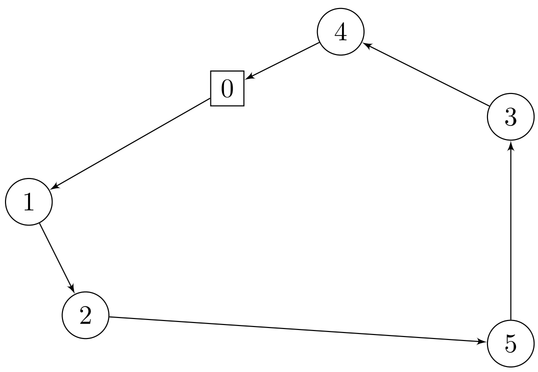
Wrocław, 13 października 2020

Przemysł 4.0 - Laboratorium
VRP – problem marszrutyzacji pojazdów

prowadzący: *mgr inż. Radosław Idzikowski*

1 Wprowadzenie

Celem laboratorium jest zapoznanie się z problem marszrutyzacji pojazdów (ang. *vehicle route problem*). Problem VRP znajduje zastosowanie w centrach logistycznych, które dysponują flotą pojazdów oraz bazą klientów do których trzeba dotrzeć. Naszym celem jest efektywne zaplanowanie tras dla pojazdów. Przy założeniu, że mamy tylko jedną ciężarówkę o nieskończonej pojemności i każdego klienta chcemy odwiedzić tylko raz, problem sprowadza się do problemu komiwojażera(ang. *traveling salesman problem*).



Rysunek 1: Problem komiwojażera

2 Definicja problemu

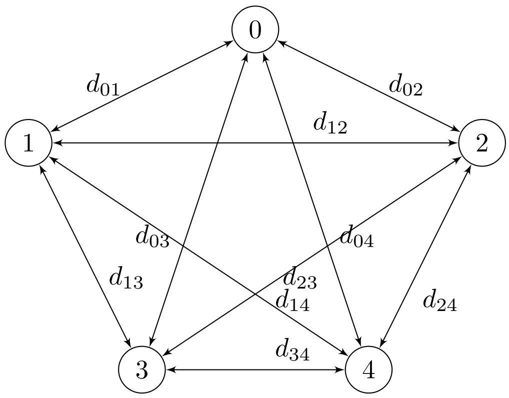
W problemie VRP mamy zbiór klientów:

$$\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, n\}, \tag{1}$$

gdzie n to liczba klientów. Poprzez N_0 oznaczymy magazyn centralny (punkt startowy dla wszystkich pojazdów). Odległości między wszystkimi klientami oraz magazynem centralnym (ang. *HUB*) możemy zapisać przy pomocy macierzy o wymiarach $(n+1) \times (n+1)$:

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} d_{00} & d_{01} & d_{02} & \dots & D_{0n} \\ d_{10} & d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m0} & d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mn} \end{bmatrix}, \text{dla } i = j,\ d_{ij} = 0. \tag{2}$$

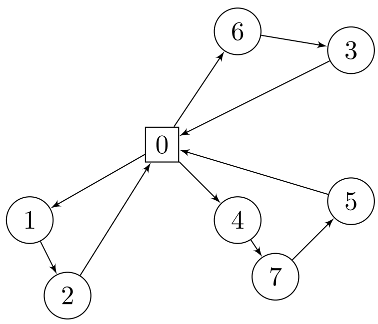
Podobnie jak w problemie komiwojażera możemy zbudować graf pełny, gdzie zbiór wierzchołków $\mathcal{V} = \mathcal{N} \cup N_0$ a każdej krawędzi ze zbioru $\mathcal{E}$ przypisujemy odpowiednią wartość d_{ij}.



Rysunek 2: Reprezentacja grafowa

3 Reprezentacja rozwiązania

W klasycznych rozwiązaniach stosuję się macierz binarnych zmiennych decyzyjnych, informujących o przynależności krawędzi do rozwiązania. Jednak skupimy się na nowszej metodzie bazującej na wielkiej trasie(ang. *giant tour representation*). Jeśli przez $\mathcal{K}$ oznaczymy liczbę pojazdów to liczba elementów w wielkiej trasie wynosi $n + \mathcal{K} + 1$, ponieważ takiej permutacji mamy po kolei zawarte wszystkie trasy oddzielone zerami.



Pojazd 1			Pojazd 2			Pojazd 3				
0	1	2	0	6	3	0	4	7	5	0

Rysunek 3: Reprezentacja w formie wielkiej trasy

Na powyższym przykładzie widać permutację składającą się z 3 podtras (każda dla innego pojazdu) oraz ich wizualizację w formie prostej grafiki. Schemat nie zmieni się w zależności od wprowadzonych ograniczeń.

4 Ograniczenia

W wariancie podstawowym staramy się zminimalizować łączną sumę kilometrów przebytą przez wszystkie pojazdy. Proponowane możliwe dodatkowe ograniczenia.

4.1 Ładowność pojazdów

W rzeczywistości każdy klient chce otrzymać ładunek o określonych rozmiarach. Dlatego istotnym elementem jest uwzględnienie ładowności floty pojazdów w naszym wypadku ciężarowych. Dla uproszczenia będziemy brać pod uwagę jedynie długość ładunku oraz jego masę (efektywne ułożenie w tym problemie nie będzie rozważane oraz rozłożenie masy czy równomierne obciążenie osi samochodu). Przyjmijmy dwa rodzaje pojazdów:

- "ciężarówka" ładowność: 7.8 m, 8 t,
- "tir" ładowność: 16.6 m, 24 t.

W literaturze problem znajdziemy opisany jako capacitated vehicle routing problem. Dodatkowo można dopuścić, że jeden klient ma do przewiezienia więcej niż jeden ładunek lub automatycznie podzielnie ładunku na części jeśli jeden ładunek przekracza ładowność pojedynczego pojazdu. Proszę zwrócić uwagę, że część permutacji (rozwiązań) będzie niedopuszczalne.

4.2 Ograniczenia czasowe

Innym ciekawym rozwinięciem problemu jest wprowadzenie ograniczeń czasowych. Do poprawnego działania należy przeliczyć odległości $\mathcal{D}$ na macierz czasów przejazdów $\mathcal{T}$:

$$t_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j}/60 & \text{gdzie } d_{i,j} \leqslant 100km, \\ d_{i,j}/80 & \text{gdzie } d_{i,j} > 100km. \end{cases} \tag{3}$$

Możemy rozpatrzyć 2 warianty:

a) dla województwa, gdzie wprowadzimy nieprzekraczalny dzienny 8-godziny limit pracy,

b) uwzględnimy przepisy regulujące czas pracy kierowców na podstawie unijnego rozporządzenie nr 561/2006 z dnia 15 marca 2006 r. i będziemy minimalizować łączny czas pracy wszystkich kierowców. Dla uproszczenia przyjmijmy:

   - 9-godzinny dzienny limit pracy,
   - 45-minutowa przerwa po 4.5 godzinach jazdy.,
   - 11-godzinna przerwa po dniu pracy.

Każdy ładunek będzie dodatkowo opisany czasem wymaganym na jako rozładowanie, jednak należy pamiętać że ten czas wlicza się to czasu pracy kierowcy.

5 Struktura pliku

n + 1 – liczba miast
unit – jednostka

$$\begin{matrix} d_{00} & d_{01} & d_{02} & \dots & d_{0n} \\ d_{10} & d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m0} & d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mn} \end{matrix}$$

$code_0$ $name_0$ lat_0 lng_0
$code_1$ $name_1$ lat_1 lng_1
...
$code_n$ $name_n$ lat_n lng_n

6 Przykład

Załóżmy, że mamy bazę w Krakowie (plik PL, klucz = 5), oraz mamy do obsłużenia 4 miasta.

- Bolesławiec (plik PL, klucz = 1),
- Wrocław (plik PL, klucz = 2),
- Leszno (plik PL, klucz = 3),
- Ostróda (plik PL, klucz = 4).

Dla permutacji $\pi = \{0, 2, 1, 3, 0, 4, 0\}$ lub $\pi = \{5, 2, 1, 3, 5, 4, 5\}$, mamy dwie trasy:

1. $268,177 + 118,031 + 147,043 + 372,24 = 905,499$ km
2. $501,681 + 501,681 = 1003,362$ km

Suma wszystkich tras wynosi 1908,861 km.

Rysunek 4: przykład

Dane lokalizacyjne i odległości w bazach PL i US są danymi rzeczywistymi pobranymi przy użyciu narzędzi Google API *Geocoding* i *DistanceMatrix*.