

## Disciplina: Inteligência Artificial

Professora: Cristiane Neri Nobre

Data de entrega: 20/10

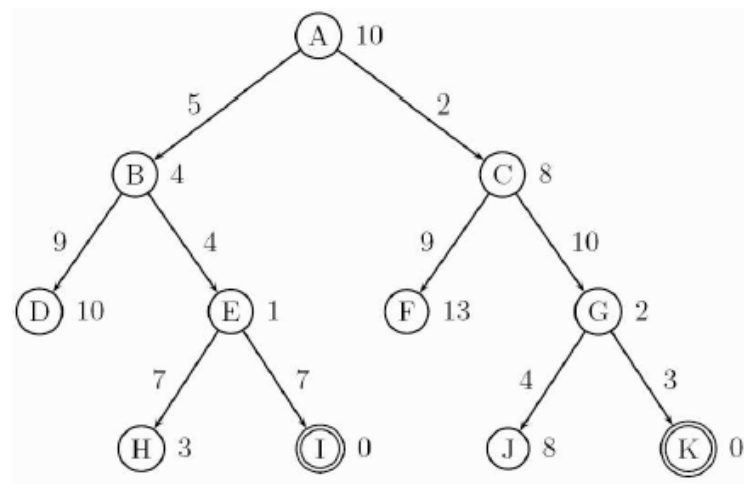
Aluno : Henrique Oliveira  
da Cunha Franco

### Questão 01

Considere o espaço de busca a seguir. Cada nó é rotulado por uma letra. Cada nó objetivo é representado por um círculo duplo. Existe uma heurística estimada para cada dado nó (indicada por um valor ao lado do nó). Arcos representam os operadores e seus custos associados. Para cada um dos algoritmos a seguir, pede-se:

- 1) Os **nós visitados** na ordem em que eles são examinados, começando pelo nó A
- 2) Forneça também a **solução obtida** por cada método
- 3) Pergunta-se: a **heurística** é **admissível**? Justifique.

No caso de escolhas equivalentes entre diferentes nodos, prefira o nodo mais próximo da raiz, seguido pelo nodo mais à esquerda na árvore. O algoritmo pára a busca quando encontra o I ou o K. Ou seja, não é necessário encontrar os dois objetivos.



- 1) Algoritmo de Busca em Largura
- 2) Algoritmo de Busca em Profundidade
- 3) Custo Uniforme
- 4) Algoritmo de Busca Gulosa
- 5) Algoritmo A\*

### Questão 02

Para o problema do Puzzle de 8, pede-se:

1. A heurística de **Manhattan** é admissível? Justifique.
2. Proponha uma outra **heurística** para este problema. Ela é **admissível**? Justifique.

# Lista 4 - Inteligência Artificial

Henrique Oliveira da Cunha Franco

## Questão 01

### Algoritmo de Busca em Largura (BFS)

#### 1. Nós Visitados:

A BFS explora a árvore nível por nível, começando pelo nó  $A$ , visitando seus filhos  $B$  e  $C$ , em seguida os filhos desses nós, e assim por diante.

- Ordem:  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, O$

#### 2. Solução Obtida:

A BFS encontra o objetivo  $O$  antes de  $K$ .

- Caminho:  $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

#### 3. Heurística:

A BFS não utiliza heurística, sendo uma busca cega. Portanto, a pergunta sobre admissibilidade não se aplica.

### Algoritmo de Busca em Profundidade (DFS)

#### 1. Nós Visitados:

A DFS explora o mais profundamente possível antes de retroceder. Começa pelo nó  $A$  e segue pela esquerda.

- Ordem:  $A, B, D, E, H, I, C, F, G, J, K$

#### 2. Solução Obtida:

A DFS encontra o objetivo  $K$  seguindo um caminho mais profundo.

- Caminho:  $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

#### 3. Heurística:

A DFS também não utiliza heurística, então a admissibilidade não se aplica.

### Algoritmo de Custo Uniforme

#### 1. Nós Visitados:

A busca de custo uniforme expande os nós com o menor custo acumulado primeiro.

- Ordem:  $A, C, B, G, E, F, J, K$

#### 2. Solução Obtida:

A busca de custo uniforme encontra  $K$  antes de  $O$ , já que  $K$  tem um custo acumulado mais baixo.

- Caminho:  $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

#### 3. Heurística:

Não há heurística envolvida, já que a busca é guiada pelo custo real. Admissibilidade não se aplica.

## Algoritmo de Busca Gulosa

### 1. Nós Visitados:

A busca gulosa escolhe o nó com a menor heurística (valor ao lado do nó).

- Ordem:  $A, C, G, K$

### 2. Solução Obtida:

A busca gulosa encontra  $K$  rapidamente, dado que a heurística do nó  $K$  é zero.

- Caminho:  $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

### 3. Heurística:

A heurística é admissível se nunca superestima o custo real para o objetivo. Neste caso, a heurística parece admissível, pois os valores dos nós são consistentes com os custos reais (nunca superestimam).

## Algoritmo A\*

### 1. Nós Visitados:

O A\* combina o custo acumulado e a heurística, expandindo os nós com o menor valor total.

- Ordem:  $A, C, G, K$

### 2. Solução Obtida:

O algoritmo A\* também encontra  $K$ , pois esse nó tem o menor valor total somando custo e heurística.

- Caminho:  $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

### 3. Heurística:

No A\*, a admissibilidade da heurística é essencial para garantir a otimização. Como a heurística não superestima o custo real, ela é admissível.

## Questão 2

1.

A heurística de Manhattan é a soma das distâncias horizontais e verticais de cada peça até sua posição objetivo no tabuleiro. Ou seja, ela calcula o número total de movimentos que cada peça deve fazer para chegar à posição correta, ignorando outros obstáculos.

**Admissibilidade:** A heurística de Manhattan é admissível, pois nunca superestima o número de movimentos reais necessários para resolver o puzzle. Em outras palavras, a distância de Manhattan fornece um valor que é sempre menor ou igual ao custo real para mover cada peça para sua posição final. Como a admissibilidade implica que a heurística deve ser otimista (subestimar ou ser igual ao custo real), a heurística de Manhattan é admissível.

2.

**Heurística Proposta:** Uma outra heurística possível é a *quantidade de peças fora de posição*, que conta quantas peças não estão na sua posição correta no tabuleiro.

**Admissibilidade:** Esta heurística é admissível, pois o número de peças fora de posição nunca superestima o número de movimentos reais necessários para resolver o puzzle. No entanto, ela é uma heurística mais fraca que a heurística de Manhattan, já que, ao contar apenas o número de peças fora de posição, ela pode subestimar em muito o custo real (por exemplo, uma peça pode estar fora de posição, mas pode exigir muitos movimentos para ser colocada corretamente). Portanto, enquanto a heurística é admissível, ela é menos informativa do que a heurística de Manhattan.

### Questão 03

Julgue os itens a seguir, relativos a métodos de busca com informação (busca heurística) e sem informação (busca cega), aplicados a problemas em que todas as ações têm o mesmo custo, o grafo de busca tem fator de ramificação finito e as ações não retornam a estados já visitados.

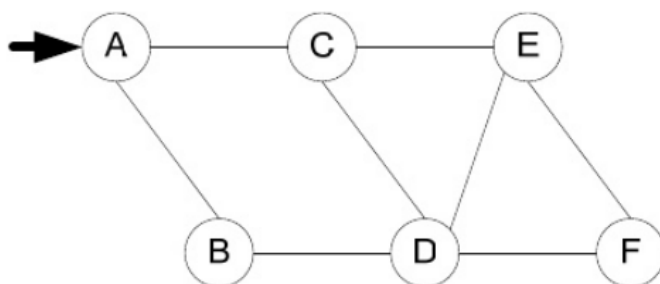
- I. A primeira solução encontrada pela estratégia de busca em largura é a solução ótima.
- II. A primeira solução encontrada pela estratégia de busca em profundidade é a solução ótima.
- III. As estratégias de busca com informação usam funções heurísticas que, quando bem definidas, permitem melhorar a eficiência da busca.
- IV. A estratégia de busca gulosa é eficiente porque expande apenas os nós que estão no caminho da solução.

Estão certos apenas os itens

- ☒ I e II.
- b) I e III.
- c) I e IV.
- d) II e IV.
- e) III e IV.

### Questão 04

Considere o algoritmo de busca em largura em grafos. Dado o grafo a seguir e o vértice A como ponto de partida, a ordem em que os vértices são descobertos é dada por:



- ☒ A B C D E F
- B) A B D C E F
- C) A C D B F E
- D) A B C E D F
- E) A B D F E C

### Questão 05

Análise as seguintes afirmativas:

- I. A estratégia de busca em largura encontra a solução ótima quando todos os operadores de mudança de estado têm o mesmo custo.
- II. A estratégia de busca em profundidade sempre expande um menor número de nós que a estratégia de busca em largura, quando aplicadas ao mesmo problema.
- III. A estratégia de busca heurística encontra sempre a solução de menor custo.
- IV. A estratégia de busca heurística expande um número de nós em geral menor que o algoritmo de busca em largura, mas não garante encontrar a solução ótima.
- V. O algoritmo de busca heurística que utiliza uma função heurística admissível encontra a solução ótima.

A esse respeito, pode-se concluir que

- (a) apenas a afirmativa V é correta.
- (b) todas as afirmativas são corretas.
- (c) todas as afirmativas são falsas.
- (d) apenas as afirmativas II e V são corretas.
- ☒ (e) apenas as afirmativas I, IV e V são corretas.

#### Questão 06 - POSCOMP 2007

[TE] Considerando que  $h(n)$  é o custo estimado do nó  $n$  até o objetivo, em relação à busca informada, pode-se afirmar que

- (a) a busca *gulosa* minimiza  $h(n)$ .
- (b) a busca  $A^*$  minimiza  $h(n)$ .
- ☒ (c) a busca de custo uniforme minimiza  $h(n)$ .
- (d) a busca *gulosa* minimiza  $h(n)$  somente se a heurística for admissível.
- (e) a busca  $A^*$  minimiza  $h(n)$  somente se a heurística for admissível.

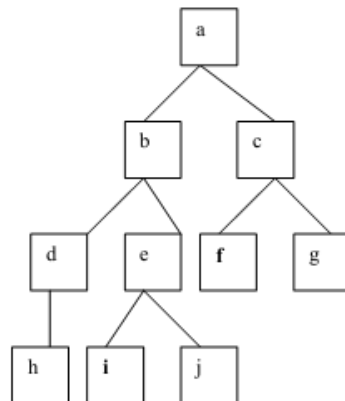
#### Questão 07 - POSCOMP 2005

Considere  $h(x)$  como uma função heurística que define a distância de  $x$  até a meta; considere ainda  $h^r(x)$  como a distância real de  $x$  até a meta.  $h(x)$  é dita admissível se e somente se:

- (a)  $\exists n \ h(n) \leq h^r(n)$ .
- ☒ (b)  $\forall n \ h(n) \leq h^r(n)$ .
- (c)  $\forall n \ h(n) > h^r(n)$ .
- (d)  $\exists n \ h(n) > h^r(n)$ .
- (e)  $\exists n \ h(n) < h^r(n)$ .

### Questão 8

59. Seja a árvore binária abaixo a representação de um espaço de estados para um problema  $p$ , em que o estado inicial é  $a$ , e  $i$  e  $f$  são estados finais.



Um algoritmo de busca em largura-primeiro forneceria a seguinte sequência de estados como primeira alternativa a um caminho-solução para o problema  $p$ :

- a)  $a b d h e i$
- ☒  $a b c d e f$
- c)  $a b e i$
- d)  $a c f$
- e)  $a b d e f$

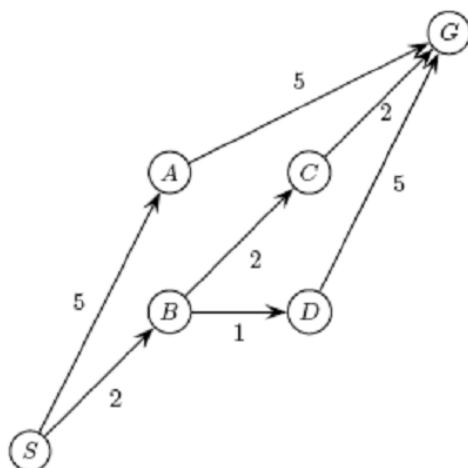
### Questão 9

Suponha um algoritmo de busca pelo melhor primeiro (best-first ou busca gulosa) em que a função objetivo é  $f(n) = (2 - w).g(n) + w.h(n)$ . Que tipo de busca ele realiza quando  $w = 0$ ? Quando  $w = 1$ ? E quando  $w = 2$ ?

### Questão 10

Considere o espaço de busca abaixo, onde  $S$  é o estado inicial e  $G$  é o único estado que satisfaz o teste de objetivo. Os rótulos nas arestas indicam o custo de percorrê-las e a tabela ao lado mostra o valor de

três heurísticas  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$  para cada estado.



Node	$h_0$	$h_1$	$h_2$
$S$	0	5	6
$A$	0	3	5
$B$	0	4	2
$C$	0	2	5
$D$	0	5	3
$G$	0	0	0

## Questão 9

Suponha um algoritmo de busca pelo melhor primeiro (best-first ou busca gulosa) em que a função objetivo é:

$$f(n) = (2 - w) \cdot g(n) + w \cdot h(n)$$

onde  $g(n)$  é o custo acumulado até o nó  $n$  e  $h(n)$  é a heurística estimada a partir de  $n$ . Vamos analisar o comportamento do algoritmo para diferentes valores de  $w$ .

### Caso em que $w = 0$

Quando  $w = 0$ , a função objetivo se torna:

$$f(n) = (2 - 0) \cdot g(n) + 0 \cdot h(n) = 2 \cdot g(n)$$

Neste caso, o algoritmo considera apenas o custo acumulado  $g(n)$ , o que significa que ele realiza uma **busca de custo uniforme**. Essa busca expande os nós com o menor custo acumulado até o momento, ignorando qualquer estimativa heurística.

### Caso em que $w = 1$

Quando  $w = 1$ , a função objetivo se torna:

$$f(n) = (2 - 1) \cdot g(n) + 1 \cdot h(n) = g(n) + h(n)$$

Neste caso, o algoritmo realiza uma busca **A (A-estrela)**. O valor de  $f(n)$  é a soma do custo acumulado  $g(n)$  e da estimativa heurística  $h(n)$ . A busca A é ótima e completa se a heurística for admissível, ou seja, se nunca superestimar o custo real até o objetivo.

### Caso em que $w = 2$

Quando  $w = 2$ , a função objetivo se torna:

$$f(n) = (2 - 2) \cdot g(n) + 2 \cdot h(n) = 2 \cdot h(n)$$

Neste caso, o algoritmo realiza uma **busca gulosa**. Ele ignora completamente o custo acumulado  $g(n)$  e faz escolhas baseadas apenas na heurística  $h(n)$ . Esse modelo de busca não garante encontrar o caminho mais curto, já que é possível que a heurística leve o algoritmo a expandir nós que estão mais longe do objetivo em termos de custo real.

- 1) Em relação à busca A\*, pede-se:
  - a) Quais são os nós expandidos pela busca A\* usando cada uma das heurísticas (h1, h2 e h3)?
  - b) Qual é a solução (caminho) encontrado por cada uma delas?
  - c) Quais das heurísticas são admissíveis? Justifique sua resposta.
- 2) Em relação à busca gulosa, pede-se:
  - a) Qual são os nós expandidos?
  - b) Qual é a solução (caminho) encontrado?
- 3) Em relação à busca em profundidade, pede-se:
  - c) Qual são os nós expandidos?
  - d) Qual é a solução (caminho) encontrado?
- 4) Em relação à busca em largura, pede-se:
  - e) Qual são os nós expandidos?
  - f) Qual é a solução (caminho) encontrado?

### Questão 11

Considere um jogo do tipo 8-puzzle, cujo objetivo é conduzir o tabuleiro esquematizado na figura abaixo para o seguinte estado final.

1	2	3
8		4
7	6	5

Considere, ainda, que, em determinado instante do jogo, se tenha o estado E0 a seguir.

3	4	6
5	8	
2	1	7

Pelas regras desse jogo, sabe-se que os próximos estados possíveis são os estados E1, E2 e E3 mostrados abaixo.



## Questão 10

### 1 - Busca A\*

a) Nós expandidos pela busca A\* usando cada uma das heurísticas ( $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$ )

- Usando  $h_1$ :
  - Nós expandidos: S, A, C, G
- Usando  $h_2$ :
  - Nós expandidos: S, B, D, G
- Usando  $h_3$ :
  - Nós expandidos: S, C, G

b) Caminho encontrado por cada uma das heurísticas

- Usando  $h_1$ :  $S \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow G$
- Usando  $h_2$ :  $S \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G$
- Usando  $h_3$ :  $S \rightarrow C \rightarrow G$

c) Heurísticas admissíveis

Uma heurística é admissível se nunca superestima o custo real para atingir o objetivo.

- $h_1$ : Admissível, pois em todos os nós o valor da heurística nunca excede o custo real para alcançar o objetivo.
- $h_2$ : Admissível, pelos mesmos motivos que  $h_1$ . Não superestima o custo real em nenhum nó.
- $h_3$ : Não é admissível, pois no nó C, o valor da heurística (5) é maior do que o custo real para alcançar o objetivo (2).

### 2 - Busca Gulosa

a) Nós expandidos

A busca gulosa usa apenas a função heurística  $h(n)$  para escolher o próximo nó a expandir.

- Usando  $h_1$ : Nós expandidos: S, A, C, G
- Usando  $h_2$ : Nós expandidos: S, B, D, G
- Usando  $h_3$ : Nós expandidos: S, C, G

b) Caminho encontrado

- Usando  $h_1$ :  $S \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow G$
- Usando  $h_2$ :  $S \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G$
- Usando  $h_3$ :  $S \rightarrow C \rightarrow G$

### 3 - Busca em Profundidade

#### c) Nós expandidos

A busca em profundidade explora o caminho mais profundo antes de retroceder.

- Nós expandidos: S, A, C, G

#### d) Caminho encontrado

- Caminho:  $S \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow G$

### 4 - Busca em Largura

#### e) Nós expandidos

A busca em largura expande nós nível por nível.

- Nós expandidos: S, A, B, C, D, G

#### f) Caminho encontrado

- Caminho:  $S \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow G$

<table> <tr><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr> </table>	3	4	6	5		8	2	1	7	<table> <tr><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	3	4	6	5	8	7	2	1		<table> <tr><td>3</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr> </table>	3	4		5	8	6	2	1	7
3	4	6																											
5		8																											
2	1	7																											
3	4	6																											
5	8	7																											
2	1																												
3	4																												
5	8	6																											
2	1	7																											
<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>																											

Considere uma função heurística  $h$  embasada na soma das distâncias das peças em relação ao estado final desejado, em que a distância  $d$  a que uma peça  $p$  está da posição final é dada pela soma do número de linhas com o número de colunas que a separam da posição final desejada.

Por exemplo, em E1,  $d(1) = 2 + 1 = 3$ . A partir dessas informações analise as asserções a seguir.

Utilizando-se um algoritmo de busca gulosa pela melhor escolha que utiliza a função  $h$ , o próximo estado no desenvolvimento do jogo a partir do estado E0 tem de ser E3

porque,

dos três estados E1, E2 e E3 possíveis, o estado com menor soma das distâncias entre a posição atual das peças e a posição final é o estado E3.

Assinale a opção correta a respeito dessas asserções.

- ☒ a) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- ☐ b) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- ☐ c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é uma proposição falsa.
- ☐ d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é uma proposição verdadeira.
- ☐ e) As duas asserções são proposições falsas.

#### Questão 12

Considere um espaço de estados onde o estado inicial é o número 1 e a função sucessor para o estado  $n$  retorna dois estados, com os números  $2n$  e  $2n+1$ .

- a. Desenhe a porção do espaço de estados correspondente aos estados 1 a 15.
- b. Suponha que o estado objetivo seja 11. Liste a ordem em que os nós serão visitados no caso da busca em extensão, da busca em profundidade limitada com limite 3 e da busca por aprofundamento iterativo.

#### Questão 13

Investigue vantagens e desvantagens do algoritmo A\*.

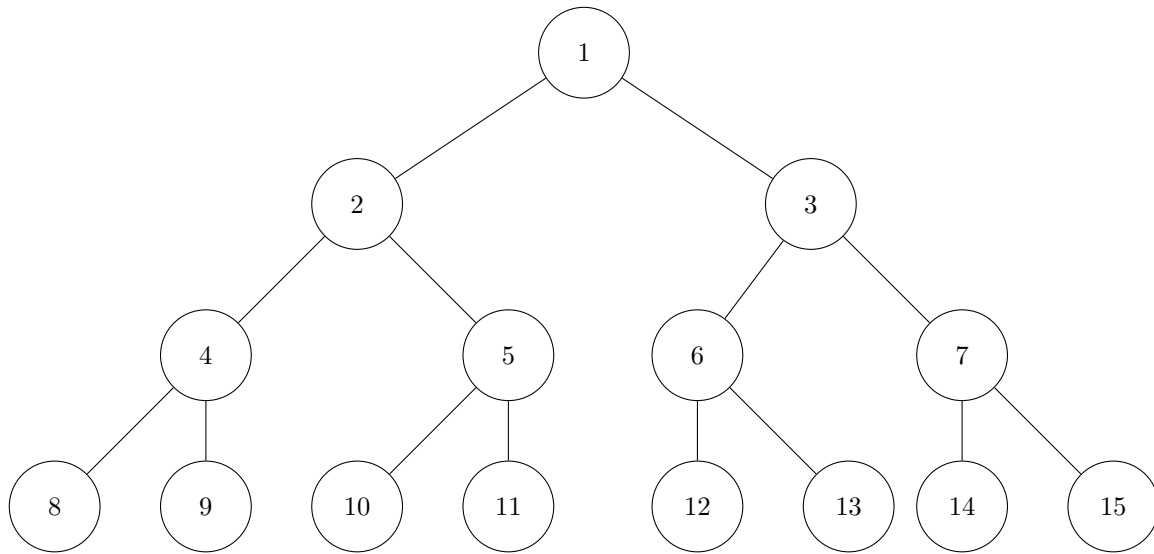
#### Questão 14

Investigue outros algoritmos que são melhoria do algoritmo A\*

## Questão 12

### Parte (a) - Espaço de Estados

O gráfico abaixo representa os estados de 1 a 15, gerados pela função sucessora:



### Parte (b) - Ordens de Visitação

#### Busca em Largura (Extensão)

A busca em largura visita os nós na seguinte ordem:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

#### Busca em Profundidade Limitada (Limite = 3)

Com o limite de profundidade igual a 3, a ordem de visitação será:

1, 2, 4, 8, 9, 5, 10, 11

#### Busca por Aprofundamento Iterativo

Na busca por aprofundamento iterativo, os nós são visitados em camadas de profundidade crescente:

- Profundidade 0: 1
- Profundidade 1: 1, 2, 3
- Profundidade 2: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- Profundidade 3: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

Assim, a ordem final de visitação é:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

## Questão 13

### Vantagens

- **Completo e Ótimo:** Encontra a solução ótima se a heurística for admissível.
- **Flexível:** Pode ser ajustado com diferentes heurísticas para diversos problemas.

### Desvantagens

- **Uso elevado de memória:** Armazena todos os nós gerados, o que limita seu uso em grandes problemas.
- **Dependência da heurística:** Se mal escolhida, pode se tornar ineficiente.

## Questão 14

### IDA\*

Reduz o uso de memória ao custo de reexplorar nós, usando profundidade iterativa.

### MA\* e RBFS

Controlam a memória limitando a expansão de nós, mas podem aumentar o tempo de execução devido à reexpansão.

### SMA\*

Gerencia melhor o uso de memória e ajusta-se aos recursos disponíveis, mas também pode reexplorar nós.

### Theta\*

Gera trajetórias mais curtas e suaves, especialmente útil em robótica e jogos, mas pode ser mais custoso de implementar.

De modo geral, esses algoritmos são variações que tentam equilibrar as limitações de memória e tempo, tornando o A\* mais aplicável a problemas práticos em grandes espaços de busca.

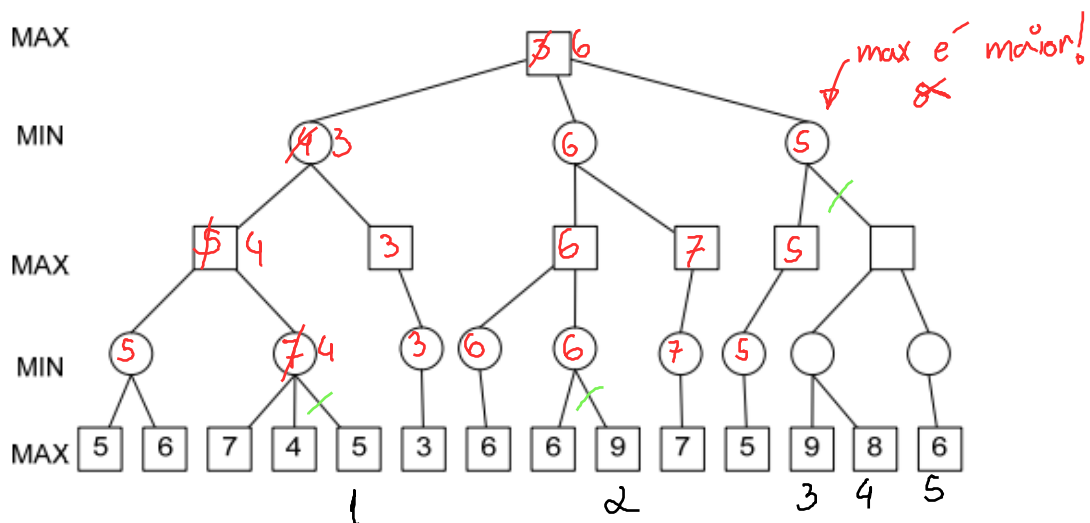
### Questão 15

Considere a seguinte situação: Dados 5 palitos, cada jogador pode retirar 1, 2 ou 3 por turno. Perde o jogador que retira o último palito. Utilize a busca MINIMAX para verificar se MAX pode ganhar o jogo.

### Questão 16

Considere a árvore minimax abaixo, representando um jogo onde queremos maximizar o valor da função de avaliação estática:

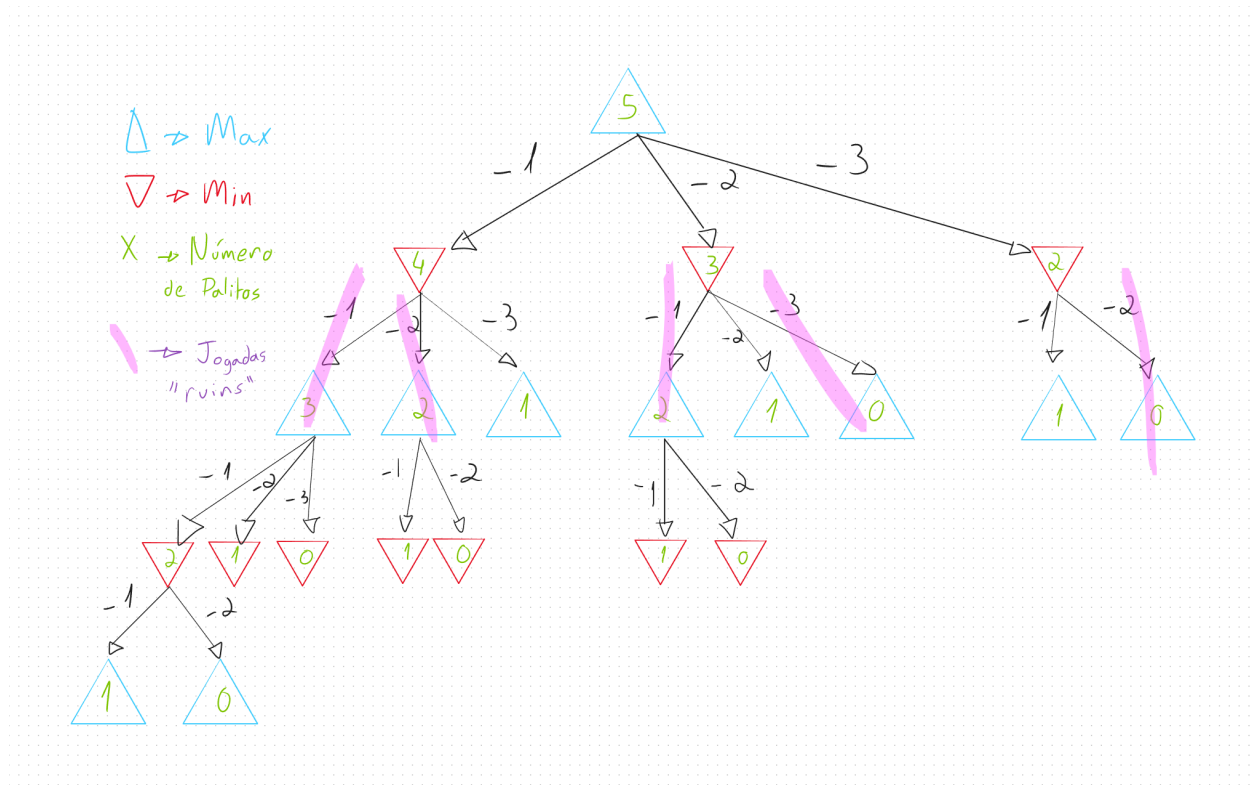
✓ → Cortes  
(poda  $\alpha$ - $\beta$ )



Assinale a alternativa que apresenta a quantidade de **folhas** que não deverão ser visitados em uma busca da melhor jogada se a estratégia de **poda alfa-beta** for utilizada.

- ☒ a) 5
- ☐ b) 8
- ☐ c) 9
- ☐ d) 10
- ☐ e) 11

## Questão 15



Ao fazer um esquema-árvore das jogadas possíveis nesse dado jogo, Max não pode ganhar esse jogo, pois independente da quantidade da palitos que ele retirar, (supondo que o outro jogador fará as melhores jogadas possíveis), Mini ainda poderá retirar 4 palitos da quantidade total restante (seja começando por 1, então tirando 3, começando por 2, depois tirando 2, e começando por 3, depois tirando 1), obrigando Max a retirar o último palito do jogo, fazendo-o perdê-lo.