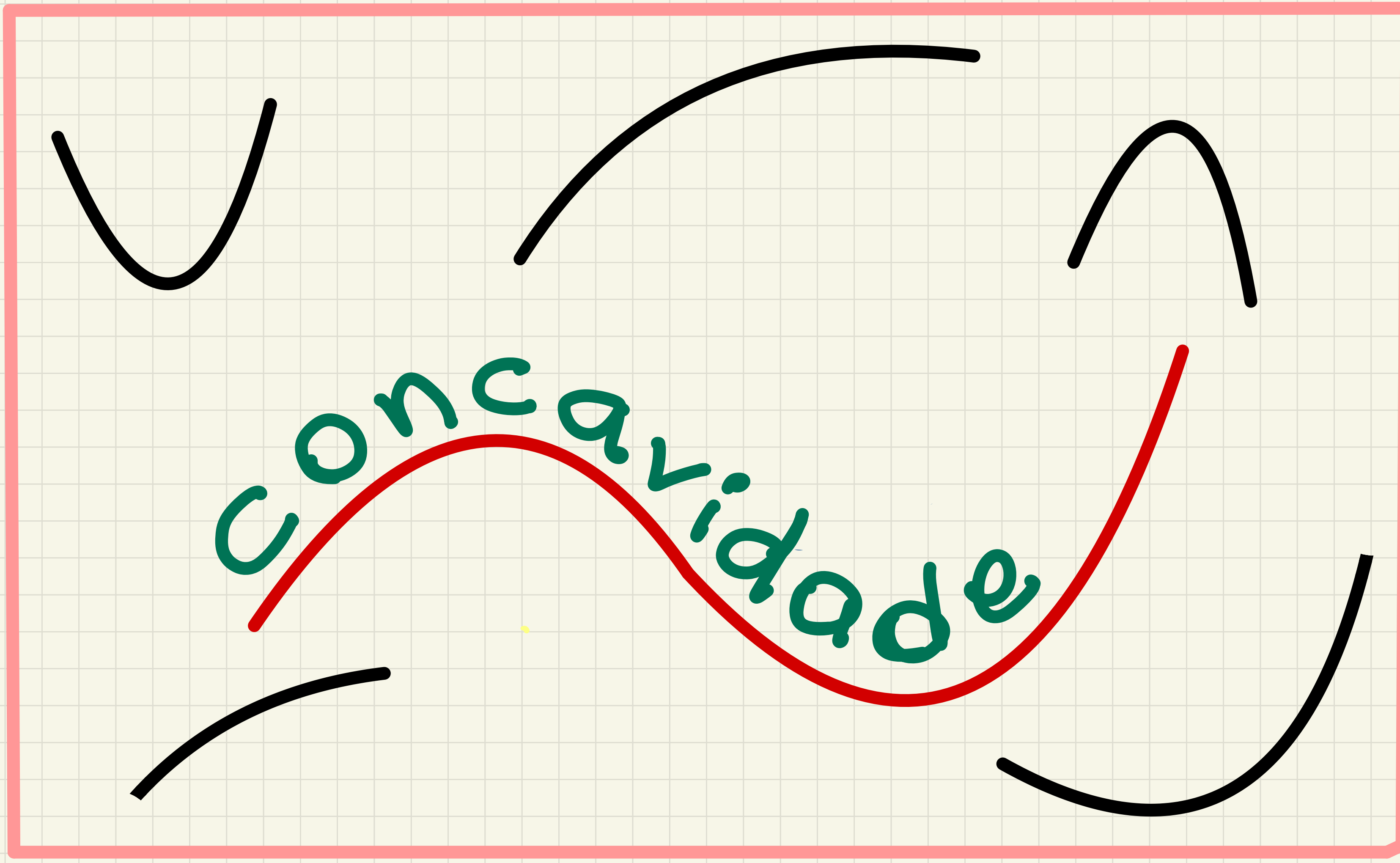

concavidade

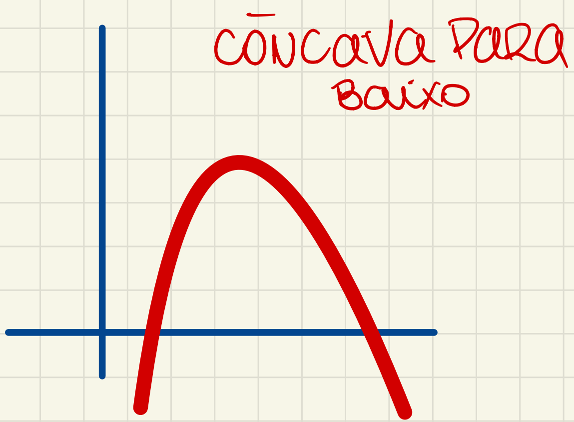
Pg 265

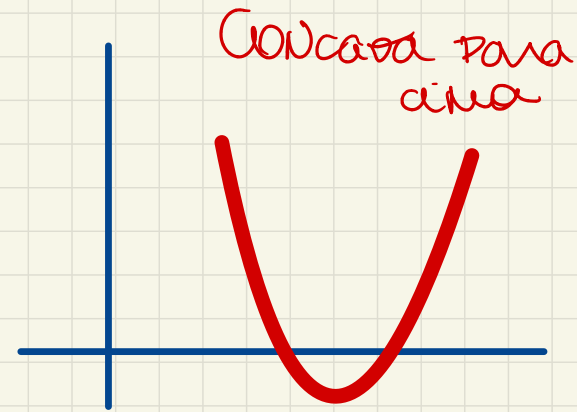
Teste da Concavidade

(a) Se $f''(x) > 0$ para todo x em I, então o gráfico de f é côncavo para cima em I.

(b) Se $f''(x) < 0$ para todo x em I, então o gráfico de f é côncavo para baixo em I.

Definição Um ponto P na curva $y = f(x)$ é chamado **ponto de inflexão** se f é contínua no ponto e a curva mudar de côncava para cima para côncava para baixo ou vice-versa em P.





pg 269

9–18

(a) Encontre os intervalos nos quais f é crescente ou decrescente.

(b) Encontre os valores máximo e mínimo locais de f.

(c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.

9. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

10. $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

11. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

12. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 3}$

13. $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x,\ 0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

14. $f(x) = \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

15. $f(x) = e^{2x} + e^{-x}$

16. $f(x) = x^2 \ln x$

17. $f(x) = x^2 - x - \ln x$

18. $f(x) = \sqrt{x}\, e^{-x}$

12. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+3}$

a) $f'(x) = \dfrac{2x(x^2+3) - x^2(2x)}{(x^2+3)^2} = \dfrac{\cancel{2x^3} + 6x - \cancel{2x^3}}{(x^2+3)^2} = \dfrac{6x}{(x^2+3)^2}$

c) $f''(x) = \dfrac{6(x^2+3)^2 - 6x.2(x^2+3).2x}{(x^2+3)^4}$

$= \dfrac{6(x^2+3)^2 - 24x^2(x^2+3)}{(x^2+3)^4}$

$= \dfrac{6(x^2+3)[x^2+3-4x^2]}{(x^2+3)^4} = \dfrac{6(x^2+3)(-3x^2+3)}{(x^2+3)^4}$

$= \dfrac{18(x^2+3)(-x^2+1)}{(x^2+3)^4} = \dfrac{18(-x^2+1)}{(x^2+3)^3}$

Pontos de inflexão:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{18(-x^2+1)}{(x^2+3)^3} = 0 \Rightarrow 18(-x^2+1) = 0$$

$$\Rightarrow -x^2+1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

Estudo do sinal de f'':

		-1		1	
$18(-x^2+1)$	$- \; -$		$+ \; +$		$- \; -$
$(x^2+3)^3$	$+ \; +$		$+ \; + \; +$		$+ \; +$
$\dfrac{18(-x^2+1)}{(x^2+3)^3}$	$-$		$+$		$-$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
sinal de f''	$-$	$+$	$-$
f	CB	CC	CB

CB $\Rightarrow$ côncava para baixo
CC $\Rightarrow$ côncava para cima

Pontos de inflexão: $x = -1$ e $x = 1$

pg 270

33–44

(a) Encontre os intervalos em que a função é crescente ou decrescente.

(b) Encontre os valores máximos ou mínimos locais.

(c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.

(d) Use as informações das partes (a)–(c) para esboçar o gráfico. Verifique seu trabalho com uma ferramenta gráfica, se você tiver uma.

33. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

34. $f(x) = 2 + 3x - x^3$

35. $f(x) = 2 + 2x^2 - x^4$

36. $g(x) = 200 + 8x^3 + x^4$

37. $h(x) = (x + 1)^5 - 5x - 2$

38. $h(x) = 5x^3 - 3x^5$

39. $F(x) = x\sqrt{6 - x}$

40. $G(x) = 5x^{2/3} - 2x^{5/3}$

41. $C(x) = x^{1/3}(x + 4)$

42. $f(x) = \ln(x^4 + 27)$

43. $f(\theta) = 2\cos\theta + \cos^2\theta, \quad 0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$

44. $S(x) = x - \operatorname{sen} x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 4\pi$

38. $h(x) = 5x^3 - 3x^5$

$h'(x) = 15x^2 - 15x^4 = \boxed{15x^2(1 - x^2)}$

$h'(x) = 0 \Rightarrow 15x^2(1-x^2) = 0$

$15x^2 = 0$ | $1 - x^2 = 0$

$x = 0$ | $x = 1$ e $x = -1$

ESTUDO DO SINAL

	-1		0		1	
$15x^2$	+	+	+	+	+	+
$1-x^2$	$-$		+	+		$-$
$15x^2(1-x^2)$	$-$		+	+		$-$

$h''(x) = 30x - 60x^3 = \boxed{30x(1 - 2x^2)}$

$h''(x) = 0 \Rightarrow 30x(1-2x^2) = 0$

$30x = 0$ | $1 - 2x^2 = 0$

$x = 0$ | $x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

ESTUDO DO SINAL:

	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
$30x$	$-$	$-$		+	+	+
$1-2x^2$	$-$	+		+	+	$-$
$30x(1-2x^2)$	+	$-$		+		$-$

a)

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
sinal h'	$-$	$+$	$+$	$-$
h	DEC.	CRE	CRE	DEC

$-$ | $+$ | $+$ | $-$

-1 0 1

b) PONTOS CRÍTICOS: $x=0$, $x=-1$ E $x=1$

PONTO DE MÍNIMO: $x=-1$ | VALOR MÍNIMO: $h(-1) = -5+3 = -2$

PONTO DE MÁXIMO: $x=1$ | VALOR MÁXIMO: $h(1) = 5-3 = 2$

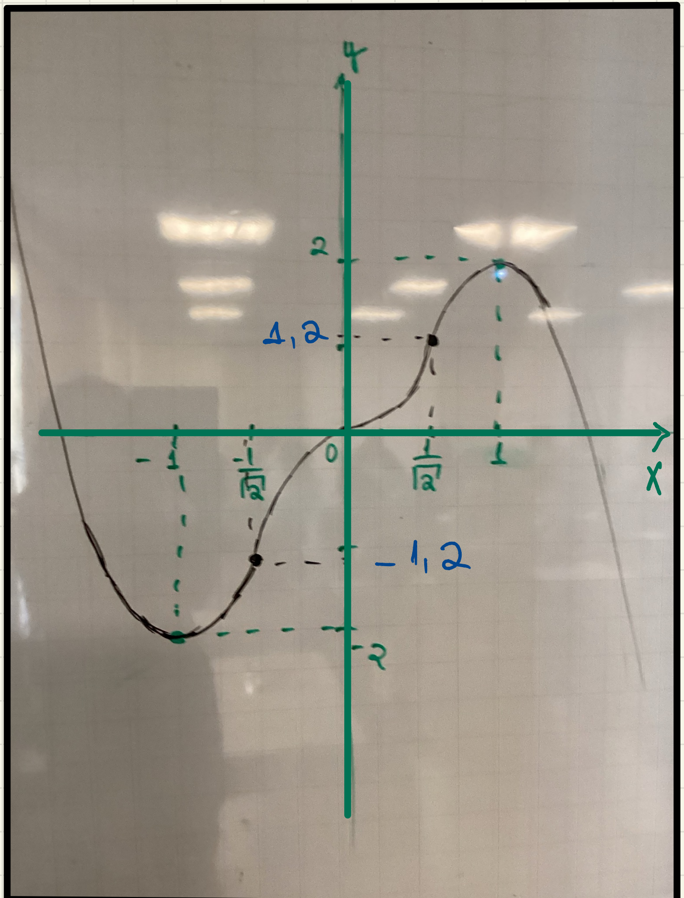
c)

	$\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$	$\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$
sinal h''	$+$	$-$	$+$	$-$
h	CC	CB	CC	CB

$+$ | $-$ | $+$ | $-$

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 0 $\frac{1}{\sqrt{2}}$

PONTOS DE INFLEXÃO: $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $x=0$, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$h\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \simeq 1{,}2$

$h\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \simeq -1{,}2$

$h(0) = 0$

$h(-1) = -2$

$h(1) = 2$