i: Tempo médio de serviço do dispositivo “i”, [s/v]

$$S_i = B_i / C_i = 21 / 12 = 1,75 \text{ s/v}$$

R_i: Tempo médio de resposta do dispositivo “i” [s/v]

$$R_i = S_i / (1 - U_i) = 1,75 / 0,13 = 13,46 \text{ s/v}$$

W_i: Tempo médio de espera do dispositivo “i” [s/v]

$$W_i = R_i - S_i = 13,46 - 1,75 = 11,71 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

2) Aumentando a Carga de trabalho em 10% (1º mês)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,46 = 0,50 \text{ v/s}$$

$$S_i = 1,75 \text{ s/v}$$

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)} = 1,75 \times 0,50 = 0,875$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,75 / (1 - 0,875) = 1,75 / 0,125 = 14,00 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 14,00 - 1,75 = 12,25 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

3) Aumentando a Carga de trabalho em 10% (2º mês)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,50 = 0,55$$

$$S_i = 1,75 \text{ s/v}$$

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)} = 1,75 \times 0,55 = 0,96$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,75 / (1 - 0,96) = 1,75 / 0,04 = 43,75 \text{ sv}$$

$$W_i = R_i - S_i = 43,75 - 1,75 = 42 \text{ sv}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

4) Aumentando a Carga de trabalho em 10% (mês)

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,55 = 0,60$$

$$S_i = 1,75 \text{ s/v}$$

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)} = 1,75 \times 0,60 = 1,05 \text{ (0,99)}$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,75 / (1 - 0,99) = 1,75 / 0,01 = 175 \text{ s/v}$$

$$W_i = R_i - S_i = 175 - 1,75 = 173,25 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

$\lambda i_{\text{atual}} = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

$Ri_{\text{atual}} = ? \text{ s/v}$

$Ui_{\text{atual}} = ?$

Mês 1:

$\lambda i_1 = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

$Ri_1 = ? \text{ s/v}$

$Ui_1 = ?$

Mês 2:

$\lambda i_2 = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

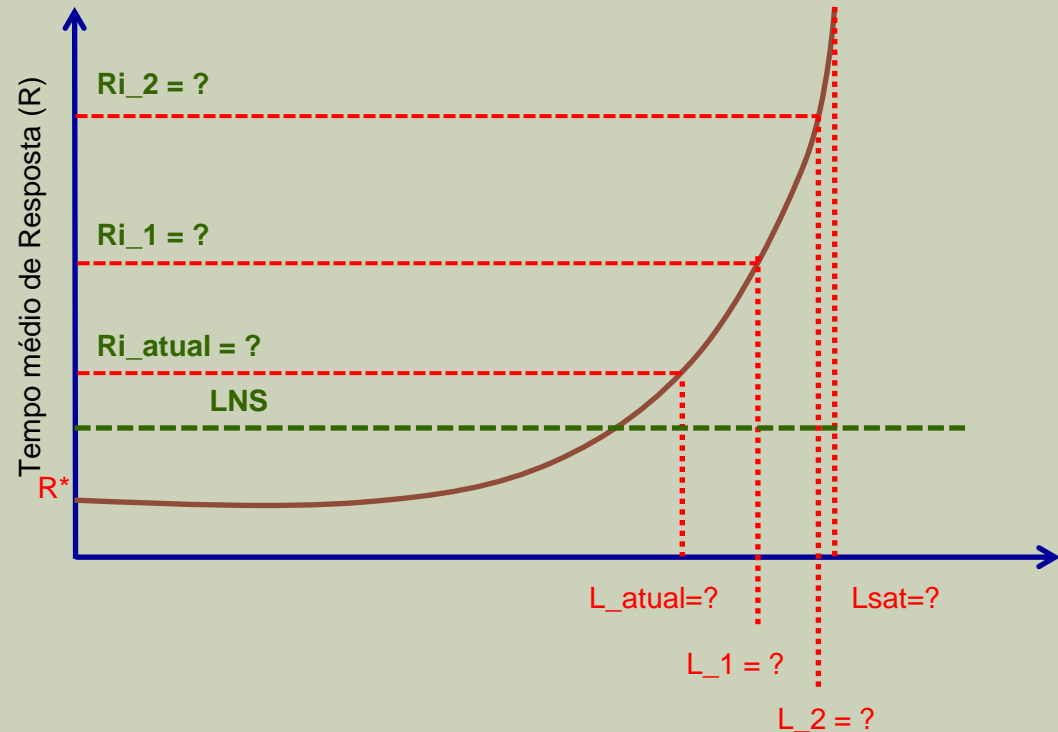
$Ri_2 = ? \text{ s/v}$

$Ui_2 = ?$

$\lambda i_{\text{sat}} = 1/Si = ? \text{ v/s}$

$\lambda i_{\text{sat}} = ? \text{ v/min}$

$Ui = 1$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

$\lambda_{i_atual} = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

$R_{i_atual} = ? \text{ s/v}$

$U_{i_atual} = ?$

Mês 1:

$\lambda_{i_1} = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

$R_{i_1} = ? \text{ s/v}$

$U_{i_1} = ?$

Mês 2:

$\lambda_{i_2} = ? \text{ v/s} \rightarrow ? \text{ v/min}$

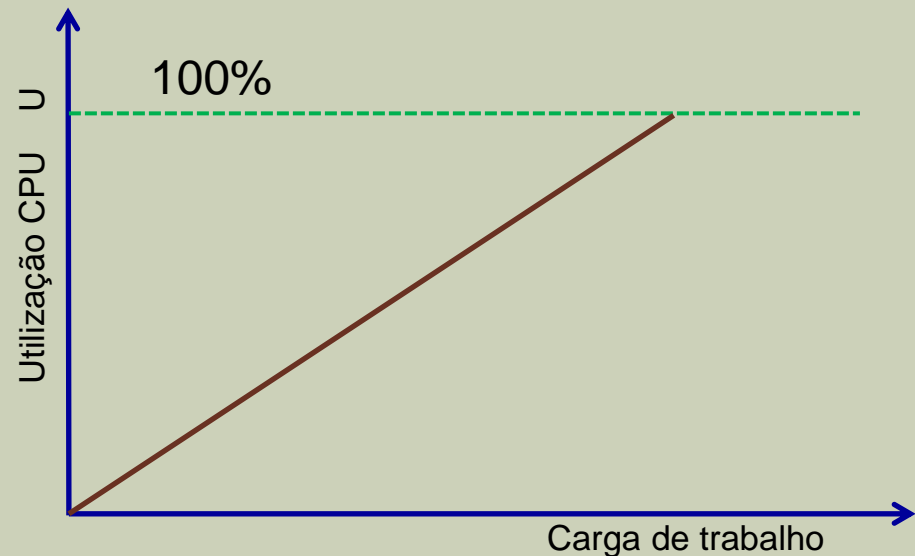
$R_{i_2} = ? \text{ s/v}$

$U_{i_2} = ?$

$\lambda_{i_sat} = 1/S_i = ? \text{ v/s}$

$\lambda_{i_sat} = ? \text{ v/min}$

$U_i = 1$



MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

5) Otimizando Código em 25 %

$$Si_{\text{novo}} = 0,75 \times Si_{\text{anterior}}$$

$$Si = 0,75 \times 1,75 = 1,31 \text{ s/v}$$

Mantendo a carga constante:

$$Ui_{\text{novo}} = Si \times \lambda i_{\text{novo}} \text{ (Teorema da Utilização)} = 1,31 \times 0,60 = 0,79$$

$$Ri_{\text{novo}} = Si_{\text{novo}} / (1 - Ui) = 1,31 / 0,21 = 6,24 \text{ s/v}$$

$$Wi = Ri - Si = 6,24 - 1,31 = 4,93 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

6) Aumentando a Carga de trabalho em 10%

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,60 = 0,67$$

$$S_i = 1,31 \text{ s/v}$$

Mantendo a carga constante:

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$U_{i_novo} = 1,31 \times 0,67 = 0,88$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,31 / 0,12 = 10,92$$

$$W_i = R_i - S_i = 10,92 - 1,31 = 9,61 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

6) Aumentando a Carga de trabalho em 10%

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times \lambda_{i_anterior}$$

$$\lambda_{i_novo} = 1,10 \times 0,67 = 0,73$$

$$S_i = 1,31 \text{ s/v}$$

Mantendo a carga constante:

$$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_{i_novo} \text{ (Teorema da Utilização)}$$

$$U_{i_novo} = 1,31 \times 0,73 = 0,96$$

$$R_{i_novo} = S_{i_novo} / (1 - U_i) = 1,31 / 0,04 = 32,75$$

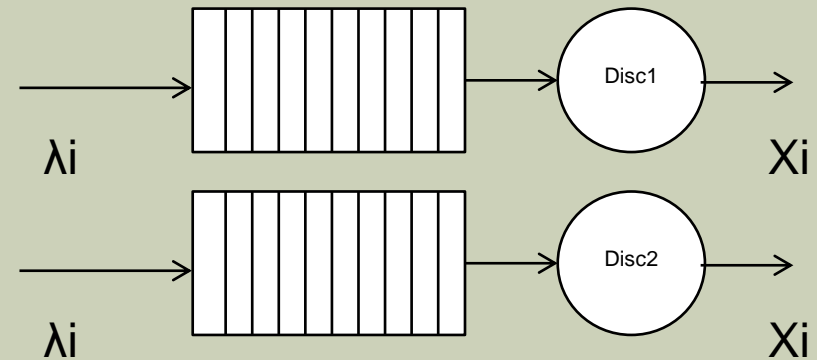
$$W_i = R_i - S_i = 10,92 - 1,31 = 10,61 \text{ s/v}$$

MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ISOLADOS

7) Duplicando o disco

$S_i = ?$

$S_i = 1,31$



Definição da carga a considerar: $\lambda_i = 0,73$

$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_i$ (Teorema da Utilização) $= 1,31 \times (0,73/2) = 0,47$

$R_{i_novo}(x \text{ disco}) = S_i / (1 - U_i) = 1,31 / 0,53 = 2,27 \text{ s/v}$

$U_{i_novo} = S_i \times \lambda_i$ (Teorema da Utilização) $= 1,31 \times (0,73/3) = 0,30$

$R_{i_novo}(x \text{ disco}) = S_i / (1 - U_i) = 1,31 / 0,70 = 1,87 \quad 2,27 \text{ s/v}$

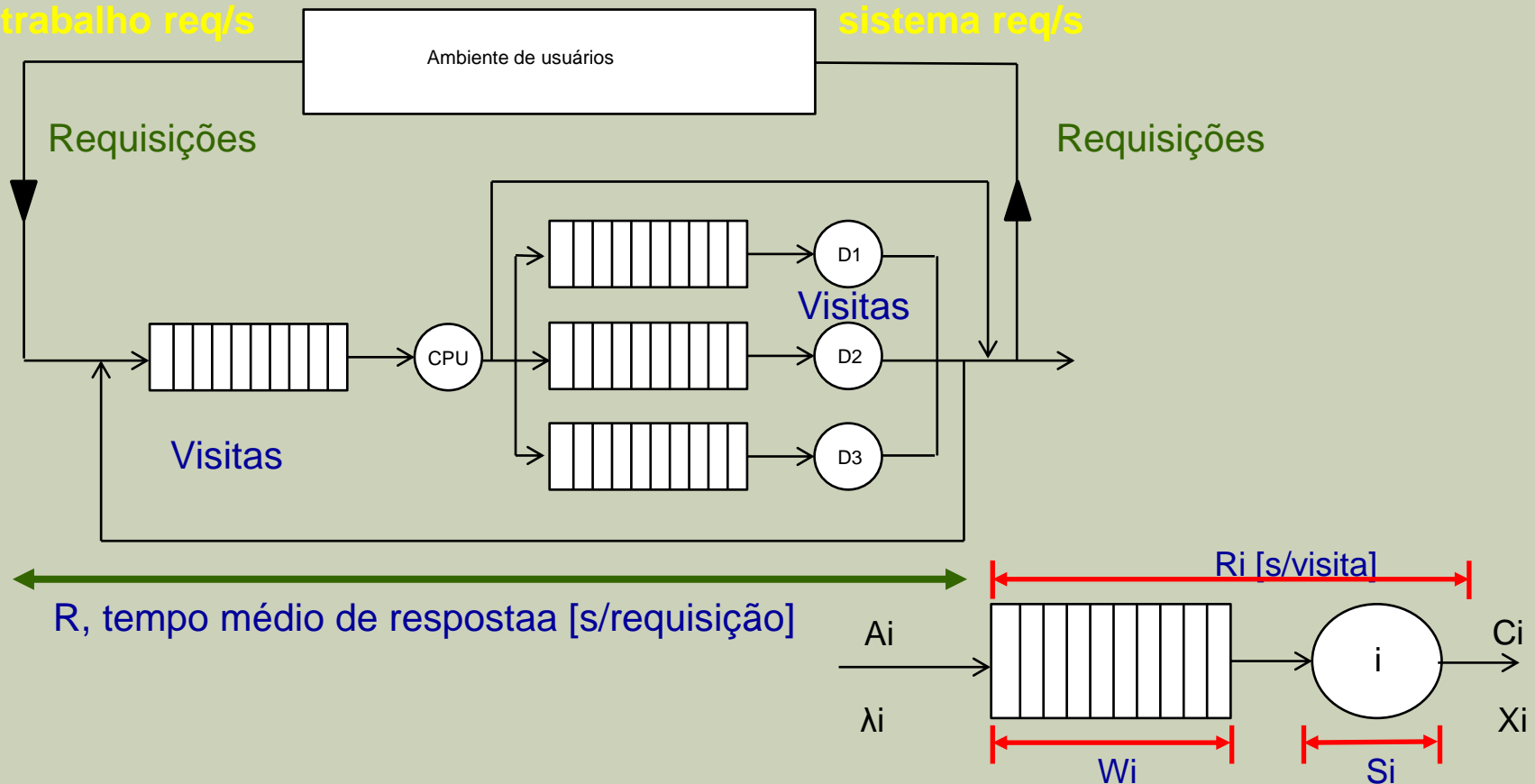
Modelagem de rede de dispositivos para compor um Servidor

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Requisições e visitas por requisição:

λ_0 : Carga de trabalho req/s

X_0 : Throughput do sistema req/s



MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Lei do tempo médio de resposta do sistema (R):

$$R = f \text{ (contribuição dos dispositivos internos) [s/req.]}$$

Taxa de visitação de cada dispositivo (V_i):

$$V_i = C_i / C_o \text{ [visitas/requisição]}$$

Onde: C_i : visitas que saíram do dispositivo “i” durante T_o
 C_o : requisições atendidas durante T_o

Exemplo:

$C_o = 10 \text{ req.}$	$C_{cpu} = 20 \text{ v}$	$C_{D1} = 15 \text{ v}$	$C_{D2} = 10 \text{ v}$	$C_{D3} = 5 \text{ v}$
	$V_{cpu} = 2 \text{ v/r}$	$V_{D1} = 1,5 \text{ v/r}$	$V_{D2} = 1 \text{ v/r}$	$V_{D3} = 0,5 \text{ v/r}$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Tempo médio de resposta do sistema (R):

$$R = R_{cpu} * V_{cpu} + R_{D1} * V_{D1} + R_{D2} * V_{D2} + R_{D3} * V_{D3} + [s/req.]$$

De forma implícita:

$$R = \sum R_i * V_i$$

Como: $X_i = \frac{C_i}{T_o} * \frac{C_o}{C_o} = V_i * X_o$

Lei do Fluxo Forçado

Pela hipótese do Equilíbrio de fluxo: $A_i \approx C_i$

fazendo $A_i/T_o \approx C_i/T_o$,

logo: $\lambda_i \approx X_i$

$\lambda_i \approx V_i * \lambda_o$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Tempo médio de resposta do sistema (R):

$$R = \sum R_i * V_i$$

$$R = \sum \frac{S_i}{1-U_i} * V_i$$

Pelo teorema do Utilização: $U_i \approx S_i * \lambda_i$

$$R = \sum \frac{S_i}{1-S_i*\lambda_i} * V_i$$

Pelo teorema do fluxo forçado: $\lambda_i \approx V_i * \lambda_o$

$$R = \sum \frac{S_i}{1-S_i*V_i*\lambda_o} * V_i$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo:

Considere um sistema de computação o qual recebe 300 req/min. (5 req/s) Por monitoramento foram coletados os seguintes dados:

$$\begin{array}{lll} S1 = 9 \text{ ms/v} & S2 = 40 \text{ ms/v} & S3 = 25 \text{ ms/v} \\ V1 = 6 \text{ v/r} & V2 = 1 \text{ v/r} & V3 = 4 \text{ v/r} \end{array}$$

Determinar o tempo médio de resposta do sistema interativo:

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3$$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Ui} = \frac{Si}{1 - Si * \lambda i} = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda o}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: $S1 = 9 \text{ ms/v}$ $S2 = 40 \text{ ms/v}$ $S3 = 25 \text{ ms/v}$
 $V1 = 6 \text{ v/r}$ $V2 = 1 \text{ v/r}$ $V3 = 4 \text{ v/r}$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda_0}$$

$$R1 = \frac{0,009}{1 - 0,009 * 6 * 5} = 0,0123 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 1 * 5} = 0,05 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,025}{1 - 0,025 * 4 * 5} = 0,05 \text{ s/v}$$

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3 = 0,0123 * 6 + 0,05 * 1 + 0,05 * 4 = 0,324 \text{ s/r}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Se a carga aumentr 10% (1º mês)

Os seguintes valores permanecem constantes:

$$S1 = 9 \text{ ms/v}$$

$$V1 = 6 \text{ v/r}$$

$$S2 = 40 \text{ ms/v}$$

$$V2 = 1 \text{ v/r}$$

$$S3 = 25 \text{ ms/v}$$

$$V3 = 4 \text{ v/r}$$

$$R1 = \frac{0,009}{1 - 0,27 * 1,10} = \frac{0,009}{0,71} = 0,0126 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,040}{1 - 0,20 * 1,10} = \frac{0,040}{0,78} = 0,051 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,025}{1 - 0,50 * 1,10} = \frac{0,025}{0,45} = 0,055 \text{ s/v}$$

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3 = 0,0126 * 6 + 0,051 * 1 + 0,055 * 4 \\ = 0,335 \text{ s/r}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Se a carga aumentr 10% (2º mês)

Os seguintes valores permanecem constantes:

$$S1 = 9 \text{ ms/v}$$

$$V1 = 6 \text{ v/r}$$

$$S2 = 40 \text{ ms/v}$$

$$V2 = 1 \text{ v/r}$$

$$S3 = 25 \text{ ms/v}$$

$$V3 = 4 \text{ v/r}$$

$$R1 = \frac{0,009}{1 - 0,29 * 1,10} = \frac{0,009}{1 - 0,32} = \frac{0,009}{0,68} = 0,0132 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,040}{1 - 0,22 * 1,10} = \frac{0,040}{1 - 0,24} = \frac{0,040}{0,76} = 0,052 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,025}{1 - 0,55 * 1,10} = \frac{0,025}{1 - 0,60} = \frac{0,025}{0,40} = 0,062 \text{ s/v}$$

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3 = 0,0132 * 6 + 0,052 * 1 + 0,062 * 4 \\ = 0,38 \text{ s/r}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exercício:

Considere um sistema de computação o qual recebe 300 req/min. (5 req/s) Por monitoramento foram coletados os seguintes dados:

$$S1 = 10 \text{ ms/v}$$

$$S2 = 50 \text{ ms/v}$$

$$S3 = 40 \text{ ms/v}$$

$$V1 = 5 \text{ v/r}$$

$$V2 = 4 \text{ v/r}$$

$$V3 = 2 \text{ v/r}$$

Determinar o tempo médio de resposta do sistema interativo:

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exercício:

Considere um sistema de computação o qual recebe 300 req/min. (5 req/s) Por monitoramento foram coletados os seguintes dados:

$$\begin{array}{lll} S1 = 10 \text{ ms/v} & S2 = 50 \text{ ms/v} & S3 = 40 \text{ ms/v} \\ V1 = 5 \text{ v/r} & V2 = 4 \text{ v/r} & V3 = 2 \text{ v/r} \end{array}$$

Determinar o tempo médio de resposta do sistema interativo:

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3$$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Ui} = \frac{Si}{1 - Si * \lambda i} = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda o}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: $S1 = 10 \text{ ms/v}$ $S2 = 50 \text{ ms/v}$ $S3 = 40 \text{ ms/v}$
 $V1 = 5 \text{ v/r}$ $V2 = 4 \text{ v/r}$ $V3 = 2 \text{ v/r}$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda_o}$$

$$R1 = \frac{0,010}{1 - 0,010 * 5 * 5} = \frac{0,010}{1 - 0,25} = 0,013 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 1,0} = 5,0 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 2 * 5} = \frac{0,040}{1 - 0,4} = 0,067 \text{ s/v}$$

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R3 * V3 = 0,013 * 5 + 5 * 4 + 0,067 * 2 = 20,199 \text{ s/r}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: $S1 = 10 \text{ ms/v}$ $S2 = 50 \text{ ms/v}$ $S3 = 40 \text{ ms/v}$
 $V1 = 5 \text{ v/r}$ $V2 = 4 \text{ v/r}$ $V3 = 2 \text{ v/r}$

$$R1 = \frac{0,010}{1 - 0,010 * 5 * 5} = \frac{0,010}{1 - 0,25} = 0,013 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,5} = 0,10 \text{ s/v}$$

$$R2 * = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,50} = 0,10 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 2 * 5} = \frac{0,040}{1 - 0,4} = 0,067 \text{ s/v}$$

$$\begin{aligned} R &= R1 * V1 + R2 * V2 + R2 * V2 + R3 * V3 \\ &= 0,013 * 5 + 0,10 * 4 + 0,10 * 4 + 0,067 * 2 = 1,00 \text{ s/r} \end{aligned}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: Aumentando a carga 10%

$$R1 = \frac{0,010}{1 - 0,010 * 5 * 5} = \frac{0,010}{1 - 0,27} = 0,013 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$R2 * = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 2 * 5} = \frac{0,040}{1 - 0,44} = 0,071 \text{ s/v}$$

$$R = R1 * V1 + R2 * V2 + R2 * V2 + R3 * V3 = 0,013 * 5 + 0,11 * 4 + 0,11 * 4 + 0,071 * 2 = 1,09 \text{ (1,00s/r)}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: Qual é a carga de saturação o sistema

$$R1 = \frac{0,010}{1 - 0,010 * 5 * 5} = \frac{0,010}{1 - 0,27} = 0,013 \text{ s/v}$$

$$R2 = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$R2 * = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$R3 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 2 * 5} = \frac{0,040}{1 - 0,44} = 0,071 \text{ s/v}$$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda_o}$$

$$\lambda_o = 1/(Si * Vi)$$

$$\lambda_{o1} = 20 \text{ r/s}$$

$$\lambda_{o2} = 5 \text{ r/s}$$

$$\lambda_{o2} = 5 \text{ r/s}$$

$$\lambda_{o3} = 12,5 \text{ r/s}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo: Qual é a carga que garante que o sistema operaria com 60 % de disponibilidade

$$R1 = \frac{0,010}{1 - 0,010 * 5 * 5} = \frac{0,010}{1 - 0,27} = 0,013 \text{ s/v}$$

$$Ri = \frac{Si}{1 - Si * Vi * \lambda_o}$$

$$R2 = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$\lambda_o = 0,40 / (Si * Vi)$$

$$R2 * = \frac{0,050}{1 - 0,050 * 4 * 5} = \frac{0,050}{1 - 0,55} = 0,11 \text{ s/v}$$

$$\lambda_o1 = 8 \text{ r/s}$$

$$\lambda_o2 = 2 \text{ r/s}$$

$$\lambda_o2 = 2 \text{ r/s}$$

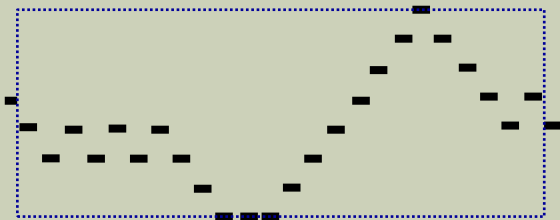
$$\lambda_o3 = 4,8 \text{ r/s}$$

$$R3 = \frac{0,040}{1 - 0,040 * 2 * 5} = \frac{0,040}{1 - 0,44} = 0,071 \text{ s/v}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo 2:

Considere um sistema de computação o qual recebeu 120 requisições durante o tempo de observação de 24 s. Por monitoramento foram coletados os seguintes dados por meio dos diagramas de sequenciamento. Calcular R do sistema:



CPU:

$T_o = 24$ s

$B_i = 20$ s.

$A_i = 12$ v.

$C_i = 12$ v.



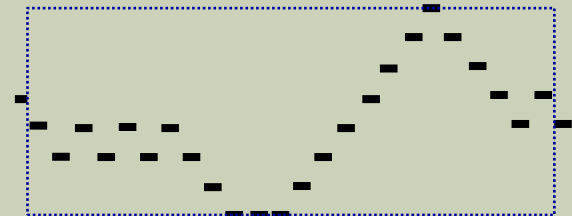
Disco 1:

$T_o = 24$ s

$B_i = 22$ s.

$A_i = 13$ v.

$C_i = 13$ v.



Disco 2:

$T_o = 24$ s

$B_i = 23$ s.

$A_i = 11$ v.

$C_i = 11$ v.

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

$$R = \sum R_i * V_i$$

$$R = \sum \frac{S_i}{1 - S_i * V_i * \lambda_o} * V_i; \quad R = \sum \frac{B_i / C_i}{1 - (B_i / C_i) * (C_i / C_o) * \lambda_o} * (C_i / C_o)$$

$$R_1 * V_1 = \frac{20/12}{1 - (20/12) * (12/120) * 5} * (12/120)$$

$$R_2 * V_2 = \frac{22/13}{1 - (22/13) * (13/120) * 5} * (13/120)$$

$$R_3 * V_3 = \frac{23/11}{1 - (23/11) * (11/120) * 5} * (11/120)$$

Considere um sistema de computação o qual recebe 300 req/min. (5 req/s). Chegaram 120 requisições durante o tempo de observação. Por monitoramento foram coletados os seguintes dados por meio dos diagramas de sequenciamento. Calcular R do sistema:

CPU:

To = 24 s

Bi = 20 s.

Ai = 12 v.

Ci = 12 v.

Disco 1:

To = 24 s

Bi = 22 s.

Ai = 13 v.

Ci = 13 v.

Disco 2:

To = 24 s

Bi = 23 s.

Ai = 11 v.

Ci = 11 v.

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

$$R1 * V1 = \frac{1,67}{1-0,83} * (0,1)=0,98$$

$$R2 * V2 = \frac{1,69}{1-0,92} * (0,11)=2,32$$

$$R3 * V3 = \frac{2,09}{1-0,96} * (0,09)=4,70$$

$$R_{Total} = 0,98 + 2,32 + 4,70=8,00$$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Se a carga aumentar 10%

$$R1 * V1 = \frac{1,67}{1-0,83*1,10} * (0,1) = \frac{1,67}{1-0,91} * (0,1) = 1,85 \text{ s/v}$$

$$R2 * V2 = \frac{1,69}{1-0,92*1,10} * (0,11) = \frac{1,69}{1-1,02} * (0,11) \Rightarrow \frac{1,69}{1-0,99} * (0,11) = 18,60 \text{ s/v}$$

$$R3 * V3 = \frac{2,09}{1-0,961,10} * (0,09) = \frac{2,09}{1-1,05} * (0,09) = \frac{2,09}{1-0,99} * (0,09) = 18,81 \text{ s/v}$$

$$R_{\text{Total}} = 1,85 + 18,60 + 18,81 = 39,26 \text{ s/v s/v}$$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Duplicando os discos D1 e D2 (Objetivo SLA = 2,5 s/req):

$$R1 * V1 = \frac{1,67}{1-0,91} * (0,1) = 1,85 \text{ s/v}$$

$$R2 * V2 = \frac{1,69}{1-0,99/2} * (0,11) = \frac{1,69}{1-0,50} * (0,11) = 0,37 \text{ s/v}$$

$$R3 * V3 = \frac{2,09}{1 - \frac{0,99}{2}} * (0,09) = \frac{2,09}{1 - 0,50} * (0,09) = 0,37 \text{ s/v}$$

$$RTotal = 1,85 + 0,37 + 0,37 + 0,37 + 0,37 = 3,33 \text{ s/v s/v}$$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Duplicando SERVIDOR (Objetivo SLA = 2,5 s/req):

$$R1 * V1 = \frac{1,67}{1-0,91/2} * (0,1) = 0,30 \text{ s/v}$$

$$R2 * V2 = \frac{1,69}{1-0,50/2} * (0,11) = 0,25 \text{ s/v}$$

$$R2 * V2 = \frac{1,69}{1-0,50/2} * (0,11) = 0,25 \text{ s/v}$$

$$R3 * V3 = \frac{2,09}{1 - 0,50/2} * (0,09) = 0,25 \text{ s/v}$$

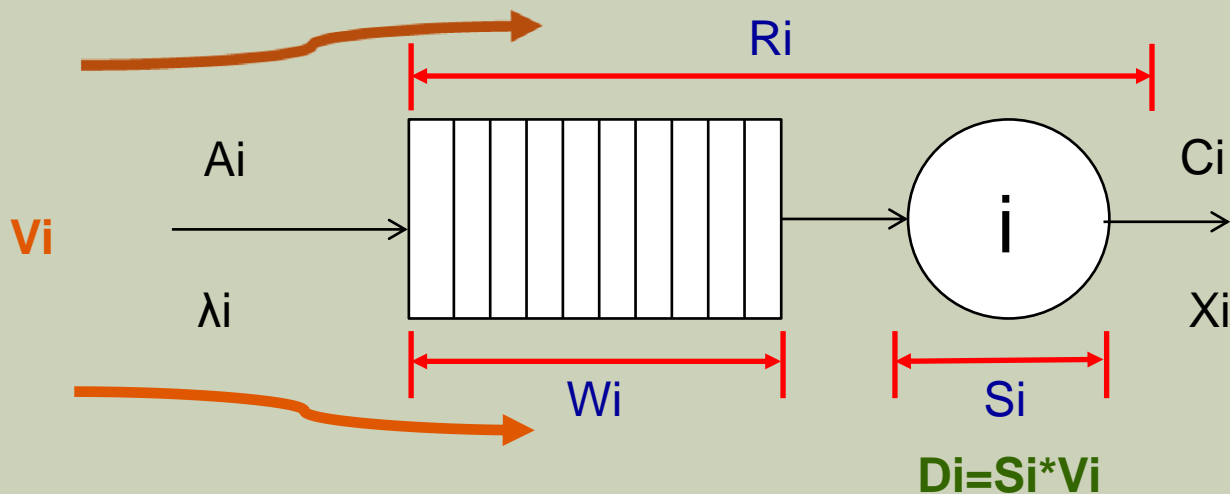
$$R3 * V3 = \frac{2,09}{1 - \frac{0,50}{2}} * (0,09) = 0,25 \text{ s/v}$$

$$R_{\text{Total}} = 0,30 + 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = 1,30 \text{ s/v s/v}$$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Tempo médio total de uma requisição:

D_i : tempo médio total que uma requisição gasta para ser atendida pelo dispositivo “i” em todas as suas visitas ao mesmo [s/req.]



MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

$$R = \sum R_i * V_i$$

$$R_i = \frac{S_i}{1 - U_i}$$

Pelo teorema do Utilização: $U_i \approx S_i * \lambda_i$

Pelo teorema do fluxo forçado: $\lambda_i \approx V_i * \lambda_o$

$$R = \sum \frac{S_i}{1 - S_i * V_i * \lambda_o} * V_i$$

$$R = \sum \frac{B_i/C_i}{1 - (B_i/C_i) * (C_i/C_o) * \lambda_o} * (C_i/C_o)$$

MODELAGEM DE REDES DE DISPOSITIVOS

Tem-se que: $R = \sum R_i * V_i$ ou $R = \sum \frac{S_i}{1-U_i} * V_i$

Como: $D_i = S_i * V_i$

$$R = \sum \frac{D_i}{1-U_i}$$

Como: $D_i = S_i * V_i$ e $U_i = S_i * X_i$ então: $D_i = U_i/X_i * V_i$

Como: $D_i = \frac{U_i}{C_i/T_o} * \frac{C_i}{C_o}$ então: $D_i = \frac{U_i * T_o}{C_o}$

Finalmente: $D_i = U_i/X_o$ Logo: $R = \sum \frac{U_i/X_o}{1-U_i}$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exemplo de Modelo:

$T_o = 1$ hora

$C_o = 7200$ req. Concluídas

$U_{cpu} = 60\%$ Como: $D_i = \frac{U_i}{X_o}$ e $X_o = \frac{C_o}{T_o}$

$U_{d1} = 50\%$

$U_{d2} = 80\%$

$U_{d3} = 90\%$

$$X_o = C_o/T_o = 2 \text{ req./s}$$

$$R = \frac{0,60/2}{1 - 0,60} + \frac{0,50/2}{1 - 0,50} + \frac{0,80/2}{1 - 0,80} + \frac{0,90/2}{1 - 0,90}$$

$$R = \frac{0,30}{0,40} + \frac{0,25}{0,50} + \frac{0,40}{0,20} + \frac{0,45}{0,10}$$

$$R = 0,75 + 0,50 + 2,00 + 4,50$$

$$R = 7,75 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

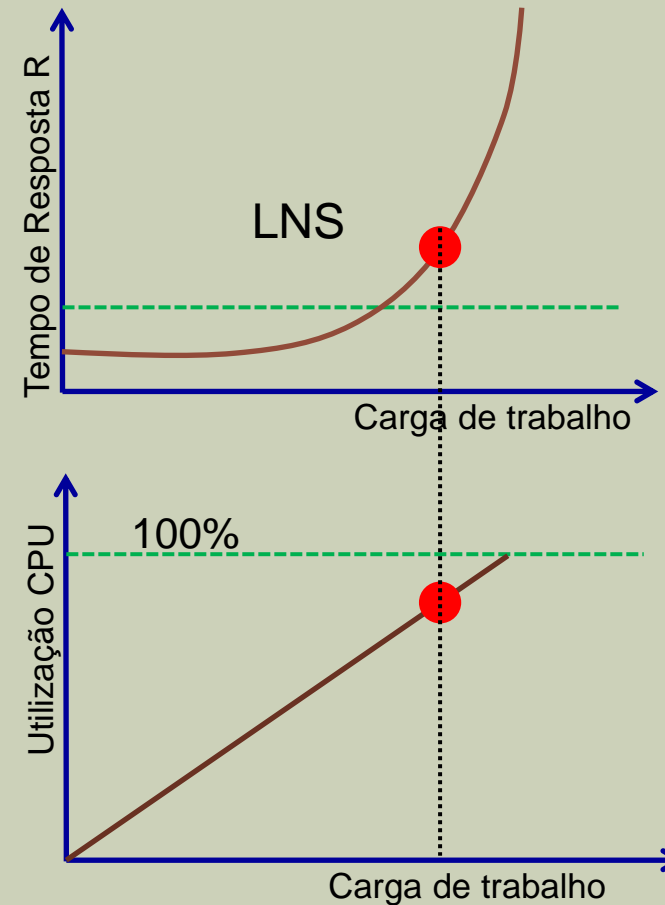
Aumentando a carga em 10%

$$R = \frac{0,30}{1 - 0,66} + \frac{0,25}{1 - 0,55} + \frac{0,40}{1 - 0,88} + \frac{0,45}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0,30}{0,34} + \frac{0,25}{0,45} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,45}{0,01}$$

$$R = 0,88 + 0,55 + 3,33 + 45,0$$

$$R = 49,76 \text{ s/req.}$$



MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Melhorando o código em 10%

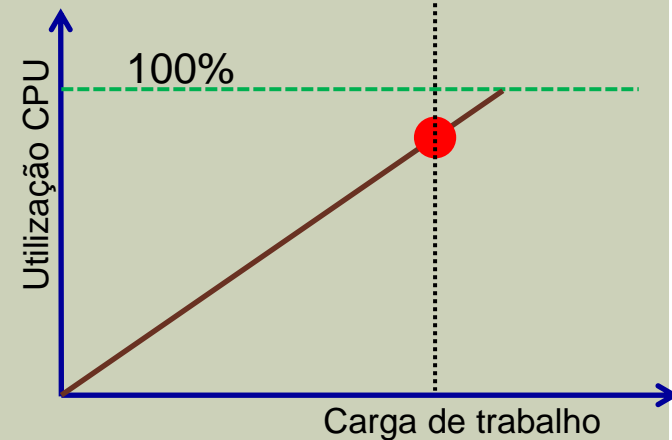
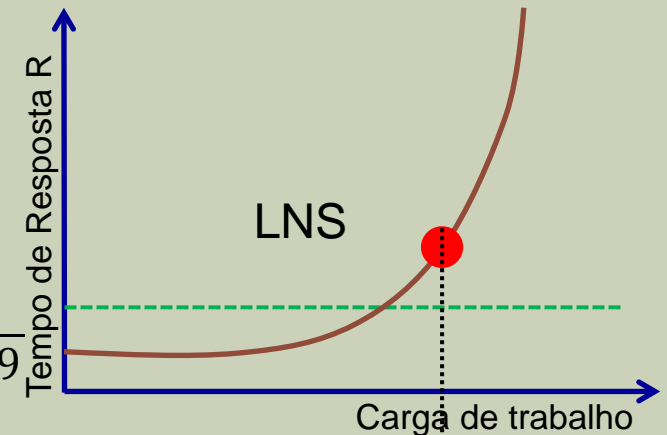
$$R = \frac{0,30}{1 - 0,66} + \frac{0,25}{1 - 0,55} + \frac{0,40}{1 - 0,88} + \frac{0,45}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0,30 * 0,90}{1 - 0,66 * 0,90} + \frac{0,25}{1 - 0,55} + \frac{0,40}{1 - 0,88} + \frac{0,45}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0,27}{0,41} + \frac{0,25}{0,45} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,45}{0,01}$$

$$R = 0,66 + 0,55 + 3,33 + 45,0$$

$$R = 49,54 \text{ s/req.}$$



MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando o storage

$$R = \frac{0,27}{0,41} + \frac{0,25}{0,45} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,45}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0,27}{0,41} + \frac{0,25}{0,45} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,45}{1 - 0,50} + \frac{0,45}{1 - 0,50}$$

$$R = 0,66 + 0,55 + 3,33 + 0,90 + 0,90$$

$$R = 6,34 \text{ s/req.}$$

$$\text{Tempo mínimo} = 1,82 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Duplicando o servidor

$$R = \frac{0,27}{1 - 0,59/2} + \frac{0,25}{1 - 0,55/2} + \frac{0,40}{1 - 0,88/2} + \frac{0,45}{1 - 0,50/2} + \frac{0,45}{1 - 0,50/2}$$

$$R = \frac{0,27}{1 - 0,29} + \frac{0,25}{1 - 0,28} + \frac{0,40}{1 - 0,44} + \frac{0,45}{1 - 0,25} + \frac{0,45}{1 - 0,25}$$

$$R = \frac{0,27}{0,71} + \frac{0,25}{0,72} + \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,45}{0,75} + \frac{0,45}{0,75}$$

$$R = 0,38 + 0,35 + 0,71 + 0,60 + 0,60$$

$$R = 2,64 \text{ s/req.}$$

Tempo mínimo= 1,82 s/req. Para cada servidor

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

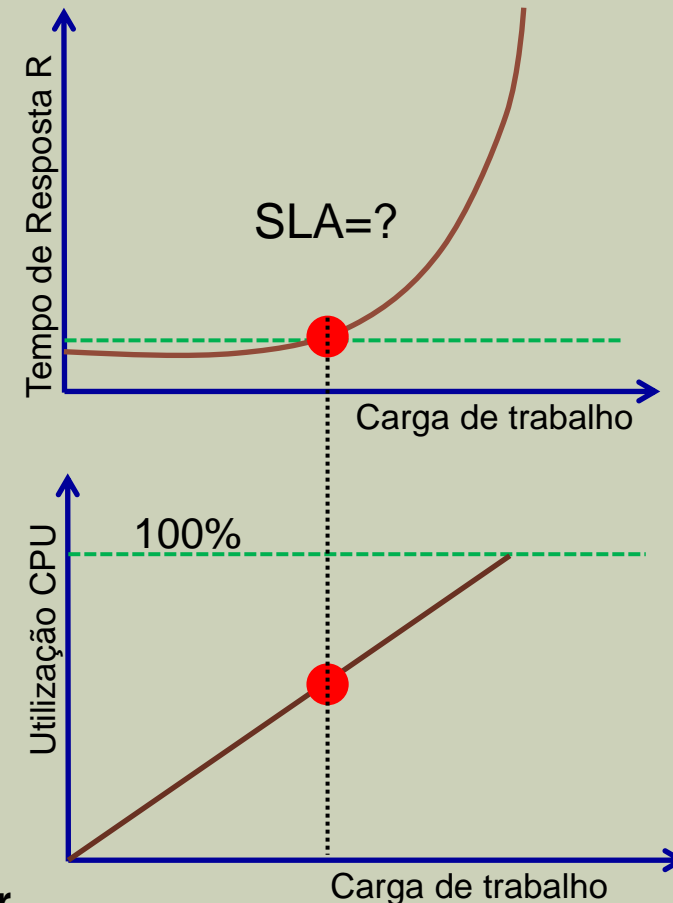
Critério para definir o SLA: Considerando um ambiente em Nuvem: $U_i=40\%$

$$R = \frac{0,27}{1 - 0,40} + \frac{0,25}{1 - 0,40} + \frac{0,40}{1 - 0,40} + \frac{0,45}{1 - 0,40} + \frac{0,45}{1 - 0,40}$$

$$R = \frac{0,27}{0,60} + \frac{0,25}{0,60} + \frac{0,40}{0,60} + \frac{0,45}{0,60} + \frac{0,45}{0,60}$$

$$R_{SLA} = \frac{1,82}{0,60} = 3,03 \text{ s/req, } 60$$

Tempo mínimo= 1,82 s/req. Para cada servidor



MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exercício:

$T_o = 1$ hora

$C_o = 5400$ req. Concluídas

$U_{cpu} = 40\%$ Como: $D_i = \frac{U_i}{X_o}$ e $X_o = \frac{C_o}{T_o}$

$U_{d1} = 80\%$

$U_{d2} = 80\%$

$U_{d3} = 90\%$

$$X_o = C_o/T_o = 1,5 \text{ req./s}$$

$$R = \frac{0,40/1,5}{1 - 0,40} + \frac{0,80/1,5}{1 - 0,80} + \frac{0,80/1,5}{1 - 0,80} + \frac{0,90/1,5}{1 - 0,90}$$

$$R = \frac{0,27}{0,60} + \frac{0,53}{0,20} + \frac{0,53}{0,20} + \frac{0,60}{0,10}$$

$$R = 0,45 + 2,65 + 2,65 + 6,00$$

$$R = 11,75 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando a carga em 10%

$$R = \frac{0,40/1,5}{1 - 0,44} + \frac{0,80/1,5}{1 - 0,88} + \frac{0,80/1,5}{1 - 0,88} + \frac{0,90/1,5}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0,27}{0,56} + \frac{0,53}{0,12} + \frac{0,53}{0,12} + \frac{0,60}{0,01}$$

$$R = 0,48 + 4,42 + 4,42 + 60,00$$

$$R = 69,32 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando o storage

$$R = \frac{0,27}{1-0,44} + \frac{0,53}{1-0,88} + \frac{0,53}{1-0,88} + \frac{0,60}{1-0,50} + \frac{0,60}{1-0,50}$$

$$R = 0,48 + 4,42 + 4,42 + 1,20 + 1,20$$

$$R = 11,72 \text{ s/req.}$$

Tempo mínimo que pode ser alcançado:

$$R = 0,27 + 0,53 + 0,53 + 0,60 + 0,60$$

$$R = 2,53 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Duplicando servidor

Cada Servidor:

$$R = \frac{0,27}{1-0,44/2} + \frac{0,53}{1-0,88/2} + \frac{0,53}{1-0,88/2} + \frac{0,60}{1-0,50/2} + \frac{0,60}{1-0,50/2}$$

$$R = \frac{0,27}{1-0,22} + \frac{0,53}{1-0,44} + \frac{0,53}{1-0,44} + \frac{0,60}{1-0,25} + \frac{0,60}{1-0,25}$$

$$R = \frac{0,27}{0,78} + \frac{0,53}{0,56} + \frac{0,53}{0,56} + \frac{0,60}{0,75} + \frac{0,60}{0,75}$$

$$R = 0,34 + 0,95 + 0,95 + 0,80 + 0,80$$

$$R = 3,84 \text{ s/req.}$$

$$\text{Limite: } 2,53 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Triplicando servidor
Cada Servidor:

$$R = \frac{0,27}{1-0,44/3} + \frac{0,53}{1-0,88/3} + \frac{0,53}{1-0,88/3} + \frac{0,60}{1-0,50/3} + \frac{0,60}{1-0,50/3}$$

$$R = \frac{0,27}{1-0,15} + \frac{0,53}{1-0,30} + \frac{0,53}{1-0,30} + \frac{0,60}{1-0,17} + \frac{0,60}{1-0,17}$$

$$R = \frac{0,27}{0,85} + \frac{0,53}{0,70} + \frac{0,53}{0,70} + \frac{0,60}{0,83} + \frac{0,60}{0,83}$$

$$R = 0,32 + 0,75 + 0,75 + 0,72 + 0,72$$

$$R = 3,26 \text{ s/req.} \quad \text{Limite: } 2,53 \text{ s/req.}$$

Se SLA = 2s/req. O que fazer?

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exercício em aula:

$T_o = 1$ hora

$C_o = 7200$ req. Concluídas

$U_{cpu} = 80\%$ Como: $D_i = \frac{U_i}{X_o}$ e $X_o = \frac{C_o}{T_o}$

$U_{d1} = 80\%$

$U_{d2} = 80\%$

$U_{d3} = 90\%$

$$X_o = C_o / T_o = 2,0 \text{ req./s}$$

$$R = \frac{0,80/2,0}{1 - 0,80} + \frac{0,80/2,0}{1 - 0,80} + \frac{0,80/2,0}{1 - 0,80} + \frac{0,90/2,0}{1 - 0,90}$$

$$R = \frac{0,4}{1 - 0,80} + \frac{0,4}{1 - 0,80} + \frac{0,40}{1 - 0,80} + \frac{0,45}{1 - 0,90}$$

$$R = \frac{0,40}{0,20} + \frac{0,40}{0,20} + \frac{0,40}{0,20} + \frac{0,45}{0,10}$$

$$R = 2 + 2 + 2 + 4,5$$

$$R = 10,5 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando a carga em 10%

$$R = \frac{0,4}{1 - 0,88} + \frac{0,4}{1 - 0,88} + \frac{0,40}{1 - 0,88} + \frac{0,45}{1 - 0,99}$$

$$R = \frac{0.40}{0,12} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,45}{0,01}$$

$$R = 3,33 + 3,33 + 3,33 + 45$$

$$R = 55 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando o storage

$$R = \frac{0,4}{1 - 0,88} + \frac{0,4}{1 - 0,88/2} + \frac{0,40}{1 - 0,88/2} + \frac{0,4}{1 - 0,88/2} + \frac{0,4}{1 - 0,88/2} + \frac{0,45}{1 - 0,99/2} + \frac{0,45}{1 - 0,99/2}$$

$$R = \frac{0,40}{0,12} + \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,45}{0,50} + \frac{0,45}{0,50}$$

$$R = 3,33 + 0,71 + 0,71 + 0,71 + 0,71 + 0,90 + 0,90$$

$$R = 7,97 \text{ s/req.}$$

Tempo mínimo que pode ser alcançado: 3 s/req.

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Duplicando servidor

Cada Servidor:

$$R = \frac{0,4}{1 - 0,88/2} + \frac{0,4}{1 - 0,44/2} + \frac{0,40}{1 - 0,44/2} + \frac{0,4}{1 - 0,44/2} \\ + \frac{0,4}{1 - 0,44/2} + \frac{0,45}{1 - 0,50/2} + \frac{0,45}{1 - 0,50/2}$$

$$R = \frac{0,40}{0,56} + \frac{0,40}{0,78} + \frac{0,40}{0,78} + \frac{0,40}{0,78} + \frac{0,40}{0,78} + \frac{0,45}{0,75} + \frac{0,45}{0,75}$$

$$R = 0,71 + 0,51 + 0,51 + 0,51 + 0,51 + 0,60 + 0,60$$

$$R = 3,95 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Triplicando servidor

Cada Servidor:

$$R = \frac{0,4}{1 - 0,88/3} + \frac{0,4}{1 - 0,44/3} + \frac{0,40}{1 - 0,44/3} + \frac{0,4}{1 - 0,44/3} \\ + \frac{0,4}{1 - 0,44/3} + \frac{0,45}{1 - 0,50/3} + \frac{0,45}{1 - 0,50/3}$$

$$R = \frac{0,40}{0,71} + \frac{0,40}{0,85} + \frac{0,40}{0,85} + \frac{0,40}{0,85} + \frac{0,40}{0,85} + \frac{0,45}{0,83} + \frac{0,45}{0,83}$$

$$R = 0,56 + 0,47 + 0,47 + 0,47 + 0,47 + 0,54 + 0,54$$

$$R = 3,52 \text{ (3,95) s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Determinar o SLA para uma disponibilidade de 40%

$$R = \frac{0.40}{0,40} + \frac{0,40}{0,40} + \frac{0,40}{0,40} + \frac{0,40}{0,40} + \frac{0,40}{0,40} + \frac{0,45}{0,40} + \frac{0,45}{0,40}$$

$$R = 7,25 \text{ s/req.}$$

Modelos Multi-carga

MODELOS MULTI-CARGA

Seja o modelo do sistema considerando que todas as requisições são da mesma natureza:

$$R = \frac{D_{CPU}}{1-U_{CPU}} + \frac{D_{D1}}{1-U_{D1}} + \frac{D_{D2}}{1-U_{D2}} + \frac{D_{D3}}{1-U_{D3}} + \dots +$$

R: Tempo médio de resposta por requisição [s/req.]

U_i: Utilização do dispositivo “i”

D_i: Tempo médio total gasto por uma requisição no dispositivo “i”, sem considerar tempo de espera.

Com:

$$D_{cpu} = D_{cpu}^A + D_{cpu}^B + D_{cpu}^C + \dots$$

$$D_{D1} = D_{D1}^A + D_{D1}^B + D_{D1}^C + \dots$$

Generalizando:

$$D_i = D_i^A + D_i^B + D_i^C + \dots$$

MODELOS MULTI-CARGA

Seja o modelo do sistema considerando que todas as requisições são da mesma natureza:

$$R = \frac{D_{cpu}^A + D_{cpu}^B}{1 - U_{CPU}} + \frac{D_{D1}^A + D_{D1}^B}{1 - U_{D1}} + \frac{D_{D2}^A + D_{D2}^B}{1 - U_{D2}} + \dots$$

Separando as requisições:

$$R_A = \frac{D_{cpu}^A}{1 - U_{CPU}} + \frac{D_{D1}^A}{1 - U_{D1}} + \frac{D_{D2}^A}{1 - U_{D2}} + \dots$$

$$R_B = \frac{D_{cpu}^B}{1 - U_{CPU}} + \frac{D_{D1}^B}{1 - U_{D1}} + \frac{D_{D2}^B}{1 - U_{D2}} + \dots$$

MODELOS MULTI-CARGA

Exemplo: Considere um sistema multi-carga observado durante $T_o = 1$ h. Os seguintes dados foram coletados durante T_o :

Co -req. atendidas	A	B
	3600	7200

Ui - Utilização	A	B	Total
CPU	40%	30%	70%
D1	40%	40%	80%
D2	20%	30%	50%

Avaliar o sistema:

MODELOS MULTI-CARGA

Exemplo:

$X_o = C_o / T_o$	A	B
Req/s.	$3600/3600 = 1$	$7200/3600 = 2$

$D_i = U_i / X_o$	A	B
CPU	$0,40/1=0,40$	$0,30/2=0,15$
D1	$0,40/1=0,40$	$0,40/2=0,20$
D2	$0,20/1=0,20$	$0,30/2=0,15$

$D_i / 1 - U_i$	A	B
CPU	$0,40/1-0,70 = 0,40/0,30 = 1,33$	$0,15/1-0,70 = 0,15/0,30 = 0,50$
D1	$0,40/1-0,80 = 0,40/0,20 = 2$	$0,20/1-0,80 = 0,20/0,20 = 1$
D2	$0,20/1-0,50 = 0,20/0,50 = 0,40$	$0,15/1-0,50 = 0,15/0,50 = 0,30$
TOTAL	$R_a = 3,73 \text{ s/r}$	$R_b = 1,80 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Aumentando a carga A 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	44%	30%	74%
D1	44%	40%	84%
D2	22%	30%	52%

Di são constantes:

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,74 = 0,40/0,26 = 1,53$	$0,15/1-0,74 = 0,15/0,26 = 0,57$
D1	$0,40/1-0,84 = 0,40/0,16 = 2,5$	$0,20/1-0,84 = 0,20/0,16 = 1,25$
D2	$0,20/1-0,52 = 0,20/0,48 = 0,41$	$0,15/1-0,52 = 0,15/0,48 = 0,31$
TOTAL	$Ra = 4,44 \text{ s/r (19\%+)}$	$Rb = 2,13 \text{ s/r (18\%+)}$

MODELOS MULTI-CARGA

Aumentando a carga B 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	44%	33%	77%
D1	44%	44%	88%
D2	22%	33%	55%

Di são constantes:

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,77 = 0,40/0,23 = 1,73$	$0,15/1-0,77 = 0,15/0,23 = 0,65$
D1	$0,40/1-0,88 = 0,40/0,12 = 3,33$	$0,20/1-0,88 = 0,20/0,12 = 1,66$
D2	$0,20/1-0,55 = 0,20/0,45 = 0,44$	$0,15/1-0,55 = 0,15/0,45 = 0,33$
TOTAL	$Ra = 5,50 \text{ s/r (25\%+)}$	$Rb = 2,64 \text{ s/r (24\%+)}$

MODELOS MULTI-CARGA

Se as cargas A e B aumentam em 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	48%	36%	84%
D1	48%	48%	96%
D2	24%	36%	60%

Di são constantes:

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,84 = 0,40/0,16 = 2,5$	$0,15/1-0,84 = 0,15/0,16 = 0,93$
D1	$0,40/1-0,96 = 0,40/0,04 = 10,0$	$0,20/1-0,96 = 0,20/0,04 = 5,0$
D2	$0,20/1-0,60 = 0,20/0,40 = 0,50$	$0,15/1-0,60 = 0,15/0,40 = 0,37$
TOTAL	$Ra = 13,00 \text{ s/r (136\%+)}$	$Rb = 6,30 \text{ s/r (142\%+)}$

MODELOS MULTI-CARGA

Duplicando o disco D1:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	48%	36%	84%
D1 (original)	24%	24%	48%
D1 (espelhado)	24%	24%	48%
D2	24%	36%	60%

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,84 = 0,40/0,16 = 2,5$	$0,15/1-0,84 = 0,15/0,16 = 0,93$
D1 (original)	$0,40/1-0,48 = 0,40/0,52 = 0,77$	$0,20/1-0,48 = 0,20/0,52 = 0,38$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,48 = 0,40/0,52 = 0,77$	$0,20/1-0,48 = 0,20/0,52 = 0,38$
D2	$0,20/1-0,60 = 0,20/0,40 = 0,50$	$0,15/1-0,60 = 0,15/0,40 = 0,37$
TOTAL	$Ra = 4,54 \text{ s/r}$	$Rb = 2,06 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Duplicado o disco D1 e aumentando as cargas A e B em 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	48% (52%)	36% (40%)	84% (92%)
D1	24% (26%)	24% (26%)	48% (52%)
D1 (espelhado)	24% (26%)	24% (26%)	48% (52%)
D2	24% (26%)	36% (40%)	60% (66%)

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,92 = 0,40/0,08 = 5,00$	$0,15/1-0,92 = 0,15/0,08 = 1,87$
D1	$0,40/1-0,52 = 0,40/0,48 = 0,83$	$0,20/1-0,52 = 0,20/0,48 = 0,42$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,52 = 0,40/0,48 = 0,83$	$0,20/1-0,52 = 0,20/0,48 = 0,42$
D2	$0,20/1-0,66 = 0,20/0,34 = 0,59$	$0,15/1-0,66 = 0,15/0,34 = 0,44$
TOTAL	$Ra = 7,25 \text{ s/r}$	$Rb = 3,15 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Duplicando o disco D1 e aumentando as cargas A e B em mais 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	52%	40%	92% (1,02%)
D1	26%	26%	52% (57%)
D1 (espelhado)	26%	26%	52% (57%)
D2	26%	40%	66% (73%)

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,40/1-0,99 = 0,40/0,01 = 40,00$	$0,15/1-0,99 = 0,15/0,01 = 15$
D1	$0,40/1-0,57 = 0,40/0,43 = 0,93$	$0,20/1-0,57 = 0,20/0,43 = 0,46$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,57 = 0,40/0,43 = 0,93$	$0,20/1-0,57 = 0,20/0,43 = 0,46$
D2	$0,20/1-0,73 = 0,20/0,27 = 0,74$	$0,15/1-0,73 = 0,15/0,27 = 0,56$
TOTAL	Ra = 42,6 s/r	Rb = 16,48 s/r

MODELOS MULTI-CARGA

Melhorando o código de CPU em 10%:

Di/1-Ui	A	B
CPU	$(0,90*0,40)/(1-0,99*0,90) =$ $0,36/(1-0,89) =$ $0,36/0,11 = 3,27$	$(0,90*0,15)/(1-0,99*0,90) =$ $0,13/(1-0,89) =$ $0,13/0,11 = 1,18$
D1	$0,40/1-0,57 = 0,40/0,43 = 0,93$	$0,20/1-0,57 = 0,20/0,43 = 0,46$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,57 = 0,40/0,43 = 0,93$	$0,20/1-0,57 = 0,20/0,43 = 0,46$
D2	$0,20/1-0,73 = 0,20/0,27 = 0,74$	$0,15/1-0,73 = 0,15/0,27 = 0,56$
TOTAL	Ra = 5,87 s/r	Rb = 2,66 s/r

MODELOS MULTI-CARGA

Duplicando o servidor:

Ui – Utilização	Total
CPU	89% (44%)
D1	57% (27%)
D1 (espelhado)	57% (27%)
D2	73% (36%)

$D_i/1-U_i$	A	B
CPU	$0,36/1-0,44 = 0,36/0,56 = 0,64$	$0,13/1-0,44 = 0,13/0,56 = 0,23$
D1	$0,40/1-0,27 = 0,40/0,73 = 0,55$	$0,20/1-0,27 = 0,20/0,73 = 0,27$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,27 = 0,40/0,73 = 0,55$	$0,20/1-0,27 = 0,20/0,73 = 0,27$
D2	$0,20/1-0,36 = 0,20/0,64 = 0,31$	$0,15/1-0,36 = 0,15/0,64 = 0,23$
TOTAL	$R_a = 2,05 \text{ s/r}$	$R_b = 1,00 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Triplicando o servidor:

Ui – Utilização	Total
CPU	89% (30%)
D1	57% (19%)
D1 (espelhado)	57% (19%)
D2	73% (24%)

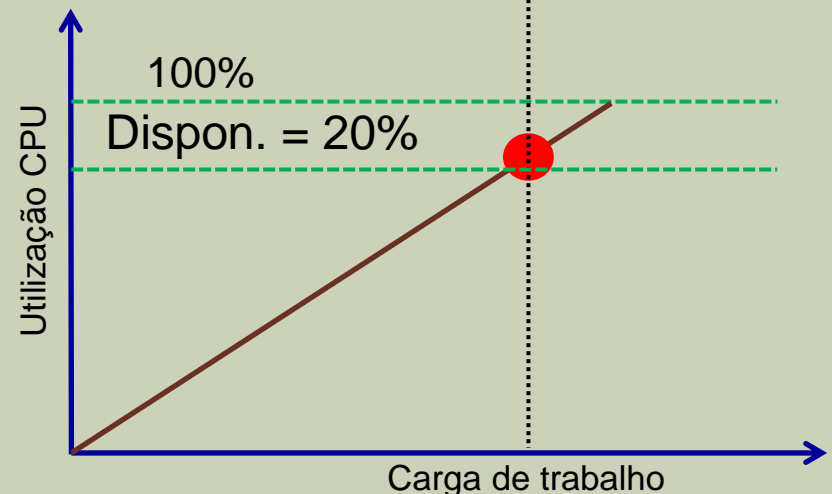
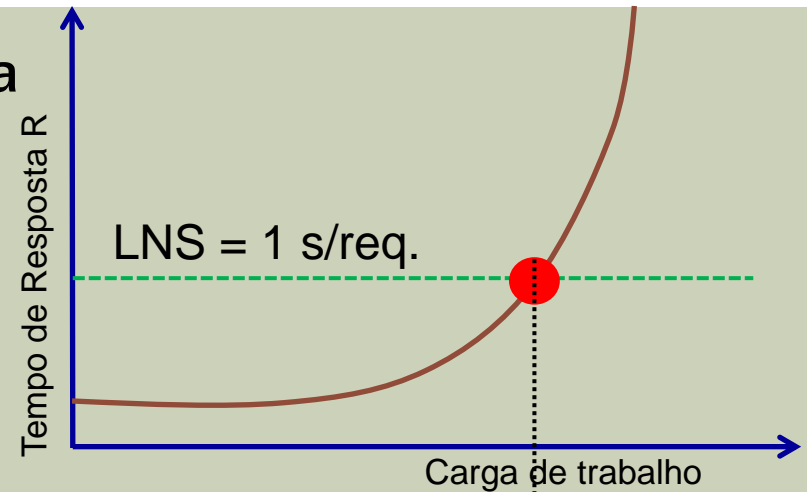
$D_i/1-U_i$	A	B
CPU	$0,36/1-0,30 = 0,36/0,70 = 0,51$	$0,13/1-0,30 = 0,13/0,70 = 0,18$
D1	$0,40/1-0,19 = 0,40/0,81 = 0,49$	$0,20/1-0,19 = 0,20/0,81 = 0,25$
D1 (espelhado)	$0,40/1-0,19 = 0,40/0,81 = 0,49$	$0,20/1-0,19 = 0,20/0,81 = 0,25$
D2	$0,20/1-0,24 = 0,20/0,76 = 0,26$	$0,15/1-0,24 = 0,15/0,76 = 0,20$
TOTAL	$R_a = 1,76 \text{ s/r}$	$R_b = 0,88 \text{ s/r}$

Tempo de resposta mínimo possível: $R_a = 1,36 \text{ s/r}$ $R_b = 0,68 \text{ s/r}$

ETAPA 10: PROPOSTA DE NOVA CONFIGURAÇÃO

Considerando os modelos de carga de trabalho e do sistema computacional, o próximo passo é ajustar uma configuração que atenda requisitos como:

- Vida útil do sistema
- Disponibilidade do Sistema
- Limites de QoS - SLA



MODELOS MULTI-CARGA

Exemplo:

Ui	Total
CPU	80%
D1	80%
D2	50%

Disco 1 = BD1, BD2
Disco 2 = BD3, BD4

	A	B
# de req. processadas	6000	3000
Consumo de CPU	1500 s	600 s
# de Operações de I/O em disco		
BD1	10000	15000
BD2	5000	0
BD3	20000	2000
BD4	0	4000

MODELOS MULTI-CARGA

Ui	Total
CPU	80%
D1	80%
D2	50%

Disco 1 = BD1, BD2
Disco 2 = BD3, BD4

	A	B
# de req. processadas	6000	3000
Consumo de CPU	1500 s	600 s
# de Operações de I/O em disco		
BD1	10000	15000
BD2	5000	0
BD3	20000	2000
BD4	0	4000

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	$0,8 * 1500 / 2100 = 0,57$	$0,80 * 600 / 2100 = 0,23$	80%
D1	$0,80 * 15000 / 30000 = 0,40$	$0,80 * 15000 / 30000 = 0,40$	80%
D2	$0,50 * 20000 / 26000 = 0,38$	$0,50 * 6000 / 26000 = 0,12$	50%

MODELOS MULTI-CARGA

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	0,57	0,23	80%
D1	0,40	0,40	80%
D2	0,38	0,12	50%

$X_o = C_o / T_o$	A	B
Req/s.	$6000/3600 = 1,67$	$3000/3600 = 0,83$

$D_i = U_i / X_o$	A	B
CPU	$0,57/1,67=0,34$	$0,23/0,83=0,28$
D1	$0,40/1,67=0,24$	$0,40/0,83=0,48$
D2	$0,38/1,67=0,23$	$0,12/0,83=0,14$

MODELOS MULTI-CARGA

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	0,57	0,23	80%
D1	0,40	0,40	80%
D2	0,38	0,12	50%

Di=Ui/Xo	A	B
CPU	$0,57/1,67=0,34$	$0,23/0,83=0,28$
D1	$0,40/1,67=0,24$	$0,40/0,83=0,48$
D2	$0,38/1,67=0,23$	$0,12/0,83=0,14$

Di/1-Ui	A	B
CPU	$0,34/1-0,80 = 0,34/0,20 = 1,70$	$0,28/1-0,80 = 0,28/0,20 = 1,4$
D1	$0,24/1-0,80 = 0,24/0,20 = 1,2$	$0,48/1-0,80 = 0,48/0,20 = 2,4$
D2	$0,23/1-0,50 = 0,23/0,50 = 0,46$	$0,14/1-0,50 = 0,14/0,50 = 0,28$
TOTAL	Ra = 3,36 s/r	Rb = 4,08 s/r

MODELOS MULTI-CARGA

Aumentando a carga A em 10%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	0,62	0,23	85%
D1	0,44	0,40	84%
D2	0,42	0,12	54%

$D_i/1-U_i$	A	B
CPU	$0,34/1-0,85 = 0,34/0,15 = 2,27$	$0,28/1-0,85 = 0,28/0,15 = 1,87$
D1	$0,24/1-0,84 = 0,24/0,16 = 1,5$	$0,48/1-0,84 = 0,48/0,16 = 3,0$
D2	$0,23/1-0,54 = 0,23/0,46 = 0,5$	$0,14/1-0,54 = 0,14/0,46 = 0,30$
TOTAL	$R_a = 4,27 \text{ s/r}$	$R_b = 5,17 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Aumentando a carga B em 20%:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	0,62	0,28	90%
D1	0,44	0,48	92%
D2	0,42	0,14	56%

$D_i/1-U_i$	A	B
CPU	$0,34/1-0,90 = 0,34/0,10 = 3,40$	$0,28/1-0,90 = 0,28/0,10 = 2,8$
D1	$0,24/1-0,92 = 0,24/0,08 = 3,0$	$0,48/1-0,92 = 0,48/0,08 = 6,0$
D2	$0,23/1-0,56 = 0,23/0,44 = 0,52$	$0,14/1-0,56 = 0,14/0,44 = 0,32$
TOTAL	$R_a = 6,92 \text{ s/r}$	$R_b = 9,12 \text{ s/r}$

MODELOS MULTI-CARGA

Duplicando Servidor:

Ui – Utilização	A	B	Total
CPU	0,62	0,28	90%/2=0,45
D1	0,44	0,48	92%/2=0,46
D2	0,42	0,14	56%/2=0,28

$D_i/1-U_i$	A	B
CPU	$0,34/1-0,45 = 0,34/0,55 = 0,62$	$0,28/1-0,45 = 0,28/0,55 = 0,51$
D1	$0,24/1-0,46 = 0,24/0,54 = 0,44$	$0,48/1-0,46 = 0,48/0,54 = 0,89$
D2	$0,23/1-0,28 = 0,23/0,72 = 0,32$	$0,14/1-0,28 = 0,14/0,72 = 0,2$
TOTAL	Ra = (6,92) 1,38 s/r	Rb = (9,12) 1,6 s/r

Tempo mínimo: A) 0,81 s/req B) 0,90 s/req.

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Exercícios diversos:

$T_o = 1$ hora

$C_o = 9000$ req. Concluídas

$U_{cpu} = 80\%$ Como:

$$D_i = \frac{U_i}{X_o} \text{ e } X_o = \frac{C_o}{T_o}$$

$U_{d1} = 80\%$

$U_{d2} = 40\%$

$U_{d3} = 50\%$

$$X_o = C_o/T_o = 2,5 \text{ req./s}$$

$$R = \frac{0,80/2,5}{1 - 0,80} + \frac{0,80/2,5}{1 - 0,80} + \frac{0,40/2,5}{1 - 0,80} + \frac{0,50/2,5}{1 - 0,90}$$

$$R = \frac{0,32}{1 - 0,80} + \frac{0,32}{1 - 0,80} + \frac{0,16}{1 - 0,40} + \frac{0,20}{1 - 0,50}$$

$$R = \frac{0,32}{0,20} + \frac{0,32}{0,20} + \frac{0,16}{0,60} + \frac{0,20}{0,50}$$

$$R = 1,6 + 1,6 + 0,26 + 0,40$$

$$R = 3,86 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Aumentando a carga em 10%

$$R = \frac{0,32}{1 - 0,88} + \frac{0,32}{1 - 0,88} + \frac{0,16}{1 - 0,44} + \frac{0,20}{1 - 0,55}$$

$$R = \frac{0,32}{0,12} + \frac{0,32}{0,12} + \frac{0,16}{0,56} + \frac{0,20}{0,45}$$

$$R = 2,6 + 2,6 + 0,28 + 0,44$$

$$R = 6,06 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Duplicando servidor

Cada Servidor:

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{1 - 0,88/2} + \frac{0,32}{1 - 0,88/2} + \frac{0,16}{1 - 0,44/2} + \frac{0,20}{1 - 0,55/2}$$

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{1 - 0,44} + \frac{0,32}{1 - 0,44} + \frac{0,16}{1 - 0,22} + \frac{0,20}{1 - 0,27}$$

$$R = \frac{0,32}{0,56} + \frac{0,32}{0,56} + \frac{0,16}{0,78} + \frac{0,20}{0,73}$$

$$R = 0,57 + 0,57 + 0,20 + 0,27$$

$$R = 1,6 \text{ s/req.}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Triplicando servidor

Cada Servidor:

$$R_{1,2,3} = \frac{0,32}{1 - 0,88/3} + \frac{0,32}{1 - 0,88/3} + \frac{0,16}{1 - 0,44/3} + \frac{0,20}{1 - 0,55/3}$$

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{1 - 0,29} + \frac{0,32}{1 - 0,29} + \frac{0,16}{1 - 0,14} + \frac{0,20}{1 - 0,18}$$

$$R = \frac{0,32}{0,71} + \frac{0,32}{0,71} + \frac{0,16}{0,86} + \frac{0,20}{0,82}$$

$$R = 0,45 + 0,45 + 0,18 + 0,24$$

$$R = 1,32 \text{ s/req (1,6 s/req).}$$

$$\text{Mínimo} = 0,32+0,32+0,16+0,20 = 1,0 \text{ s/req}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Comprando 10 servidores

Cada Servidor:

$$R_{1,2,3} = \frac{0,32}{1 - 0,88/10} + \frac{0,32}{1 - 0,88/10} + \frac{0,16}{1 - 0,44/10} + \frac{0,20}{1 - 0,55/10}$$

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{1 - 0,09} + \frac{0,32}{1 - 0,09} + \frac{0,16}{1 - 0,04} + \frac{0,20}{1 - 0,05}$$

$$R = \frac{0,32}{0,91} + \frac{0,32}{0,91} + \frac{0,16}{0,96} + \frac{0,20}{0,95}$$

$$R = 0,35 + 0,35 + 0,16 + 0,21$$

$$R = 1,07 \text{ s/req (1,32 s/req (1,6 s/req))}. \text{ Não compensa!!}$$

$$\text{Mínimo} = 0,32 + 0,32 + 0,16 + 0,20 = 1,0 \text{ s/req}$$

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS

Determinar o SLA para uma disponibilidade de 40%

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{1 - 0,60} + \frac{0,32}{1 - 0,60} + \frac{0,16}{1 - 0,60} + \frac{0,20}{1 - 0,60}$$

$$R_{1,2} = \frac{0,32}{0,40} + \frac{0,32}{0,40} + \frac{0,16}{0,40} + \frac{0,20}{0,40}$$

$$R = 0,80 + 0,80 + 0,40 + 0,50$$

$$R = 2,5 \text{ s/req.}$$