PUC Minas

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Programa de Pós-graduação em Informática (Mestrado/Doutorado)

Disciplina: Fundamentos Teóricos da Computação

Professor : Zenilton Kleber Gonçalves do Patrocínio Júnior

Exercícios Extra (Lista N.01 – Graduação)

1. Construa **AFD**s para as seguintes linguagens:
   a) $\{ u\mathbf{a}v\mathbf{b}x\mathbf{c}y \mid u, v, x, y \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \}^* \}$.
   b) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid w$ começa com **a** e tem tamanho par $\}$.
   c) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid w$ nunca tem mais de dois **a**’s consecutivos $\}$.
   d) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid w$ tem número ímpar de **ab**’s $\}$.
   e) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid |w| \geq 2$ e os **a**’s (se houver) precedem os **b**’s (se houver) $\}$.
   f) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \}^* \mid$ os **a**’s (se houver) precedem os **b**’s (se houver) e os **c**’s (se houver) precedem os **d**’s (se houver) $\}$.
   g) $\{ x\mathbf{b}\mathbf{a}^n \mid x \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^*, n \geq 0$ e x tem um número par de **a**’s $\}$.
   h) $\{ x\mathbf{a}^m\mathbf{b}\mathbf{a}^n \mid x \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^*, m + n$ é par e x não termina em **a** $\}$.
   i) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid$ toda subpalavra de w de tamanho 3 tem **a**’s e **b**’s $\}$.
   j) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \mid w$ tem no máximo uma ocorrência de **aa** e no máximo uma ocorrência de **bb**$\}$.

2. Construa **AFN**s para as seguintes linguagens:
   a) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \mid |w| \geq 4$ e o segundo e o penúltimo símbolos são ambos **1** $\}$.
   b) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \mid$ **00** não aparece nos 4 últimos símbolos de w $\}$.
   c) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \mid$ entre dois **1**’s de w há sempre um número par de **0**’s, exceto nos 4 últimos símbolos $\}$.
   d) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \mid w$ tem uma subpalavra constituída de dois **1**’s separados por um número par de símbolos$\}$.
   e) $\{ x\mathbf{0}^{3n} \mid x \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^*, \mathrm{val}(x) \bmod 3 = 1$ e $n \geq 0 \}$, onde val(x) é o valor do número representado por x na base 2.

3. Construa **AFD**s para as seguintes linguagens:
   a) $L_1 = \{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \mid |w|$ é divisível por 3 $\}$.
   b) $L_2 = \{ \mathbf{0}w\mathbf{0} \mid w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1}\}^* \}$.
   c) $L_3 = L_1 \cup L_2$.
   d) $L_4 = L_1 \cap L_2$.
   e) $L_5 = \overline{L_1 \cap L_2}$.

4. Mostre que sim ou que não, justificando sua resposta:

   a) Para qualquer linguagem L (inclusive aquelas que não são regulares), existem linguagens regulares R_1 e R_2 tais que $R_1 \subseteq L \subseteq R_2$.

   b) Todos os subconjuntos de uma linguagem regular são também linguagens regulares.

   c) Há linguagens regulares que têm como subconjuntos linguagens que não são regulares.

   d) A união de duas linguagens que não são regulares pode ser ou não uma linguagem regular.

   e) A interseção de duas linguagens que não são regulares pode ser ou não uma linguagem regular.

   f) O complemento de uma linguagem que não é regular pode ser ou não uma linguagem regular.

5. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares:

   a) $\{ \mathbf{0}^n \mathbf{1}^{n+10} \mid n \geq 0 \}$.

   b) $\{ \mathbf{0}^n y \mid y \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}^* \text{ e } |y| \leq n \}$.

   c) $\{ \mathbf{0}^m \mathbf{1}^n \mid m \neq n \}$.

   d) $\{ \mathbf{a}^m \mathbf{b}^n \mathbf{c}^{m+n} \mid m, n > 0 \}$.

   e) $\{ \mathbf{a}^n \mathbf{b}^{n^2} \mid n \geq 0 \}$.

   f) $\{ \mathbf{a}^{n^3} \mid n \geq 0 \}$.

   g) $\{ \mathbf{a}^m \mathbf{b}^n \mid n \leq m \leq 2n \}$.

   h) $\{ xx \mid x \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}^* \}$.

   i) $\{ u\bar{u} \mid u \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}^* \}$, onde $\bar{u}$ é obtido de u substituindo-se **0** por **1** e **1** por **0**.

      Exemplo: $\overline{\mathbf{011}} = \mathbf{100}$.

   j) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}^* \mid w \neq w^R \}$.

   k) $\{ w \in \{ \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \}^* \mid$ o número de **a**'s, **b**'s e **c**'s, em w, é o mesmo $\}$.

   l) $\{ w \in \{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}^* \mid$ o número de **0**'s em w é um cubo perfeito $\}$.

   m) $\{ \mathbf{0}^m \mathbf{1}^n \mid mdc(m, n) = 1 \}$.

   n) $\{ \mathbf{a}^k \mathbf{b}^m \mathbf{c}^n \mid k \neq m \text{ ou } m \neq n \}$.

   o) $\{ \mathbf{0}^m \mathbf{1}^n \mathbf{0}^n \mid m, n > 0 \}$.

6. Sejam L_1 e L_2 duas linguagens. Mostre que sim ou que não:

   a) se $L_1 \cup L_2$ é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.

   b) se L_1L_2 é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.

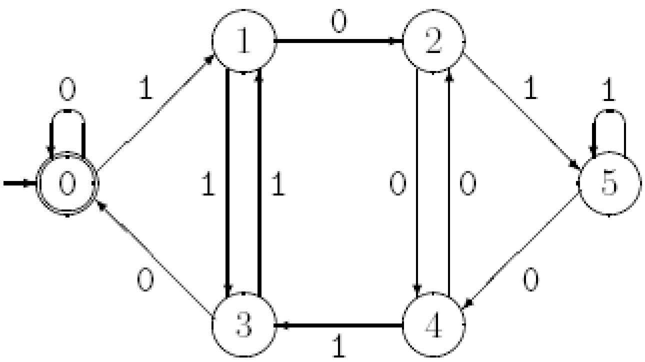
   c) se L_1^* é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.

   d) se L_1 é uma linguagem regular então $\{ w \mid w$ é uma subpalavra de $L_1\}$ é uma linguagem regular.

7. Mostre que a classe das linguagens regulares é fechada sob as seguintes operações:
   a) *pref* (L) = { x | $xy \in$ L } (os prefixos das palavras de L).
   b) *suf* (L) = { y | $xy \in$ L } (os sufixos das palavras de L).
   c) *rev* (L) = { w^R | $w \in$ L } (os reversos das palavras de L).
   d) *crev* (L) = { xy^R | $x, y \in$ L } (a concatenação das palavras de L com os reversos das palavras de L).

8. Determine expressões regulares e gramáticas regulares para as seguintes linguagens sob $\{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}^*$:
   a) Conjunto das palavras em que 0's só podem ocorrer nas posições pares.
   b) Conjunto das palavras que não contêm **000**.
   c) Conjunto das palavras em que cada subpalavra de tamanho 4 contém pelo menos três **1**'s.
   d) Conjunto das palavras que não contêm **00** nos últimos 4 símbolos.
   e) Conjunto das palavras que não contêm **00**, a não ser nos últimos 4 símbolos (se tiver).

9. Determine uma expressão regular e uma gramática regular para o AFD cujo diagrama é representado pela figura abaixo:



10. Considere as seguintes ERs :
- $r_1 = (\mathbf{a} \cup \mathbf{b})^*(\mathbf{ab} \cup \mathbf{ba})(\mathbf{a} \cup \mathbf{b})^*$
- $r_2 = \mathbf{ab}^*$
- $r_3 = \mathbf{a}(\mathbf{b}^*\mathbf{ab}^*\mathbf{a})^*$
- $r_4 = (\mathbf{aa} \cup \mathbf{bb} \cup (\mathbf{ab} \cup \mathbf{ba})(\mathbf{aa} \cup \mathbf{bb})^*(\mathbf{ab} \cup \mathbf{ba}))^*$

Encontre ERs para:
   a) $\overline{L(r_1)}$;
   b) $\overline{L(r_2)}$;
   c) $\overline{L(r_3)}$;
   d) $\overline{L(r_4)}$;
   e) $L(r_1) \cap L(r_4)$;
   f) $L(r_1) - L(r_4)$.