

Fundamentos Teóricos da Computação

– Autômatos Finitos (Parte 03) –

Zenilton Kleber Gonçalves do Patrocínio Jr.

Ciência da Computação – PUC Minas

Belo Horizonte, Brasil

2025



Sumário

- 1 Fechamento de Operações em LR's
 - Definição – Fechamento de Operações
 - Fechamento sob Concatenação
 - Fechamento sob Fecho de Kleene
 - Aplicações de Fechamento
- 2 Lema do Bombeamento
 - Lema sobre Linguagens Infinitas
 - Lema do Bombeamento para LR's
- 3 Linguagens que não são LR's
 - Prova Usando o Lema do Bombeamento para LR's
 - Prova Usando Propriedades de Fechamento de LR's

Fechamento de Operações para LRs

O Que é Fechamento

Seja uma classe de linguagens \mathcal{L} e uma operação sobre linguagens \mathcal{O} . Diz-se que \mathcal{L} é **fechada sob** \mathcal{O} se a aplicação de \mathcal{O} a linguagens pertencentes a \mathcal{L} sempre resulta em uma linguagem pertencente a \mathcal{L} .

Propriedades de Fechamento

Considere duas linguagens regulares L_1 e L_2 , então:

- $L_1 \cup L_2$ também é regular
- $L_1 \cap L_2$ também é regular
- $L_1 L_2$ também é regular
- L_1^* também é regular
- $\overline{L_1}$ também é regular

Fechamento de Operações para LRs

O Que é Fechamento

Seja uma classe de linguagens \mathcal{L} e uma operação sobre linguagens \mathcal{O} . Diz-se que \mathcal{L} é **fechada sob** \mathcal{O} se a aplicação de \mathcal{O} a linguagens pertencentes a \mathcal{L} sempre resulta em uma linguagem pertencente a \mathcal{L} .

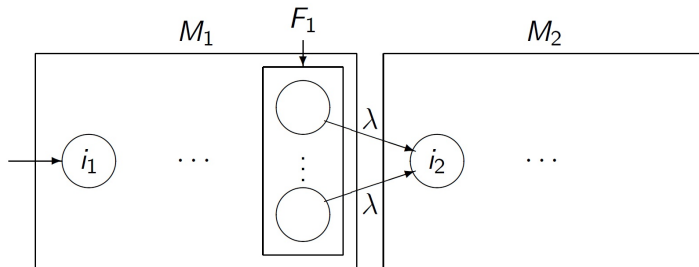
Propriedades de Fechamento

Considere duas linguagens regulares L_1 e L_2 , então:

- $L_1 \cup L_2$ também é regular
- $L_1 \cap L_2$ também é regular
- $L_1 L_2$ também é regular
- L_1^* também é regular
- $\overline{L_1}$ também é regular

Fechamento de Operações para LR

Fechamento sob Concatenação – Esquema



Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Concatenação

Sejam dois AFDs:

$$M_1 = (E_1, \Sigma_1, \delta_1, i_1, F_1) \text{ e } M_2 = (E_2, \Sigma_2, \delta_2, i_2, F_2), E_1 \cap E_2 = \emptyset$$

O AFN- λ M_3 reconhece $L(M_1)L(M_2)$:

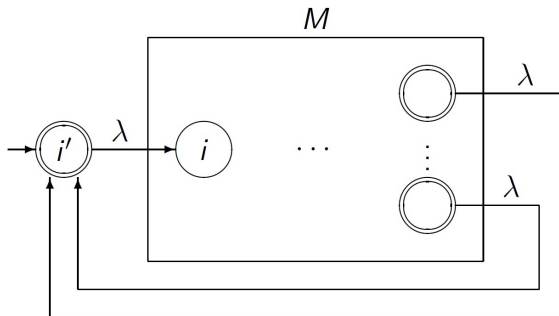
$$M_3 = (E_1 \cup E_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta_3, i_1, F_2)$$

em que δ_3 é dada por:

- $\delta_3(e, a) = \begin{cases} \{\delta_1(e, a)\} & , \text{ para todo } e \in E_1, a \in \Sigma_1 \\ \{\delta_2(e, a)\} & , \text{ para todo } e \in E_2, a \in \Sigma_2 \end{cases}$
- $\delta_3(e, \lambda) = \begin{cases} \{i_2\} & , \text{ para todo } e \in F_1 \\ \emptyset & , \text{ para todo } e \in (E_1 \cup E_2) - F_1 \end{cases}$

Fechamento de Operações para LR

Fechamento sob Fecho de Kleene – Esquema



Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Fecho de Kleene

Seja um AFD $M = (E, \Sigma, \delta, i, F)$

O AFN- λ M' reconhece $L(M)^*$:

$$M' = (E \cup \{i'\}, \Sigma, \delta', i', F \cup \{i'\})$$

em que $i' \notin E$ e δ' é dada por:

- $\delta'(i', \lambda) = \{i\}$
- $\delta'(e, a) = \{\delta(e, a)\}$ para todo $e \in E, a \in \Sigma$
- $\delta'(e, \lambda) = \begin{cases} \{i'\} & , \text{ para todo } e \in F \\ \emptyset & , \text{ para todo } e \in E - F \end{cases}$

Fechamento de Operações para LR

Aplicações das Propriedades de Fechamento

Três aplicações para as propriedades de fechamento das LR:

- 1 Provar que uma linguagem é regular
- 2 Facilitar a obtenção de AF para uma linguagem regular
- 3 Provar que uma linguagem não é regular

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K .

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K .

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro dígito de } w, \text{ da direita para esquerda, é } 1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K .

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como a^*b^* é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como a^*b^* é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como a^*b^* é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como a^*b^* é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Lema sobre Linguagens Infinitas

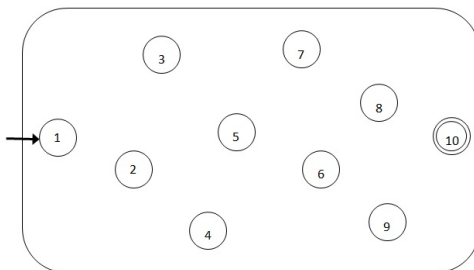
Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

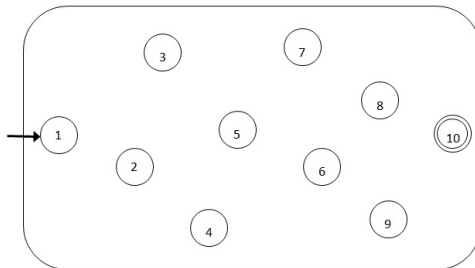
Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.



Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

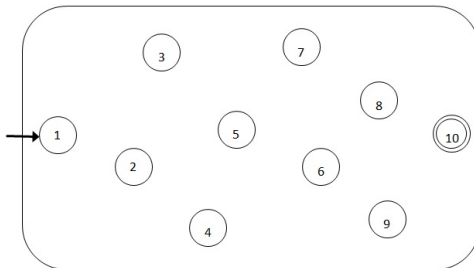


⇒ Uma palavra de tamanho 1 deve ser reconhecida em caminho com 2 estados !

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

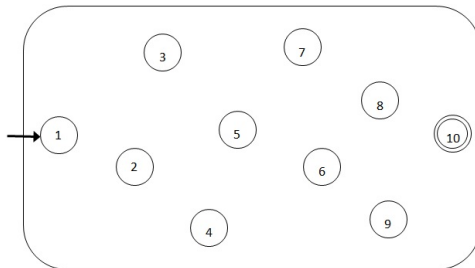


⇒ Uma palavra de tamanho 2 deve ser reconhecida em caminho com 3 estados !

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

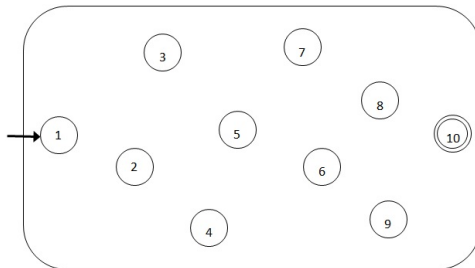


⇒ Uma palavra de tamanho 3 deve ser reconhecida em caminho com 4 estados !

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

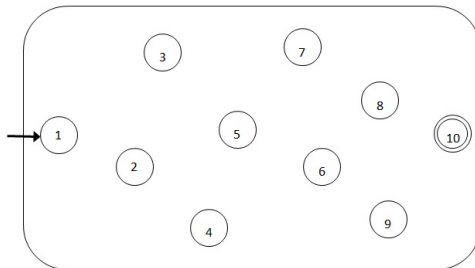


⇒ Uma palavra de tamanho ...

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.



⇒ Uma palavra de tamanho 10 deve ser reconhecida em caminho com 11 estados !

Lema do Bombeamento para LR's

Lema do Bombeamento (*Pumping lemma*)

Seja L uma linguagem regular aceita por um autômato M de $k > 0$ estados. Toda sentença w de L de tamanho maior ou igual a k pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

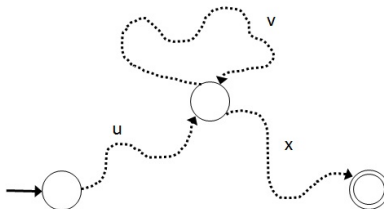
- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Lema do Bombeamento para LRs

Lema do Bombeamento (*Pumping lemma*)

Seja L uma linguagem regular aceita por um autômato M de $k > 0$ estados. Toda sentença w de L de tamanho maior ou igual a k pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L, \forall i = 0, 1, 2, \dots$



Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda palavra $w \in L_1$ pode ser escrita como

$w = uv^kz$, com $|v| \leq k$.

Seja $u = a^i b^j$, $v = a^p b^q$, $z = a^r b^s$.

Se $|v| \leq k$, então $|u| \leq k$ e $|z| \leq k$, logo $|u| + |v| + |z| \leq 3k$.

Se $|v| \leq k$, então $|u| + |v| + |z| \leq 3k$.

Como $|u| + |v| + |z| \leq 3k$, então $|u| + |v| + |z| \leq 3k$, logo $|u| + |v| + |z| \leq 3k$.

Como $|u| + |v| + |z| \leq 3k$, então $|u| + |v| + |z| \leq 3k$, logo $|u| + |v| + |z| \leq 3k$.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Como $uv^0 x = u^0 x \in L_1$, Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, $|u|$ é menor que $|u^0 x|$, ou seja, $|u| < |u^0 x|$.

Então, $|u^0 x| < |u^1 x| < |u^2 x| < \dots$ e $|u^i x| < |u^{i+1} x|$ para todo $i \geq 0$. Assim, $|u^i x| < |u^{i+1} x|$ para todo $i \geq 0$.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1 . Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

15 / 27

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2 . Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 .

Seja $w = a^m b^n \in L_3$ com $|w| \geq k$. Pelo Lema do Bombeamento, podemos escrever $w = xyz$ com

1. $|xy| \leq k$,

2. $|y| \geq 1$ e $xy^i z \in L_3$ para todo $i \geq 0$.

Como $|xy| \leq k$, temos $|x| \leq k$ e $|y| \leq k$.

Como $|y| \geq 1$, temos $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$. Então $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$. Portanto, $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$.

Como $|y| \geq 1$, temos $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$. Então $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$. Portanto, $|y| \leq k$ e $|y| \geq 1$.

16 / 27

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3 . Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda palavra $w \in L_4$ pode ser escrita como

$w = uv^kz$, com $|v| \leq k$.

Seja $u = a^i b^j$, $v = a^p$, $z = a^q b^r$.

Se $j > 0$, então $uv^kz = a^i b^j a^{kp} a^q b^r = a^{i+q} b^{j+kr}$.

Se $j = 0$, então $uv^kz = a^i a^{kp} a^q = a^{i+q+kp}$.

Como $uv^kz \in L_4$, temos $|u| + |v| + |z| \leq k$. Logo, $|u| + |z| \leq k$. Logo, $i + q \leq k$.

Como $uv^kz = a^{i+q+kp}$, temos $i + q + kp \leq k$. Logo, $i + q \leq k - kp$. Logo, $i + q \leq k(1 - p)$. Logo, $i + q \leq k(1 - p)$.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Como $uv^0 x = u^0 x \in L_4$, temos $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$. Logo, $uv^0 x$ possui no máximo k caracteres.

Então, $uv^i x$ possui no máximo $k + i|v|$ caracteres. Logo, $uv^i x$ possui no máximo $k + i|v|$ caracteres.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4 . Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 .

Seja $w = a^m b^n \in L_5$ com $|w| \geq k$. Então w pode ser dividido em u, v, x, y, z com

$|u| \geq 1, |v| \geq 1, |x| \geq 1$

$|u| + |v| + |x| \leq k$ e $uv^i x^j yz \in L_5$ para $i, j \geq 0$.

Seja $w = a^m b^n = uv^i x^j yz$

Então $|u| + |v| + |x| \leq k$. Como $|w| \geq k$, então $|y| + |z| \geq 1$.
Então $|u| + |v| + |x| + |y| + |z| \geq k + 1$.

Como $|u| + |v| + |x| \leq k$, então $|y| + |z| \geq 1$.
Provamos que L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5 . Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k+1}b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^0x = a^{k+1-|v|}b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 .

Seja $w = a^{n^2}$ com $|w| \geq k$. Então, pelo Lema do Bombeamento, podemos escrever w como

$$w = xyz, \text{ com } |xy| \leq k,$$

$$|y| \geq 1, \text{ e } xy^iz \in L_6 \text{ para todo } i \geq 0.$$

$$\text{Então, } |x| = i, |y| = j, |z| = k, \text{ e } |w| = i + j + k = n^2.$$

Como $|xy| \leq k$, temos $i + j \leq k$. Portanto, $|x| + |y| \leq k$. Como $|y| \geq 1$, temos $|x| \leq k - 1$. Portanto, $|x| + |y| \leq k - 1 + 1 = k$.

Como $|w| = n^2$, temos $i + j + k = n^2$. Como $|x| + |y| \leq k$, temos $i + j \leq k$. Portanto, $k \geq i + j$. Portanto, $k \geq i + j$.

Portanto, $k \geq i + j$. Portanto, $k \geq i + j$.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Consideremos $uv^i x \in L_6$. Como $|uv| \leq k$, $|v| \leq k$, $|v|$ é limitado. Logo, $uv^i x$ tem comprimento limitado.

Consideremos $uv^i x \in L_6$. Como $|v| > 0$, $|v|$ é limitado. Logo, $uv^i x$ tem comprimento limitado.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6 . Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k a s.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de a s não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 .

Seja $w = a^k b^k$. Então $ww = a^k b^k a^k b^k \in L_7$. Logo, ww é aceito pelo AF.

Seja $w = a^k b^k$.

Seja $u = a^k$. Então $uw = a^k b^k$. Logo, uw é aceito pelo AF.

Seja $v = b^k$. Então $uv = a^k b^k$. Logo, uv é aceito pelo AF.

Logo, $uwv = a^k b^k a^k b^k \in L_7$. Logo, uwv é aceito pelo AF.

Logo, uwv é aceito pelo AF.

Logo, uwv é aceito pelo AF.

Logo, uwv é aceito pelo AF.

Logo, uwv é aceito pelo AF.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Então, $uv^0x = u \cdot \lambda \cdot x = ux \in L_7$. Como $|ux| \geq k$, ux pode ser escrito da forma $ux = yzy$, onde $|y| \geq k$. Assim, $uv^0x = yzy$.
 Como $uv^1x \in L_7$, $uv^1x = uvxy$. Como $|uv| \leq k$, $uvxy$ pode ser escrito da forma $uvxy = yzy$.
 Portanto, $uv^0x = yzy$ e $uv^1x = yzy$.
 Prova por indução que $uv^i x = yzy$ para todo $i \geq 0$.
 Para $i = 0$, $uv^0x = yzy$.
 Suponha que $uv^i x = yzy$ para algum $i \geq 0$.
 Então, $uv^{i+1}x = uv^i vx = yzyv$.
 Como $|y| \geq k$, $yzyv$ pode ser escrito da forma $yzyv = yzy$.
 Portanto, $uv^{i+1}x = yzy$.
 Logo, $uv^i x = yzy$ para todo $i \geq 0$.
 Como $uv^0x = ux \in L_7$ e $uv^1x = uvxy \in L_7$, temos que $ux = uvxy$.
 Como $|uv| \leq k$ e $|y| \geq k$, temos que $uv = y$.
 Portanto, $ux = yzy = yzyy = yzyy$.
 Como $ux = yzy$, temos que $yzy = yzyy$.
 Como $|y| \geq k$, temos que $yzy = yzyy$.
 Portanto, L_7 não é linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de $uv^2 x$ é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de $uv^2 x$. Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de $uv^2 x$ é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de $uv^2 x$. Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de uv^2x . Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de uv^2x . Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de uv^2x . Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7 . Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b a^k b \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b a^k b \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só existem bs na segunda metade de uv^2x . **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 .

Seja p o menor primo maior que k . Então $p \geq k+1$. Portanto, existe um

estado q tal que

$|q| \geq k+1$ e $|q| \leq k$. Portanto, $|q| \geq k+1$ e $|q| \leq k$.

Portanto, $|q| \geq k+1$ e $|q| \leq k$. Portanto, $|q| \geq k+1$ e $|q| \leq k$.

Conclui-se que L_8 não é uma linguagem regular. Portanto, L_8 não é uma

linguagem regular. Portanto, L_8 não é uma linguagem regular.

Portanto, L_8 não é uma linguagem regular. Portanto, L_8 não é uma linguagem regular.

Portanto, L_8 não é uma linguagem regular. Portanto, L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Consideremos $n = |v| + 1$. Então, $uv^n x \in L_8$, pois $|uv^n x| \geq k$ e $uv^n x$ é derivado de uvx pelo bombeamento de v n vezes. Assim, $|uv^n x|$ é primo. Mas, $|uv^n x| = |uvx| + (n-1)|v|$. Como $|uvx|$ é primo e $|v| > 0$, temos que $|uv^n x|$ não é primo para $n > 1$. Isso contradiz a hipótese de que L_8 é regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k' \text{ primo}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k' \text{ primo}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$).

Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8 . Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k' + |v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1} x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 .

Seja $w = a^m b^n \in L_9$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Seja $w = a^m b^n$.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Seja $w = a^m b^n$ com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Então w é aceito pelo AF.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Seja $w = a^m b^n \in L_9, |w| \geq k$. Então $w = uvx$, com $|uv| \leq k$, $|v| > 0$ e $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$. Como $|uv| \leq k$, uv contém no máximo k caracteres. Como $|v| > 0$, v contém pelo menos um caractere. Como $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$, $uv^i x$ contém o mesmo número de caracteres a e b . Como $uv^i x$ contém o mesmo número de caracteres a e b , $uv^i x$ é da forma $a^m b^n$, com $\text{mdc}(m, n) = 1$. Como $uv^i x$ é da forma $a^m b^n$, com $\text{mdc}(m, n) = 1$, $uv^i x$ não pode ser da forma $a^m b^n$, com $\text{mdc}(m, n) \neq 1$. Portanto, L_9 não é linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRS

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \text{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9 . Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\text{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} .

Seja $w = a^m b^n \in L_{10}$ com $|w| \geq k$. Então w pode ser escrito da seguinte forma:

$$w = xyz, \quad |xy| \leq k$$

$$|y| \geq 1 \quad \text{e} \quad x^i y^j z^k \in L_{10} \quad \text{para} \quad i, j, k \geq 0$$

$$x^0 y^1 z^0 = a^m b^n \in L_{10} \quad \text{e} \quad x^1 y^0 z^0 = a^{m+1} b^n \in L_{10}$$

$$L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\} \quad \text{e} \quad a^{m+1} b^n \in L_{10} \quad \text{e} \quad a^m b^{n+1} \in L_{10}$$

$$a^{m+1} b^n \in L_{10} \quad \text{e} \quad a^m b^{n+1} \in L_{10}$$

$$a^{m+1} b^n \in L_{10} \quad \text{e} \quad a^m b^{n+1} \in L_{10}$$

$$a^{m+1} b^n \in L_{10} \quad \text{e} \quad a^m b^{n+1} \in L_{10}$$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR's

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Então, $uv^0x = uvx = a^m b^n \in L_{10}$, $|uvx| \leq k$.
 Portanto, $m + n \leq k$ e $m \neq n$.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^m b^{n+i} \in L_{10}$. Portanto, $m \neq n+i$.
 Portanto, $|m - (n+i)| \geq 1$.
 Portanto, $|m - n| \geq 1$.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LR

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+1}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v|[(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10} . Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b .

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, L_{10} deve ser uma linguagem regular. Portanto, devemos ter uma expressão regular para L_{10} . Mas, sabemos que L_{10} não é uma linguagem regular.

Logo, L_{10} não é uma linguagem regular. Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular.

Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular. Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular.

Logo, L_{10} não é uma linguagem regular. Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular.

Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular. Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular.

Logo, L_{10} não é uma linguagem regular. Portanto, L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Como $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$, temos $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\}$.

Portanto, $\overline{L_{10}}$ é a linguagem das palavras com o mesmo número de a 's e b 's. Mas sabemos que $\overline{L_{10}}$ não é regular (veja o exemplo da seção anterior).

Logo, L_{10} não é regular. (Porque se fosse, $\overline{L_{10}}$ seria regular também.)

Conclusão: L_{10} não é regular.

Portanto, L_{10} não é regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, L_{11} é fechada sob o operador de fechamento de Kleene. Logo, L_{11}^* também é uma linguagem regular. Logo, L_{11}^* também é fechada sob o operador de fechamento de Kleene.

Logo, L_{11}^* também é fechada sob o operador de fechamento de Kleene. Logo, L_{11}^* também é fechada sob o operador de fechamento de Kleene.

Logo, L_{11}^* também é fechada sob o operador de fechamento de Kleene.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{11} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Logo, $L_{11} \cap a^*b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Logo, L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{11} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{11} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{11} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{11} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{11} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{11} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{11} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{11} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, L_{12} deve ser uma linguagem regular. Portanto, L_{12} deve satisfazer as propriedades de fechamento de uma linguagem regular.

Porém, L_{12} não é uma linguagem regular, pois L_{12} não satisfaz as propriedades de fechamento de uma linguagem regular.

Portanto, $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$, que não é uma linguagem regular.

Logo, a conclusão é que L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$ deve ser uma linguagem regular (pois $\overline{L_{12}}$ é regular e as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Porém, $\overline{L_{12}} = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Logo a suposição de que L_{12} seja regular é falsa.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, L_{13} é fechado por uma linguagem regular. Como as linguagens regulares são fechadas sob concatenação, $L_{13} \cdot L_{13}^*$ também é uma linguagem regular.

Porém, $L_{13} \cdot L_{13}^* = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$, que não é uma linguagem regular.

Logo, L_{13} não é uma linguagem regular. Contradição.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Logo, L_{13} não é regular. \square

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LR's

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.