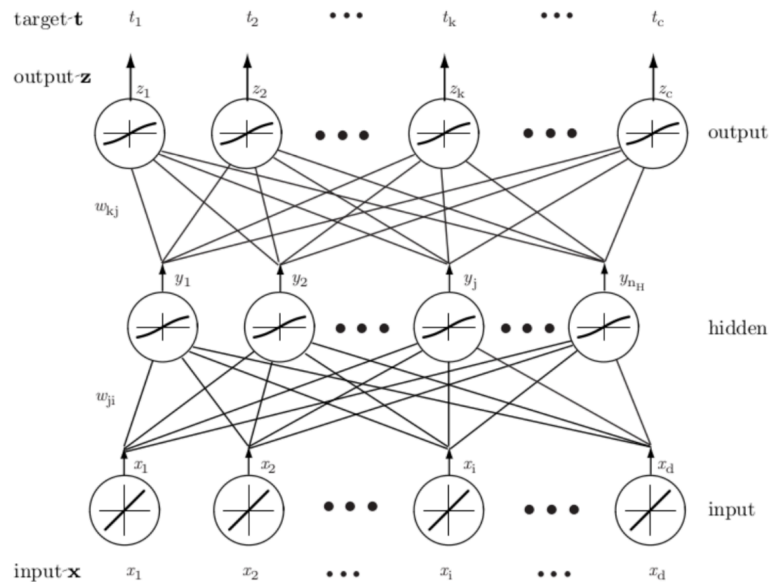


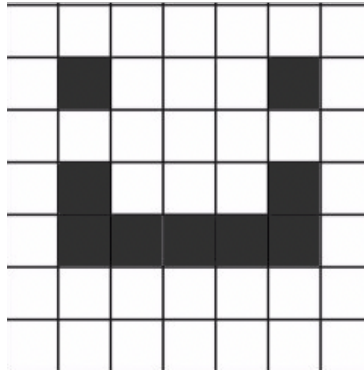
Lista de Exercícios No. 2 – Soluções

1. Uma MLP possui 10 unidades de entrada, 50 unidades na camada escondida e 10 unidades na camada de saída (sem contar o bias). Deseja-se substituir a camada escondida por 2, cada uma com n unidades, sem aumentar o número total de pesos da rede original. Qual o valor máximo de n ? 23
2. Considere uma rede padrão de 3 camadas, cuja entrada x possui dimensão $d \times 1$, a primeira camada da rede possui d unidades de entrada e possui somente uma ativação linear do tipo $f(x)=x$, a camada escondida possui n_H unidades escondidas e a camada final possui c unidades de saída e o bias. Qual o número total de pesos que existem na rede?
 $n_H(1+d+c)+c$



3. Dado uma imagem de 300×300 pixels colorida (RGB) como entrada para alguns modelos, responda às questões abaixo.
 - a) Modelo 1: Suponha que você não esteja usando uma rede convolucional. Se a primeira camada oculta tiver 100 neurônios, cada um deles totalmente conectado à entrada, quantos parâmetros essa camada oculta possui (incluindo os parâmetros do bias)? 27.000.100
 - b) Modelo 2: Suponha agora que você use uma camada convolucional com 100 filtros de 5×5 cada. Quantos parâmetros essa camada oculta possui (incluindo os parâmetros de bias)? 7.600
4. Dado a imagem 7×7 abaixo, aplique um filtro que seja capaz de detectar somente os olhos dessa representação (quase perfeita) do rosto humano. Você deve pensar nos valores e no

tamanho do filtro que irá utilizar, além de aplicá-lo à imagem e mostrar o resultado obtido. Assuma que os pixels brancos possuem valor igual a 0 e os pixels pretos possuem valor igual a 1.



[[-1 -1 -1] [-1 8 -1] [-1 -1 -1]]

5. Dado uma imagem em preto e branco de tamanho 8×8 pixels e um filtro de tamanho 3×3 , indique as dimensões da matriz resultante da convolução e o tamanho do padding que deverá ser utilizado em cada um dos casos:

a) Valid padding: 6×6 , padding 0

b) Same padding: 8×8 , padding 1

6. Suponha uma entrada de tamanho $63 \times 63 \times 16$. Ao aplicar uma convolução nessa entrada com 32 filtros de tamanho 7×7 , usando stride igual a 2 e sem padding. Qual será o volume de saída? $29 \times 29 \times 32$
7. Suponha uma entrada de tamanho $15 \times 15 \times 8$. Usando a operação de padding com $p=2$, qual é a dimensão do dado de saída após o padding? $19 \times 19 \times 8$
8. Dado uma entrada de dimensão $63 \times 63 \times 16$ e uma convolução com 32 filtros de dimensão 7×7 cada e um stride igual a 1, qual deverá ser o tamanho do padding utilizado para que você obtenha uma saída com o mesmo tamanho da entrada (same padding)? 3
9. Considere um volume de entrada $65 \times 65 \times 3$ e um filtro $11 \times 11 \times 3$. Quantas operações de multiplicação serão feitas em cada um dos casos:
 - a) Valid padding e stride = 1
 $(55 \times 55) \times (11 \times 11 \times 3) = 1.098.075$
 - b) Valid padding e stride = 3
 $(19 \times 19) \times (11 \times 11 \times 3) = 131.043$
 - c) Same padding e stride = 1
 $(65 \times 65) \times (11 \times 11 \times 3) = 1.533.675$
 - d) Same padding e stride = 3
 $(65 \times 65) \times (11 \times 11 \times 3) = 1.533.675$

10. Suponha uma entrada de tamanho $32 \times 32 \times 16$. Seja a aplicação do max pooling com stride e tamanho de filtro iguais a 2. Quais são as dimensões da saída? $16 \times 16 \times 16$
11. Suponha uma entrada de tamanho $6 \times 6 \times 3$. Seja a aplicação de um pooling (average ou max) com stride e tamanho de filtro iguais a 2. Responda:

a) Quais são as dimensões da saída? $3 \times 3 \times 3$

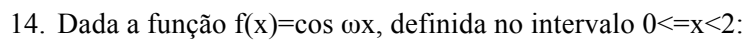
b) Assumindo que os valores do primeiro canal estão mostrados na matriz abaixo, mostre o resultado obtido ao aplicar o seguinte Max pooling e Average pooling

$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 5 & 4 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 7 & 9 & 2 & 1 \\ 5 & 8 & 5 & 3 & 8 & 4 \end{bmatrix}$

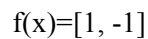
Resp: $\begin{bmatrix} 9 & 5 & 8 \\ 6 & 5 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 6.3.25 & 3.5 \\ 4.25 & 4.5 & 5.5 \\ 6.25 & 6 & 3.75 \end{bmatrix}$

12. Suponha que a entrada para uma rede neural de convolução seja uma imagem colorida (RGB) 32×32 . A primeira camada contém oito filtros 5×5 com três canais, utilizando Valid padding e stride = 2. Qual o formato da saída dessa camada? $14 \times 14 \times 8$
13. Dado uma imagem de dimensão 224×224 com 3 canais (RGB), desenhe a rede convolucional, incluindo as dimensões das matrizes de entrada e saída, de acordo com as operações descritas abaixo.

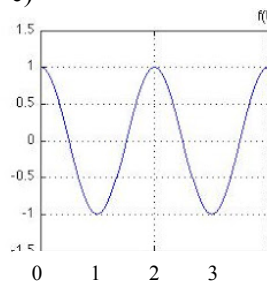
- a) Aplique uma convolução com "Valid padding" com 96 filtros de tamanho 7 e stride igual a 2. Em seguida, aplique um max pooling com filtro de tamanho 3 e stride igual a 2. A saída dessa camada será chamada de $A^{[1]}$.
- b) Aplique uma convolução com "Valid padding" com 256 filtros de tamanho 5 e stride igual a 2. Em seguida, aplique um max pooling com filtro de tamanho 3 e stride igual a 2. A saída dessa camada será chamada de $A^{[2]}$.
- c) Aplique uma convolução com "Same padding" com 384 filtros de tamanho 3 e stride igual a 1. A saída dessa camada será chamada de $A^{[3]}$.
- d) Aplique uma convolução com "Same padding" com 384 filtros de tamanho 3 e stride igual a 1. A saída dessa camada será chamada de $A^{[4]}$.
- e) Aplique uma convolução com "Same padding" com 256 filtros de tamanho 3 e stride igual a 1. Em seguida, aplique um max pooling com filtro de tamanho 3 e stride igual a 2. A saída dessa camada será chamada de $A^{[5]}$.
- f) Aplique uma camada fully-connected com 4096 n'os. A saída dessa camada será chamada de $A^{[6]}$.
- g) Aplique uma camada fully-connected com 4096 n'os. A saída dessa camada será chamada de $A^{[7]}$.
- h) Por fim, aplique uma softmax (aqui não é necessário se preocupar com a dimensão da saída). A saída dessa camada será chamada de $A^{[8]}$.



- c) Baseado nos coeficientes encontrados, desenhe os componentes da série e a função reconstituída.



- c)



16. Dados os espectros de Fourier abaixo, determine a imagem correspondente.

$$A \begin{bmatrix} 3.0 & -0.5 + 0.69i & -0.5 + 0.16i & -0.5 - 0.16i & -0.5 - 0.69i \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} 1.5 & -0.25 - 0.25i & 0 & -0.25 + 0.25i \end{bmatrix}$$

$$f_A(u) = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

$$f_B(u) = [1 \ 2 \ 2 \ 1]$$

17. Dadas as imagens abaixo, calcule a DFT correspondente. Compare as imagens e comente os resultados.

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_A(u) = (1/5) * [1 \ 0.31 - 0.95i \ -0.81 - 0.59i \ -0.81 + 0.59i \ 0.31 + 0.95i]$$

$$F_B(u) = (1/5) * [1 \ -0.81 - 0.59i \ 0.31 + 0.95i \ 0.31 - 0.95i \ -0.81 + 0.59i]$$

Houve uma rotação entre as frequências de módulo 1 e 2. Também vale a propriedade da translação.

18. Dadas as imagens abaixo, considerando pontos externos como possuindo valor 0:

$$A \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad D \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Calcule $A * B$

$$[3 \ 8 \ 5 \ 10 \ 14 \ 10 \ 5 \ 8 \ 3]$$

b) Calcule $B * A$

$$[3 \ 8 \ 5 \ 10 \ 14 \ 10 \ 5 \ 8 \ 3]$$

c) Calcule $C * D$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 19 & 26 & 7 \\ 5 & 26 & 33 & 8 \\ 2 & 7 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

d) Calcule $D * C$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 19 & 26 & 7 \\ 5 & 26 & 33 & 8 \\ 2 & 7 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

- e) Calcule a DFT para as imagens **A e B**. Calcule a DFT inversa sobre o resultado.

$$F_A(u) = (1/5)[6 \ 0.31+0.22i \ -0.81-2.49i \ -0.81+2.49i \ 0.31-0.22i]$$
$$F_B(u) = (1/5)[11 \ 2.12+1.54i \ -0.12-0.36i \ -0.12+0.36i \ 2.12-1.54i]$$

As inversas sobre o resultado serão os vetores **A e B**

- f) Aplique filtros passa-baixa nas imagens **A e B** com frequência de corte $|u| < 2$.

Espectros de Fourier filtrados:

$$G_A(u) = (1/5)[6 \ 0.31+0.22i \ 0 \ 0 \ 0.31-0.22i]$$
$$G_B(u) = (1/5)[11 \ 2.12+1.54i \ 0 \ 0 \ 2.12-1.54i]$$

funções resultantes (IDFT sobre G):

$$g_A(x) = [1.32 \ 1.15 \ 1.05 \ 1.15 \ 1.32]$$
$$g_B(x) = [3.05 \ 1.88 \ 1.15 \ 1.88 \ 3.05]$$

Imagens resultantes:

$$a = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$
$$b = [3 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3]$$

- g) Aplique filtros passa-alta nas imagens **A e B** com frequência de corte $|u| > 1$.

Espectros de Fourier filtrados:

$$G_A(u) = (1/5)[6 \ 0 \ -0.81-2.49i \ -0.81+2.49i \ 0]$$
$$G_B(u) = (1/5)[11 \ 0 \ -0.12-0.36i \ -0.12+0.36i \ 0]$$

funções resultantes (IDFT sobre G):

$$g_A(x) = [0.88 \ 2.05 \ 0.15 \ 2.05 \ 0.88]$$
$$g_B(x) = [2.15 \ 2.32 \ 2.05 \ 2.32 \ 2.15]$$

Imagens resultantes:

$$a = [1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 1]$$
$$b = [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$$

19. Para cada imagem abaixo, considerando pontos externos como indefinidos:

A

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 4 | 6 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 5 | 6 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |

B

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 1 | 2 | 1 | 8 |
| 6 | 6 | 5 | 6 | 1 |
| 2 | 1 | 8 | 7 | 7 |
| 6 | 1 | 2 | 8 | 8 |
| 7 | 8 | 2 | 1 | 1 |

C

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 9 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 9 | 8 | 7 |
| 9 | 9 | 9 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 8 | 8 |
| 1 | 2 | 2 | 8 | 9 |

a. Determine o histograma de frequências

A:

1 2 3 4 5 6
 13 6 1 1 2 2

B:

1 2 5 6 7 8
 7 4 2 4 3 5

C:

1 2 7 8 9
 10 4 1 4 6

b. Aplique um filtro de suavização 3x3 pela média

A: (transposta)

[[3 2 2],
 [4 3 2],
 [3 3 2]]

B: (transposta)

[[4 4 4],
 [4 5 4],
 [5 6 5]]

C: (transposta)

[[5 5 4],
 [5 5 5],
 [5 6 5]]

c. Aplique um filtro de suavização 3x3 pela mediana

A: (transposta)

```
[[3, 1, 1],  
 [ 4, 2, 2],  
 [ 2, 2, 2]]
```

B: (transposta)

```
[[5, 5, 2],  
 [ 5, 6, 2],  
 [ 6, 7, 7]]
```

C: (transposta)

```
[[9, 2, 2],  
 [ 8, 8, 2],  
 [7, 8, 8]]
```

d. Altere o contraste da imagem através da equalização do histograma. As novas intensidades devem variar entre 0 e 255.

A:

Trocar: 1 2 3 4 5 6

Por: 133 194 204 214 235 255

B:

Trocar: 1 2 5 6 7 8

Por: 71 112 133 173 204 255

C:

Trocar: 1 2 7 8 9

Por: 102 143 153 194 255

e) Realce as bordas da imagem, através de filtros de Sobel.

A:

```
[[ 20  24  6],  
 [ 10  22 14],  
 [ 28  18 16]]
```

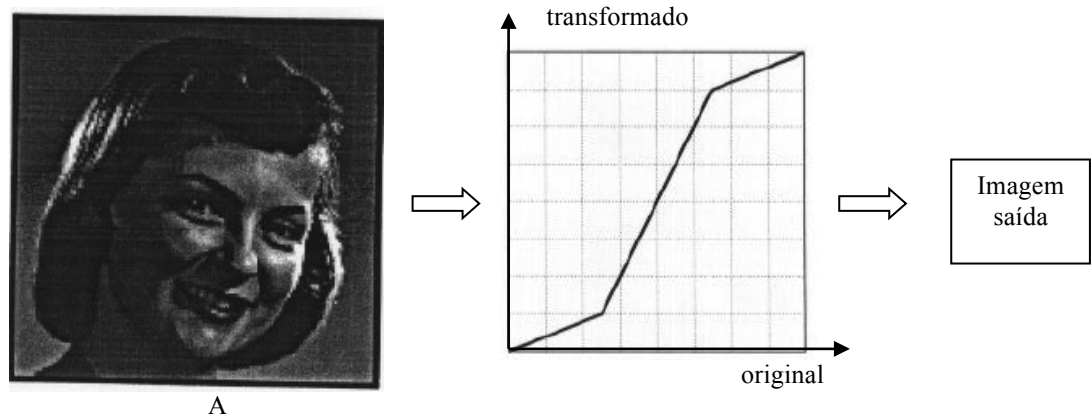
B:

```
[[ 4  20 20],  
 [ 24 28 24],  
 [ 20  8 34]]
```

C:

```
[[ 48 16 32],  
 [ 16 14 28],  
 [ 22 18 24]]
```


20. O gráfico abaixo representa a função de transformação de histograma aplicada à imagem A.



- a) Caracterize a imagem de saída quanto ao seu tamanho e conteúdo.

O tamanho será o mesmo, mas haverá mudanças de intensidade dos pixels: Os mais escuros ficam ainda mais escuros; os mais claros ainda mais claros; e os médios têm seu contraste aumentado.

- b) Para que são usadas as funções de transformação de histograma?

Para alterar a distribuição de probabilidades dos tons de cinza, alterando principalmente o contraste da imagem.

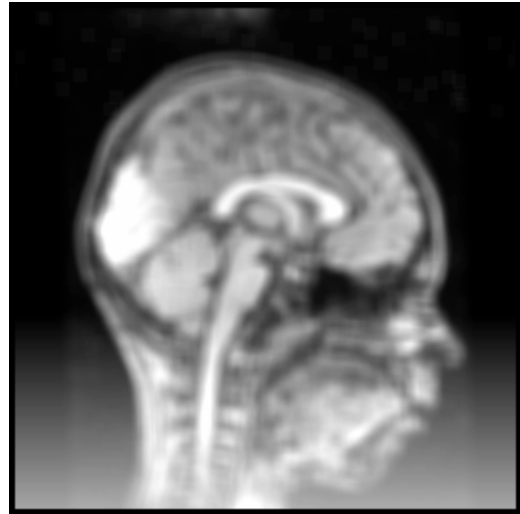
- c) É possível aplicar uma transformação de histograma na qual 2 pixels de tons de cinza diferentes da imagem de entrada passem a ter o mesmo valor após a transformação? Justifique.

Sim, qualquer uma que tenha um segmento de derivada 0 na sua curva, como por exemplo o fatiamento e a binarização.

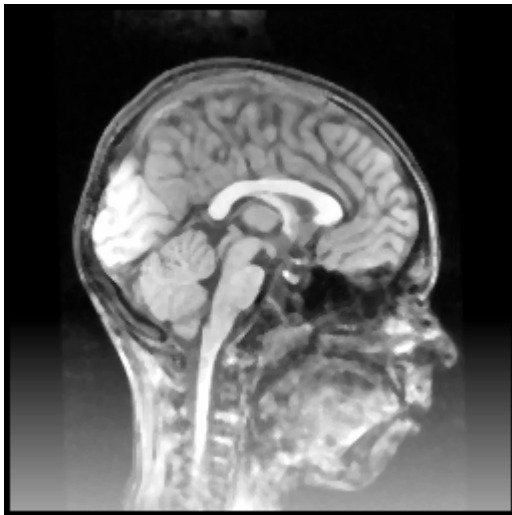
21. Considere a imagem original A e as imagens B, C e D obtidas a partir de A:



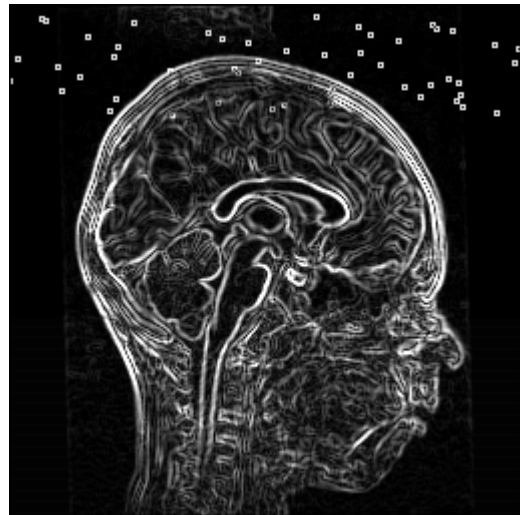
A



B



C



D

- a) Indique os elementos de baixa frequência presentes na imagem original A.

Regiões com tonalidade homogênea ou suave variação, como o artefato do fundo da imagem na parte inferior.

- b) Indique os elementos de alta frequência presentes na imagem original A.

As bordas e o ruído do tipo “sal” na parte superior na imagem.

- c) Descreva o processo aplicado a A para se obter B. Justifique a resposta.

Foi passado um filtro da média (passa-baixa no domínio do espaço) pois a imagem teve seus elementos de alta frequência suavizados.

- d) Descreva o processo aplicado a A para se obter C. Justifique a resposta.

Foi passado um filtro da mediana pois a imagem teve o ruído de alta frequência suavizado mas com as bordas preservadas.

- e) Descreva o processo aplicado a A para se obter D. Justifique a resposta.

Foi passado um filtro de detecção de bordas com o de Sobel (passa-alta no domínio do espaço) pois a imagem teve seus elementos de alta frequência realçados e os de baixa frequência suavizados.