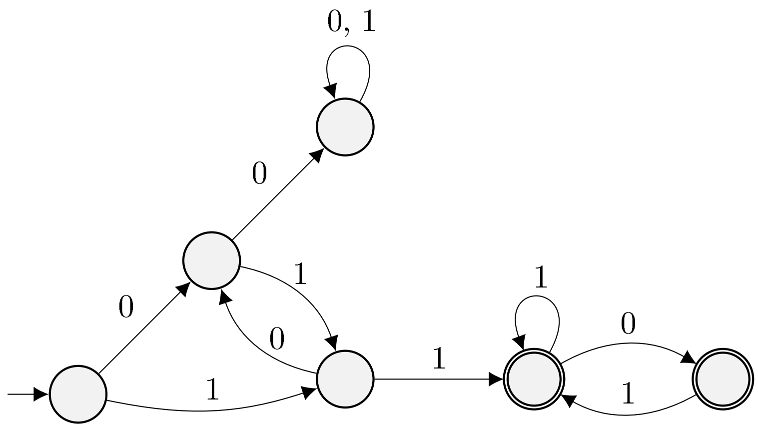
Fundamentos Téoricos da Computação

Lista de Exercícios N.01 (Valor: 1,0 ponto)
Entrega: Quarta-feira, 11 de setembro de 2024 às 23:59

1. Considere o seguinte autômato finito determinístico (AFD) sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.



   Forneça uma sentença que descreva a linguagem reconhecida por esse AFD. Escreva uma expressão regular (ER) para essa linguagem.

2. Considere as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

   - L_1: Todas as sentenças que contêm pelo menos dois 0s
   - L_2: Todas as sentenças que contêm pelo menos um 1
   - L_3: Todas as sentenças que contêm pelo menos dois 0s e pelo menos um 1
   - L_4: Todas as sentenças que contêm no máximo um 0 ou nenhum 1s

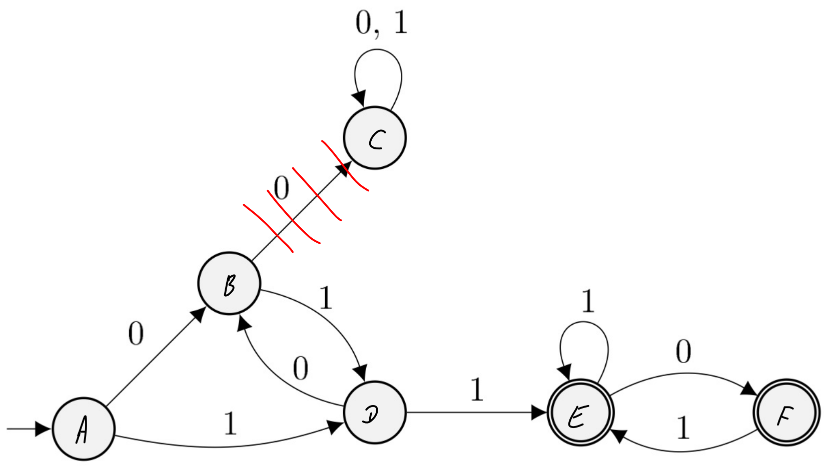
   Forneça AFDs para cada uma das linguagens L_1, L_2, L_3 e L_4.

3. Seja E_3 a linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{a_1, a_2, a_3\}$ definida da seguinte forma.

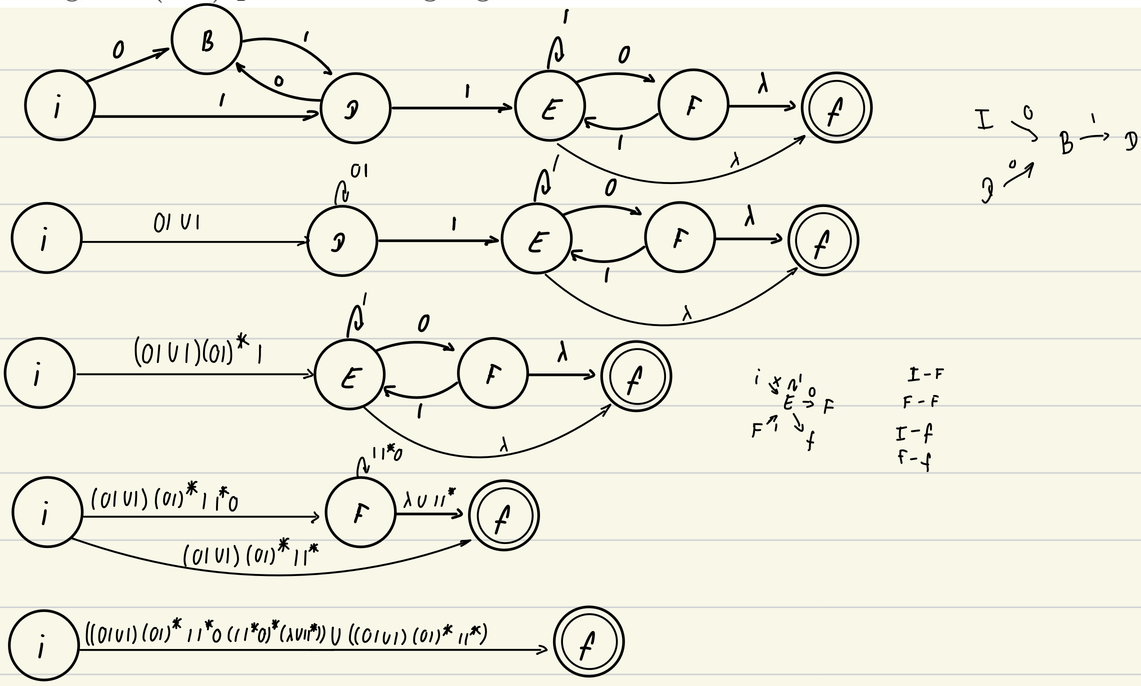
   E_3: Todas as sentenças nas quais a_i ocorre um número par de vezes para algum $i \in \{1, 2, 3\}$

   Forneça um autômato finito não-determinístico (AFN) para a linguagem E_3.

1. Considere o seguinte autômato finito determinístico (AFD) sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

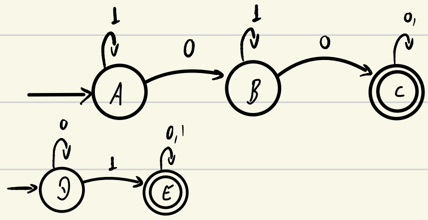


Forneça uma sentença que descreva a linguagem reconhecida por esse AFD. Escreva uma expressão regular (ER) para essa linguagem.



2. Considere as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

- L_1: Todas as sentenças que contêm pelo menos dois 0s



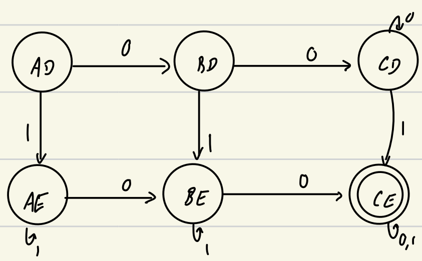
- L_2: Todas as sentenças que contêm pelo menos um 1

- L_3: Todas as sentenças que contêm pelo menos dois 0s e pelo menos um 1

δ	0	1
A	B	A
B	C	B
C	C	C

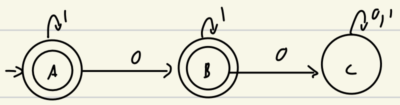
δ	0	1
D	D	E
E	E	E

δ	0	1
AD	BD	AE
AE	BE	AE
BD	CD	BE
BE	CE	BE
CD	CD	CE
CE	CE	CE

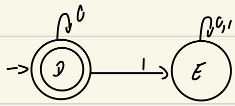


- L_4: Todas as sentenças que contêm no máximo um 0 ou nenhum 1s

Max um 0



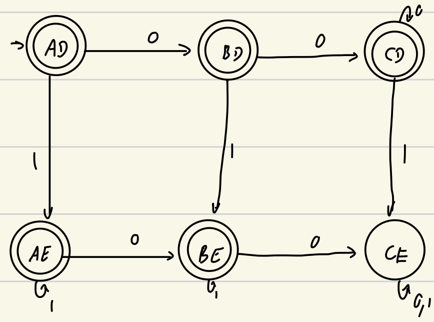
Nenhum 1



δ	0	1
A	B	A
B	C	B
C	C	C

δ	0	1
D	D	E
E	E	E

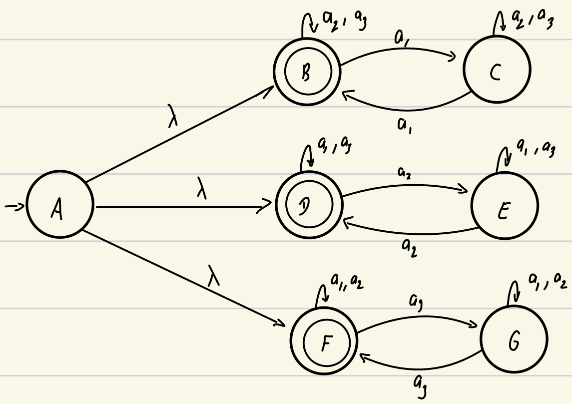
δ	0	1
AD	BD	AE
AE	BE	AE
BD	CD	BE
BE	CE	BE
CD	CD	CE
CE	CE	CE

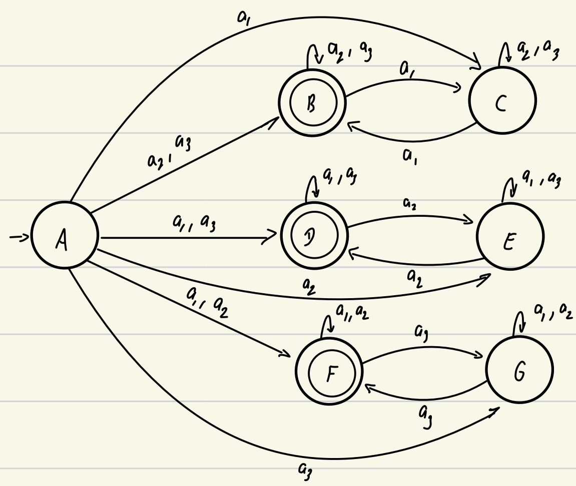


3. Seja E_3 a linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{a_1, a_2, a_3\}$ definida da seguinte forma.

   E_3: Todas as sentenças nas quais a_i ocorre um número par de vezes para algum $i \in \{1, 2, 3\}$

   Forneça um autômato finito não-determinístico (AFN) para a linguagem E_3.





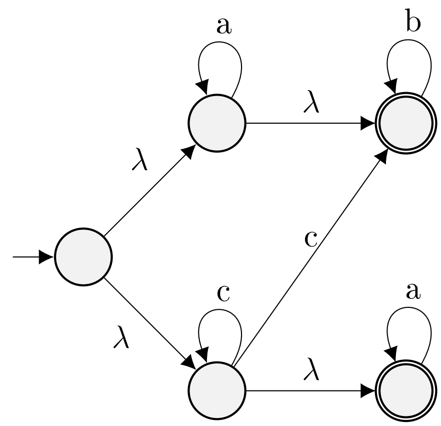
4. Forneça ER e gramáticas regulares (GR) para as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$:

   (a) Todas as sentenças que contêm pelo menos um 0 e pelo menos um 1 e que também terminam com pelo menos dois 1s.

   (b) Todas as sentenças que não iniciam com 01.

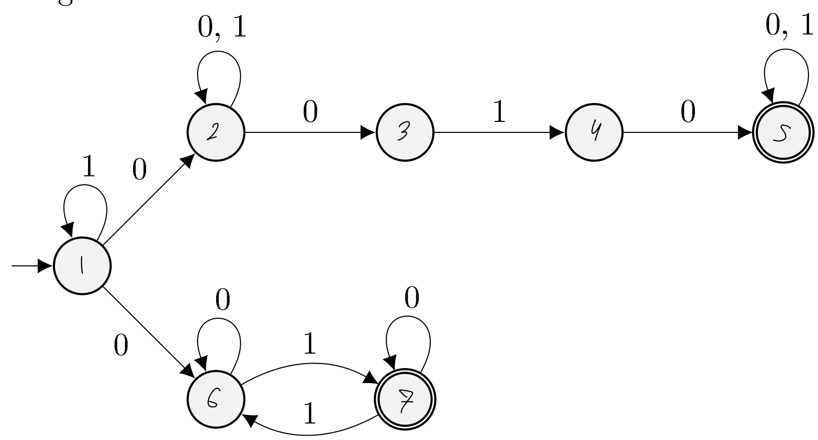
   (c) Todas as sentenças que contêm um número impar de 1s.

5. Obtenha uma GR que gere a linguagem reconhecida pelo seguinte AFD:



6. Forneça um AFD e GR para cada uma das seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

   (a) A linguagem do seguinte AFN:



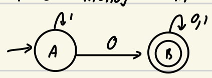
   (b) A linguagem dada pela expressão regular $(0 + 01)^*1^*$.

7. Seja $L_5 = \{0^{n^2} \mid n \geq 0\}$ e $L_6 = \{0\}^k\{0\}^*$, em que k é uma constante. Responda para cada uma das seguintes linguagens se ela é ou não regular, justificando sua resposta com uma prova.

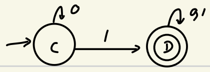
4. Forneça ER e gramáticas regulares (GR) para as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$:

   (a) Todas as sentenças que contêm pelo menos um 0 e pelo menos um 1 e que também terminam com pelo menos dois 1s.

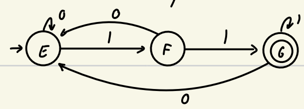
Pelo menos um 0



Pelo menos um 1



Terminam com pelo menos dois 1s



δ	0	1
A		
B		

δ	0	1
C		
D		

δ	0	1
E		
F		
G		

δ	0	1
ACE		
ACF		
ACG		
ADE		
ADF		
ADG		
BCE		
BCF		
BCG		
BDE		
BDF		
BDG		

GR: $A \to 1B \mid 0C \mid 0D \mid 1E \mid 0F \mid 1G$

$B \to 1B \mid 0C$

$C \to 0C \mid 1C \mid \lambda$

$D \to 0D \mid 1E \mid$

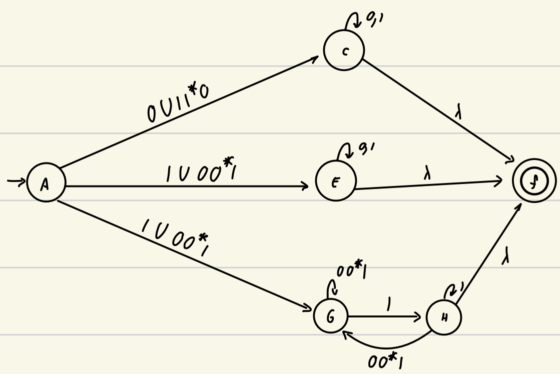
$E \to 0E \mid 1E \mid \lambda$

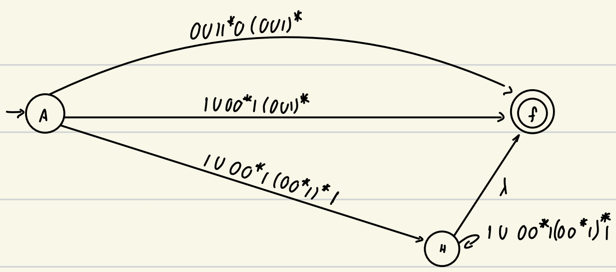
$F \to 0F \mid 1G$

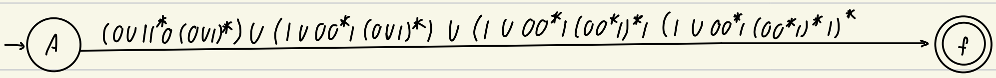
$G \to 0F \mid 1H$

$H \to 0F \mid 1H \mid \lambda$

ER:

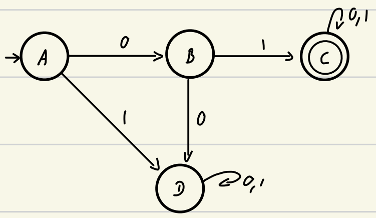




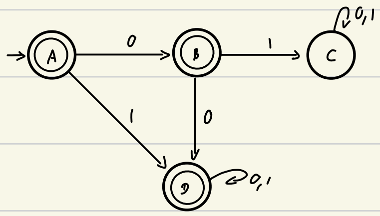


(b) Todas as sentenças que não iniciam com 01.

Iniciam com 01:



Não iniciam com 01:



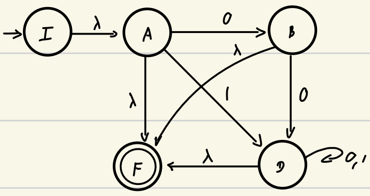
G: $A \to 0B \mid 1D \mid \lambda$

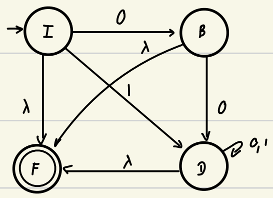
$B \to 0D \mid 1C \mid \lambda$

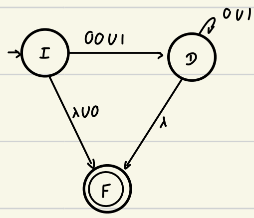
$C \to 0C \mid 1D$

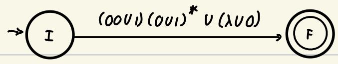
$D \to 0D \mid 1D \mid \lambda$

ER:

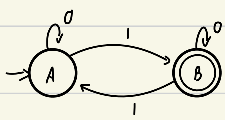






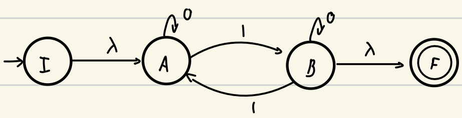


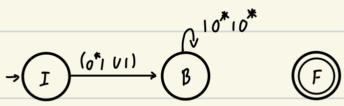
(c) Todas as sentenças que contêm um número impar de 1s.



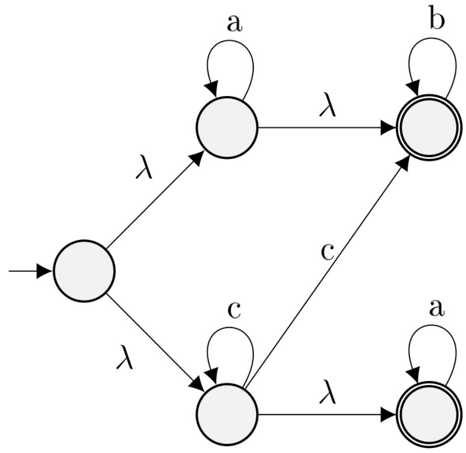
G: $A \to 0A \mid 1B$

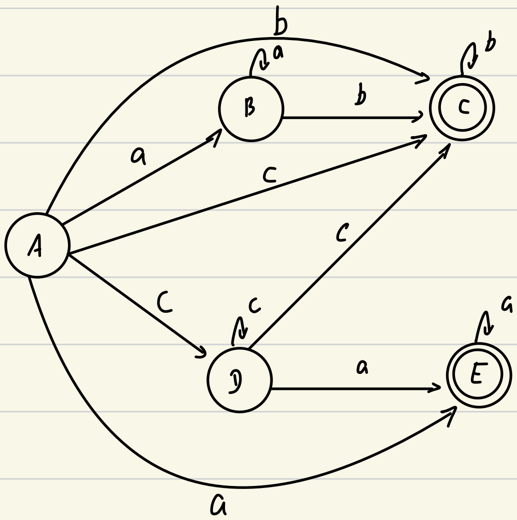
$B \to 0B \mid 1A \mid \lambda$





5. Obtenha uma GR que gere a linguagem reconhecida pelo seguinte AFD:





GR: $A \to aB \mid aE \mid bC \mid cC \mid cD$

$B \to aB \mid bC$

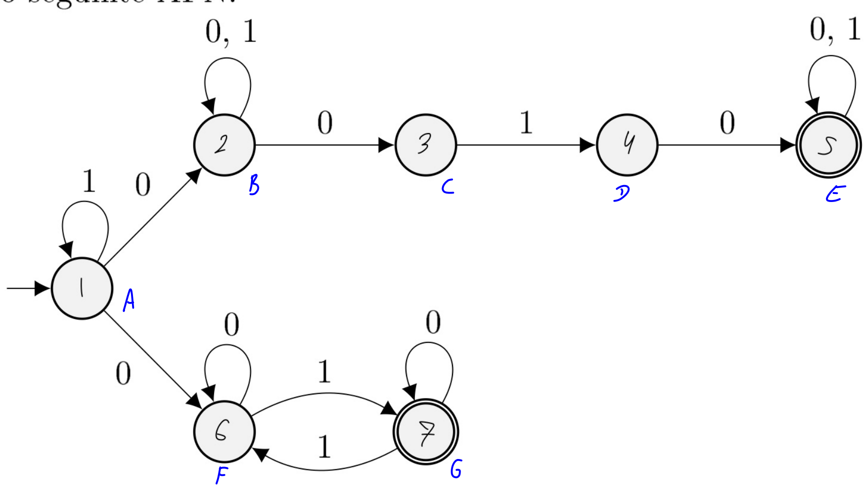
$C \to bC \mid \lambda$

$D \to cD \mid cC \mid aE$

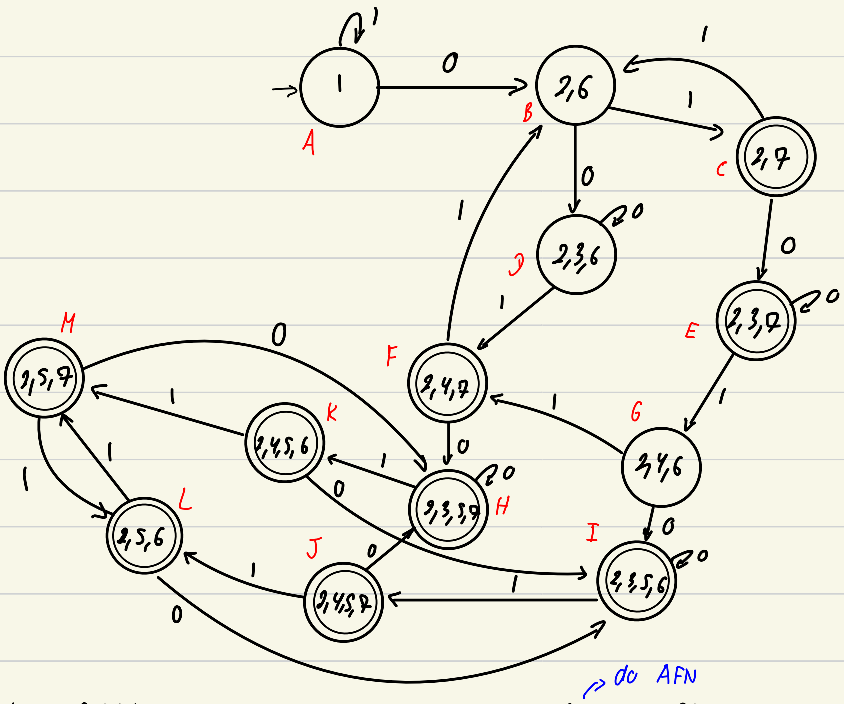
$E \to aE \mid \lambda$

6. Forneça um AFD e GR para cada uma das seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

(a) A linguagem do seguinte AFN:



δ	0	1
1	2,6	1
2	2,3	2
3	∅	4
4	5	∅
5	5	5
6	6	7
7	7	6



do AFD

GR: A → 0B | 1A

B → 0D | 1C

C → 0E | 1B | λ

D → 0D | 1F

E → 0E | 1G | λ

F → 0H | 1B | λ

G → 0I | 1F

H → 0H | 1K | λ

I → 0I | 1J | λ

J → 0H | 1L | λ

K → 0I | 1M | λ

L → 0I | 1M | λ

M → 0H | 1L | λ

Iguais
↓
=

do AFN

GR: A → 0B | 0F | 1A

B → 0B | 0C | 1B

C → 1D

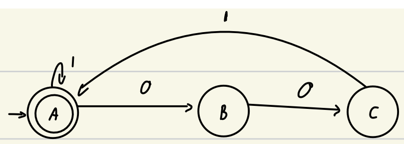
D → 0E

E → 0E | 1E | λ

F → 0F | 1G

G → 0G | 1F | λ

(b) A linguagem dada pela expressão regular $(0 + 01)^*1^*$.



GR: A → 0B | 1A | λ

B → 0C

C → 1A

(a) $L_5 - L_6$

(b) $L_5 \cap L_6$

(c) $L_5 \cup L_6$

8. Prove para cada uma das seguintes linguagens se ela é ou não regular.

   (a) $C_n = \{x \mid x$ representa um número binário múltiplo de $n\}$, para todo $n \geq 1$

   (b) $L_k = (\{0\}^k\{00, 01, 10, 11\}^*\{1\}^k) \cap \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$, para todo $k \geq 1000$

(↱não é L.Reg.

7. Seja $L_5 = \{0^{n^2} \mid n \geq 0\}$ e $L_6 = \{0\}^k\{0\}^*$, em que k é uma constante. Responda para cada uma das seguintes linguagens se ela é ou não regular, justificando sua resposta com uma prova.

(a) $L_5 - L_6$

(b) $L_5 \cap L_6$

(c) $L_5 \cup L_6$

a) $L_5 = \{\lambda, 0, 0^4, 0^9, 0^{16}, 0^{25}, \ldots\}$ $\quad L_5 - L_6 = \{0^{n^2} \mid n^2 < k\}$

$L_6 = \{0^k, 0^{k+1}, 0^{k+2}, \ldots\}$

Seja $L_7 = L_5 - L_6 = \{0^{n^2} \mid n^2 < k\}$. Como L_7 é finita, portanto é L. Regular.

b) $L_5 \cap L_6 = \{0^{n^2} \mid n^2 \geq k\}$

Seja $L_8 = L_5 \cap L_6 = \{0^{n^2} \mid n^2 \geq k\}$

Suponha que L_8 é L Regular. Daí $L_8 \cup L_7$ deve ser L. Reg.

Contudo $L_8 \cup L_7 = L_5$, que não é L. Reg. Isto é um absurdo,

logo L_8 não é L. Reg.

$A - B = A \cap \bar{B}$

c) Seja $L_9 = L_5 \cup L_6 = (L_5 - L_6) \cup L_6 = L_7 \cup L_6$

Como a união de L. Regs é sempre L. Reg, daí L_9 é L. Reg.